

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA - CCT
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - LEPROD

LEONARDO DO ESPÍRITO SANTO FRANCISCO

**CONTRIBUIÇÃO PARA ANÁLISE DOS CUSTOS NO TRATAMENTO DA ÁGUA
UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY: UM MODELO PARA O
GERENCIAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ
14 DE JULHO DE 2016**

LEONARDO DO ESPÍRITO SANTO FRANCISCO

**CONTRIBUIÇÃO PARA ANÁLISE DOS CUSTOS NO TRATAMENTO
DA ÁGUA UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY: UM
MODELO PARA O GERENCIAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientadora: Gudelia Guillermina Morales de Arica, D.Sc.

Gudelia Guillermina Morales de Arica. Dsc – UENF/CCT/LEPROD

José Ramón Arica Chávez. Dsc – UENF/CCT/LEPROD

Luiz Henrique Zeferino. Dsc – UENF/CCT/LEPROD

Marcus Vinícius da Silva Sales. Dsc – Estácio de Sá

**CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ
14 de Julho de 2016**

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, fonte de toda a ciência e sabedoria, por ter me guiado e permitido a conclusão desse objetivo.

À minha família, por ter me ajudado, me incentivado, e me dado suporte para que eu pudesse ter condições de realizar este feito.

Aos Professores do curso de Mestrado em Engenharia de Produção, que de forma muito positiva contribuíram com essa realização, ao compartilhar seus valiosos conhecimentos.

Aos Professores membros da banca, que de muito bom grado aceitaram contribuir de forma efetiva com este trabalho. Em especial, gostaria de agradecer à Professora Gudelia, por ter aceitado me orientar e por ter cumprido eficientemente este papel, estando sempre disponível para me ajudar no que fosse preciso, sempre com muita paciência, competência e otimismo.

RESUMO

A água doce é um dos recursos naturais essenciais a sobrevivência humana, mas tem sofrido uma sobrecarga de utilização, em nível global, além de não ser distribuída equitativamente na superfície terrestre. Adicionalmente, apresenta o problema da escassez, que contribui negativamente com a disponibilidade do recurso, evidenciando assim a crise da água. Neste cenário, surge então a necessidade de se gerenciar de maneira eficaz esse recurso que é tão importante, mas que apresenta fortes componentes de incertezas, tanto em relação à oferta quanto à demanda. Um importante objeto do gerenciamento é o tratamento químico pela qual a água passa para que se torne adequada para o consumo, pois este corresponde ao segundo maior custo nas estações de tratamento de água, após apenas a despesas envolvendo recursos humanos, materiais e serviços, que inclui a energia elétrica. Sendo assim, o presente trabalho desenvolve um modelo de Programação Linear Fuzzy, que é eficiente em trabalhar com incertezas, para auxiliar no gerenciamento dos recursos hídricos, considerando os custos com produtos químicos usados no tratamento da água na cidade de Campos dos Goytacazes, em conjunto com a utilização do aplicativo livre R, expandido para calcular soluções a modelos de otimização linear difusa. Este modelo apresentou uma redução dos custos em 9,8% em relação ao modelo de Programação Linear Clássico. Conclui-se então que o trabalho desenvolvido serve de ponto de partida para uma análise mais minuciosa sobre o impacto dos custos numa estação de tratamento da água.

Palavras chave: Gerenciamento de custos; Tratamento de água; Estresse hídrico; Otimização Linear Fuzzy em R.

ABSTRACT

Fresh water is a natural resource essential to human survival, but has suffered an overload of use, globally, in addition to being evenly distributed in the earth's surface. In addition, it presents the problem of scarcity that contributes negatively to the availability of the resource, thus showing the water crisis. In this scenario, so there is a need to effectively manage this resource that is so important, but it has strong components of uncertainty, both in terms of supply and demand. An important object management is chemical treatment in which water passes to become suitable for consumption because this is the second largest cost in water treatment plants after only expenses for human resources, materials and services, It includes electricity. Thus, this paper develops a model of Linear Programming Fuzzy, which is efficient in working with uncertainty, to assist in the management of water resources, considering the cost of chemicals used in water treatment in the city of Campos dos Goytacazes, together using the R free application, the expanded solutions diffuse to calculate linear optimization models. This model showed a reduction in cost by 9.8% compared to Standard linear programming model. It follows then that the work is the starting point for a more thorough analysis of the impact of the costs of a water treatment plant.

Keywords: Cost Management; Water treatment; Hydrical Stress; R-Fuzzy Linear Optimization.

Índice de figuras

Figura 1: Lógica Tradicional x Fuzzy. Fonte: Adaptado de Zuffo (2010).....	17
Figura 2: Função de Pertinência Triangular. Fonte: Adaptado de Fullér (2010).....	19
Figura 3: Função de pertinência trapezoidal. Fonte: Adaptado de Fullér (2010).....	19
Figura 4: Sistema de Inferência Fuzzy. Fonte: Santos (2012).....	20
Figura 5: Solução do Problema linear Fuzzy. Fonte: Adaptado de Fullér (2010).....	22
Figura 6: Volume mínimo distribuído pelos sistemas. Fonte: Rodela (2014).....	33
Figura 7: Caixa de diálogo R.....	60
Figura 8: Lista de pacotes do R.....	60

Índice de tabelas

Tabela 1: Custos de Energia e de tratamento em cada sistema de abastecimento. Resultado das tabelas 4 e 5 de Rodela (2014).....	29
Tabela 2: Possibilidade de distribuição dos sistemas integrados.....	30
Tabela 3: Volume máximo produzido pelos sistemas integrados.....	31
Tabela 4: Variáveis de decisão do modelo teste padrão proposto.....	36
Tabela 5: Alocação ótima entre Janeiro e Junho. Adaptado de Rodela (2014).....	37
Tabela 6: Alocação ótima entre Julho e Dezembro. Adaptado de Rodela (2014).....	38
Tabela 7: Variáveis de decisão do modelo fuzzy proposto.....	39
Tabela 8: Variáveis fuzzy da terceira versão do modelo.....	41
Tabela 9: Características dos Sistemas de abastecimento de Campos.....	43
Tabela 10: Formas de tratamento e habitantes atendidos pelos sistemas.....	43
Tabela 11: Relação entre variáveis de decisão e sistemas.....	45
Tabela 12: Variáveis de decisão do modelo crisp proposto.....	49
Tabela 13: Variáveis de decisão do modelo fuzzy proposto.....	51

