

**DIMENSIONAMENTO DE UMA CONCESSIONÁRIA DE VEÍCULOS EM
CONCRETO PROTENDIDO**

CAROLINE VIEIRA LANNES

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

MAIO – 2005

DIMENSIONAMENTO DE UMA CONCESSIONÁRIA DE VEÍCULOS EM CONCRETO PROTENDIDO

CAROLINE VIEIRA LANNES

“Projeto Final apresentado ao Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Sergio Luis González Garcia

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
MAIO - 2005

DIMENSIONAMENTO DE UMA CONCESSIONÁRIA DE VEÍCULOS EM
CONCRETO PROTENDIDO

CAROLINE VIEIRA LANNES

“Projeto Final apresentado ao Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovada em 30 de maio de 2005.

Comissão Examinadora:

Prof. Jean Marie Désir (D. Sc.) – UENF

Prof. Patricia Habib Hallak (D. Sc.) - UENF

Prof. Sergio Luis González Garcia (D. Sc.) – UENF
Orientador

Agradecimentos

A Deus, por todas as bênçãos proporcionadas para a realização deste trabalho.

A meus pais pelo incentivo e minha família, que mesmo à distância deram toda força para o desenvolvimento dessa dissertação.

Ao prof. Sergio Luis, pela orientação e acima de tudo pela amizade conquistada.

As pessoas importantes que passaram, estão e sempre estarão presentes em minha vida, por me fazer uma pessoa cada vez melhor.

Resumo

O objetivo principal deste trabalho é a familiarização com o dimensionamento de estruturas em concreto protendido, através do conhecimento de conceitos básicos, cálculo de perdas, tensões admissíveis para o concreto e para o aço, artifícios de protensão (cordoalhas, ancoragens, macacos hidráulicos etc.), vantagens técnicas e econômicas e sistemas de aplicação de protensão. Além do dimensionamento de estruturas também em concreto armado, um conhecimento indispensável para a formação de um engenheiro civil. Neste projeto é dimensionada estruturalmente uma concessionária de veículos através da análise do projeto de arquitetura de forma a atender suas solicitações estéticas e do dimensionamento de todos os elementos estruturais. O vão desta concessionária é de 26,0 metros, praticamente impossível de ser vencido em concreto armado, pois como se sabe um dos maiores problemas desse tipo de mecanismo construtivo é seu próprio peso. A protensão aplica momentos fletores em sentido contrário ao das cargas, abatendo-as, permitindo vencer vãos maiores que o concreto armado convencional; para o mesmo vão, permite reduzir a altura necessária da viga devido ao emprego de materiais de maior resistência, diminuindo também consideravelmente a fissuração podendo até mesmo eliminá-la. A estrutura consistirá em vigas protendidas apoiadas em pilares circulares de concreto armado, onde na interface destes encontra-se neoprene, para que não seja transferido aos pilares os esforços de protensão, tornando assim a estrutura isostática no intuito de facilitar os cálculos, já que o objetivo deste trabalho é de um conhecimento sucinto do dimensionamento de estruturas em concreto protendido.

Palavras-chave: dimensionamento, concreto protendido, estruturas e concreto armado.

Sumário

1) Introdução

1.1) Conceitos Básicos.....	02
1.1.1) <i>Concreto protendido</i>	02
1.1.2) <i>Elementos do concreto protendido</i>	04
1.1.2.1) <i>Armadura passiva</i>	04
1.1.2.2) <i>Armadura ativa</i>	04
1.1.3) <i>Sentido econômico do concreto protendido</i>	04
1.1.4) <i>Vantagens técnicas do concreto protendido</i>	05
1.1.5) <i>Aços para concreto protendido</i>	06
1.1.5.1) <i>Necessidade dos aços de alta resistência</i>	06
1.1.5.2) <i>Aços utilizados para protensão</i>	07
1.1.5.3) <i>Formas empregadas</i>	07
1.1.5.4) <i>Valores característicos</i>	08
1.1.6) <i>Sistemas de aplicação de protensão</i>	08
1.1.6.1) <i>Sistemas com armaduras pré-tracionadas</i>	09
1.1.6.2) <i>Sistemas com armaduras pós-tracionadas</i>	09
1.7.6.2.1) <i>Classificação dos sistemas de armaduras pós-tracionadas</i>	09

2) Laje maciça de concreto armado

2.1) Introdução.....	13
2.2) Classificação.....	14
2.3) Carregamentos atuantes.....	15
2.4) Altura útil.....	17
2.5) Cálculo das armaduras.....	18
2.5.1) <i>Redistribuição dos momentos fletores</i>	20
2.5.1.1) <i>Restrições para redistribuição</i>	20
2.1.2) <i>Limites para redistribuição de momentos e condições de ductilidade</i>	20
2.5.2) <i>Cálculo da armadura positiva</i>	22
2.5.3) <i>Cálculo da armadura negativa</i>	22

2.5.4) Armaduras longitudinais máximas e mínimas.....	22
2.5.4.1) Armaduras mínimas.....	23
2.6) Determinação do espaçamento.....	24
2.7) Armadura secundária (DRT)	25
3) Dimensionamento à flexão simples	
2.1) Introdução.....	26
2.2) Hipóteses de carga.....	27
2.3) Tensões normais admissíveis em concreto protendido.....	28
2.3.1) Tensões de compressão no concreto em serviço.....	29
2.3.2) Tensões de tração nos cabos de protensão.....	31
2.4) Cálculo do módulo de elasticidade da seção.....	32
2.4.1) Determinação da altura da viga.....	32
2.4.2) Cálculo do momento fletor máximo.....	33
2.4.3) Valores para o módulo de elasticidade da seção.....	35
2.5) Cálculo das alturas do centro de gravidade e do momento de inércia.....	36
2.6) Área total da seção.....	37
2.7) Valor da força de protensão.....	38
2.7.1) Expressão analítica da tensão no centro de pressão da seção.....	38
2.7.2) Força de protensão.....	39
2.8) Excentricidade.....	39
2.9) Cálculo do número de cordoalhas.....	40
2.10) Verificação das tensões normais admissíveis.....	41
2.10.1) Comprovação do estado de vazio.....	41
2.10.2) Comprovação do estado de carga.....	42
2.11) Armaduras máximas e mínimas de projeto.....	43
2.11.1) Armadura de pele.....	43
2.11.2) Armadura mínima para impedir ruptura frágil, após fissuração.....	44
4) Traçado dos cabos	
3.1) Introdução.....	46
3.2) Traçado limite.....	46
3.2.1) Traçado limite inferior.....	48
3.2.2) Traçado limite superior.....	48

3.2.3) <i>Uso limite</i>	48
3.3) Raios de curvatura.....	50
3.3.1) <i>Determinação das coordenadas dos cabos</i>	50
5) Perdas de protensão	
4.1) Introdução.....	52
4.2) Ancoragem escolhida para a viga.....	52
4.3) Perdas iniciais da força de protensão.....	53
4.4) Perdas imediatas da força de protensão.....	54
4.4.1) <i>Perdas por atrito</i>	54
4.4.2) <i>Perdas por acomodação das ancoragens</i>	56
4.4.3) <i>Perdas por deformação instantânea do concreto</i>	56
4.5) Perdas lentas ou progressivas.....	58
4.6) Total das perdas e recalculo da tensão inicial de protensão.....	60
6) Dimensionamento à cortante	
5.1) Introdução.....	62
5.2) Analogia da Treliza de Mörsch.....	65
5.3) Cálculo da armadura e verificação da biela.....	67
5.4) Verificação do Estado Limite Último.....	68
5.5) Determinação da força cortante de cálculo.....	69
5.6) Cálculo da armadura transversal através do modelo I.....	70
5.7) Taxa mínima de armadura transversal e espaçamento máximo.....	74
5.7.1) <i>diâmetro das barras dos estribos</i>	75
5.7.2) <i>Espaçamento entre estribos</i>	76
7) Verificação do Estado Limite Último	
6.1) Vigas subarmadas e superarmadas.....	77
6.2) Condições de ductilidade.....	77
6.3) Definição de ELU de ruptura ou de deformação excessiva.....	78
6.4) Equações para o cálculo do momento resistente último.....	80
6.5) Cálculo do momento resistente último.....	82

8) Dimensionamento à compressão axial simples	
8.1) Introdução.....	83
8.2) Pilares.....	83
8.2.1) <i>Determinação do índice de esbeltez dos pilares</i>	84
8.2.2) <i>Dispensa da análise dos efeitos locais de 2ª ordem</i>	85
8.2.3) <i>Cálculo do esforço normal de compressão</i>	85
8.2.4) <i>Elementos não esbeltos submetidos à compressão</i>	86
8.3) Detalhamento dos pilares.....	87
8.3.1) <i>Armaduras longitudinais</i>	87
8.3.1.1) <i>Distribuição transversal da armadura longitudinal</i>	88
8.3.2) <i>Armaduras transversais</i>	89
9) Dimensionamento da fundação	
9.1) Introdução.....	91
9.2) Capacidade de carga de fundações superficiais.....	92
9.2.1) <i>Método empírico</i>	92
9.2.2) <i>Método de Terzaghi</i>	96
9.3) Cálculo da sapada isolada.....	98
Conclusão.....	100
Referências Bibliográficas.....	101

Lista de Figuras

- Figura 1.1 Viga de concreto armado convencional, onde se admite fissuração para efeito de cálculo.
- Figura 1.2 Aplicação de estado prévio de tensões na viga de concreto.
- Figura 2.1 Esquema de cálculo da laje e suas dimensões.
- Figura 2.2 Diagrama de momento fletor das lajes (SALT – UFRJ).
- Figura 2.3 Altura útil.
- Figura 2.4 Armadura de flexão.
- Figura 3.1 Perspectiva da viga a ser protendida.
- Figura 3.2 Seção transversal da viga.
- Figura 3.3 Estados tencionais.
- Figura 3.4 Diagrama de tensão para uma seção totalmente compensada (Estado Limite de Descompressão).
- Figura 3.5 Diagrama de momento fletor.
- Figura 3.6 Viga com suas devidas dimensões.
- Figura 3.7 Estado tensional resumido.
- Figura 3.8 Diagrama de tensão corrigido.
- Figura 4.1 Uso limite.
- Figura 4.2 Uso limite atuando o momento máximo M_{2x} .
- Figura 4.3 Uso limite atuando o momento máximo $M_{2x} = M_{1x} + \Delta M_x$.
- Figura 4.4 Viga subdividida para efeitos de cálculo.
- Figura 5.1 Ancoragem ativa do tipo PTC fabricada pela Protende, usando 12 cordoalhas.
- Figura 5.2 Detalhes das dimensões da ancoragem ativa escolhida, usando 6 cordoalhas.
- Figura 6.1 Viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas eqüidistantes dos apoios.
- Figura 6.2 a) Viga (a seção após a deformação permanece plana); b) Viga-parede (a seção sofre empenamento após a deformação).
- Figura 6.3 Estágio 1 (o concreto ainda não está fissurado).
- Figura 6.4 Estágio 2 (o concreto está fissurado).
- Figura 6.5 Modelo de treliça para uma viga segundo Mörsch (1902).

- Figura 6.6 Diagrama de esforço cortante.
- Figura 7.1 Estado limite último de uma viga retangular de concreto protendido.
- Figura 8.1 Diagrama de Domínios
- Figura 8.2 Barra engastada e rotulada
- Figura 9.1 Fundação superficial e profunda
- Figura 9.2 Sondagem (SPT) do furo nº 01.
- Figura 9.3 Sondagem (SPT) do furo nº 02.
- Figura 9.4 Sondagem (SPT) do furo nº 03.
- Figura 9.5 Sapata quadrada

Lista de Tabelas

- Tabela 5.1 Dimensões da ancoragem escolhida segundo o fabricante
- Tabela 5.2 Perdas por atrito no cabo 1.
- Tabela 5.3 Perdas por atrito no cabo 2.
- Tabela 7.1 Deformação unitária de escoamento de armaduras protendidas.
- Tabela 7.2 Profundidade da linha neutra (x_{bal}), correspondente à armadura balanceada.

1) Introdução

Nos últimos anos a arquitetura evoluiu na busca do ganho espacial dos ambientes construídos, mudando a dimensão do espaço projetado. A engenharia, por sua vez, vem buscando sempre tirar o melhor proveito dos materiais disponíveis e utilizando para isso as novas tecnologias.

O concreto protendido permitiu a execução de obras antes somente imaginadas. Suas características possibilitaram projetos ousados, inicialmente em pontes e viadutos e posteriormente também em obras de menores cargas e vãos.

Este sistema é conhecido em todo o mundo há muitos anos e, no Brasil, começou a ser utilizado em 1949 com a construção da ponte do Galeão. Na época, foi considerada a mais extensa ponte em concreto protendido do mundo, com 380 m de comprimento.

Este projeto consiste basicamente no dimensionamento de uma concessionária de veículos com um vão livre de 26,0 metros. Para vencer um vão desta magnitude foi escolhido o concreto protendido, através do cálculo de vigas que utilizam este tipo de artifício; ao todo serão calculadas 10 vigas espaçadas de 5,0 m. Estas vigas estarão apoiadas em pilares de concreto armado com seção circular, de 60 cm de diâmetro. A área total da concessionária é de 1.170,00 m², de acordo com a arquitetura mostrada no anexo 1.

Na superfície de contato entre estas duas estruturas será utilizado o material neoprene que garantirá uma maior trabalhabilidade da viga, sem que esforços, principalmente momentos devidos à protensão, sejam transferidos para estes pilares tornando esta estrutura isostática, no intuito de facilitar os cálculos, já que o objetivo deste trabalho é de um conhecimento sucinto do dimensionamento de estruturas em concreto protendido.

No capítulo 2 é realizado o dimensionamento das vigas à flexão simples, que consiste em determinar a força de protensão aplicada aos cabos e sua excentricidade na seção crítica.

Encontra-se no capítulo 3 o traçado dos cabos, na viga de seção constante com cabos ao longo de toda sua extensão.

No capítulo 4 é demonstrado o procedimento dos cálculos de todas as perdas (perdas iniciais, perdas imediatas e perdas progressivas) verificadas nos esforços aplicados aos cabos de protensão.

O dimensionamento das vigas aos esforços cortantes encontra-se bastante detalhado no capítulo 5 e no capítulo 6 a viga é verificada no estado limite último, comparando-se o momento total atuante ao momento último calculado.

A laje maciça de concreto armado é dimensionada no capítulo 7, onde seus esforços de momento e cortante são calculados através do programa Salt-UFRJ.

Compressão axial simples, a solicitação provocada por uma carga de compressão, aplicada segundo o eixo longitudinal do elemento de concreto armado, foi utilizada para o cálculo do pilar circular no capítulo 8.

E finalmente no capítulo 9 é dimensionada a fundação, do tipo rasa (sapata quadrada) de acordo com a sondagem (SPT) realizada.

1.1) CONCEITOS BÁSICOS

1.1.1) Concreto protendido

Objetivando o aproveitamento do material concreto associado ao aço na confecção de peças estruturais, que, ao contrário das executadas em concreto armado, não sofressem fissuração, surgiu a idéia de pré comprimi-las ao longo de sua seção, para que sobre a ação de cargas ficassem, na ausência desta compressão prévia, submetidas a tensões trativas (Apostila Tibana/1986).

No entanto, a protensão não altera os esforços solicitantes das peças provocados pelo seu peso próprio e pelo carregamento atuante. A força de protensão age em sentido contrário ao carregamento e equilibra seus efeitos, diminuindo drasticamente as deformações e fissuração. Portanto, protender significa aplicar esforços que neutralizam os efeitos das cargas externas sobre as estruturas.

A protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, numa estrutura, um estado prévio de tensões, geralmente obtido pelas ações elásticas transmitidas ao concreto diretamente por aderência e atrito ou através de dispositivos especiais chamados ancoragens, por meio de cabos de aço de alta resistência, tracionados e ancorados na própria peça, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sobre ação de diversas solicitações (Pfeil/1980).

O artifício de protensão tem importância particular no caso do concreto, pelas seguintes razões:

- ✓ é um dos materiais de construção mais importantes, seus ingredientes são disponíveis a baixo custo em todas as regiões;
- ✓ possui boa resistência à compressão;
- ✓ sua resistência à tração é da ordem de 10% da resistência à compressão. Além de pequena, é pouco confiável. De fato, quando não é bem executado, sua retração pode provocar fissuras, que diminuem sua resistência a tração, antes mesmo de atuar qualquer solicitação.

Para melhor entender a intenção da protensão será ilustrada uma viga convencional, sujeita a uma solicitação de flexão simples. Na fig.1.1 parte superior da seção de concreto é comprimida e a inferior é tracionada, admitindo-se fissurada para efeito de análise. Os efeitos de tração são resistidos pelas armaduras de aço.



Fig. 1.1 – viga de concreto armado convencional, onde se admite fissuração para efeito de cálculo.

Agora se observa que na fig.1.2, a aplicação de protensão, mediante cabos de aço esticados e ancorados nas extremidades, anula ou limita drasticamente as tensões de tração do concreto, de modo a eliminar a abertura das fissuras como condição determinante do dimensionamento da viga. Compatibiliza-se desta forma o trabalho simultâneo de dois materiais de elevada resistência à compressão (concreto) e à tração (aço).

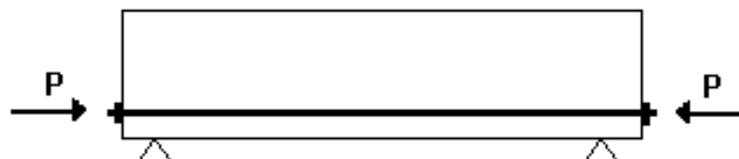


Fig. 1.2 – Aplicação de estado prévio de tensões na viga de concreto.

O concreto comprimido pela ação da armadura protendida resiste melhor aos alongamentos provocados pela flexão, fissurando-se muito pouco.

O controle das fissuras está diretamente relacionado com a durabilidade das estruturas, pois aumenta a proteção da armadura contra a corrosão, bem como a estanqueidade do concreto.

Em resumo, com a protensão é possível melhorar a capacidade de utilização da peça estrutural e controlar de modo mais eficiente a fissuração, podendo, em alguns casos até eliminá-la.

1.1.2) Elementos do concreto protendido

Aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura e propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado limite último (NBR 6118/2003).

1.1.2.1) Armadura passiva

Qualquer armadura que não seja usada para produzir forças de protensão, isto é, que não seja previamente alongada (NBR 6118/2003).

1.1.2.2) Armadura ativa

Constituída por barra, fios isolados ou cordoalhas, destinada à produção de forças de protensão, isto é, na qual se aplica um pré-alongamento inicial (NBR 6118/2003).

1.1.3) Sentido econômico do concreto protendido

As resistências de concreto, utilizadas em concreto protendido, são duas a três vezes maiores que as utilizadas em concreto armado. Os aços utilizados nos cabos de protensão têm resistência três a cinco vezes superiores às dos aços usuais de concreto armado.

O sentido econômico do concreto protendido consiste no fato de que os aumentos percentuais de preços são muito inferiores aos acréscimos de resistência utilizáveis, tanto para o concreto como para o aço.

Além disso, graças ao trabalho efetivo de toda a seção obtém-se em relação às estruturas de concreto armado a economia de 15 a 30% no consumo de concreto e economia em torno de 60%, em peso, no consumo de aço, sobretudo por sua melhor qualidade.

1.1.4) Vantagens técnicas do concreto protendido

Em relação ao concreto armado convencional, o concreto protendido apresenta as seguintes vantagens:

- ✓ reduz as tensões de tração provocadas pela flexão e pelos esforços cortantes;
- ✓ maior durabilidade, devido a uma redução da incidência de fissuras, podendo até mesmo eliminá-las;
- ✓ reduz as quantidades necessárias de concreto e de aço, devido ao emprego eficiente de materiais de maior resistência;
- ✓ a protensão aplica momentos fletores em sentido contrário ao das cargas, abatendo-as, permitindo vencer vãos maiores que o concreto armado convencional; para o mesmo vão, permite reduzir a altura necessária da viga;
- ✓ facilita o emprego generalizado de pré-moldagem, uma vez que a protensão elimina a fissuração durante o transporte das peças;
- ✓ as estruturas por serem menos deformáveis podem ser mais esbeltas, o que favorece no conforto estético;
- ✓ durante a operação da protensão, o concreto e o aço são submetidos a tensões em geral superiores às que poderão ocorrer na viga sujeita às cargas de serviço. A operação de protensão constitui, neste caso, uma espécie de prova de carga da viga.

1.1.5) Aços para concreto protendido

1.1.5.1) Necessidade de aços de alta resistência

Decorreu muito tempo desde a concepção da idéia básica do concreto protendido até que este fosse aceito como um material utilizável na prática (Apostila Tibana/1986).

Esta demora teve como causa os insucessos das primeiras tentativas de protensão, realizadas com o aço então empregado em estruturas de concreto armado. As peças que, logo após a protensão resistiram as cargas que lhe foram aplicadas, mas que vieram a fissurar mais tarde quando as deformações lentas, provocadas pela retração e pela fluência do concreto, fenômenos desconhecidos naquela época, provocaram perdas de alongamento nas armaduras e conseqüentes reduções das forças de protensão por elas produzidas.

Para obter-se protensão ainda eficiente após ocorrência destes fenômenos, faz-se necessário aplicá-la com valores elevados, o que só é viável em aços de alta resistência.

Apesar da atual utilização dos aços de alta resistência, ainda são exigidas medidas que reduzem as deformações lentas do concreto. Com esse objetivo impedem a protensão, por exemplo, após poucos dias de concretagem, mínimo de sete, exigindo também, o emprego de concreto de boa qualidade.

Como conseqüência da deformação lenta do concreto a força de protensão aplicada pelas armaduras é variável ao longo do tempo entre um valor máximo inicial, obtido logo após a protensão e um valor mínimo, chamado valor estabilizado, ao qual tende a força de protensão com o passar do tempo.

No concreto armado convencional, a armadura é solicitada pela flexão, compondo o binário material resistente, o qual traciona a armadura e obriga o seu alongamento. Ao se alongar o concreto fissura. Em concreto protendido, utilizam-se aços de alta resistência, capazes de atingir tensões elevadas de trabalho sem depender de alongamentos exagerados do concreto.

Na seção protendida, o mecanismo concebido não é o binário, mas de solicitações de alívio. Nesse caso, o que se equilibra são as solicitações externas, gerando um mecanismo onde todos os pontos da peça solicitada estão em estado de tensão uniforme, desenvolvendo um campo energético extraordinário, que

corrigido o estado de deformação pela protensão, sobrar a deformação do concreto, que é bastante reduzida e também corrigida.

1.1.5.2) Aços utilizados para protensão

Como explicado anteriormente, para produzir força de protensão são adequados somente os aços de alta resistência, porque apenas estes se submetem a elevadas deformações elásticas impostas pela protensão e em relação as quais as perdas de alongamento provocadas pelas deformações lentas do concreto representam apenas uma pequena parcela.

1.1.5.3) Formas empregadas

Os aços de alta resistência, também chamados aços duros, são empregados como armaduras de protensão nas seguintes formas (Apostila Tibana/1986) :

- ✓ **Barras** – elementos que são normalmente circulares, com diâmetros de 12mm a 36mm, fornecidos em peças retilíneas de no máximo 24 m de extensão com resistências de 8,5 t/cm² a 13,5 t/cm².
- ✓ **Fios** – elementos com diâmetros menores de 12mm, fornecidos em rolos de diâmetro da ordem de 100 vezes o do fio acondicionado com resistências de 14,0 t/cm² a 19,0 t/cm². Os fios transportados em rolo são auto-desenroláveis assumindo forma retilínea adequada ao uso como armadura de protensão.
- ✓ **Cordoalhas** – grupamentos de 2 ou 3 fios de mesmo diâmetro dispostos em hélice de maneira estável por uma operação executada em fábrica ou grupamentos de 7 fios formado por uma capa de seis fios iguais enrolados em hélice em torno de um fio central que tem diâmetro ligeiramente superior. As cordoalhas de 2 ou 3 fios são empregadas com freqüência nos concretos em que a armadura é pré-tracionada.

- ✓ **Cabos** – são agrupamentos em paralelo que comumente se realizam com fios ou cordoalhas para constituir unidades de protensão mais possantes.

