

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - PPGE

**LUIZ FELIPE VASCONCELOS DE FARIA**

**ANÁLISE DE PROJETO DE INVESTIMENTO E TOMADA DE  
DECISÃO COM UTILIZAÇÃO DA TEORIA DE OPÇÕES REAIS NA  
INDÚSTRIA DE PETRÓLEO:  
um modelo de opção de abandono**

Campos dos Goytacazes – RJ

Outubro de 2015

LUIZ FELIPE VASCONCELOS DE FARIA

**ANÁLISE DE PROJETO DE INVESTIMENTO E TOMADA DE DECISÃO COM  
UTILIZAÇÃO DA TEORIA DE OPÇÕES REAIS NA INDÚSTRIA DE PETRÓLEO:  
um modelo de opção de abandono**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Manuel Antonio Molina Palma, Dr. Adm.

Linha de Pesquisa: Gerência da Produção

Campos dos Goytacazes – RJ

Outubro de 2015

## FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CCT / UENF

10/2016

Faria, Luiz Felipe Vasconcelos de

Análise de projeto de investimento e tomada de decisão com utilização da teoria de opções reais na indústria de petróleo : um modelo de opção de abandono / Luiz Felipe Vasconcelos de Faria. – Campos dos Goytacazes, 2015.

vii, 135 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) --  
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de  
Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia de Produção.  
Campos dos Goytacazes, 2015.

Orientador: Manoel Antonio Molina Palma.

Área de concentração: Gerência de produção.

Bibliografia: f. 114-117.

1. OPÇÕES REAIS 2. OPÇÃO DE ABANDONO 3.  
INVESTIMENTOS – ANÁLISE 4. ORÇAMENTAÇÃO DE CAPITAL 5.  
INDÚSTRIA PETROLÍFERA I. Universidade Estadual do Norte  
Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia.  
Laboratório de Engenharia de Produção II. Título

CDD 332.63

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - PPGEP

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

### **ANÁLISE DE PROJETO DE INVESTIMENTO E TOMADA DE DECISÃO COM UTILIZAÇÃO DA TEORIA DE OPÇÕES REAIS NA INDÚSTRIA DE PETRÓLEO: um modelo de opção de abandono**

Autor: Luiz Felipe Vasconcelos de Faria  
Orientador: Prof. Manuel Antonio Molina Palma, Dr. Adm.

Banca Examinadora:

---

Prof. Manuel Antonio Molina Palma, Dr. Adm., Orientador e Presidente

---

Prof. Alan Figueiredo de Arêdes, D.Sc., UFF

---

Prof. André Luis Policani Freitas, D.Sc., UENF-CCT-LEPROD

---

Prof. Rodrigo Tavares Nogueira, D.Sc., UENF-CCT-LEPROD

Campos dos Goytacazes – RJ

Outubro de 2015

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais,  
incentivadores dos meus estudos.

A Deus,  
que tem me permitido avançar e ajudado a superar as dificuldades.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pelas oportunidades concedidas, pela proteção e auxílio a superar os desafios e obstáculos do caminho.

Aos meus pais, Luiz Ricardo e Isabel, pelo incentivo aos estudos e pela compreensão durante o processo do mestrado.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Manuel Antonio Molina-Palma pela confiança e orientação.

Agradeço ao colega e Professor Dr. Marco Antônio Guimarães Dias, pelas suas dicas e ajudas fundamentais.

Agradeço aos colegas de trabalho e gerentes pela paciência e compreensão durante os diversos momentos que foi necessário me ausentar. Agradeço a empresa que proporcionou a liberação para que fosse viabilizado o mestrado, em especial aos gerentes e aos colegas Ricardo Daros, João Farah, e Joelson Mendes.

Agradeço também a todos da UENF, colegas de curso, profissionais, e professores do Laboratório de Engenharia de Produção que apoiaram de alguma forma a realização deste trabalho e a caminhada durante as disciplinas. Aos membros da banca, pelas observações e contribuições para tornar o trabalho melhor.

*“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original”*

*“Não tentes ser bem sucedido, tenta antes ser um homem de valor”*

*Albert Einstein*

## RESUMO

A globalização e o avanço tecnológico tornaram as economias mundiais cada vez mais interdependentes e voláteis. As organizações empresarias, no comprometimento de manter e aprimorar seus níveis de rentabilidade e crescimento para com seus acionistas, buscam aprimorar suas técnicas de análises de investimentos. Aplicada de forma mais abrangente a partir da década de 1990 nas empresas, a Teoria de Opções Reais surge a partir da criação de métodos de avaliação para Opções Financeiras para aprimorar a avaliação de projetos de investimentos nas organizações, principalmente os projetos que envolvem grandes incertezas e possuem flexibilidades gerenciais. Atualmente a Teoria das Opções Reais é adotada em grandes empresas em diversos setores da economia. A indústria de Petróleo e Gás, além de ser estratégica, possui uma importância cada vez maior para a economia e desenvolvimento do Brasil. Sendo assim, mostra-se relevante o estudo e aplicação da Teoria de Opções Reais em projeto da complexa e arriscada Indústria de Petróleo e Gás. O presente estudo analisa a teoria de orçamentação de capital e teoria de opções reais no contexto de abandono de projeto. O objetivo é investigar como processo de avaliação para tomada de decisões em desinvestimento pode ser aprimorado com a utilização da teoria de opções reais. Adicionalmente, como objetivos específicos, o estudo visa propor e aplicar um modelo de avaliação por opções reais para opção de abandono de projeto de produção de petróleo, comparar resultados gerados por diferentes processos binomiais, considerar impostos e taxas no modelo de avaliação, e realizar análise adicional considerando incerteza técnica na variável de produção de petróleo. O modelo de avaliação binomial foi aplicado em estudo de caso experimental no qual verificou-se que a opção de abandono tem relevante valor num projeto, adicionalmente a estratégia ótima sob incerteza pode aprimorar a gestão do projeto e maximização do seu valor. O modelo compara processos binomiais de CRR e LogTransformado e realiza simulação de Monte Carlo para incerteza na produção. Resultados mostram que um modelo de avaliação por opções gera informação relevante para tomada de decisão. Os processos binomiais de CRR e LogTransformado geram resultados muito próximos para o modelo. O estudo de caso experimental comprova a relevância da consideração de impostos e taxas para uma melhor valoração, fato muitas vezes negligenciado na literatura. Dados de mercado são utilizados para apreçamento da opção e valoração do projeto.

**Palavras-Chave:** Opções reais; Opção de Abandono; Orçamentação de Capital.



## ABSTRACT

Globalization and technological advancement have increase interdependence and volatility in world economies. Business organizations, in the commitment to maintain and improve their levels of profitability and growth to their shareholders, seek to improve their techniques of investment analysis. Applied more broadly from the 1990s in the companies, the Theory of Real Options, created from the methods for evaluating financial options, arises to improve the evaluation of investment projects in organizations, especially in projects that involve large uncertainties and have managerial flexibilities. Currently the Theory of Real Options is adopted in large companies in several industries. The Oil and Gas industry as well as being strategic, has an increasingly important role to the economy and development of Brazil. Thus, it is shown relevant the study and application of Real Options Theory in the project context of the complex and risky oil and gas industry. This study analyzes the capital budgeting theory and real options theory in the context of project abandonment. The aim is to investigate how valuation process and disinvestment decisions can be enhanced with the use of real options theory. In addition, as specific objectives, the study aims to propose and apply a valuation model by real options for abandonment option of oil production project, compare results generated by different binomial processes, consider taxes and fees in the valuation model, and perform analysis taking into account additional technical uncertainty in oil production variable. The binomial valuation model was applied in experimental case study in which it was found that the abandonment option has significant value on a project, in addition to the optimal strategy under uncertainty can improve project management and maximizing its value. The model compares CRR and Log Transformed binomial processes and performs Monte Carlo simulation in production uncertainty. Results show that real options valuation model generates relevant information for decision making. The CRR and Log Transformed binomial processes generate very similar results for the model. The experimental case study demonstrates the importance of considering taxes and fees in order to a better valuation, a fact often neglected in the literature. Market data were used for pricing the option and to valuation the project.

**Key-Words:** *Real Options; Abandonment Option; Capital Budgeting.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Vida útil do Campo de Petróleo.....	17
Figura 2 – Fluxo de Caixa Típico de um Campo de Petróleo (regime de Concessão) .....	18
Figura 3 – Fluxo de Caixa Convencional.....	26
Figura 4 – Fluxo de Caixa Não Convencional.....	26
Figura 5 – Processo de Simulação de VPL.....	45
Figura 6 – Árvore de Decisão.....	46
Figura 8 – Valor da Flexibilidade.....	51
Figura 9 – Avaliações FDC x TOR.....	55
Figura 10 – Árvore Binomial.....	57
Figura 11 – Metodologia da Pesquisa.....	72
Figura 12 – Processo de Preços do Modelo.....	86
Figura 13 – Árvore Binomial de Preços.....	87
Figura 14 – Árvore Binomial da Opção de Abandono.....	91
Figura 15 – Árvore de Preços convencional.....	92
Figura 16 – Árvore de Preços com limitação de Intervalo de Preços.....	93
Figura 17 – Árvore Binomial da Opção de Abandono.....	95
Figura 18 – Curva de Gatilho da Opção.....	96
Figura 19 – Sensibilidade à Volatilidade.....	97
Figura 20 – Sensibilidade à Taxa de Juros.....	98
Figura 21 – Sensibilidade à Taxa de Dividendos (Conveniência).....	98
Figura 22 – Sensibilidade à Taxa de Declínio do Campo.....	99
Figura 23 – Sensibilidade ao Custo Fixo.....	100
Figura 24 – Sensibilidade ao Custo Variável.....	100
Figura 25 – Sensibilidade ao Custo de Abandono.....	101
Figura 26 – Resultado da Simulação para Valor do Campo com Opção.....	106
Figura 27 – Resultado da Simulação para o Prêmio da Opção.....	106
Figura 28 – Resultado da Simulação para Valor do Campo sem Opção.....	107

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de Composição de Fluxo de Caixa .....	27
Tabela 2 – Variáveis da Pesquisa .....	70
Tabela 3 – Variáveis de Entrada do Modelo.....	81
Tabela 4 – Parâmetros do Processo Log-Transformado.....	94
Tabela 5 – Resultados do Modelo com Processo Log-Transformado.....	95
Tabela 6 – Comparativo de consideração de impostos e taxas .....	102
Tabela 7 – Comparativo Parâmetros LogTransformado e CRR.....	103
Tabela 8 – Comparativo Resultados LogTransformado e CRR .....	103
Tabela 9 – Resultados com limitação de Preços.....	104
Tabela 10 – Parâmetros da Distribuição de Probabilidade da Produção .....	105
Tabela 11 – Resultados Gerais da Simulação .....	105
Tabela 12 – Resultados Detalhados da Simulação.....	108

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>13</b>
<b>DEFINIÇÃO DO PROBLEMA</b> .....	<b>13</b>
1.1 INTRODUÇÃO.....	13
1.2 ÁREA DE CONCENTRAÇÃO.....	14
1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA .....	15
1.4 O PROBLEMA DA PESQUISA .....	18
1.4.1 Justificativa da Escolha .....	18
1.4.2 Formulação do Problema .....	20
1.4.3 Delimitação da Fronteira de Análise.....	20
1.4.4 Objetivo da Pesquisa .....	20
1.5 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO.....	21
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>22</b>
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA BASE TEÓRICA</b> .....	<b>22</b>
2.1 INTRODUÇÃO.....	22
2.2 ORÇAMENTAÇÃO DE CAPITAL .....	22
2.3 FLUXO DE CAIXA .....	25
2.3.1 Considerações para Fluxo de Caixa .....	29
2.3.2 Taxa de Desconto .....	31
2.4 TAXA DE DESCONTO AJUSTADA AO RISCO .....	32
2.5 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO .....	34
2.5.1 Valor Presente Líquido - VPL.....	35
2.5.2 Taxa Interna de Retorno - TIR .....	36
2.5.3 Tempo de Retorno do Investimento – <i>Payback</i> .....	39
2.5.4 Tempo de Retorno Descontado – <i>Payback Descontado</i> .....	40
2.5.5 Outros Critérios de Decisão e Indicadores .....	40
2.6 ANÁLISES SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INCERTEZA .....	41
2.6.1 Análise de Sensibilidade .....	42
2.6.2 Análise de Cenários .....	42
2.6.3 Simulação de Monte Carlo .....	43
2.6.4 Árvores de Decisão .....	46
2.7 TEORIA DE OPÇÕES REAIS .....	47
2.7.1 Introdução à Teoria das Opções Reais .....	47
2.7.2 Tipos de Opções Reais .....	52
2.7.3 Comparação da TOR e Orçamento de Capital.....	53
2.7.4 Modelos de Opções .....	55

2.7.4.1 Modelo BLACK-SCHOLES-MERTON .....	55
2.7.4.2 Modelo Binomial CRR .....	57
2.7.4.3 Modelo Binomial Log-Transformado .....	58
2.7.5 Modelos e Processos Estocásticos .....	60
2.7.5.1 Movimento Browniano .....	60
2.7.5.2 Processo de Reversão à Média .....	62
2.7.6 Processo de Avaliação de Opções Reais .....	63
2.7.7 Opções Reais de Abandono .....	65
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>68</b>
<b>PLANEJAMENTO E METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>68</b>
3.1 INTRODUÇÃO E NATUREZA DO MÉTODO .....	68
3.2 HIPÓTESES DA PESQUISA .....	68
3.3 OPERACIONALIZAÇÃO DO MODELO CONCEITUAL .....	69
3.4 METODOLOGIA DE PESQUISA .....	70
3.5 LIMITAÇÕES DO MÉTODO .....	73
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>74</b>
<b>MODELAGEM E APLICAÇÃO .....</b>	<b>74</b>
4.1 SELEÇÃO DE MODELO DE AVALIAÇÃO .....	74
4.2 PREMISSAS DO MODELO .....	75
4.2.1 Premissas Gerais do Modelo .....	75
4.2.2 Processo Estocástico Implícito do Modelo - MGB .....	77
4.3 EXPERIMENTO PARA APLICAÇÃO DO MODELO .....	79
4.4 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS-CHAVE DE OPÇÕES .....	82
4.5 DEFINIÇÃO DO MODELO .....	85
4.5 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS .....	93
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>94</b>
<b>ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS .....</b>	<b>94</b>
5.1 RESULTADOS GERAIS .....	94
5.2 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE .....	96
5.3 COMPARATIVO COM X SEM IMPOSTOS .....	101
5.4 COMPARATIVO CRR X LOG-TRANSFORMADO .....	102
5.5 ANÁLISE COM LIMITAÇÃO DE INTERVALO DE PREÇOS .....	103
5.6 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA INCERTEZA NA RESERVA .....	104
<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>109</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>109</b>
6.1 CONCLUSÕES .....	109
6.2 LIMITAÇÕES .....	112

6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	113
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>114</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>118</b>
APÊNDICE A – ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE DO PETRÓLEO WTI .....	118
APÊNDICE B – ESTIMAÇÃO DA TAXA DE CONVENIÊNCIA DO PETRÓLEO.....	125
APÊNDICE C – CÁLCULO PARÂMETROS $Q_i$ E $V_{Ri}$ .....	132

## **CAPÍTULO 1**

### **DEFINIÇÃO DO PROBLEMA**

#### **1.1 INTRODUÇÃO**

Toda organização empresarial possui comprometimento em manter ou aprimorar seus níveis de rentabilidade e crescimento para com seus acionistas. Seus projetos de investimento necessitam estarem de acordo com as responsabilidades devidas aos seus acionistas. Dessa forma, todo dispêndio de capital de uma determinada empresa necessita passar por uma análise empresarial, na qual se verifica e julga o mérito do projeto à luz de sua viabilidade econômica.

Para essa tal análise, gestores e analistas buscam quantificar um dado projeto para empresa, levantando custos e benefícios resultantes da implantação do mesmo. Os custos e benefícios são distribuídos no horizonte temporal de influência do projeto, formando o que é conhecido na literatura como fluxo de caixa do projeto. Contudo, em alguns casos organizações podem até ser obrigadas, por mudanças nas legislações ou novas imposições de responsabilidades socioambientais, à realização de alguns projetos que não adicionam valor, porém são necessários à continuidade operacional de suas atividades. Um processo de avaliação é realizado de forma multidisciplinar e mais ampla possível, para subsidiar de forma robusta a tomada de decisão empresarial.

Um projeto de investimento pode ser definido como a aplicação de recursos com objetivo de criar valor futuro para os acionistas (ou proprietários) de uma organização empresarial (ROSS et al, 2002). “Há um objetivo financeiro natural sobre o qual praticamente todos os acionistas concordam: maximizar o valor corrente de mercado do investimento dos acionistas na empresa” (BREALEY et al, 2013, p.9).

Vale ressaltar também que o projeto de investimento é a ponte que liga sua estratégia e seu planejamento estratégico ao seu futuro. Assim, a organização necessita analisar o projeto, não somente pela ótica econômico-financeira, mas também em relação à sua aderência estratégica para com seu futuro organizacional,

e com os objetivos e metas do seu plano. “A administração deve aproveitar somente as alternativas ou oportunidades que tendam criar valor para os proprietários” (GITMAN, 2004, p.28).

Segundo Brealey et al (2013) as decisões de investimento são geralmente referidas como decisões de orçamento de capital ou dispêndios com ativos fixos. A maior parte das grandes empresas prepara um orçamento anual com os principais projetos em que haverá investimentos. “As decisões de investimento ainda envolvem a gestão de ativos já implantados, bem como a decisão de quando fechar as portas e dispor deles se houver declínio nos lucros” (BREALEY et al, 2013, p.2).

Para Smith e McCardle (1998) as técnicas tradicionais de análise por Fluxo de Caixa descontado apresentam dificuldades na avaliação em contextos de flexibilidade gerencial relevante. Nesse tipo de problema há inclinação à utilização da teoria de análise de decisão e apreçamento de opções reais. “Métodos de apreçamento de opção foram primeiramente desenvolvidos para avaliar opções financeiras. Entretanto, a aplicabilidade para valorar opções em ativos reais foi rapidamente identificada” (BRANDAO et al, 2005). Segundo Zettl (2002) o uso da teoria de opções reais para avaliação de projetos de capital vem ganhando interesse da academia e dos profissionais.

## **1.2 ÁREA DE CONCENTRAÇÃO**

O trabalho está contido na linha de Gerência da Produção, mais especificamente no gerenciamento de projetos e gestão de operações de longo-prazo. O estudo utiliza em grande parte as teorias das disciplinas de administração da produção, economia e finanças. O objeto do estudo é a aplicação da teoria de “Orçamentação de Capital” e teoria de “Opções Reais” na análise empresarial de projetos de investimentos da indústria de Petróleo e Gás, no segmento de Exploração e Produção (E&P), em contexto de abandono de projeto.



### 1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de pesquisa está inserido no contexto de um projeto da indústria de petróleo e gás. Segundo Gitman (2004), o projeto pode ser definido de forma ampla, incluindo qualquer decisão que resulte em uso dos recursos escassos de uma determinada empresa. Segundo essa definição, diversas oportunidades configuram-se como projetos, a saber: entrada em novas áreas de negócios ou novos mercados; aquisições de empresas; novos empreendimentos dentro de mercados existentes; aprimoramento na forma de fornecimento de produto, etc. Várias classificações de projetos podem ser feitas em vários pontos de vista.

Segundo Ross et al (2002), projetos podem ser classificados em independentes, quando são independentes da análise de quaisquer outros projetos, sendo possível sua avaliação de forma separada. Outros projetos seriam mutuamente excludentes, de forma que ao assumir um projeto representaria rejeição de algum outro, nessa classificação se faz necessária a avaliação em conjunto.

De acordo com Damodaran (1997), a implantação de um projeto pode ser entendida como um processo de orçamento de capital, composto de cinco etapas distintas, porém interdependentes: Geração de propostas; Revisão e Análise; Tomada de decisão; Implantação; e acompanhamento. Para o autor, no processo de acompanhamento os resultados são monitorados e os custos e benefícios efetivos são comparados aos que eram esperados. Dentro dessa etapa, pode ser preciso que a administração venha intervir quando os resultados e as informações se mostram diferentes do planejado.

Projetos de investimento podem ser classificados de diferentes formas de acordo com Dias (2014):

- Seu horizonte econômico (exemplo: projetos de curto e longo prazo);
- Sua natureza (exemplo: projetos táticos, projetos estratégicos e projetos exploratórios);
- Os tipos de incertezas envolvidas (incerteza técnica, incerteza econômica/de mercado, incerteza estratégica) e, principalmente, onde ocorrem (no custo, na receita, nos impostos);

- Na relação com outros projetos (projetos independentes, projetos com sinergia, projetos contingentes a outros projetos, projetos com externalidades e projetos mutuamente exclusivos).

Para autores como Dias (2014), Woiler e Mathias (2010), os projetos podem ser classificados de acordo com seu impacto na empresa ou finalidade, nos quais os principais tipos seriam:

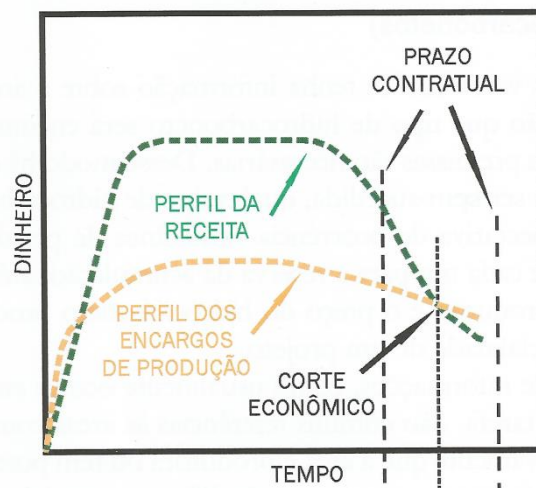
- Projetos de implantação;
- Projetos de expansão;
- Projetos de ampliação;
- Projetos de realocização;
- Projetos de diversificação;
- Projetos de expansão;
- Projetos de aumento de flexibilidade;
- Projetos de reposição;
- Projetos de redução de custo;
- Projetos ambientais;
- Projetos de investimento em informação.

Segundo Amui (2010), a atividade de exploração e produção de petróleo caracteriza-se por grande complexidade, alto volume de investimentos e elevados níveis de risco. Motivos que levam a configuração das empresas do ramo de petróleo sob grandes corporações, com alto poder econômico, elevada capacidade técnica e operacional e aptidão intrínseca para o risco. Segundo o mesmo autor, pela natureza estratégica do petróleo, a indústria de óleo e gás costuma receber tratamento legal diferenciado. A organização da indústria, assim como funcionamento, controle e relacionamento entre agentes, varia de um país para outro. Segundo a ANP (2015), a reserva provada de petróleo mundial foi de aproximadamente 1.7 trilhões de barris em 2014. Os Estados Unidos foram em 2014 o maior produtor mundial (13,1%), em segundo lugar ficou a Arábia Saudita com 13% do total de produção, o Brasil situou-se na 13ª posição (2,6% do total mundial) com média de 2.3 milhões de barris por dia.

Geralmente os países exercem dois tipos de controle, um primário e outro secundário. O controle primário, que pode ser exercido por uma agência reguladora ou uma estatal de petróleo. Enquanto o secundário, por outros entes estatais que

atuam sobre as empresas de forma mais geral, que seriam órgãos de meio ambiente, tributários, legais e sociais. O autor também ressalta que os elevados investimentos e riscos da atividade levam as companhias de petróleo a atuarem, muitas vezes, sob forma de consórcios, situação na qual duas ou mais empresas atuam em conjunto em alguma iniciativa de exploração e produção de hidrocarbonetos (AMUI, 2010).

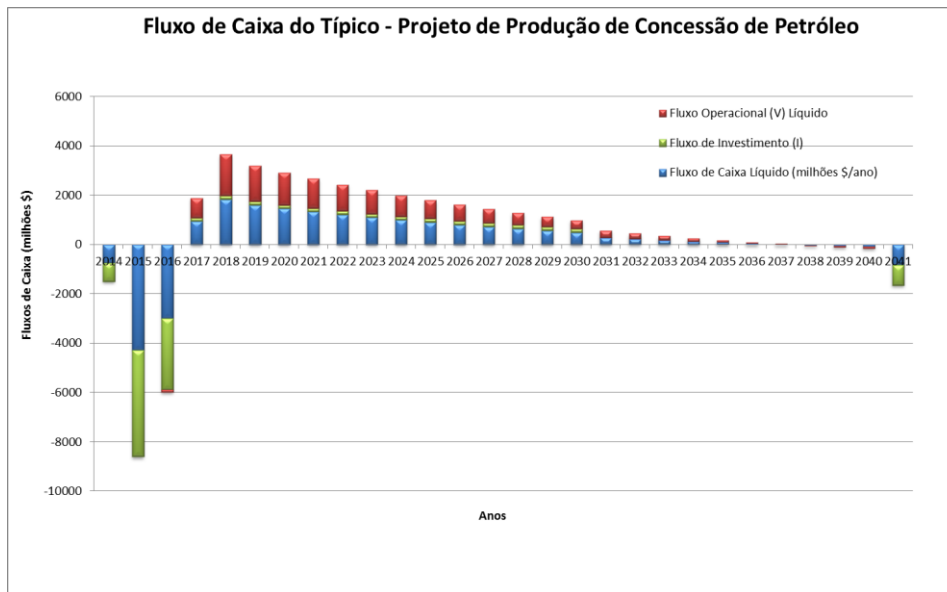
De acordo com Amui (2010), os contratos de exploração e produção de petróleo e gás geralmente são divididos em dois períodos principais: o de exploração e o de produção. No período contratual de exploração são executadas atividades de perfuração de poços exploratórios, descoberta, avaliações de descoberta, com a finalidade de verificar a comercialidade do campo de petróleo e acumulações encontradas. No período de produção, a partir de um campo comercial, são executadas as fases de desenvolvimento da produção, em que são realizados investimentos na preparação para extrair petróleo (fase de maior investimento no campo, na qual são alocadas as unidades e instalações de produção e onde são perfurados o maior número de poços), posteriormente o campo entra na fase de efetiva produção. Ao término da vida econômica são realizadas as operações de abandono, com tamponamento dos poços, remoção de facilidades de produção e recuperação ambiental da área. A Figura 1 ilustra o perfil de receitas e despesas da produção de um campo de Petróleo ao longo do tempo.



**Figura 1 – Vida útil do Campo de Petróleo**

Fonte: Amui, 2010, p. 252

Na Figura 2 verifica-se um exemplo teórico de fluxo de caixa de um projeto típico de óleo e gás, de concessão, ao longo de sua vida econômica. Nesse tipo de projeto, a receita tende a atingir seu ponto máximo nos primeiros anos de operação, posteriormente há redução nas receitas acompanhando a queda natural da produção de petróleo, devido à depleção (ou exaustão) das suas reservas.



**Figura 2 – Fluxo de Caixa Típico de um Campo de Petróleo (regime de Concessão)**  
 Fonte: Adaptado de Dias, 2014

## 1.4 O PROBLEMA DA PESQUISA

### 1.4.1 Justificativa da Escolha

O projeto de pesquisa mostra-se relevante ao analisar o contexto das decisões em investimento (e/ou desinvestimento) pela perspectiva de métodos recentes e avançados de análise de investimento e tomada de decisão. O ponto crucial é agregar a teoria de opções reais e análise de decisão às avaliações em orçamentação de capital mais convencionais e difundidas (VPL, TIR e *payback*, por exemplo), com foco na captura da flexibilidade da decisão e melhor tratamento das incertezas. A importância dessa flexibilidade e tratamento das incertezas muitas vezes não são conceitos tão claros para os tomadores de decisão.

A difusão da aplicação da teoria das opções reais e análise de decisão na avaliação de investimentos é relativamente atual, sua aplicação vem ganhando adeptos (GRAHAM e HARVEY, 2001). Conforme estudo de Bratvold et al. (2009), nos últimos dez anos o crescimento de números de artigos utilizando os temas mencionados na indústria de petróleo tem crescido exponencialmente. De acordo com Assaf Neto (2012), diversos investimentos comportam-se como opção, podendo ser tratados de acordo com sua metodologia de avaliação. Gitman (2004) comenta a teoria das opções como um enfoque mais estratégico que surge mais recentemente na literatura. Segundo o autor, a visão moderna considera quaisquer opções reais implícitas em projetos de investimento. Essas oportunidades seriam comuns e importantes em projetos de investimento de grande porte ou estratégicos.

Nesse sentido, a pesquisa tem como contribuição final avaliar a aplicabilidade da teoria de opções em uma possível situação prática, buscando testar e ilustrar o modelo em caso experimental hipotético. O trabalho contribui para maior difusão e aceitabilidade das complexas teorias em contexto no meio empresarial e acadêmico.

Os projetos de produção de óleo e gás da indústria de Petróleo, pela sua elevada complexidade e nível de riscos envolvidos, revelam-se um contexto adequado e relevante para avaliar técnicas avançadas de análise de investimento. Adicionalmente, verifica-se a crescente importância da indústria de Óleo e Gás, e seus projetos, pelo seu aspecto estratégico e para a economia e desenvolvimento do Brasil como um todo. “A globalização tornou as economias mundiais cada vez mais interdependentes, onde o petróleo continua sendo a fonte energética privilegiada”. AMUI, 2010, p.IX). Segundo o autor, do petróleo dependem as redes de transporte de pessoas e bens entre os diversos países, regiões e continentes, em um ritmo cada vez mais intenso e acelerado. O autor ressalta que, neste contexto, o setor de exploração e produção (E&P) de petróleo e gás natural se mostra estratégico e de grande relevância no cenário mundial. Para o Brasil, a indústria de petróleo e gás é extremamente importante. Segundo a ANP (2015), os dados mais recentes mostram que além do país ser o 13º maior produtor de petróleo, é o 8º país com maior capacidade de refino do petróleo, e o 5º maior consumidor de petróleo do mundo (3.2 milhões de barris por dia).

### **1.4.2 Formulação do Problema**

Baseando-se no estado da arte da literatura, no que se refere às teorias de Orçamentação de Capital e Teoria das Opções Reais, pode-se propor um modelo de avaliação de projetos por opções reais (que tenha viabilidade prática e ao mesmo tempo robustez) para avaliar o abandono de projeto de petróleo? Quais seriam suas possíveis vantagens em relação à teoria tradicional?

### **1.4.3 Delimitação da Fronteira de Análise**

O foco do estudo é a análise das decisões de investimento considerando a teoria de opções reais. O trabalho não aborda análise das decisões de financiamento. Será modelada a opção de abandono, não foram analisadas outras opções.

O estudo se concentra na análise de um dado projeto de investimento, não objetivando analisar o projeto dentro de um portfólio de investimento. Adicionalmente também não visa analisar priorização de projetos de investimento em carteira.

O contexto é de um projeto de produção de petróleo em operação, de uma grande corporação de capital aberto e diversificada. Objetiva-se a tomada de decisão em ativos já implantados, quanto ao desinvestimento (ou abandono) do projeto.

### **1.4.4 Objetivo da Pesquisa**

O objetivo geral da pesquisa é investigar e analisar a aplicação das teorias convencionais e de Opções Reais no contexto da indústria de Petróleo e Gás, especificamente no segmento de produção de petróleo. Busca-se investigar se o processo de tomada de decisões em desinvestimento (e/ou abandono de projetos) pode ser aprimorado com a utilização da teoria de opções reais, bem como aplicá-la através de métodos e ferramentas, de forma a atingir uma melhor tomada de decisão visando a maximização de valor empresarial. O resultado final é obter um modelo de avaliação para abandono de projetos de petróleo baseado em opções reais.

Os objetivos específicos são:

- Propor e aplicar um modelo de avaliação, simples e prático, por opções reais para opção de abandono de projeto de produção de petróleo;
- Comparar resultados gerados por diferentes processos binomiais;
- Considerar impostos e taxas no modelo de avaliação;
- Realizar análise adicional considerando incerteza técnica na variável de produção de petróleo.

### **1.5 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO**

O trabalho está estruturado em seis capítulos da seguinte forma: No presente capítulo é descrito o contexto da pesquisa, seus objetivos, justificativas e estrutura de organização. No capítulo 2 é apresentado o referencial teórico sobre orçamentação de capital e teoria das opções reais, discutindo abordagens de diversos autores. O capítulo 3 apresenta a metodologia de pesquisa. O capítulo 4 apresenta o modelo proposto e suas premissas, e discute sua aplicação em estudo de caso hipotético para ilustração do modelo. No capítulo 5 apresentam-se discussões e análises dos resultados obtidos na aplicação do modelo. Por fim, o capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho. Posteriormente, apresentam-se as referências bibliográficas e apêndices.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA BASE TEÓRICA**

#### **2.1 INTRODUÇÃO**

A análise de projeto de investimento é um processo amplo e multidisciplinar no qual diversos dados e informações (técnicas, financeiras e econômicas, tributárias, entre outras) são processados e analisados para auxílio na tomada de decisão a respeito de novos investimentos pelos gestores da alta administração de uma organização. Adicionalmente, fornece base para todos os níveis gerenciais e tomadores de decisão de uma empresa na escolha de opções para condução de projetos ou iniciativas diversas, até mesmo em questões mais operacionais, de curto e médio prazos. Em sentido amplo, projeto de investimento, para uma empresa, pode ser definido como qualquer aplicação de recursos destinada a criar um valor futuro para os acionistas (BREALEY et al, 2013), seja tangível ou intangível. A maximização do valor é diferente da maximização dos lucros. “A maximização do lucro ignora a distribuição dos resultados no tempo, não considera os fluxos de caixa diretamente e desconsidera o risco, portanto é uma meta inadequada” (GITMAN, 2004, p.29).

A Análise Empresarial de um dado projeto procura quantificar o impacto de sua implantação nos resultados de uma empresa, sendo necessário estimar todos os seus custos e benefícios. Esses itens, dispostos no horizonte temporal de influência do projeto, formam o que se denomina fluxo de caixa do projeto (ROSS et al, 2002).

#### **2.2 ORÇAMENTAÇÃO DE CAPITAL**

A área da literatura de finanças que trata da análise de projetos de investimentos, em geral, recebe a denominação de “orçamentação de capital” (em inglês, *capital budgeting*). Tópico este, contido na chamada teoria tradicional de finanças. “Orçamento de capital é o processo de avaliação e seleção de investimentos



de longo prazo compatíveis com o objetivo de maximização da riqueza do proprietário da empresa” (GITMAN, 2004, p.304).

Segundo Dias (2014), a definição de orçamentação de capital seria o processo de avaliação e decisão de investir (ou desinvestir) em projetos ou de adquirir (ou vender) ativos, alterando assim o “estoque” de capital de uma empresa. Com objetivo de maximizar o valor da firma, de forma a aumentar a riqueza de seus investidores (acionistas) e atender aos objetivos estratégicos de longo prazo da organização. Para Brealey et al (2013), decisões de investimento são conhecidas como decisões de orçamentação de capital (ou dispêndios com ativos fixos), devido a maioria das empresas de grande porte preparar um orçamento anual com os principais projetos de investimento. “Um gasto de capital é um desembolso de fundos, com o qual a empresa espera obter benefícios em um período superior a um ano” (GITMAN, 2004, p.304).