Sumário

CAPÍTULO I.....	9
INTRODUÇÃO.....	9
CAPÍTULO II.....	13
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
CAPÍTULO III.....	18
METODOLOGIA.....	18
3.1 - LÓGICA FUZZY	18
3.1.1 – VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS.....	19
3.1.2 – FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA.....	19
3.1.3 – SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY	21
3.2 – PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY	22
3.2.1 – ABORDAGEM DE ZIMMERMANN PARA SOLUCIONAR A PLF.....	24
3.3 – PLF E ALOCAÇÃO DA ÁGUA.....	26
CAPÍTULO IV.....	29
TESTES NUMÉRICOS.....	29
4.2 MODELO FUZZY PARA O TRABALHO DE RODELLA (2014).....	39
4.3 SEGUNDA VERSÃO DO MODELO FUZZY PARA O TRABALHO DE RODELLA (2014).....	41
CAPÍTULO V.....	43
MODELO PARA O CASO DE CAMPOS DOS GOYTACAZES.....	43
5.1 – ANTECEDENTES DA FORMULAÇÃO.....	46
5.2 – MODELO CLÁSSICO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA O PROBLEMA.....	49
5.3 – RESULTADOS E ANÁLISES DO MODELO CRISP.....	49
5.4 – O MODELO FUZZY.....	51
CAPÍTULO IV.....	55
CONCLUSÕES.....	55
REFERÊNCIAS.....	57
APÊNDICE I: ORIENTAÇÕES SOBRE O AMBIENTE R.....	62
APÊNDICE II: FORMULAÇÕES DO MODELO DE TESTE NO “R” BASEADO EM RODELLA (2014).....	66
APÊNDICE III – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE FEITA NO LINDO 6.1.....	69
APÊNDICE IV - FORMULAÇÕES DO MODELO PROPOSTO UTILIZANDO O “R”.....	73
ANEXO I – BAIRROS ATENDIDOS PELAS ESTAÇÕES DE TRATAMENTO DE ÁGUA. (Extraído de Águas do Paraíba, 2015).....	77

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas, que tem demandado muita preocupação nos dias atuais se diz respeito ao uso dos recursos naturais disponíveis em nosso planeta, visto que a utilização destes tem sido muito grande ultimamente.

Um dos recursos naturais essenciais à sobrevivência humana e da maior parte dos seres vivos é a água. Esta, como outros recursos, tem sofrido uma sobrecarga de utilização em nível global. Isto se deve ao fato que a água é utilizada não só para atender as necessidades básicas da população, mas também para uma série de atividades, incluindo o agronegócio, como a irrigação extensiva de regiões semiáridas e processos industriais, como a produção de alumínio e aço, que exigem a construção de barragens para usinas hidrelétricas (AUGUSTO et. al., 2012).

Segundo Augusto et. al (2012), ainda que a disponibilidade de água no planeta aumente, não é possível a garantia da equidade de distribuição deste recurso para a população humana, visto que há um contraste presente na desigualdade de distribuição de recursos hídricos, considerando as diferenças populacionais. Por exemplo, o continente mais populoso, a Ásia, que contém 59,8% dos habitantes no mundo, dispõe de apenas 31,6% da água doce disponível no planeta; enquanto que as Américas, que apresenta 13,6% da população mundial, conta com 41% da água disponível. Porém esta desigualdade não existe só em nível mundial. Um grande exemplo é o Brasil, que além de ter 12% de toda a água doce do planeta, apresenta 70% desta no local de menor densidade populacional do país, bacia amazônica, contrastando com a região mais árida, nordeste, que possui apenas 5% da água doce disponível (AUGUSTO et. al., 2012).

Para Tundisi (2008), vivemos uma “crise da água” que é motivada, principalmente, pela escassez, que pode ser oriunda de alterações na disponibilidade, aumento da demanda, além de períodos intensos de seca. Isso faz com que a característica do abastecimento hídrico apresente um componente muito forte de incertezas.

Acselrad, Azevedo e Johnsson (2015), em um estudo no estado do Rio de Janeiro, comentam que um dos maiores desafios para a gestão atual é induzir maior racionalidade ao uso da água por parte dos serviços de abastecimento público em regiões caracterizadas por

escassez crônica. Quando o cenário em questão apresenta escassez de água, constitui-se como necessária a implantação de políticas públicas, a fim de se permitir um melhor gerenciamento do recurso, focando na oferta e demanda de água, com o objetivo de se manter os níveis adequados para todos os fins aos quais esta é compartilhada (CHAIB et. al, 2015).

A água deve ser garantida para todos os centros urbanos brasileiros de maneira prioritária, pois está ligada diretamente às necessidades básicas dos habitantes, além de ser um fator estratégico, levando em consideração as perspectivas de desenvolvimento do país. Outro fator importante é que a procura pela água ao longo dos anos tem diminuído a quantidade per capita desta, assim como sua qualidade, fazendo com que se gerem conflitos, pois a água de qualidade inferior não pode ser utilizada livremente para consumo, produção ou lazer (BICUDO; TUNDISI e SCHEUENSTUHL, 2010).

Tendo em vista o cenário crítico em que se encontram os recursos hídricos, surge então a necessidade de se gerenciar de maneira eficaz esse recurso que é tão importante e que apresenta muita incerteza tanto em relação à oferta quanto à demanda. Propiciar um bom gerenciamento da água trará consigo a diminuição de muitos problemas, sendo estes: consumo exagerado de água; falta de qualidade no produto final; ausência de consciência ambiental e altos custos de operação e manutenção do sistema (PAULINO, 2005). E, por exemplo, a melhora da gestão do recurso na agricultura, pode resultar na produção de mais alimentos com a mesma quantidade de água utilizada (JÄGERMEYR et. al., 2016).

Tundisi (2013), ressalta a importância da gestão dos recursos hídricos no desenvolvimento territorial e econômico, sendo assim, esta se torna um componente estratégico de grande relevância, pois à medida que a economia se modifica, maior deve ser o esforço em se gerenciar a escassez de água e o compartilhamento desta para vários usuários.

A garantia hídrica no Brasil, segundo Atlas Brasil (2010), está diretamente ligada a algumas situações que se devem superar. Estas situações dizem respeito a quantidade insuficiente de oferta de água para o atendimento da demanda; abastecimento intermitente, gerado pela quantidade inferior à demanda estabelecida; ocorrência de águas poluídas, que pode ser provocada por descuidos nos sistemas de coleta e de tratamento de esgotos sanitários e de outras medidas de proteção de mananciais; e conflitos existentes e potenciais pelo uso da água, ligados a sistemas e mananciais que suprem a mais de um município ou setor usuário.

Os serviços de águas urbanas disponibilizadas pelos municípios devem conter:

abastecimento de água; esgotamento e tratamento de esgoto; drenagem e resíduos sólidos. Porém, o problema se encontra no fato de que estes itens têm sido gerenciados de forma isolada. Sendo assim, os resultados são pobres e ineficientes, visto que, não existe uma integração entre os serviços ou um órgão responsável por desempenhar esta função (BICUDO, TUNDISI e SCHEUENSTUHL, 2010).

Com relação à oferta de água no Brasil, a população é abastecida tanto por águas superficiais quanto por águas subterrâneas. A proporção do abastecimento entre estas duas fontes vai depender de questões relacionadas a disponibilidade, além das capacidades técnicas, institucionais e financeiras (Atlas Brasil, 2010). Considerando todos os municípios situados no território brasileiro, 47% destes são abastecidos apenas por mananciais superficiais, 39% exclusivamente por mananciais subterrâneos e 14% pela combinação de ambos.