1.1.5.4) Valores característicos para o aço

A qualidade de um aço é caracterizada basicamente por sua resistência a tração (f_{pt}) e seu comportamento a relaxação, normal (RN) ou baixa (RB), que retrata o tratamento térmico que lhe foi aplicado após a trefilação: alívio de tensões ou estabilização.

Os limites elásticos convencionais para deformações remanescente de 0,2% ($f_{p0,2}$) ou de 0,1% ($f_{p0,1}$) e o limite de proporcionalidade (f_{p0}) são grandezas que complementam a caracterização de um aço destinado a protensão e que variam também, com o tratamento térmico empregado na sua produção.

Ocorre que apesar dos controles a que são submetidas a diversas etapas da elaboração de um produto siderúrgico suas propriedades variam de uma para outra amostra. Por isto, nos cálculos estruturais utilizam-se valores característicos (f_{ptk} , $f_{p0,2k}$, f_{p0k}) para as propriedades do aço especificado pelo projeto. Estes valores característicos podem ser estabelecidos estatisticamente correspondendo a um quantil de 5% de suas distribuições admitidas normais. Com freqüência os valores característicos correspondentes a propriedades, de um aço são admitidas iguais aos valores limites garantidos pelo fabricante que fornece valores mínimos para as resistências e tensões limites e valores máximos para as perdas por relaxação (Apostila Tibana/1982).

1.1.6) Sistemas de aplicação da protensão

Os diferentes tipos de concreto protendido que se tem desenvolvido são classificados abaixo segundo características de execução ou funcionamento.

Os cabos de aço, também denominados armaduras de protensão, podem ser *pré-tracionados* ou *pós-tracionados*.

1.1.6.1) Sistemas com armaduras pré-tracionadas

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa (protensão com aderência inicial) é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem realiza-se só por aderência (NBR 6118/2003).

São geralmente utilizados em fábricas, onde a concretagem se faz em instalações fixas, denominados leitos de protensão. Os leitos são alongados, permitindo a produção simultânea de diversas peças.

1.1.6.2) Sistemas com armaduras pós-tracionadas

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa (protensão com aderência posterior) é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto de modo permanente, através da injeção de nata de cimento nas bainhas (NBR 6118/2003).

O sistema com armaduras pós-tracionadas são mais utilizados quando a protensão é realizada na obra.

Estes sistemas podem apresentar uma grande variedade, dependendo dos tipos de cabos, percursos dos mesmos na viga, tipos e posicionamentos das ancoragens etc.

1.1.6.2.1) Classificação dos sistemas de armaduras pós-tracionados

- ✓ Quanto à posição entre o centro de gravidade da seção e a do cabo resultante, temos protensão *centrada e excêntrica*.

O concreto protendido centrado é aquele em que a força de protensão atua no centro de gravidade da seção. Quando falamos de força de protensão estamos nos referindo a resultante das forças parciais exercidas por cada cordoalha (ou cabo).

Já a protensão excêntrica ocorre quando a força de protensão não atua no centro de gravidade da seção e sim quando essa força possui uma certa excentricidade.

- ✓ Quanto à posição relativa entre os cabos e a peça de concreto, podem ser distinguidas duas categorias: cabos *internos* e cabos *externos* à viga.

Os cabos internos podem apresentar uma trajetória qualquer, sendo geralmente projetados com uma seqüência de trechos curvilíneos e retilíneos. Os cabos externos são geralmente retilíneos ou poligonais; neste último caso, os desvios do cabo são feitos em selas de apoio, colocados lateralmente à viga.

- ✓ Quanto à ligação entre as armaduras protendidas e o concreto, existem duas categorias de cabos: cabos *aderentes* e cabos *não-aderentes*.

Os cabos aderentes possuem suas extremidades ancoradas no concreto e o próprio cabo incorporado à viga, com aderência. E além de aplicarem ao concreto o esforço de protensão, podem ainda funcionar como armadura de concreto armado convencional, graças à aderência entre o cabo e o concreto. Essa propriedade é de grande importância no comportamento da viga, entre os estágios de fissuração e de ruptura.

Já os cabos não aderentes têm suas extremidades ancoradas no concreto, porém não se acham incorporadas à viga, não havendo aderência entre os cabos e o concreto. Funcionam apenas como instrumentos de aplicação do esforço de protensão. Não podendo atuar como armadura de concreto armado, por ausência ou deficiência da ligação entre a viga e os cabos, sua contribuição para a resistência da peça é limitada.

Nos primeiros estágios de carregamento de uma viga protendida, os cabos aderentes e não aderentes apresentam um efeito análogo, pois a viga de concreto, ainda totalmente comprimida, trabalha como um corpo homogêneo auxiliado por uma força externa aplicada (Apostila Tibana/1986).

Aumentando-se o carregamento transversal atuante, até valores que produzam abertura de fissuras no concreto, os dois tipos de armaduras funcionam de modo bem diverso.

Ao se abrir uma fissura, os cabos aderentes sofrem grande alongação no entorno da fissura, aumentando em decorrência a tensão dos mesmos: é o comportamento característico das armaduras de concreto armado. Nos cabos não aderentes, o valor absoluto de abertura de uma fissura se dilui num comprimento muito grande do cabo, produzindo uma alongação unitária pequena, e em consequência um pequeno acréscimo de tensão no cabo.

O aspecto das vigas fissuradas varia muito, conforme a aderência da armadura. Com cabos não aderentes, obtém-se um pequeno número de fissuras com grande abertura. Os cabos aderentes, da mesma forma que as armaduras de concreto armado, limitam a abertura das fissuras, conduzindo a um grande número de fissuras de pequena abertura. As vigas com fissuras de pequena abertura são preferíveis, pois oferecem melhor proteção contra corrosão das armaduras, além de melhor aspecto estético.

Aumentando-se as cargas transversais atuantes até a ruptura da seção, os cabos aderentes, sendo obrigados a acompanhar a alongação do concreto, sofrem grande aumento de tensão na seção considerada, contribuindo assim com eficiência para o momento resistente. Nos cabos não aderentes, o aumento de tensão dependerá do alongamento unitário do cabo, que é igual à soma dos alongamentos do concreto dividida pelo comprimento total do cabo; obtêm-se valores moderados de acréscimo de tensão, resultando uma contribuição menos eficiente para o momento resistente.

Face à grande importância da aderência entre o cabo e o concreto, todos os sistemas construtivos modernos de vigas utilizam cabos aderentes.

O emprego de cabos não aderentes fica limitado a situações em que a fissuração e a ruptura tenham importância secundária, ou então quando se deseja poder substituir ou reprotender os cabos.

- ✓ Quanto à própria constituição, os cabos podem ser divididos em duas categorias: cabos *isolados* ou *independentes* e cabos *concentrados*.

Para cabos isolados ou independentes, adotam-se cabos padronizados, de certa capacidade, utilizando-se tantos cabos quantos necessários para atingir o esforço desejado.

Já para cabos concentrados, a protensão da peça é feita com um único cabo, colocando-se no mesmo tantos fios de aço quanto necessários.

A primeira categoria constitui hoje praticamente a totalidade dos sistemas de armaduras pós-tracionadas, uma vez que se presta mais à industrialização.

- ✓ Quanto ao grau de protensão: estado limite de *descompressão*, de *descompressão parcial* e de *compressão excessiva* (NBR 6118/2003);

Estado limite de descompressão (ELS-D) é o estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção.

Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP) é o estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância pré-estabelecida da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão.

Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE) é o estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido.

2) Laje maciça de concreto armado

2.1) INTRODUÇÃO

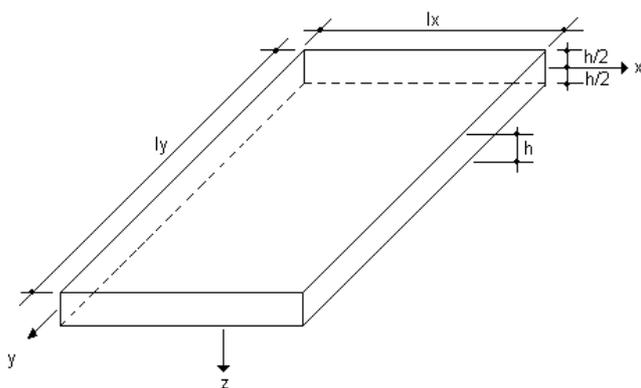
Lajes são elementos estruturais bidimensionais planos com cargas preponderantemente normais ao seu plano médio. Considerando uma estrutura convencional, as lajes transmitem as cargas do piso às vigas, que as transmitem, por sua vez, aos pilares, através dos quais as cargas são transmitidas às fundações, e daí para o solo.

O comportamento estrutural primário das lajes é o de placa, que por definição, é uma estrutura de superfície caracterizada por uma superfície média e uma espessura, com esforços externos aplicados perpendicularmente à superfície média.

A espessura da laje foi definida através do item 13.2.4.1) Lajes maciças (NBR 6118/2003). Nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

- a) 5,0 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 7,0 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- c) 10,0 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- d) 12,0 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN.
- e) 15,0 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, $L/42$ para lajes de piso biapoiadas e $L/50$ para lajes de piso contínuas;
- f) 16,0 cm para lajes lisas e 14,0 cm para lajes-cogumelo.

Para a laje em questão foi adotado o valor de 16,0 cm considerando apenas laje lisa. Na fig. 2.1 estão relacionadas dimensões necessárias ao dimensionamento.



$$l_x = 5,0 \text{ m}$$

$$l_y = 26,0 \text{ m}$$

$$h = 16 \text{ cm}$$

Fig. 2.1 – Esquema de cálculo da laje e suas dimensões.

2.2) CLASSIFICAÇÃO

As lajes podem ser armadas em uma ou duas direções. As lajes que trabalham em uma direção são aquelas que, devido as suas condições de contorno (apoios), levam a ter esforços de flexão numa só direção e quando existem lajes que por condições de contorno podem apresentar esforços nas duas direções, mas, devido a relação entre o vão maior e menor, levam a predominar os esforços numa só direção (na direção do vão menor). Essas lajes podem ser calculadas como vigas de largura unitária.

Já as lajes armadas em duas direções, podem ser analisadas utilizando o modelo elástico-linear, com elementos de placa, utilizando o coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$ para o material elástico linear.

Dentro desta sistemática, inicialmente as lajes são calculadas isoladamente, observando-se as condições de apoio, de bordo engastado ou de charneira, conforme haja continuidade ou não entre elas. Posteriormente é feita a compatibilização entre os momentos de bordo de lajes contíguas. Os valores dos momentos fletores máximos no vão e de engastamento para as formas e condições de apoio mais comuns encontram-se tabelados, existindo tabelas publicadas por diversos autores (Kalmanock, Barès, Czèrny, Timoshenko).

A diferenciação entre as lajes armadas em uma e duas direções é realizada comparando-se a relação entre os vãos (fig.2.1) da laje. Desta forma, temos:

- ✓ Lajes armadas em cruz $\frac{l_y}{l_x} \leq 2$ e

- ✓ Lajes armadas numa só direção, quando $\frac{l_y}{l_x} > 2$.

Lembremos que nas lajes armadas em uma direção sempre existe uma armadura perpendicular a principal, de distribuição, retração e temperatura.

$$\text{Logo } \frac{l_y}{l_x} = \frac{26,0m}{5,0m} = 5,2 > 2, \text{ portanto a laje trabalha e uma só direção } (l_x).$$

De acordo com as condições de contorno temos que: a laje é engastada nas vigas protendidas e apoiadas nos vigas de bordo, logo se observássemos somente as condições de contorno, esta laje poderia trabalhar em duas direções.

2.3) CARREGAMENTOS ATUANTES

As cargas verticais que atuam sobre as lajes são consideradas geralmente uniformes, algumas o são de fato, outras, como o caso de paredes apoiadas em lajes armadas em duas direções, são transformadas em cargas uniformes utilizando hipóteses simplificadas.

Referimo-nos sempre às lajes de edifícios residenciais e comerciais; no caso de lajes de pontes, por exemplo, o cálculo deve ser mais preciso. As principais cargas a se considerar são:

- a) Peso próprio da laje;
- b) Peso de eventual enchimento;
- c) Revestimento;
- d) Paredes sobre lajes;
- e) Carregamentos acidentais.

Sendo $\gamma_c = 25,0 \text{ kN/m}^3$ (o peso específico do concreto), os carregamentos considerados foram:

$$\text{a) Peso próprio da laje: } q_{pi} = h \cdot \gamma_c = 0,16m \cdot 25,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 4,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{b) Peso de eventual enchimento (impermeabilização): } q_s = 1,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Combinando o efeito dos dois carregamentos temos:

$$\checkmark \quad q_{sk} = q_{pl} + q_s = 4,0 + 1,0 = 5,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Aplicando os conceitos de estado limite último (ELU), majoramos o valor deste carregamento multiplicando-o por $\gamma_q = 1,4$ (variável relacionada ao carregamento permanente). Além disso minoramos o valor da resistência do aço dividindo-o por $\gamma_y = 1,15$ e do concreto por $\gamma_c = 1,4$.

$$\checkmark \quad q_{sd} = \gamma_q \cdot q_{sk} = 1,4 \times 5,0 = 7,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\checkmark \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{40}{1,4} = 28,27 \text{ MPa}$$

$$\checkmark \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_y} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

Com estes dados calculamos os valores dos momentos positivos e negativos através do programa SALT – UFRJ. E obtemos o diagrama da fig 7.2, fornecido pelo respectivo programa.

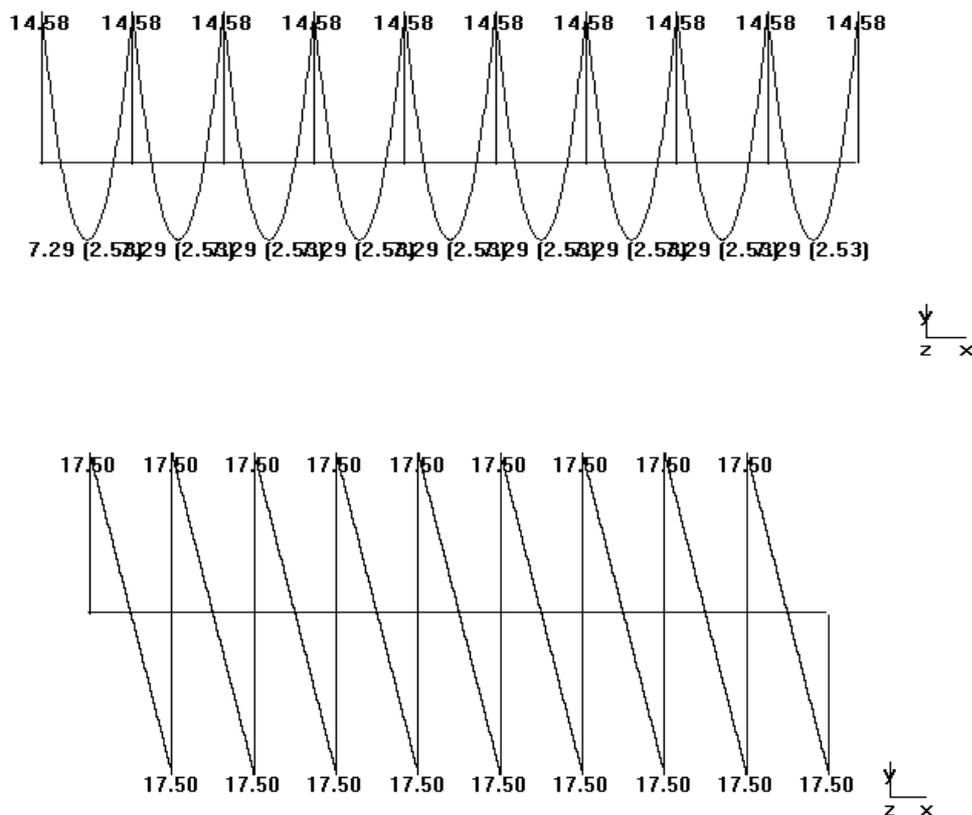


Fig. 2.2 – Diagramas de momento fletor e esforço cortante das lajes (SALT – UFRJ).

2.4) ALTURA ÚTIL (d)

A armadura de flexão será distribuída na largura de 100 cm. Em geral, para lajes que trabalham em duas direções, tem-se nos vãos, num mesmo ponto, dois momentos fletores (m_x e m_y , positivos) perpendicularmente entre si.

Desta forma, a cada um desses momentos corresponde a uma altura útil; d_x para o momento fletor m_x e d_y para o momento fletor m_y . Normalmente, m_x é maior do que m_y ; por isso, costuma-se adotar $d_x > d_y$. A armadura correspondente ao momento fletor m_y (A_{sy}) é colocada sobre a armadura correspondente ao momento fletor m_x .

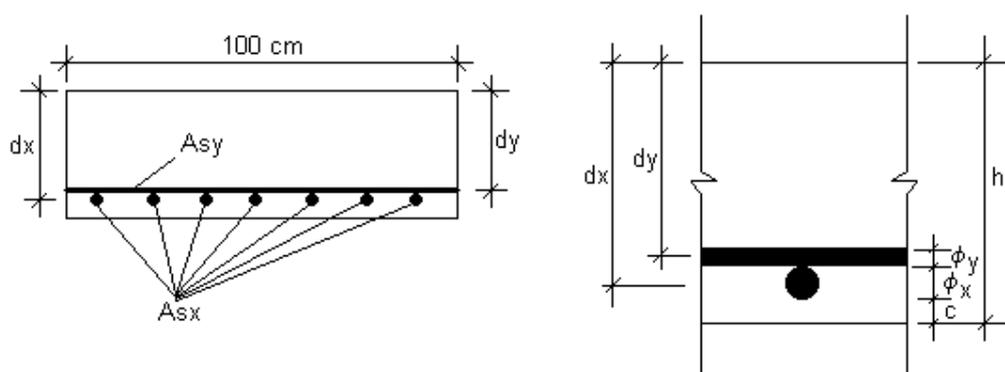


Fig. 2.3 – Altura útil.

Recomenda-se, ainda, que seja tomada como altura útil da laje a distancia entre a borda comprimida superior e o centro das barras da camada superior da armadura positiva, pois isso acarreta um valor menor para a mesma (altura útil menor resulta em área de aço maior), e a camada junto a face inferior da laje estará como uma área pouco maior que a necessária; isso garante o posicionamento correto das barras, pois na obra não é possível garantir se a armadura de cada direção será colocada na camada, respeitando o cálculo. Conforme a fig.2.3 tem-se:

$$\checkmark \quad d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2}$$

$$\checkmark \quad d_y = h - c - \phi_x - \frac{\phi_x}{2}$$

Mesmo que a laje em questão trabalhe em apenas uma direção, é necessário que a mesma tenha uma armadura chamada secundária que combate a

dilatação, retração e variação de temperatura (DRT) que será determinada segundo o norma (NBR-6118/2003).

Para a escolha correta da bitola foi preciso lembrar algumas prescrições normativas. Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$, e com uma agressividade considerada fraca, ser em concreto armado, seu cobrimento será de 20 mm ou 2,0 cm (NBR-6118/2003). Logo:

$$\checkmark \quad \phi_{bitola} \leq \frac{h}{8} \leq \frac{16cm}{8} = 2,0cm = 20mm$$

Foi adotado um valor de $\phi_{bitola} = 0,635 \text{ cm} = \frac{1}{4}''$, a critério da projetista. Assim podemos substituir os valores e encontrar a altura útil que será a média aritmética entre d_x e d_y .

$$\checkmark \quad d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} = 16,0 - 2,0 - \frac{0,635}{2} = 13,6825cm$$

$$\checkmark \quad d_y = h - c - \phi_x - \frac{\phi_x}{2} = 16,0 - 2,0 - 0,635 - \frac{0,635}{2} = 13,0475cm$$

$$\checkmark \quad d_m = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{13,6825 + 13,0475}{2} = 13,365cm$$

Assim a altura útil a ser considerada nos cálculos será de 13,365 cm.

2.5) CÁLCULO DAS ARMADURAS

Tem-se uma seção retangular de largura unitária (normalmente $b_w = 1,0 \text{ m} = 100 \text{ cm}$) e altura h , sujeita a momento fletor (m_x ou m_y) em valor característico. A altura útil (d) é igual d_x para o momento fletor m_x e d_y para o momento fletor m_y . O momento fletor de cálculo é dado por: $M_d = \gamma_f \cdot M_k$

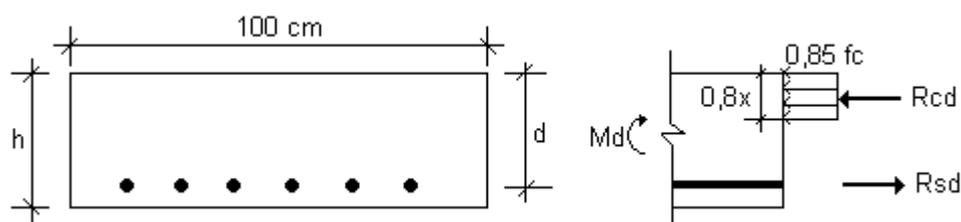


Fig. 2.4 – Armadura de flexão.

Nas lajes, normalmente, a flexão conduz a um dimensionamento como peça sub-armada com armadura simples (domínio 2 e 3) com $x \leq x_{34}$ (ruptura balanceada), assim, conforme a fig. 2.4, a equação de equilíbrio conduz a:

$$M_d = 0,68.b.x.f_{cd}(d - 0,4x)$$

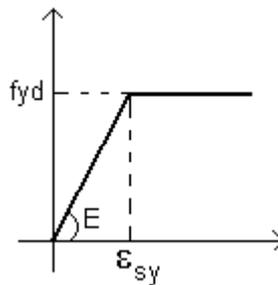
Resultando, para a altura da zona comprimida o valor de:

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,42bd^2 f_{cd}}} \right] \text{ sendo } (x \leq x_{34})$$

E a armadura:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}, \text{ onde } A_s = A_{sx} \text{ para } m = m_x \text{ e } A_s = A_{sy} \text{ para } m = m_y.$$

Calcula-se assim o valor de x_{34} :



$$\varepsilon = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{435 \text{ MPa}}{2,1 \times 10^5 \text{ MPa}} = 0,0021$$

$$x_{34} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 0,35\text{‰}$$

$$d \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 0,35\text{‰} + \varepsilon_{sy}$$

$$x_{34} = d \left(\frac{0,0035}{0,0035 + 0,0021} \right) = 8,43 \text{ cm}$$

Calcula-se o valor de x_+ para o momento positivo de 7,29 MPa:

$$\checkmark \quad x_+ = 1,25 \cdot 0,13365 \cdot \left[1 - \left(1 - \sqrt{\frac{7,29}{0,45 \cdot (0,13365)^2 \cdot 28,57 \times 10^3}} \right) \right] = 0,00283m = 0,283cm$$

E o valor de x_- para o momento negativo igual a 14,58 MPa:

$$\checkmark \quad x_- = 1,25 \cdot 0,13365 \cdot \left[1 - \left(1 - \sqrt{\frac{14,58}{0,45 \cdot (0,13365)^2 \cdot 28,57 \times 10^3}} \right) \right] = 0,00577m = 0,577cm$$

Como os valores de x_+ e x_- encontrados foram muito pequenos em relação à altura da viga, buscamos então a redistribuição dos momentos fletores.

2.5.1) Redistribuição dos momentos fletores

2.5.1.1) Restrições para a redistribuição

As redistribuições de momentos fletores e de torção em pilares, elementos lineares com preponderância de compressão e consolos, só podem ser adotadas quando forem decorrentes de redistribuições de momentos de vigas que a eles se liguem (NBR 6118/2003).

Quando forem utilizados procedimentos aproximados, apenas uma pequena redistribuição é permitida em estruturas de nós móveis que está discriminada no item a seguir.

2.5.1.2) Limites para redistribuição de momentos e condições de ductilidade

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no Estado Limite Último. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade.

Para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, mesmo quando não forem feitas

redistribuições de esforços solicitantes, a posição da linha neutra no Estado Limite Último deve obedecer aos seguintes limites (NBR 6118/2003):

- a) $x/d \leq 0,50$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa; ou
- b) $x/d \leq 0,40$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa.

Esses limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como por exemplo, os que produzem confinamento nessas regiões.