Para Gitman (2004), pode ser configurado um processo de orçamentação de capital, composto por cinco etapas interdependentes e distintas: geração de propostas; revisão e análise; tomada de decisão; implantação; e acompanhamento.

Num investimento incorre-se em custos imediatos (e/ou futuros) na expectativa de benefícios futuros. O investimento gera um retorno - o benefício ganho (ou perdido), devido a um dado projeto de investimento. Segundo Dias (2005), o retorno de um investimento pode ser dividido em duas partes, ganho de capital e dividendos, embora nem sempre um investimento possua as duas partes.

$$\text{Retorno} = \text{Ganho de Capital} + \text{Fluxo de Caixa (ou dividendos)}$$

Para Brealey et al (2013), as decisões de investimentos e financiamento são separáveis. Dessa forma, ao avaliar um investimento analisa-se como se fosse financiado apenas com capital próprio, considerando todos fluxos de caixa procedentes da organização e todos fluxos positivos como se lhe fossem atribuídos. A decisão de financiamento, segundo a literatura, deve ser feita posterior à decisão de investimento, de forma separada. Segundo a literatura, as justificativas são inúmeras, dentre elas pode-se destacar (BREALEY et al, 2013; ROSS et al, 2002):

- Dessa forma é obtida a rentabilidade intrínseca do projeto;

- As avaliações são diferentes, pois envolvem riscos e taxas de descontos diferentes. Decisões de investimento possuem taxas de desconto adequadas ao projeto/ atividade da empresa. Financiamento possui taxas de desconto adequadas a riscos de crédito da empresa (ou emissor da dívida);
- As análises devem ser feitas separadamente para viabilizar decisões de investimento tomadas por seu mérito econômico, e não ao contrário, para viabilizar projetos de baixa atratividade ou antieconômicos;
- Decisões de financiamento agregam menos valor que decisões de investimento.
- Não se deve misturar, a princípio, fluxos financeiros e econômicos;

Um conceito fundamental é o valor do dinheiro no tempo. “A distribuição das entradas e saídas de caixa no tempo apresenta consequências econômicas importantes, que os administradores reconhecem explicitamente o valor do dinheiro no tempo” (GITMAN, 2004, p. 130). Para o autor, o valor baseia-se na crença que uma unidade de dinheiro hoje vale mais que uma unidade a ser recebida em alguma data futura.

Segundo Ross et al (2002), a teoria de orçamentação de capital se baseia em premissas de mercados financeiros perfeitos, ou mercado eficiente, sob condições: não há custos de transação; o acesso aos mercados financeiros é livre; há informação completa sobre oportunidades de captação e realização de empréstimos; existe grande número de participantes no mercado, nenhum individualmente com capacidade de exercer impacto significativo sobre os preços. Para Damodaran (1997), mercado eficiente seria o qual o preço dos ativos em negociação são estimativas não tendenciosas do valor real do investimento. Fama (1971, apud Damodaran, 1997) classifica mercados em três níveis de eficiência (fraca, semiforte e forte) a depender do nível de informação, pública e privada, disponível aos investidores e aos mercados.

## 2.3 FLUXO DE CAIXA

Os projetos de investimento podem ser representados por um fluxo de caixa. De acordo com Ross et al. (2002), fluxo de caixa compreende entradas e saídas de capital, divididas em várias categorias e dispostos em um horizonte temporal. Para Gitman (2004), a demonstração de fluxos de caixa, na verdade, sintetiza as entradas e as saídas de caixa em certo período.

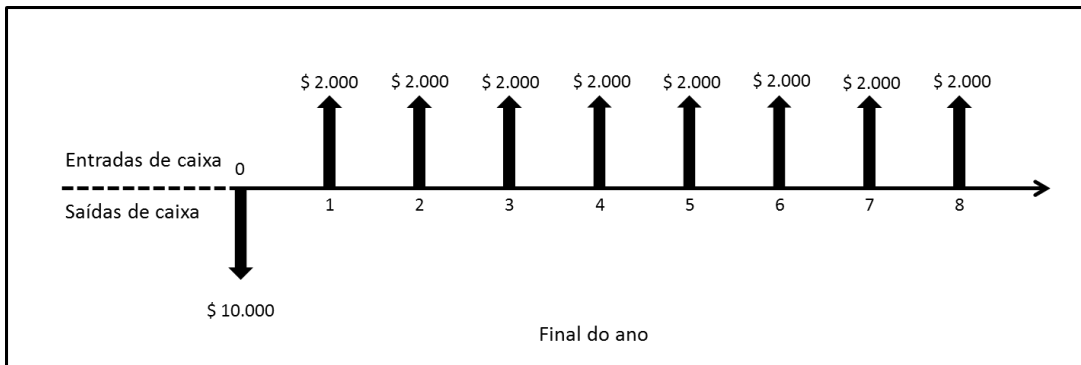
A escala de tempo geralmente é dividida em anos ou meses e se estabelece uma mesma posição para os vetores monetários anuais (ou mensais), início, meio ou fim de período. O resultado é o fluxo de caixa líquido, que apresenta o investimento, os custos e os ganhos adicionais previstos - em relação a não se realizar o investimento - que o projeto gera ao longo de sua vida econômica. Para se avaliar o fluxo de caixa líquido do projeto, levando-se em conta o valor do dinheiro no tempo, o risco e o retorno mínimo relativos ao segmento de negócio, será necessário determinar uma taxa de desconto, a qual servirá de base para o cálculo dos indicadores econômicos do projeto (ROSS et al, 2002).

O método mais tradicional em análise de investimento de projetos de acordo com a literatura é o método do Fluxo de Caixa Descontado – FCD (BREALEY et al, 2013). Basicamente, o método consiste em estimar, para os períodos futuros de um projeto, os valores esperados de seus benefícios e custos (custos de investimentos, custos operacionais, receitas, tributos, etc). Esses fluxos de caixa, posteriormente são descontados a uma taxa de desconto apropriada. Ao fim, podem ser analisados vários indicadores para julgar a decisão de investir ou não no projeto.

Segundo Fortes (2014), o processo de avaliação do FCD pode ser estratificado em 5 etapas:

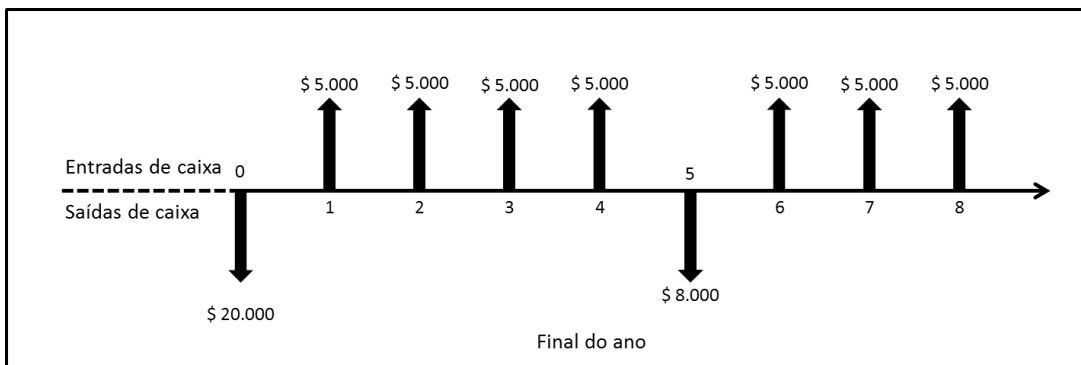
- Estimativa dos fluxos de caixa esperados (investimentos, receitas, custos operacionais, impostos e taxas);
- Determinação do custo de oportunidade de capital (ou taxa de desconto);
- Cálculo dos indicadores econômicos;
- Reconhecimento da abrangência e limitações do modelo, e reconhecimento dos fatores qualitativos e intangíveis do projeto;
- Tomada de decisão da viabilidade (ou não) do projeto e suas alternativas.

Os fluxos de caixa de um projeto podem ser classificados em fluxos de caixa convencionais e fluxos de caixa não convencionais. “Uma série de fluxos de caixa convencionais é formada por um gasto inicial seguido somente por uma série de entradas” (GITMAN, 2004, p.306). A Figura 3 ilustra uma série do tipo convencional. Já uma série não convencional, para o mesmo autor, seria mais complexa e de resultados negativos em alguns outros períodos, gerando mais inversões de sinal dos resultados. Seria uma série mais comum para projetos mais complexos e de maior vida útil. A Figura 4 ilustra uma série de fluxo de caixa do tipo não convencional.



**Figura 3 – Fluxo de Caixa Convencional**

Fonte: Gitman, 2004, p.307



**Figura 4 – Fluxo de Caixa Não Convencional**

Fonte: Gitman, 2004, p.307

As variáveis a compor um fluxo de caixa de um dado projeto de investimento dependem, obviamente, do tipo do projeto e do contexto de implantação do projeto. Contudo, algumas classes de variáveis a serem estimadas e avaliadas são recorrentes em projetos de investimento típicos de projetos de produção de petróleo

e gás. Embora ocorra heterogeneidade entre tipos, classes e projetos, todos podem ser representados por algum fluxo de caixa, dispostos no tempo (em períodos, predeterminados) e divididos em categorias. Os períodos devem ser dimensionados de forma mais adequada ao tipo de projeto, em bases mensais ou anuais, com vetores no início, meio ou fim de período (utiliza-se uma convenção, pois determinar momento exato de ocorrências no fluxo de caixa seria uma tarefa impossível). Deve-se considerar o horizonte de influência do projeto, ou seja, sua vida útil. A Tabela 1 ilustra um fluxo de caixa de um projeto.

	2014	2015	2016	2017	2018
Receita		R\$ 500.000,00	R\$ 560.000,00	R\$ 627.200,00	R\$ 702.464,00
Custo total		R\$ 350.000,00	R\$ 386.000,00	R\$ 426.320,00	R\$ 471.478,40
Custo fixo total		R\$ 50.000,00	R\$ 50.000,00	R\$ 50.000,00	R\$ 50.000,00
Custo variável total		R\$ 300.000,00	R\$ 336.000,00	R\$ 376.320,00	R\$ 421.478,40
Lucro operacional bruto		R\$ 150.000,00	R\$ 174.000,00	R\$ 200.880,00	R\$ 230.985,60
Juros		R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
Depreciação		R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00
Lucro antes do IR (LAIR)		R\$ 67.500,00	R\$ 91.500,00	R\$ 118.380,00	R\$ 147.485,60
IR		R\$ 16.875,00	22.875,00	R\$ 29.595,00	R\$ 37.121,40
Lucro líquido (LL)		R\$ 50.625,00	R\$ 68.625,00	R\$ 88.785,00	R\$ 111.364,20
Entradas de caixa (ECX)	R\$ -	R\$ 133.125,00	R\$ 151.125,00	R\$ 171.285,00	R\$ 228.987,40
Lucro líquido (LL)		R\$ 50.625,00	R\$ 68.625,00	R\$ 88.785,00	R\$ 111.364,20
Depreciação		R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00	R\$ 82.500,00
Valor residual (VR)					R\$ -
ICG (retorno)					R\$ 35.123,20
Empréstimos					
Saídas de caixa (SCX)	R\$ 335.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 3.360,00	R\$ 3.763,20	R\$ -
Investimento	R\$ 330.000,00				
Amortização		R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ -
Varição do ICG	R\$ 25.000,00	R\$ 3.000,00	R\$ 3.360,00	R\$ 3.763,20	
Investimento em capital de giro (ICG)	R\$ 25.000,00	R\$ 28.000,00	R\$ 31.360,00	R\$ 35.123,20	
Fluxo de caixa (FCX)	R\$ (355.000,00)	R\$ 130.125,00	R\$ 147.765,00	R\$ 167.521,80	R\$ 228.987,40

**Tabela 1 – Exemplo de Composição de Fluxo de Caixa**

Fonte: Fortes, 2014, p.88

De acordo com Brealey et al (2013), o fluxo de caixa de um projeto pode ser decomposto em seus componentes:

- Investimento

Custos de investimento são todos dispêndios necessários à compra e preparação para operação de ativos. Investimentos em equipamentos devem ser

totais, incluindo serviços, equipamentos devem estar aptos a operar (BREALEY et al, 2013).

- Custos operacionais Fixos

Dispêndios advindos das atividades de operação de um projeto e não proporcionais a produção (FORTES, 2014). Um exemplo seriam custos administrativos e de manutenção.

- Custos Operacionais variáveis

Dispêndios advindos das atividades de operação, mas que seriam proporcionais à produção da empresa (FORTES, 2014). Como exemplos pode-se citar custos de mão de obra direta, produtos químicos, transporte, matéria-prima, dentre outros.

- Receita Operacional

Seria o somatório da produção e preço de venda dos produtos (FORTES, 2014). Devem ser incluídas outras receitas do projeto, como por exemplo, venda de subprodutos gerados no processo de produção, ou receitas devidas a compartilhamento de capacidades.

- Tributos e taxas

A tributação e a taxas incidentes a determinado projeto varia conforme país e região que o projeto é implantado ou operado (BREALEY et al, 2013). O próprio tipo de o projeto ou setor econômico também impactam na tributação. Para projetos de petróleo ocorrem alguns impostos, taxas e contribuições específicas, tais como *Royalties* e outras taxas e participações especiais sobre grandes volumes de produção.

- Benefícios Fiscais

Podem ocorrer benefícios fiscais ao projeto a depender da legislação vigente do país ou região geográfica. A Depreciação, que é um gasto não desembolsável, é entendida como uma espécie de benefício fiscal do investimento pois reduz o resultado tributável (BREALEY et al, 2013).

#### - Variação do Capital de Giro

Em alguns casos, a implantação de um projeto pode gerar necessidade de capital de giro adicional para empresa. A necessidade de capital de giro adicional deve ser considerada no fluxo de caixa do projeto (ROSS et al, 2002).

#### - Valores Residuais

Ao fim de dado projeto de investimento há equipamentos e materiais que podem ser vendidos e/ ou disponibilizados a outros projetos. Esse valor residual é o valor dos bens, subtraído de custos de retirada, transporte e disponibilização, líquido de impostos. Seu valor é estabelecido pelo seu custo de oportunidade, quando há um mercado ativo para o item, este valor é seu valor de mercado (BREALEY et al, 2013).

#### - Gastos de Abandono

Os gastos de abandono referem-se a dispêndios ocorridos, geralmente, no fim da vida de um projeto. Para Brealey et al (2013) em projetos de exploração de recursos naturais, esses custos, em sua maior parte, decorrem de recuperação ambiental da área explorada.

### **2.3.1 Considerações para Fluxo de Caixa**

Nos fluxos de caixa do projeto deve-se atentar para utilizar custos econômicos. Os custos econômicos seriam custos de oportunidade, não sendo custos contábeis, nem desembolso, nem custos orçamentários (BREALEY et al, 2013; ROSS et al, 2002).

Quanto ao fluxo de caixa do projeto, deve-se atentar à inclusão dos custos de oportunidade. Segundo Ross et al (2002), os custos de oportunidades são receitas perdidas devido à alocação e utilização de algum ativo da empresa no projeto. Para Brealey et al (2013), o recurso não é gratuito para o projeto, há um custo pela oportunidade perdida de gerar receita para a empresa se o projeto fosse rejeitado e o ativo vendido para outro fim.

Custos afundados ou irrecuperáveis (*sunk costs*) são custos já incorridos, os quais devem ser desconsiderados da análise do projeto. “Como os custos irrecuperáveis estão situados no passado, não podem ser afetados pela decisão de aceitar ou rejeitar o projeto.” (ROSS et al, 2002, p.148). Um exemplo, de acordo com Dias (2014), em projetos de petróleo seriam custos de poços já perfurados num campo (para fins exploratórios) antes da análise econômica e decisão de desenvolvimento de produção do campo. Como esses poços não tem valor de uso alternativo, o custo de perfuração é um custo afundado que não deve entrar no fluxo de caixa do projeto de desenvolvimento da produção do campo. Para Brealey et al (2013), não se deve utilizar custos afundados, a menos que tenham gerado como resultado algum bem com uso alternativo ou valor de mercado.

A análise empresarial de um projeto deve se fundamentar na avaliação de seu fluxo de caixa líquido, cuja estimativa baseia-se no conceito de análise incremental ou fluxo de caixa relevante, que pressupõe a comparação de duas situações: Fluxo de caixa da Companhia com o projeto; Fluxo de caixa da Companhia sem o projeto. (BREALEY et al 2013; GITMAN, 2004; ROSS et al 2002). Ou seja, comparando a situação da empresa “com” e “sem” o projeto, devido a seu impacto incremental (ou diferencial) entre ambas configurações. Muitas vezes, esse conceito pode ser confundido com uma análise “antes” e “depois” da implantação do projeto.

Segundo Brealey et al (2013) há vários pontos de atenção na visão incremental:

- Não confundir resultados médios com incrementais;
- Incluir todos efeitos derivados de um dado projeto (efeitos “indiretos” sobre a empresa);
- Considerar necessidades de capital de giro (quando pertinente);
- Incluir os custos de oportunidade;
- Desconsiderar custos afundados;
- Estar atento à imputação de despesas gerais (gastos de *overhead*);
- Lembrar de possíveis valores residuais.

Outro ponto a definir é o tratamento à inflação. Basicamente há dois tratamentos quanto à inflação. Pode-se analisar o projeto em termos nominais (sem retirar a inflação) ou em termos reais (com fluxo deflacionado), sendo importante manter a consistência, em que todos os fluxos devem ser ou nominais ou reais (ROSS



et al, 2002). Caso seja em bases nominais, a taxa de desconto deve também ser nominal (contendo expectativa de inflação).

De acordo com Brealey et al (2013), esse processo exige mais do que aplicar uma simples taxa de inflação a todos componentes do fluxo de caixa, pois há inflações diferentes e outras questões como produtividade embutidas nesses casos. Em ambos tratamentos, o resultado final será o mesmo.

$$Taxa Real = \frac{1 + Taxa nominal de juros}{1 + Taxa de Inflação}$$

### 2.3.2 Taxa de Desconto

A taxa de desconto é também denominada taxa de retorno, taxa mínima de retorno ou custo de oportunidade do capital. “É chamada de custo de oportunidade por representar o retorno devido ao investimento no projeto, que deixa de ser obtido por meio de uma aplicação no mercado financeiro.” (BREALEY et al, 2013, p.22).

Esta taxa serve de base para trazer os fluxos de caixa do projeto a valores presentes e realizar o cálculo dos indicadores econômicos e de decisão do projeto. Pode ser definida como retorno mínimo exigido pelos investidores para investir em um dado projeto de acordo com o risco do mesmo.

Ross *et al.* (2002) definem a Taxa Mínima de Atratividade, ou TMA, como a taxa de desconto que exige o retorno mínimo do projeto em análise, em função do seu risco de mercado, de modo a assegurar a remuneração do capital próprio. Também pode ser o custo médio ponderado de capital (CMPC) quando também envolve capital de terceiros. Brealey et al (2013) salientam que o custo de oportunidade de capital, taxa mínima de atratividade, não pode ser confundido em hipótese nenhuma com alguma taxa de empréstimo que a empresa pode obter para tocar um projeto. O estabelecimento do custo de oportunidade de capital pertinente e corretamente ajustado ao risco de um dado projeto, em muitos casos, não é tarefa simples.

## 2.4 TAXA DE DESCONTO AJUSTADA AO RISCO

Para Gitman (2004), existem duas possibilidades para ajustar o valor presente das entradas de caixa ao risco. A primeira seria ajustar as entradas de caixa do projeto e a segunda ajustar a taxa de desconto. O autor afirma que a segunda alternativa é a mais utilizada. O ajuste dos fluxos de caixa ao risco é um tópico mais complexo e será discutido em capítulo posterior.

Existe um consenso entre os autores de que a taxa de desconto para o método tradicional do FCD deve ser ajustada ao risco. Contudo, o estabelecimento dessa taxa de forma objetiva e indiscutível ainda é uma questão aberta na literatura. “A taxa de desconto ajustada por risco é a taxa de retorno que deve ser obtida em um projeto para recompensar os proprietários da empresa adequadamente” (GITMAN, 2004, p. 370). O autor afirma que quanto mais elevado o risco de um projeto, maior deve ser a taxa, portanto, menor o valor presente líquido da série do fluxo de caixa. A taxa de desconto ajustada ao risco seria a taxa que exprime o retorno mínimo do projeto, em função do seu risco específico, assegurando a remuneração do capital próprio e de terceiros (quando for o caso).

Segundo Gitman (2004), essa dificuldade leva muitas empresas, na prática, a adotarem taxas subjetivas graduadas de acordo com o nível de risco do projeto percebido pela empresa e seus gestores e administradores financeiros. Seria a forma mais simples de obtenção dessa taxa, a partir de uma taxa livre de risco, adiciona-se um prêmio de risco subjetivo ao projeto, dependendo do grau de risco do mesmo.

De acordo com Ross et al (2002), essa taxa de desconto ajustada ao risco de um dado projeto deve ser o retorno esperado de um ativo financeiro de risco comparável. Para Brealey et al (2013), a maioria das empresas utiliza o custo de capital da empresa como maneira de ajustar as taxas de desconto do fluxo de caixa ao risco de novos investimentos. Segundo tais autores, esse procedimento seria correto somente aos investimentos que possuem riscos idênticos às atividades gerais da empresa. “Para projetos com maior risco, o custo de oportunidade do capital é maior do que o custo de capital da empresa; para os de menor risco, ele é menor” (BREALEY et al, 2013, p.194). Como muitas das grandes corporações possuem capital de terceiros, geralmente o custo do capital da empresa é dividido entre um custo do capital próprio e o custo de capital de terceiros para a corporação. “Se uma

empresa não tem uma dívida significativa, o custo de capital da empresa é a taxa de retorno esperada de suas ações” (BREALEY et al, 2013, p. 195).

O custo de capital próprio (ou capital próprio), independentemente da metodologia a ser utilizada, sempre é remunerado por uma taxa livre de risco mais um prêmio de risco adequado ao risco do projeto. Para Brealey et al (2013), o passo mais difícil para encontrar o custo de capital é o estabelecimento do correto custo de capital próprio. Há diversas metodologias na literatura para este fim, contudo nenhuma consegue ser completamente indiscutível e à prova de críticas.

A metodologia mais difundida para corporações, segundo Brealey et al (2013) é a aplicação do *Capital Asset Pricing Model* - CAPM (SHARPE, 1964). Para obtenção do custo de capital próprio da organização, na visão do CAPM, a taxa de desconto é o retorno exigido de um ativo de risco (no caso, a empresa em questão) estimado a partir de uma taxa livre de risco e um prêmio de risco obtido pela multiplicação do retorno médio esperado do mercado contra um fator de correlação, chamado de beta do ativo. “O CAPM ainda é o padrão pelo qual os demais modelos para risco e retorno são medidos” (DAMODARAN, 1997).

Segundo Ross et al (2002), outra abordagem seria a aplicação do *Arbitrage Pricing Theory* - APT (ROSS, 1976) para estimativa do custo de capital. O APT é um modelo multifatorial que expande o CAPM e considera outros fatores, como exemplo a inflação, além do retorno histórico. Para Damodaran (1997), o principal candidato alternativo ao CAPM seria o APT, e isso deve-se ao fato de possuir múltiplos fatores para refletir os riscos não-diversificáveis, além do retorno. Brealey et al (2013) ressaltam que o CAPM apesar de ser o mais utilizado na prática, ainda não é a última palavra na estimação do custo de capital próprio, os autores ressaltam o modelo de três fatores (FAMA e FRENCH, 1997), este baseado em três fatores que determinariam o retorno esperado para o custo de capital da empresa: fator mercado, fator tamanho e fator contábil-valor de mercado.

O custo do capital de terceiros (ou capital de terceiros) é remunerado pela taxa de juros negociada no mercado financeiro pelos agentes negociadores, e depende da condição e risco de crédito da empresa demandante de recursos. Possui benefício fiscal da dedução de Imposto de Renda.

Para grandes corporações com capital de terceiros em sua estrutura de capital, o seu custo de capital é calculado de forma ponderada. O custo médio ponderado de

capital (CMPC ou WACC, em inglês) se baseia nos custos acima mencionados e na proporção da distribuição entre capitais próprios e de terceiros esperada da empresa, denominada na literatura como estrutura de capital. A proporção a ser utilizada é a estrutura de capital da empresa, e não do projeto, pois o que interessa para os financiadores no mercado financeiro é o nível de endividamento da companhia, e não o projeto exclusivamente (BREALEY et al, 2013). Utilizando o CMPC, consegue-se obter um custo médio do capital da corporação e desconta-se o fluxo de caixa a uma taxa que remunera adequadamente tanto os acionistas, como os financiadores da empresa. Abaixo, apresenta-se a fórmula com benefício fiscal do imposto de renda para o capital de terceiros.

$$CMPC = C_{cp} * W_{cp} + C_{ct} * W_{ct} * (1 - T_{imp})$$

Onde:

$C_{cp}$  = custo do capital próprio

$W_{cp}$  = proporção do capital próprio no capital total

$C_{ct}$  = custo do capital de terceiros

$W_{ct}$  = proporção do capital de terceiros no capital total

$T_{imp}$  = taxa de imposto de renda

## 2.5 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO

Há vários métodos e indicadores de avaliação de projetos de investimento baseados no fluxo de caixa. Cada um apresenta suas vantagens, desvantagens e aplicabilidade. Dentre os principais pode-se identificar o valor presente líquido (VPL), taxa interna de retorno (TIR), tempo de retorno (ou *payback*), tempo de retorno descontado (*payback* descontado), ponto de nivelamento de produção (*break-even point*), índice de rentabilidade (IR), retorno contábil médio (RCM), entre outros.

### 2.5.1 Valor Presente Líquido - VPL

Para Ross *et al.* (2002) o Valor Presente líquido é a soma algébrica dos custos e dos benefícios líquidos do projeto durante sua vida econômica, trazidos à data de atualização do fluxo de caixa, utilizando-se para isso a taxa de desconto apropriada: a taxa mínima de atratividade do segmento de negócio, devido aos riscos intrinsecamente diferentes de cada segmento da economia. Seria o indicador que melhor traduz o quanto de valor o projeto está adicionando ao patrimônio da empresa, por consequência, aos seus acionistas (GITMAN, 2004). “A diferença entre o valor de um projeto e seu custo é o Valor Presente Líquido (VPL)” (BREALEY *et al.*, 2013, p.93).

A fórmula do VPL pode ser descrita como:

$$VPL = \sum_{k=0}^n \frac{E(CF_k)}{(1+i)^{K+j}}$$

Onde:

E = Valor Esperado

$CF_k$  = Valor Genérico do Fluxo de Caixa líquido no período k

i = Taxa de desconto ou TMA

K = Período no instante K do fluxo de caixa

j = Posição do vetor (início de período = 0; meio = 0,5 ; fim = 1)

Segundo Brealey *et al.* (2013), o critério de decisão, também conhecido como “regra do VPL”, seria:

- Se VPL maior que zero, invista no projeto, pois adiciona valor à empresa;
- Se VPL menor que zero, rejeitar o projeto, pois destruiria valor da empresa;
- Entre dois projetos mutuamente exclusivos, escolher o de maior VPL;

O VPL positivo significa que a atualização dos benefícios supera a dos custos estimados e seu montante representa o montante que a empresa estará agregando ao seu patrimônio ao realizar o projeto, em comparação à sua não-realização, ou seja, é o ganho esperado adicional à remuneração obtida pela aplicação dos recursos à TMA. “Um valor presente líquido positivo implica que a taxa de retorno do seu

investimento é superior ao custo de oportunidade de capital, ou seja, maior do que você poderia obter investindo em mercados financeiros” (BREALEY et al, 2013, p.19). Um VPL igual a zero significa que os fluxos de caixa do projeto são exatamente suficientes para remunerar o capital investido e proporcionar a esperada taxa de retorno daquele capital. Ross *et al.* (2002) consideram o VPL como melhor método de avaliação de projetos de investimento, comparando com as análises de TIR e tempo de retorno. “Hoje em dia, 75% das organizações utilizam sempre (ou quase sempre) o valor presente líquido para decisão de projetos de investimento.” (Brealey et al, 2013, p.95). Contudo, os autores também afirmam que na maioria das vezes as empresas recorrem a mais de um critério para analisar a atratividade dos projetos.

Segundo Brealey et al (2013), as características-chave do VPL seriam:

- Reconhece que o valor de um dólar hoje é superior ao valor de um dólar amanhã;
- O VPL depende unicamente dos fluxos de caixa estimáveis do projeto e do custo de oportunidade do capital (não leva em conta preferências e subjetividades);
- Os valores presentes são quantificados em moeda de hoje, logo podem ser somados. Essa propriedade, chamada de propriedade da aditividade, tem implicações importantes. Alguns métodos alternativos não possuem essa propriedade de aditividade.

Para Ross et al (2002), a base da superioridade do enfoque do VPL em relação aos demais enfoques está em três atributos: o VPL desconta o fluxo de caixa corretamente; utiliza o fluxo de caixa; e considera todos os fluxos de caixa do projeto. Brealey et al (2013) ressaltam que é um método objetivo e independe de preferências do gestor, métodos de contabilidade da empresa ou outros aspectos subjetivos. Segundo Gitman (2014), em bases teóricas, o VPL seria o melhor enfoque de avaliação de projetos dentro da teoria de orçamento de capital. Os motivos seriam o reinvestimento implícito à TMA, e aplicabilidade com resultado garantido a quaisquer fluxos de caixa.

## **2.5.2 Taxa Interna de Retorno - TIR**

De acordo com Ross et al (2002), a taxa interna de retorno é a alternativa mais importante em relação à metodologia do VPL, representando o mais próximo que pode

se chegar do VPL em termos de avaliação dentro da orçamentação de capital. Pode-se supor que os desembolsos da empresa (valores negativos) para realizar um projeto são um “empréstimo” a ser “pago” posteriormente com as receitas (valores positivos proporcionados pelo mesmo projeto).

Nesse processo, a TIR é a taxa de retorno implícita no fluxo de caixa, que só depende da relação entre os valores positivos e negativos, a qual iguala esses desembolsos às receitas, isto é, torna o VPL igual à zero. “A taxa de retorno do projeto é a taxa de desconto que fornece um VPL igual a zero.” (BREALEY et al, 2013, p.100). A TIR é uma taxa média que considera toda a vida econômica do projeto e é expressa em termos do tipo de período configurado para o fluxo de caixa. Esta taxa é calculada por um processo de aproximações sucessivas, obtendo-se as raízes da equação abaixo:

$$TIR = \sum_{k=0}^n \frac{E(CF_k)}{(1 + TIR)^{K+j}} = 0$$

Onde:

E = Valor Esperado

$CF_k$  = Valor Genérico do Fluxo de Caixa líquido no período k

TIR = Taxa interna de retorno

K = Período no instante K do fluxo de caixa

j = Posição do vetor (início de período = 0; meio = 0,5 ; fim = 1)

Segundo Brealey et al (2013) e Ross et al (2002), o critério de decisão para a TIR seria:

- Aceitar o projeto, em que a TIR seja maior que o custo de oportunidade de capital (ou TMA);
- Rejeitar o projeto, em que a TIR seja menor que o custo de oportunidade de capital (ou TMA);

Se o VPL for positivo, a Taxa Interna de Retorno proporcionada pelo projeto é maior que a taxa de desconto utilizada, já que existe um “ganho” em relação a deixar o capital investido à taxa de desconto.

O critério de decisão utilizando a TIR pode apresentar problemas em alguns casos a depender das características do fluxo de caixa do projeto, fato constatado por diversos autores (BREALEY et al, 2013; GITMAN, 2004; ROSS et al, 2002), dentre os problemas estão:

- A TIR pode não existir;
- Podem existir múltiplas TIR (quando há mais de uma mudança de sinal no fluxo de caixa, ou há mais de uma raiz na equação do fluxo de caixa);
- Nem sempre a alternativa de maior TIR seria a de maior VPL.

No caso de múltiplas TIR positivas, normalmente se adota a menor TIR positiva como sendo a estimativa da taxa de retorno do projeto.

Para GITMAN (2004), um ponto a ressaltar do método da TIR é que ele supõe implicitamente que os fluxos de caixa recebidos durante o projeto são reinvestidos à taxa da TIR, diferentemente do VPL, que supõe (de forma mais correta e conservadora) que os fluxos são reinvestidos ao custo de oportunidade de capital. Este fato implica em classificações de projetos muitas vezes conflitantes, um projeto com maior TIR poderia não ser o de maior VPL, as regras de decisão entrariam em desacordo. Para resolver esse problema, GITMAN (2004) informa um artifício de cálculo chamado da TIR modificada (TIRM), no qual leva os resultados do fluxo de caixa a valores futuros, pela TMA, posteriormente calcula-se a TIRM, que seria a taxa necessária para igualar esse valor futuro ao investimento inicial.

Apesar dos problemas apresentados pela TIR, autores afirmam que diversas empresas a utilizam como critério de decisão para seus investimentos. “Muitas organizações utilizam os fluxos de caixa descontados (FCD) e, para muitas organizações, o FDC significa TIR, não VPL.” (BREALEY et al, 2013, p.106). “Cerca de três quartos das empresas calculam a taxa interna de retorno (TIR), aproximadamente o mesmo número das que utilizam o VPL”. (BREALEY et al, 2013, p.95). Segundo Brealey et al (2013), a TIR é um “parente próximo” do VPL e, quando utilizada corretamente para os fluxos de caixa que possui somente uma TIR, resulta na mesma resposta. Segundo os autores, a TIR é recomendada em muitos textos financeiros, possui bons antecedentes financeiros respeitáveis, contudo possui deficiências pouco óbvias. Os mesmos autores informam, lamentando pelas deficiências ressaltadas, que muitas organizações preferem utilizar a TIR ao valor



presente líquido como critério de avaliação de projetos. Segundo GITMAN (2004), essa alta utilização da TIR pode estar ligada à preferência dos gestores a medidas de retorno em detrimento a retornos monetários.

### **2.5.3 Tempo de Retorno do Investimento – *Payback***

Ross et al (2002) explicam que o tempo de retorno do investimento indica o tempo necessário para a recuperação do capital investido, ou seja, quanto tempo é necessário para se atingir o ponto de equilíbrio do investimento em questão. Brealey et al (2013) definem que o tempo de retorno é obtido calculando-se o número de anos em que os fluxos de caixa estimados necessitam para se igualarem ao montante de investimento inicial dispendido. A análise trata-se portanto de um critério de liquidez, e não de rentabilidade, pois não reflete o comportamento do projeto após a recuperação do capital investido (ROSS et al, 2002; BREALEY et al, 2013; GITMAN, 2004).

O critério de decisão, de acordo com Ross et al (2002), seria selecionar um certo período de corte, por exemplo três anos, e aceitar os projetos que tenham tempo de retorno igual ou menor que o período estabelecido.