Fica evidente que a questão da disponibilidade de água no Brasil apresenta forte incerteza, devido aos vários fatores expostos anteriormente, tendo como principal causa a ocorrência de longos períodos de secas, o que proporciona, em muitas das vezes, um abastecimento crítico de água, fazendo com que se deva analisar de maneira estratégica a distribuição de forma justa deste recurso, que é essencial à vida humana e a muitos processos.

O objetivo da presente pesquisa foi formular um modelo de Programação Linear Fuzzy (PLF) de modo a representar o problema de custos da distribuição de água para quinze zonas de demanda da cidade de Campos dos Goytacazes, no Norte-fluminense. A divisão foi feita pela empresa de tratamento de água. Nele foram consideradas incertezas nos parâmetros de demanda. Este problema foi previamente tratado via um modelo de Programação Linear tradicional, que serviu de base para introduzir a análise das incertezas dos dados, foco da pesquisa, que será chamado de modelo clássico ou *crisp*.

No início do capítulo foram expostas as preocupações com a escassez de água no Brasil, e da necessidade de pensar em uma gestão da água, voltada ao aumento da eficiência do sistema de abastecimento, distribuição equitativa, bem como no tratamento e reutilização dos efluentes residenciais e industriais. Então, nesta dissertação essas são justificativas para a abordagem do problema de custos para o tratamento e alocação de água, resultam do reconhecimento do risco da escassez de água doce (ou estresse hídrico) devido a vários fatores, entre eles o crescimento demográfico e de produção industrial, o aumento da poluição e a mudança climática, (PNUMA,2002).

No próximo Capítulo, o Capítulo II, titulado Revisão Bibliográfica, se detalha de forma sucinta e necessária as etapas do procedimento para o tratamento das fontes de água doce que a tornarão potável para o consumo. A partir destas etapas podem-se identificar as incertezas associadas as variáveis utilizadas nos modelos formulados. Também são resumidos alguns trabalhos que iniciaram o tratamento do problema com a lógica Fuzzy ou lógica Difusa e que serviram de fundamento para a presente pesquisa.

O Capítulo III apresenta os componentes da lógica fuzzy e as etapas da formulação de um modelo de Programação Linear Fuzzy. Também apresenta a relação entre a Programação Linear Fuzzy e problemas de alocação de água.

No Capítulo IV são apresentadas as informações relevantes: comandos e sintaxe para trabalhar com o sistema computacional *RStudio*, para os cômputos necessários com os dados.

O capítulo V apresenta as conclusões do trabalho, após realizado o que foi proposto ao longo da dissertação e já de posse dos resultados do modelo, que foi baseado em um caso real de distribuição de água de um município. Além disso, são consideradas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É de fundamental importância a utilização de técnicas que venham a contribuir com a correta gestão dos recursos hídricos, de forma a garantir que este seja distribuído de maneira eficaz e igualitária para as partes demandantes, levando em consideração as incertezas presentes no processo.

Essas incertezas podem ser tratadas de algumas formas. Dentre estas, estão as abordagens fuzzy e estocástica. A abordagem estocástica, que não será o foco deste trabalho, trata de problemas de otimização cuja incerteza é considerada como um evento aleatório, sendo representada através de uma distribuição probabilística. Enquanto que na lógica fuzzy, a incerteza é considerada como um dado impreciso e tratada por números fuzzy, cujos parâmetros permitem determinada violação (RIBAS, 2008; TIBIRIÇÁ, NASSAR, 2003).

Funiber (2016) destaca a importância de se adotar técnicas para otimizar as atividades relacionadas a gestão da água, considerando as particularidades locais de cada região, tornando assim a otimização uma ferramenta muito importante no auxílio do problema em questão.

Carvalho et. al. (2009) ressaltam que o problema de gerenciamento da água está relacionado à complexidade gerada por fatores como: incertezas hidrológicas, incertezas da demanda e a grande quantidade de variáveis relacionadas a processos físicos, químicos e biológicos. Um dos motivos que contribui para esta complexidade é o processo com que a água tem que passar para que seja considerada ideal para consumo, pois a água sem tratamento pode causar doenças graves, ficando a cargo do ministério da saúde a fiscalização do fornecimento adequado do recurso (CESAN, 2013).

Isto se justifica pelo fato de que a água, geralmente, apresenta impurezas que podem estar no formato gasoso, líquido e também podem estar representadas por partículas sólidas, que podem ou não estar visíveis a olho nu (RECESA, 2008). Esta água é captada diretamente de rios e lagoas e é conhecida comumente como água doce, e tecnicamente como água bruta.

Segundo Cesan (2013) e Recesa (2008) a água pode passar por até sete etapas para que possa ser considerada apta para o consumo humano ou potável. Essas etapas e suas

respectivas descrições são as seguintes:

- Coagulação: tem por objetivo aglomerar as partículas de impurezas presentes na água de forma que estas se unam umas as outras, facilitando assim a extração dos mesmos nas etapas posteriores. Para que isto ocorra, é necessário que se adicione substâncias químicas na água, podendo estas ser: Sulfato de Alumínio; Cloreto de Polialuminio (PAC); Sulfato Férrico e Cloreto Férrico.
- Floculação: nesta etapa, as partículas aglomeradas são processadas para que formem flocos. Isto ocorrerá nos floculadores que podem ser divididos em: câmaras; mecânicos ou hidráulicos.
- Decantação: é um processo que visa a remoção dos flocos formados na etapa anterior, de forma que a água e os flocos sejam encaminhados para o tanque de decantação, onde os flocos ficarão depositados no fundo deste, facilitando assim sua retirada.
- Filtração: tem por objetivo a remoção das partículas de impurezas que não foram extraídas na fase de decantação. Essa remoção ocorre através da formação de barreiras de areia, pedras e antrácito, submetendo assim a passagem da água por esta.
- Desinfecção: nesta etapa, são eliminados os microrganismos patogênicos que não tenham sido retirados por meio dos processos anteriores. Para isto, adicionam-se substâncias químicas na água, tais como: Cloro Gasoso; Hipoclorito de Cálcio; Hipoclorito de Sódio; Dióxido de Cloro; Ozônio e Radiação Ultravioleta.
- Fluoretação: é um processo que visa aumentar a concentração de flúor no sangue e na saliva, protegendo os dentes contra as cáries, visto que as bactérias presentes nas placas dentárias produzem ácidos que deixam os dentes vulneráveis. Neste processo, como o próprio nome já sugere, são adicionadas substâncias químicas à base de flúor, que podem ser: Ácido Fluossilícico e Fluorsilicato de Sódio.
- Correção do pH: esta etapa deve ser realizada apenas quando for necessária, ou seja, quando o pH estiver fora do intervalo compreendido entre os limites 6 e 9,5. Neste caso, são adicionados produtos químicos para realização desta correção, que pode ser a Cal virgem ou hidratada. Caso a água esteja dentro dos limites permitidos, esta etapa não precisa ser feita.

Como visto previamente, a água passa por algumas etapas que necessitam de produtos químicos. Estes produtos químicos podem ser utilizados em maior ou em menor quantidade.