Quando for efetuada uma redistribuição, reduzindo-se um momento fletor M para δM , em uma determinada seção transversal, a relação entre o coeficiente de redistribuição δ e a posição da linha neutra nessa seção x/d , para o momento reduzido δM , deve ser dada por (NBR 6118/2003):

- c) $\delta \geq 0,44 + 1,25 x/d$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa; ou
- d) $\delta \geq 0,56 + 1,25 x/d$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa.

O coeficiente de redistribuição deve, ainda obedecer aos seguintes limites:

- e) $\delta \geq 0,90$ para estruturas de nós móveis;
- f) $\delta \geq 0,75$ em qualquer outro caso.

Pode ser adotada redistribuição fora dos limites estabelecidos na norma, desde que a estrutura seja calculada mediante o emprego de análise não-linear ou de análise plástica, com verificação explícita da capacidade de rotação de rótulas plásticas.

Assim calcula-se para esta estrutura que possui um $f_{ck} = 40$ MPa:

$$\checkmark \frac{x}{d} = \frac{0,283cm}{13,365cm} = 0,02117 < 0,40 \text{ , logo atende a condição (a).}$$

Atendendo a condição (a) podemos redistribuir os momentos, calculando o valor de δ . Fixando este valor em 0,75 de acordo com a condição (f) buscamos uma otimização da posição da linha neutra, encontrando um valor de x' através da

condição (d) que além de atender a todas as condições estabelecidas é o melhor valor a ser adotado.

Para o momento positivo e negativo calcula-se um novo valor otimizado para a posição da linha neutra (x'):

$$\checkmark \quad \delta \geq 0,56 + 1,25 \frac{x'}{d} \Rightarrow 0,75 = 0,56 + 1,25 \frac{x'}{13,365cm} \Rightarrow x' = 2,031cm$$

O valor de x' também atende a todas as condições necessárias a redistribuição.

Valores de momentos redistribuídos:

$$\checkmark \quad M^+_{red} = \delta \cdot M^+_{sd} = 1,25 \cdot 7,29 = 9,1125KN.m \quad , \text{ momento positivo redistribuído.}$$

$$\checkmark \quad M^-_{red} = \delta \cdot M^-_{sd} = 0,75 \cdot 14,58 = 10,94KN.m \quad , \text{ momento negativo redistribuído.}$$

2.5.2) Cálculo da Armadura Positiva

De acordo com a expressão definida anteriormente no item 5.5 calculamos a armadura positiva:

$$\checkmark \quad A_s = \frac{M^+_{red}}{f_{yd} (d - 0,4x')} = \frac{9,1125}{435 \times 10^3 (0,13365 - 0,4 \cdot 0,0231)} = 0,00016838m^2 = 1,684cm^2$$

2.5.3) Cálculo da Armadura Negativa

Calculamos a armadura negativa considerando o momento redistribuído, assim:

$$\checkmark \quad A_s = \frac{M^-_{red}}{f_{yd} (d - 0,4x')} = \frac{10,935}{435 \times 10^3 (0,13365 - 0,4 \cdot 0,0231)} = 0,0002003m^2 = 2,003cm^2$$

2.5.4) Armaduras longitudinais máximas e mínimas

A ruptura frágil das seções transversais, quando da formação da primeira fissura, deve ser evitada considerando-se, para o cálculo das armaduras, um momento mínimo dado pelo valor correspondente ao que produziria a ruptura da

seção de concreto simples, supondo que a resistência à tração do concreto seja dada por $f_{ctk,sup,}$, devendo também obedecer às condições relativas ao controle da abertura de fissuras.

A especificação de valores máximos para as armaduras decorre da necessidade de se assegurar condições de ductilidade e de se respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem às prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto.

Como as lajes são armadas nas duas direções têm-se outros mecanismos resistentes possíveis e os valores mínimos das armaduras positivas são reduzidos em relação aos dados para elementos estruturais lineares.

2.5.4.1) Armaduras mínimas

Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura positiva, dados na tabela 19.1 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes, da NBR-6118/2003, onde $\rho_s = A_s/b_w$. Essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas.

Entrando na tabela 19.1 observamos que para uma armadura positiva (principal) de laje armada em uma direção e por ser um elemento estrutural sem armaduras ativas podemos afirmar que:

$$\rho_s \geq \rho_{smin}$$

Sendo ρ_s a taxa de aço calculada e ρ_{smin} a taxa de aço mínima para a estrutura.

A taxa de aço mínima é encontrada na tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas, da norma. Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{mim} deve ser recalculado com base no valor de ω_{mim} dado, onde leva em consideração o f_{ck} do concreto e a forma da seção. Como o $f_{ck} = 40$ MPa e a seção é do tipo retangular podemos afirmar que:

$$\rho_{smin} = 0,23\%.$$

Taxa mínima para a armadura positiva:

$$\checkmark \rho_{smin} = \frac{A_s^+ min}{b_w \cdot d} = 0,0023 \Rightarrow A_s^+ min = (100 \cdot 13,365) \cdot 0,0023 \Rightarrow A_s^+ min = 3,074 cm^2$$

Taxa mínima para a armadura negativa:

$$\checkmark \rho_{smin} = \frac{A_s^- min}{b_w \cdot d} = 0,0023 \Rightarrow A_s^- min = (100 \cdot 13,365) \cdot 0,0023 \Rightarrow A_s^- min = 3,074 cm^2$$

O valor das armaduras de aço devem respeitar estes valores mínimos, ou seja, se menor adotar o mínimo. Neste caso tanto o valor da armadura positiva quanto o da armadura negativa deverão ser o valor mínimo.

2.6) DETERMINAÇÃO DO ESPAÇAMENTO

O valor do espaçamento é calculado através de uma simples regra de três, que leva em consideração o valor de $b_w = 100 cm$, a área do diâmetro (ϕ) adotado, nesse caso de 6,3 mm e a área de aço calculada.

Como foi adotado o valor mínimo para as armaduras positivas e negativas calcula-se o espaçamento (S) para ambos os casos como:

$$\begin{array}{ccc} 100 \text{ cm} & \text{_____} & A_{s \text{ min}} \\ S & \text{_____} & A \phi_{\text{ bitola}} \end{array}$$

Assim:

$$\checkmark S = \frac{A \phi_{\text{ bitola}} \cdot 100}{A_{smin}} = \frac{\pi(0,63)^2 \cdot 100}{4 \cdot 3,074} = 10,14 cm, \text{ considerar } 10 \text{ cm.}$$

Segundo a norma (NBR 6118/2003), as barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a 2h ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos momentos fletores.

Assim dentre os valores (valor calculado e condições da norma) o espaçamento entre as barras de flexão positiva e negativa será de: $S_{m\acute{a}x} = 10 \text{ cm}$.

2.7) ARMADURA SECUNDÁRIA (DRT)

A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm. A emenda dessas barras deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras de armadura principal (NBR 6118/2003).

$$\checkmark A_s \text{ sec} \geq 0,2 \cdot A_s^+ \text{ mín} \Rightarrow A_s \text{ sec} = 0,2 \times 3,074 = 0,6148 \text{ cm}^2$$

$$\checkmark S = \frac{A \phi_{bitola} \cdot 100}{A_s \text{ sec}} = \frac{\pi(0,63)^2 \cdot 100}{4 \cdot 0,6148} = 50,70 \text{ cm}$$

Além disso, para armadura secundária de lajes armadas em uma direção, a tabela 19.1 da norma afirma que, $A_s/S \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$.

$$\checkmark A_s \text{ sec} = 0,9 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\checkmark S = \frac{A \phi_{bitola} \cdot 100}{A_s \text{ sec}} = \frac{\pi(0,63)^2 \cdot 100}{4 \cdot 0,9} = 34,64 \text{ cm}$$

E ainda, sendo:

$$\checkmark \rho_{\text{sec}} \geq 0,5 \rho_{\text{min}} \Rightarrow \rho_{\text{sec}} = 0,115\%$$

$$\text{logo: } \rho_{\text{sec}} = \frac{A_s \text{ sec}_{\text{min}}}{b_w \cdot d} = 0,115\% \Rightarrow A_s \text{ sec}_{\text{min}} = (100 \cdot 13,365) \cdot 0,115 = 153,70 \text{ cm}^2$$

O valor adotado foi o do espaçamento de 33 cm, que será responsável pelo maior valor dentre os calculados da armadura secundária ou DTR.

A armadura positiva é estendida à favor da segurança até os apoios penetrando no mínimo 10ϕ ou 6 cm.

A armadura negativa deve cobrir o diagrama de momento negativo, pode usar-se uma extensão de $l_x/4$ para cada lado, e para vão diferentes l_x é o maior.

3) Dimensionamento à flexão simples

3.1) INTRODUÇÃO

O dimensionamento de uma viga isostática de seção constante e com armaduras de seção uniforme ao longo dessa viga consiste em determinar suas dimensões, a força de protensão e sua excentricidade na seção crítica, ou seja, de momento máximo.

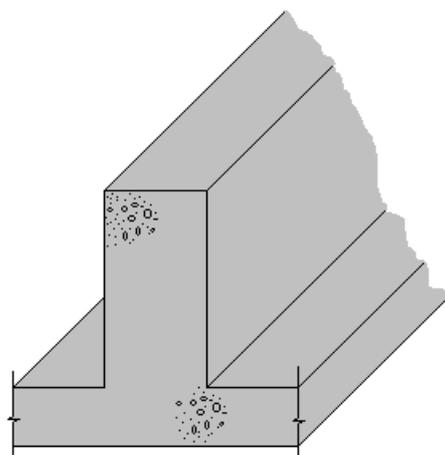


Fig. 3.1 – Perspectiva da viga a ser protendida.

A princípio as vigas teriam uma seção retangular, que a critério da arquitetura sua dimensão b_w seria igual a 30cm. Mas as lajes encontram-se engastadas nestas vigas, portanto, quando aplicada a protensão, uma parte da laje ao seu redor também sofreria seus efeitos. Assim as vigas passarão a ter seção T que deverá ser invertida, para que não aparecessem quando observadas por dentro da concessionária.

A fig. 3.2 mostra a seção transversal das vigas e as características necessárias ao seu dimensionamento. Será utilizada para isso terias de Medina/1982.

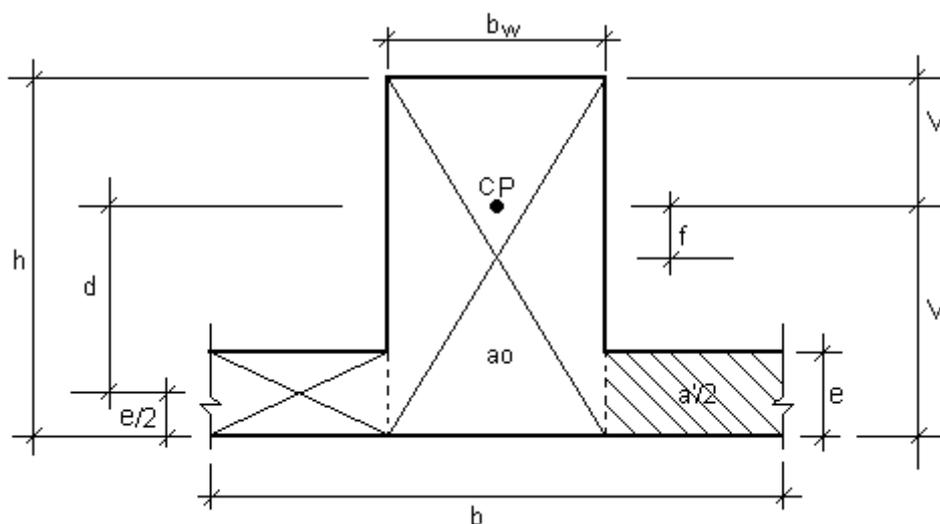


Fig. 3.2 – Seção transversal da viga, onde CP é o centro de pressão da sessão.

3.2) HIPÓTESE DE CARGAS

Devido às perdas, a força de protensão P_i , aplicada às armaduras, diminui durante e depois de sua aplicação, atuando a força inicial P_i imediatamente depois da cravação das cunhas e, posteriormente, a força permanente P . Portanto seria necessário, para a verificação da estabilidade, considerar os seguintes estados de carga:

- a) Viga em estado de vazio submetida à força de protensão P_i ;
- b) Viga em estado de carregamento submetida à força de protensão P_i ;
- c) Viga em estado de vazio submetida à força de protensão P ;
- d) Viga em estado de carregamento submetida à força de protensão P .

É prático dimensionar a seção para os casos (c) e (d), isto é, considerando que não haverá perda da força. Posteriormente, se determinará a força de protensão nos macacos P_0 e a inicial P_i , usada para revisar o caso (a), na qual pode-se admitir temporariamente tensões limites de compressão maiores que as permanentes ou futuras.

No que diz respeito ao caso (b), é impossível que a viga seja colocada em carga imediatamente depois da protensão. Em geral, a viga é posta em serviço depois de transcorrido certo tempo, durante o qual já ocorreram parte importante das perdas. De todas as maneiras, em casos específicos, este estado poderia verificar-se.

Deveria ser levado em conta, por outra parte, que ao revisar o caso (a), a seção estaria debilitada pelos orifícios por onde passam os cabos, e em (d) estes orifícios estariam injetados e em consequência disto a seção estaria reforçada pelos cabos. No entanto, se considerará no que segue a seção bruta do concreto, supondo que estas correções são pequenas e seu efeito no estado de carga é favorável.

Para esse dimensionamento é necessária uma análise rigorosa das tensões admissíveis limites para o concreto e para o aço.

3.3) TENSÕES NORMAIS ADMISSÍVEIS EM CONCRETO PROTENDIDO

Os valores das tensões (σ_1, σ'_1) e (σ_2, σ'_2) correspondentes ao estados 1 (estado de vazio, onde atuam somente cargas permanentes) e ao estado 2 (estado de carregamento) não deverão ultrapassar os valores admissíveis para o concreto e o aço. Serão conhecidas por R e R' as tensões admissíveis máximas e mínimas, respectivamente, juntamente com os sub-índices 1 e 2 que representam, como dito anteriormente, os estados de vazio e de carregamento.

As tensões de protensão deverão cumprir as desigualdades seguintes:

Estado 1: a) $\sigma_1 \geq R'_1$ b) $\sigma'_1 \leq R_1$	Estado 2: c) $\sigma_2 \leq R_2$ d) $\sigma'_2 \geq R'_2$
---	---

Para um melhor entendimento desses estados de carregamento é ilustrada a fig. 3.3, indicando os valores de tensões e seus respectivos diagramas, nos dois estados de carregamento. Convencionou-se nos diagramas o sinal positivo para compressão e o sinal negativo para tração.

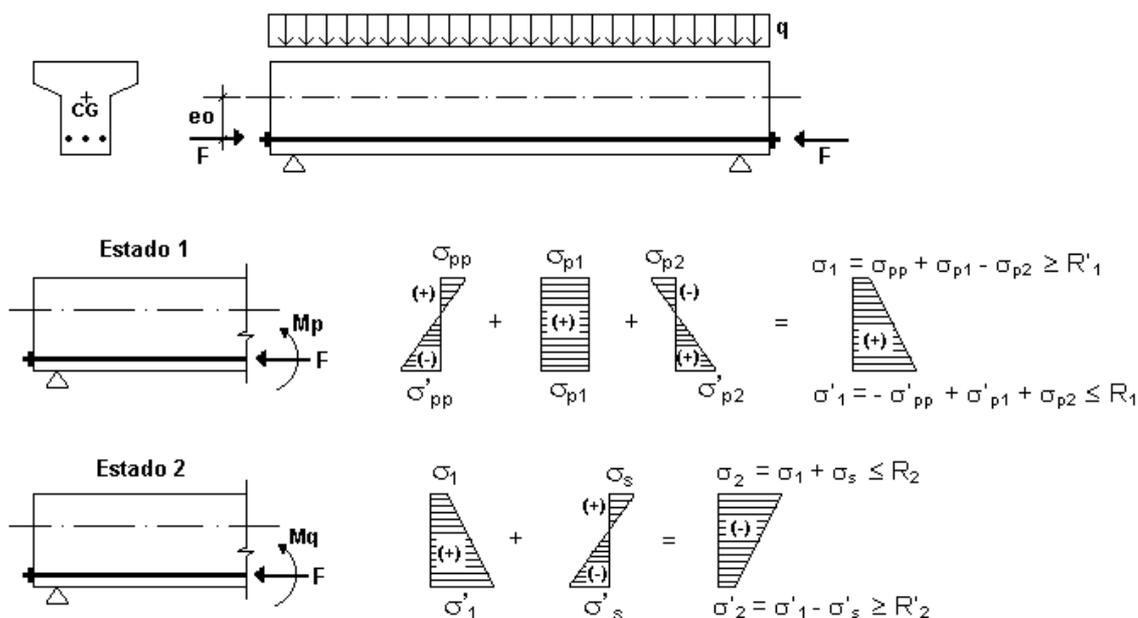


Fig. 3.3 – Estados tensionais.

Onde:

- ✓ σ_{pp} e σ'_{pp} são as tensões de compressão e de tração, respectivamente, devidas ao peso próprio da estrutura; nesse caso o peso da viga mais o peso da laje. São dadas por:

$$\sigma_{pp} = \frac{M_{pp}}{w} \quad \text{e} \quad \sigma'_{pp} = \frac{M_{pp}}{w'}$$

- ✓ σ_{p1} é a tensão devido a força de protensão aplicada, onde A_c é igual a área da seção transversal de concreto, σ_{p1} é calculada por:

$$\sigma_{p1} = \frac{P}{A_c}$$

- ✓ σ_{p2} e σ'_{p2} são as tensões de compressão e tração, respectivamente, devidas ao momento provocado pela força de protensão, dadas por:

$$\sigma_{p2} = \frac{P \cdot e_0}{w} \quad \text{e} \quad \sigma'_{p2} = \frac{P \cdot e_0}{w'}$$

- ✓ σ_s e σ'_s são tensões de sobrecarga da estrutura, no caso deste dimensionamento, de impermeabilização:

$$\sigma_s = \frac{M_s}{w} \quad \text{e} \quad \sigma'_s = \frac{M_s}{w'}$$

Estas equações permitem calcular dos módulos de resistência w e w' , a força de protensão e sua excentricidade.

3.3.1) Tensões de compressão no concreto em serviço

Como já se sabe, as tensões de compressão no concreto, não podem ultrapassar determinados valores admissíveis $\sigma_{c \text{ adm}}$. O objetivo de tal limitação é, evidentemente, impedir a ruptura por compressão do concreto, ou deformações exageradas.

As tensões admissíveis são calculadas em função da resistência característica f_{ck} (Pfeil/1980).

- a) Imediatamente após a aplicação da protensão ao concreto, com a consideração da parcela então atuante do peso próprio, e antes da atuação das cargas de acidentais:

$$\sigma_{cadm} = \frac{2}{3} f_{ck} = R_1$$

- b) Combinação mais desfavorável das cargas totais (permanentes e de serviço):

$$\sigma_{cadm} = \frac{1}{2} f_{ck} = R_2$$

As tensões referidas neste item são calculadas, em seção suposta homogênea, com as fórmulas da Resistência dos Materiais. Trata-se, pois, de tensões convencionais, uma vez que o concreto não é um material elástico.

Como o concreto utilizado possui uma resistência característica de 40 MPa (f_{ck}), as tensões de compressão calculadas foram:

- a) Imediatamente após a aplicação da protensão ao concreto:

$$R_1 = \frac{2}{3} f_{ck} \Rightarrow R_1 = \frac{2}{3} (40) \Rightarrow R_1 \cong 26,4 \text{ MPa} = 2.640 \text{ t} / \text{m}^2$$

- a) Combinação mais desfavorável das cargas totais:

$$R_2 = \frac{1}{2} f_{ck} \Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} (40) \Rightarrow R_2 \cong 20,0 \text{ MPa} = 2.000 \text{ t} / \text{m}^2$$

O dimensionamento será baseado no estado limite de descompressão, já definido anteriormente, portanto os valores de R'_1 e R'_2 serão iguais a zero, assim obtemos o diagrama abaixo:

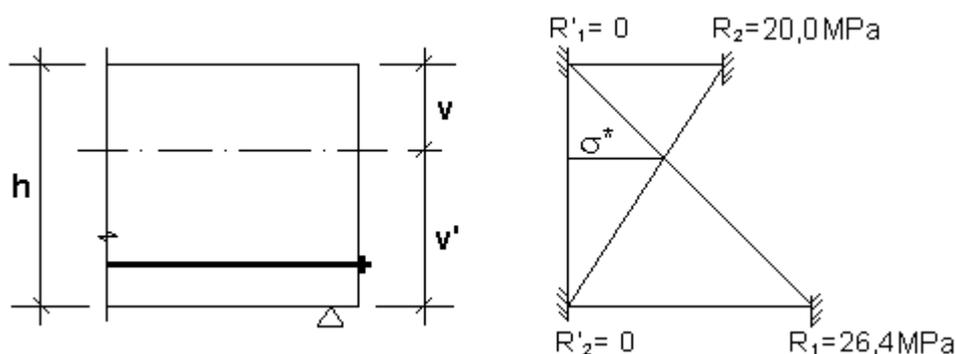


Fig. 3.4 – Diagrama de tensão para uma seção totalmente compensada (Estado Limite de Descompressão).

Será necessário, portanto, que na fase inicial (atuando a força inicial P_i), as tensões permaneçam dentro dos limites estabelecidos.

3.3.2) Tensões de tração nos cabos de protensão

Os aços dos cabos de protensão têm suas tensões iniciais de tração máxima admissíveis ($\sigma_{p adm}$) limitadas, uma vez que tensões excessivamente altas produzem os seguintes inconvenientes:

- ✓ risco de ruptura durante a protensão;
- ✓ maior perda por relaxação;
- ✓ maior sensibilidade à corrosão;

Os valores admissíveis das tensões são fixados em função da resistência à ruptura (f_{ptk}) ou do limite de escoamento convencional ($f_{pyk} \cong f_{p0,2k}$). A norma (NBR 6118/2003) adota os seguintes valores admissíveis para as tensões de protensão instaladas:

a) Armadura pré-tracionada:

Por ocasião da aplicação da força P_i , a tensão σ_{pi} da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites de $0,77 f_{ptk}$ e $0,90 f_{pyk}$ para aços de relaxação normal (RN), e $0,77 f_{ptk}$ e $0,85 f_{pyk}$ para aços da classe de relaxação baixa (RB);

b) Armadura pós-tracionada:

Por ocasião da aplicação da força P_i , a tensão σ_{pi} da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites de $0,74 f_{ptk}$ e $0,87 f_{pyk}$ para aços da classe de relaxação normal (RN), e $0,74 f_{ptk}$ e $0,82 f_{pyk}$ para aços da classe de relaxação baixa (RB);

Como o sistema é de pós-tração e o aço utilizado será o CP 190 RB 7, sendo que de acordo com o fabricante, o f_{pyk} é igual a 1.900 MPa e o valor de f_{pyk} é

de 1.700 MPa, podemos determinar as tensões admissíveis do aço da seguinte forma:

$$\checkmark \quad \sigma_{p adm} = 0,74 f_{ptk} = 0,74 \times 1.900 \Rightarrow \sigma_{p adm} = 1.406 MPa = 140.600 t / m^2$$

$$\checkmark \quad \sigma_{p adm} = 0,82 f_{pyk} = 0,82 \times 1.700 \Rightarrow \sigma_{p adm} = 1.394 MPa = 139.400 t / m^2$$

Logo o valor admitido para o cálculo foi $\sigma_{p adm} = 139,4 MPa = 139.400 t / m^2$, o menor dentre os dois calculados acima, para que sejam obedecidas todas as exigências da norma.

3.4) CÁLCULO DO MÓDULO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO DA SEÇÃO

3.4.1) Determinação da altura da viga

Nos problemas da prática, são geralmente conhecidos o vão e as solicitações da carga útil. As solicitações de carga permanente dependem do peso próprio da viga, o qual por sua vez, depende das dimensões da seção transversal. Uma vez determinadas as dimensões necessárias para a seção transversal, o peso próprio pode ser calculado com precisão.