O método do tempo de desconto possui um grave erro teórico que seria desconsiderar o valor do dinheiro no tempo. “Qualquer critério de análise que não reconheça o valor temporal do dinheiro não pode ser adequado” (Brealey et al, 2013, p.94). Para Ross et al (2002), outros problemas seriam não considerar os fluxos de caixa do projeto após o período de corte, e a própria arbitrariedade do estabelecimento do período do critério de decisão. Outra limitação segundo Brealey et al (2013) seria que o tempo de retorno dá igual peso a todos fluxos de caixa que ocorrem antes do período limite de corte. De acordo com Gitman (2004), muitas empresas usam o método como complemento à outras regras de decisão, mas também muitas o utilizam como critério de decisão.

### 2.5.4 Tempo de Retorno Descontado – *Payback Descontado*

Devido ao erro elementar do tempo de retorno, foi criado o método do tempo de retorno descontado. A metodologia seria a mesma, com o adicional de ser calculado a partir de um fluxo descontado, o que retira o problema da não consideração do valor do dinheiro no tempo (ROSS et al, 2002). Mede-se o tempo necessário para que o valor presente acumulado dos benefícios do projeto pague o valor presente dos investimentos.

O método é usado de forma complementar às decisões de investimento, utilizado como indicador auxiliar. A principal característica desse indicador é mostrar a liquidez do projeto.

Para Ross et al (2002), o método seria uma combinação pobre entre o VPL e o tempo de retorno. Embora consiga resolver o grave problema da consideração do valor do dinheiro no tempo, o método não foge dos demais problemas do tempo de retorno, que seriam a desconsideração dos fluxos de caixa após o período de corte e arbitrariedade do período de corte do critério de decisão.

Para Brealey et al (2013), o tempo de retorno descontado tem como qualidade nunca aceitar um projeto de VPL negativo, contudo continua desconsiderando os fluxos de caixa posteriores ao limite de corte, tendendo a rejeitar projetos de longo prazo. Pode ser utilizado como critério complementar de advertência.

### 2.5.5 Outros Critérios de Decisão e Indicadores

Outros indicadores, embora menos importantes e com limitações, podem ser interessantes para agregar informações adicionais para a decisão de um projeto.

O índice de rentabilidade (IR), segundo Ross et al (2002), pode ser definido como o quociente entre o valor presente dos fluxos de caixa esperados, posteriores ao investimento inicial, e o montante do investimento inicial. Pode ser apresentado na fórmula:

$$IR = \frac{\textit{Valor Presente dos Fluxos de Caixa}}{\textit{Investimento Inicial}}$$

Segundo os autores, o critério de decisão seria aceitar o projeto sempre que o IR for maior que um, pois quando ocorre significa que o valor presente líquido do projeto é positivo. Deve-se rejeitar o projeto, caso contrário.

O retorno contábil médio (RCM), para Ross et al (2002), seria um enfoque atraente, porém fundamentalmente falho para tomada de decisão. É definido pelo quociente entre lucro médio do projeto (após imposto de renda) e o valor contábil médio do investimento ao longo da existência do projeto. Segundo os mesmos autores, as falhas estão em utilizar dados de natureza contábil e não considerar o valor do dinheiro no tempo, uma falha grave. Os pontos positivos seriam ser um método fácil que utiliza dados prontamente disponíveis no sistema.

O ponto de equilíbrio (ou *break-even point*) seria o volume necessário de produção para que o projeto gere um VPL zero. Ou seja, o volume de produção no qual a partir dele a empresa inicie a gerar valor. Para Brealey et al (2013), esta análise mostra o quanto de volume de vendas pode baixar até que o projeto comece a dar prejuízo. “A análise do ponto de equilíbrio determina o volume de vendas ao qual o projeto não tem lucro ou prejuízo” (ROSS et al, 2002, p. 183). Também existe o preço de nivelamento, ou preço de equilíbrio (preço de *break-even*) que seria o preço do produto que gera VPL zero para o projeto. O indicador permite checar a robustez do preço mínimo do produto para a viabilidade de projeto.

## **2.6 ANÁLISES SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INCERTEZA**

Todas as discussões dos métodos de análises de investimento até o momento foram em análises determinísticas, baseadas em estimativas de valores esperados das variáveis do projeto e seu fluxo, em que a incerteza estaria somente representada pela taxa de desconto ajustada ao risco. A partir desse ponto, são verificados métodos e técnicas para aprimorar a visão de risco e incerteza contida no projeto para avaliação de investimentos. Para Gitman (2004), risco pode ser entendido como uma possibilidade de prejuízo financeiro. Damodaran (1997) salienta que em finanças a definição de risco é mais abrangente, seria a probabilidade de receber retornos sobre o investimento diferente do esperado, podendo ser abaixo do esperado (risco negativo) ou acima do esperado (risco positivo). Ainda há definições que distinguem risco e incerteza, segundo Oliveira (1982), risco seria quando as ocorrências de certa

variável têm probabilidade conhecida por experiências passadas ou podem ser estimadas com alguma precisão, já incerteza seria quando essa distribuição de probabilidade é desconhecida ou não pode ser estimada.

### **2.6.1 Análise de Sensibilidade**

Segundo Ross et al (2002), esse enfoque considera a sensibilidade de um cálculo de VPL a variações das hipóteses das variáveis subjacentes. A análise de sensibilidade é uma técnica que permite conhecer as variáveis mais significativas do fluxo de caixa do projeto, para Brealey et al (2013) ela é realizada variando os valores de uma das variáveis do modelo e mensurando o impacto no fluxo de caixa do projeto e a sensibilidade dos indicadores à alteração da variável. Levando em conta que incertezas podem gerar mudanças significativas nas variáveis de um projeto cujos impactos podem ser relevantes, se mostra conveniente à realização de análise de sensibilidade para verificação de variáveis-chave, mais sensíveis a variações e contexto ambiental do projeto. Provê dessa forma, mais uma informação adicional. Para Brealey et al (2013) é uma técnica que obriga a identificação das variáveis relevantes. Fortes (2014) lembra que a análise pode ser executada para avaliar comparativamente dois projetos verificando qual seria mais sensível a alguma variável específica de interesse. A análise é do tipo *ceteris paribus*<sup>1</sup>.

As limitações seriam não atribuir probabilidades ou chances de ocorrência dos resultados e segundo Brealey et al (2013) não considerar interdependências das variáveis do projeto. Ross et al (2002) salientam que é uma forma útil de indicar se o cálculo do VPL merece confiança, e evidencia onde é necessário obter informações adicionais.

### **2.6.2 Análise de Cenários**

Ross et al (2002) informam que a análise de sensibilidade, embora útil, possui uma limitação de não reconhecer e mensurar a interdependência entre as variáveis e o impacto cruzado de suas alterações. A análise de cenários extingue essa limitação,

---

<sup>1</sup> Mantida as demais variáveis constantes

na medida em que são definidos conjuntos de cenários coerentes para as variáveis e analisado o projeto nesse cenário. Segundo Ross et al (2002), a análise de cenários representa uma variação da análise de sensibilidade. Uma configuração simples e muito ressaltada na literatura seria criar cenários pessimista, esperado e otimista das variáveis do projeto, e analisar seu fluxo e indicadores nessas condições. Para Brealey et al (2013) se as variáveis estiverem inter-relacionadas, pode ser útil considerar alguns cenários alternativos, os mesmos autores ressaltam que os gestores acreditam na utilidade da análise de cenários.

“A análise de cenários considera o movimento conjunto dos diversos fatores sob cenários diferentes” (ROSS et al, 2002, p.183). Para Gitman (2004) é uma técnica interessante para avaliar alterações simultâneas em diversas variáveis, como entradas de caixa, saídas de caixa e custo de capital. Segundo o mesmo autor, a ampla disponibilidade de computadores, aumentou enormemente o uso de análises de cenários e sensibilidade.

### **2.6.3 Simulação de Monte Carlo**

De acordo com Gitman (2004) a simulação é um enfoque com base em estatística que aplica distribuições de probabilidades determinadas para as variáveis do fluxo de caixa e números gerados ao acaso para estimar os resultados com risco. O autor afirma que podem ser simuladas apenas as entradas e saídas de caixa, ou, de forma mais sofisticada, simular diversos componentes individuais do fluxo de caixa. Para avaliar de forma mais robusta a possível dispersão dos indicadores do projeto, considerando o risco de forma mais ampla, surge a abordagem de análise de risco que gera curvas de distribuição de probabilidades do VPL a partir das distribuições de probabilidade das variáveis do projeto. Nesse ponto, se insere de forma explícita a visão probabilística do projeto.

“A simulação de Monte Carlo é um instrumento que permite considerar todas as combinações possíveis.” (BREALEY et al, 2013, p. 227). De maneira ampla, a análise de risco seria um estudo da dispersão dos indicadores do projeto em relação a seus valores médios esperados. Segundo Brealey et al (2013), esse tipo de análise permite examinar a distribuição completa dos resultados do projeto. Para Fortes (2014), a simulação pode ser vista como uma análise sofisticada. Segundo o autor, a

análise de risco com simulação estocástica é um método que examina o comportamento de um sistema por meio da construção de um modelo matemático que contenha ao menos os principais aspectos do sistema real. Ao fim, consegue-se descrever os valores de uma variável dependente a partir dos prováveis resultados das variáveis independentes.

Etapas da simulação segundo Fortes (2014):

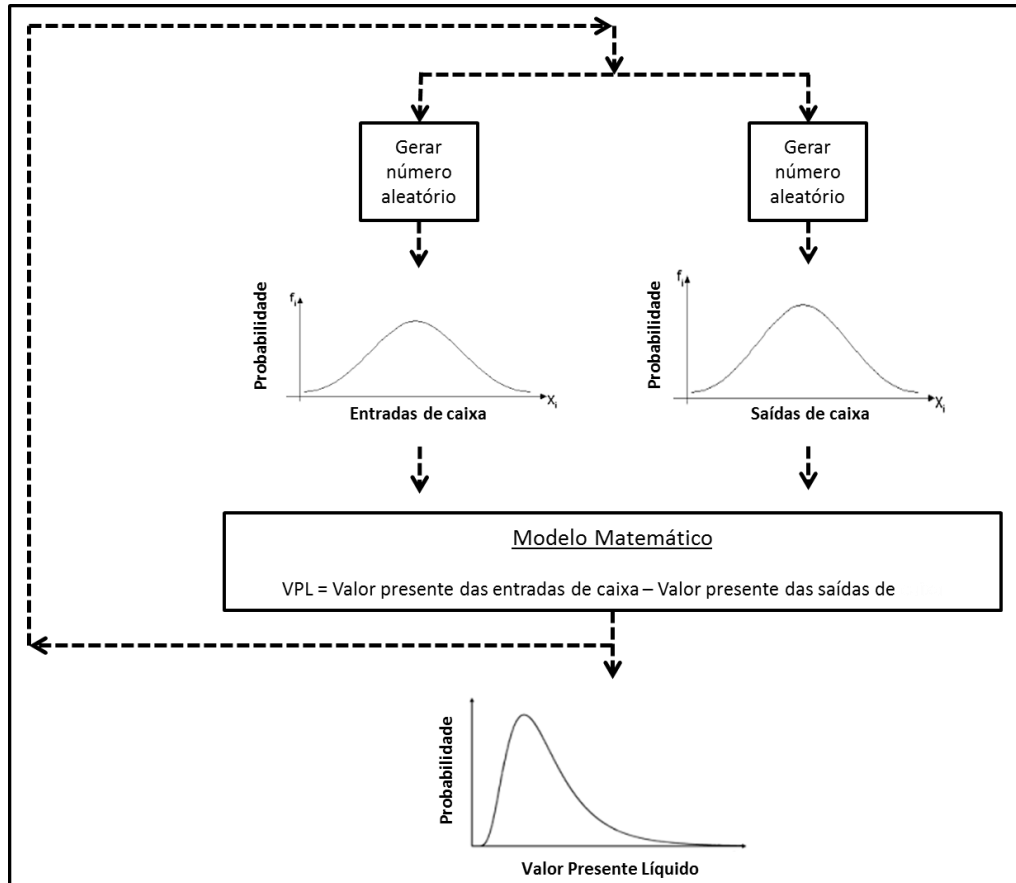
- 1) Calcula-se o fluxo de caixa e os indicadores para o caso determinístico;
- 2) Identifica-se as variáveis incertas (ex. preço, produção) e suas respectivas distribuições de probabilidades;
- 3) Escolhe-se de forma aleatória um valor para cada variável modelada;
- 4) Repete-se o processo inúmeras vezes (ex. 1000), analisam-se os resultados dos indicadores determinando sua distribuição de probabilidade.

Para Brealey et al (2013), as etapas seriam:

- 1) Modelagem do Projeto
- 2) Especificação de Probabilidades;
- 3) Simulação de Fluxos de Caixa;
- 4) Cálculo do Valor Presente esperado e sua distribuição.

Para Gitman (2004), a simulação e a distribuição do retorno gerada pode determinar não apenas o valor esperado, como também a probabilidade de atingir ou superar certo retorno. Segundo o autor, a simulação representa uma base excelente para tomada de decisões porque permite analisar um conjunto contínuo de pares de risco e retorno, em lugar de uma estimativa pontual. Para as simulações de Monte Carlo, concentram-se na incerteza dos valores dos parâmetros e se calculam o VPL esperado para cenários fixos. Para descrever os parâmetros são usadas distribuições estatísticas como as distribuições normal, log-normal, uniforme, triangular, entre outras. Percebe-se que a simulação estocástica trata de forma mais realista os possíveis resultados do projeto. Consegue-se verificar de forma mais ampla os resultados possíveis dos indicadores do projeto, bem como explicitar uma

probabilidade de o projeto ser viável, fornecendo melhores informações para a decisão. A Figura 5 demonstra um esquema do processo de simulação.



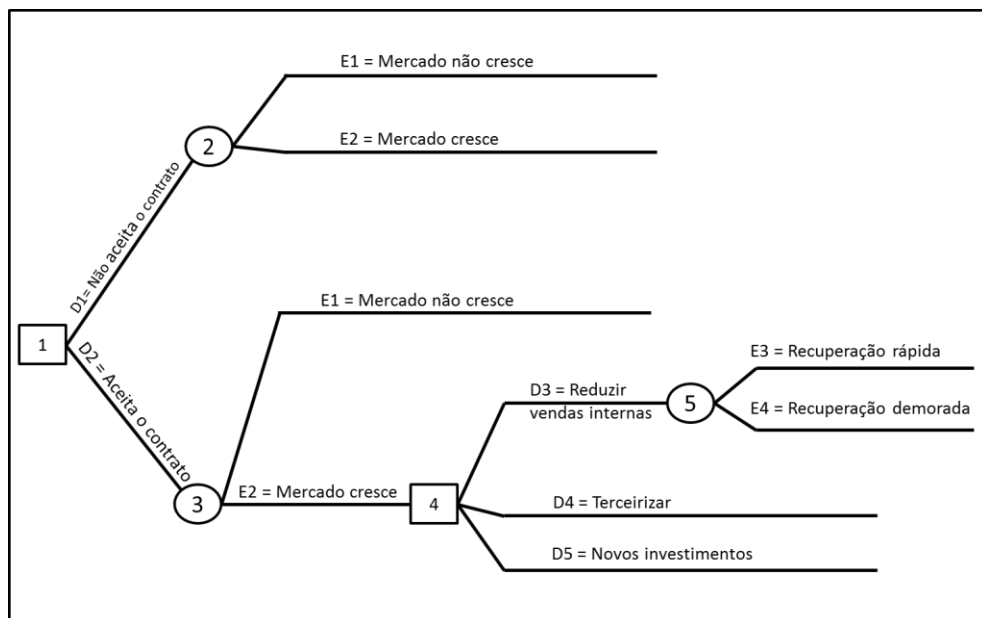
**Figura 5 – Processo de Simulação de VPL**

Fonte: Gitman, 2004, p.368

Segundo Brealey et al (2013), a técnica também possui suas limitações, sendo elas o próprio custo e tempo de criação do modelo, problemas para elaboração e definição dos parâmetros e risco de vieses. Outra crítica quanto à técnica é que ela somente descreveria o risco em forma de distribuição de probabilidades, não otimizando o projeto sob as incertezas. Adicionalmente, para Galli et al (1999), do ponto de vista financeiro, o método possui duas fraquezas: não considerar a flexibilidade gerencial e assumir um tempo de vida fixo para o projeto.

### 2.6.4 Árvores de Decisão

Para Casarotto e Kopittke (2000), o diagrama de árvores de decisão é um instrumento que permite visualizar riscos, opções e vantagens financeiras das alternativas de ação. A estrutura apresenta dois tipos de “nós”, os quadrados apresentam decisões, enquanto que os redondos apresentam incerteza e situações de eventos aleatórios. Os autores demonstram que nos diversos ramos das árvores serão anotadas: probabilidades após “nós” de incerteza; valores de investimento nos “nós” de decisão; e retornos nos finais dos ramos.



**Figura 6 – Árvore de Decisão**

Fonte: Assaf Neto, 2012, p.417

Para Brealey et al (2013), as árvores de decisões podem ajudar a compreender o risco de um projeto e o modo como as decisões futuras afetarão os seus fluxos de caixa. Ross et al (2002) expõe a árvore de decisão como um instrumento de identificação de decisões sequenciais na análise do valor presente líquido. Auxilia no tratamento de resultados futuros incertos no fluxo de caixa do projeto.

Para Brealey et al (2013), um dos problemas da árvore de decisão seria ela se tornar complexa de forma muito rápida, na medida em que se levantam restrições e contexto do projeto. Contudo, os autores ressaltam a validade da técnica e informam que devem ser ressaltados os caminhos mais importantes do projeto. Para Galli et al (1999), tais árvores focam em decisões gerenciais, levam em consideração a



incerteza em parâmetros importantes do projeto, mas o faz de forma “rudimentar” especificando alguns caminhos de ação possíveis e estimando as respectivas probabilidades. Os mesmos autores afirmam que do ponto de vista matemático, uma árvore de decisão é uma maneira de avaliar o máximo valor presente líquido esperado. Um ponto negativo seria que a árvore não oferece diagrama de dispersão, como oferecida pela simulação de Monte Carlo.

## 2.7 TEORIA DE OPÇÕES REAIS

### 2.7.1 Introdução à Teoria das Opções Reais

Opções são contratos que dão a seu portador o direito de comprar (ou vender) um determinado ativo, a um certo preço, em uma data futura. Este contrato é um tipo de derivativo, ou seja, o valor do contrato depende (ou deriva) de um outro ativo, chamado de ativo subjacente. O contrato que fornece a seu portador o direito de comprar é chamado de opção de compra (ou *call*), já o contrato que fornece o direito de vender é chamado de opção de venda (ou *put*). Essas opções também podem ser classificadas quanto à sua possibilidade de exercício em função do prazo, quando somente se pode exercer no vencimento da opção, a mesma é classificada como opção europeia. Se a opção puder ser exercida a qualquer momento até seu vencimento e também no seu vencimento (limite máximo), ela é classificada como opção americana (ASSAF NETO, 2012; COPELAND et al, 2000; ROSS et al, 2002).

De acordo com Brealey et al (2013), as opções reais surgem a partir da teoria de valoração das opções financeiras, a partir dos trabalhos de Black e Scholes (1973) e Merton (1973). Opções financeiras são contratos que dão a uma parte o direito de compra ou venda sobre um ativo subjacente ao contrato, até o final do prazo pré-estipulado para o exercício do direito (ou antes dele), a um preço de exercício pré-determinado. Para adquirir esse direito, a parte deve pagar ao emissor da opção um valor, chamado prêmio.

O valor da opção ao final do exercício dependerá do tipo de opção em mãos, seja “V” o valor do ativo subjacente no mercado e “P” o preço de exercício da opção, o valor da opção será dado:

a) No caso de Opção de Compra, o máximo entre  $V(t) - P$  e zero. Já que a opção de compra somente tem valor, se o preço do ativo-subjacente no mercado for maior que o preço de exercício, caso contrário, nada vale.

No caso de Opção de Venda, seria o máximo entre  $P - V(t)$  e zero. Uma vez que, a opção de vender o ativo só teria valor se o preço de exercício valer mais que o valor do ativo-subjacente no mercado, caso contrário, a opção não possui valor algum.

Segundo Assaf Neto (2012), as opções financeiras são baseadas em ativos negociáveis no mercado de capitais (ações, moedas, *commodities*, etc.), já as opções reais são baseadas nas oportunidades estratégicas e flexibilidades gerenciais embutidas nos projetos de investimentos. Copeland e Antikarov (2001, p.6) definem opções reais como "... o direito, mas não a obrigação, de empreender uma ação (por exemplo, diferir, expandir, contrair ou abandonar, um ativo real) a um custo predeterminado".

A Teoria das Opções Reais (TOR) visa avaliar sob a ótica das opções o contexto de ativos reais, ativos que não são negociados no mercado, no sentido de serem ativos sem preço de mercado estabelecido. Visa avaliar projetos de investimento de capital em investimentos industriais, exploração de recursos naturais, projetos de Pesquisa e Desenvolvimento, entre outros. Essas ações seriam, por exemplo, expandir, parar, ou abandonar o projeto. Segundo Copeland e Antikarov (2001), uma das diferenças importantes entre opções reais e financeiras seria que o detentor de uma opção financeira não pode afetar o valor do seu ativo subjacente, exemplo uma ação. Não é possível a qualquer detentor de uma opção ter qualquer influência sobre o que a empresa faz e nenhum controle sobre o preço de suas ações, num mercado eficiente. As opções reais apresentam um contexto diferente, os gestores que operam um ativo real podem aumentar seu valor e, portanto, o valor de todas as opções reais que dele depende. De acordo com Copeland et al (2000), as opções reais são as equivalentes corporativas das opções financeiras. Salientam que as opções reais têm maior nível de complexidade devido a diversidades de ativos, e das incertezas e das ações que podem ser tomadas.

De acordo com Dias (2005), o termo *real options* (expressão em inglês para opções reais) foi criado pelo professor Stewart C. Myers do MIT em 1977. Myers caracterizou as oportunidades de investimento das firmas em ativos reais (ex.:

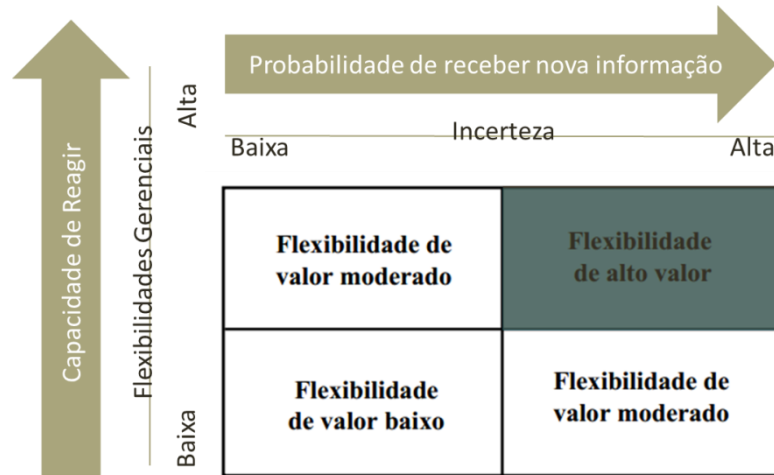
projetos de investimento) como sendo análogas a opções de compra sobre esses ativos reais. Assim, para o autor, a TOR reconhece e valoriza o fato de que as firmas têm o direito, mas não a obrigação de investir “I” num projeto que vale “V”. A metodologia é relativamente recente, o início de seu desenvolvimento se deu na década de 80, ganhando força em aplicações nas empresas na década de 90. Em 2001, uma pesquisa *survey* de Graham e Harvey (2001) realizada com quase quatrocentos executivos de finanças CFOs (*Chief Financial Officer*) nos EUA e Canadá já indicava que em torno de 26% das empresas utilizavam sempre ou quase sempre a TOR para avaliar seus projetos, utilização essa que superava a aplicação de técnicas mais antigas e consagradas como Simulação de Monte Carlo para fluxo de caixa e *Value at Risk* (VaR). Segundo Brealey et al (2013), o VaR é uma metodologia que representa a pior perda esperada de um projeto no intervalo de tempo analisado, e com certo intervalo de confiança para o valor, medindo dessa forma o risco financeiro do projeto ou de um portfólio.

A teoria das opções pode ser analisada como uma iniciativa de complementação dos conceitos de fluxo de caixa descontado, árvores de decisão (com correto tratamento da taxa de desconto) e simulação de Monte Carlo. A TOR busca a integração das metodologias em uma abordagem consistente em finanças. Para Assaf Neto (2012) as opções de abandonar, expandir ou adiar um projeto deve ter seu valor mensurado. Segundo Dias (2005), a Teoria das Opções Reais busca integrar essas metodologias numa abordagem consistente, à luz da teoria de finanças corporativas, e que reconhece o valor das flexibilidades gerenciais (ou opções) que estão embutidas naturalmente em um projeto (ou que podem ser incluídas a um certo custo). Em geral, quanto maiores forem as incertezas, maior será o valor dessas flexibilidades ou opções. Essa metodologia geralmente usa técnicas de modelagem das incertezas ao longo do tempo – os processos estocásticos – e técnicas de otimização dinâmica sob incerteza, como por exemplo a programação dinâmica sob incerteza. A TOR pode ser vista como um problema de maximização de valor sujeito a restrições. Tipicamente, procura-se maximizar o VPL (função objetivo) através do gerenciamento ótimo das flexibilidades gerenciais (opções), sujeito a incertezas de mercado, técnicas e estratégicas (DIAS, 2005). Copeland e Keenan (1998) constataram que, apesar da avaliação pelo método de opções reais ser eficiente, os executivos continuam utilizando os métodos antigos devido à complexidade matemática associada ao uso e à aplicação desta metodologia.

Segundo Gitman (2004) o diferencial entre a adaptabilidade oferecida pelas opções e seguir o caminho “esperado” planejado para o projeto criaria um valor adicional para o projeto. Resultando num VPL estratégico descrito abaixo. O valor adicional advém de opções reais embutidas nas oportunidades de investimento de capital. Algumas opções ocorrem naturalmente por características e contexto do projeto, outras podem ser construídas ou embutidas a um custo extra. O grande mérito da teoria é reconhecer o valor das flexibilidades gerenciais (ou opções) que estão disponíveis ou embutidas em um projeto (ou que podem ser embutidas a certo custo). A aplicação de TOR é mais adequada quanto maiores forem as incertezas e as flexibilidades gerenciais de um projeto. A equação abaixo interpreta o VPL total, chamado de VPL estratégico, de um projeto como o VPL tradicional mais um valor adicional extra, devido às opções reais presente no mesmo.

$$VPL_{\text{estrat\u00e9gico}} = VPL_{\text{tradicional (passivo)}} + \text{Valor de op\u00e7\u00f5es Reais}$$

A TOR \u00e9 uma abordagem complementar \u00e0 tradicional teoria de an\u00e1lises baseada no m\u00e9todo de fluxos de caixas descontados. A metodologia n\u00e3o substitui a tradicional, a mesma avança e complementa adicionando outras perspectivas \u00e0 avalia\u00e7\u00e3o (COPELAND et al, 2000; ROSS et al, 2002). Uma op\u00e7\u00e3o real tem mais valor quanto maior a incerteza (probabilidade de receber nova informa\u00e7\u00e3o relevante) e quanto maior a flexibilidade (capacidade de reagir \u00e0s mudan\u00e7as de cen\u00e1rios) (COPELAND e ANTIKAROV, 2001).



**Figura 7 – Valor da Flexibilidade**

Fonte: Adaptado de Copeland e Antikarov, 2001, p. 15

Segundo Dias (2005,) as incertezas podem ser de ordem técnica ou econômica. As econômicas, ou de mercado, podem ser modeladas com processos estocásticos. Já as incertezas técnicas são incertezas específicas do contexto, endógenas ao projeto. Não são correlacionadas aos movimentos gerais da economia e geralmente é necessário investir em informação (aprendizagem) para mudar a incerteza ou aguardar.

De acordo com Copeland e Antikarov (2001) outra característica da incerteza é a irreversibilidade. Um investimento seria irreversível quando não há possibilidade de recuperar o valor investido. Esses investimentos irreversíveis também são conhecidos como custos afundados, geralmente derivam de uma particularidade em que não há possibilidade de venda no mercado (ROSS et al, 2002). Há também o tipo irreversibilidade parcial, que seria a possibilidade de se recuperar apenas parte do valor investido, alguma parcela dos seus investimentos como valor residual de mercado. Para investimentos irreversíveis, há um custo de oportunidade de esperar por novas informações. Para Copeland e Antikarov (2001), as flexibilidades gerenciais estão ligadas a capacidade de reagir no que diz respeito a liberdade de mudança do curso do projeto em relação às mudanças de cenários, ou seja, a capacidade de expandir, parar, abandonar ou converter o projeto, por exemplo.

De acordo com a literatura, o valor de uma opção real depende de seis variáveis-chave (ASSAF NETO, 2012; BREALEY et al, 2013; DIAS 2005, ROSS et al, 2002), estas seriam:

- Valor do Ativo-subjacente: para opções é o valor (VPL) da oportunidade de investimento;
- Preço de exercício: seria o valor presente do montante que deve ser investido para exercer a opção. No caso de opções reais é o montante a ser dispendido para investir no projeto (opção de compra) ou montante a receber (opção de venda);
- Prazo de Vencimento da Opção: prazo limite em que a oportunidade de investimento existe. Quanto maior o prazo, maior o valor da opção;
- Variância (ou desvio-padrão) do ativo-subjacente: seria a medida de risco do ativo-subjacente, também chamada de volatilidade, medida da variabilidade dos fluxos de caixa. Quando maior a variância, maior o valor da opção, já que o valor da opção varia de acordo com o valor do ativo-subjacente, de forma alavancada, além de que quanto maior a variância maior a probabilidade de a opção se tornar valiosa e ser exercida;
- Taxa de Juros livre de risco: taxa de juros verificada para ativos livre de risco. Quanto maior a taxa maior o valor da opção;
- Dividendos do ativo-subjacente: referem-se ao valor perdido durante a espera para o exercício da opção.

Um conceito importante no contexto da avaliação por opções é o conceito da arbitragem, no qual seria a possibilidade de se atingir lucro sem risco e sem ter recursos financeiros. No contexto de derivativos, a arbitragem significa tomar posições simultâneas em diferentes ativos de modo a formar um portfólio livre de risco, com retorno superior ao retorno do ativo livre de risco negociado no mercado financeiro. Conceito de arbitragem, e sua não ocorrência, é condição chave, e necessária, para aceitar a valoração do modelo de avaliação *Black & Scholes* e modelos derivados (BREALEY et al, 2013; ROSS et al, 2002). Para Dias (2014), a lei do preço único é o caso particular mais importante do princípio da não-arbitragem. Segundo o autor, a Lei do Preço único diz que todos ativos (ou portfólios) com mesmos resultados em uma data futura, em todos estados da natureza, tem de ter o mesmo preço hoje, pois do contrário geraria oportunidades de arbitragem. Esse princípio é fundamental para o apreamento de opções.

### 2.7.2 Tipos de Opções Reais

Uma opção real pode ser definida como a flexibilidade que um gestor possui para tomar decisões, e mudar o curso planejado, de ativos reais. Ao longo da vida de um projeto novas informações vão surgindo e fatos relevantes vão acontecendo, de forma que as incertezas vão se revelando, dessa forma pode-se agir para mudar ou corrigir o rumo do projeto com objetivo de maximizar o valor final do projeto (ASSAF NETO, 2012; COPELAND e ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014, GITMAN, 2004). As principais opções reais ou flexibilidades segundo os autores são:

- a) Opção de Espera: opção de postergar o projeto, realizando o projeto no futuro ou deixando de realizar, a depender dos cenários;
- b) Opção de Expansão: avalia a opção de expandir o projeto a depender dos cenários do projeto e de seu contexto técnico e econômico;
- c) Opção de Abandono: opção de interrupção definitiva da produção de um projeto;
- d) Opção de Parada Temporária: opção de interrupção temporária da produção de um dado projeto;
- e) Opção de Mudança de uso: opção de transformação de um projeto ou unidade para outras finalidades produtivas;
- f) Opções de Aprendizagem: são opções de investir em novas informações antes da implantação de um dado projeto ou investimento;
- g) Opção de Troca de *Input*: são opções de alternar em insumos produtivos, ou combiná-los, para maximizar o valor do projeto.

### 2.7.3 Comparação da TOR e Orçamentação de Capital

Segundo Kemna (1993), concluir que um projeto deva ser realizado pelo fato do VPL ser positivo não seria uma decisão correta à primeira vista. A justificativa seria que o VPL não considera o custo de oportunidade de investir agora ao invés de esperar e manter aberta a posição para as possibilidades futuras. O que significa que a regra tradicional do FCD (usando taxas de desconto normais, recomendados pela

teoria tradicional), compara equivocadamente a situação de investir hoje com a situação de nunca investir, além de assumir um cenário fixo nos seus cálculos.

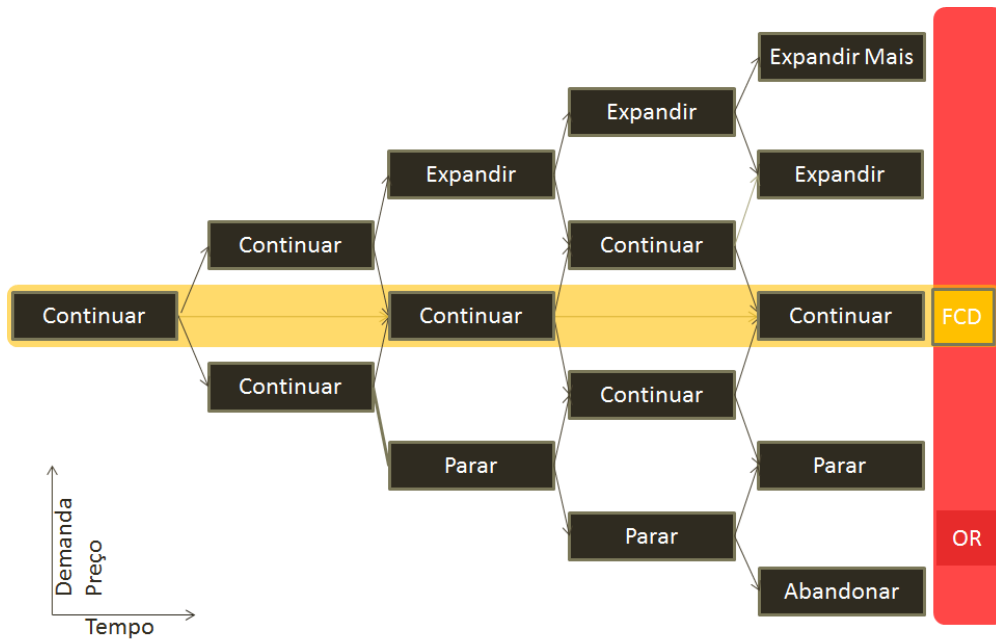
Os métodos de fluxo de caixa descontado/ VPL, técnicas tradicionais de análise de projetos de investimento, vem sendo debatido no que se refere à sua incapacidade de captar o valor da flexibilidade presente em muitos projetos (COPELAND e ANTIKAROV, 2001).