Isto depende da qualidade apresentada pela água captada das fontes. É de fundamental importância saber a qualidade da água bruta a ser tratada pelas estações responsáveis por este serviço, pois este fator vai servir de base para definir o tipo de tecnologia a ser utilizada para fins de adequação da água para abastecimento público, assim como auxilia na avaliação do desempenho da própria estação (OLIVEIRA et. al, 2014).

Quanto mais limpa é a água bruta, menor é a quantidade de substâncias químicas utilizadas no processo de tratamento desta. Porém, se esta água apresenta muitas impurezas, é necessária uma grande quantidade dessas substâncias para que se chegue à qualidade ideal para este recurso, gerando resíduos, como o lodo, que devem ser dispostos da forma correta (KATAYAMA et. al, 2015). Este fato está diretamente ligado ao custo necessário para o tratamento da água, porque quanto maior a quantidade de substâncias químicas aplicadas para o tratamento deste recurso, mais custoso será para a companhia de abastecimento hídrico, o que fará com que o custo seja repassado para o consumidor.

Segundo Silva, Lucas e Teixeira (2012), o custo com produtos químicos é a segunda maior despesa na operação de uma estação de tratamento de água, apresentando assim uma porcentagem de 26% dos custos totais, sendo menor apenas que as despesas envolvendo recursos humanos, materiais e serviços. Este custo está presente tanto no tratamento convencional quanto no não convencional.

Sousa, Monteiro e Silva (2012) comentam que o tratamento convencional é, acompanhado de filtração direta, o processo mais utilizado para tratamento de água no Brasil. Este processo tem um custo considerável, pois utiliza-se de todas as fases do tratamento de água descritas anteriormente: coagulação; floculação; decantação; filtração; desinfecção; fluoretação e correção de pH. Este processo é também conhecido como tratamento completo.

Além do tratamento convencional, pode ser feito um tratamento de água que apresente menos fases. Neste caso, é comum utilizar sempre as etapas de desinfecção e fluoretação (RECESA, 2008). Obviamente, este tipo de tratamento, também conhecido como não convencional, é mais barato que o completo.

Segundo Bicudo, Tundisi e Scheuenstuhl (2010), o país apresenta sérios problemas relacionados a diagnóstico e gestão dos recursos hídricos, apesar de possuir 14% da água doce de todo o planeta. É sugerida então uma parceria entre gestores e pesquisadores fazendo com que a ciência, a tecnologia e a inovação sejam utilizadas no processo de eficiência da gestão

da água.

Além do tratamento de purificação da água, deve-se ter preocupação com o correto descarte dos resíduos deixados por este processo, visto que no Brasil a quantidade gerada destes resíduos não é bem dimensionada e o destino final destes não tem sido direcionado de forma correta, implicando diretamente nos indicadores de gestão dos recursos hídricos (ACHON, BARROSO e CORDEIRO, 2013).

No trabalho de Scaratti, Michelon e Scaratti (2013) é apresentado um modelo de avaliação da eficiência da gestão dos serviços municipais de abastecimento de água potável e de esgotamento utilizando o método de Analise Envoltória de Dados, (DEA- *Data Envelopment Analysis*). O estudo foi realizado sobre um total de 53 municípios brasileiros com infraestrutura instalada para o abastecimento de água e esgotamento sanitário, considerando indicadores de desempenho relativos à perspectiva de clientes, do mercado, conformidade dos produtos e a situação econômica financeira. Sob os critérios avaliados, chegaram à conclusão que a maioria dos municípios avaliados apresentou uma gestão ineficiente.

Inserido na área de Otimização encontra-se a Programação Linear Fuzzy, que também poderia ser chamada de Otimização Linear Difusa. Esta modelagem tem sido utilizada para tratar problemas de várias naturezas que envolvem incertezas e imprecisões na aferição dos parâmetros associados. Dentre estes problemas, se encontra a alocação de água para vários usuários. As incertezas contempladas, são inerentes ao processo, por exemplo, as receitas esperadas e os parâmetros nas restrições (TSAKIRIS, SPILIOTS, 2004).

A Programação Linear Fuzzy é fundamentada num processo que envolve componentes como: funções de pertinência, variáveis linguísticas e regras de inferência. Os dados referentes ao processo são obtidos através de um conhecedor do sistema em questão e então são convertidos em funções Fuzzy. Essas funções são utilizadas na resolução do problema e ao final do processo os valores apresentam as características do problema real. A seção 3.1 deste trabalho descreve os componentes citados.

Canavese, Ortega e Giatti (2013), ressaltam que a lógica fuzzy precisa ser mais explorada, pois é uma ferramenta que possibilita a ação de uma análise em vários meios e que pode retratar a realidade presente no campo de saúde ambiental. Essa exploração é feita nas seções seguintes.

Ao usar conceitos da Programação Linear Fuzzy, incorporam-se as incertezas reconhecidas pelo(s) tomador(es) de decisão e resolve-se o modelo através de métodos tradicionais de programação matemática, neste caso da programação linear tradicional.

Este trabalho inicia-se com o estudo relacionado aos componentes da lógica fuzzy. Em seguida, busca-se a compreensão dos princípios da Programação Linear Fuzzy, apresentando como as características desta técnica são abordadas em um modelo de programação linear. E por fim, o presente trabalho formula um modelo de Programação Linear Fuzzy para alocação de água, considerando apenas os custos com produtos químicos utilizados no tratamento, de forma que se chegue à minimização destes, obtendo a solução ótima do modelo, considerando as incertezas incluídas no problema de distribuição de água doce em Campos dos Goytacazes, na região Norte-Fluminense. Este modelo foi trabalhado no software aberto e livre Rstudio, onde se calcula a solução ótima, considerando a implementação feita por Villacorta et. al. (2014) que introduz rodadas em fuzzy.

Em seguida, no Capítulo III são apresentados os componentes da lógica fuzzy e as etapas da formulação de um modelo de Programação Linear Fuzzy. Também apresenta-se a relação entre a Programação Linear Fuzzy e problemas de alocação de água.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Este capítulo mostra as ferramentas utilizadas em problemas que possuem caráter nebuloso, o que é vital para a realização do trabalho proposto. Inicialmente, na Seção 3.1, é apresentada a lógica Fuzzy acompanhada de seus componentes básicos, que são: variáveis linguísticas; funções de pertinência e sistemas de inferência. Em seguida, na Seção 3.2, é exibido o conceito de Programação Linear Fuzzy e a abordagem que será tratada nesta dissertação (Zimmermann). E por último, na Seção 3.3, o problema de alocação de água é tratado diretamente considerando a abordagem de Programação Linear Fuzzy.

3.1 - LÓGICA FUZZY

Nos problemas do mundo real, ao representá-los utilizando conjuntos ou funções, nem sempre é possível definir com precisão, quais elementos pertencem a que conjuntos. Por exemplo, não existe ao certo uma altura a partir da qual se pode definir um homem como “alto”, pois essa classificação vai depender da percepção de cada pessoa que analisa. Quando se usa a função característica de um conjunto A crisp, que é definida como sendo, $c_A(x) = \begin{cases} 1, \text{ caso } x \in A \\ 0, \text{ caso } x \notin A \end{cases}$, ela não ajuda para informar o quanto, um elemento x está próximo do conjunto A . Outro exemplo pode ser visto na Figura 1, onde na imagem da esquerda pode-se ver nitidamente a definição das cores, porém na imagem da direita, isto não é possível, pois esta apresenta um grau de imprecisão na definição das cores. Este é um exemplo que ilustra a diferença entre a lógica tradicional, onde as transições são bem definidas e a lógica fuzzy, que apresenta imprecisão.