Em geral, a altura da viga é escolhida previamente, muitas vezes atendendo a objetivos de arquitetura. As alturas de vigas protendidas ficam na faixa de 1/15 a 1/20 do vão (Pfeil /1984).

$$\checkmark \quad \frac{L}{20} \leq h \leq \frac{l}{15} \Rightarrow \frac{26,0}{20} \leq h \leq \frac{26,0}{15} \Rightarrow 1,30m \leq h \leq 1,73m$$

Já segundo Medina/1982, suas considerações para o cálculo da altura de uma viga de concreto protendido seriam:

$$\checkmark \quad \frac{h}{L} = \frac{1}{20}, \text{ para vãos de até } 35 \text{ m};$$

$$\checkmark \quad \frac{h}{L} = \frac{1}{11} \left(\frac{1 + 0,04L}{3 + 0,04L} \right), \text{ para qualquer tipo de vão.}$$

Assim calculando a altura h de acordo com a segunda expressão acima, já que a primeira também atende a condição de Pfeil temos:

$$\checkmark \quad \frac{h}{L} = \frac{1}{11} \left(\frac{1 + 0,04L}{3 + 0,04L} \right) \Rightarrow h = \left[\frac{1}{11} \left(\frac{1 + 0,04 \cdot 26,0}{3 + 0,04 \cdot 26,0} \right) \right] 26,0 = 1,20m$$

Logo a altura escolhida para o dimensionamento foi de $h=1,30m$.

3.4.2) Cálculo do momento fletor máximo

Uma vez determinadas as dimensões necessárias para a seção transversal, todos os carregamentos atuantes poderão ser calculados, incluindo o peso próprio.

Fixando o valor da sobrecarga de impermeabilização em $100 \text{ Kg} / \text{m}^2 = 1,0 \text{ KN} / \text{m}^2$, encontramos o carregamento distribuído devido a sobrecarga (q_s) apenas multiplicando este valor pelo vão menor de $5,0 \text{ m}$, transformando-o assim num carregamento distribuído ao longo do eixo da viga.

$$\checkmark \quad q_s = 1,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 5,0m = 5,0\text{kN} / m = 0,5t / m$$

Para o cálculo do carregamento devido ao peso próprio da viga (q_{pv}), multiplicamos o peso específico do concreto ($\gamma_c = 25,0 \text{ KN} / \text{m}^3$) pelo seu volume, sendo a altura da viga (h) igual a $1,30 \text{ m}$, determinada no item 3.4.1 e sua largura (b_w) igual a 30 cm pré-estabelecida pelo projeto de arquitetura. Portanto:

$$\checkmark \quad q_{pv} = 25,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times (0,30 \times 1,30)m^2 = 9,75\text{kN} / m = 0,975t / m$$

Finalmente deve ser acrescentado o peso próprio da laje (q_{pl}) que repete o mesmo procedimento que o da viga, sendo a espessura da laje (e) igual a 16 cm segundo critérios da norma (NBR 6118/2003).

$$\checkmark \quad q_{pi} = 25,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times (0,16 \times 5,0)m^2 = 20,0\text{kN} / m = 2,0t / m$$

Assim somando todos esses carregamentos temos o valor do carregamento distribuído ao longo do eixo da viga:

$$\checkmark \quad q_{sk} = q_s + q_{pv} + q_{pl} = 5,0 + 9,75 + 20 = 34,75 \text{ kN/m} = 3,475 \text{ t/m}$$

Com este valor é possível, sem maiores complicações, calcular o momento máximo necessário ao dimensionamento, já que o diagrama de momento fletor para uma viga biapoiada é simples e possui valor conhecido no centro do vão.

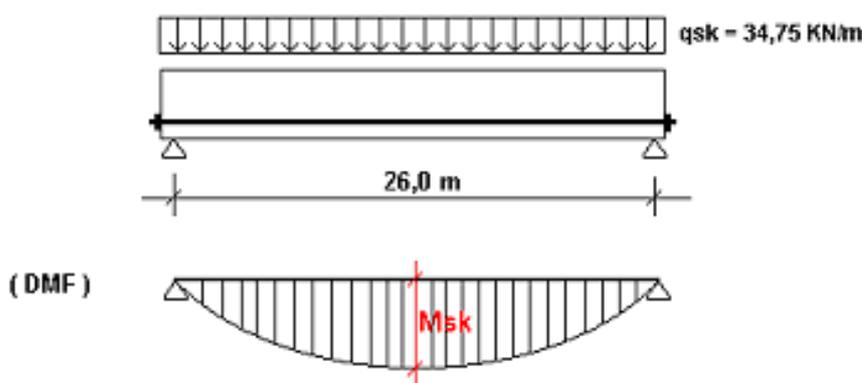


Fig. 3.5 – Diagrama de momento fletor.

Cálculo de M_{sk} (momento fletor solicitante máximo) que é igual a 1/8 da carga multiplicada pelo quadrado do vão:

$$\checkmark \quad M_{sk} = \frac{1}{8} q_{sk} l^2 = \frac{1}{8} \times 34,75 \times 26^2 = 2.936,375 \text{ kN.m} \cong 293,64 \text{ t.m}$$

Aplicando os conceitos de estado limite último (ELU), definido na norma (NBR 6118/2003) por estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura, majoramos o valor deste momento máximo multiplicando-o por $\gamma_q = 1,4$ (variável relacionada ao carregamento permanente). Encontramos assim um valor de momento fletor solicitante máximo de cálculo M_{sd} :

$$\checkmark \quad M_{sd} = \gamma_q M_{sk} = 1,4 \times 2.936,375 = 4.110,93 \text{ kN.m} \cong 411,09 \text{ t.m}$$

3.4.3) Valores para o módulo de elasticidade da seção

Rescrevendo as equações das desigualdades do item 3.3 baseando-se na fig.3.3, obtemos:

Estado 1:	Estado 2:
a) $\sigma_1 = \sigma_{pp} + \sigma_p \geq R'_1$	c) $\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_s \leq R_2$
b) $\sigma'_1 = \sigma'_{pp} + \sigma'_p \leq R_1$	d) $\sigma'_2 = \sigma'_1 + \sigma'_s \geq R'_2$

Onde (σ_p, σ'_p) são as tensões devido a protensão, $(\sigma_{pp}, \sigma'_{pp})$ são as tensões devido ao carregamento atuante no momento a ser imposta a protensão e (σ_s, σ'_s) correspondem a sobrecarga (em geral, correspondentes em atuar o momento mínimo M_1 e a variação de momento $\Delta M = M_2 - M_1$ respectivamente).

Somando (a) com (c) e (b) com (d) obtém-se:

$$\sigma_s \leq R_2 - R'_1$$

$$\sigma'_s \geq R'_2 - R_1$$

E como:

$$\sigma_s = \frac{\Delta M}{W} \quad \text{e} \quad |\sigma'_s| = \frac{\Delta M}{W'}$$

Encontram-se os módulos de resistência:

$$\text{a) } W \geq \frac{\Delta M}{R_2 - R'_1}$$

$$\text{b) } W' \geq \frac{\Delta M}{R_1 - R'_2}$$

Equações que impõem valores limites inferiores para os módulos de resistência W e W' . Assim calcula-se:

$$\text{a) } W = \frac{\Delta M}{\Delta R} = \frac{293,64t.m}{2000t/m^2} = 0,1468m^3$$

$$\text{b) } W' = \frac{\Delta M}{\Delta R'} = \frac{293,64t.m}{2640t/m^2} = 0,1112m^3$$

3.5) CÁLCULO DAS ALTURAS DO CENTRO DE PRESSÃO (V e V') E DO MOMENTO DE INÉRCIA (I)

Calculados os valores dos módulos de resistência da seção (W e W') encontramos as alturas do centro de pressão através de fórmulas simples definidas por Medina/1982.

O centro de pressão da seção está determinado por:

$$\frac{W}{W'} = \frac{I/V}{I/V'} = \frac{V'}{V}$$

E como:

$$h = V + V'$$

Então:

$$V = \left(\frac{W'}{W + W'} \right) h$$

$$V' = \left(\frac{W}{W + W'} \right) h$$

O momento de inércia é definido então como:

$$I = W.V = W'.V'$$

Como estas expressões se torna fácil os cálculos, conhecidos os valores de W e W'.

Alturas do centro de pressão da seção:

$$\checkmark V = \left(\frac{W'}{W + W'} \right) h = \left[\frac{0,1112}{(0,1468 + 0,1112)} \right] \cdot 1,30 = 0,56m$$

$$\checkmark V' = \left(\frac{W}{W + W'} \right) h = \left[\frac{0,1468}{(0,1468 + 0,1112)} \right] \cdot 1,30 = 0,74m$$

Momento de inércia:

$$\checkmark I = W.V = (0,1468) \cdot (0,56) = 0,0823m^4$$

$$\checkmark I = W'.V' = (0,1112) \cdot (0,74) = 0,0823m^4$$

3.6) ÁREA TOTAL DA SEÇÃO

Após os cálculos de V, V', h e I é necessário para as condições impostas determinar o valor de b sabendo que b_w é igual a 30 cm. Em outras palavras é preciso saber até que distância a laje sofre influência da protensão, funcionando por isso como parte integrante da viga, que será dimensionada como uma seção T invertida.

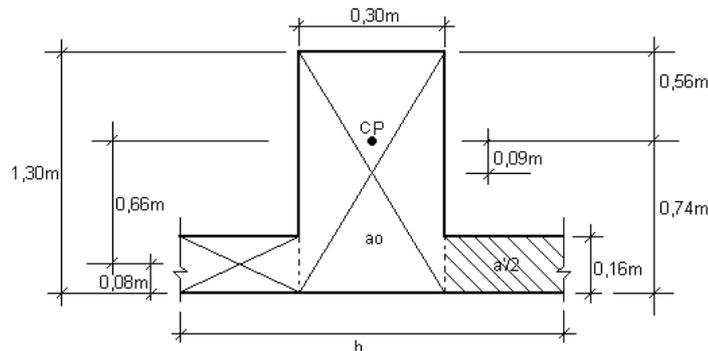


Fig. 3.6 – Viga com suas devidas dimensões.

Para encontrar o valor de b , foi usado o Teorema dos eixos paralelos:

$$I_{CG} = I_i + A_i d_i^2$$

Assim tem-se que:

$$I = \left[\left(\frac{1}{12} h^2 \right) + f^2 \right] \cdot a_0 + \left[\left(\frac{1}{12} e^2 \right) + d^2 \right] \cdot a'$$

Isolando o valor de a' , nossa única incógnita:

$$a' = \frac{I - \left[\left(\frac{1}{12} h^2 \right) + f^2 \right] \cdot a_0}{\left(\frac{1}{12} e^2 \right) + d^2} = \frac{0,083 - \left[\left(\frac{1}{12} 1,3^2 \right) + 0,09^2 \right] \cdot (0,3 \cdot 1,3)}{\left(\frac{1}{12} 0,16^2 \right) + 0,66^2} = 0,055 m^2$$

Sendo: $a' = e \cdot (b - b_w)$

Encontra-se o valor de b através da expressão:

$$b = \left(\frac{a'}{e} \right) + b_w = \left(\frac{0,055}{0,16} \right) + 0,30 = 0,65 m$$

A área total da seção da viga será:

$$A = a_0 + a' = 0,39 + 0,055 = 0,445 m^2$$

3.7) VALOR DA FORÇA DE PROTENSÃO

3.7.1) Expressão analítica da tensão no centro de pressão da seção (σ^*)

É possível calcular a tensão σ^* em qualquer estado de tensão, situada as distâncias V e V' dos bordos superior e inferior, respectivamente.

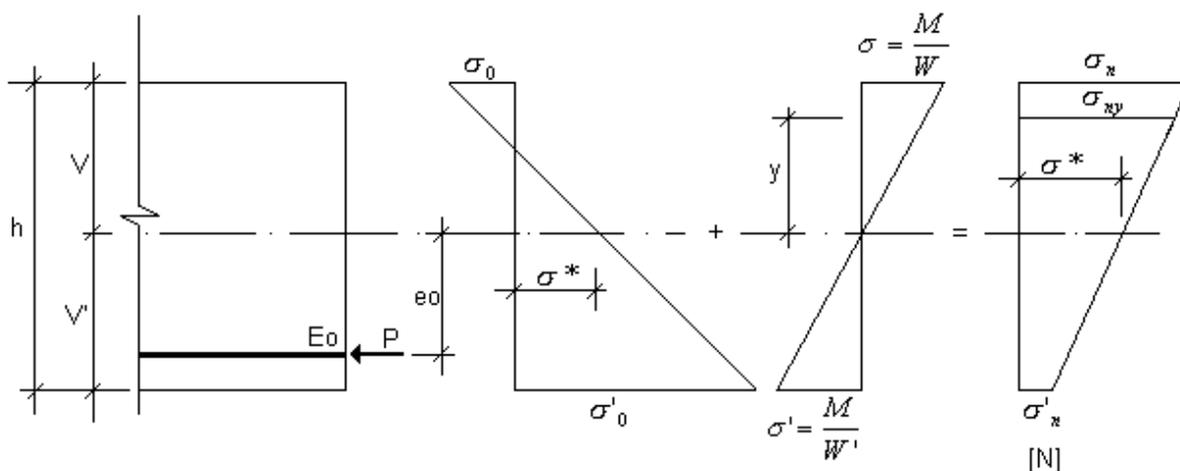


Fig. 3.7 – Estado tensional resumido

Em efeito, no diagrama de tensão no estado N, (fig. 3.7), qualquer que seja este, cumpre por semelhança de triângulos a relação:

$$\frac{V}{\sigma_n - \sigma^*} = \frac{V'}{\sigma^* - \sigma'_n}$$

Resolvendo e isolando a incógnita σ^* tem-se:

$$\sigma^* = \frac{\sigma_n \cdot V' + \sigma'_n \cdot V}{h}$$

Sendo σ_n e σ'_n as tensões nas fibras superiores e inferiores, respectivamente, demonstradas na fig.3.3. Com essa expressão é possível calcular σ^* a partir das tensões em qualquer estado tensional se conhecida a posição do centro de pressão da seção.

$$\checkmark \quad \sigma^* = \frac{\sigma_n \cdot V' + \sigma'_n \cdot V}{h} = \frac{R_1 \cdot V' + R_1 \cdot V}{h} = \frac{(0 \times 0,74) + (2.640 \times 0,56)}{1,30} = 1.138,00 \text{ t/m}^2 = 11,38 \text{ MPa}$$

$$\checkmark \quad \sigma^* = \frac{\sigma_n \cdot V' + \sigma'_n \cdot V}{h} = \frac{R_2 \cdot V' + R_2 \cdot V}{h} = \frac{(2.000 \times 0,74) + (0 \times 0,56)}{1,30} = 1.138,00 \text{ t/m}^2 = 11,38 \text{ MPa}$$

3.7.2) Força de Protensão (P)

A força de protensão P é calculada sabendo que a tensão no centro de pressão da seção (σ^*) é igual à força necessária sobre área da seção, então:

$$\sigma^* = \frac{P}{A} \Rightarrow P = \sigma^* \cdot A = 1138,0,445 = 506,79t = 5.067,90MPa$$

3.8) EXCENTRICIDADE (e)

Na seção crítica ou de momento máximo será possível obter as tensões admissíveis fixadas, sempre que não existam limitações para o valor da excentricidade do cabo resultante. O peso próprio ou carga permanente atuante ao protender se compensará totalmente.

No entanto, praticamente, os cabos devem, em geral, estar situados dentro da seção de concreto; e, portanto, a excentricidade não deverá exceder certo valor, para permitir um cobrimento adequado dos cabos.

Se exceder este valor, não poderá, em geral, colocar os cabos dentro da seção e será necessário um cálculo especial.

Neste caso a carga permanente não poderá ser compensada totalmente e não serão alcançadas as tensões admissíveis limites fixadas. Isto ocorre quando o vão ultrapassa certo valor limite, que depende da esbeltez h/L da viga, de tensões admissíveis limites, do tipo da bainha empregada e da magnitude da carga permanente.

A excentricidade então é calculada por:

$$e_o = - \left[-C' + \frac{M_{pp}}{P} \right]$$

Sendo:

$$C' = - \frac{r^2}{V} \left(1 - \frac{R'_1}{\sigma^*} \right) \quad \text{e} \quad r^2 = \frac{I}{A}$$

Então substituindo os valores nas equações encontra-se:

$$\checkmark \quad r^2 = \frac{I}{A} = \frac{0,083m^4}{0,445m^2} = 0,1867m^2$$

$$\checkmark C' = -\frac{r^2}{V} \left(1 - \frac{R'_1}{\sigma^*} \right) = -\frac{0,1867}{0,56} \left(1 - \frac{0}{1138} \right) = -0,33m$$

$$\checkmark M_{pp} = \frac{1}{8} A \gamma_c L^2 = \frac{1}{8} [(0,445)(2,5)(26)^2] = 94,08t.m = 940,80kN.m$$

Logo:

$$\checkmark e_o = -\left[-C' + \frac{M_{pp}}{P} \right] = -\left[-(-0,33) + \left(\frac{94,08}{506,79} \right) \right] = -0,515m$$

3.9) CÁLCULO DO NÚMERO DE CORDOALHAS

Nos extremos da viga, é conveniente, no entanto não imprescindível, que o cabo resultante passe pelo centróide da seção, para compensar o máximo possível a força cortante. O traçado dos cabos será estudado no próximo capítulo.

A cordoalha escolhida foi a CP 190 RB (cordoalha de sete fios de baixa relaxação, com tensão de 1900 MPa) fabricada pela Belgo Mineira que especifica a área aproximada dessa cordoalha como 143,5 mm².

Conhecida a tensão permanente calculada no item 3.3.2 b) e a área de uma cordoalha, encontra-se o valor da força de protensão em um único cabo através do cálculo:

$$\checkmark P_{cabo} = \sigma_{p adm} \cdot A_{\phi} = (139.400) \cdot (143,5 \times 10^{-6}) = 20,00t = 200kN$$

Portanto o número de cabos necessário será dado pela expressão:

$$\checkmark n_{cabos} = \frac{P}{P_{cabo}} = \frac{506,79}{20} = 25,33$$

Aproximamos este valor para o número inteiro imediatamente maior, o número de cabos utilizado será 26. Assim é calculada a tensão real.

$$\checkmark \sigma_{real} = \frac{P}{n_{cabos} \cdot A_{\phi}} = \frac{506,79}{26 \cdot 143,5 \times 10^{-6}} = 135.832,21t / m^2 = 1.358,32MPa < 139.400,00t / m^2$$

Será necessário então recalcular a excentricidade para a força relativa a 26 cordoalhas. Como já conhecemos o procedimento então:

$$\checkmark P_{26} = P_{cabo} \cdot n_{cabos} = 20,0 \times 26 = 520,00t = 520MPa$$

A excentricidade para um número de 26 cordoalhas será:

$$\checkmark e_o = - \left[-C' + \frac{M_{pp}}{P_{26}} \right] = - \left[-(-0,33) + \left(\frac{94,08}{520} \right) \right] = -0,510m$$

3.10) VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS ADMISSÍVEIS

É necessário verificar se as tensões admitidas para o dimensionamento estão se cumprindo, ou seja, se o diagrama de tensões da fig. 2.4 está realmente acontecendo e principalmente se as desigualdades do item 2.3.1 estão sendo rigorosamente atendidas.

Verificam-se essas tensões tanto no estado 1 (estado de vazio) quanto para o estado 2 (de carregamento) através da soma das equações do diagrama 2.3, admitindo para verificação seus valores reais calculados.

3.10.1) Comprovação do estado de vazio

Para que o estado 1 seja comprovado é preciso que suas desigualdades abaixo sejam atendidas, assim:

$$a) \sigma_1 \geq R'_1 \Rightarrow \sigma_1 = \frac{M_{pp}}{W} + \frac{P}{A} - \frac{P \cdot e}{W} \geq R'_1$$

Sendo R'_1 admitido para o cálculo igual a zero.

$$\checkmark \sigma_1 = \left(\frac{94,08}{0,1468} \right) + \left(\frac{520}{0,445} \right) - \left(\frac{520 \times 0,510}{0,1468} \right) \cong 0,00, \text{ atendendo a condição!}$$

$$b) \sigma'_1 \leq R_1 \Rightarrow \sigma'_1 = \frac{P}{A} + \frac{P.e}{W'} - \frac{M_{pp}}{W'} \leq R_1$$

Sendo R_1 a tensão admissível calculada e igual a 2.640,00 t/m².

$$\checkmark \sigma'_1 = \left(\frac{520}{0,445} \right) + \left(\frac{520 \times 0,51}{0,1112} \right) - \left(\frac{94,08}{0,1112} \right) \cong 2.640,00 \text{ t} / \text{m}^2, \text{ atendendo a condição!}$$

3.10.2) Comprovação do estado de carga

Para que o estado 2 seja comprovado é preciso que suas desigualdades abaixo sejam atendidas, assim:

$$c) \sigma_2 \leq R_2 \Rightarrow \sigma_2 = \frac{M_{pp}}{W} + \frac{P}{A} - \frac{P.e}{W} + \frac{M_s}{W} \leq R_2$$

Sendo R_2 a tensão admissível calculada e igual a 2.000,00 t/m².

$$\checkmark \sigma_2 = \left(\frac{94,08}{0,1468} \right) + \left(\frac{520}{0,445} \right) - \left(\frac{520 \times 0,51}{0,1468} \right) - \left(\frac{293,64}{0,1468} \right) \cong 2.000 \text{ t} / \text{m}^2, \quad \text{atendendo a}$$

condição estabelecida!

$$d) \sigma'_2 \geq R'_2 \Rightarrow \frac{P}{A} + \frac{P.e}{W'} - \frac{M_{pp}}{W'} - \frac{M_s}{W'} \geq R'_2$$

Sendo R'_2 admitido para o cálculo igual a zero.

$$\checkmark \sigma'_2 = \left(\frac{520}{0,445} \right) + \left(\frac{520 \times 0,51}{0,1112} \right) - \left(\frac{94,08}{0,1112} \right) - \left(\frac{293,64}{0,1112} \right) \cong 69,33 \text{ t} / \text{m}^2, \quad \text{atendendo a}$$

condição estabelecida!

Nesta última condição afirma-se que na parte inferior da seção ocorrerá um pequeno valor de tração de acordo com o diagrama da figura 3.5, onde mostra os valores reais das tensões na seção.

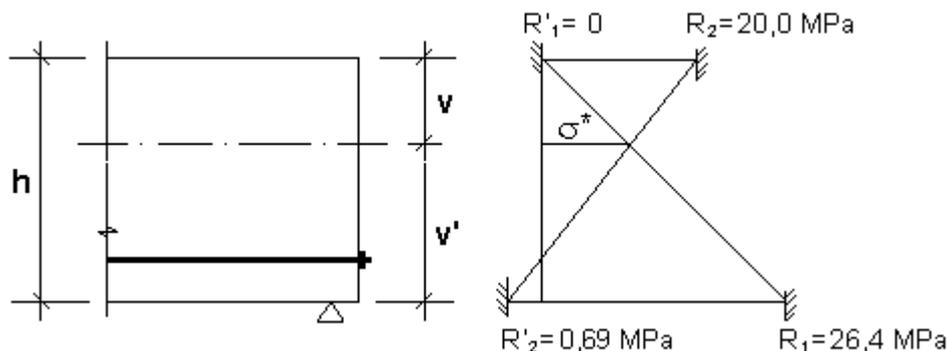


Fig. 3.8 – Diagrama de tensão corrigido

3.11) Armaduras máximas e mínimas de projeto

As armaduras mínimas são valores percentuais mínimos especificados em normas com a finalidade de evitar certos defeitos indesejáveis, tais como fissuração nas fases construtivas, ruptura frágil da viga na ocasião da fissuração etc.

Algumas normas recomendam também que as armaduras não ultrapassem certos percentuais máximos, afim de que, no estado limite último, haja escoamento ou grande deformação unitária da armadura, caracterizando um comportamento dúctil da viga.

3.11.1) Armaduras de pele

São armaduras superficiais para impedir fissuração por efeitos termo-higrométricos. A temperatura e a retração podem provocar fissuras no concreto, sobretudo quando associados a deficiência de cura do concreto novo.

Para controlar essa fissuração, utilizam-se armaduras superficiais, também chamadas armaduras de pele.