Outra crítica seria que essas técnicas são baseadas somente no retorno financeiro, levam muito em conta fatores tangíveis, desprezando o valor de fatores como oportunidades futuras e flexibilidades gerenciais. Segundo Ross et al (2002), o FCD tradicional considera o risco e incorpora as incertezas nas suas previsões de valores esperados, contudo não consideram as possibilidades de abortar ou expandir o projeto no decorrer da sua vida econômica. Para Copeland et al (2000) o FCD tende a subestimar o valor de um projeto, por não conseguir capturar de forma adequada benefícios da flexibilidade operacional ou flexibilidade estratégica.

Kogut e Kulatilaka (1994) destacam que o FCD teria viés de curto-prazo na seleção de projetos de investimento ao não investir em capacidades que preparam a firma para o crescimento de longo-prazo. Apesar das críticas à abordagem tradicional, segundo Brealey et al (2013) a teoria das opções não visa substituir o método do fluxo de caixa descontado. O FCD é necessário para determinar o valor do ativo subjacente.

As diferenças entre ambas abordagens podem ser sintetizadas por uma comparação simples. O FCD visualiza hoje a melhor alternativa de investimento, de acordo com os dados esperados e a executa se o VPL for positivo. Enquanto que a TOR considera alternativas ao longo da vida do projeto e suas consequências, e fazem a avaliação contando com essas possibilidades ao longo do percurso do projeto. Essa diferença entre as abordagens pode ser observada na Figura 9, que compara a visão FCD (em amarelo) que considera o cenário esperado da melhor alternativa do projeto (a priori, no tempo zero) e a visão TOR que considera na avaliação possíveis cursos de ação ao longo da vida útil de um projeto e as respectivas opções associadas (em vermelho).





**Figura 8 – Avaliações FDC x TOR**

Fonte: Adaptado de Dias, 2014

## 2.7.4 Modelos de Opções

Para precificar opções se faz necessário uma modelagem matemática, há alguns modelos disponíveis na literatura que basicamente servem de base para a modelagem já que cada projeto é particular e deve ser modelado de acordo com sua característica. Segundo Assaf Neto (2012), as técnicas bastante adotadas para avaliar uma opção são os modelos Binomiais e o modelo de Black-Scholes. Os modelos pressupõem um mercado completo e eficiente sem oportunidades de arbitragem nas opções.

### 2.7.4.1 Modelo BLACK-SCHOLES-MERTON

Segundo Brealey et al (2013), o truque que possibilitou a avaliação de opções no modelo *Black-Scholes* (BLACK e SCHOLES, 1973) foi montar uma carteira equivalente a uma opção por meio da combinação de investimentos em ações ordinárias e dívida. Dessa forma, o custo líquido da aquisição da carteira equivalente à opção deve ser igual ao valor da opção. Segundo os autores, o modelo é bastante

flexível e permite avaliar opções de grande variedade de ativos, isso o tornou influente e o colocou no posto de modelo padrão para avaliação de opções.

De acordo com Assaf Neto (2012), as hipóteses e pressupostos do modelo seriam: a dedução do modelo é baseada na criação de uma carteira replicante a partir da combinação de ativos; o modelo original é aplicado para opções europeias com exercício no vencimento. Sua fórmula seria:

$$\text{Valor da Opção} = S N(d1) - E \cdot e^{-rt} \cdot N(d2)$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{VAR}{2}\right)t}{\sqrt{VAR t}}$$

$$d2 = d1 - \sqrt{VAR t}$$

Onde:

S = preço corrente do ativo

N(d) = probabilidade cumulativa de uma variável aleatória que segue dist. normal padronizada

E = preço de exercício da opção

r = taxa de juros livre de risco

t = tempo para vencimento da opção

VAR = variância ou volatilidade do ativo subjacente

O modelo original não prevê pagamento de dividendos, contudo outros modelos foram criados com avanços em relação ao modelo original de Black-Scholes, por exemplo o modelo de Merton (MERTON, 1973), e pode-se obter o modelo com dividendos, constantes, conforme equação abaixo.

Valor da Opção com dividendos:

$$CALL = S \cdot e^{-Dt} \cdot N(d1) - E \cdot e^{-rt} \cdot N(d2)$$

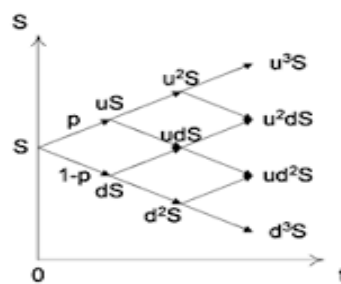
Onde:

D = dividendos no período

Para Brealey et al (2013) o modelo Black-Scholes-Merton reconhece uma série de resultados possíveis, e isso o torna mais realista que o modelo binomial. Sua precisão também é maior. Porém há circunstâncias nas quais o modelo não funciona, por exemplo para avaliar opções americanas. Nessas circunstâncias, o modelo binomial pode oferecer uma boa medida de avaliação.

#### 2.7.4.2 Modelo Binomial CRR

O Modelo Binomial tradicional, também chamado de Modelo Cox-Ross-Rubinstein (COX et al, 1979) surge como uma abordagem prática e simplificada. Segundo Assaf Neto (2012) a ideia central do modelo binomial seria a interpretação que os preços (de uma ação, por exemplo) se movem no tempo através de valorizações e desvalorizações proporcionais, produzindo somente dois resultados possíveis a cada período de avaliação, uma subida “u” (up) ou uma descida “d” (down). Com probabilidades de sucesso e fracasso, para os respectivos movimentos de subida e descida. Geralmente o modelo é ilustrado por uma árvore binomial, que segundo o autor pode ser definido como um diagrama que descreve os diferentes preços da ação (mas pode ser outro ativo objeto) durante o prazo que resta para a opção.



**Figura 9 – Árvore Binomial**

Fonte: Adaptado de Assaf Neto, 2012, p.431

O modelo prevê um número finito de períodos, os resultados a cada período são independentes, ou seja, um movimento não influencia o tipo de movimento subsequente. As probabilidades de sucesso e fracasso ficam inalteradas período a período. Quanto maior for a subdivisão de períodos em menores unidades de análise,

maior a precisão do modelo, contudo sua complexidade também é aumentada. Para calcular o valor da opção pela árvore binomial parte-se da data de vencimento e calcula-se de forma regressiva. O preço esperado para a opção é o valor presente do preço esperado no módulo seguinte da árvore. Apesar de relativamente simples, a abordagem binomial é muito utilizada (ASSAF NETO, 2012; BREALEY et al, 2013, ROSS et al, 2002). O modelo avalia tanto opções europeias quanto americanas, segundo Assaf Neto (2012) o modelo é bastante utilizado para avaliação de opções americanas. Para Ross et al (2002) o método binomial é simples e poderoso para avaliar opções complicadas na prática, segundo os autores este seria o método básico na avaliação de opções em situações reais nas quais o método de Black-Scholes-Merton não se ajusta.

Equações do Modelo Binomial CRR (1979):

- $u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$
- $d = \frac{1}{u}$
- $p = \frac{e^{r \Delta t} - d}{u - d}$
- $q = 1 - p$
- $Opção = \frac{(P S_u + q S_d)}{e^{r \Delta t}}$

Onde:

$u$  = taxa de crescimento do preço do ativo

$d$  = taxa de decréscimo do preço do ativo

$\sigma$  = desvio – padrão dos retornos do ativo

$p$  = probabilidade do preço subir

$q$  = probabilidade do preço cair

$r$  = taxa de juros livre de risco

$\Delta t$  = intervalo do passo da árvore

$S_u$  = valor opção em nó do período posterior em estado de preço superior

$S_d$  = valor opção em nó do período posterior em estado de preço inferior

### **2.7.4.3 Modelo Binomial Log-Transformado**

Segundo Trigeorgis (1991), uma vez que a distribuição dos retornos é conhecida e a avaliação neutra-ao-risco é aceita, pode-se aplicar outros tipos de

análises numéricas. “A aproximação binomial de Cox, Ross, Rubinstein não é única” (TRIGEORGIS, 1991). O autor propõe um método binomial alternativo com qualidades aprimoradas.

De acordo com Dias (2014) se os parâmetros de volatilidade possuir valor baixo e o de taxa de juros for alto, o método CRR pode gerar resultado inconsistente para parâmetros de probabilidades, negativos ou maiores que um. Contudo, o autor ressalta a popularidade do CRR e um ajuste na probabilidade mais similar a ajuste de processos em tempo contínuo. Para Trigeorgis (1991), a vantagem do Log-Transformado é possuir maior consistência, acurácia e estabilidade, proporcionando base para avaliar opções mais complexas, por exemplo opções compostas e com dividendos não proporcionais. A grande vantagem é ser consistente com o processo contínuo prontamente com variância positiva garantida, diferente do CRR em que ocorre apenas no limite, com necessidade de restrições de estabilidade.

Dias (2014) afirma que o método de Log-Transformado (TRIGEORGIS, 1991) usa um fator de subida  $u$  diferente do método CRR, e resulta numa combinação dos parâmetros ( $q$ ,  $u$ , e  $d$ ) que torna a média e a variância da variação Logarítmica  $\Delta \ln(V)$  do modelo binomial, em tempo discreto, exatamente iguais aos do modelo em tempo contínuo. Os parâmetros pelo método Log-Transformado seriam (DIAS, 2014):

$$u = e^{\sqrt{\sigma^2 \Delta t + \vartheta^2 (\Delta t)^2}}$$

$$d = 1/u$$

$$q = \frac{1}{2} + \frac{\vartheta \Delta t}{2 \ln(u)}$$

$$\vartheta = r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}$$

Onde:

$r$  = taxa de juros livre de risco (%a.a.)

$\delta$  = taxa de dividendos (%a.a.)

$\sigma$  = volatilidade

### 2.7.5 Modelos e Processos Estocásticos

Na teoria de opções reais o valor do ativo objeto é obtido em função das variáveis de incerteza do projeto que serão embutidas no modelo. Para modelos de avaliação em projetos de recursos naturais, a principal variável de incerteza dos modelos relatados na literatura é o preço da *commodity*. As incertezas do preço, e de outras variáveis significativas do projeto, podem ser modeladas por processos estocásticos.

Processos estocásticos, segundo Dias (2014), são definidos como conjunto de variáveis aleatórias que ocorrem ao longo do tempo e que apresentam a evolução no tempo em parte aleatória. Dessa forma, a variável ao longo do tempo teria um componente determinístico e outro aleatório. Segundo Hull (2003) são processos muito utilizados em economia e finanças para modelar a evolução de preços no mercado. Esses processos ainda podem ser subdivididos em processos discretos, com variáveis discretas que ocorrem em instantes definidos de tempo e processos contínuos, com variáveis contínuas admitindo variações em qualquer instante de tempo. A literatura apresenta alguns modelos padrão de processos estocásticos, cada qual com suas características específicas e aplicações teoricamente mais indicadas.

#### 2.7.5.1 Movimento Browniano

De acordo com Dias (2014), um processo estocástico muito utilizado em finanças seria o Movimento Browniano, também conhecido como processo de Wiener. O processo possui as propriedades:

- Seria um processo de Markov, a distribuição de probabilidade dos valores futuros não é afetada por valores passados ou informação. Essa probabilidade depende somente do valor atual da variável;
- Possui incrementos independentes, a distribuição de probabilidades da variação do processo em intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo diferente;
- As variações do processo, num intervalo de tempo, possuem distribuição Normal. A variância é crescente ao longo do tempo.

Dado um Movimento Browniano  $Z(t)$ , sendo  $\Delta Z$  uma variação de  $Z(t)$ ,  $\Delta t$  um intervalo de tempo qualquer (DIXIT e PINDYCK, 1994):

$$\Delta Z = \varepsilon_{(t)} \cdot \sqrt{\Delta t}$$

- $\varepsilon_{(t)}$  possui distribuição Normal Padrão  $N(0,1)$
- a correlação de  $\varepsilon_t$  e  $\varepsilon_s = 0$ , para todo  $t \neq s$

O processo pode ser representado em tempo contínuo, em intervalo pequeno  $dz$ , conforme equação abaixo:

$$dz = \varepsilon_{(t)} \cdot \sqrt{dt}$$

A partir da equação do movimento browniano, acrescentando mais um termo, se obtém um processo conhecido como Movimento Aritmético Browniano (MAB) com tendência.

$$dx = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz$$

Onde:

$\alpha$ : parâmetro de tendência

$\sigma$ : parâmetro de variância

A variação de  $x$  em qualquer intervalo é uma Distribuição Normal

Valor esperado:  $E(\Delta x) = \alpha \cdot \Delta t$

Variância:  $\text{Var}(\Delta x) = \sigma^2 \cdot \Delta t$

Devido  $x$  possuir distribuição Normal, o modelo admite valores negativos para a variável. De forma que, segundo Dias (2014), não seria indicado para modelar preços diretamente. Sendo muito utilizado em finanças para modelar logaritmo de preços e *spreads* entre preços.

Ao realizar outra transformação na equação padrão do Movimento Browniano, pode-se obter um novo processo conhecido como Movimento Geométrico Browniano (MGB). O movimento geométrico não permite valores negativos, o mesmo é bastante utilizado em finanças para modelar preços de ações e alguns ativos financeiros. De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o preço de uma *commodity* pode seguir um MGB:

$$dx = \alpha \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz$$

Onde:

$\alpha$ : parâmetro de tendência do preço

$\sigma$ : parâmetro de volatilidade

$x$ : valor corrente (conhecido) da variável do processo estocástico (no caso, o preço)

$dz$ : processo incremental browniano padrão (  $dz = \varepsilon_{(t)} \cdot \sqrt{dt}$  )

A variação de  $x$  em qualquer intervalo é uma Distribuição Normal

Valor esperado:  $E(x_t) = x_0 \cdot e^{\alpha t}$

Variância:  $Var(x_t) = x_0^2 \cdot e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1)$

Segundo os autores, através de uma transformação logarítmica e utilização de técnica chamada Lema de Itô, pode-se chegar a uma equação discretizada para o preço. Pode-se, inclusive, gerar uma equação “neutra ao risco” ao proceder um ajuste no parâmetro de tendência  $\alpha$ , transformando num parâmetro de tendência neutro ao risco. Essa transformação é útil na valoração da opção através da consideração da montagem de um portfólio neutro ao risco. Essa transformação se daria da seguinte forma:

$$\alpha = r - \delta$$

Onde:

$r$ : taxa livre de risco

$\delta$ : taxa de dividendos ou taxa de conveniência

Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\sigma$  e  $\delta$  devem ser estimados para “calibrar” o processo. No caso dos preços da *commodity*, os parâmetros podem ser estimados através de dados históricos de preços e dados do mercado futuro (GIBSON e SCHWARTZ, 1990; DIAS 2014).

### **2.7.5.2 Processo de Reversão à Média**

Segundo Dixit e Pindyck (1994), processos de reversão à média também têm sido utilizados para modelagem de preços de *commodities*, inclusive petróleo, a *commodity* em questão neste estudo. Há modelos em que o processo é desenhado



através da combinação de outros processos estocásticos. O processo simples de reversão à média, também conhecido como processo Ornstein-Uhlenbeck, seria:

$$dx = \eta \cdot (\bar{x} - x) \cdot dt + \sigma \cdot dz$$

Onde:

$\eta$ : parâmetro de velocidade da reversão

$\bar{x}$ : parâmetro de média de equilíbrio de longo prazo para variável (preço)

$x$ : valor corrente (conhecido) da variável do processo estocástico (no caso, o preço)

$\sigma$ : parâmetro de volatilidade

$dz$ : processo incremental browniano padrão ( $dz = \varepsilon_{(t)} \cdot \sqrt{dt}$ )

Valor esperado:  $E(x_t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \cdot e^{-\eta t}$ ,

Variância:  $Var(x_t - \bar{x}) = \frac{\sigma^2}{2\eta} \cdot (1 - e^{-2\eta t})$

Segundo os autores, ainda que preços de *commodities* sejam modelados por MGB, pode ser argumentado que os preços de algumas *commodities* variam, de alguma forma, relacionados com custos marginais de produção de longo prazo. Assim, no curto prazo o preço teria uma variação aleatória para cima e para baixo devido a fatores diversos da economia, e a longo prazo voltaria para próximo do custo marginal de produção. Da mesma forma dos processos anteriores, os parâmetros precisam ser estimados e há equações discretizadas para cálculo do preço da *commodity*. Schwartz (1997) analisa processos estocásticos para preços de *commodities*, estabelecendo e analisando três modelos diferentes: um modelo de um fator de reversão à média; um modelo de dois fatores onde o preço segue MGB e a taxa de conveniência segue reversão à média; e um terceiro modelo de três fatores, expandindo o segundo modelo ao considerar a taxa de juros estocástica com processo de reversão à média.

### 2.7.6 Processo de Avaliação de Opções Reais

De acordo com Copeland e Antikarov (2001), uma opção real pode ser avaliada por técnicas conhecidas como direitos contingenciais. Os investidores, inclusive os avessos ao risco, não demandariam prêmio de risco para carteira livre de risco. Dessa forma, poderia, igualmente ao cálculo de opções financeiras, obter um valor através

da configuração de uma carteira neutra ao risco com o valor da opção e o valor do ativo real. Resumidamente, procede-se uma mudança na medida de probabilidade, penalizando os movimentos, obtendo a chamada medida equivalente de Martingale (probabilidade neutra ao risco). Segundo Dias (2014), com essa mudança de medida, pode-se atualizar as funções do derivativo com a taxa de juros livre de risco, e quando o mercado é completo há uma única medida martingal.

Para avaliação de um projeto, pode-se obter com a utilização da teoria de cálculo estocástico, uma equação diferencial parcial (EDP) para o valor do projeto a partir do processo estocástico da *commodity*. Posteriormente, resolver de forma analítica ou numérica. No entanto, o autor salienta que na medida em que são adicionadas outras variáveis de incerteza ao modelo (complexidades), o problema torna-se de difícil solução matemática e computacional.

Copeland e Antikarov (2001) sugerem uma abordagem alternativa para fugir desse problema. Os autores sugerem embutir as incertezas (variáveis de incerteza) no cálculo de somente uma variável  $V$ , valor do projeto. Dessa forma, o problema continua na dimensão de uma variável, e todas as incertezas do projeto (demais variáveis) estariam representadas na volatilidade de  $V$ . Para isso, indicam realizar simulação de Monte Carlo para o valor do projeto, a partir das variáveis aleatórias significativas. Assim simplificando o problema matemático para cálculo do valor da opção. Os autores adotam a premissa que a melhor estima não tendenciosa para um ativo não negociado no mercado é o valor presente esperado do ativo (convencional, sem embutir flexibilidades).

O processo de Copeland e Antikarov (2001) para avaliação de opções reais é subdividida em quatro etapas, a saber:

- 1) Calcular o caso base como VPL sem flexibilidade utilizando o FCD;
- 2) Modelagem da incerteza por meio de árvore de eventos;
- 3) Identificar e incorporar as flexibilidades, criando árvores de decisões;
- 4) Fazer a análise de opções reais.

De acordo com Dias (2014), a Teoria das Opções Reais (TOR) gera dois resultados típicos que são interligados:

- 1) O valor da oportunidade de investimento: ou seja, o valor da opção real;

2) A regra de decisão ótima: a regra chamada “regra do gatilho”, por ex., um valor suficientemente alto (baixo) de uma variável estocástica (como o preço de um produto), chamado de valor de gatilho, é o nível ótimo a partir do qual deve ser feito imediatamente o investimento (abandono) no projeto.

Para Dixit e Pindyck (1994) uma outra abordagem possível seria a utilização de programação dinâmica. De acordo com Dias (2014), quando EDPs não possuem solução analítica pode-se tentar soluções por métodos numéricos. Um dos métodos indicados seria o método das diferenças finitas. O autor ressalta que também existem aproximações analíticas para resolução dessas EDPs. Outra solução para um problema de opção americana finita seria utilização de métodos de aproximação discretas, em vez da utilização de EDPs, implicando em aproximação do processo estocástico e trabalhar *backwards*, de trás para a frente. Um outro método numérico seria o modelo binomial Cox-Ross-Rubinstein (COX et al, 1979), já apresentado neste capítulo. A metodologia da árvore binomial utiliza probabilidades neutras ao risco, assumindo uma única medida martingal, evitando determinação da taxa ajustada ao risco para opção.

### **2.7.7 Opções Reais de Abandono**

Segundo Assaf Neto (2012), qualquer tipo de investimento envolve risco para a empresa. A decisão de abandono de um projeto deveria ser considerada quando os fluxos de caixa ficarem abaixo das expectativas mínimas. Segundo o autor, muitas vezes o custo de abandono de um projeto é menor que as perdas que seriam incorridas pela empresa caso decida manter o projeto. O valor do abandono se constituiria no valor da opção.

De acordo com Brealey et al (2013), a opção de abandono equivale a uma opção de venda, e a opção será exercida caso o valor recuperado dos ativos do projeto seja superior ao valor presente da manutenção do projeto. Alvarez (1999) afirma que o desinvestimento irreversível é ótimo no caso em que o valor esperado da futura produção seja menor que o valor do exercício da opção, irreversível, de saída. Segundo Berger et al (1996), os investidores têm a opção de abandonar a empresa (ou projeto, no caso) por um “valor de saída”. A teoria das opções sugere que esta opção de abandono tem um preço como uma posição comprada em uma *put*

americana, cujo valor aumenta com o valor de saída, ou valor residual do projeto. Bem como, aumento da volatilidade do projeto e quanto maior for vida útil remanescente. Contudo, decresce com o aumento do valor do projeto, ou seja, um aumento nos fluxos de caixa esperados do projeto operando.

Um abandono de projeto de investimento, principalmente intensivo em capital, seria a princípio uma iniciativa irreversível. Por exemplo, um abandono de um projeto de produção de petróleo, após iniciado o abandono definitivo dos poços e desmobilização da plataforma de produção de um campo maduro é irreversível. Seria gerada uma necessidade de investimento muito grande para retomar a produção.

A literatura apresenta diversos trabalhos que estudam opções de abandono e geralmente apresentam o problema em termos de função do preço da *commodity*, no caso de abandono de projetos de petróleo, o preço do óleo. Por exemplo, Begg e Bratvold (2004) desenvolvem decisões de abandono e políticas de retorno de produção como função do preço de óleo, demonstrando que em alguns casos, para maximização de VPL a política ótima seria apenas parar a produção em casos de baixa de preços, retornando com a produção em momento posterior. Os autores modelam o preço de petróleo como um processo estocástico de reversão à média, adicionalmente fixam uma barreira mínima para o preço de óleo no processo.

Na literatura verificam-se trabalhos desenvolvidos com o tema de opção de abandono com diversos enfoques e níveis de complexidades. Robichek e Van Horne (1967) reconhecem a importância do valor residual e de se lidar explicitamente com a oportunidade de abandono e defendem a inclusão da oportunidade de abandono, pelo seu valor presente, na previsão dos fluxos de caixa descontados. Para os autores a inclusão do valor de abandono pode afetar substancialmente o valor do projeto, medido pelo fluxo de caixa.

Bonini (1977) ressalta que em alguma data futura um projeto será abandonado ou pelo fim da vida útil dos equipamentos ou devido aos fluxos de caixa futuros não justificar mais o projeto. O mesmo aplica modelo de programação dinâmica para o problema de abandono de projeto e desenvolve procedimento analítico para determinar medida de risco no valor do projeto. Ressalta que programação dinâmica requer grande número de cálculos, de todos os possíveis resultados, o que pode gerar uma resolução complexa até mesmo para problemas relativamente simples.

Kensinger (1980) faz a aplicação de uma modificação do modelo Black-Scholes tratando opção de abandono com preço de exercício fixo. Segundo o autor, possuir a opção de abandonar o projeto seria como possuir um seguro que reembolsa o proprietário do projeto quando o mesmo possui desempenho abaixo do esperado, nisso há um valor. Contudo a abordagem do autor é limitada, pois considera a opção de abandono como europeia. Verifica-se que é consenso na literatura que uma opção de abandono seria uma opção americana para a grande maioria das aplicações, poderia ser europeia somente caso houvesse uma data específica única que nunca pudesse ser antecipada, por força de contrato por exemplo.

Brennan e Schwartz (1985) avaliam recursos naturais e apresentam modelo de um fator em que o preço da *commodity* segue processo de Wiener. Autores ressaltam que seria um modelo baseado em portfólio replicante autofinanciado simples de ser estimado e parametrizado. O valor da opção de abandono encontrado é adicionado ao valor presente do projeto sem flexibilidade. Determinam políticas ótimas para fechamento e abandono de mina de cobre quanto o preço da *commodity* é incerto.

Trigeorgis e Mason (1987) defendem que a flexibilidade da interrupção do funcionamento é valiosa, se as receitas não cobrirem os custos variáveis em determinado período do projeto. A flexibilidade de funcionamento ou não, em qualquer ano, poderia ser pensada como uma opção de compra da receita do ano, ao pagar os custos variáveis como preço do exercício.

Myers e Majd (1990) utilizam métodos numéricos para avaliar a opção de abandono permanente um projeto que distribui dividendos em qualquer ponto da vida útil conhecida do projeto quando o valor residual é constante e quando varia de forma estocástica. A abordagem dos autores considera incerteza nos fluxos e incerteza no preço de exercício.

Alvarez (1999) aplica combinação de programação não linear e teoria da difusão linear no problema de abandono e valoração de fluxos de caixa de empresa com incerteza na demanda e potencial excesso de oferta. Autor ressalta que abordagem é completamente independente de programação dinâmica.

## CAPÍTULO 3

### PLANEJAMENTO E METODOLOGIA DA PESQUISA

#### 3.1 INTRODUÇÃO E NATUREZA DO MÉTODO

De acordo com a proposta de pesquisa, esta dissertação visa analisar a aplicação de modelo de opção de abandono no contexto de um projeto da indústria de petróleo mais especificamente no ramo de exploração e produção de petróleo. O estudo de caso é um método de pesquisa que se caracteriza pela análise aprofundada de uma determinada realidade. O mesmo partirá de um possível contexto real para criação de um cenário hipotético de projeto de campo de petróleo no fim de sua vida econômica, a fim de estudar o contexto de abandono econômico de um projeto em operação à luz das teorias. O foco do estudo é a modelagem e simulação de uma avaliação de desinvestimento em campo de produção de petróleo pela teoria das Opções Reais.

#### 3.2 HIPÓTESES DA PESQUISA

As hipóteses da pesquisa testadas são:

H1: A teoria das opções reais se mostra mais adequada ao contexto de abandono de projetos de investimentos em relação à tradicional teoria de orçamentação de capital;

H2: Ao considerar a incidência de impostos, o valor do projeto e da opção são afetados significativamente<sup>2</sup>;

H3: Processos Binomiais de CRR e LogTransformado geram resultados finais diferentes em um modelo de avaliação de opções.

---

<sup>2</sup> Significativamente, neste estudo, é considerado em alteração de valor maior ou igual a 10% do valor original

### 3.3 OPERACIONALIZAÇÃO DO MODELO CONCEITUAL

Para operacionalizar a pesquisa, foram definidas as variáveis dependentes e sua relação hipotética com as variáveis independentes. Para armazenamento de dados e criação de modelo de avaliação foram utilizados o software *Microsoft Excel* e o software *@risk*. A tabela 2 descreve as principais variáveis do modelo de avaliação, seu tipo, respectivas unidades de medida, e origem<sup>3</sup>.

Nome da Variável	Hipótese	Dependente/ Independente	Escala de Mensuração	Elementos para construção	Fonte de dados
Valor do Projeto	H1; H2 e H3	Dependente	MM USD	Cálculo	Modelo de Avaliação
				Variáveis independentes	Modelo Estocástico / Valor adotado
Valor do Projeto com Opção	H1; H2 e H3	Dependente	MM USD	Cálculo	Modelo de avaliação
				Variáveis independentes	Modelo Estocástico / Valor adotado
Valor da Opção de Abandono	H1; H2 e H3	Dependente	MM USD	Cálculo	Modelo de Avaliação
				Variáveis independentes	Modelo Estocástico / Valor adotado
Taxa de Juros livre de risco	H1; H2 e H3	Independente	% a.a.	-	Banco de dados
Preço do Petróleo (em t=0)	H1; H2 e H3	Independente	USD/ bbl	-	Banco de dados
Preço de Óleo P(ij)	H1; H2 e H3	Dependente	USD/ bbl	Cálculo	Modelo Estocástico
Volatilidade do barril Petróleo	H1; H2 e H3	Independente	% a.a.	Estimação dados Históricos	Banco de dados
Dividendos (taxa conveniência da commodity)	H1; H2 e H3	Independente	% a.a.	Estimação dados Históricos	Banco de dados
Spread petróleo	H1; H2 e H3	Independente	USD/ bbl	-	Valor adotado
Produção Inicial	H1; H2 e H3	Independente	Bbl/d	-	Valor adotado/ Simulação
Declínio de Produção	H1; H2 e H3	Independente	Bbl/d	-	Valor adotado

<sup>3</sup> A fonte de dados “valor adotado” significa a adoção de valor simbólico para fins de criação do caso experimental

<b>Curva de Produção (Qij)</b>	H1; H2 e H3	Dependente	Bbl/d	Cálculo	Modelo de Avaliação
<b>Custo Operacional Fixo</b>	H1; H2 e H3	independente	MM USD	-	Valor adotado
<b>Custo Operacional Variável</b>	H1; H2 e H3	independente	MM USD	-	Valor adotado
<b>Tempo de expiração da opção</b>	H1; H2 e H3	independente	Anos	-	Valor adotado
<b>Valor Residual</b>	H1; H2 e H3	independente	MM USD	-	Valor adotado
<b>Valor do Abandono</b>	H1; H2 e H3	independente	MM USD	-	Valor adotado
<b>Taxa de Royalties</b>	H1; H2 e H3	independente	%	-	Valor adotado
<b>Alíquota Imposto</b>	H1; H2 e H3	independente	%	-	Valor adotado

**Tabela 2 – Variáveis da Pesquisa**

Fonte: Elaboração Própria

### 3.4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia de pesquisa utilizada é a modelagem e simulação de um modelo de avaliação por Opções Reais. De acordo com Chung (2004), a modelagem e simulação é o processo de criar e experimentar um sistema real por meio de um modelo matemático computadorizado. Um sistema pode ser definido como um conjunto de componentes ou processos que se interagem e que recebem entradas e oferecem resultados para algum propósito. De acordo com Miguel et al (2012), a utilização de modelos permite o melhor conhecimento do ambiente de estudo, permite identificar problemas, formular estratégias, oportunidades e apoiar o processo de tomada de decisões. Para os autores, um modelo deve ser suficientemente detalhado para captar elementos essenciais e representar o sistema real, por outro lado, deve ser suficientemente simplificado (abstraído) para ser tratável por métodos de análise e resolução conhecidos.

A pesquisa visa posterior aplicação em um possível cenário real, a partir da construção de um estudo de caso hipotético de um cenário de projeto em fase de produção. O estudo de caso, segundo Gil (1999), se caracteriza pelo estudo profundo



e exaustivo de um ou poucos objetos, de forma que permita o conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante outros tipos de delineamentos. Miguel et al (2012) definem modelos quantitativos como modelos abstratos descritos em linguagem matemática e computacional, que utilizam técnicas analíticas e experimentais (simulação), com a finalidade de calcular valores numéricos das propriedades do sistema em questão, podendo, inclusive, ser usado para analisar resultados de diferentes ações possíveis no sistema.

Quanto à finalidade, a pesquisa a ser desenvolvida no estudo caracteriza-se por ser aplicada, pois segundo Gil (1999) visa à aplicação do conhecimento científico na prática, neste caso específico na solução de problemas de tomada de decisão em projetos empresariais. Ou seja, direcionada para aplicações práticas destinada a solução de um problema específico.

A pesquisa é do tipo exploratória, as quais tem como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, com vistas à formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis em estudos posteriores. Habitualmente, envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de casos (GIL, 1999).

Conforme Yin (2005), para um bom estudo de caso deve-se utilizar de maior número de fontes de evidência para maior confiabilidade do estudo de caso. Abaixo são apresentadas algumas fontes de coleta de dados:

- a. Documentação: garantem impessoalidade, pois não são gerados para o estudo em questão.
- b. Registros em arquivo e bases de dados públicas: fontes de dados geralmente precisas, porém é necessário que pesquisador faça cruzamentos antes de atestar sua confiabilidade.
- c. Observação direta: fornecem informações adicionais e funcionamento real do problema estudado.
- d. Entrevistas: fontes essenciais de informação para um estudo de caso.

Com relação ao método, trata-se de um trabalho quantitativo, pois são empregados instrumentos numéricos e estatísticos na quantificação dos resultados (LAKATOS e MARCONI, 1991). Adicionalmente, o trabalho envolve etapas de

análises qualitativas em fase posterior à criação do modelo, já que o modelo proposto requer que a solução seja coerente com os objetivos e restrições de um sistema real.

A pesquisa ainda pode possuir um aspecto descritivo, na medida em que ao analisar o problema pode-se desenvolver entendimento de diversos fatores e variáveis que podem influenciar determinado fenômeno, no presente caso, um abandono de projeto. Oliveira (2002) define processos descritivos (ou explicativos) como processos de estudo e pesquisa que abrangem a correlação entre variáveis, dando possibilidade à explicação da relação causa e efeito de fenômenos.

Ao final do levantamento bibliográfico é escolhido e adotado um método de avaliação para o modelo e, posteriormente, o modelo foi aplicado a um caso hipotético, a Figura 11 ilustra a metodologia de pesquisa. O trabalho também visa estabelecer a relação entre a teoria acadêmica e o problema real do contexto em estudo, buscando-se aplicar as melhores práticas de análise de investimento e identificar as limitações da teoria acadêmica para o problema.



**Figura 10 – Metodologia da Pesquisa**

Fonte: Elaboração Própria

### 3.5 LIMITAÇÕES DO MÉTODO

A modelagem matemática tem como limitação intrínseca a simplificação de um contexto real para viabilizar a análise de um problema, mesmo que haja robustez e complexidade de modelagem.

Como limitação do trabalho, o modelo e os dados utilizados referem-se a um caso específico e hipotético, não havendo possibilidade de generalização direta a projetos com as mesmas ou outras características. O modelo proposto no trabalho, entretanto, pode vir a ser utilizado como exemplo para casos similares. O estudo aborda a análise de um projeto, não visa analisar o projeto na ótica de um portfólio.

Um modelo teórico e matemático busca simplificar e representar um problema complexo da realidade, contudo não será capaz de refletir fielmente toda complexidade do mundo real. Há a possibilidade de omissão de alguma variável no modelo ou falta de dados confiáveis para alguma das variáveis. O modelo neste estudo visa exclusivamente modelagem de opção de abandono.