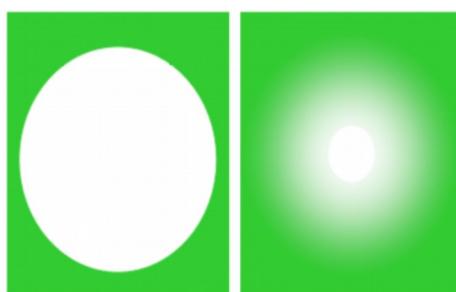


Figura 1: Lógica Tradicional x Fuzzy.
Fonte: Adaptado de Zuffo (2010)

Segundo Zuffo (2010), a lógica fuzzy pode ser definida como uma classe em que não há transição definida entre um elemento que pertence e um que não pertence a um conjunto. A seguir será apresentado a descrição de componentes importantes da lógica fuzzy, que são: variáveis linguísticas; funções de pertinência e sistemas de inferência.

3.1.1 – VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS

Variáveis linguísticas são aquelas em que os valores são sentenças em uma linguagem natural ou artificial. Por exemplo, a variável linguística “altura” pode assumir valores como “alto”, “não alto”, “muito alto”, “muitíssimo alto”, etc. (ZADEH, 1973).

Estas variáveis possuem a característica de seus valores poderem ser acompanhados de modificadores e quantificadores como: “muito”, “mais ou menos”, “pouco”, “vários”, “usualmente”, “frequentemente”, etc (GOMIDE; GODWIN, 1994)

A definição das variáveis linguísticas vai depender do conhecimento do especialista, ou seja, da pessoa que conhece com propriedade o processo que está sendo analisado. O comportamento dos valores retirados de uma situação real, chamada de valores *crisp* dessas variáveis linguísticas vai obedecer a uma função chamada função de pertinência, definida a seguir.

3.1.2 – FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA

Uma função de pertinência representada por $A(t)$, segundo Fullér (2010), é uma função em que suas imagens assumem valores que devem estar compreendidos no intervalo $[0, 1]$, com pré-imagens t pertencendo a um subconjunto A de um espaço de estudo ou universo em estudo (por exemplo, $A \subset \mathbb{R}^n$).

As funções de pertinência mais utilizadas na abordagem fuzzy são as triangulares e as trapezoidais (CREMASCO; FILHO; CATANEO, 2010).

As funções de pertinência triangulares, quando o conjunto $A \subset \mathbb{R}$, apresentam o comportamento definido mediante a função $A(t)$, Relação (1), e podem ser representadas como na Figura 2.

$$A(t) = \begin{cases} 1 - \frac{a-t}{\alpha}, & \text{se } a-\alpha \leq t \leq a \\ 1 - \frac{t-a}{\beta}, & \text{se } a \leq t \leq a+\beta \\ 0, & \text{outrocasos} \end{cases} \quad (1)$$

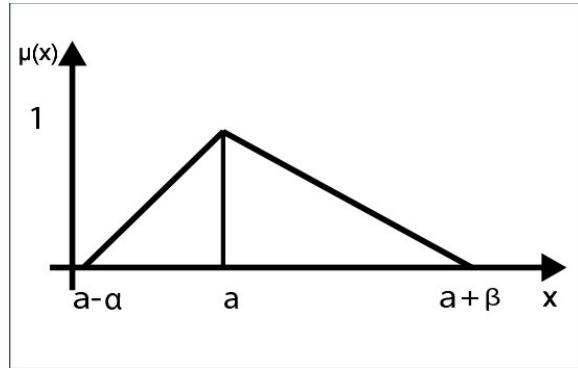


Figura 2: Função de Pertinência Triangular. Fonte:
Adaptado de Fullér (2010)

A notação para funções de pertinência triangulares é: (a, α, β) , onde, a é o ponto no qual a função assume o ponto mais alto, também conhecido como ponto de pico, α é a largura à esquerda e β é a largura à direita, com $\alpha, \beta > 0$. Esta função pode ser interpretada como sendo um o número fuzzy de x que é aproximadamente igual ao número a .

As funções de pertinência trapezoidais, cuja gráfica relativa a um conjunto $A \subset \mathbb{R}$ é apresentada na Figura 3, obedecem a formulação apresentada na Relação (2):

$$A(t) = \begin{cases} 1 - \frac{a-t}{\alpha}, & \text{se } a-\alpha \leq t \leq a \\ 1, & \text{se } a \leq t \leq b \\ 1 - \frac{t-b}{\beta}, & \text{se } a \leq t \leq b+\beta \\ 0, & \text{outrocasos} \end{cases} \quad (2)$$

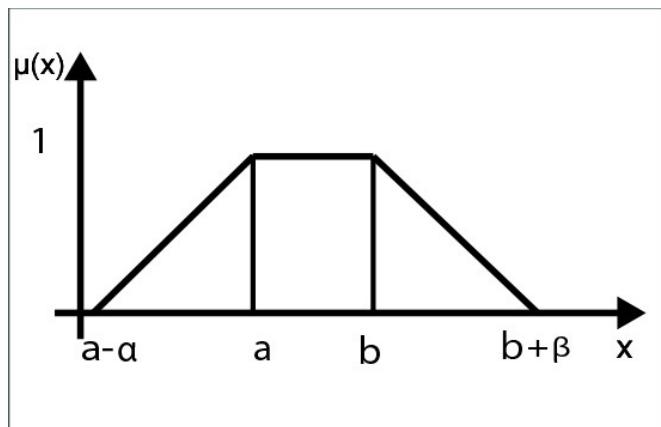


Figura 3: Função de pertinência trapezoidal. Fonte:
Adaptado de Fullér (2010)

A notação das funções de pertinência trapezoidais é: (a, b, α, β) , onde $[a, b]$ é o intervalo dos pontos de pico conhecido como intervalo de tolerância, com largura à direita α e largura à esquerda β . Esta função pode ser interpretada como sendo um elemento x está aproximadamente num intervalo $[a, b]$.

3.1.3 – SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY

O sistema de inferência fuzzy utiliza a lógica fuzzy, para determinar quais decisões serão tomadas, mediante uma entrada qualquer. Estas decisões são tomadas a partir de regras formuladas previamente, que são baseadas no conhecimento de um especialista sobre o processo. Lima e Francisco (2010) elaboram um sistema de inferência para tomada de decisões em um problema real.