Segundo a NBR 6118/2003, a mínima armadura lateral deve ser 0,10% $A_{c,alma}$, para vigas com altura superior a 60 cm, em cada face da alma da viga e composta por barras de alta aderência com espaçamento não maior que 20 cm.

$$✓ \quad A_{pele} = 0,10\%(1,30 \times 0,30) = 0,00039m^2 = 3,90cm^2$$

Será utilizado um $\phi = 8,5$ mm, assim o número de barras será igual a 7 e seu espaçamento de 20 cm atendendo as condições da norma.

2.11.2) Armadura mínima para impedir ruptura frágil, após a fissuração

Em vigas não fissuradas, sujeitas a tensões normais de tração, o concreto absorve um certo esforço de tração. Quando a viga se fissa, o esforço de tração é transferido à armadura situada junto à face tracionada. Se esta armadura for muito fraca, ela se rompe em seguida à fissuração do concreto, provocando colapso brusco da viga, sem deformações plásticas (ruptura frágil). Para evitar isto, as normas impõem a colocação de percentuais mínimos de armação junto às faces tracionadas.

A NBR 6118/2003 afirma que a armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8w' \cdot f_{ctk,sup}$$

onde:

w_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração.

Sendo:

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad \text{e} \quad f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3}$$

Então:

$$\checkmark \quad f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} = 0,3\sqrt[3]{40^2} = 3,51MPa$$

$$\checkmark \quad f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} = 1,3 \times 3,51 = 4,56MPa$$

$$\checkmark \quad M_{d,min} = 0,8w' \cdot f_{ctk,sup} = 0,8(0,1112)(4,56 \times 10^3) = 405,80kN.m$$

Sabendo que:

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

E que:

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,42bd^2 f_{cd}}} \right] \text{ sendo } (x \leq x_{34})$$

Calculamos, para um aço CA-50:

$$\checkmark \quad x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,42bd^2 f_{cd}}} \right] = 1,25(1,27) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{405,80}{0,42 \cdot 0,3 \cdot 1,27^2 \cdot 40 \times 10^3 / 1,4}} \right] = 0,056m$$

$$\checkmark \quad A_s = \frac{Md}{f_{yd}(d - 0,4x)} = \frac{405,80}{500 \times 10^3 / 1,15 (1,27 - 0,4 \cdot 0,056)} = 0,000748m^2 = 7,48cm^2$$

Assim, utilizando um $\phi = 10,0$ mm, será usada 10 unidade distribuídas ao longo da dimensão $b_w = 30$ cm.

4) Traçado dos cabos

4.1) INTRODUÇÃO

Será estudado o traçado em vigas de seção constante com cabos ao longo de toda a viga. No entanto as noções aqui indicadas são válidas quando a seção é variável, sendo os cabos levantados e ancorados antes do extremo da viga.

O detalhamento se realizará na seção crítica, ou seja, a de momento máximo, em geral no centro do vão, sendo que poderia ocorrer que o momento máximo estivesse em outra região, onde nesse caso o detalhamento deveria ser realizado nesta seção (sempre na seção de momento máximo).

Na seção crítica será calculada a força P e a excentricidade do cabo resultante. Nas seções que sobraram, a força de protensão assim como os momentos necessários (excentricidades) serão menores que as determinadas. É, portanto, necessário diminuir o efeito da força de protensão, sua excentricidade ou ambas de uma só vez.

Para reduzir o efeito da força se levantariam os cabos, ancorando-os antes do extremo da viga. No caso dos cabos uniformes ao longo da viga, o traçado seria tal que a excentricidade do cabo resultante diminuísse progressivamente até o extremo, onde seria mínima.

4.2) TRAÇADO LIMITE

São os traçados extremos que devem ter o cabo resultante para que não ultrapasse as tensões limites admissíveis nos distintos estados de carregamento.

A região limitada por esses traçados extremos se denomina uso limite e é onde deve estar localizado o cabo resultante para que as tensões estejam compreendidas dentro das permitidas, mais propriamente, para que se cumpram as desigualdades nos estados 1 e 2 de carregamento em todas as seções.

De outra maneira, a curva de pressão correspondente a qualquer estado de carga deve estar situada na região limitada pelas curvas $C' C'$ e CC , que se denominam como núcleo limite. O traçado dos cabos será realizado segundo Medina/1982.

No caso em que se compense o peso próprio, o ponto limites, que determinam a zona limite, tem por excentricidade os valores:

$$C' = -\frac{r^2}{V} \left(1 - \frac{\sigma_1'}{\sigma^*} \right) \quad \text{e} \quad C = \frac{r^2}{V'} \left(1 - \frac{\sigma_2'}{\sigma^*} \right)$$

Logo, como os valores foram calculados anteriormente no item 3, apenas serão substituídos seus respectivos valores:

$$\checkmark \quad C' = -\frac{r^2}{V} \left(1 - \frac{R_1'}{\sigma^*} \right) = -\frac{0,1847}{0,56} \left(1 - \frac{0}{1.137,93} \right) = -0,3297m$$

$$\checkmark \quad C = \frac{r^2}{V'} \left(1 - \frac{R_2'}{\sigma^*} \right) = \frac{0,1847}{0,74} \left(1 - \frac{69,33}{1.167,81} \right) = 0,2348m$$

Traçam-se as linhas C'C' e CC cujas ordenadas sejam os valores dados pelas expressões anteriores (fig.4.1). Obviamente, se o centro de pressão está situado em um ponto qualquer das linhas C'C' e CC, as tensões serão as correspondentes aos estados de vazio (R_1' e R_1) e o de carga (R_2' e R_2) respectivamente.

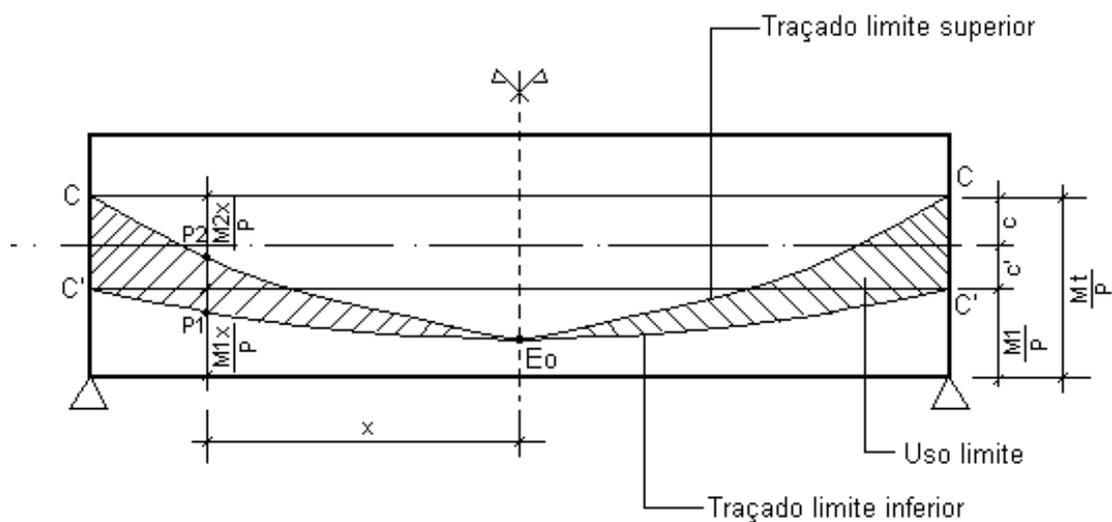


Fig. 4.1 – Uso limite

4.2.1) Traçado limite inferior

A partir da reta C'C' são determinados os pontos P₁ de ordenada $-M_{1x}/P$ com respeito à dita linha, sendo M_{1x} o momento mínimo na seção correspondente e P a força de protensão, suposta constante.

O lugar geométrico desses pontos é na curva C' E₀ C' sendo E₀ o ponto compreendido entre o centro de gravidade e a distância $-M_{1x}/P$ medida a partir da linha C'C'. O momento M_{1x} é o momento mínimo suposto positivo.

É evidente que a curva C' E₀ C' é uma parábola, no caso de cargas uniformemente distribuídas e que o momento M_{1x} é uma função parabólica de x nesse caso, suposta constante a força de protensão P.

Esta curva C' E₀ C' é o traçado limite inferior. A excentricidade dos pontos desta parábola é dada por:

$$e_{0x} = C' - \frac{M_{1x}}{P}$$

Nos extremos da viga, onde o momento é nulo o ponto P₁ coincide com o ponto C'.

4.2.2) Traçado limite superior

O traçado limite superior é o lugar geométrico dos pontos P₂ situados a uma distância M_{2x} / P a partir da linha CC onde M_{2x} é o momento correspondente as cargas máximas.

No caso de que estas cargas sejam uniformes ao longo da viga esse traçado também é uma parábola.

No centro de gravidade se obtém o mesmo ponto E₀ quando se alcançam as tensões admissíveis fixadas, isto é, quando se compensa o peso próprio.

4.2.3) Uso limite

É a região compreendida entre ambos os traçados e onde deve estar situado o cabo resultante para que as tensões alcançadas se cumpram, em qualquer região, às desigualdades dos estados de vazio e carga.

Em efeito, se o cabo resultante está situado segundo o traçado limite inferior, ao atuar o momento mínimo M_{1x} , o centro de pressão ultrapassa M_{1x} e estará no ponto P1, pertencente à reta C'C'. A curva de pressões correspondentes será a reta C'C' e as tensões serão as correspondentes ao estado de vazio (R'1e R1) em toda seção da viga.

Se atuar o momento máximo M_{2x} a curva de pressão correspondente será a parábola Cc C' compreendida na região limite. As tensões estarão entre as admissíveis (fig. 4.2).

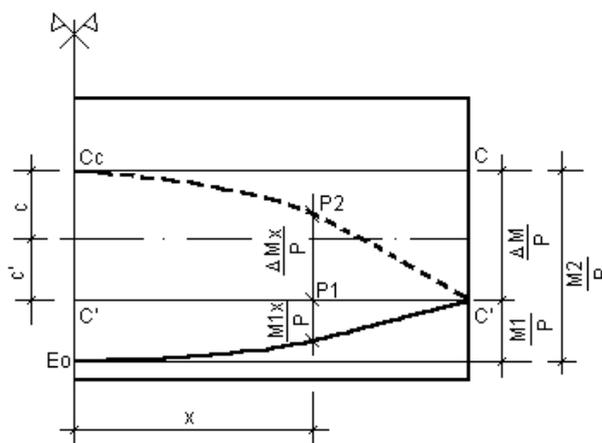


Fig. 4.2 – Uso limite atuando o momento máximo M_{2x}

Se o cabo resultante estiver situado no traçado limite superior, ao atuar o momento mínimo M_{1x} a curva de pressões seria a parábola $C' c$ onde as tensões estão compreendidas entre as admissíveis. Agora, se atuar o momento máximo de $M_{2x} = M_{1x} + \Delta M_x$ a curva de pressões correspondente seria a reta CC . As tensões seriam as correspondentes ao estado de carga (R_2 e R'_2) em todas as seções da viga (fig.4.3).

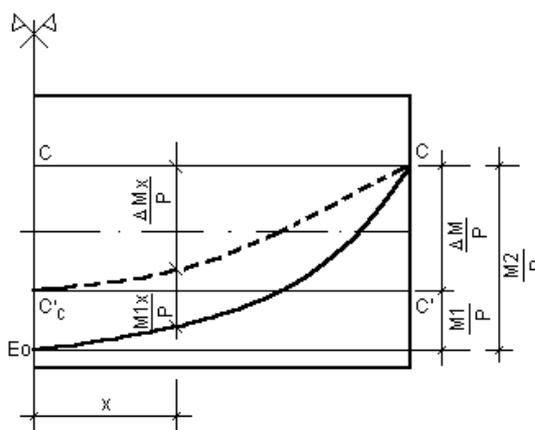


Fig.4.3 - Uso limite atuando o momento máximo $M_{2x} = M_{1x} + \Delta M_x$.

Evidentemente, se o cabo resultante está situado entre os traçados limites, isto é, no uso limite, as tensões, em toda seção da viga e em qualquer estado de cargas, estarão compreendidas entre as admissíveis, o que é igual se cumpriram as desigualdades:

$$\begin{array}{ll} \sigma_1 \geq R'_1 & \sigma_2 \leq R_2 \\ \sigma'_1 \leq R_1 & \sigma'_2 \geq R'_2 \end{array}$$

4.3) RAIOS DE CURVATURA

O traçado dos cabos não deverá ter curvaturas excessivas, pois aumentam o atrito entre os cabos e bainhas. Os raios não deverão ser menores que 5,00 m.

4.3.1) Determinação das coordenadas dos cabos

Para definir pontos estratégicos para o traçado dos cabos, a viga foi dividida em duas seções simétricas e subdividimos essas seções em pontos designados A, B, C, D e E, conforme mostra a fig 4.4.

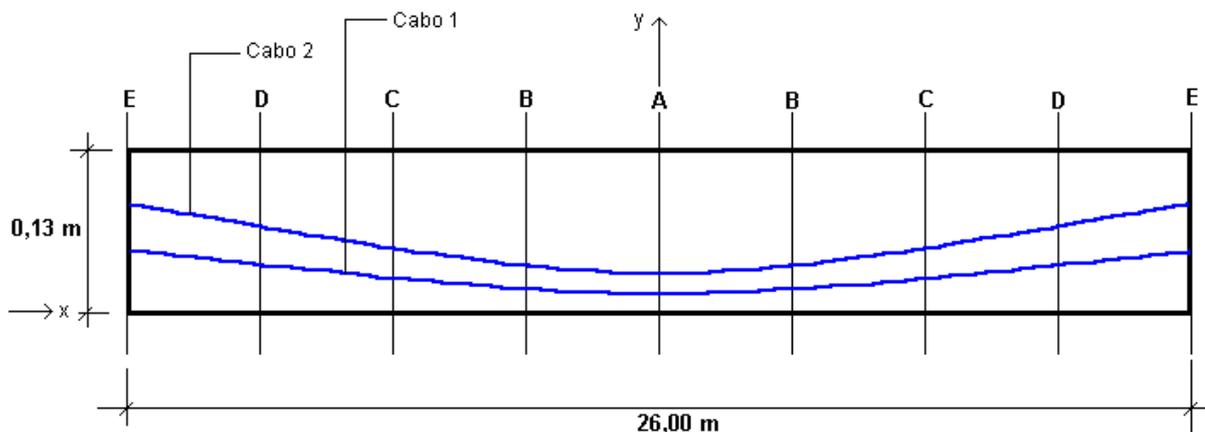


Fig. 4.4 – Viga subdividida para efeito de cálculo.

A equação de uma parábola, como sabemos é:

$$y = kx^2$$

Usando esta equação para um ponto qualquer conhecido, no extremo da viga, se obtém para a constante K o valor de:

$$k = \frac{y_0}{x_0^2}$$

O traçado será realizado através de dois cabos que possuem as mesmas subdivisões no eixo x. Para melhor entendimento foi montada uma pequena tabela para cada cabo com pontos no eixo cartesiano.

Tabela 4.1 – Traçado do cabo 1.

Cabo 1		
	x (m)	y (cm)
A	0,00	0,00
B	3,25	2,69
C	6,50	10,74
D	9,75	24,17
E	13,00	42,98

Tabela 4.2 – Traçado do cabo 2.

Cabo 2		
	x (m)	y (cm)
A	0,00	0,00
B	3,25	3,66
C	6,50	14,62
D	9,75	32,90
E	13,00	58,49

5) Perdas de protensão

5.1) INTRODUÇÃO

Perdas de tensão são todas as perdas verificadas nos esforços aplicados aos cabos de protensão. O projeto deve prever as perdas da força de protensão em relação ao valor inicial aplicado pelo macaco, ocorridas antes da transferência da protensão ao concreto, durante essa transferência e ao longo do tempo. As perdas de tensão ocorridas em uma seção até um dado instante subdividem-se em:

- ✓ perdas iniciais da força de protensão: as que ocorrem antes que o concreto seja protendido;
- ✓ perdas imediatas: as que ocorrem durante as operações de protensão;
- ✓ perdas lentas ou progressivas.

5.2) ANCORAGEM ESCOLHIDA PARA A VIGA

A ancoragem escolhida foi a ativa do tipo PTC, fabricada pela Protende, com dimensões especificadas na tabela abaixo:

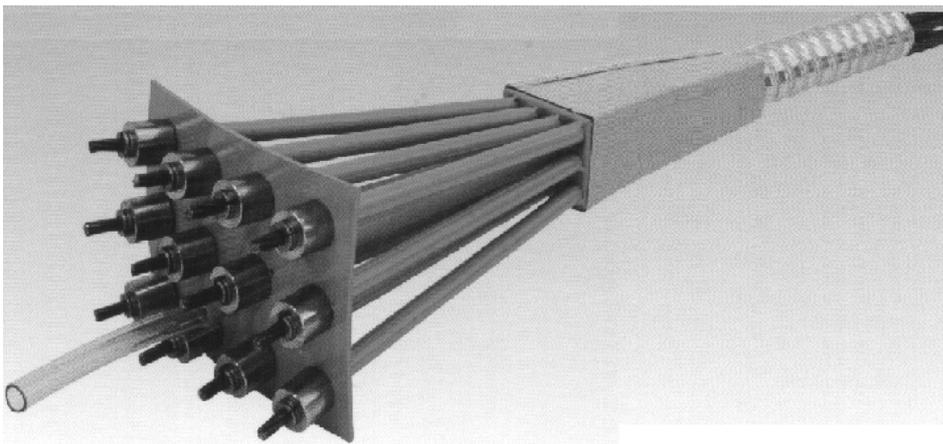


Fig. 5.1 – Ancoragem ativa do tipo PTC fabricada pela Protende, usando 12 cordoalhas.

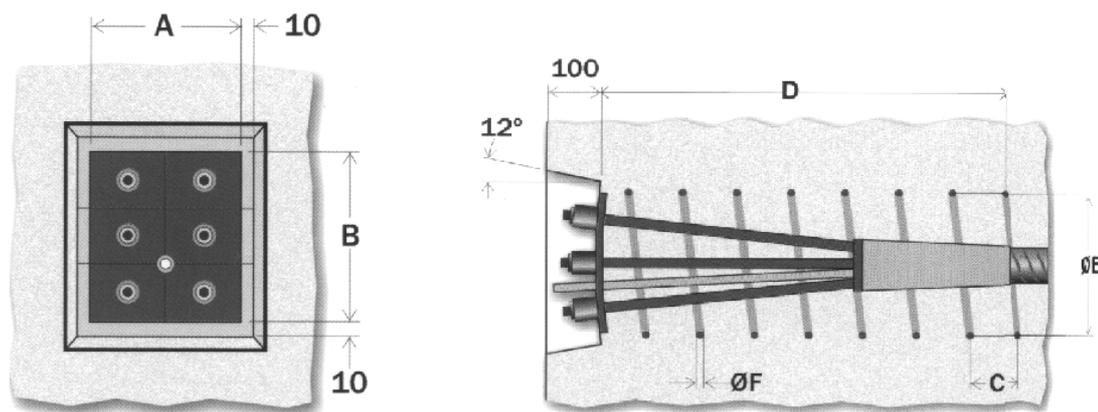


Fig. 5.2 – Detalhes das dimensões da ancoragem ativa, usando 6 cordoalhas.

Tabela 5.1 – Dimensões da Ancoragem escolhida segundo o fabricante.

Tipo de ancoragem e Dimensões	A mm	B mm	C mm	D mm	ϕ E mm	ϕ F mm
14 PTC 15,2 mm	240	400	50	900	400	14
15 PTC 15,2 mm	240	400	50	900	400	14

5.3) PERDAS INICIAIS DA FORÇA DE PROTENSÃO

Consideram-se iniciais as perdas ocorridas na pré-tensão antes da liberação do dispositivo de tração e decorrentes de:

- ✓ atrito nos pontos de desvio da armadura poligonal, cuja avaliação deve ser feita experimentalmente, em função do tipo de aparelho de desvio empregado;
- ✓ escorregamento dos fios de ancoragem, cuja determinação deve ser experimental ou devem ser adotados os valores indicados pelo fabricante dos dispositivos de ancoragem;
- ✓ relaxação inicial da armadura, função do tempo decorrido entre o alongamento da armadura e a liberação do dispositivo de tração;
- ✓ retração inicial do concreto, considerado o tempo decorrido entre a concretagem do elemento estrutural e a liberação do dispositivo de tração.

A avaliação das perdas iniciais deve considerar os efeitos provocados pela temperatura, quando o concreto for curado termicamente.

5.4) PERDAS IMEDIATAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

A variação da força de protensão em elementos estruturais com pré-tração, por ocasião da aplicação da protensão ao concreto, e em razão do seu encurtamento, deve ser calculada em regime elástico, considerando-se a deformação da seção homogeneizada. O módulo de elasticidade do concreto a considerar é o correspondente à data de protensão, corrigido, se houver cura térmica (Apostila Tibana/1986).

No caso de pós-tração as perdas imediatas, isto é, aquelas que ocorrem quando o concreto é protendido são provocadas:

- 1º. Pelo atrito entre as armaduras e os dutos onde são alojadas, nos casos de pós-tensão;
- 2º. Pela acomodação e deformação das ancoragens, para os concretos protendidos posteriormente ao seu endurecimento;
- 3º. Pela deformação instantânea do concreto, que ocorre nos casos de pós-tensão como resultado da não simultaneidade de tensionamento das armaduras e nos casos de pré-tensão como consequência das ações compressivas das armaduras quando liberadas das ancoragens.

5.4.1) Perda por atrito

A tensão $\sigma_{px,i}$ em uma seção colocada a distância “x” da ancoragem ativa onde através do elemento tensor é aplicada a tensão inicial σ_i , levando em conta a perda devida ao atrito que dificulta o movimento necessário ao alongamento da armadura é dada por (NBR 6118/2003):

$$\sigma_{px,i} = \sigma_i e^{-\mu[\alpha(x)+kx]}$$

Sabendo que:

$$\tan \alpha^\circ(x) = \frac{2y}{x^2}$$

onde:

$\sigma_{px,i}$ é a tensão em uma seção a distância x da ancoragem ativa;

σ_i é a tensão inicial aplicada, antes da cravação das cunhas;

e é base de logaritmos Neperianos;

μ é o coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado como segue (valores em 1/radianos):

$\mu = 0,50$ entre cabo e concreto (sem bainha);

$\mu = 0,30$ entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica;

$\mu = 0,20$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

$\mu = 0,10$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

$\mu = 0,05$ entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada;

$\alpha(x)$ representa, em radianos, a soma dos ângulos de curvatura da armadura (em elevação e em planta) entre a ancoragem ativa e a seção considerada;

k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta de dados experimentais pode ser adotado o valor de $0,01\mu$ (1/m)

Considerando $\mu = 0,2$ (entre fios liso ou cordoalhas e bainha metálica), sendo $\sigma_i = \sigma_{p adm} = 13,94 \text{ t/cm}^2 = 1.394 \text{ MPa}$ (definida e calculada no item 3.3.2) e $k = 0,01\mu = 2,0 \times 10^{-3} / \text{m}$, substitui-se os valores na equação, em cada valor de x e y definidos no item traçado dos cabos, assim encontramos as tabelas abaixo discriminadas para cada um dos dois cabos:

Tabela 5.2 - Perdas por atrito no cabo 1

Cabo 1					
	x (m)	α°	$\alpha \text{ rad}$	$\sigma_{px,i}(\text{t/cm}^2)$	$\Delta\sigma_{px,i}$
A	0,00	0,00	0,00	13,94	0,00
B	3,25	0,948	0,0165	13,88	0,06
C	6,50	1,893	0,0330	13,81	0,13
D	9,75	2,838	0,0495	13,75	0,19
E	13,00	3,783	0,0660	13,68	0,26

Tabela 5.3 - Perdas por atrito no cabo 2

Cabo 2					
	x (m)	α°	$\alpha \text{ rad}$	$\sigma_{px,i}(\text{t/cm}^2)$	$\Delta\sigma_{px,i}$
A	0,00	0,00	0,00	13,94	0,00
B	3,25	1,290	0,0225	13,86	0,08
C	6,50	2,576	0,0449	13,78	0,16
D	9,75	3,861	0,0674	13,70	0,24
E	13,00	5,142	0,0897	13,62	0,32

O valor de $\Delta \sigma_{px,i}$ será tomado como a média aritmética dos dois cabos.

$$\checkmark \quad \Delta \sigma_{px,i} = \frac{0,26 + 0,32}{2} = 29,0MPa = 0,29t / m^2$$

5.4.2) Perda por acomodação da ancoragem

Da experiência sabe-se que as extremidades das armaduras que são ancoradas por cunhas sofrem até a fixação definitiva um escorregamento que provoca perda no alongamento estabelecido pela protensão. O valor desta perda $\Delta \sigma_{ac}$ é função do tipo de ancoragem e da armadura empregada. Os catálogos dos fabricantes de equipamentos de protensão fornecem, para cada conjunto armadura-ancoragem, o valor médio desta perda para utilização em projeto.