## CAPÍTULO 4

### MODELAGEM E APLICAÇÃO

#### 4.1 SELEÇÃO DE MODELO DE AVALIAÇÃO

De acordo com a metodologia de pesquisa citada no capítulo 3 (Planejamento e metodologia de pesquisa) foi realizada uma varredura e análise de métodos de solução e modelos de avaliação adotados na literatura para avaliações de opções, especialmente opções típicas ligadas a *commodities* e indústria de petróleo, e opções de abandono. Após esta avaliação, de acordo com as premissas iniciais do estudo de obter um modelo simples e robusto, e de acordo com relatos e sugestões da literatura, optou-se definitivamente por adotar o modelo de avaliação binomial. Modelos em tempo contínuo, utilizando explicitamente cálculos estocásticos, poderiam gerar respostas mais exatas, porém se abriria mão de adotar modelo mais simples e intuitivo. Adicionalmente, o modelo poderia tornar-se demasiadamente complexo em termos matemáticos e computacionais. Assim, prefere-se adotar modelo mais simplificado por aproximação binomial, aplicável as organizações, e com intuição próxima das tradicionais análises de fluxo de caixa descontado, em detrimento a modelos menos práticos e complexos. Entende-se que a utilização do modelo binomial já seria um grande avanço em relação a uma análise de fluxo de caixa descontado (tradicional) isolada. Possibilitando uma análise muito mais robusta que a simples adoção do FCD.

O modelo deste trabalho parte do modelo binomial de abandono de Dias (2014) que utiliza o método binomial CRR, adota-se como processo de geração de preços o método binomial LogTransformado (TRIGEORGIS, 1991), e expande-se o modelo para consideração de impostos e limitação de preços. Adicionalmente, é realizada uma simulação de Monte Carlo para variável de produção inicial. O ativo básico é o barril de petróleo, a variável estocástica é o preço do petróleo. O modelo binomial deste trabalho visa avaliar a opção de abandono de um projeto em operação de campo

de petróleo. Espera-se que a opção de abandono tenha valor significativo para o contexto de estudo de um campo em fase de produção.

A abordagem de avaliação escolhida para o modelo é o método binomial com análise neutra-ao-risco. A abordagem é conhecida na literatura como abordagem clássica de Opções Reais, com premissas de não-arbitragem e utilização de dados de mercado. Essa abordagem clássica está baseada na premissa de portfólio replicante do apereçamento de opções financeiras. Especificamente, leva em consideração que um portfólio de investimentos transacionados pode ser construído para replicar o retorno da opção, e então a opção pode ser avaliada por argumento de não-arbitragem (COX, ROSS e RUBINSTEIN, 1979; DIAS, 2014). Esta é a uma aplicação mais direta de técnicas de apereçamento de opções financeiras em opções reais ou não financeiras. Alguns autores utilizam e recomendam essa abordagem (BRENNAN e SCHWARTZ, 1985; COPELAND, KOLLER e MURRIN, 1994; COX, ROSS e RUBINSTEIN, 1979; TRIGEORGIS e MASON, 1987; TRIGEORGIS, 1991). O valor da opção calculado representa uma estimativa da riqueza incremental, ou adicional, ao acionista. A abordagem clássica é aplicável a decisões sobre investimentos em empresa diversificada ou do ponto de vista dos acionistas diversificados.

## **4.2 PREMISSAS DO MODELO**

### **4.2.1 Premissas Gerais do Modelo**

Faz-se importante ressaltar as premissas do modelo de avaliação. O modelo possui uma única variável estocástica, incerteza principal, que aqui é o preço do petróleo. A premissa básica do modelo binomial CRR é que a dinâmica de preço do ativo básico segue um processo discreto multiplicativo binomial (COX, ROSS, RUBINSTEIN, 1979; ZETTL, 2002). O processo multiplicativo binomial aproxima um Movimento Geométrico Browniano (MGB) de tempo contínuo. A frente será discutida a validade do MGB para preços de petróleo. Assume-se que a taxa de volatilidade do ativo básico é constante. A opção de abandono é modelada como uma opção do tipo *put* americana.

A opção é valorada por abordagem de portfólio replicante e premissa de não-arbitragem. Essa abordagem utiliza o argumento de trabalhar com um portfólio de unidades do ativo básico (ou ativo gêmeo transacionado no mercado) e unidades de ativo livre de risco, os quais criam um portfólio sintético que replicariam os *payoffs* do ativo básico nos diferentes estados da natureza. Aplicando o princípio de não arbitragem, o valor do projeto (ou opção) que não é “encontrado ou observado no mercado” é encontrado, pois seu valor deve ser igual desse portfólio sintético (que replica seus *payoffs*) determinado por dados de mercado, senão, haveria arbitragem. (Cox, Ross, Rubinstein, 1979; Copeland e Antikarov, 2001). Na premissa de não-arbitragem se assume que dois ativos de mesmos *payoffs* futuros tem de ter o mesmo preço hoje (Lei do Preço Único), pois se ambos tiverem preços diferentes há oportunidade de arbitragem (Dias, 2014). “A análise se baseia na premissa que tal portfólio replicante autofinanciado pode ser formado por transações no mercado futuro da *commodity*...” (BRENNAN e SCHWARTZ, 1985, p. 154).

A análise considera as mesmas premissas implícitas de todo modelo da abordagem clássica de OR. Considera mercados sem “fricções”, ou seja, não há custos de transação, requisitos de margem e restrição de *short-selling*. Também são tomadas premissas de mercado com transações contínuas, sem restrições, custos de transação e taxas, ativos são completamente divisíveis.

Apesar do modelo considerar implicitamente a premissa de portfólio replicante, não é necessário que esse portfólio seja criado na prática. A teoria clássica de OR assume que mercados são completos, ou aproximadamente completos, e todos riscos do projeto podem ser perfeitamente “hedgeados” (Dias, 2014). Pode parecer que a premissa é bastante restritiva, mas também está presente nas análises tradicionais de orçamentação de capital. “A premissa de mercado completo é também presente implicitamente na abordagem padrão de fluxo de caixa descontado da teoria de orçamentação de capital” (MYERS e MADJ, 1990).

À primeira vista, a aplicabilidade dessa abordagem pode ser questionável devido os ativos reais por detrás dessas opções não serem transacionados no mercado financeiro e seus valores de mercado não serem observáveis. Contudo, os procedimentos de apreamento de opções ainda podem ser aplicados se os mercados de capitais forem suficientemente completos de forma que o novo projeto e suas opções associadas não mudem as oportunidades de

investimento disponíveis aos investidores. (MYERS E MAJD, 1990, p.3).

Assume-se que a taxa de retorno livre de risco,  $r$ , é conhecida a priori e constante no tempo. Pode-se emprestar e tomar empréstimo à taxa  $r$ , de forma ilimitada. Adicionalmente, os participantes do mercado podem negociar continuamente no tempo. Ou seja, modelo considera capitalização e descontos contínuos.

Outra premissa básica é que o investidor é uma corporação diversificada e age racionalmente, preferindo maior riqueza a menos. A imensa maioria dos problemas de opções reais supõe que o investidor é diversificado, em geral também se assume que as decisões de investimento são decisões de firma e não individuais (DIAS, 2014).

#### 4.2.2 Processo Estocástico Implícito do Modelo - MGB

A premissa básica da variável estocástica do modelo é que a dinâmica do preço (*spot*) do petróleo segue processo estocástico Movimento Geométrico Browniano (MGB):

$$\frac{dV}{V} = \alpha dt + \sigma dz$$

Onde:

$\alpha$ : retorno instantâneo esperado do ativo;  
 $\sigma$ : desvio-padrão instantâneo do valor do ativo;  
 $dz$ : Processo de Wiener padrão.

Pela sucessiva divisão em períodos de tempo cada vez menores ( $dt \rightarrow 0$ ) a árvore binomial aproxima de modelo em tempo contínuo, no qual a mudança de preços se comporta como variável aleatória com distribuição normal (média  $dt$ ; desvio padrão  $\sqrt{dt}$ ). Se a taxa de mudança é normalmente distribuída, a distribuição de preços será uma Lognormal. Essas características implicam no processo de Wiener generalizado, um processo estocástico conhecido como MGB (DIXIT e PINDYCK, 1994). O MGB é um processo frequentemente utilizado na literatura para aproximar a

evolução de ativos (ações, entre outros) ao longo do tempo (COPELAND e ANTIKAROV, 2001; BRANDAO et al, 2005).

Seguindo a linha dos modelos de opções utilizados pela literatura, bem como modelos Black-Scholes-Merton (1973), binomiais CRR (Cox, Ross e Rubinstein, 1979) e LogTransformado (TRIGEORGIS, 1991), e alguns modelos em tempo contínuo, o modelo deste estudo tem como premissa implícita que o ativo sujeito ao risco segue um processo estocástico de MGB.

O processo mais observado na literatura de opções por ser matematicamente conveniente, além de ser mais antigo, é o próprio movimento geométrico browniano. Contudo, o processo conhecido como Movimento de Reversão à Média (MRM) e modelos de mais de um fator estocástico como Schwartz (1997) vêm ganhando espaço na modelagem de preços e no apreçamento de opções. O Movimento de Reversão à Média é destacado por ser mais aderente ao perfil de movimento microeconômico das *commodities* relacionado à oferta e demanda (DIAS, 2014; DIXIT e PINDYCK, 1994). Argumenta-se que os preços se movimentam em direção a uma média de longo-prazo (ou preço de equilíbrio). De forma que, se em determinado ponto de tempo o preço se comportar demasiadamente alto por algum evento (seja de ordem econômica ou natural) os agentes do mercado colocarão produção extra no mercado puxando o preço para baixo, em direção a esse preço de equilíbrio. O movimento inverso ocorreria em caso de baixa de preços. Embora esses fatos sejam “fatos estilizados” das *commodities*, testes econométricos não rejeitam o movimento geométrico browniano (DIAS, 2014). Segundo Dias (2014), o movimento de reversão à média seria mais consistente com dados do mercado futuro, teoria microeconômica e testes de econométricos de longo prazo, contudo o MGB proporcionaria uma modelagem muito mais simples. Entretanto, Pindyck (1999) também mostra testes econométricos favoráveis ao MGB, não o rejeitando para apreçamento da *commodity*. O processo de MGB é aceitável quando o período de análise não é extensivamente longo (DIXIT e PINDYCK, 1994, LAINE, 1997).

Testes estatísticos foram realizados para verificar se o MGB ou MRM se ajustaria melhor aos preços históricos de petróleo. Dixit e Pindyck (1994) afirmam que se faz necessário grande número de anos de dados para determinar com confiabilidade se uma variável segue o MRM. Em estudo posterior, Pindyck (1999) analisa dados históricos de preços de petróleo em longo prazo, e afirma que a



reversão à média é mais adequada para o longo prazo, contudo afirma também que assumir a premissa de MGB é improvável de implicar em grandes erros para regra ótima de decisão do modelo. Pindyck (1999) somente rejeita a hipótese de MGB depois de considerar mais de 100 anos de dados.

Diversos autores como Brennan e Schwartz (1985), Dixit e Pindyck (1994), Laine (1997), McDonald e Siegel (1986), Paddock et al (1988), assumem em aplicações, ainda que implicitamente, que o preço da *commodity* segue um processo do tipo movimento geométrico browniano. A partir da discussão apresentada, este estudo considera que a utilização do modelo binomial com MGB implícito é adequado para o contexto desta análise e coerente com parte da literatura de opções reais.

### 4.3 EXPERIMENTO PARA APLICAÇÃO DO MODELO

Entende-se que para maior clareza de interpretação seja conveniente definir o contexto de estudo de experimentação para aplicação do modelo antes de apresentar o mesmo.

O estudo de caso hipotético de análise se dá no Campo de Petróleo “Ouro Negro” de uma empresa multinacional diversificada, a moeda é o Us\$ dólar. O petróleo de referência para cálculo da receita do campo é o tipo WTI – *West Texas Intermediate*<sup>4</sup>.

O projeto do campo de petróleo está em fase de produção, ou seja, possui plataforma, poços e equipamentos instalados e operando. O projeto está no meio do seu ciclo de vida e ainda tem previsão de 10 anos de operação. Sendo que no décimo ano o abandono é obrigatório devido ao fim de vida útil de seus equipamentos principais (plataforma, equipamentos submarinos, dutos e linhas, entre outros) e prazo contratual. O campo não possui novas oportunidades de expansão da produção, ou seja, não há possibilidade de perfuração de novos poços no reservatório atual e não há oportunidades exploratórias ou possíveis reservatórios adjacentes. O campo tem uma determinada quantidade de produção inicial (em  $t=0$ , de 10 Milhões de barris por

---

<sup>4</sup> Tipo de petróleo de características específicas, negociado no mercado americano e utilizado por muitos atores econômicos como Petróleo de referência para estabelecimento do preço da *commodity* no mercado mundial, e americano (principalmente).

ano) que declina exponencialmente no tempo com determinada taxa de declínio (10% a.a.).

Outra premissa é que a decisão imediata de abandono não é requerida. A decisão pode ser tomada agora (em  $t=0$ ), ou depois, (a partir de  $t=0$ ) até o limite máximo de 10 anos (tempo de expiração da opção). Ou seja, a decisão pode ser tomada a qualquer tempo, contudo uma vez tomada é irreversível, não é possível retomar o projeto após o abandono. No abandono a empresa recebe valores residuais e possui um custo para abandonar. O valor residual líquido de impostos inicial (em  $t=0$ ) é de Us\$ 750 Milhões de dólares e perde valor ao longo do tempo, de forma que no fim do período de análise o valor residual é nulo. Os custos de abandono são Us\$ 250 Milhões.

O período de análise de 10 anos é subdividido em 120 períodos, o que torna o  $\Delta t$  um período aproximadamente mensal. O campo tem custos fixos de produção de 100 Us\$ milhões ao ano e variáveis de 5 Us\$ por barril. Os investimentos já foram totalmente depreciados contabilmente e não são necessários ou realizados novos investimentos no projeto até o fim do período de 10 anos.

A taxa de juros livre de risco nominal é de 2,22% a.a, em termos reais 0,93% ao ano. O desconto e capitalização é contínuo. O preço inicial ( $t=0$ ) do Petróleo WTI é de Us\$ 44,96 por barril. A empresa incorre em um desconto de *spread* (Us\$ 5 por barril) em relação ao diferencial de preço que o campo produz em relação ao petróleo de referência WTI, devido a custos de transporte e diferenças de especificação de qualidade entre os óleos. A volatilidade é de 31,69% a.a. e da taxa de conveniência é de 1,13% ao ano, em termos reais, as estimações serão discutidas posteriormente.

O país onde está localizado o campo possui um regime de concessão que cobra apenas uma taxa de *royalties* de 10% sobre a produção. O país também exige imposto sobre a renda da empresa de 35%. Os dados de entrada do modelo são vistos na Tabela 3.

<b>DADOS DE ENTRADA DO MODELO</b>		
<b>Taxa livre de risco (Discreta)</b>	0,9300%	a.a.
<b>Taxa livre de risco (Contínua)</b>	0,9257%	a.a.
<b>Preço inicial do Petróleo (Po)</b>	44,96	\$/bbl
<b>Volatilidade Petróleo – <math>\sigma</math></b>	31,69%	a.a.

<b>Taxa de Conveniência (Disc.) – <math>\delta</math></b>	1,1300%	a.a.
<b>Taxa de Conv. (Contínua) – <math>\delta</math></b>	1,1237%	a.a.
<b><i>Spread</i> do Petróleo Produzido</b>	5	\$/bbl
<b>Produção inicial do Campo (Qo)</b>	10	MM barris/ ano
<b>Declínio Exponencial Produção – <math>\lambda</math></b>	10,00%	a.a.
<b>Custo Operacional Fixo</b>	100	MM Us\$ / ano
<b>Custo Operacional Variável</b>	5	\$/bbl
<b>Vida Útil Campo – T</b>	10	anos
<b>Valor Residual Inicial (t=0)</b>	750	MM Us\$
<b>Valor Residual Final em (t=120)</b>	0	MM Us\$
<b>Depreciação do VR por período</b>	6,25	MM Us\$
<b>Custo de Abandono (CA)</b>	250	MM Us\$
<b>Número de períodos Análise</b>	120	períodos
<b><math>\Delta t</math></b>	0,083	anos
<b>Impostos</b>	0,35	%
<b><i>Royalties</i></b>	0,1	%
<b>Limite Superior Preço do Petróleo</b>	200	\$/bbl
<b>Limite Inferior Preço do Petróleo</b>	2	\$/bbl

**Tabela 3 – Variáveis de Entrada do Modelo**

Fonte: Elaboração Própria

Deseja-se analisar o valor do projeto e quanto vale a opção de abandono. A decisão de abandono do campo é favorável ao abandono quando o valor proveniente do abandono (valor residual menos custos de abandono) for maior que o valor de continuar produzindo e manter a opção em aberto.

Apesar da incerteza técnica ser relevante num projeto de petróleo, o contexto de análise do problema é um campo maduro em produção, de forma que incertezas técnicas, principalmente de reservatórios, tem baixa relevância neste caso experimental. A esse tempo, o campo já possui diversos poços perfurados e produzidos (até mesmo abandonados) e se possui um bom conhecimento do reservatório. Será feita uma simulação de Monte Carlo na variável quantidade de produção (em t=0) e se analisará o efeito no valor do abandono.

#### 4.4 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS-CHAVE DE OPÇÕES

Os itens a seguir apresentam considerações sobre os principais parâmetros de opções do modelo: taxa de juros livre de risco, volatilidade do preço do petróleo, taxa de dividendos (conveniência), preço corrente do petróleo, tempo de expiração da opção e preço de exercício.

##### - Ativo Básico ( $S$ )

O modelo considera como variável de incerteza o preço do petróleo, pois é a principal incerteza econômica do projeto, como em Dias (2014). Por simplicidade, o modelo considera uma única variável estocástica, o preço do petróleo, bem como a ampla maioria dos modelos na literatura que também consideram apenas uma variável estocástica.

Uma das vantagens de se considerar a *commodity* petróleo como ativo básico do modelo é ter diretamente o parâmetro de gatilho de preço, valor de preço a partir do qual deve-se exercer a opção de abandonar o projeto. Como se avalia um projeto de petróleo, que é uma *commodity* largamente transacionada no mercado financeiro, entende-se que utilizar a *commodity* como ativo básico para o modelo binomial é adequado.

Como apontam Gibson e Schwartz (1990), não existe preço *spot* de mercado para o petróleo cru, os autores usam o preço da *commodity* para o contrato futuro de menor duração (1 mês) como proxy do preço *spot* da *commodity* transacionada na NYMEX<sup>5</sup>. Para este estudo foi usado como preço inicial do petróleo o preço do contrato futuro para entrega em um mês NYMEX WTI Crude Oil (CL1), que no dia 10 de Agosto de 2015 estava no valor de Us\$ 44,96.

##### - Preço de Exercício ( $K$ )

O preço de exercício da opção para o caso de abandono é o valor esperado recebido (ou despendido) em abandonar o projeto. Para projetos em geral o preço de exercício é a diferença entre o Valor Residual a ser recebido no abandono e os custos

---

<sup>5</sup> NYMEX – *New York Mercantile Exchange*, mercado de bolsa negociador de contratos futuros de commodities, localizado em Nova Iorque.

para se abandonar o projeto. Em projetos de recursos naturais os custos para abandonar o projeto são relacionados à desmobilização de ativos e recuperação ambiental. Ambos preços de exercício são considerados determinísticos e em milhões de dólares. O valor do custo de abandono computa o valor presente das despesas e custos de abandono e recuperação ambiental.

#### **- Tempo de Expiração da Opção ( $T$ )**

Para o tempo de expiração da opção o estudo vai considerar 10 anos, já que visa refletir um campo em operação (projeto de petróleo em operação) e se pretende avaliar decisões de abandono ou expansão. Foi entendido pelo autor que 10 anos é um prazo bem conveniente para criação do cenário de experimento, pois seria um projeto de 30 anos em seu último terço de vida útil esperada. Assume-se que a licença para produção expira em 10 anos. No fim do período é obrigação abandonar o projeto.

#### **- Taxa livre de Risco ( $r$ )**

Para o parâmetro de taxa livre de risco utiliza-se a taxa de retorno do tesouro americano de 10 anos (*10 year Treasury yield curve*), coerente com tempo de expiração da opção de 10 anos. O valor cotado no dia 10 de Agosto de 2015 no Departamento do Tesouro Americano<sup>6</sup> (*US Department of the Treasury*) era de 2,22 %a.a., e em termos reais de 0,93% a.a (*10 year Treasury Real yield curve*).

#### **- Volatilidade do Ativo Básico ( $\sigma$ )**

Como a volatilidade do ativo básico é uma variável não observável diretamente, se faz necessária realizar uma estimativa do parâmetro. Como a variável de incerteza do projeto é o preço do petróleo, será considerada a volatilidade da *commodity*. A volatilidade será estimada baseando-se em dados históricos da taxa de retorno da *commodity*, que apesar de refletir dados passados apresenta maior período de amostra disponível do que dados de mercado futuro. Poder-se-ia, alternativamente, estimar a volatilidade por dados de mercado futuro, porém os contratos de mercado futuro da *commodity* com bom volume de transação geralmente apresentam prazos de maturidade curtos. Optou-se então pelo método de dados históricos, outros autores

---

<sup>6</sup> Disponível em: [www.treasury.gov](http://www.treasury.gov)

da literatura também adotam este procedimento, por exemplo, em aplicações de Dixit e Pindyck (1994), em Pindyck (1999), entre outros.

A volatilidade  $\sigma$  é definida como o desvio-padrão anualizado dos retornos do preço do ativo (DIAS, 2014; COX, ROSS, RUBINSTEIN, 1979). A volatilidade foi estimada<sup>7</sup> por dados históricos mensais do petróleo tipo WTI deflacionada (data base de agosto) para um período 339 meses (de maio de 1987 até julho de 2015) e resultou no valor de 31,69% ao ano.

A estimativa da volatilidade histórica do óleo depende do intervalo de tempo dos dados estudados, contudo o valor calculado encontra-se coerente com em outros trabalhos da literatura. A volatilidade histórica está de acordo com valores mencionados na literatura, em torno de 30%, Paddock et al (1988) 30% em série de 30 anos, Gibson e Schwartz (1990) acharam 33%.

#### **- Taxa de Dividendos ( $\delta$ )**

Em ações, os dividendos reduzem o valor do ativo ao longo do tempo, mas proporcionam ganho corrente. São um tipo de benefício auferido somente pelos detentores do ativo, os detentores da opção não auferem dividendos, pelo contrário, observam o valor do ativo diminuir. O mesmo raciocínio ocorre no caso de reservas de petróleo desenvolvidas, na qual a produção reduz riqueza futura mas provê renda no momento atual.

Como aqui o ativo básico é a *commodity*, a taxa de dividendos é interpretada como a taxa de conveniência da *commodity*. Brennan e Schwartz (1985) definem a taxa de conveniência como valor que está “se deixando de ganhar” por não possuir a *commodity* física. A taxa de conveniência representa o retorno adicional ao se possuir a mesma, que somente são recebidos pelo projeto (não pela opção), e reduzem o valor do projeto ao longo do tempo. Então, a taxa de conveniência líquida do petróleo é a taxa de dividendos quando o ativo básico é a *commodity* petróleo. Laine (1997), afirma que no caso da *commodity* a taxa de conveniência pode ser medida pelas informações de mercado de *commodities*. A taxa computa o retorno do benefício (ou conveniência) de tê-la em mãos ao invés de algum papel do mercado futuro. Para Gibson e Schwartz (1990), no caso do petróleo, seria óbvia a natureza estratégica da

---

<sup>7</sup> O APÊNDICE A – ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE DO PETRÓLEO WTI demonstra os dados da estimação.

*commodity* e os benefícios assegurados aos donos da *commodity* física dadas as altas flutuações de estoques de óleo cru.

A noção de taxa de conveniência, vista como taxa de “dividendos” líquida obtida pelo detentor da *commodity* física, já provou direcionar o relacionamento entre preços futuros e preços *spot* de muitas *commodities*. (GIBSON e SCHWARTZ, 1990, p. 959).

A taxa de conveniência não é diretamente observável, mas pode ser estimada por dados do mercado futuro. Segundo Gibson e Schwartz (1990) afirmam que a taxa de conveniência na verdade é estocástica, mas a taxa instantânea pode ser estimada através da relação entre preços futuros e preços *spot* de uma *commodity*, onde considerando taxa de juros constante e taxa de conveniência constante, a relação entre os preços é descrita pela equação<sup>8</sup>:

$$PREÇO FUTURO = PREÇO SPOT e^{(r-\delta)(T-t)}$$

$$\delta = r - \frac{\ln\left(\frac{P_{futuro}}{P_{spot}}\right)}{(T-t)}$$

Onde:

$\delta$  = Taxa de conveniência  
 $r$  = Taxa de juros livre de risco  
 $P_{futuro}$  = Preço do contrato CL12  
 $P_{spot}$  = Preço do contrato CL1  
 $T$  = intervalo de tempo entre contratos

Por questões de modelagem se assume neste estudo que a taxa de dividendos é contínua. A taxa de conveniência foi estimada<sup>9</sup> pela média da taxa de conveniência instantânea durante período de janeiro de 1995 e agosto de 2015, resultou num valor de 2,42% em termos nominais e 1,13% em termos reais. Os dividendos serão considerados na árvore binomial através de ajustes nas probabilidades neutras-ao-risco da árvore.

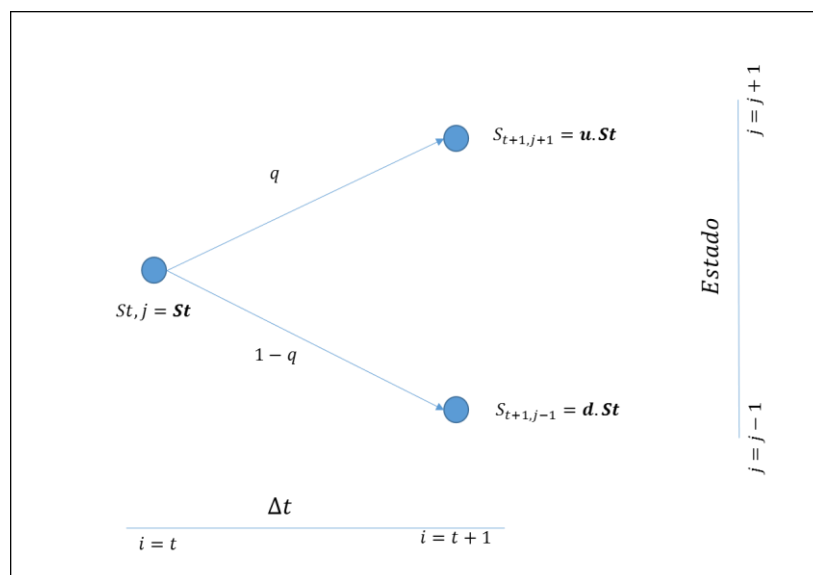
<sup>8</sup> A convenção dessa fórmula subentende que a taxa de conveniência já é líquida de custos de estocagem e seguros.

<sup>9</sup> Dados da estimação estão no APÊNDICE-B - ESTIMAÇÃO DA TAXA DE CONVENIÊNCIA DO PETRÓLEO WTI.

## 4.5 DEFINIÇÃO DO MODELO

A partir dos parâmetros e variáveis definidas no item anterior inicia-se a definição do modelo. Primeiramente explica-se o processo de preços da variável de estocástica do modelo, o preço da *commodity* petróleo. Assume-se que o preço de petróleo segue um processo multiplicativo de passeio aleatório binomial, a cada intervalo de tempo  $\Delta t$  o preço do barril de petróleo pode fazer dois movimentos, um de subida e outro de descida. Neste trabalho são feitos um processo pelo binomial LogTransformado e outro pelo binomial CRR.

A figura 12 ilustra o processo que acontece com o preço de petróleo a cada período, supondo que esteja no tempo  $i = t$ , no próximo período,  $i = t + 1$ , o preço de petróleo pode subir a quantidade  $u$  com probabilidade  $q$ , ou descer a quantidade  $d$  com probabilidade  $1 - q$ . Adicionando o índice  $j$  referente ao estado da variável preço, temos  $S_{ij}$ . Pode-se entender que no tempo  $i = t$  o preço do petróleo era  $S_{t,j}$ , no próximo período, o preço pode subir para o estado  $S_{t+1,j+1}$ , ou descer para o estado  $S_{t+1,j-1}$ .



**Figura 11 – Processo de Preços do Modelo**

Fonte: Elaboração Própria

Onde:

$S_t$  = preço do barril de petróleo

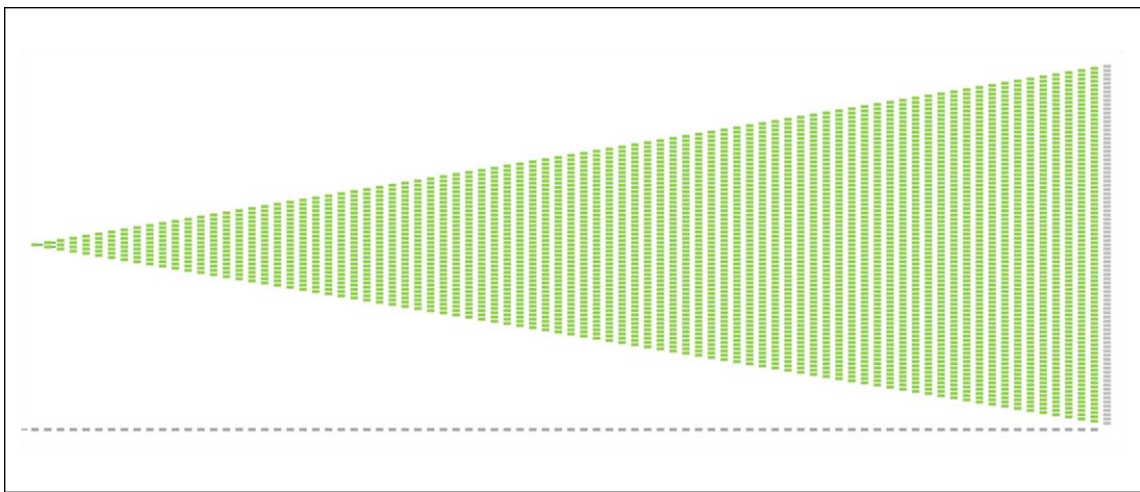
$q$  = probabilidade do preço do barril subir

$1 - q$  = probabilidade do preço do barril descer



$u$  = fator multiplicativo da subida de preço  
 $d$  = fator multiplicativo da descida de preço

Como foi utilizado retornos logaritmos, da forma  $retorno = \ln(S_{t+1} / S_t)$ , pode-se computar o retorno do preço do petróleo no exemplo como  $\ln(S_{t+1} / S_t) = \ln(u)$  em caso de subida de preços e  $\ln(S_{t+1} / S_t) = \ln(d)$  em caso de queda de preço, de um período para o outro. O processo se inicia no tempo  $t = 0$ , com preço inicial  $S_{0,0} = P_0$ , e a cada período cada nó dá origem a outros dois, até completar a árvore na maturidade da opção,  $t = T$ . A figura 13 abaixo exemplifica a árvore.



**Figura 12 – Árvore Binomial de Preços**  
 Fonte: Elaboração Própria

O processo de preços binomial é gerado a partir do preço inicial de petróleo (em  $t=0$ ) e equações binomiais dos modelos LogTransformado e CRR. No processo CRR, para que o mesmo seja neutro ao risco deve ser satisfeita a seguinte condição (COX, ROSS, RUBISNTEIN, 1979),

$$p = \frac{r - d}{u - d}$$

Essa probabilidade  $p$  é chamada de probabilidade de *hedge* e é derivada do argumento de replicação de portfólio e ausência de oportunidades de arbitragem. Convenciona-se na literatura chamar a essa probabilidade (“neutra ao risco”) por  $q$ , sendo essa a probabilidade de subida de preços num contexto de neutralidade ao

risco. Essa probabilidade “penalizada” faz o ativo básico ter retorno à taxa livre de risco, como o derivativo é uma função do ativo básico, também faz o derivativo ter taxa de retorno  $r$ . A notação  $q$  já foi adotada na ilustração acima. Utilizando probabilidades neutras ao risco na árvore binomial, pode-se descontar os futuros *payoffs* pela taxa livre de risco. A probabilidade neutra-ao-risco é a probabilidade artificial que faz com que o retorno total do ativo seja a taxa livre de risco. (DIAS, 2014). O ajuste no modelo binomial para consideração dos dividendos adotado foi considerar a taxa de dividendos contínua na probabilidade neutra ao risco. Então obtém-se, a chamada “pseudo probabilidade”, probabilidade neutra ao risco, do preço subir, considerando efeito dos dividendos, pela fórmula:

$$q = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d}$$

Onde:

$r$  = taxa de juros livre de risco (%a.a.)

$\delta$  = taxa de conveniência líquida (%a.a.)

$\Delta t$  = tamanho do intervalo de tempo, nesta dissertação um mês

$u$  = fator multiplicativo da subida de preço

$d$  = fator multiplicativo da descida de preço

A análise binomial convenientemente utiliza a relação entre o multiplicador  $u$  de subida e o multiplicador  $d$  de descida  $ud = 1$ , de forma que, após um movimento de subida e um de descida, retorna ao mesmo preço inicial. Isso implica em uma árvore recombinante, que facilita em muito os cálculos. Para se obter o valor de  $u$ ,  $d$ , e  $q$  conforme o processo binomial original de Cox, Ross e Rubinstein (1979), utilizado no modelo de DIAS (2014) adota-se:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

$$q = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d}$$

Onde:

$r$  = taxa de juros livre de risco (%a.a.)

$\delta$  = taxa de conveniência líquida (%a.a.)

$\Delta t$  = tamanho do intervalo de tempo, nesta dissertação um mês

$u$  = fator multiplicativo da subida de preço

$d$  = fator multiplicativo da descida de preço

$\sigma$  = volatilidade do preço do barril de petróleo

No modelo Log-Transformado, geram-se os preços de petróleo em cada nó, com as seguintes equações:

$$u = e^{\sqrt{\sigma^2 \Delta t + \vartheta^2 (\Delta t)^2}}$$

$$d = 1/u$$

$$q = \frac{1}{2} + \frac{\vartheta \Delta t}{2 \ln(u)}$$

$$\vartheta = r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}$$

Onde:

$r$  = taxa de juros livre de risco (%a.a.)

$\delta$  = taxa de dividendos (%a.a.)

$\sigma$  = volatilidade

Tendo a árvore de preços sido obtida através de um dos processos já descritos (CRR ou LogTransformado), são obtidos os valores do projeto em cada nó. No processo binomial o valor da opção em cada nó é obtido trabalhando-se de trás para frente na árvore, a partir da expiração ( $t = 10$  anos), até chegar ao nó inicial em  $t = 0$ , procedimento recursivo conhecido como “backwards”. Na expiração, todos os nós possuem valor do custo de abandono, já que é obrigação abandonar e o valor residual na expiração é zero. O valor da Opção em cada nó, a partir da expiração, é dado pela fórmula:

$$V_{i,j} = Fr_{ij} + \frac{q \cdot V_{i+1,j+1} + (1 - q) \cdot V_{i+1,j-1}}{e^{r \cdot \Delta t}}$$

Onde:

$F_{R_{i,j}}$  = função que fornece o resultado econômico de produzir no nó  $i, j$

$q$  = probabilidade neutra-ao-risco do preço do barril subir

$V_{i+1,j+1}$  = valor do nó do próximo período ( $i + 1$ ), com estado de preço superior ( $j + 1$ )

$(1 - q)$  = probabilidade neutra-ao-risco do preço do barril descer

$V_{i+1,j-1}$  = valor do nó do próximo período ( $i + 1$ ), com estado de preço inferior ( $j - 1$ )

$r$  = taxa de juros livre de risco (%a.a.)