Para que as inferências ou regras fuzzy sejam realizadas, é necessário que todos os dados de entrada sejam fuzzy. Consequentemente, as informações de saída do sistema de inferência fuzzy também serão de características fuzzy. Porém, os dados do sistema em análise são *crisp* (ou determinísticos) e não fuzzy. Logo, deve-se, primeiramente, converter os dados crisp em fuzzy (etapa conhecida como fuzzificação). Depois dos dados terem sido fuzzificados, as regras são formuladas (etapa de inferência), produzindo assim uma saída fuzzy. Essas saídas precisam ser defuzzificadas (etapa de defuzzificação), visto que elas representam valores determinísticos referente ao processo em análise. A Figura 4 apresenta de forma resumida o sistema de inferência fuzzy.

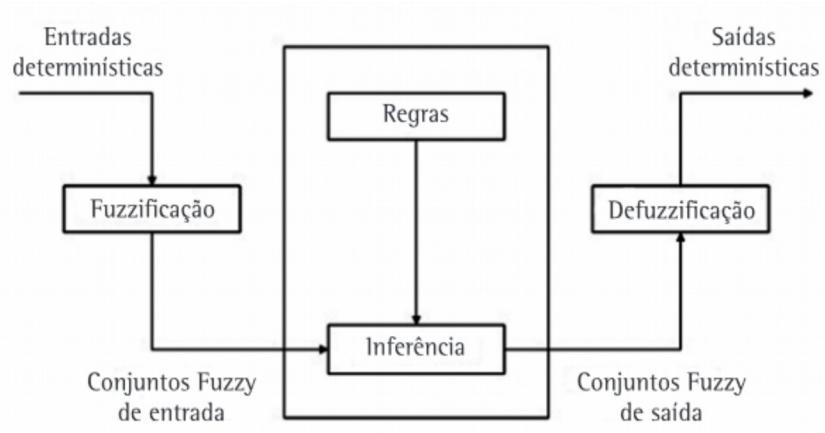


Figura 4: Sistema de Inferência Fuzzy. Fonte: Santos (2012)

Para que esse sistema funcione eficientemente, é necessário que se tenha o conhecimento do especialista, pois é através deste convedor, que o processo vai ser traduzido em fuzzy, e então as relações de causa e efeito entre as entradas e as saídas formuladas, se tornando regras do tipo “se... então...” que representarão toda a dinâmica do sistema.

3.2 – PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY

Um problema de Programação Linear consiste em otimizar uma função objetivo, que pode ser de maximizar ou minimizar, sujeito a um conjunto de restrições.

Para solucionar um problema desta natureza, é necessário resolver um sistema de equações. A questão é que nem todo problema formulado no formato de programação linear padrão vai ter soluções.

Considere o exemplo apresentado por Fullér (2010), na Relação (3):

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar } x \\
 & \text{sujeito a } x \geq 1 \\
 & \quad x \in \mathbb{R}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Considere também o objetivo do tomador de decisão como sendo $b_0 = 0,5$.

Neste caso, teremos um sistema linear de desigualdades, onde pode-se ver claramente que não tem solução, pois espera-se, que ao mesmo tempo, a solução seja maior que 1 e menor que 0,5, como visto na relação (4).

$$\begin{aligned} x \leq 0,5 \\ x \geq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Quando se trata de programação por metas, busca-se a minimização entre a função objetivo e o conjunto decisão. A programação por metas para o exemplo em questão é formulada na relação (5).

$$\begin{aligned} \text{minimizar} & (x - 0,5) \\ \text{sujeito a} & x \geq 1 \\ & x \in R \end{aligned} \quad (5)$$

Nesse caso, a única solução para o problema seria $x^* = 1$.

Ao se resolver um problema por Programação Linear Fuzzy, busca-se reduzir as distâncias entre o objetivo e as restrições. A solução desse problema não necessariamente vai pertencer ao conjunto decisão.

No caso do exemplo em questão, a formulação do modelo por programação não linear pode ser apresentada da forma mostrada na relação (6).

$$\begin{aligned} \text{maxmin} & (x - 0,5), (x - 1) \\ \text{sujeito a} & 1/2 \leq x \leq 1 \\ & x \in R \end{aligned} \quad (6)$$

Sendo assim, a única solução seria $x^* = 0,75$.

Dessa forma, buscou-se um resultado que se aproximasse o máximo possível tanto de 0,5 quanto de 1. Para isso, uma tolerância foi incorporada aos valores permitindo a obtenção de uma solução intermediária entre objetivo e restrição. A representação gráfica desse

problema pode ser vista na Figura 5.

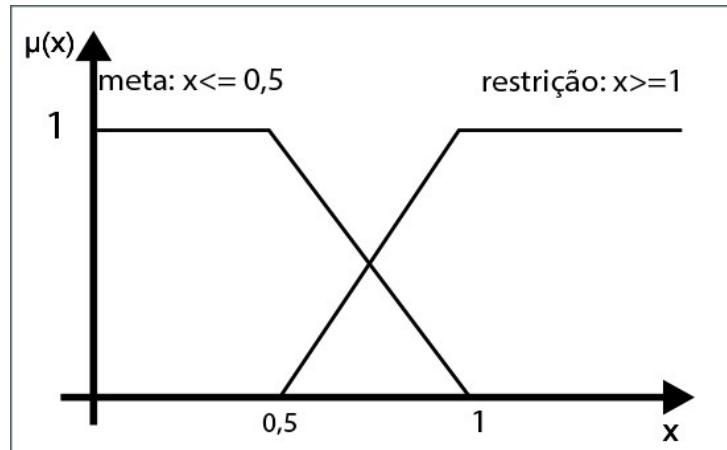


Figura 5: Solução do Problema linear Fuzzy. Fonte: Adaptado de Fullér (2010)

3.2.1 – ABORDAGEM DE ZIMMERMANN PARA SOLUCIONAR A PLF

A abordagem de Zimmermann (1978) é utilizada para resolver os problemas fuzzy de caráter mais simples. Isso acontece quando o tomador de decisões é capaz de especificar todos os coeficientes do modelo através de números *crisp*, com exceção do lado direito das restrições (ROMMELFANGER, 1996).

Fullér (2010) apresenta essa abordagem da seguinte forma:

Suponha um problema de programação na forma apresentada na relação (7):

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar } a_0 x \\
 & \text{sujeito a } ax \leq b \\
 & \quad x \in R
 \end{aligned} \tag{7}$$

Agora, considere b_0 o nível de aspiração pré-determinado.

Se o nível de aspiração estiver abaixo do valor ótimo da função, então o problema de PL não tem solução.

A formulação do modelo incorpora a incerteza nos recursos e a estimativa prudente

para o valor da função objetivo, ou considera-se alguma flexibilidade para a violação nas restrições incluindo no valor ótimo estimado. Desta forma, buscar-se-á uma solução x^* (x_1^* , x_2^*, \dots, x_n^*) que satisfaça as desigualdades da Relação (8) (FULLÉR, 2010).

$$\begin{aligned}
 a_{01}x_1 + \dots + a_{0n}x_n &\leq (b_0, d_0) \\
 a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &\leq (b_1, d_1) \\
 &\vdots \\
 a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &\leq (b_m, d_m) \\
 l_j \leq x_j \leq u_j; j &= 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{8}$$

Onde, os parâmetros a_{01} , a_{02}, \dots, a_{0n} são os coeficientes da função objetivo; os coeficientes a_{11} , a_{12}, \dots, a_{mn} definem a matriz de coeficientes tecnológicos do modelo de programação linear clássico, ou o lado esquerdo das restrições do modelo; b_0 representa a meta que se aspira alcançar pela função objetivo; os b_1, \dots, b_m são os parâmetros do lado direito das restrições acompanhados com as amplitudes de imprecisão permitidas, representadas pelos valores d_0, d_1, \dots, d_m ; l_j e u_j são os limitantes inferior e superior das x_j .