Após a protensão esta perda de alongamento provoca quedas de tensão na armadura que são maiores junto à própria ancoragem e, geralmente atinge apenas pontos da armadura próximos a ela.

Devem ser determinadas experimentalmente ou adotados os valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem. De acordo com o fabricante a ancoragem do tipo PTC sofre um deslizamento de 2,0 a 4,5 mm. Usando a média aritmética é obtido o valor de 3,25 mm, encontra-se através deste valor a deformação e depois a tensão por equações simples e já conhecidas de Resistência dos Materiais.

$$\checkmark \quad \varepsilon_{anc} = \frac{\Delta l_{anc}}{l_{total}} = \frac{3,25mm}{13.000mm} = 2,5 \times 10^{-4}$$

$$\checkmark \quad \Delta \sigma_{anc} = \varepsilon_{anc} \cdot E = 2,5 \times 10^{-4} \cdot 2,1 \times 10^5 = 52,5MPa = 0,525t / cm^2$$

Esta perda não será considerada nos cálculos, porque não influencia o meio do vão.

5.4.3) Perda por deformação instantânea do concreto

Nos elementos estruturais com pós-tração as armaduras sofrem perdas de tensão por deformação instantânea do concreto devido a não simultaneidade de protensão das diversas unidades que constituem a cablagem da peça.

A deformação ocorrente na peça pela colocação em tensão de uma das unidades provoca perda de alongamento nas unidades anteriormente protendidas e com suas extremidades, pelo menos, já fixadas ao concreto (caso de armaduras ainda não injetadas). Assim a primeira unidade protendida sofre perda maior que as demais por este efeito, enquanto a última a ser protendida não sofre perda alguma.

A perda de tensão por este efeito é, portanto variável de uma unidade para outra, mas pode ser admitida igual para todas as armaduras que atravessam uma mesma seção da peça. A perda média de protensão, por cabo, pode ser calculada pela expressão (NBR 6118/2003):

$$\Delta\sigma_{sp} = \frac{(n-1)}{2n} \cdot \alpha_p \cdot \sigma_c, \quad \text{sendo } \alpha_p = \frac{E_p}{E_c}$$

onde:

$\Delta\sigma_{sp}$ é a perda média por encurtamento elástico do concreto;

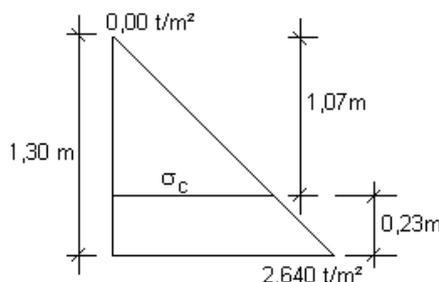
n é o número de cabos;

α_p é relação entre os módulos de deformação do aço e do concreto, este último considerado com seu valor secante para 28 dias de idade;

σ_c tensão de compressão no concreto adjacente ao centróide dos cabos de protensão, sob a ação da protensão + carga mobilizada pela protensão (em geral o peso próprio).

Conhecendo $\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{210000MPa}{30140,88MPa} = 6,975$ e calculando o valor de σ_c por

semelhança de triângulos:



$$\checkmark \quad \sigma_c = \frac{2,640 \times 1,07}{1,30} = 2,172,92t / m^2 \cong 2,173MPa$$

Assim a perda média por encurtamento elástico do concreto será:

$$\checkmark \Delta\sigma_{sp} = \frac{(n-1)}{2n} \cdot \alpha_p \cdot \sigma_c = \frac{(2-1)}{2 \times 2} \cdot 6,975 \cdot 0,2173 = 0,379t / cm^2 = 37,9MPa$$

5.5) PERDAS LENTAS OU PROGRESSIVAS

As perdas lentas, aquelas que ocorrem após a aplicação da protensão, deve-se aos encurtamentos progressivos da peça causados pela retração e pela fluência do concreto, além da relaxação do aço. Na avaliação dessas perdas deve ser considerada a interdependência entre os fenômenos que as provocam.

O processo das deformações do concreto com o passar do tempo deve-se a retração e fluência do mesmo, a protensão por sua vez, que é causa principal dessa deformação, é por ela mesma e pela retração influenciada. Esta dependência exige na avaliação das perdas de tensão provocadas por fluência a consideração da variação das tensões que a provocam em virtude da redução, com o passar do tempo, do efeito de protensão.

A relaxação da armadura é outra causa de variação da tensão no aço de protensão com o decorrer do tempo. Na realidade não ocorre relaxação pura da armadura de protensão porque seu comprimento não permanece constante com o tempo em virtude da fluência do concreto.

Do exposto conclui-se que as causas das quedas lentas ou progressivas de tensão nas armaduras de peças protendidas dependem uma da outra e também dos seus efeitos sobre a força de protensão.

É possível o cálculo das perdas progressivas pelo método aproximado, sendo aplicável quando são satisfeitas as condições seguintes:

- ✓ a concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- ✓ os cabos possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante);
- ✓ que a retração não difira em mais de 25% do valor $[- 8,0 \times 10^{-5} \phi (\infty, t_0)]$.

Logo o valor absoluto da perda de tensão devido à fluência, retração e relaxação, com $\sigma_{c,p0g}$ em MPa e considerado positivo se de compressão, para estruturas pós-tracionadas, é dado por:

Para aços de relaxação normal (RN), (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t^\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 18,1 + \frac{\alpha_p}{47} [\phi(t^\infty, t_0)]^{1,57} (3 + \sigma_{c,p0g})$$

Para aços de relaxação baixa (RB), (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t^\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} [\phi(t^\infty, t_0)]^{1,07} (3 + \sigma_{c,p0g})$$

sendo:

$\Delta\sigma_p(t^\infty, t)$ é a perda da tensão no aço de protensão, no tempo $t = \infty$, decorrente da fluência e retração do concreto e da relaxação do aço;

$\phi_\infty(t^\infty, t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto no tempo $t = \infty$, para a protensão em t_0 ; dado pelo fabricante da ancoragem;

σ_{cp0g} é a tensão em MPa no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 , positiva se de compressão;

σ_{p0} é a tensão na armadura de protensão devida exclusivamente à força de protensão, no instante t_0 .

Calcula-se assim as perdas progressivas, pois as condições de projeto tendem às condições da norma.

$$\checkmark \frac{\Delta\sigma_p(t^\infty, t_0)}{1.394} \times 100 = 7,4 + \left[\frac{6,975}{18,7} (1,7 \times 10^{-4}) \right]^{1,07} (3 + 21,7292) = 103,17 \text{ MPa} = 1,0317 \text{ t} / \text{cm}^2$$

5.6) TOTAL DAS PERDAS E RECÁLCULO DA TENSÃO INICIAL DE PROTENSÃO

Somatório de todas as perdas calculadas anteriormente nos dará o total das perdas no tempo $t = \infty$.

$$\checkmark \Delta\sigma_p = (\Delta\sigma_{px,i} + \Delta\sigma_{anc} + \Delta\sigma_{sp}) + \Delta\sigma_p(t^\infty, t_0)$$

$$\checkmark \Delta\sigma_p = (29 + 0 + 37,9) + 103,17 = 170,07 \text{MPa} = 17.007 \text{t} / \text{m}^2$$

É possível determinar a percentagem que representa essas perdas em relação à tensão aplicada por uma simples regra de três:

$$\begin{array}{r} 139.400 \text{t} / \text{m}^2 \quad \text{-----} \quad 100\% \\ 17.007 \text{t} / \text{m}^2 \quad \text{-----} \quad x \\ x = 12,20\% \end{array}$$

A força de protensão inicial calculada no item 3 – Dimensionamento à flexão, passa no instante $t = \infty$, para o valor de:

$$\checkmark P_\infty = n_{cabos} \cdot P_{cabo} (-12,20\% n_{cabos} \cdot P_{cabos}) = 520 - 63,44 = 456,56 \text{t} = 4565,60 \text{kN}$$

Mas, a força necessária no meio do vão para combater o momento devido ao carregamento é de $506,79 \text{t} = 5.067,90 \text{kN}$, assim a força inicial deveria ser a força necessária no meio do vão acrescida da força perdida no tempo, fazendo um total de: $520,23 \text{t} = 5.202,30 \text{kN}$. Com este valor é possível recalculer o número de cordoalhas necessárias.

$$\checkmark n_{cabos} = \frac{P_0}{P_{cabo}} = \frac{570,23}{20} = 28,51 \text{ aproximadamente } 29 \text{ cordoalhas.}$$

Isto significa que o total de força perdida equivale a 3 cordoalhas, ou seja, para compensar as perdas que teremos com o passar do tempo, até a estabilização, precisaremos acrescentar à estrutura 3 cordoalhas.

Assim a tensão real de protensão será:

$$\checkmark \sigma_{p0} = \frac{P}{n_{cabos} \cdot A\phi} = \frac{506,79}{(29) \cdot (143,5 \times 10^{-6})} = 121.780,60 t / m^2 = 1.217,806 MPa < \sigma_{p adm}$$

Resultando numa deformação inicial de protensão de:

$$\checkmark \sigma_{p0} = E \cdot \varepsilon_{p0} \Rightarrow \varepsilon_{p0} = \left(\frac{1.217,806}{2,1 \times 10^5} \right) \cdot 100 = 0,58\%$$

Confirmação do valor da força de protensão no instante $t = \infty$ no meio do vão, com a tensão inicial calculada e com a quantidade de cordoalhas a serem utilizadas:

$$\checkmark P_{\infty} = \sigma_{p0} \cdot A_0 = (121.780,60 t / m^2) (29) (143,5 \times 10^{-6}) = 506,79 t = 5.067,90 KN$$

6) Dimensionamento à cortante

6.1) INTRODUÇÃO

Observe a viga abaixo (fig. 6.1), simplesmente apoiada, com carga aplicada em dois pontos equidistantes dos apoios, na qual as seções entre as cargas estão submetidas somente a esforços normais (flexão pura) e as seções entre os apoios e carga tinham uma combinação de momento fletor e força cortante (tensões tangenciais), não considerando seu peso próprio.

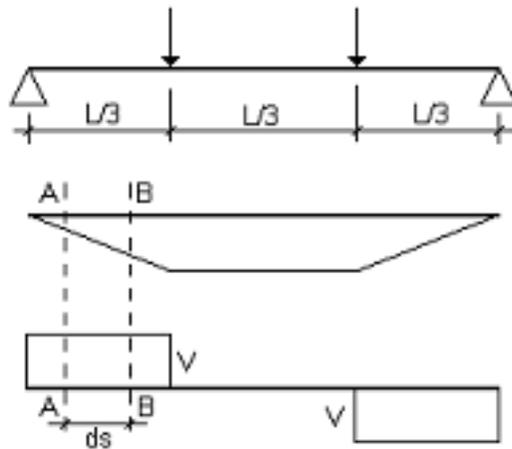


Fig. 6.1 – Viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas equidistantes dos apoios.

É conhecido que a derivada do momento é o cortante $V = dM/dx$, no caso da seção entre as cargas o momento é constante ($V = 0$), e nas seções entre os apoios e cargas o momento tem uma variação linear, levando ao cortante ter um valor diferente de zero, com tensões normais (σ) e tangenciais (τ).

Ao contrário da situação em que pode haver flexão sem cisalhamento (momento sem cortante) não é possível ocorrer casos de cisalhamento sem flexão (cortante sem momento).

Dessa forma, na flexão simples, juntamente com as tensões tangenciais, sempre atuam tensões normais de flexão, formando um estado biaxial, ou duplo, de tensões principais de tração e compressão, em geral, inclinadas em relação ao eixo

da viga. É um problema de solução bastante complexa, com mecanismos resistentes essencialmente tridimensionais. No estudo de cisalhamento influem:

- ✓ forma da seção;
- ✓ variação da forma da seção ao longo da peça;
- ✓ esbeltez da peça ($l/d \geq 2$);
- ✓ disposição das armaduras transversais e longitudinais;
- ✓ aderência;
- ✓ condições de apoio e carregamento etc.

A condição de $(l/d) \geq 2$ é para que o estudo se resuma às peças chamadas de vigas (a seção transversal permanece plana após a deformação (fig. 6.2 a), pois quando a relação é inferior a 2, as seções transversais sofrem um “empenamento”, não constituindo planas após a deformação; a estrutura com essas características passa a ser chamada de viga-parede (fig. 6.2 b).

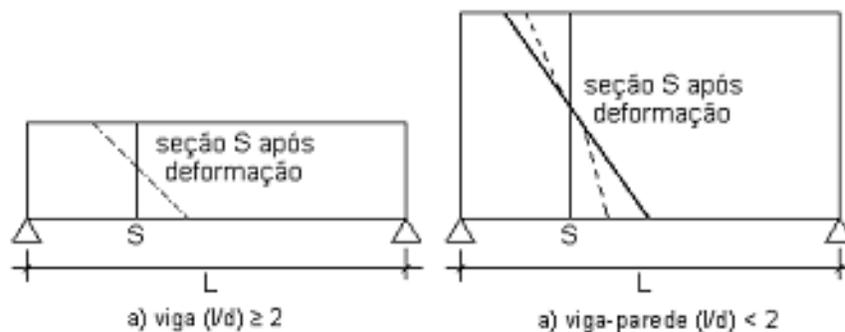


Fig. 6.2 – a) viga (a seção após a deformação permanece plana; b) viga-parede (a seção sofre um empenamento após a deformação).

Para cargas de pequena intensidade, em que as tensões de tração não superam a resistência a tração do concreto (estágio 1), o problema é simples; quando se aumenta o carregamento e o concreto torna-se fissurado (estágio 2), é produzido um complexo reajuste de tensões entre o concreto e a armadura, que pode crescer até chegar a ruptura. Na alma da viga as tensões de compressão são resistidas pelo concreto comprimido, que se mantém íntegro entre as fissuras (bielas

comprimidas), e as tensões de tração são resistidas por uma armadura transversal (armadura de cisalhamento). As distribuições transversais das tensões normais e tangenciais nos estágios 1 e 2 são mostradas nas figuras a seguir:

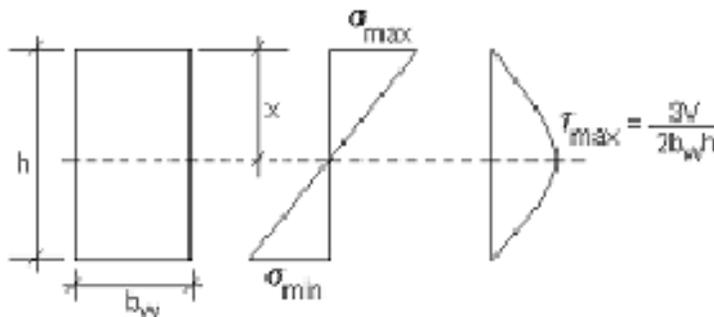


Fig. 6.3 – Estágio 1 (o concreto ainda não está fissurado).

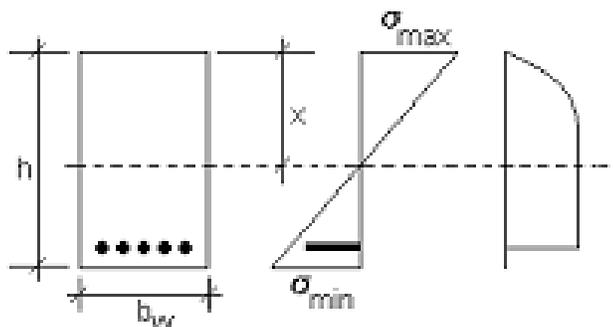


Fig. 6.4 – Estágio 2 (o concreto está fissurado).

A armadura transversal proporciona segurança diante dos distintos tipos de ruptura, ao mesmo tempo, mantém a fissuração dentro de limites admissíveis e influenciada pela quantidade de armadura transversal e pela resistência do concreto. Pode ser evitado o esmagamento do concreto da alma da viga por meio da verificação da biela de concreto comprimida.

Como ainda não existe uma solução, que ao mesmo tempo seja precisa e simples, a maioria dos procedimentos adota um tratamento independente para as tensões de flexão e cisalhamento em uma viga, e admite que a contribuição das armaduras transversais e do concreto comprimido, na resistência ao esforço cortante, pode ser obtida por meio da analogia de treliça de RITTER-MÖRSCH, como veremos no item a seguir.

Os tipos de colapsos que podem existir em vigas devido à ação de força cortante são:

- ✓ a ruptura pode ser por escoamento da armadura transversal;
- ✓ o concreto da biela comprimida da alma é esmagado;
- ✓ o colapso ocorre por falha na ancoragem da biela junto ao apoio (escorregamento da armadura longitudinal);
- ✓ falha na concretagem etc.

Ainda existem outras formas de ruptura, tais como: colapso por força cortante-flexão e por flexão da armadura longitudinal. No primeiro caso, o concreto do banzo comprimido (região acima da linha neutra) é esmagado em decorrência do “avanço” ou da “penetração” das fissuras diagonais (inclinadas) nesta região. No segundo caso, surgem deficiências localizadas na região da armadura longitudinal que apresenta resistência insuficiente para suportar a flexão localizada causada pelo apoio das bielas (região de concreto íntegro entre fissuras) entre os estribos.

6.2) ANALOGIA DA TRELIÇA DE MÖRSCH

RITTER (1899) e MÖRSCH (1902) introduziram o modelo de treliça para o dimensionamento de vigas ao esforço cortante, admitindo-se as bielas de concreto a 45° com o eixo das vigas (fig.6.5). Este modelo, embora bastante idealizado, pode ser considerado um marco na história do concreto armado, uma teoria em que o mecanismo resistente da viga no estágio 2 (concreto fissurado) pudesse ser associado ao de uma treliça, em que as armaduras de concreto equilibrassem, conjuntamente, o esforço cortante.

O modelo proposto por E. Mörsch não foi inicialmente bem aceito, mas com o desenvolvimento das técnicas de ensaio de estruturas, constatou-se que ele poderia ser empregado, desde que fossem feitas adequadas correções. Posteriormente foi verificado que o modelo de treliça com $\theta = 45^\circ$ não representa adequadamente o comportamento das vigas, dado que as tensões nos estribos

obtidas experimentalmente são significativamente inferiores àquelas a que o modelo conduz.

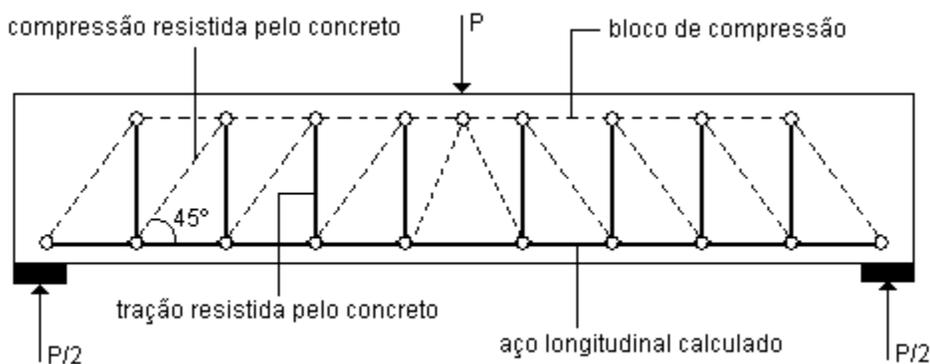


Fig. 6.5 – Modelo de treliça para uma viga segundo MÖRSCH (1902).

Visando um dimensionamento mais econômico da armadura transversal, foram feitas modificações na teoria clássica de Mörsch:

- ✓ consideração de uma parte do esforço cortante sendo resistido pelo banzo comprimido, pelo efeito de engrenamento dos agregados nas faces das fissuras diagonais, e pelo efeito de pino da armadura longitudinal que cruza essas fissuras, e apenas a outra parte sendo resistida pela “ação de treliça”;
- ✓ adoção de braço de alavanca da treliça variável ao longo da mesma;
- ✓ adoção de ângulo das diagonais comprimidas com o eixo da viga menor que 45° .

A influência teórica da variação do braço de alavanca (inclinação do banzo comprimido), e do ângulo das diagonais comprimidas nos tirantes longitudinais e transversais, assim como da inclinação da armadura transversal, foi verificada por LEONHART e MÖRNNIG (1978).

A teoria teve, então, reconhecimento mundial, e mesmo que muita coisa tenha mudado desde então (as resistências do concreto e do aço aumentaram, a aderência obtida com aços corrugados levou ao desuso as barras lisas etc.), os princípios apresentados por Mörsch continuam válidos, e ainda hoje são a base do cálculo de cisalhamento dos mais importantes regulamentos. A grande vantagem é

que, embora, sendo simples, o modelo conduz a resultados satisfatórios para a quantidade da armadura transversal no estado limite último.

6.3) CÁLCULO DA ARMADURA E VERIFICAÇÃO DA BIELA

A norma NBR 6118/2003, intitulada Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos, no capítulo 17, item 17.4, elementos lineares sujeitos a força cortante no estado limite último, descreve como devem ser realizados os cálculos da armadura transversal e a verificação da biela de compressão.

As prescrições aplicam-se a elementos lineares armados ou protendidos, submetidos a forças cortantes, combinadas com outros esforços solicitantes.

Não se aplicam a elementos de volume, lajes, vigas parede ou consolos curtos, que são tratados em outras seções da norma.

As condições de cálculo fixadas pela norma para as vigas baseiam-se na analogia com o modelo da treliça, de banzos paralelos, associado a outros mecanismos resistentes complementares (“termo corretivo”) desenvolvidos no interior da peça, tais como:

- ✓ Engrenamento do agregado na face da fissura inclinada (o agregado graúdo impede a propagação de fissuras; para concretos com baixo f_{ck} a ruptura contorna o agregado graúdo);
- ✓ Efeito de pino da armadura longitudinal (tenta impedir a ruptura devido a esforços cortantes, o cortante é sempre resistido pelo aço e pelo concreto);

São admitidos dois modelos de cálculo alternativos (item 17.4.2 – NBR 6118/2003):

- ✓ MODELO I (objeto do item 17.4.2.2 – NBR 6118/2003), em que admite que as diagonais de compressão sejam inclinadas com $\theta = 45^\circ$ (inclinação das bielas comprimidas) em relação ao eixo longitudinal da peça, e que V_c tem valor constante; modelo adotado neste dimensionamento;

- ✓ MODELO II (objeto do item 17.4.2.3 – NBR 6118/2003), em que é admitido que essas diagonais tenha inclinação diferente de $\theta = 45^\circ$, que pode ser arbitrada livremente no intervalo de $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$; nesse caso, considera-se a parcela V_c com valores menores.

6.4) VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

A resistência da peça, em uma determinada seção transversal, será satisfatória quando forem verificadas, simultaneamente, as condições:

- ✓ 1ª condição: $V_{sd} \leq V_{Rd2}$
- ✓ 2ª condição: $V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$

onde:

V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa a ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{Rd3} é a resistência total à cortante da viga;

V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares da treliça (termo corretivo) ou resistência do concreto à cortante;

V_{sw} é a parcela de força cortante adsorvida pela armadura transversal.

Na região dos apoios, os cálculos devem considerar a força cortante agente na face dos mesmos. Para o cálculo das armaduras, em apoios diretos, com as reduções indicadas na seção 17.4.1.2.1 – NBR 6118/2003; no caso de apoios indiretos essas reduções não são permitidas.

As expressões anteriores possibilitaram verificar se é necessário colocar por cálculo armadura transversal ou se deve colocar armadura transversal mínima, que garante uma ruptura dúctil do elemento após este ter alcançado o cortante de fissuração diagonal.

6.5) DETERMINAÇÃO DA FORÇA CORTANTE DE CÁLCULO

Determina-se o valor de V_{sk} (solicitação do esforço de cortante característico) através do diagrama, onde o carregamento atuante é conhecido.