$\Delta t$  = tamanho do intervalo de tempo, nesta dissertação um mês

A função resultado de se produzir no nó  $S_{i,j}$  é nomeada aqui  $F_R$ , ela mede o valor esperado das receitas de produção menos custos, taxas e impostos, a mesma é descrita abaixo:

$$F_{R_{i,j}} = \{ [Q_i * (P_{ij} - Spread)] - [Q_i * (P_{ij} - Spread) * Royalties] - [Q_i * C_{Variável}] - C_{Fixo} \} * (1 - Aliquota) * \Delta t$$

Onde:

$Q_i$  = Nível de Produção no período  $i$ <sup>10</sup>

$P_{ij}$  = preço do barril de petróleo no nó  $i, j$

$Spread$  = diferencial de preço (qualidade e custos de transporte em relação ao petróleo de referência)

$Royalties$  = taxa de *royalties* sobre a produção

$C_{Variável}$  = custo variável de produção por barril

$C_{Fixo}$  = custo fixo de produção

$Aliquota$  = alíquota total de impostos sobre o resultado líquido do projeto

$\Delta t$  = tamanho do intervalo de tempo, nesta dissertação um mês

A opção *put* americana, logo tem *pay-off*  $MAX [0; K - V(t)]$  ou alternativamente  $MAX [K; V(t)]$ , onde  $V(t)$  é a função de resultado que captura o valor da produção no nó  $S_{i,j}$  mais o valor esperado do futuro. Logo, a cada período, trabalhando recursivamente é analisado o exercício da opção em cada nó, verificando qual ação ótima sob incerteza, abandonar ou produzir (em  $\Delta t$ ) mantendo opção de abandono aberta.

$$Máximo \left[ K_i ; Fr_{ij} + \frac{p \cdot V_{i+1,j+1} + (1-p) \cdot V_{i+1,j-1}}{e^{r \cdot \Delta t}} \right]$$

Onde:

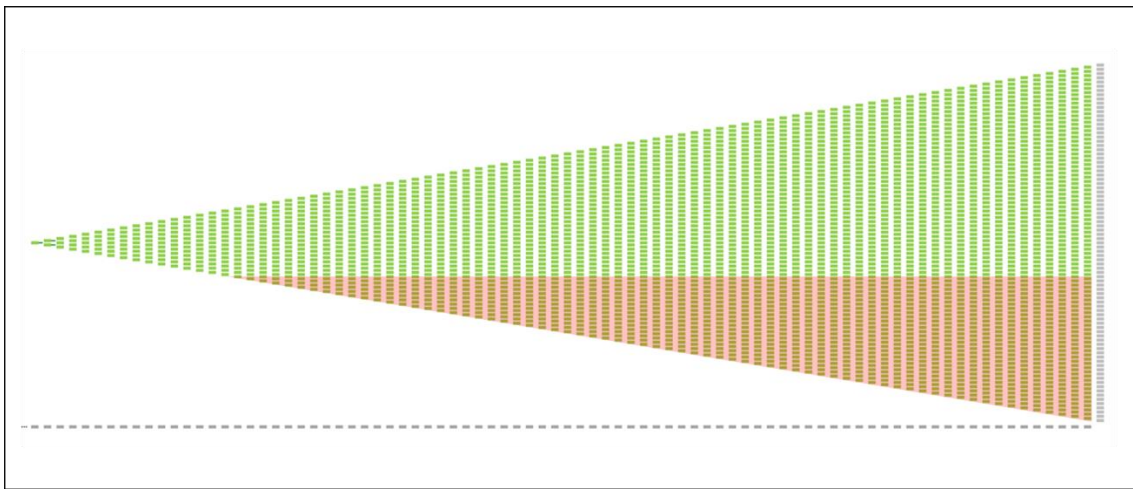
$K_i$  = Valor proveniente do abandono (Valor residual líquido no período,  $VR_i$ , menos custos de abandono)<sup>11</sup>

Caso a ação ótima sob incerteza em determinado nó for abandonar, a opção seria exercida nesse nó, e o nó passa a valer o valor do abandono. Caso o valor

<sup>10</sup> Onde  $Q_i$  é calculado previamente para cada período  $i$  através de procedimento de DIAS (2014), através de declínio exponencial – APÊNDICE-C.

<sup>11</sup>  $VR_i$  é calculado previamente para cada período  $i$  através de procedimento descrito no APÊNDICE-C, o valor residual  $VR_i$  perde valor a cada período e no fim da vida útil, nada vale.

esperado de produzir e manter a opção aberta for menor que o valor de abandono, abandonar é atrativo. Se for o contrário, o nó continua com seu valor gerado pela função lucro e valor esperado futuro. Assim, o procedimento é feito em cada nó, até chegar ao nó em  $t=0$ . O modelo de abandono leva em conta e reconhece que em cada nó se o projeto não for abandonado, mantém aberta a opção de abandoná-lo no futuro. Ilustra-se a árvore da opção na figura 14, onde a região em vermelho é a região da árvore nas quais as opções de abandono seriam exercidas nos respectivos nós.



**Figura 13 – Árvore Binomial da Opção de Abandono**

Fonte: Elaboração Própria

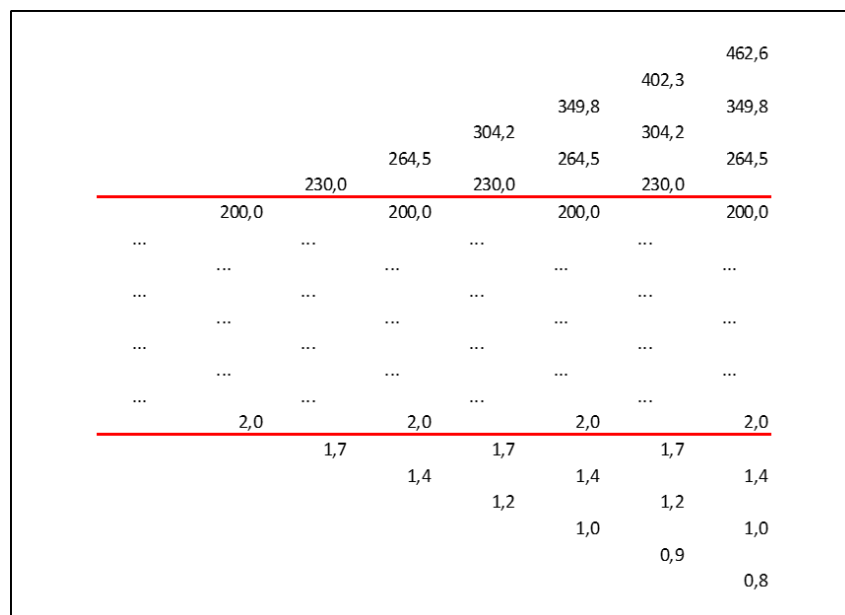
Adicionalmente é calculado o valor do projeto sem opção. Basicamente o processo segue a mesma lógica do procedimento adotado para chegar ao valor do projeto com opção. A diferença é que em cada nó não se compara com abandonar o projeto (não existe a opção), tendo cada nó o valor da função lucro mais o valor esperado futuro. De forma que em  $t=0$  se possui o valor esperado do projeto. Ao final, subtrai-se o valor do projeto sem opção do valor do projeto com opção para encontrar o valor da opção de abandono, conhecido como Prêmio da Opção.

$$\text{Prêmio da Opção de Abandono} = \text{Valor do Projeto com Opção} - \text{Valor sem Opção}$$

O prêmio acima é o prêmio absoluto em milhões de dólares. Calcula-se adicionalmente o prêmio relativo.

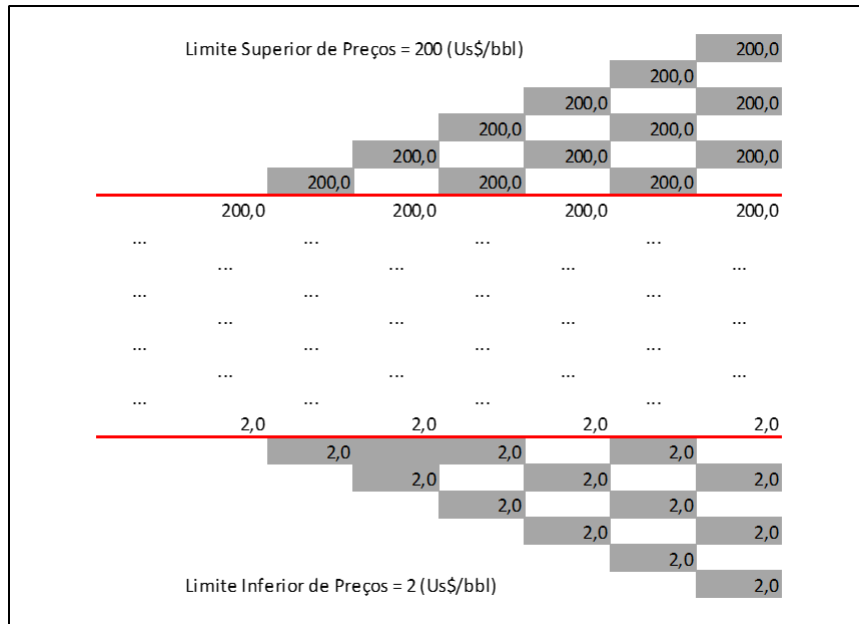
$$\text{Prêmio relativo da Opção de Abandono} = \frac{\text{Prêmio da Opção}}{\text{Valor do Projeto sem Opção}}$$

Um fato conhecido do modelo binomial é que os preços do ativo básico podem se tornar exageradamente grandes ou exageradamente pequenos quando a árvore tem muitos períodos de análise, podendo levar a preços que a princípio seriam irrealistas. Contudo, esses extremos de preços ponderados pelas suas probabilidades não influenciam de forma significativa a análise. Zettl (2002) faz um procedimento de limitação de intervalo de possibilidade de preços para que a árvore não adote esses extremos. Nessa dissertação, adota-se um intervalo de limite de possibilidade de preços baseada em Zettl (2002) como uma análise alternativa, para verificar o efeito no resultado. As figuras 15 e 16 demonstram a diferença de uma árvore sem limitação de preços e uma com limitação de range de preços, na segunda, os nós com preços fora do limite recebem os valores dos preços limites.



**Figura 14 – Árvore de Preços convencional**

Fonte: Adaptada de Zettl (2002)



**Figura 15 – Árvore de Preços com limitação de Intervalo de Preços**

Fonte: Adaptada de Zettl (2002)

Adicionalmente, o modelo também faz mais uma análise alternativa para consideração de incerteza técnica de produção através de processo de simulação de Monte Carlo. Para refletir a incerteza em relação à produção, realiza-se uma simulação de Monte Carlo na variável de entrada  $Q_0$ , através de uma distribuição triangular e analisa-se a distribuição de valores obtida para o resultado da opção. A escolha da distribuição triangular é devido à simplicidade da distribuição e sua aplicabilidade prática, indicada para quando não se possui maiores informações sobre a distribuição da variável.

#### 4.5 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

Seguindo as premissas de simplicidade e maior adaptação ao contexto corporativo e aplicação prática, para armazenamento de dados e execução do modelo de avaliação foi utilizado o *software Microsoft Excel 2010*. Adicionalmente para simulação de incerteza em produção foi utilizado o *software @risk*. No próximo capítulo são apresentados os resultados e análises da aplicação do modelo para o experimento.

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Após a confecção do modelo, o mesmo foi aplicado ao experimento de estudo de caso mencionado do Capítulo 4. O modelo de avaliação considera o Binomial Log-Transformado com impostos e taxa de *royalties* como caso base, no qual serão mostrados os resultados e análises de sensibilidade e análises adicionais. Posteriormente, são realizadas comparações com os resultados obtidos pelo processo binomial CRR.

#### 5.1 RESULTADOS GERAIS

Primeiramente apresentam-se os parâmetros do processo binomial Log-Transformado para geração da árvore binomial de preços.

Processo Binomial Log-Transformado	
<b>u</b>	1,0959
<b>d</b>	0,9125
<b>q</b>	0,4763
<b>1-q</b>	0,5237

**Tabela 4 – Parâmetros do Processo Log-Transformado**

Fonte: Elaboração Própria

Gerou-se o resultado para o processo Log-Transformado, observa-se que a opção de abandono é valiosa, com um prêmio de opção de mais de 100% do valor do projeto sem opção. Da diferença entre o valor do campo com opção e o valor sem opção, chega-se ao prêmio da opção de abandono de Us\$451,10 MM.

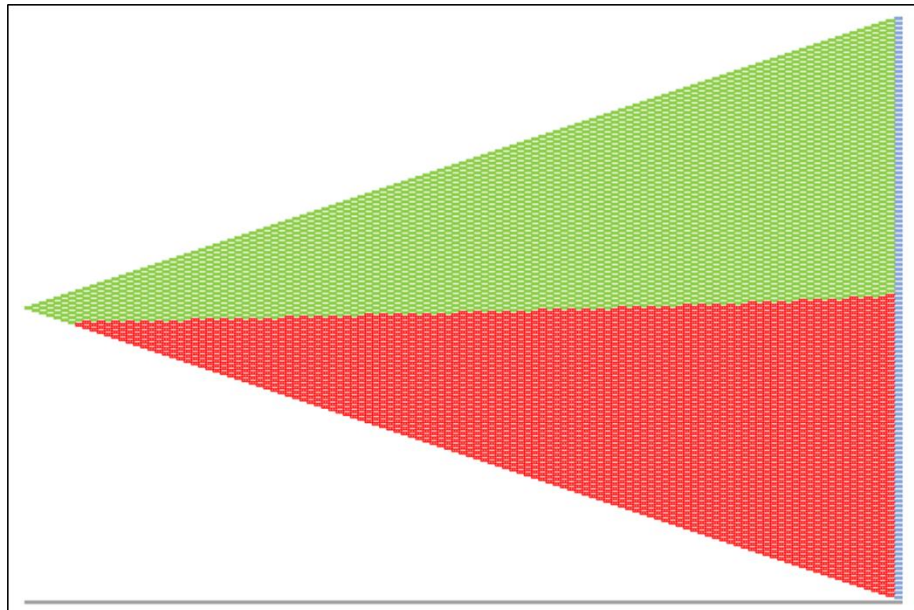


RESULTADOS Log-Transformado		
Valor Campo	368,62	MM Us\$
Valor Campo Com Opção	819,72	MM Us\$
Prêmio da Opção	451,10	MM Us\$
Ganho em ter Opção	122,38%	

**Tabela 5 – Resultados do Modelo com Processo Log-Transformado**

Fonte: Elaboração Própria

Na Figura 17 observa-se a árvore binomial da opção de abandono obtida pelo modelo para o experimento. Na região em vermelho a opção de abandono é exercida, na região da figura em verde o projeto produz e mantém a opção aberta.

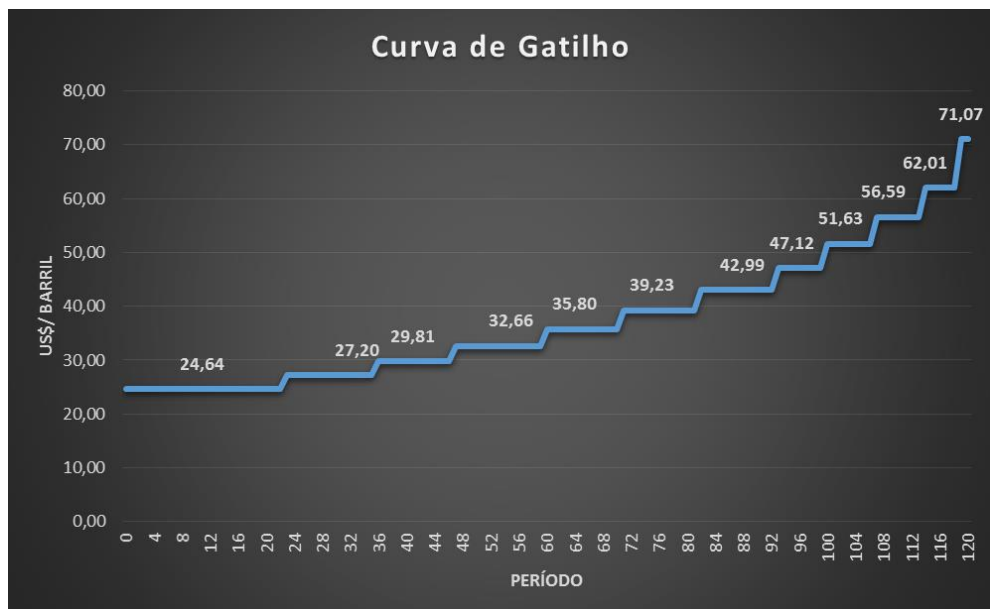


**Figura 16 – Árvore Binomial da Opção de Abandono**

Fonte: Elaboração Própria

Adicionalmente ao valor do projeto com opção e prêmio da opção, se obtém a curva de gatilho aproximada, que fornece a estratégia ótima sob incerteza para tomada de decisão de abandono do projeto. A curva de gatilho seria a curva de valores críticos, valor no qual o projeto fica indiferente entre parar ou continuar. Através da curva de gatilho se verifica o limite de preços, a cada período, a partir do qual se deve

exercer a opção de abandono. Ou seja, abaixo da curva se configura a região de abandono, na qual recomenda-se exercer o abandono do projeto dado que ao preço indicado, o resultado do período mais o valor esperado futuro do projeto não compensam manter a opção de abandono em aberto. Posicionada acima da curva se configura a região de produção. Dessa forma, verifica-se na Figura 18 a estratégia ótima sob incerteza para o projeto a cada período em função do preço do barril de petróleo. Com o passar dos períodos o limiar de preços se eleva, significando que há maior inclinação ao abandono dado que o valor esperado da expectativa de manter a opção aberta é cada vez menor, já que se aproxima cada vez mais da expiração. Observa-se o perfil típico de uma curva de gatilho de uma *put* americana.



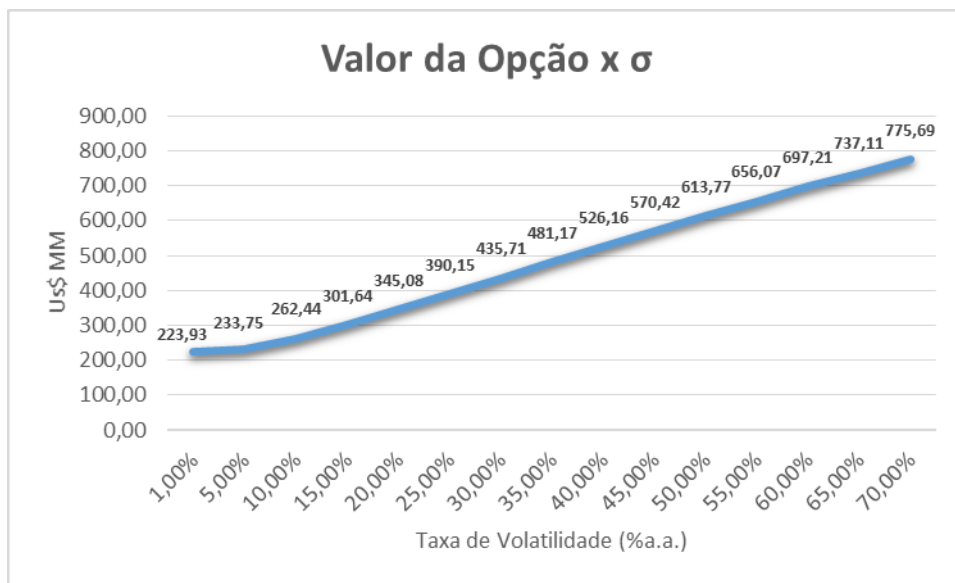
**Figura 17 – Curva de Gatilho da Opção**

Fonte: Elaboração Própria

## 5.2 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Devido a análise considerar como única fonte de incerteza estocástica o preço do barril, faz-se interessante realizar análise de sensibilidade em alguns parâmetros. As análises de sensibilidades, por definição, são feitas mantidas as demais variáveis constantes (*ceteris paribus*).

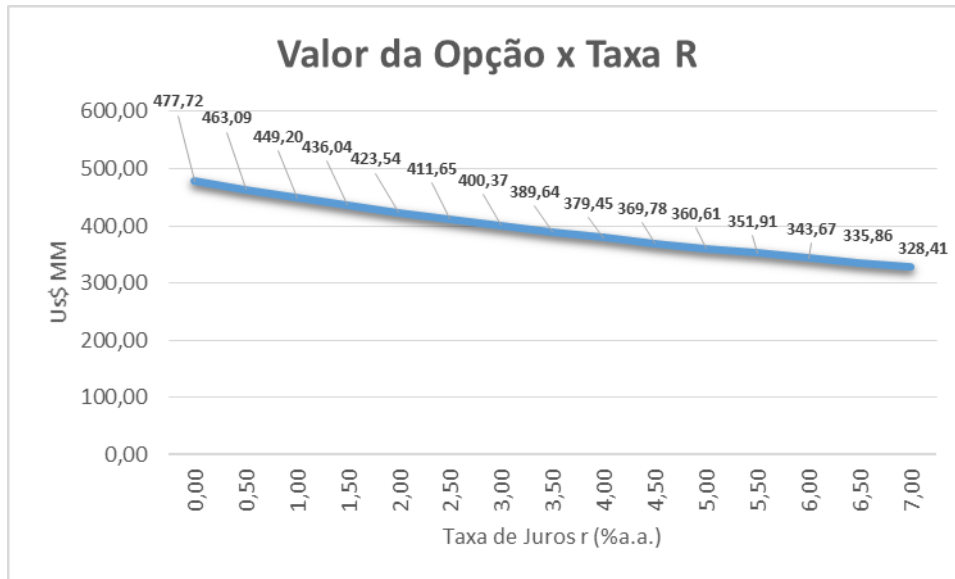
Analisando as variações na volatilidade, percebe-se pela Figura 19 que com o aumento da volatilidade, o valor da opção de abandono aumenta. Quanto menor a volatilidade, menor é o valor de manter a opção aberta, já que menor é a esperança em mudanças significativas de cenários de preços. O modelo confirma fato empírico relatado na literatura de quanto maior a volatilidade, maior o valor do prêmio da opção de abandono (ASSAF NETO, 2012; DIAS, 2014).



**Figura 18 – Sensibilidade à Volatilidade**

Fonte: Elaboração Própria

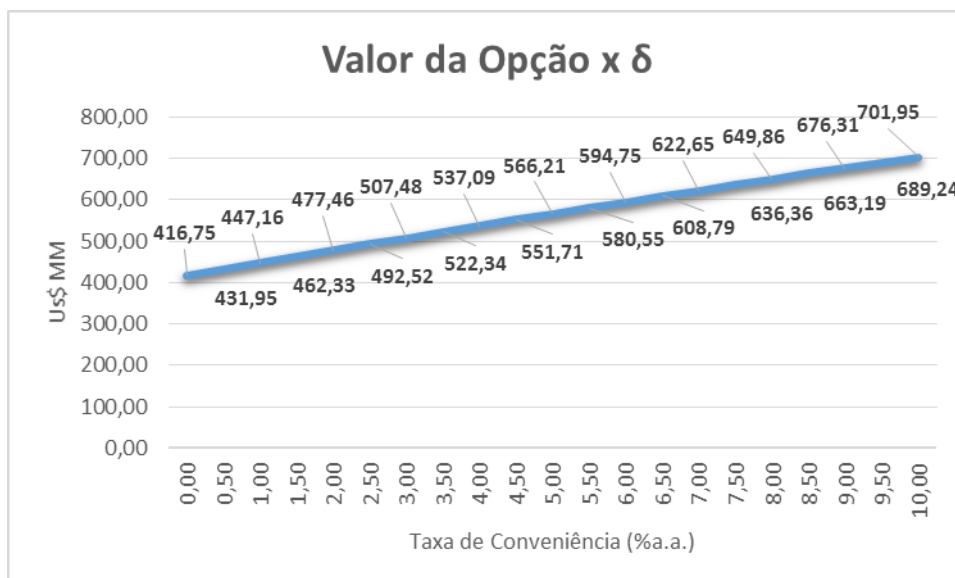
Verifica-se na Figura 20 que quanto maior a taxa de juros livre de risco, menor é o valor da opção. Numa maior taxa de juros há maior impacto do valor temporal do dinheiro, implicando em menor valor presente. A relação é inversamente proporcional entre taxa de juros e prêmio da opção de abandono. O modelo confirma fato empírico relatado na literatura de quanto maior a taxa de juros, menor o valor da opção de abandono (ASSAF NETO, 2012; DIAS, 2014).



**Figura 19 – Sensibilidade à Taxa de Juros**

Fonte: Elaboração Própria

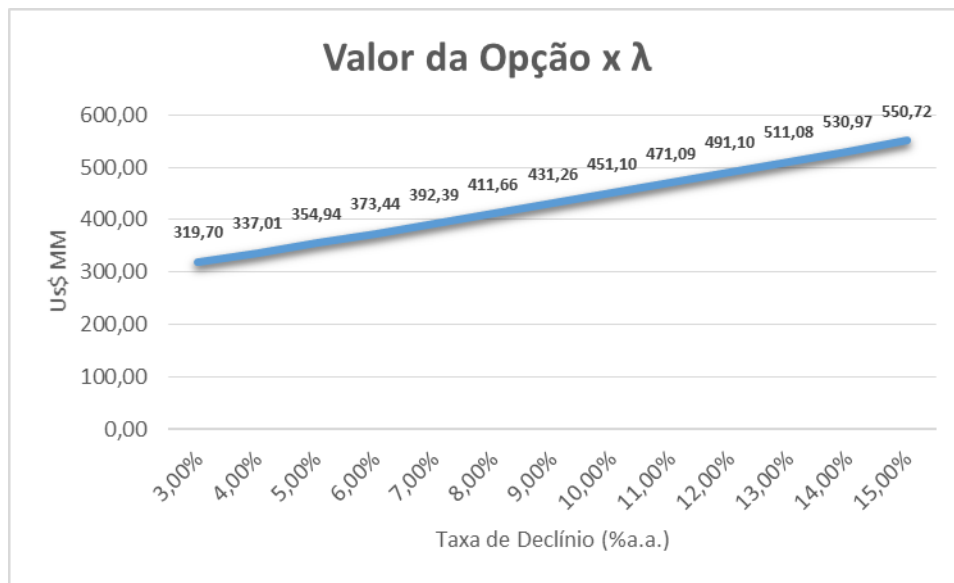
Pela Figura 21 percebe-se que quanto maior a taxa de dividendos (conveniência), maior é o valor da opção de abandono. Fato empírico este, conhecido e relatado na literatura (ASSAF NETO, 2012; COPELAND e ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014). Na falta de dividendos não haveria custo de oportunidade no abandono, então, mantidas demais variáveis constantes, não haveria incentivos a postergá-lo.



**Figura 20 – Sensibilidade à Taxa de Dividendos (Conveniência)**

Fonte: Elaboração Própria

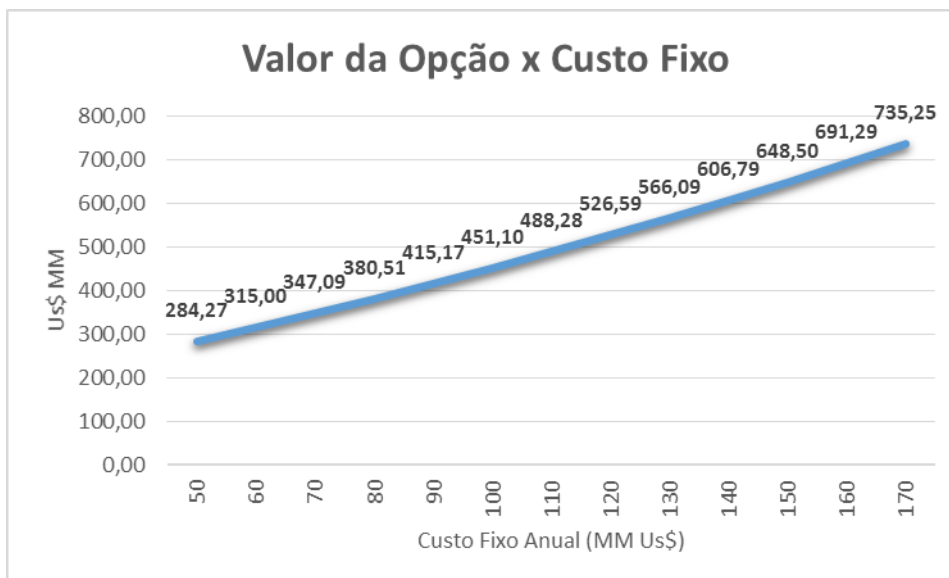
Percebe-se pela Figura 22 que quanto maior a taxa de declínio do campo, maior é o valor da opção. Isso acontece porque uma alta taxa de declínio implica em diminuição do valor do projeto, já que a produção, e reserva, fica cada vez menor. Como o valor da opção de abandono deriva do valor do projeto, e quanto menor o valor do projeto, maior o valor da opção de abandono, o prêmio da opção de abandono aumenta com a elevação da taxa de declínio.



**Figura 21 – Sensibilidade à Taxa de Declínio do Campo**

Fonte: Elaboração Própria

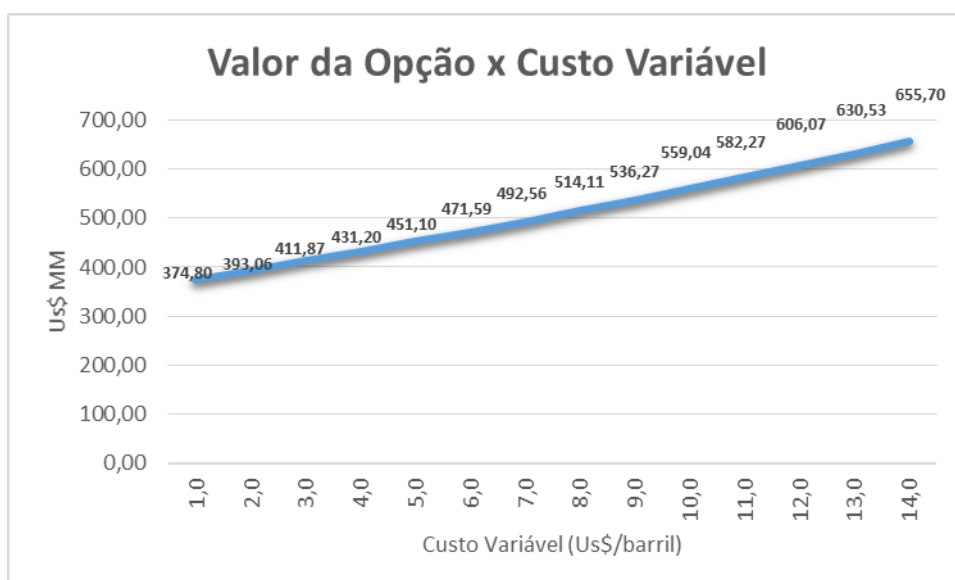
Em relação ao custo fixo de produção, a Figura 23 mostra que o valor da opção de abandono se eleva com o aumento do custo fixo. Esse resultado ocorre devido ao aumento do custo fixo provocar diminuição do resultado do projeto, logo do valor do projeto. Quanto pior for o resultado do projeto, mais valiosa é a opção de abandono.



**Figura 22 – Sensibilidade ao Custo Fixo**

Fonte: Elaboração Própria

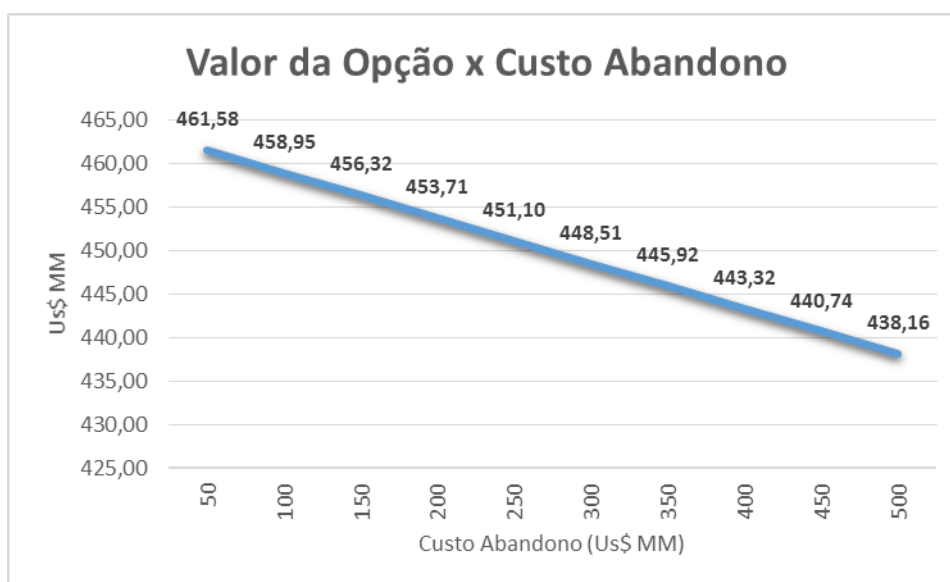
A Figura 24 mostra que a opção de abandono é mais valiosa ao aumentar o custo variável. A sensibilidade ao custo variável segue a mesma lógica presente no efeito do aumento do custo fixo.



**Figura 23 – Sensibilidade ao Custo Variável**

Fonte: Elaboração Própria

Em relação ao custo de abandono a lógica é inversa. A Figura 25 mostra que o valor da opção de abandono decresce com o aumento do custo de abandono. O comportamento é inverso, porque com um maior custo de abandono significa que menor fica o valor do exercício da opção. O que está de acordo com a teoria, que afirma que a diminuição do preço de exercício causa diminuição na opção de venda (ASSAF NETO, 2012; COPELAND e ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014). Ou seja, na avaliação de abandono em cada nó (máximo entre abandonar e continuar a produzir), quanto maior for o custo de abandono, menor é o valor de abandonar, favorecendo a estratégia de continuar a produzir e manter a opção de abandono aberta.



**Figura 24 – Sensibilidade ao Custo de Abandono**  
Fonte: Elaboração Própria

### 5.3 COMPARATIVO COM X SEM IMPOSTOS

Como já mencionado, muitos modelos de avaliação por opções da literatura, a maioria consultada pelo autor, não considera impostos na função de *payoff*. Pode-se citar os modelos de Kensinger (1980), Alvarez (1999), Zettl (2002), e o original de Dias (2014). Neste modelo considerou-se simplificada as taxas de *royalties* e taxa de imposto sobre a renda referente à operação da empresa no caso de experimento como caso base. Na Tabela 6 verificam-se os resultados para ambos os casos.