Sabendo que a função de pertinência, ou número fuzzy $\mu(x)$, representa o grau de satisfação da i -ésima restrição ($i = 0, 1, \dots, m$), pode-se dizer que este tem o formato como apresentado na relação (9):

$$\mu_{(x)} = \begin{cases} 1, & \text{se } \langle a_i, x \rangle \leq b_i \\ 1 - \frac{\langle a_i, x \rangle - b_i}{d_i}, & \text{se } b_i \leq \langle a_i, x \rangle \leq b_i + d_i \\ 0, & \text{se } \langle a_i, x \rangle \geq b_i + d_i \end{cases} \tag{9}$$

Pode-se observar que $\mu_{(x)}$ terá valor 1 sempre que o lado esquerdo das restrições, $\langle a_i, x \rangle$, for menor ou igual a b_i , terá um valor entre 0 e 1 se $\langle a_i, x \rangle$ estiver entre b_i e a tolerância da restrição e terá o valor 0 se $\langle a_i, x \rangle$ for superior ao valor de b_i adicionado à tolerância.

Então, o problema de programação linear Fuzzy é formulado na relação (10):

$$\mu(x) = \min \{\mu_0(x), \mu_1(x), \dots, \mu_m(x)\} \quad (10)$$

O valor ótimo, x^* , do problema linear fuzzy está associado à relação (11):

$$\lambda^* = \mu(x^*) = \max_x \mu(x) \quad (11)$$

Onde λ^* representa o grau máximo em que as restrições são satisfeitas. Este valor pertence sempre a um intervalo entre 0 e 1, para que o problema tenha solução.

Nesse caso, nós caímos em um problema de programação linear padrão com a característica expressa na Relação (12):

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \lambda d_0 + \langle a_i, x \rangle \geq b_0 + d_0 \\ & \lambda d_1 + \langle a_i, x \rangle \geq b_1 + d_1 \\ & \dots \\ & \lambda d_m + \langle a_i, x \rangle \geq b_m + d_m \\ & 0 \leq \lambda \leq 1, x \in R^n \end{aligned} \quad (12)$$

O parâmetro λ retornará um valor que dirá o risco associado. Sendo assim, quanto mais perto de 1 estiver o λ , menores são as violações sofridas pelas restrições, enquanto que, quanto mais próximo de zero for esse parâmetro, maiores são as tolerâncias utilizadas nas restrições para que o modelo tivesse seu valor otimizado (MATOS, 1996).

3.3 – PLF E ALOCAÇÃO DA ÁGUA

Segundo Tundisi (2013), a gestão dos recursos hídricos é um fator essencial no desenvolvimento territorial e econômico, sendo assim, esta se torna um componente

estratégico de grande relevância, pois à medida que a economia se modifica, maior deve ser o esforço em se gerenciar a escassez de água e o compartilhamento desta para vários usuários.

A seguir, mencionam-se dois trabalhos que foram básicos para a presente pesquisa, que segue a recomendação de utilização de dados do mundo real, visando analisar as consequências, tanto econômicas quanto ambientais relacionadas à alocação de água, buscando assim uma distribuição ótima dos recursos hídricos para seus múltiplos destinos (MORAES, CIRILO E SAMPAIO, 2004).

Tsakiris (2004), desenvolveu um exemplo numérico simplificado para tratar o problema de alocação de água. Este modelo possui seis nós contendo superfície de água e dois centros de consumo deste recurso. O objetivo do modelo é que o retorno econômico seja o mais alto possível e que simultaneamente, a quantidade mínima de água seja garantida a todas as áreas.

O modelo foi tratado inicialmente como um problema de Programação Linear Clássico, onde todos os parâmetros são *crisp*. Em seguida, foram inseridas variações no lado direito de algumas restrições do modelo (abordagem de Zimmermann), que estão relacionadas com o caráter impreciso da determinação dos volumes requeridos nos centros de consumo. Por último, considerou-se imprecisões também nos coeficientes da função objetivo.

A abordagem *fuzzy* foi considerada uma boa alternativa, dado o ambiente de incertezas ao qual o sistema estudado se apresentava.

Sendo assim, o presente trabalho rodou o modelo de Tsakiris (2014) no software “R”, um software aberto e livre, descrito no apêndice I, a fim de se ter um primeiro contato com a ferramenta computacional e verificar se a abordagem com o software valida, através da comparação com os resultados encontrados na pesquisa, onde foi utilizada a abordagem de Zimmermann para resolver o modelo de PLF formulado. Os resultados encontrados na simulação realizada apresentaram os mesmos valores presentes no trabalho original.

Rodella (2014) desenvolveu um modelo de programação linear para o abastecimento de água da região metropolitana de Pernambuco, visando determinar a quantidade ótima de água distribuída a cada município da região. Este modelo tem como parâmetros da função objetivo: o preço por metro cúbico da energia elétrica e de produtos químicos consumidos no processo de captação, tratamento e distribuição de água na região. A infraestrutura física instalada dos sistemas e o volume de água mínimo distribuído em cada município

mensalmente foram incorporados através de restrições. Foram utilizados valores do ano 2013 para esses parâmetros, por decisão da empresa de tratamento de água, porque foi considerado como um ano típico de pouca disponibilidade hídrica na região de estudo.

A justificativa de se escolher a minimização dos custos de energia elétrica e dos produtos químicos usados no tratamento da água se dá pelo fato de que a energia elétrica se constitui como o terceiro maior custo da companhia (cerca de 19% dos custos de serviços prestados), atrás apenas do custo de construção e folha de pessoal, e o custo com produtos químicos é diretamente afetado pela qualidade da água bruta captada nos mananciais. Outro fator importante se constitui pelo fato que, com uma demanda de cerca de 14 m³/s, a população da região estava enfrentado sérios problemas com o deficit do abastecimento público e ao longo do ano de 2013 a maioria de suas cidades estavam sofrendo com o racionamento de água.

A partir do modelo desenvolvido, verificou-se que, sob as condições atuais, num ano de pouca disponibilidade hídrica é possível uma redução de 4,82% nos seus custos e, para isso, a principal mudança deve ser o aumento no volume produzido pelo sistema Pirapama em 20,73%, mesmo no cenário em que foi simulada a piora na qualidade da água captada e tratada por esse sistema a partir do aumento nos seus custos de tratamento.

O presente trabalho realizou uma abordagem do problema tratado por Rodella (2014), o que vai ser visto na próxima seção, desenvolvendo um modelo de simulação e contrastando os resultados encontrados na solução desta simulação com os valores encontrados no trabalho original e obtendo sucesso.