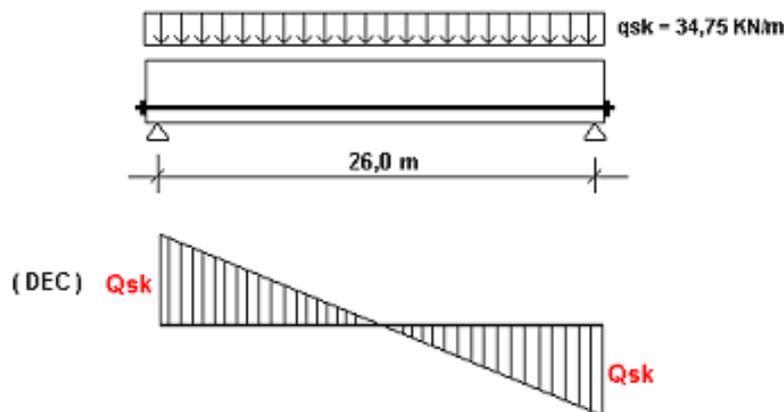


Fig. 6.6 – Diagrama de Esforço cortante.

Assim, como já conhecemos q_{sk} , encontramos V_{sk} através do cálculo:

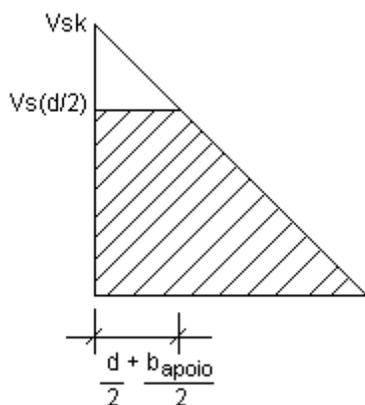
$$\checkmark V_{sk} = \frac{q_{sk} \cdot l}{2} = \frac{(34,75 \text{ kN} / \text{m}) \times (26 \text{ m})}{2} = 451,75 \text{ kN} = 45,175 \text{ t}$$

Na seção 14.4.1.2.1 da norma diz que, para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto (se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-a) valem as seguintes prescrições:

- ✓ a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância $d/2$ da face de apoio, constante e igual à desta seção;
- ✓ a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a \leq 2d$ do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento a , ser reduzida multiplicando-a por $a/(2d)$. Todavia, esta redução não se aplica às forças cortantes provenientes dos cabos inclinados de protensão;

As reduções indicadas nesta seção não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto. No caso de apoios indiretos, essas reduções também não são permitidas. Calculamos usando as prescrições acima o valor de V_{sd} a $d/2$ do apoio.

Onde d é a altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração; entretanto, segundo a norma, no caso de elementos estruturais protendidos com cabos distribuídos ao longo da altura, d não precisa ser tomado com valor menor que $0,8h$, desde que exista armadura junto à face tracionada de forma a satisfazer a condição do item 17.4.1.2.2 acima descrito.



$$V_{sd}\left(\frac{d}{2}\right) = Ra - \left[q_{sk} \left(\frac{d}{2} + \frac{b_{apoio}}{2} \right) \right]$$

$$V_{sd}\left(\frac{d}{2}\right) = 451,75 - \left[(1,4 \times 34,75) \left(\frac{0,8 \times 1,3}{2} + \frac{0,4}{2} \right) \right] = 416,72 \text{ kN}$$

6.6) CÁLCULO DA ARMADURA TRANSVERSAL ATRAVÉS DO MODELO I

O modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independente de V_{sd} .

No caso de haver protensão a norma prescreve no item 17.4.1.2.2 – Efeito da componente tangencial da força de protensão, que no valor de V_{sd} deve ser considerado o efeito da projeção da força de protensão na sua direção, com o valor de cálculo correspondente ao tempo t considerado. Entretanto, quando esse efeito for favorável, a armadura longitudinal de tração junto à face tracionada por flexão deve satisfazer à condição: $A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} \geq V_{sd}$.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

Quando $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ se procede ao cálculo da armadura transversal. Logo calculamos o valor de V_{Rd2} e verificamos a biela:

$$\checkmark \quad \alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = \left(1 - \frac{40}{250} \right) = 0,84$$

$$\checkmark \quad V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d = 0,27 \cdot 0,84 \cdot \left(\frac{40 \times 10^3}{1,4} \right) \cdot 0,3 \cdot (0,8 \times 1,3) = 2.021,76 \text{ kN}$$

Como $V_{Rd2} > V_{sd}$, então podemos afirmar que não ocorrerá ruptura por esmagamento da biela comprimida de concreto, admitindo a continuação do dimensionamento, porém como afirmado anteriormente essa é uma condição necessária, porém não suficiente.

b) Cálculo da armadura transversal:

Para o cálculo da armadura transversal, a força cortante solicitante de cálculo, na seção, tem que satisfazer a expressão seguinte:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

No caso onde temos uma força de compressão aplicada (protensão), uma parcela dessa força, que é igual a $P \cdot \text{sen} \alpha$, combate parte desse esforço cortante diminuindo o valor de V_{sd} da seguinte forma:

$$V_{sd} - P \cdot \text{sen} \alpha \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

Conhecida a força cortante solicitante de cálculo se iguala a $V_{sd} - P \cdot \text{sen} \alpha = V_c + V_{sw}$ e com o valor de V_c (parcela de cortante resistido pelo concreto), calcula-se $V_{sw} = (V_{sd} - P \cdot \text{sen} \alpha) - V_c$, a norma estabelece para V_c os seguintes valores:

- ✓ $V_c = 0$ nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;
- ✓ $V_c = V_{c0}$ na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra cortando a seção;
- ✓ $V_c = V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd, \text{m}áx}} \right) \leq 2V_{c0}$ na flexo-compressão.

Sendo:

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad \text{e} \quad f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$$

A armadura transversal é calculada segundo a expressão:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot 0,9d \cdot f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha)}{s}$$

onde:

b_w é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d ; no caso de elementos estruturais protendidos, quando existirem bainhas

injetadas com diâmetro $\phi > b_w / 8$, a largura resistente a considerar deve ser

$$b_w - 1/2\Sigma\phi;$$

d é a altura útil da seção, igual a distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

s é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} , medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

f_{ywd} é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor de 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$;

M_0 é o valor de momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{sd,max}$);

$M_{sd,max}$ é o momento fletor de cálculo, máximo no trecho em análise.

Para o caso de flexo-compressão (protensão) usaremos a condição de

$$V_c = V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,max}} \right) \leq 2V_{c0}, \text{ considerando então } V_c = 2V_{c0}, \text{ assim calculamos:}$$

$$\checkmark \quad f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot \sqrt[3]{(40)^2}}{1,4} = 1,75 \text{ MPa}$$

$$\checkmark \quad V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d = 0,61,75 \times 10^3 \cdot 0,3 \cdot (0,8 \times 1,3) = 327,60 \text{ KN}$$

$$\checkmark \quad V_c = 2V_{c0} = 2 \times 327,60 = 655,20 \text{ KN}$$

Concluí-se que, como $V_{sd} = 416,72 \text{ KN} - P \cdot \text{sen} \alpha$, o valor de V_c é maior e portanto o concreto sozinho já resiste ao esforço de cortante externo. A estrutura então levará um valor mínimo de armadura transversal prescrito na norma.

6.7) TAXA MÍNIMA DE ARMADURA TRANSVERSAL E ESPAÇAMENTO MÁXIMO

Vigas submetidas a níveis de carga e/ou com dimensões que as levam, segundo cálculo, a não precisar de armadura, são normalmente providas de armadura mínima. Esta armadura visa prevenir, na eventualidade da existência de sobrecargas não previstas, ruptura brusca das vigas assim que ocorra fissuração.

Defini-se taxa de armadura mínima como aquela necessária para que a viga não tenha ruptura frágil após a força cortante ter alcançado o valor do cortante de fissuração diagonal.

A norma NBR 6118/2003, no item 17.4.1.1 diz que todos os elementos lineares submetidos à força cortante, à exceção dos casos 17.4.1.1.2, devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \text{sen} \alpha} \geq \rho_{sw, \min} = 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}}$$

onde:

A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos;

S é o espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

α é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

b_w é a largura média da alma, medida ao longo da altura útil;

f_{ywk} é a resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;

f_{ctm} é a resistência a tração média.

Taxa mínima:

$$\checkmark \quad \rho_{sw} = 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} = \frac{0,2 \cdot \sqrt[3]{(40)^2}}{1,4} \cdot 100 = 0,14\%$$

O item 17.4.1.1.3 – NBR 6118/2003 diz que a armadura transversal pode ser constituída por estribos e barras dobradas; entretanto, quando forem utilizadas barras dobradas, estas não devem suportar mais do que 60% do esforço total resistido pela armadura.

São exceções em relação à armadura mínima (item 17.4.1.1.2):

- ✓ peças lineares com $b_w > 5d$, sendo d a altura útil da seção; esses casos devem ser tratados como lajes;
- ✓ as nervuras das lajes com nervuras, com espaçamento inferior a 50 cm, também devem ser verificadas como lajes, tomando-se por base a soma das larguras das nervuras no trecho considerado, dispensando-se armadura transversal apenas se $V_{sd} \leq 0,7.V_{Rd1}$, onde V_{Rd1} é o valor de cálculo da força cortante resistente quando não há armadura transversal;
- ✓ pilares e elementos lineares de fundação submetidos predominantemente a compressão.

6.7.1) Diâmetros das barras dos estribos

De acordo com o item 18.3.3.2 da norma (Elementos estruturais armados com estribos), o diâmetro (ϕ) da barra que constitui o estribo deve ser $5mm \leq \phi \leq b_w / 10$, quando a barra for lisa, seu diâmetro não pode ser superior a 12mm. No caso de estribos formados por telas soldadas, o diâmetro mínimo pode ser reduzido para 4,2mm, desde que sejam tomadas precauções contra a corrosão dessa armadura.

$$\checkmark \quad 5mm \leq \phi \leq \frac{b_w}{10} \Rightarrow 5mm \leq \phi \leq \frac{300mm}{10} \Rightarrow 5mm \leq \phi \leq 30mm$$

O diâmetro adotado para a estrutura foi de $\phi = 6,3mm$.

6.7.2) Espaçamento entre estribos

O espaçamento mínimo entre estribos (segundo a NBR 6118/2003), medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo ($S_{m\acute{a}x}$) deve garantir que na eventualidade da ruptura do elemento estrutural, existam estribos atravessando a superfície de força cortante solicitante segundo as seguintes expressões (usar o valor menor):

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 0,6 \cdot d \leq 300 \text{ mm se } V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2} \\ 0,3 \cdot d \leq 200 \text{ mm se } V_{sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2} \end{cases}$$

O espaçamento calculado através da taxa mínima será:

$$\checkmark S_{m\acute{a}x} = \frac{nA\phi}{\rho_{av,m\acute{o}n} \cdot b_w} = \frac{2 \left[\frac{\pi(0,63)^2}{4} \right]}{0,14 \cdot 0,30} \cong 15,0 \text{ cm}$$

Portanto será adotado o menor dentre os espaçamentos calculados anteriormente, adotando-se $S = 15,0 \text{ cm}$.

7) Verificação do Estado Limite Último

7.1) VIGAS SUBARMADAS E SUPERARMADAS

As vigas com quantidade de armadura inferior à armadura balanceada chamam-se vigas subarmadas. Nestas vigas, a ruptura inicia-se pelo escoamento da armadura, o que provoca grandes deformações (fechas); o alongamento da armadura tracionada diminui a profundidade da linha neutra, até que o concreto comprimido sofra esmagamento. Esse tipo de ruptura, denominado dúctil, apresenta grande interesse na prática, porque as deformações constituem precioso aviso da aproximação do colapso.

As vigas com quantidade de armadura superior à armadura balanceada denominam-se superarmadas. Nestas vigas, a resistência do concreto é atingida antes do escoamento da armadura, de modo que a armadura se dá bruscamente, por esmagamento do concreto. Esse tipo de ruptura, denominado frágil, deve ser evitado nos projetos. As vigas superarmadas são também anti-econômicas, pois as armaduras trabalham com tensões reduzidas, não sendo aproveitada integralmente a resistência das armações.

7.2) CONDIÇÃO DE DUCTILIDADE

Para as aplicações profissionais, há grande interesse em projetar as vigas com ruptura do tipo dúctil, isto é, precedida de grandes deformações. Para haver grandes deformações próximo à ruptura, as armaduras devem entrar em escoamento.

A condição de ductilidade consiste, então, em projetar a viga com uma quantidade de armadura inferior à balanceada, com o que se garante o escoamento do aço na ruptura.

A condição de ductilidade pode também exprimir-se em função da profundidade da linha neutra ($x < x_{bal}$).

7.3) DEFINIÇÃO DE ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RUPTURA OU DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

O estado limite último corresponde a uma condição em que a viga não pode ser mais utilizada, por ter sofrido colapso ou deformações plásticas excessivas.

É evidente que todas as estruturas projetadas, de qualquer tipo ou categoria, devem ter as suas solicitações em serviço com um certo coeficiente de segurança em relação às condições de inservibilidade.

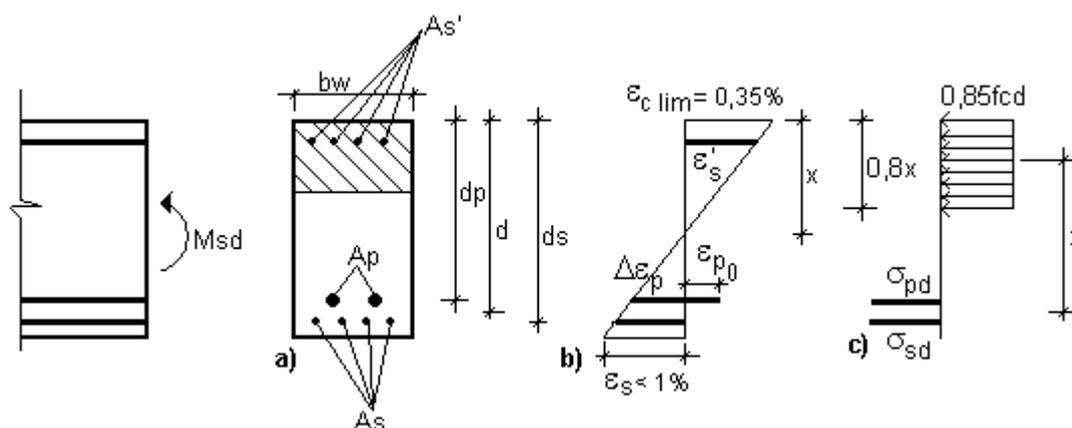


Fig. 7.1 – Estado Limite Último de uma viga retangular de concreto protendido, com armaduras aderentes: a) seção transversal da viga fletida; b) deformações unitárias do concreto e dos aços (Estado Deformacional); c) diagrama retangular de tensões normais no concreto (Estado Tensional).

O cálculo das vigas no estado último de ruptura ou de deformação plástica excessiva (fig.7.1) pode ser feito com as seguintes hipóteses:

- as deformações das fibras são proporcionais à sua distância ao eixo neutro (hipótese de seção deformada plana, fig. 7.1 b);
- a intensidade e a posição da resultante dos esforços que atuam na zona comprimida de concreto podem ser deduzidos do diagrama de repartição das tensões naquela região;
- após a fissuração, a resistência à tração do concreto é desprezada;
- sob influência das solicitações, as armaduras ficam sujeitas às mesmas deformações unitárias médias que o concreto adjacente; para as convencionais deduzem-se as tensões σ_s do diagrama tensão x deformação do aço; para as armaduras protendidas, procede-se do mesmo modo, considerando, porém, a

deformação total ε_p do aço de protensão, a qual inclui o pré-alongamento, aplicado na época da protensão.

A hipótese de seção deformada plana só é válida pra a seção de concreto não fissurada. Após a fissuração, as elongações unitárias da face tracionada se concentram nas fissuras, de modo que as seções deformadas não permanecem planas. Apesar disso, pode-se admitir a hipótese como válida, considerando-se a elongação média em trechos da viga.

Os momentos fletores últimos, calculados com a hipótese de seção deformada plana ($M_{u,res}$), apresentam excelente correlação com os valores determinados experimentalmente (M_u), o que justifica o emprego generalizado da hipótese.

Na fig. 7.1, o estado limite último pode ser definido por deformações unitárias limites dos materiais (fig.b), ou por tensões limites dos mesmos (fig. c).

O estado limite último de deformação plástica é caracterizado pelos seguintes valores limites de deformações unitárias:

$$\varepsilon_{e\lim} = 0,35\%$$

$$\varepsilon_{s\lim} = \Delta\varepsilon_{p\lim} = 1\%$$

A deformação unitária da armadura protendida aderente é formada de três parcelas:

$$\varepsilon_{p\text{total}} = \varepsilon_p + \varepsilon_{p1} + \Delta\varepsilon_p$$

onde:

$\varepsilon_{p\text{total}}$ = pré-alongamento unitário, correspondente à tensão efetiva de protensão que atua na seção;

ε_{p1} = alongamento unitário correspondente à variação de tensões entre a situação inicial de descompressão do concreto ao nível da armadura de protensão;

$\Delta\varepsilon_p$ = alongamento unitário provocado pela curvatura da seção.

Das três parcelas acima, a segunda tem valor pequeno, comparado com as outras, podendo em geral ser desprezada. São encontradas tabelas com valores estimados destas deformações. A tabela abaixo (Walter Pfeil/1983) mostra estes valores para a cordoalha CP 190 RB.

Tabela 7.1 - Deformações unitárias de escoamento de armaduras protendidas.

Tipo de aço	$f_{p0,2k}$ (tf/cm)	ϵ_p total	ϵ_p (estimado)	ϵ_{p1} (estimado)	$\Delta\epsilon_p$
CP 190 RB	17,0	1,05%	0,55%	0,02%	0,48%

7.4) EQUAÇÕES PARA CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE ÚLTIMO, EM SEÇÕES COM ARMADURAS ADERENTES

Admitindo-se que as armaduras sejam aderentes, o momento resistente último pode ser determinado com auxílio das equações de compatibilidade, das equações de equilíbrio e de leis físicas dos materiais (diagrama de tensão x deformação unitária do concreto e dos aços).

Das três equações de equilíbrio da estática plana, uma delas ($\Sigma V = 0$) se reduz a uma identidade.

Na fig. 7.1 apresenta-se uma viga de seção retangular, com armaduras protendidas (A_p) e convencionais (A_s e A_s'), no estado limite último (de projeto). Admitindo-se o diagrama retangular de tensões de compressão do concreto adotado pela NBR 6118/2003, as equações podem ser escritas da seguinte forma:

Fazendo o somatório das forças: $\Sigma H = 0$

$$A_p \sigma_{pd} + A_s \sigma_{sd} = 0,8x \cdot 0,85 f_{cd} \cdot b_w + A_s' \sigma_{sd}'$$

Dividi-se toda a equação por $b_w \cdot d \cdot f_{cd}$, para transformá-la em adimensional.

$$\frac{A_p}{b_w \cdot d} \cdot \frac{\sigma_{pd}}{f_{cd}} + \frac{A_s}{b_w \cdot d} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{cd}} = \frac{0,68x \cdot f_{cd} \cdot b_w}{b_w \cdot d \cdot f_{cd}} + \frac{A_s'}{b_w \cdot d} \cdot \frac{\sigma_{sd}'}{f_{cd}}$$

A equação acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$\rho_p \cdot \frac{\sigma_{pd}}{f_{cd}} + \rho_s \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{cd}} = \frac{0,68x}{d} + \rho_s' \cdot \frac{\sigma_{sd}'}{f_{cd}}$$

Fazendo o somatório das forças: $\Sigma M = 0$.

$$M_{sd} \leq M_{Rd} = 0,8x \cdot 0,85 f_{cd} \cdot b_w (d - 0,4x)$$

Dividindo toda a equação por $b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}$.

$$\frac{M_{Rd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{0,68x \cdot f_{cd} \cdot b_w (d - 0,4x)}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Considerando $x = kd$ obtemos: $\frac{M_{Rd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,68k - 0,275k^2$

Para $k_{lim} = k_{3-4} = \frac{x_{3-4}}{d}$ tem-se uma ruptura balanceada, caso contrário a ruptura será do tipo frágil. Assim:

$$\frac{M_{Rd_{balanceado}}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,68 \cdot \left(\frac{x_{3-4}}{d} \right) - 0,275 \left(\frac{x_{3-4}}{d} \right)^2$$

$$M_{Rd_{balanceado}} = \left[0,68 \cdot \left(\frac{x_{3-4}}{d} \right) - 0,275 \left(\frac{x_{3-4}}{d} \right)^2 \right] b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

d = distância da borda superior à resultante das tensões que atuam nas armaduras tracionadas.

$$d = \frac{A_p \sigma_{pd} d_p + A_s \sigma_{sd} d_s}{A_p + A_s}$$

Na tabela abaixo se encontram as profundidades da linha neutra, correspondentes à armadura balanceada (Walter Pfeil/1983).

Tabela 7.2 – Profundidade da linha neutra (x_{bal}), correspondente à armadura balanceada.

Tipo de aço	ϵ_s ou $\Delta\epsilon_p$	x_{bal}
CP 190 RB	0,48%	$0,422d_p$

Observa-se com os dados da tabela acima que: $k_{3-4} = 0,422d_p$. Verifica-se que a condição de ductilidade ($x \leq x_{bal}$, ou seja, $k \leq k_{3-4}$) equivale a fixar um limite superior da soma dos percentuais mecânicos das armaduras protendidas e suplementares, obtendo a condição de ductilidade:

$$\omega_p + \omega_s = 0,68.k_{3-4} + \omega_s' \Rightarrow \omega_p + \omega_s - \omega_s' = 0,287$$

7.5) CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE ÚLTIMO DE FORMA SIMPLIFICADA

De uma forma mais simplificada e bastante eficaz, podemos calcular o momento resistente último da viga em questão através do somatório das resistências de todos os aços, como mostra a equação abaixo:

$$M_u = A_s f_{yd} z_s + A_p f_{pyd} z_p$$

Como são conhecidos todos os parâmetros utilizados na equação, apenas precisamos substituir os valores:

$$M_u = 10(78,5 \times 10^{-6})(435 \times 10^3)(0,8 \times 1,2887) + 29(143,5 \times 10^{-6})(1700 \times 10^3)(0,7 \times 1,07) \cong 5.650 \text{ kN.m}$$

Comparando este valor ao momento máximo devido ao carregamento encontra-se que: $M_u = 5.650 \text{ kN.m} > M_{sd} = 4.110,93 \text{ kN.m}$, assim concluímos que a viga dimensionada resiste ao momento solicitante de cálculo.

8) Dimensionamento à compressão axial simples

8.1) INTRODUÇÃO

Denomina-se compressão axial simples a solitação provocada por uma carga de compressão, ou a resultante de um grupo de cargas de compressão, aplicada segundo o eixo longitudinal do elemento de concreto armado, produzindo encurtamento uniforme em todas as fibras da seção transversal.

As deformações limites das seções, segundo a natureza da solitação conduzem a admitir os domínios, mostrados na fig. 8.1.

Observa-se neste gráfico de domínios que estamos no caso do domínio 5, onde a reta é paralela à seção transversal, que girou entorno do C e que a deformação do concreto é $\varepsilon_{cu} = 0,2\%$.

Os elementos submetidos à compressão axial podem alcançar seu estado último de duas formas: por alcançar sua capacidade última da seção transversal ou por perda de estabilidade.