<b>Tabela Comparativa</b>			
	Com Impostos	Sem Impostos	Unidade
<b>Valor Campo Com Opção</b>	819,72	1.365,19	MM Us\$
<b>Prêmio da Opção</b>	451,10	433,28	MM Us\$
<b>Prêmio / Valor Campo</b>	55,03%	31,74%	%

**Tabela 6 – Comparativo de consideração de impostos e taxas**

Fonte: Elaboração Própria

Ao considerar impostos, o valor do projeto tem queda acentuada de valor em relação ao modelo livre de impostos, resultando em valor cerca de 39,96% menor, de 1.365,19 MM Us\$ para 819,72 MM Us\$. O prêmio da opção de abandono tem aumento de cerca de 4,11% no seu valor, saindo de 433,28 MM Us\$ para 451,10 MM Us\$. A queda de valor do campo é óbvia, pois os impostos reduzem o lucro líquido. O acréscimo do valor da opção se verifica justamente pela piora do resultado do projeto, que eleva a probabilidade de exercer o abandono. Percebe-se que em termos absolutos, o valor do prêmio da opção sai de US\$ 433,28 milhões para US\$ 451,10 milhões. Contudo, ao se analisar o valor da opção em termos relativos ao valor do campo, percebe-se que a relação sai de 31,74% do valor do campo, no caso sem impostos, para 55,03% no caso com impostos. Observa-se que desconsiderar impostos e taxas sobre a receita do projeto, ainda que simplificada, pode gerar grandes diferenças na avaliação da opção. A hipótese 2 que esperava alteração significativa, de mais de 10% do valor inicial, nos resultados devido incorporação de impostos e taxa de *royalty* se confirma parcialmente. O valor do campo é afetado significativa e negativamente, em 39,96% confirmando a hipótese inicial. Contudo o valor da opção é afetado positivamente, em apenas 4,11% do valor sem impostos, não significativamente como esperado.

#### 5.4 COMPARATIVO CRR X LOG-TRANSFORMADO

Como mencionado no capítulo 4, o estudo também visa fazer uma comparação entre dois processos binomiais diferentes, o LogTransformado e o CRR. Na Tabela 7



observa-se o comparativo dos parâmetros ( $u, d, q, 1 - q$ ) de ambos os processos, já na Tabela 8 verifica-se o comparativo dos resultados.

<b>Tabela Comparativa Parâmetros</b>		
	LOGT	CRR
<b>u</b>	1,09590936	1,095796121
<b>d</b>	0,912484222	0,912578518
<b>q</b>	0,476254886	0,476245332
<b>1-q</b>	0,523745114	0,523754668

**Tabela 7 – Comparativo Parâmetros LogTransformado e CRR**

Fonte: Elaboração Própria

<b>Tabela Comparativa Resultados</b>				
	Com Impostos		Sem Impostos	
	LOGT	CRR	LOGT	CRR
<b>Valor Campo Com Opção</b>	819,72	819,14	1.365,19	1.364,14
<b>Prêmio da Opção</b>	451,10	451,01	433,28	433,06
<b>Ganho em ter Opção</b>	55,03%	55,06%	31,74%	31,75%

**Tabela 8 – Comparativo Resultados LogTransformado e CRR**

Fonte: Elaboração Própria

Nota-se que para este caso de experimento é praticamente irrelevante a diferença de precisão entre os dois processos, caso não seja necessária precisão de casas decimais para os resultados da avaliação. Em parte, o resultado observado é devido a se ter adotado um bom número de períodos de análise no modelo (120 períodos), se fosse menor o número de períodos a diferença aumentaria. Além disso, pela ordem de grandeza dos números da análise, em milhões de dólares. Caso fosse analisada uma opção sobre uma ação, por exemplo, esse grau de precisão de casas decimais seria bem mais relevante. A hipótese 3 que esperava resultados diferentes para os processos se confirma, mas para este experimento a diferença não se mostra relevante pelos motivos já mencionados.

## 5.5 ANÁLISE COM LIMITAÇÃO DE INTERVALO DE PREÇOS

Um fato empírico dos modelos binomiais é que ao longo da árvore de preços do ativo básico pode-se observar preços absurdamente altos e preços absurdamente

baixos ao percorrer os ramos extremos da árvore. Seriam preços que poderiam ser considerados “irreais”. Para “contornar” essa característica de um binomial alguns trabalhos da literatura como Zettl (2002) cria um procedimento de limitação de preços possíveis para a árvore. Para verificar o grau de impacto desse procedimento no resultado do modelo, este estudo também realizou uma análise alternativa para avaliar a opção com procedimento de limitação de preços. Foi considerado como limite superior de preços o valor de Us\$ 200, e para limite inferior Us\$ 2. A Tabela 9 demonstra os resultados.

<b>Tabela Comparativa</b>				
	LOGT		CRR	
	Livre	Limitado	Livre	Limitado
<b>Valor Campo Com Opção</b>	819,72	803,16	819,14	802,70
<b>Prêmio da Opção</b>	451,10	451,72	451,01	451,62
<b>Ganho em ter Opção</b>	55,03%	56,24%	55,06%	56,26%

**Tabela 9 – Resultados com limitação de Preços**

Fonte: Elaboração Própria

Confere-se que o procedimento de limitação de preços implica em uma pequena piora do valor do projeto com opção, cerca de 2,02% para LOGT e 2,01% para CRR. A diferença observada no modelo para o resultado do prêmio da opção é ainda menor. Essa diferença pequena pode ser explicada pelo fato de que os extremos de preços verificados ao longo da árvore possuem probabilidades muito baixas de ocorrência, e a árvore faz a ponderação no cálculo do valor esperado. Entende-se que o procedimento, apesar de “esteticamente” elegante, pouco traz de benefício à avaliação. Por outro lado, causa necessidade da tarefa complicada de escolher quais seriam os preços máximos e mínimos “realistas” para a análise. Caso fossem adotados limites maiores, essa diferença seria ainda menor. Considera-se que é preferível trabalhar com preços livres.

## 5.6 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA INCERTEZA NA RESERVA

Uma análise alternativa adicional foi realizada simulando incerteza na variável de produção inicial do campo (em  $t = 0$ ). Atribui-se uma distribuição de probabilidade para a variável e foi realizada uma simulação de Monte Carlo com *software @risk*. Dessa forma, ainda que simplificada, foi considerada a incerteza técnica na produção da reserva e avaliado o reflexo no valor da opção. Esse procedimento pressupõe que a incerteza, para esta variável, se resolve em (em  $t = 0$ ).

Para gerar a simulação foi considerado que a variável  $Q_0$  (produção inicial) possui incertezas remanescentes de produção (sistemas de produção e reservatórios) que segue uma distribuição triangular, com parâmetros de distribuição apresentados na Tabela 10.

Parâmetros Distribuição		
Tipo Distribuição	Triangular	
Mínimo	8,5	MM/barris
Mais Provável	10	MM/barris
Máximo	11,5	MM/barris
Valor Estático (original)	10	MM/barris

**Tabela 10 – Parâmetros da Distribuição de Probabilidade da Produção**  
Fonte: Elaboração Própria

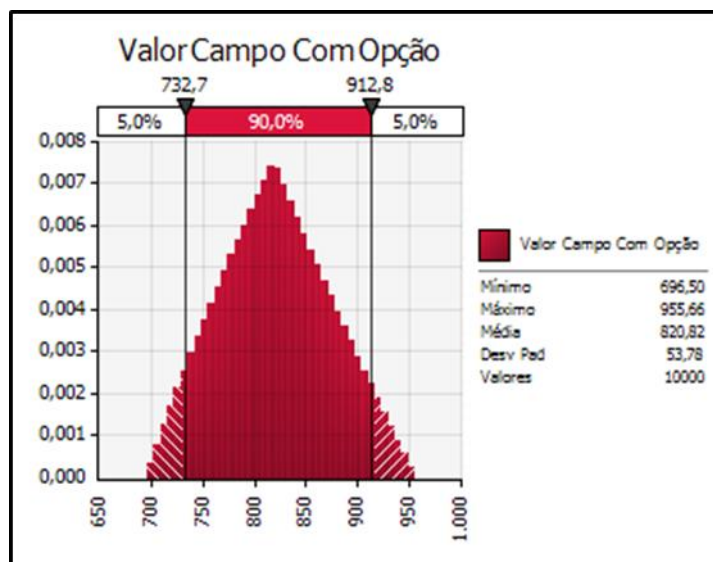
A simulação foi rodada com 10.000 iterações, no modelo binomial LOGT, em um computador com processador Intel Core i3 e durou cerca de 15 minutos, gerando resultados gerais apresentados na Tabela 11.

Resultados Gerais da Simulação					
Variável	Min	Média	Max	5,00%	95,00%
$Q_0$ (MM barris)	8,52	10,00	11,48	8,97	11,03
Valor Campo sem Opção (MM Us\$)	188,05	368,62	548,86	243,68	493,49
Valor Campo Com Opção (MM Us\$)	696,50	820,82	955,66	732,73	912,81
Prêmio da Opção (MM Us\$)	406,79	452,20	508,45	419,31	489,02
Ganho em ter Opção	74,12%	129,55%	270,38%	84,96%	200,62%

**Tabela 11 – Resultados Gerais da Simulação**  
Fonte: Elaboração Própria

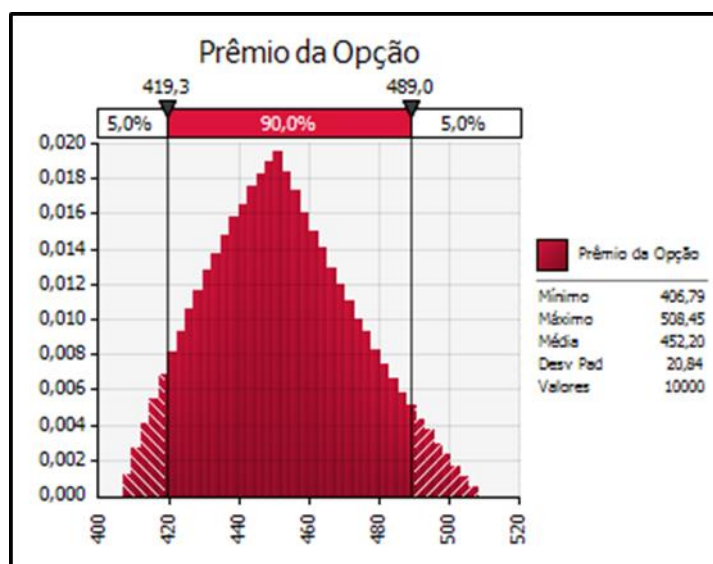
Pode-se visualizar na Tabela 9 os valores mínimos, médios e máximos de cada variável de saída, bem como os valores limites que representam os percentis 5% e 95%. Para a Variável “Valor do Campo com Opção” a saída da simulação pode ser

visualizada na Figura 26, apresentando média de 820,82 MM Us\$ e desvio padrão de 53,78 MM Us\$.



**Figura 25 – Resultado da Simulação para Valor do Campo com Opção**  
Fonte: Elaboração Própria

Para a Variável “Prêmio da Opção” a saída da simulação pode ser visualizada na Figura 27, apresenta média de 452,20 MM Us\$ e desvio padrão de 20,84 MM Us\$.



**Figura 26 – Resultado da Simulação para o Prêmio da Opção**  
Fonte: Elaboração Própria

Para a Variável “Valor do Campo sem Opção” a saída da simulação pode ser visualizada na Figura 28, apresentando média de 368,62 MM Us\$ e desvio padrão de 74,56 MM Us\$.

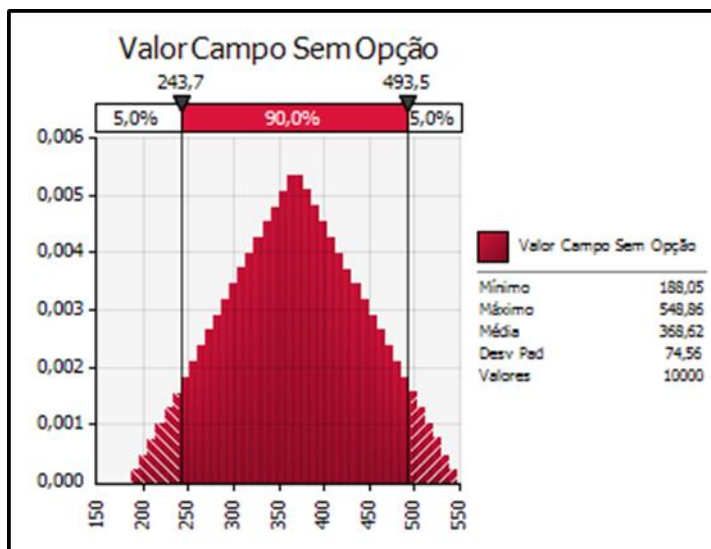


Figura 27 – Resultado da Simulação para Valor do Campo sem Opção  
Fonte: Elaboração Própria

Resultados detalhados da simulação para cada variável podem ser conferidos na Tabela 12.

Resultado Detalhado da Simulação					
Variável	Q_0	Valor Campo sem Opção	Valor Campo Com Opção	Prêmio da Opção	Ganho em ter Opção
Descrição	input	output	output	output	Output
<b>Mínimo</b>	8,52	188,05	696,50	406,79	74,12%
<b>Máximo</b>	11,48	548,86	955,66	508,45	270,38%
<b>Média</b>	10,00	368,62	820,82	452,20	129,55%
<b>Desvio Padrão</b>	0,61	74,56	53,78	20,84	35,28%
<b>Variância</b>	0,38	5559,87	2892,34	434,31	0,12
<b>Assimetria</b>	0,00	0,00	0,09	0,22	1,01
<b>Curtose</b>	2,40	2,40	2,40	2,47	3,82
<b>Moda</b>	10,01	369,54	820,39	450,85	122,00%
<b>5% Perc</b>	8,97	243,68	732,73	419,31	84,96%
<b>10% Perc</b>	9,17	267,64	748,86	424,99	90,50%
<b>15% Perc</b>	9,32	286,00	761,42	429,47	95,18%
<b>20% Perc</b>	9,45	301,49	772,14	433,32	99,44%
<b>25% Perc</b>	9,56	315,12	781,65	436,81	103,48%
<b>30% Perc</b>	9,66	327,45	790,33	439,99	107,37%
<b>35% Perc</b>	9,75	338,79	798,35	443,00	111,17%
<b>40% Perc</b>	9,84	349,32	805,86	445,82	114,93%
<b>45% Perc</b>	9,92	359,24	812,97	448,52	118,65%
<b>50% Perc</b>	10,00	368,61	819,72	451,10	122,37%
<b>55% Perc</b>	10,08	377,98	826,51	453,72	126,29%

<b>60% Perc</b>	10,16	387,89	833,71	456,54	130,68%
<b>65% Perc</b>	10,24	398,45	841,45	459,57	135,65%
<b>70% Perc</b>	10,34	409,77	849,77	462,88	141,35%
<b>75% Perc</b>	10,44	422,11	858,93	466,53	148,04%
<b>80% Perc</b>	10,55	435,72	869,06	470,64	156,09%
<b>85% Perc</b>	10,68	451,20	880,68	475,42	166,22%
<b>90% Perc</b>	10,83	469,57	894,57	481,21	179,77%
<b>95% Perc</b>	11,03	493,49	912,81	489,02	200,62%

**Tabela 12 – Resultados Detalhados da Simulação**

Fonte: Elaboração Própria

Pelos resultados da simulação percebe-se que a incorporação de incerteza de produção através da consideração de diferentes possíveis valores para a variável produção inicial implica num resultado de amplo espectro de possibilidades para as variáveis de saída do modelo. Dessa forma, pode-se visualizar a potencial incerteza em torno do parâmetro estático nos cálculos do modelo. Pelos cálculos estáticos com a produção sem incerteza obtém-se um prêmio da opção no valor de Us\$ 451,10 MM, já pela simulação chega-se ao valor médio (esperado) de Us\$ 452,20 MM, com um mínimo obtido de Us\$ 406,79 MM e um máximo obtido pela simulação de Us\$ 508,45 MM. Pelos resultados da simulação é esperado que 90% dos resultados para o prêmio da opção fique dentro do intervalo entre Us\$ 419,31 e Us\$ 489,02 MM.

## CAPÍTULO 6

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são relatadas as conclusões do estudo, apresentam-se as considerações finais, limitações e principais premissas, e por fim, sugestões para possíveis trabalhos futuros.

#### 6.1 CONCLUSÕES

Essa dissertação abordou conceitos de orçamentação de capital e teoria das opções reais para criar e aplicar um modelo de avaliação por opções reais em um estudo de caso hipotético de abandono de campo produtor de petróleo em fase de operação. Aplicou-se um modelo binomial de avaliação de opções, baseado em DIAS (2014) com processos binomiais de CRR (COX, ROSS, RUBINSTEIN, 1979) e LogTransformado (TRIGEORGIS, 1991). Foram realizadas ampliações do modelo para consideração de impostos, *royalties* e *spread* de petróleo. Adicionalmente foi realizada uma análise com limitação de banda de preços e simulação para incertezas no nível inicial de produção.

Entende-se que o estudo cumpriu seu objetivo principal ao aplicar a teoria das opções reais e um modelo de avaliação de opções ao contexto de abandono de projeto de produção de campo de petróleo. Adicionalmente, o trabalho cumpre a premissa original de aplicar um modelo prático ao complexo contexto da problemática de estudo. Evidente que a praticidade implica em adoção de medidas e premissas simplificadoras. Além da simplicidade, outras vantagens do método binomial é fornecer flexibilidade para modelar e resolver opções reais, e ser um método aplicável para resolução de opções americanas.

A indústria de petróleo *off-shore* é intensiva em capital e a decisão de abandono é na grande maioria das vezes irreversível, de forma que é de extrema importância uma análise mais robusta para decisões tanto de investimento, como desinvestimento

ou abandono de projetos de investimento nesse contexto. Uma das conclusões dessa pesquisa é que a teoria das opções reais fornece conceitos para que o problema do desinvestimento seja analisado de forma mais ampla e bem informada com maior explicitação e tratamento das incertezas. O modelo considera a irreversibilidade, incerteza e *timing* da oportunidade.

O trabalho mostra que é importante lidar com as incertezas modelando todo espectro de resultados possíveis ao longo do período de análise e não como tradicionalmente é abordado, levando em conta apenas os valores esperados previstos no momento de elaboração de uma análise tradicional. Em projetos que possuem grandes flexibilidades gerenciais e incertezas relevantes, o critério de decisão tradicional de FCD e VPL não é suficiente e definitivo para tomada de decisão ótima. O FCD assume que um projeto segue apenas um curso de ação que é previamente determinado, no momento da análise, e fixo, ignorando as flexibilidades que podem ser tomadas ao longo do tempo. Dessa forma, entende-se que, a princípio, a hipótese 1 se verifica verdadeira, no sentido em que adotar um modelo por opções resultaria numa análise mais robusta que somente o FCD com VPL tradicional para o caso do abandono de projeto. Pesquisas comparativas mais aprofundadas seriam necessárias para afirmação geral da hipótese. Contudo, de antemão, verifica-se que a análise por opções mostra que não basta que um fluxo de caixa de um projeto fique negativo para abandoná-lo, dada a possibilidade futura de variação e subida do preço de petróleo, a política ótima sob incerteza é esperar e só exercer o abandono se essa futura expectativa em relação aos resultados futuros não for boa suficiente para manter a opção aberta.

O ponto principal dessa abordagem é a capacidade de quantificar o benefício das ações de flexibilidade gerenciais disponíveis ao longo do tempo em um projeto onde existem incertezas, capturando esse valor de forma a proporcionar uma forma mais robusta e bem informada de tomada de decisão.

Como conhecido na literatura, há valor em usar as flexibilidades gerenciais para gerenciamento das incertezas, e esse valor pode ser quantificado por um modelo de avaliação por opções reais. Para o estudo de caso experimental, chegou-se ao valor de Us\$ 451,10 MM como prêmio da opção e valor expandido do projeto de Us\$ 819,72 MM, o que mostra que a opção é valiosa. Nas análises de sensibilidade foi observado que o prêmio da opção é muito sensível à volatilidade do preço do petróleo e ao custo



fixo. Talvez mais importante que o valor da opção de abandono, a estratégia ótima sob incerteza traçou a política ideal de abandono em função do preço de petróleo e restrições do projeto.

Notou-se que a consideração de impostos, ainda que simplificada, é importante para o cálculo de valor da opção mais próximo do possível valor real. A desconsideração de impostos para o cálculo do valor do projeto causa superestimação desses valores, e desvios no valor do prêmio da opção. A hipótese 2, que afirmava que ao considerar a incidência de impostos os valores do projeto e da opção seriam afetados significativamente, foi verificada parcialmente. O valor do projeto com opção é afetado significativamente, como esperado, contudo o prêmio da opção não é afetado significativamente.

Para o contexto do caso experimental os processos binomiais CRR e LogTransformado podem ser utilizados alternativamente sem grandes prejuízos de precisão do cálculo. Para outros casos, principalmente com menos períodos de análise, os diferentes processos binomiais gerariam resultados mais discrepantes, dessa forma seria mais recomendável utilizar o LogTransformado. Assim, a hipótese 3 que afirmava que os resultados seriam diferentes, é confirmada, mas se desconsiderado rigor de precisão para este caso experimental poder-se-ia afirmar que a hipótese 3 não se verifica para o experimento. De qualquer forma, para o caso experimental desse estudo, ainda que os resultados dos dois processos tenham sido bem parecidos, recomenda-se o LogTransformado por maior precisão em relação ao processo contínuo implícito.

A simulação de Monte Carlo para o parâmetro de entrada de produção inicial agrega qualidade ao modelo incorporando incertezas técnicas de produção do projeto ao modelo. Verifica-se o amplo espectro de valores que está por trás da incerteza da variável de produção do projeto nos resultados do modelo, ressaltando o impacto dos riscos desta variável.

Verificou-se que o procedimento de limitação de intervalo de preços pode ser adotado, contudo não traz grandes diferenças nos resultados do modelo e ainda traz consigo a difícil tarefa de definir os valores limites “realistas” do intervalo de preços. Ressalta-se a utilização de dados de mercado no modelo, principalmente na estimação dos parâmetros de volatilidade e taxa de conveniência, o que por si só gera

maior robustez para a análise, com medidas mais objetivas e representativas da opinião de mercado.

A abordagem de avaliação de opções neutra ao risco tem adicionalmente como ponto positivo que evita a tarefa de especificar uma taxa de desconto ajustada ao risco apropriada.

## 6.2 LIMITAÇÕES

O trabalho caracteriza-se na aplicação da teoria e modelo de opções reais num contexto de abandono de campo produtor de petróleo em um estudo de caso hipotético. Ainda que a análise possa ser robusta e baseada em premissas usuais de análises deste tipo, a aplicação em contextos reais requer estudos mais aprofundados. O modelo considera o caso em que a tomada de decisão de abandono é irreversível e não há novas oportunidades de expansão da produção, bem como a maturidade da opção é de 10 anos. Cada problema ou contexto de estudo requer modelagem própria. A replicação em outro contexto deve ser minuciosamente analisada.

Como limitações, pode-se considerar que o trabalho, como tipicamente todos trabalhos de modelos de opções, assume diversas premissas sobre mercados e possibilidades de *hedge* com títulos. E se baseia principalmente em premissas de não-arbitragem e mercados no mínimo aproximadamente completos.

Assim como a maioria dos trabalhos da literatura, o modelo tem como limitação abordar apenas uma variável com processo estocástico, neste caso o preço do petróleo. Em geral, os projetos reais possuem mais riscos além do preço de petróleo e do risco técnico da reserva. O modelo aborda a incerteza de produção com um processo de simulação de Monte Carlo simples no qual a incerteza de produção é resolvida no tempo 0.

Outra limitação é que o modelo avalia a opção de abandono, negligenciando possíveis outras opções que pode haver num projeto, como a opção de expansão. Uma limitação é a consideração dos dividendos serem lineares, o que não deixa de ser outra premissa simplificadora da realidade.

### 6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se para trabalhos futuros a adoção de processos estocásticos alternativos para avaliação da opção de abandono, como utilização de processos de reversão à média para a variável de incerteza preços de petróleo, ou avaliação da utilização de processos com saltos. Outra vertente seria a incorporação de mais variáveis estocásticas com adoção de modelos mais complexos.

Adicionalmente, sugere-se a investigação do mesmo contexto do problema em modelos em tempo contínuo. Pode-se ainda avaliar a aplicação do modelo ao contexto de outras *commodities*.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVAREZ, L. H. R. Optimal exit and Valuation under Demand Uncertainty: A real options Approach. **European Journal of Operational Research**. v.114, p.320-329, 1999.
- AMUI, S. **Petróleo e Gás Natural para Executivos**. Rio de Janeiro: Interciência, 2010.
- ANP – Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. **Anuário Estatístico 2015**. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/?pg=76798>>. Acesso em: 02 de Setembro de 2015.
- ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- BEGG, S. H.; BRATVOLD, R. B. **Abandonment Decisions and the Value of Flexibility**. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston: Texas, 2004.
- BERGER, P. G.; OFEK, E.; SWARY, I. Investor Valuation of abandonment Option. **Journal of Financial Economics**. n. 42, p.257-287, 1996.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**. v.81, p. 637-645, 1973.
- BONINI, C. Capital investment under uncertainty with abandonment options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**. Maio, p.39-54, 1977.
- BRANDÃO, L. E. T.; DYER, J. S.; HAHN, W. J. Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. **Decision Analysis**, v. 2, p. 69–88, 2005.
- BRATVOLD, R. B.; BICKEL, J. E.; LOHNE, H. P. **Value information in the Oil & Gas Industry: Past, Present and future**. SPE Reservoir Evaluation and Engineering, 2009.
- BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas**. 10. Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- BRENNAN, M. J.; SCHWARTZ, E. S. A new approach to evaluating natural resource investments. **Midland Corporate Finance Journal**, v.3, p.37-47, 1985.
- CASAROTTO, N.; KOPITKE, B. H. **Análise de Investimentos: matemática financeira, engenharia econômica, tomada de decisão, estratégia empresarial**. 9. Ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- CHUNG, C. A. **Simulation modeling handbook: a practical approach**. Florida: CRC Press, 2004.
- COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Opções Reais**. São Paulo: Campus, 2001.

\_\_\_\_\_.; KEENAN, P. **How much is flexibility worth?** McKinsey Quarterly, n. 2, p. 38-49, 1998.

\_\_\_\_\_.; KOLLER, T.;MURRIN, J. **Avaliação de Empresas, Valuation:** calculando e gerenciando o valor das empresas. McKinsey & Company, INC., 2000.

COX, J.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. Option Pricing: a simplified approach. **Journal of Financial Economics**, v.7, p.229-264, 1979.

DAMODARAN, A. **Avaliação de Investimentos**. 1 Ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1997.

DIAS, M. A. G. **Análise de investimento com opções reais**. Rio de Janeiro: Interciência, 2014

DIAS, M. A. G. **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2005.

DIXIT, A.; PINDYCK, R. **Investment under Uncertainty**. 2. Ed. Princenton University Press: New Jersey,1994.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Industry Costs of Equity. **Journal of Financial Economics**, n.43, p. 153-193, 1997.

FORTES, E. S. **Análise de Investimentos**. São Paulo: Saint Paul, 2014.

GALLI, A.; ARMSTRONG, M.; JEHL, B. **Comparing Three Methods for Evaluating Oil Projects:** Option Pricing, Decision Trees, and Monte Carlo Simulation. SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium. Dallas, Texas, Março 1999.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. **Journal of Finance**, vol.45(3), p.959-976, 1990.

GIL, A. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. Ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira**. 10.Ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2004.

GRAHAM, J. R.; HARVEY, C. R. The theory and practice of corporate finance: evidence from the field. **Journal of Financial Economics**, v.60, n.2, p.187-243, 2001.

HULL, J. C. **Opções, Futuros e outros derivativos**. 5. Ed, São Paulo: BM&F, 2003.

KEMNA, A. G. Z. Case studies on real options. **Financial Management**, v.22, n.3, p.259-270, Outono, 1993.

KENSINGER, J. W. **Project Abandonment as a put option**: dealing with the capital investment decision and operating risk using option pricing theory. Annual Meeting of Financial Management Association, Outubro, 1980.

KOGUT, B.; KULATILAKA, N. Operating Flexibility, Global Manufacturing, and the Option Value of a Multinational Network. **Management Science**, v.40, n.1, p.123-139.

LAINE, J. P. Option Valuation of field Development Projects. **SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium**, Texas, 1997.

LAKATOS, E.; MARCONI, M. **Metodologia científica**. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1991.

MCDONALD, R.; SIEGEL, D. The Value of Waiting to Invest. **Quarterly Journal of Economics**, p.707-727, 1986.

MERTON, R. C. The Theory of Rational Option Pricing. **Bell Journal of Economics and Management Science**. n. 4, p. 141-183, 1973.

MIGUEL, P. A. C.; et al. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2012.

MYERS, S.; MAJD, S. Abandonment Value and Project Life. **Advances in Futures and Options Research**, v.4, p.1-21, 1990.

OLIVEIRA, J. A. N. **Engenharia Econômica: Uma abordagem às decisões de investimento**. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.

OLIVEIRA, S. L. **Tratado de Metodologia Científica**: Projetos de Pesquisas, TGI, TCC, Monografias, Dissertações e Teses. Pioneira: São Paulo, SP, 2002.

PADDOCK, J. L.; SIEGEL, D. R.; SMITH, J. L. Option valuation of claims on real assets: the case of offshore petroleum leases. **Quarterly Journal of Economics** 103, p.479–508, 1988.

PINDYCK, R. S. The long-run evolution of energy prices. **The energy Journal** v.20, n2, p.1-27

ROBICHEK, A. A.; VAN HORNE, J. C. Abandonment Value and Capital Budgeting. **Journal of Finance**, v.22, p. 577-589, 1967.

ROSS, S. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of economic Theory**, v.13, p.341-360, 1976.

\_\_\_\_\_. WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. **Administração financeira**: corporate finance. Atlas: São Paulo, 2002.

SCHWARTZ, E. S. The Stochastic Behavior of *Commodity* Prices: Implications for Valuation and Hedging. **The Journal of Finance**, n. 52, p.923-973, 1997.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A theory of Market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, n. 19, p. 425-442, 1964.

SMITH, J. E. MCCARDLE, K. F. Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis. **Operations Research**, v. 46, n.2, 1998.

TRIGEORGIS, L. A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments. **Journal of financial and Quantitative Analysis**, v. 26, n.3, 1991.

TRIGEORGIS, L.; MASON, S. P. Valuing managerial flexibility. **Midland Corporate Finance Journal**, v.5, p.14-21, 1987.

WOILER, S.; MATHIAS, W. F. **Projetos: planejamento, elaboração, análise**. 2.Ed. São Paulo: Atlas, 2010.

YIN, R. **Estudo de caso: Planejamento e Métodos**. 3. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZETTL, M. Valuing Exploration and Production Projects by means of option pricing theory. **Production Economics**, v. 78, p.109-116, 2002.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE DO PETRÓLEO WTI

Estimada por dados de 339 meses da série histórica de cotação mensal do petróleo cru WTI *spot* (toda a série mensal disponível nesta base) deflacionada pelo índice do CPI. A fonte de dados<sup>12</sup> é a EIA (*Energy Information Administration*), agência americana de informações de energia. A volatilidade, desvio-padrão dos retornos anualizado, foi estimada no valor de 31,69% para o período analisado.