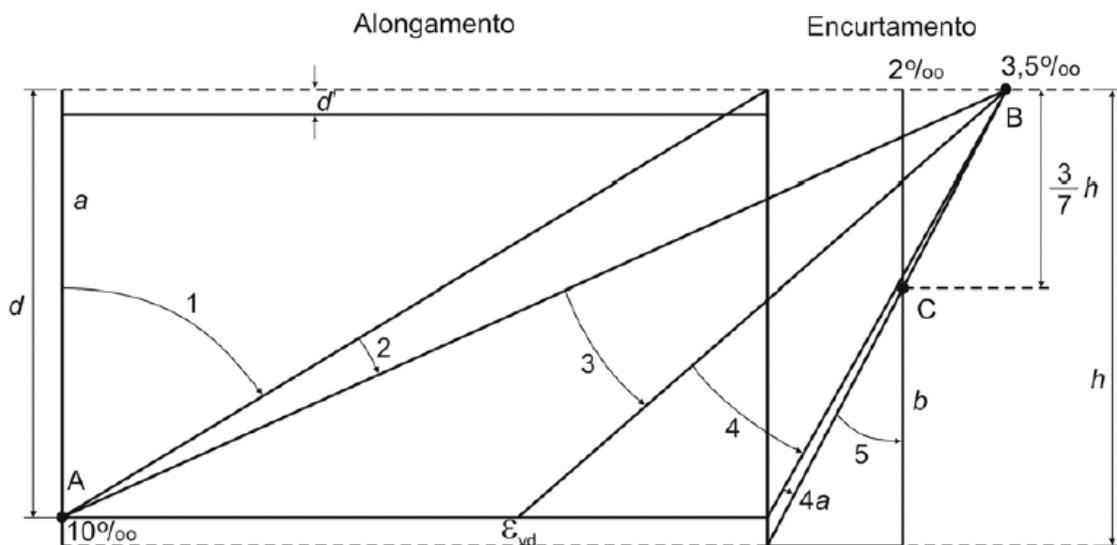


Fig. 8.1 – Diagrama de Domínios (representa os possíveis estados deformacionais no ELU).

8.2) PILARES

São elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Na ausência de ações

laterais, a carga atuante deve estar dentro ou no limite do núcleo central de inércia da seção.

A menor dimensão de pilares deve ser 20 cm ou 1/10 de sua altura, segundo a norma NBR 6118/2003.

8.2.1) Determinação do índice de esbeltez (λ) dos pilares

Conforme estudos de Resistência dos Materiais, o comprimento de flambagem l_e de uma haste reta, com inércia constante, uniformemente comprimida é dado por ($l_e = \beta l$), onde l é o comprimento da barra e β um coeficiente em função de seus vínculos extremos. No caso deste dimensionamento l_e será o indicado na fig. 8.2.

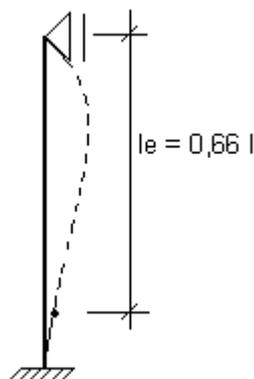


Fig. 8.2 – Barra engastada e rotulada.

A partir do comprimento de flambagem (l_e) e do índice de esbeltez (λ_α) da barra, numa direção α a ela conjugada, tem-se para os eixos principais:

$$\lambda_x = \frac{(l_e)_x}{i_x} \quad \text{e} \quad \lambda_y = \frac{(l_e)_y}{i_y} \quad \text{onde} \quad i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{e} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

Como o pilar possui seção circular e inércia conhecida, os valores de λ_x e λ_y serão iguais.

$$\checkmark \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4}}} = \sqrt{\frac{d^2}{16}} = \frac{d}{4} = \frac{0,6}{4} = 0,15m$$

$$\checkmark \quad \lambda = \frac{(l_e)}{i} = \frac{0,66 \times 6,0}{0,2} = 19,8$$

Os pilares devem ter índice de esbeltez menor ou igual a 200 ($\lambda \leq 200$). Apenas no caso de postes com força normal menor que $0,10f_{cd}A_c$, o índice de esbeltez pode ser maior que 200.

8.2.2) Dispensa da análise dos efeitos locais de 2ª ordem

Segundo a NBR 6118/2003 os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite de λ_1 estabelecido nesta subseção.

O valor de λ_1 depende de diversos fatores, mas os preponderantes são:

- ✓ a excentricidade relativa de 1ª ordem, e_1/h ;
- ✓ a vinculação dos extremos da coluna isolada;
- ✓ a forma do diagrama de momentos de 1ª ordem.

O valor de λ_1 pode ser calculado pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + \frac{12,5e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \text{onde} \quad \frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

Como calculado anteriormente, o índice de esbeltez do pilar é de 19,8, ou seja, um valor menor que o de λ_1 , quando observada a condição acima ($\lambda_1 \leq 90$). Com isso podemos dimensionar o pilar dispensando os efeitos de 2ª ordem.

8.2.3) Cálculo do esforço normal de compressão

Possui o mesmo valor característico do diagrama de cortante da fig. 4.6, calculado no item 4.5, de valor igual a $V_{sk} = 451,75$ KN, acrescido do peso do pilar, conforme o cálculo abaixo, sabendo que $\gamma_c = 25$ KN/m³.

$$\checkmark \quad N_{sk} = V_{sk} + \left(\frac{\pi d^2}{4} l \cdot \gamma_c \right) = 451,75 + \left(\frac{\pi (0,6)^2}{4} \cdot 6,0 \cdot 25 \right) = 494,16 \text{KN} = 49,416 \text{t}$$

Aplicando os conceitos do estado limite último encontramos um valor de cálculo de:

$$\checkmark \quad N_{sd} = 1,4 N_{sk} = 1,4 \times 494,16 = 691,824 \text{KN} \cong 69,20 \text{t}$$

8.2.4) Elementos não esbeltos submetidos à compressão axial simples

Neste caso a esbeltez do pilar não provoca perda por estabilidade do pilar e sim acontecerá à ruptura por capacidade última da seção transversal.

A força axial atuante no pilar será resistida pelo concreto e pela armadura longitudinal. Para isso é necessário que seja satisfeita a desigualdade, onde a normal resistente é igual à resistida pelo concreto mais à resistida pelo aço:

$$N_d \leq N_{Rd}, \quad \text{sendo} \quad N_{Rd} = N_{cd} + N_{sd}$$

onde:

N_d é o valor de cálculo da força normal de compressão atuante;

N_{Rd} é o valor de cálculo da força normal de compressão resistente total;

N_{cd} é o valor de cálculo da força normal resistente do concreto;

N_{sd} é o valor de cálculo da força normal resistente do aço.

Como mencionado anteriormente, sabemos que $\varepsilon_{cu} = \varepsilon_s = 0,002$, ponto onde o concreto admite maior resistência a compressão, essa deformação leva a armadura a uma tensão de:

$$\checkmark \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = 2,1 \times 10^5 \cdot 0,002 = 420 \text{MPa}$$

Assim pode-se reescrever a equação de N_{Rd} como:

$$N_{Rd} = 0,85 A_c f_{cd} + 420 A_s$$

Com a seção transversal conhecida (seção de concreto) pode-se procurar a área de armadura longitudinal necessária para suportar a força de compressão N_{sd} .

$$A_s = \frac{N_{sd} - (0,85 A_c f_{cd})}{420}$$

onde:

A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida;

A_c é a área da seção de concreto comprimido;

f_{cd} é valor de cálculo da resistência do concreto.

Utilizando um concreto com $f_{ck} = 20$ MPa, podemos encontrar o valor de do esforço normal resistente de cálculo devido à área de concreto (N_{cd}):

$$\checkmark N_{cd} = 0,85 A_c f_{cd} = 0,85 \left(\frac{\pi(0,6)^2}{4} \right) \left(\frac{20 \times 10^3}{1,4} \right) = 3.433,31 \text{KN} \cong 343,30 \text{t}$$

Concluí-se após este cálculo que o concreto é capaz de resistir sozinho todo o esforço solicitante, restando então colocar no pilar apenas armadura mínima especificada em norma.

A consideração da fluência deve obrigatoriamente ser realizada em pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$, como o é menor, não faremos esta análise.

8.3) DETALHAMENTO DOS PILARES

8.3.1) Armaduras longitudinais

Segundo a NBR 6118/2003 o diâmetro mínimo das barras longitudinais não deve ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal.

A taxa geométrica de armadura deve respeitar os valores máximos e mínimos abaixo relacionados.

A armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,min} = \frac{0,15 N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c$$

onde:

N_d é o valor de cálculo da força normal de compressão atuante;

f_{yd} é valor de cálculo da resistência do aço;

A_c é a área da seção de concreto comprimido.

Assim calculamos a taxa de armadura mínima, sabendo que o aço a ser utilizado será o CA 50:

$$\checkmark A_{s,min} = \frac{0,15N_d}{f_{yd}} = \frac{0,15 \times 691,824}{\frac{500 \times 10^3}{1,15}} = 0,0002386m^2 = 2,386cm^2$$

$$\checkmark A_{s,min} = 0,004A_c = 0,004 \left(\frac{\pi(0,6)^2}{4} \right) = 0,00113m^2 = 11,30cm^2$$

Usaremos a área mínima de 11,30 cm², o ϕ utilizado será de 12,5 mm.

A armadura longitudinal máxima deve ser:

$$A_{s,máx} = 8\%A_c$$

A maior armadura possível em pilares deve ser 8% da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição da armadura existente em regiões de emenda. Assim:

$$\checkmark A_{s,máx} = 8\%A_c = 0,08 \left(\frac{\pi(0,6)^2}{4} \right) = 0,0226m^2 = 226,0cm^2$$

8.3.1.1) Distribuição Transversal da armadura longitudinal

De acordo com a NBR 6118/2003, as armaduras longitudinais devem ser dispostas na seção transversal de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo 6 barras distribuídas ao longo do perímetro.

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emenda, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- ✓ 20 mm;
- ✓ diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- ✓ 1,2 vez o diâmetro máximo do agregado;

Para feixes de barras, deve-se considerar o diâmetro do feixe: $\phi_n = \phi \sqrt{n}$.

Esses valores se aplicam também às regiões de emendas por transpasse das barras.

Quando estiver previsto no plano de concretagem o adensamento através de abertura lateral na face da forma, o espaçamento das armaduras deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador.

O espaçamento máximo entre os eixos das barras, ou de centros de feixes de barras, deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 400 mm.

O diâmetro adotado para a armadura longitudinal foi de 12,5 mm, resultando em 9 unidades distribuídas ao longo do perímetro do pilar, respeitando as considerações da norma.

8.3.2) Armaduras transversais

A armadura transversal de pilares, constituída por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes.

O diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5 mm nem a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal.

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- ✓ 200 mm;
- ✓ menor dimensão da seção;
- ✓ 24 ϕ para CA-25, 12 ϕ para CA-50.

Pode ser adotado o valor $\phi_t < \phi/4$, desde que as armaduras sejam constituídas do mesmo tipo de aço e o espaçamento respeite também a limitação:

$$S_{m\acute{a}x} = 90.000 \left(\frac{\phi_t^2}{\phi} \right) \frac{1}{f_{yk}} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Quando houver necessidade de armaduras transversais para forças cortantes e torção, esses valores devem ser comparados com os mínimos especificados para vigas, adotando-se o menor dos limites especificados.

O diâmetro adotado para o estribo foi de 6,3 mm espaçados a 12 ϕ , ou seja, a cada 15,0 cm.

9) Dimensionamento da fundação

9.1) INTRODUÇÃO

Projetar uma estrutura significa estudar a associação de seus elementos e prepará-los para suportar os diferentes esforços a que estarão submetidos. Em construção civil, os elementos estruturais são: lajes, vigas, pilares, blocos, sapatas, blocos sobre estacas, tirantes etc.

Para realização do projeto estrutural, o projetista de superestrutura deve tomar conhecimento dos prováveis recalques que as fundações poderão apresentar que possa considerá-los como esforços que deverão ser absorvidos pelas diversas peças estruturais (Velloso e Lopes/2002).

Para a elaboração de um projeto de fundação, é necessário e fundamental o conhecimento das características do solo onde ela vai acomodar-se e também dos carregamentos que serão transferidos pelos elementos da fundação ao solo.

O projetista de fundação para melhorar ou mesmo adotar a melhor solução deve procurar informa-se também das características da superestrutura. Podemos então de forma rápida, além de outros dados, dizer que são necessárias as seguintes informações técnicas para elaboração de um projeto de fundações:

- ✓ características do solo;
- ✓ carregamentos atuantes;
- ✓ características da superestrutura;
- ✓ recalques provocados no solo de apoio e as repercussões na superestrutura;
- ✓ efeitos sobre as fundações vizinhas ou mesmo nos prédios vizinhos.

As fundações são convencionalmente separadas em 2 grandes grupos: fundações superficiais (ou diretas ou rasas) e fundações profundas.

A distinção entre estes dois tipos é feita segundo o critério (arbitrário) de que uma fundação profunda é aquela que teria seu mecanismo de ruptura da base que não surgisse na superfície do terreno.

Como os mecanismos de ruptura de base atingem, acima da mesma, tipicamente duas vezes sua menor dimensão, a norma de fundações adotou que

fundações profundas são aquelas cujas bases estão implantadas a uma profundidade superior a duas vezes sua menor dimensão, e a pelo menos 3 m de profundidade.

De acordo com as análise dos resultados de sondagem abaixo relacionados a fundação escolhida foi do tipo rasa (sapata).

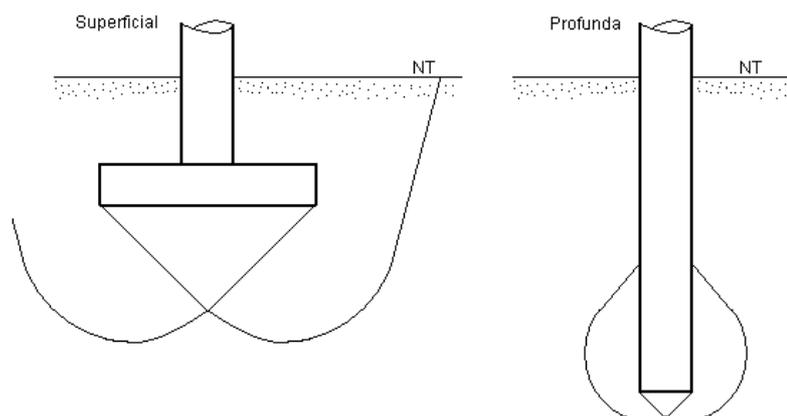


Fig. 9.1 – Fundação superficial e profunda.

9.2) CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS

Através da análise da sondagem (SPT), abaixo relacionada, foi possível determinar a capacidade de carga ou tensão admissível do solo através do método empírico e através da teoria de Terzaghi calcular a capacidade última do solo. A sapata estará assentada a 2,0 m de profundidade.

9.2.1) Método empírico

Com os dados fornecidos na sondagem abaixo encontra-se:

$$\begin{matrix} N_1 \\ N_2 \end{matrix} \text{ usando a média aritmética: } N_{\text{médio}} = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

A tensão admissível será: $\sigma_{adm} = 0,02N_{\text{Médio}}$

Fig. 9.2 – Sondagem (SPT) do furo nº 01.

Fig. 9.4 – Sondagem (SPT) do furo nº 03.

✓ Para o furo um, da fig. 9.2 tem-se:

$$\begin{array}{l} N_1 = 14 \\ N_2 = 20 \end{array} \quad \text{usando a média aritmética: } N_{\text{médio}} = \frac{N_1 + N_2}{2} = \frac{14 + 20}{2} = 17,0$$

$$\text{A tensão admissível será: } \sigma_{adm} = 0,02N_{\text{médio}} = 0,02 \times 17 = 0,34 \text{MPa} = 340 \text{KN} / \text{m}^2$$

✓ Para o furo dois, da fig. 9.3 tem-se:

$$\begin{array}{l} N_1 = 10 \\ N_2 = 15 \end{array} \quad \text{usando a média aritmética: } N_{\text{médio}} = \frac{N_1 + N_2}{2} = \frac{10 + 15}{2} = 12,5$$

$$\text{A tensão admissível será: } \sigma_{adm} = 0,02N_{\text{médio}} = 0,02 \times 12,5 = 0,25 \text{MPa} = 250 \text{KN} / \text{m}^2$$

✓ Para o furo três, da fig. 9.4 tem-se:

$$\begin{array}{l} N_1 = 9 \\ N_2 = 12 \end{array} \quad \text{usando a média aritmética: } N_{\text{médio}} = \frac{N_1 + N_2}{2} = \frac{9 + 12}{2} = 10,5$$

$$\text{A tensão admissível será: } \sigma_{adm} = 0,02N_{\text{médio}} = 0,02 \times 10,5 = 0,21 \text{MPa} = 210 \text{KN} / \text{m}^2$$

9.2.2) Método de Therzaghi

Seguindo a nomenclatura de Velloso e Lopes/2002, temos:

$$Q_{\text{ult}} = c.N_c + \gamma.D.N_q + \gamma.\frac{B}{2}.N_\gamma$$

onde:

B é a maior dimensão da sapata;

c é a coesão do solo (nesse caso considerada zero).

γ é a massa específica aparente do solo, nesse caso usado o valor da areia que é igual a 19,0 KN/m³;

N_c , N_q e N_γ são os fatores de capacidade de carga fornecidos pelo autor Moraes/1976 em função unicamente do ângulo de atrito interno do solo. Assim $N_c = 35$, $N_q = 25$ e $N_\gamma = 25$.

Para sapata quadrada, conhecida a carga de 691,284 KN/m², calculada no item 8.2.3, encontramos sua maior dimensão, para cada furo:

Para o furo um:

$$\checkmark \quad \sigma_{adm} = \frac{P}{B^2} \Rightarrow 340 = \frac{691,824}{B^2} \Rightarrow B \cong 1,40m$$

Para o furo dois:

$$\checkmark \quad \sigma_{adm} = \frac{P}{B^2} \Rightarrow 250 = \frac{691,824}{B^2} \Rightarrow B \cong 1,70m$$

Para o furo três:

$$\checkmark \quad \sigma_{adm} = \frac{P}{B^2} \Rightarrow 210 = \frac{691,824}{B^2} \Rightarrow B \cong 1,80m$$

Substituindo os valores encontramos na equação:

Para o furo um:

$$\checkmark \quad Q_{\acute{u}lt} = c.N_c + \gamma.D.N_q + \gamma.\frac{B}{2}.N_\gamma = 0.35 + 19.2.0.25 + 19.\left(\frac{1,40}{2}\right).25 = 1.282,50KN / m^2$$

Para o furo dois:

$$\checkmark \quad Q_{\acute{u}lt} = c.N_c + \gamma.D.N_q + \gamma.\frac{B}{2}.N_\gamma = 0.35 + 19.2.0.25 + 19.\left(\frac{1,70}{2}\right).25 = 1.353,75KN / m^2$$

Para o furo três:

$$\checkmark \quad Q_{\acute{u}lt} = c.N_c + \gamma.D.N_q + \gamma.\frac{B}{2}.N_\gamma = 0.35 + 19.2.0.25 + 19.\left(\frac{1,80}{2}\right).25 = 1.377,50KN / m^2$$

A tensão admissível que será utilizada nos cálculos será de 250 kN/m², sendo a fundação do tipo sapata quadrada, a uma profundidade de 2,0 m, de dimensão B = 1,70m e área de S = 2,90 m².

9.3) SAPATAS ISOLADAS

O dimensionamento será realizado segundo Moraes/1976, considerando a sapata como isolada, de base quadrada e suportando carga centrada.

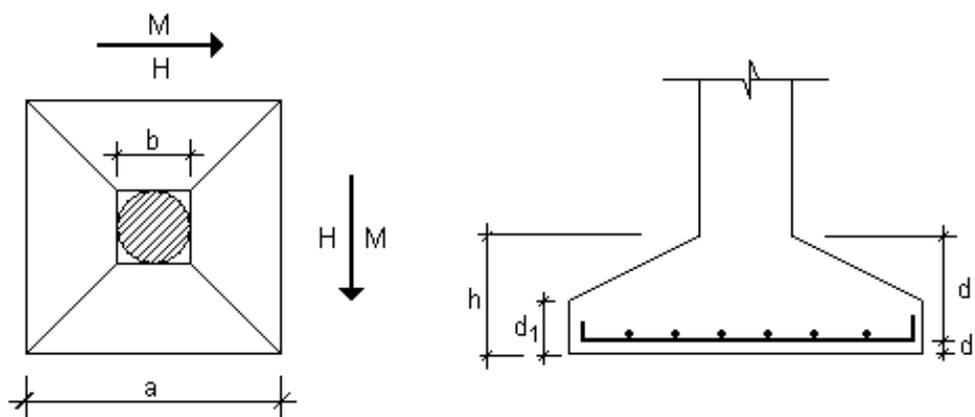


Fig. 9.5 – Sapata quadrada.

✓ Momentos – Através dos consolos trapezoidais:

$$M = \frac{(2a + b)(a - b^2)P}{24} = \frac{(2 \cdot 1,70 + 0,6)(1,70 - 0,6^2) \times 691,824}{24} = 154,50 \text{ kN.m} = 15,45 \text{ t.m}$$

✓ Altura mínima – Pelas bielas comprimidas:

$$h - d' \geq \frac{a - b}{4} = \frac{1,70 - 0,6}{4} = 0,275 \text{ m} = 27,5 \text{ cm}$$

✓ Esforços de tração:

$$H = \frac{P}{8} \left(\frac{a - b}{h - d'} \right) = \frac{691,824}{8} \left(\frac{1,7 - 0,6}{0,275} \right) = 345,90 \text{ kN} = 34,59 \text{ t}$$

✓ Seção de ferro (CA-50):

$$A_s = \frac{1,4H}{f_{yd}} = \frac{1,4(345,90)}{500 \times 10^3 / 1,15} = 0,001113 \text{ m}^2 = 11,13 \text{ cm}^2$$

✓ Verificação ao puncionamento, para um $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{2\sqrt{f_{ck}}}{1,4} = \frac{2\sqrt{20}}{1,4} = 6,39 \text{ MPa} = 6.390 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\tau = \frac{P}{d[2(a+d) + 2(b+d)]} \Rightarrow 2d^2 + ad + bd = \frac{P}{2\tau} \Rightarrow 2d^2 + 1,2d - 0,05413 = 0$$

$$d = -0,6 \pm \frac{\sqrt{(1,2)^2 - 4(2)(-0,05413)}}{4} = \frac{-0,6 \pm 1,0035}{4} = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Como $d = 27,5 \text{ cm}$ a sapata resiste ao puncionamento. A bitola utilizada para a armadura da sapata será $12,5 \text{ mm}$.

Conclusão

Através do desenvolvimento deste projeto foi possível alcançar o objetivo principal, o de conhecer o básico para o dimensionamento de estruturas em concreto protendido. Como a universidade não ofereceu esta disciplina, foi tomado como desafio este tipo de dimensionamento, que a cada dia se torna mais necessário à formação de um engenheiro civil. É um mecanismo construtivo que permite a execução de obras antes somente imaginadas, pois suas características possibilitam projetos ousados, inicialmente em pontes e viadutos e posteriormente também em obras de menores cargas e vãos.

Referências Bibliográficas

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118. Rio de Janeiro. (NBR 6118/2003)

BELGO MINEIRA, Catálogo. **Fios e cordoalhas para concreto protendido**. São Paulo, Bekaert Trefilarias S.A., 1997.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de concreto; solicitações normais; estados limites últimos; teoria e aplicações / Péricles Brasiliense Fusco**. Rio de Janeiro, 1986. (Fusco/1986).

MAC, Catálogo. **Sistema Brasileiro de Protensão**. Rio de Janeiro, 2000.

MORAES, Marcello da Cunha. **Estruturas de fundações (por) Marcello da Cunha Moraes**. São Paulo, McGraw – Hill do Brasil, 1976. (Moraes/1976).

PFEIL, Walter. **Concreto Protendido: processos construtivos, perdas de protensão, sistemas estruturais / Walter Pfeil**. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1980. (Pfeil/1980).

PFEIL, Walter. **Concreto Protendido, volume 3: Dimensionamento à flexão**. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984. (Pfeil/1984)

PROTENDE, Catálogo. **Sistemas e Métodos**. São Paulo, Protende Serviços e Construções Ltda.

TIBANA, Sérgio. **Apostilas e notas de aula da disciplina de Concreto Protendido**. Rio de Janeiro, UFF – Universidade Federal Fluminense, 1986.

TORRI, Francisco Medina. **Hormigón Pretensado**. Cuba, Editora Ciência, 1982. (Medina/1982).

VELLOSO, Dirceu de Alencar. **Fundações / Dirceu de Alencar [e] Francisco de Rezende Lopes**, 3ª edição. Rio de Janeiro, COPPE / UFRJ, 2002. (Velloso e Lopes/2002)