Date	WTI Nominal	CPI (índice)	WTI deflacionado S(i)	Relativo de Preço S(i)/S(i-1)	Retorno Mensal $R_i = \ln[S(i)/S(i-1)]$
jul-15	47,11	238,10	47,08	0,7910	-0,2345
jun-15	59,48	237,79	59,52	0,9841	-0,0160
mai-15	60,25	237,03	60,48	1,0061	0,0061
abr-15	59,62	235,98	60,11	1,2481	0,2216
mar-15	47,72	235,74	48,16	0,9552	-0,0458
fev-15	49,84	235,19	50,42	1,0406	0,0398
jan-15	47,79	234,68	48,45	0,9002	-0,1051
dez-14	53,45	236,28	53,82	0,8133	-0,2067
nov-14	65,94	237,07	66,18	0,8212	-0,1970
out-14	80,53	237,75	80,59	0,8828	-0,1246
set-14	91,17	237,63	91,29	0,9308	-0,0717
ago-14	97,86	237,41	98,08	0,9970	-0,0030
jul-14	98,23	237,60	98,37	0,9251	-0,0778
jun-14	106,07	237,35	106,33	1,0241	0,0238
mai-14	103,40	236,95	103,83	1,0302	0,0297
abr-14	100,07	236,24	100,79	0,9834	-0,0168
mar-14	101,57	235,79	102,49	0,9854	-0,0147
fev-14	102,88	235,36	104,01	1,0536	0,0522
jan-14	97,55	235,13	98,71	0,9919	-0,0082
dez-13	98,17	234,70	99,52	1,0577	0,0561
nov-13	92,55	234,04	94,09	0,9606	-0,0402
out-13	96,29	233,90	97,95	0,9402	-0,0617
set-13	102,36	233,77	104,18	0,9465	-0,0550
ago-13	107,98	233,41	110,07	1,0255	0,0252
jul-13	105,10	232,98	107,33	1,0888	0,0851
jun-13	96,36	232,58	98,58	1,0455	0,0445
mai-13	91,93	231,99	94,28	0,9848	-0,0153
abr-13	93,22	231,67	95,74	0,9610	-0,0397

<sup>12</sup> Dados de cotação histórica WTI spot: [www.eia.gov/](http://www.eia.gov/)

Dados da inflação americana CPI, *Federal Reserve Economic Data*, disponível em *St. Louis Federal Reserve*: <https://research.stlouisfed.org/fred2/>



mar-13	97,24	232,25	99,62	1,0592	0,0575
fev-13	92,03	232,80	94,06	0,9369	-0,0651
jan-13	97,65	231,44	100,39	1,0621	0,0602
dez-12	91,83	231,17	94,52	1,0373	0,0366
nov-12	88,54	231,20	91,12	1,0292	0,0288
out-12	86,23	231,74	88,53	0,9329	-0,0695
set-12	92,18	231,10	94,90	0,9506	-0,0507
ago-12	96,47	229,91	99,84	1,0889	0,0852
jul-12	88,08	228,58	91,68	1,0359	0,0353
jun-12	85,04	228,63	88,50	0,9836	-0,0166
mai-12	86,52	228,79	89,98	0,8263	-0,1908
abr-12	104,89	229,17	108,90	1,0167	0,0166
mar-12	103,03	228,87	107,11	0,9597	-0,0411
fev-12	107,08	228,29	111,60	1,0850	0,0816
jan-12	98,46	227,76	102,86	0,9936	-0,0065
dez-11	98,83	227,15	103,52	0,9848	-0,0153
nov-11	100,36	227,16	105,12	1,0753	0,0726
out-11	93,19	226,81	97,76	1,1800	0,1655
set-11	78,93	226,68	82,85	0,8864	-0,1206
ago-11	88,81	226,08	93,46	0,9255	-0,0774
jul-11	95,68	225,42	100,99	1,0014	0,0014
jun-11	95,30	224,84	100,85	0,9281	-0,0747
mai-11	102,70	224,87	108,67	0,9025	-0,1026
abr-11	113,39	224,06	120,41	1,0630	0,0611
mar-11	106,19	223,04	113,28	1,0880	0,0844
fev-11	97,10	221,90	104,11	1,0635	0,0616
jan-11	90,99	221,15	97,90	0,9927	-0,0073
dez-10	91,38	220,47	98,62	1,0820	0,0788
nov-10	84,12	219,59	91,15	1,0302	0,0297
out-10	81,45	219,04	88,48	1,0152	0,0151
set-10	79,95	218,28	87,15	1,1097	0,1041
ago-10	71,93	217,92	78,53	0,9109	-0,0933
jul-10	78,85	217,61	86,22	1,0412	0,0404
jun-10	75,59	217,20	82,81	1,0219	0,0217
mai-10	74,00	217,29	81,03	0,8602	-0,1506
abr-10	86,07	217,40	94,20	1,0312	0,0307
mar-10	83,45	217,35	91,35	1,0464	0,0454
fev-10	79,72	217,28	87,30	1,0953	0,0911
jan-10	72,85	217,49	79,70	0,9170	-0,0866
dez-09	79,39	217,35	86,91	1,0280	0,0276
nov-09	77,19	217,23	84,54	0,9986	-0,0014
out-09	77,04	216,51	84,66	1,0901	0,0863
set-09	70,46	215,86	77,66	1,0051	0,0050
ago-09	69,97	215,45	77,27	1,0069	0,0069
jul-09	69,26	214,73	76,74	0,9923	-0,0078
jun-09	69,82	214,79	77,34	1,0443	0,0433
mai-09	66,31	213,02	74,06	1,3150	0,2739
abr-09	50,35	212,71	56,32	1,0133	0,0132
mar-09	49,64	212,50	55,58	1,1255	0,1182
fev-09	44,15	212,71	49,39	1,0542	0,0527
jan-09	41,73	211,93	46,85	0,9333	-0,0690
dez-08	44,60	211,40	50,20	0,8145	-0,2051

nov-08	55,21	213,15	61,63	0,8253	-0,1920
out-08	68,10	217,00	74,67	0,6821	-0,3825
set-08	100,70	218,88	109,47	0,8707	-0,1384
ago-08	115,55	218,69	125,72	0,9320	-0,0705
jul-08	124,17	219,02	134,89	0,8809	-0,1268
jun-08	139,96	217,46	153,13	1,0876	0,0840
mai-08	127,35	215,21	140,80	1,1135	0,1075
abr-08	113,70	213,94	126,45	1,1172	0,1108
mar-08	101,54	213,45	113,19	0,9941	-0,0059
fev-08	101,78	212,69	113,86	1,1076	0,1022
jan-08	91,67	212,17	102,80	0,9521	-0,0491
dez-07	95,95	211,45	107,97	1,0798	0,0768
nov-07	88,60	210,83	99,99	0,9336	-0,0687
out-07	94,16	209,19	107,10	1,1498	0,1396
set-07	81,64	208,55	93,14	1,0989	0,0943
ago-07	73,98	207,67	84,76	0,9457	-0,0558
jul-07	78,20	207,60	89,62	1,1077	0,1023
jun-07	70,47	207,23	80,91	1,0982	0,0937
mai-07	64,02	206,76	73,67	0,9692	-0,0312
abr-07	65,78	205,90	76,01	0,9946	-0,0054
mar-07	65,94	205,29	76,43	1,0618	0,0600
fev-07	61,78	204,23	71,98	1,0580	0,0563
jan-07	58,17	203,44	68,03	0,9544	-0,0467
dez-06	60,85	203,10	71,29	0,9611	-0,0397
nov-06	62,97	202,00	74,17	1,0718	0,0694
out-06	58,72	201,90	69,20	0,9377	-0,0643
set-06	62,90	202,80	73,80	0,8981	-0,1074
ago-06	70,38	203,80	82,17	0,9398	-0,0621
jul-06	74,56	202,90	87,43	1,0029	0,0029
jun-06	73,94	201,80	87,18	1,0327	0,0322
mai-06	71,42	201,30	84,42	0,9917	-0,0083
abr-06	71,80	200,70	85,12	1,0784	0,0755
mar-06	66,25	199,70	78,93	1,0779	0,0750
fev-06	61,37	199,40	73,23	0,9039	-0,1010
jan-06	67,86	199,30	81,01	1,1047	0,0996
dez-05	61,06	198,10	73,34	1,0651	0,0630
nov-05	57,33	198,10	68,86	0,9635	-0,0371
out-05	59,80	199,10	71,46	0,9018	-0,1033
set-05	66,21	198,80	79,24	0,9516	-0,0496
ago-05	68,63	196,10	83,27	1,1235	0,1165
jul-05	60,71	194,90	74,11	1,0654	0,0634
jun-05	56,63	193,70	69,56	1,0868	0,0832
mai-05	52,08	193,60	64,01	1,0591	0,0574
abr-05	49,20	193,70	60,43	0,8868	-0,1202
mar-05	55,31	193,10	68,15	1,0649	0,0629
fev-05	51,75	192,40	64,00	1,0681	0,0659
jan-05	48,25	191,60	59,92	1,1134	0,1074
dez-04	43,36	191,70	53,82	0,8820	-0,1255
nov-04	49,16	191,70	61,02	0,9449	-0,0566
out-04	51,78	190,80	64,57	1,0393	0,0386
set-04	49,56	189,80	62,13	1,1699	0,1569
ago-04	42,23	189,20	53,11	0,9654	-0,0352

jul-04	43,72	189,10	55,01	1,1829	0,1680
jun-04	36,92	188,90	46,50	0,9219	-0,0813
mai-04	39,90	188,20	50,44	1,0649	0,0629
abr-04	37,31	187,40	47,37	1,0420	0,0411
mar-04	35,75	187,10	45,46	0,9887	-0,0113
fev-04	36,08	186,70	45,98	1,0857	0,0822
jan-04	33,16	186,30	42,35	1,0156	0,0155
dez-03	32,51	185,50	41,70	1,0690	0,0667
nov-03	30,33	185,00	39,01	1,0367	0,0361
out-03	29,24	184,90	37,63	1,0028	0,0028
set-03	29,19	185,10	37,52	0,9161	-0,0876
ago-03	31,76	184,50	40,96	1,0348	0,0342
jul-03	30,56	183,70	39,58	1,0103	0,0102
jun-03	30,15	183,10	39,18	1,0188	0,0187
mai-03	29,56	182,90	38,45	1,1349	0,1265
abr-03	26,09	183,20	33,88	0,8410	-0,1731
mar-03	31,14	183,90	40,29	0,8457	-0,1675
fev-03	36,76	183,60	47,64	1,0910	0,0871
jan-03	33,51	182,60	43,66	1,0690	0,0667
dez-02	31,21	181,80	40,85	1,1596	0,1481
nov-02	26,87	181,50	35,22	0,9870	-0,0131
out-02	27,18	181,20	35,69	0,8866	-0,1204
set-02	30,59	180,80	40,26	1,0542	0,0528
ago-02	28,97	180,50	38,19	1,0692	0,0669
jul-02	27,02	180,00	35,72	1,0063	0,0063
jun-02	26,79	179,60	35,49	1,0554	0,0539
mai-02	25,37	179,50	33,63	0,9276	-0,0752
abr-02	27,32	179,30	36,25	1,0377	0,0370
mar-02	26,21	178,50	34,94	1,2000	0,1823
fev-02	21,78	178,00	29,11	1,1032	0,0982
jan-02	19,71	177,70	26,39	0,9858	-0,0143
dez-01	19,96	177,40	26,77	1,0263	0,0259
nov-01	19,46	177,50	26,09	0,9184	-0,0851
out-01	21,20	177,60	28,40	0,9070	-0,0976
set-01	23,44	178,10	31,31	0,8761	-0,1323
ago-01	26,65	177,40	35,74	0,9981	-0,0019
jul-01	26,70	177,40	35,81	1,0142	0,0141
jun-01	26,37	177,70	35,31	0,9268	-0,0761
mai-01	28,39	177,30	38,10	0,9918	-0,0083
abr-01	28,48	176,40	38,41	1,0782	0,0753
mar-01	26,37	176,10	35,63	0,9636	-0,0371
fev-01	27,35	176,00	36,97	0,9535	-0,0477
jan-01	28,62	175,60	38,78	1,0650	0,0630
dez-00	26,72	174,60	36,41	0,7932	-0,2317
nov-00	33,61	174,20	45,91	1,0261	0,0257
out-00	32,70	173,90	44,74	1,0575	0,0559
set-00	30,87	173,60	42,31	0,9281	-0,0746
ago-00	33,09	172,70	45,59	1,2033	0,1850
jul-00	27,50	172,70	37,89	0,8453	-0,1681
jun-00	32,44	172,20	44,82	1,1110	0,1052
mai-00	29,03	171,20	40,35	1,1272	0,1197
abr-00	25,71	170,90	35,79	0,9577	-0,0432

mar-00	26,86	171,00	37,37	0,8735	-0,1352
fev-00	30,57	170,00	42,79	1,1011	0,0963
jan-00	27,65	169,30	38,86	1,0702	0,0678
dez-99	25,76	168,80	36,31	1,0333	0,0328
nov-99	24,87	168,40	35,14	1,1393	0,1304
out-99	21,79	168,10	30,84	0,8864	-0,1206
set-99	24,54	167,80	34,80	1,1033	0,0983
ago-99	22,15	167,10	31,54	1,0769	0,0740
jul-99	20,52	166,70	29,29	1,0571	0,0555
jun-99	19,33	166,00	27,71	1,1472	0,1373
mai-99	16,85	166,00	24,15	0,9010	-0,1042
abr-99	18,69	165,90	26,80	1,1144	0,1083
mar-99	16,66	164,80	24,05	1,3526	0,3020
fev-99	12,31	164,70	17,78	0,9610	-0,0398
jan-99	12,81	164,70	18,51	1,0533	0,0519
dez-98	12,14	164,40	17,57	1,0658	0,0637
nov-98	11,37	164,10	16,49	0,7843	-0,2430
out-98	14,48	163,90	21,02	0,8922	-0,1141
set-98	16,19	163,50	23,56	1,2175	0,1968
ago-98	13,29	163,40	19,35	0,9302	-0,0724
jul-98	14,27	163,20	20,80	0,9955	-0,0046
jun-98	14,30	162,80	20,90	0,9390	-0,0629
mai-98	15,21	162,60	22,26	0,9751	-0,0252
abr-98	15,56	162,20	22,82	0,9867	-0,0134
mar-98	15,75	162,00	23,13	1,0201	0,0199
fev-98	15,44	162,00	22,68	0,8972	-0,1085
jan-98	17,21	162,00	25,28	0,9739	-0,0265
dez-97	17,65	161,80	25,95	0,9221	-0,0811
nov-97	19,13	161,70	28,15	0,9055	-0,0993
out-97	21,10	161,50	31,09	0,9967	-0,0033
set-97	21,13	161,20	31,19	1,0721	0,0696
ago-97	19,66	160,80	29,09	0,9713	-0,0291
jul-97	20,19	160,40	29,95	1,0174	0,0172
jun-97	19,82	160,20	29,44	0,9420	-0,0597
mai-97	21,00	159,90	31,25	1,0396	0,0388
abr-97	20,20	159,90	30,06	0,9920	-0,0080
mar-97	20,35	159,80	30,30	1,0018	0,0018
fev-97	20,30	159,70	30,24	0,8390	-0,1755
jan-97	24,15	159,40	36,05	0,9307	-0,0718
dez-96	25,90	159,10	38,73	1,0901	0,0863
nov-96	23,70	158,70	35,53	1,0161	0,0160
out-96	23,25	158,20	34,97	0,9577	-0,0432
set-96	24,20	157,70	36,51	1,0842	0,0808
ago-96	22,25	157,20	33,68	1,0861	0,0826
jul-96	20,46	157,00	31,01	0,9761	-0,0241
jun-96	20,92	156,70	31,76	1,0561	0,0546
mai-96	19,77	156,40	30,08	0,9419	-0,0599
abr-96	20,95	156,10	31,93	0,9738	-0,0265
mar-96	21,43	155,50	32,79	1,0904	0,0866
fev-96	19,59	155,00	30,07	1,1009	0,0961
jan-96	17,76	154,70	27,32	0,9042	-0,1007
dez-95	19,54	153,90	30,21	1,0681	0,0659

nov-95	18,27	153,70	28,28	1,0326	0,0321
out-95	17,67	153,50	27,39	1,0048	0,0048
set-95	17,54	153,10	27,26	0,9792	-0,0211
ago-95	17,89	152,90	27,84	1,0133	0,0132
jul-95	17,62	152,60	27,47	1,0125	0,0124
jun-95	17,38	152,40	27,13	0,9187	-0,0848
mai-95	18,88	152,10	29,53	0,9255	-0,0774
abr-95	20,36	151,80	31,91	1,0573	0,0557
mar-95	19,18	151,20	30,18	1,0336	0,0330
fev-95	18,52	150,90	29,20	0,9995	-0,0005
jan-95	18,48	150,50	29,22	1,0372	0,0365
dez-94	17,77	150,10	28,17	0,9820	-0,0182
nov-94	18,06	149,80	28,69	0,9918	-0,0082
out-94	18,16	149,40	28,92	0,9884	-0,0116
set-94	18,36	149,30	29,26	1,0411	0,0403
ago-94	17,60	149,00	28,10	0,8635	-0,1468
jul-94	20,30	148,40	32,55	1,0445	0,0435
jun-94	19,37	147,90	31,16	1,0556	0,0541
mai-94	18,30	147,50	29,52	1,0794	0,0764
abr-94	16,92	147,20	27,35	1,1440	0,1345
mar-94	14,78	147,10	23,91	1,0165	0,0164
fev-94	14,50	146,70	23,52	0,9488	-0,0525
jan-94	15,24	146,30	24,79	1,0740	0,0714
dez-93	14,19	146,30	23,08	0,9219	-0,0813
nov-93	15,36	146,00	25,03	0,9026	-0,1024
out-93	16,97	145,60	27,73	0,9028	-0,1023
set-93	18,72	145,00	30,72	1,0249	0,0246
ago-93	18,24	144,80	29,97	1,0146	0,0145
jul-93	17,94	144,50	29,54	0,9519	-0,0493
jun-93	18,82	144,30	31,03	0,9385	-0,0635
mai-93	20,04	144,20	33,07	0,9730	-0,0274
abr-93	20,54	143,80	33,99	1,0014	0,0014
mar-93	20,44	143,30	33,94	0,9942	-0,0058
fev-93	20,53	143,10	34,14	1,0107	0,0106
jan-93	20,27	142,80	33,77	1,0364	0,0357
dez-92	19,49	142,30	32,59	0,9775	-0,0227
nov-92	19,91	142,10	33,34	0,9601	-0,0408
out-92	20,68	141,70	34,72	0,9433	-0,0584
set-92	21,83	141,10	36,81	1,0151	0,0150
ago-92	21,46	140,80	36,26	0,9810	-0,0192
jul-92	21,83	140,50	36,97	0,9967	-0,0033
jun-92	21,84	140,10	37,09	0,9841	-0,0161
mai-92	22,13	139,70	37,69	1,0576	0,0560
abr-92	20,88	139,40	35,64	1,0690	0,0667
mar-92	19,49	139,10	33,34	1,0391	0,0383
fev-92	18,69	138,60	32,08	0,9852	-0,0149
jan-92	18,93	138,30	32,57	0,9878	-0,0123
dez-91	19,15	138,20	32,97	0,8889	-0,1177
nov-91	21,48	137,80	37,09	0,9183	-0,0853
out-91	23,29	137,20	40,39	1,0452	0,0442
set-91	22,25	137,00	38,64	0,9957	-0,0043
ago-91	22,28	136,60	38,81	1,0237	0,0234

jul-91	21,70	136,20	37,91	1,0539	0,0525
jun-91	20,56	136,00	35,97	0,9688	-0,0317
mai-91	21,16	135,60	37,13	1,0044	0,0044
abr-91	20,99	135,10	36,97	1,0669	0,0648
mar-91	19,63	134,80	34,65	1,0182	0,0180
fev-91	19,28	134,80	34,03	0,8797	-0,1282
jan-91	21,90	134,70	38,68	0,7661	-0,2664
dez-90	28,48	134,20	50,49	0,9757	-0,0246
nov-90	29,08	133,70	51,75	0,8217	-0,1964
out-90	35,31	133,40	62,98	0,8872	-0,1197
set-90	39,53	132,50	70,98	1,4303	0,3579
ago-90	27,45	131,60	49,63	1,3233	0,2801
jul-90	20,57	130,50	37,50	1,2009	0,1831
jun-90	17,05	129,90	31,23	0,9699	-0,0305
mai-90	17,47	129,10	32,20	0,9429	-0,0588
abr-90	18,50	128,90	34,15	0,9074	-0,0971
mar-90	20,34	128,60	37,63	0,9394	-0,0625
fev-90	21,55	128,00	40,06	0,9460	-0,0555
jan-90	22,69	127,50	42,34	1,0291	0,0287
dez-89	21,84	126,30	41,14	1,0957	0,0914
nov-89	19,87	125,90	37,55	0,9955	-0,0045
out-89	19,88	125,40	37,72	0,9819	-0,0183
set-89	20,15	124,80	38,42	1,0675	0,0653
ago-89	18,83	124,50	35,99	1,0273	0,0269
jul-89	18,33	124,50	35,03	0,9005	-0,1048
jun-89	20,29	124,10	38,90	1,0148	0,0147
mai-89	19,93	123,70	38,33	0,9732	-0,0272
abr-89	20,38	123,10	39,39	0,9981	-0,0019
mar-89	20,27	122,20	39,47	1,1077	0,1022
fev-89	18,21	121,60	35,63	1,0677	0,0655
jan-89	17,00	121,20	33,37	0,9889	-0,0112
dez-88	17,12	120,70	33,75	1,1066	0,1013
nov-88	15,42	120,30	30,50	1,1351	0,1267
out-88	13,54	119,90	26,87	1,0124	0,0123
set-88	13,33	119,50	26,54	0,8739	-0,1348
ago-88	15,19	119,00	30,37	0,9240	-0,0790
jul-88	16,37	118,50	32,87	1,0724	0,0699
jun-88	15,20	118,00	30,65	0,8629	-0,1474
mai-88	17,54	117,50	35,52	0,9666	-0,0340
abr-88	18,10	117,20	36,75	1,0528	0,0514
mar-88	17,09	116,50	34,90	1,0667	0,0646
fev-88	15,98	116,20	32,72	0,9400	-0,0618
jan-88	16,97	116,00	34,81	1,0102	0,0102
dez-87	16,74	115,60	34,45	0,9023	-0,1028
nov-87	18,52	115,40	38,18	0,9246	-0,0784
out-87	19,96	115,00	41,30	1,0147	0,0146
set-87	19,62	114,70	40,70	0,9895	-0,0106
ago-87	19,76	114,30	41,13	0,9180	-0,0855
jul-87	21,43	113,80	44,81	1,0570	0,0555
jun-87	20,22	113,50	42,39	1,0398	0,0390
mai-87	19,36	113,00	40,76	-	-

## APÊNDICE B – ESTIMAÇÃO DA TAXA DE CONVENIÊNCIA DO PETRÓLEO

A taxa de conveniência foi estimada pela média da taxa de conveniência instantânea (no período de Jan/1995 a Ago/2015) calculada entre preço *spot* da *commodity*, representado pelo contrato futuro de petróleo cru WTI contínuo de maturidade mais curta (um mês), e preço do contrato futuro de maturidade de um ano (CL12), da CME *Chicago Mercantile Exchange*. Foi usada a fórmula de relação entre preço *spot* e futuro, com a mesma taxa de juros livre de risco real anual a ser usada no modelo. O cálculo resultou numa taxa de conveniência real de 1,13% ao ano. Onde:

$$PREÇO FUTURO = PREÇO SPOT e^{(r-\delta)T}$$

$$\delta = r - \frac{\ln\left(\frac{P_{futuro}}{P_{spot}}\right)}{T}$$

Onde:

$\delta$  = Taxa de conveniência

$r$  = Taxa de juros livre de risco

$P_{futuro}$  = Preço do contrato CL12

$P_{spot}$  = Preço do contrato CL1

$T$  = intervalo de tempo entre contratos

Data	CL1 (Us\$/bbl)	CL12 (Us\$/bbl)	$\delta_i$
ago-15	49,20	54,87	-0,0006
jul-15	47,12	53,16	-0,0017
jun-15	59,47	61,99	0,0055
mai-15	60,30	62,60	0,0059
abr-15	59,63	64,00	0,0029
mar-15	47,60	55,98	-0,0054
fev-15	49,76	61,49	-0,0099
jan-15	48,24	58,00	-0,0075
dez-14	53,27	59,97	-0,0015
nov-14	66,15	68,22	0,0065
out-14	80,54	80,20	0,0097
set-14	91,16	87,16	0,0134
ago-14	95,96	92,31	0,0128

jul-14	98,17	92,88	0,0143
jun-14	105,37	97,02	0,0168
mai-14	102,71	93,53	0,0178
abr-14	99,74	91,52	0,0171
mar-14	101,58	92,08	0,0182
fev-14	102,59	92,34	0,0189
jan-14	97,49	88,40	0,0182
dez-13	98,42	91,94	0,0155
nov-13	92,72	90,83	0,0112
out-13	96,38	92,23	0,0133
set-13	102,33	93,63	0,0174
ago-13	107,65	95,39	0,0203
jul-13	105,03	94,41	0,0190
jun-13	96,56	90,26	0,0154
mai-13	91,97	89,17	0,0121
abr-13	93,46	90,20	0,0125
mar-13	97,23	94,03	0,0123
fev-13	92,05	91,62	0,0097
jan-13	97,49	96,45	0,0103
dez-12	91,82	93,19	0,0080
nov-12	88,91	91,85	0,0063
out-12	86,24	89,49	0,0059
set-12	92,19	93,62	0,0079
ago-12	96,47	97,27	0,0085
jul-12	88,06	90,45	0,0069
jun-12	84,96	88,71	0,0054
mai-12	86,53	88,41	0,0073
abr-12	104,87	105,01	0,0092
mar-12	103,02	104,94	0,0076
fev-12	107,07	107,07	0,0093
jan-12	98,48	100,07	0,0078
dez-11	98,83	97,79	0,0103
nov-11	100,36	98,07	0,0114
out-11	93,19	91,96	0,0105
set-11	79,20	81,62	0,0066
ago-11	88,81	91,49	0,0066
jul-11	95,70	100,10	0,0052
jun-11	95,42	100,17	0,0049
mai-11	102,70	105,14	0,0072
abr-11	113,93	113,65	0,0095
mar-11	106,72	107,54	0,0086
fev-11	96,97	101,41	0,0052
jan-11	92,19	99,71	0,0022
dez-10	91,38	94,43	0,0063
nov-10	84,11	86,97	0,0063



out-10	81,43	85,60	0,0048
set-10	79,97	85,54	0,0032
ago-10	71,92	80,05	-0,0004
jul-10	78,95	83,81	0,0039
jun-10	75,63	79,63	0,0046
mai-10	73,97	80,44	0,0017
abr-10	86,15	92,73	0,0026
mar-10	83,76	85,90	0,0070
fev-10	79,66	82,76	0,0058
jan-10	72,89	78,25	0,0028
dez-09	79,36	84,44	0,0037
nov-09	77,28	85,46	0,0002
out-09	77,00	81,86	0,0037
set-09	70,61	75,29	0,0035
ago-09	69,96	75,72	0,0021
jul-09	69,45	77,62	-0,0008
jun-09	69,89	75,14	0,0027
mai-09	66,31	71,19	0,0028
abr-09	51,12	61,07	-0,0069
mar-09	49,66	60,59	-0,0088
fev-09	44,76	54,19	-0,0081
jan-09	41,68	55,89	-0,0174
dez-08	44,60	59,51	-0,0169
nov-08	54,43	65,42	-0,0074
out-08	67,81	74,33	0,0010
set-08	100,64	103,08	0,0071
ago-08	115,46	117,52	0,0077
jul-08	124,08	124,70	0,0088
jun-08	140,00	140,87	0,0087
mai-08	127,35	125,70	0,0105
abr-08	113,46	107,63	0,0141
mar-08	101,58	96,86	0,0136
fev-08	101,84	98,89	0,0120
jan-08	91,75	89,79	0,0113
dez-07	95,98	90,54	0,0146
nov-07	88,71	84,94	0,0132
out-07	94,53	85,84	0,0181
set-07	81,66	75,54	0,0164
ago-07	74,04	70,05	0,0143
jul-07	78,21	73,40	0,0151
jun-07	70,68	72,40	0,0071
mai-07	64,01	68,53	0,0031
abr-07	65,71	71,24	0,0020
mar-07	65,87	69,99	0,0038
fev-07	61,79	67,53	0,0012

jan-07	58,14	63,10	0,0019
dez-06	61,05	67,01	0,0008
nov-06	63,13	69,34	0,0008
out-06	58,73	66,60	-0,0021
set-06	62,91	68,78	0,0012
ago-06	70,26	75,37	0,0029
jul-06	74,40	78,36	0,0046
jun-06	73,93	76,19	0,0066
mai-06	71,29	74,27	0,0056
abr-06	71,88	75,26	0,0051
mar-06	66,63	69,86	0,0050
fev-06	61,41	67,43	0,0008
jan-06	67,92	70,74	0,0056
dez-05	61,04	64,07	0,0049
nov-05	57,32	60,08	0,0050
out-05	59,76	61,16	0,0072
set-05	66,24	66,71	0,0087
ago-05	68,94	68,73	0,0096
jul-05	60,57	63,11	0,0056
jun-05	56,50	58,92	0,0055
mai-05	51,97	52,85	0,0078
abr-05	49,72	52,70	0,0040
mar-05	55,40	55,60	0,0090
fev-05	51,75	49,11	0,0141
jan-05	48,20	45,77	0,0140
dez-04	43,45	41,47	0,0135
nov-04	49,13	45,87	0,0155
out-04	51,76	47,01	0,0181
set-04	49,64	43,27	0,0218
ago-04	42,12	38,78	0,0168
jul-04	43,80	38,97	0,0199
jun-04	37,05	35,05	0,0143
mai-04	39,88	35,33	0,0203
abr-04	37,38	33,02	0,0206
mar-04	35,76	31,55	0,0207
fev-04	36,16	30,86	0,0237
jan-04	33,05	28,70	0,0221
dez-03	32,52	28,45	0,0215
nov-03	30,41	27,02	0,0200
out-03	29,11	26,41	0,0181
set-03	29,20	26,15	0,0193
ago-03	31,57	26,74	0,0244
jul-03	30,54	26,52	0,0221
jun-03	30,19	25,99	0,0229
mai-03	29,56	25,16	0,0240

abr-03	25,80	24,30	0,0147
mar-03	31,04	25,31	0,0279
fev-03	36,60	27,14	0,0365
jan-03	33,51	26,47	0,0307
dez-02	31,20	24,39	0,0317
nov-02	26,89	24,10	0,0193
out-02	27,22	24,06	0,0205
set-02	30,45	24,77	0,0281
ago-02	28,98	25,62	0,0205
jul-02	27,02	24,40	0,0186
jun-02	26,86	24,58	0,0174
mai-02	25,31	23,80	0,0149
abr-02	27,29	24,53	0,0190
mar-02	26,31	24,36	0,0163
fev-02	21,74	21,67	0,0096
jan-02	19,48	20,59	0,0043
dez-01	19,84	20,77	0,0051
nov-01	19,44	20,67	0,0037
out-01	21,18	21,37	0,0085
set-01	23,43	23,17	0,0103
ago-01	27,20	24,88	0,0174
jul-01	26,35	24,08	0,0175
jun-01	26,25	24,92	0,0140
mai-01	28,37	26,09	0,0169
abr-01	28,46	26,22	0,0168
mar-01	26,29	25,04	0,0137
fev-01	27,39	24,94	0,0178
jan-01	28,66	24,50	0,0236
dez-00	26,80	23,83	0,0200
nov-00	33,82	26,62	0,0311
out-00	32,70	26,74	0,0276
set-00	30,84	27,99	0,0181
ago-00	33,12	27,54	0,0261
jul-00	27,43	25,20	0,0170
jun-00	32,50	25,87	0,0300
mai-00	29,01	24,21	0,0257
abr-00	25,74	22,85	0,0201
mar-00	26,90	23,39	0,0220
fev-00	30,43	22,65	0,0361
jan-00	27,64	21,81	0,0308
dez-99	25,60	19,95	0,0320
nov-99	24,59	18,81	0,0337
out-99	21,75	19,45	0,0195
set-99	24,51	19,72	0,0291
ago-99	22,11	19,04	0,0229

jul-99	20,53	18,61	0,0182
jun-99	19,29	18,19	0,0146
mai-99	16,84	16,24	0,0126
abr-99	18,66	16,77	0,0190
mar-99	16,76	15,90	0,0141
fev-99	12,27	13,31	0,0019
jan-99	12,75	13,94	0,0012
dez-98	12,05	13,94	-0,0039
nov-98	11,22	14,68	-0,0151
out-98	14,42	16,11	-0,0008
set-98	16,14	17,05	0,0043
ago-98	13,34	15,65	-0,0052
jul-98	14,21	16,34	-0,0034
jun-98	14,18	16,84	-0,0063
mai-98	15,20	17,46	-0,0033
abr-98	15,39	17,61	-0,0029
mar-98	15,61	17,27	0,0001
fev-98	15,44	17,68	-0,0030
jan-98	17,21	18,33	0,0036
dez-97	17,64	18,64	0,0043
nov-97	19,15	19,44	0,0079
out-97	21,08	20,30	0,0127
set-97	21,18	20,39	0,0128
ago-97	19,61	19,76	0,0086
jul-97	20,14	20,03	0,0098
jun-97	19,80	20,00	0,0084
mai-97	20,88	20,54	0,0108
abr-97	20,21	19,93	0,0106
mar-97	20,41	20,26	0,0100
fev-97	20,30	19,48	0,0130
jan-97	24,15	20,42	0,0246
dez-96	25,92	20,61	0,0301
nov-96	23,75	20,03	0,0248
out-96	23,35	20,05	0,0232
set-96	24,38	19,90	0,0278
ago-96	22,25	18,65	0,0253
jul-96	20,42	17,98	0,0209
jun-96	20,92	17,87	0,0236
mai-96	19,76	17,42	0,0208
abr-96	21,20	18,03	0,0240
mar-96	21,47	17,87	0,0260
fev-96	19,54	17,03	0,0218
jan-96	17,74	16,90	0,0137
dez-95	19,55	17,55	0,0191
nov-95	18,18	17,06	0,0151

out-95	17,64	16,95	0,0129
set-95	17,54	16,92	0,0126
ago-95	17,84	17,20	0,0126
jul-95	17,56	17,25	0,0109
jun-95	17,40	17,20	0,0104
mai-95	18,89	18,21	0,0126
abr-95	20,38	18,41	0,0185
mar-95	19,17	17,87	0,0157
fev-95	18,49	17,74	0,0131
jan-95	18,39	17,87	0,0119

## APÊNDICE C – CÁLCULO PARÂMETROS Qi E VRi

Para considerar o fator de declínio de produção do campo ao longo do tempo devido à exploração do reservatório adota-se procedimento de declínio exponencial para produção (a partir de t=0), conforme equação abaixo. Para representar a perda de valor do Valor Residual de mercado dos equipamentos devido à depreciação<sup>13</sup> ou exaustão de suas condições operacionais considera-se que ao fim do período de análise esse valor residual nada vale, e aplica-se declínio linear ao longo do tempo a partir do valor inicial (em t=0).

$$Q_i = Q_{i-1}e^{-\lambda.\Delta t}$$

Onde:

$\lambda$  = Taxa de declínio

Período	Qi (MM bbl/ano)	VRi (MM Us\$)
0	10,00	750,00
1	9,92	743,75
2	9,83	737,50
3	9,75	731,25
4	9,67	725,00
5	9,59	718,75
6	9,51	712,50
7	9,43	706,25
8	9,36	700,00
9	9,28	693,75
10	9,20	687,50
11	9,12	681,25
12	9,05	675,00
13	8,97	668,75
14	8,90	662,50
15	8,82	656,25
16	8,75	650,00
17	8,68	643,75
18	8,61	637,50
19	8,54	631,25

<sup>13</sup> A depreciação aqui nada tem a ver com depreciação contábil, mas com consideração da perda de valor e exaustão dos equipamentos implícitos no Valor Residual.

20	8,46	625,00
21	8,39	618,75
22	8,32	612,50
23	8,26	606,25
24	8,19	600,00
25	8,12	593,75
26	8,05	587,50
27	7,99	581,25
28	7,92	575,00
29	7,85	568,75
30	7,79	562,50
31	7,72	556,25
32	7,66	550,00
33	7,60	543,75
34	7,53	537,50
35	7,47	531,25
36	7,41	525,00
37	7,35	518,75
38	7,29	512,50
39	7,23	506,25
40	7,17	500,00
41	7,11	493,75
42	7,05	487,50
43	6,99	481,25
44	6,93	475,00
45	6,87	468,75
46	6,82	462,50
47	6,76	456,25
48	6,70	450,00
49	6,65	443,75
50	6,59	437,50
51	6,54	431,25
52	6,48	425,00
53	6,43	418,75
54	6,38	412,50
55	6,32	406,25
56	6,27	400,00
57	6,22	393,75
58	6,17	387,50
59	6,12	381,25
60	6,07	375,00
61	6,01	368,75
62	5,97	362,50
63	5,92	356,25
64	5,87	350,00

65	5,82	343,75
66	5,77	337,50
67	5,72	331,25
68	5,67	325,00
69	5,63	318,75
70	5,58	312,50
71	5,53	306,25
72	5,49	300,00
73	5,44	293,75
74	5,40	287,50
75	5,35	281,25
76	5,31	275,00
77	5,26	268,75
78	5,22	262,50
79	5,18	256,25
80	5,13	250,00
81	5,09	243,75
82	5,05	237,50
83	5,01	231,25
84	4,97	225,00
85	4,92	218,75
86	4,88	212,50
87	4,84	206,25
88	4,80	200,00
89	4,76	193,75
90	4,72	187,50
91	4,68	181,25
92	4,65	175,00
93	4,61	168,75
94	4,57	162,50
95	4,53	156,25
96	4,49	150,00
97	4,46	143,75
98	4,42	137,50
99	4,38	131,25
100	4,35	125,00
101	4,31	118,75
102	4,27	112,50
103	4,24	106,25
104	4,20	100,00
105	4,17	93,75
106	4,13	87,50
107	4,10	81,25
108	4,07	75,00
109	4,03	68,75



110	4,00	62,50
111	3,97	56,25
112	3,93	50,00
113	3,90	43,75
114	3,87	37,50
115	3,84	31,25
116	3,80	25,00
117	3,77	18,75
118	3,74	12,50
119	3,71	6,25
120	3,68	0,00