O fato de se realizar simulações com modelos existentes na literatura contribui de uma forma muito positiva para a formulação do modelo principal do presente trabalho, que apresenta um modelo de Programação Linear Fuzzy para o fornecimento de água no Município de Campos dos Goytacazes, levando em consideração os custos com produtos químicos utilizados nos processos de tratamento, de forma a estabelecer a quantidade ótima de água a se distribuir pelos sistemas de fornecimento para cada grupo de bairros atribuídos para recebimento do recurso em que o município está dividido, pela empresa de tratamento de água, levando em consideração os diferentes tipos de fontes hídricas disponíveis. As restrições consideradas dizem respeito às limitações presentes no fornecimento hídrico de cada sistema para sua respectiva comunidade a atender.

CAPÍTULO IV

TESTES NUMÉRICOS

Esta seção apresenta a formulação desenvolvida neste trabalho para um modelo de programação linear padrão de um problema existente na literatura, a fim de se ter mais contato com o processo de transformação de um problema real em um modelo a ser simulado através de um software, de forma a contribuir com o modelo a ser proposto para o caso da cidade de Campos dos Goytacazes. É importante ressaltar que algumas modificações foram feitas em relação ao modelo original, devido à dificuldade em se extrair todos os dados deste modelo e descrevê-los integralmente no modelo proposto. Estas modificações estão discriminadas ao longo do capítulo.

O problema em questão se encontra em Rodella (2014), onde se tem como propósito distribuir uma quantidade ótima de água mensal entre os municípios da região metropolitana de Recife. Esta distribuição é feita através dos sistemas de abastecimentos de água que contemplam a região, visando minimizar os custos com energia elétrica e os custos com tratamento químico que os sistemas apresentam.

A região metropolitana de Recife, contemplada no trabalho em questão, é composta por 10 municípios, que são enumerados para facilitar a compreensão do modelo. São estes: Olinda (1), Recife (2), Abreu e Lima (3), Igarassu (4), Paulista (5), Cabo de Santo Agostinho (6), Jaboatão dos Guararapes (7), Ipojuca (8), Camaragibe (9) e São Lourenço da Mata (10). Estes municípios são abastecidos por 9 sistemas, que são enumerados pela mesma razão apresentada aos municípios. Estes são: Alto do céu (1), Botafogo (2), Caixa d'água (3), Gurjáu (4), Marcos Freire (5), Pirapama (6), Suape (7), Tapacurá (8) e Várzea do Una (9).

O modelo de programação linear original, desenvolvido por Rodella (2014), visa minimizar o custo anual, com energia elétrica (CE) e com despesas com produtos químicos (CT), tendo como variável de decisão o volume de água em metros cúbicos distribuído por sistema de abastecimento em cada município da região metropolitana de Recife em cada mês do ano.

Neste ponto, é feita a primeira modificação em relação ao modelo original para verificação no ambiente computacional: O presente trabalho considera a média mensal dos custos com energia elétrica (CE) e dos custos com tratamento químico (CT) de cada sistema

de abastecimento, em vez de inserir os custos reais mensais que cada sistema apresenta ao longo do ano. Logo, cada sistema de abastecimento apresentará um único valor para custo, que será utilizado em todos os meses do ano, sendo composto pela soma das médias dos custos de energia e de tratamento que o sistema apresenta ao longo do ano. Este valor está representado através do campo “total” da Tabela 1.

Tabela 1: Custos de Energia e de tratamento em cada sistema de abastecimento. Resultado das tabelas 4 e 5 de Rodella (2014)

Custo/Sistema	Alto do céu	Botafogo	Caixa d'água	Gurjáu	Marcos Freire	Pirapama	Suape	Tapacurá	Várzea do una
CE	0,13	0,17	0,2	0,07	0,12	0,06	0,13	0,08	0,07
CT	0,03	0,05	0,05	0,09	0,1	0,05	0,09	0,1	0,13
Total	0,16	0,22	0,25	0,16	0,22	0,11	0,22	0,18	0,2

Ao se formular a função objetivo do problema, deve-se ter conhecimento de quais são as variáveis de decisão envolvidas. No presente trabalho, estas são nomeadas de acordo com a relação existente entre os sistemas de abastecimentos e os municípios (Tabela 2), ressaltando o fato de que cada um desses fatores foram previamente enumerados, com o intuito de facilitar a relação. Sendo assim, a variável em questão terá o formato “ x_{ij} ”, onde 'i' representa o sistema de abastecimento e 'j' representa a cidade abastecida pelo sistema 'i'. Desta forma, seguindo a ordem estabelecida na Tabela 2, a primeira variável de decisão (x_{11}) corresponde ao volume (em m^3) fornecido pelo sistema de abastecimento Alto do Céu ao município de Olinda; a segunda(x_{12}) relaciona Alto do Céu com Recife e assim por diante.

Tabela 2: Possibilidade de distribuição dos sistemas integrados.

Nº	Sistema	Município
1	Alto do céu	Olinda
		Recife
2	Botafogo	Abreu e Lima
		Igarassu
		Olinda
		Paulista
3	Caixa D'água	Recife
		Olinda
4	Gurjaú	Cabo S. Agostinho
		Jaboatão dos Guararapes
5	Marcos Freire	Recife
		Jaboatão dos Guararapes
6	Pirapama	Recife
		Cabo S. Agostinho
		Jaboatão dos Guararapes
7	Suape	Cabo S. Agostinho
		Ipojuca
8	Tapacurá	Camaragibe
		Jaboatão dos Guararapes
		Recife
		S. Lourenço da Mata
9	Várzea do Una	S. Lourenço da Mata
		Camaragibe

Logo, a função objetivo formulada no presente trabalho se apresenta da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \text{minimizar: } & 0,16x_{11} + 0,16x_{12} + 0,22x_{23} + 0,22x_{24} + 0,22x_{21} + 0,22x_{25} + 0,25x_{32} + 0,25x_{31} + \\
 & 0,16x_{46} + 0,16x_{47} + 0,22x_{52} + 0,22x_{57} + 0,11x_{62} + 0,11x_{66} + 0,11x_{67} + 0,22x_{76} + 0,22x_{78} + 0,18x_{89} + \\
 & 0,18x_{87} + 0,18x_{82} + 0,18x_{810} + 0,20x_{910} + 0,20x_{99}
 \end{aligned}$$

Após formulada a função objetivo, passa-se para a fase de estabelecimento das restrições. O primeiro fator considerado por Rodella (2014) diz respeito a capacidade máxima de produção que cada sistema integrado pode oferecer. Essa informação está presente na Tabela 3:

Tabela 3: Volume máximo produzido pelos sistemas integrados

Nº	Sistema	Volume Máximo (m ³)
1	Alto do céu	2334853
2	Botafogo	3659800
3	Caixa D'água	435855
4	Gurjaú	2440552
5	Marcos Freire	250926
6	Pirapama	9584649
7	Suape	1252272
8	Tapacurá	8128299
9	Várzea do Una	840993

De posse da informação relacionada ao volume máximo que cada sistema integrado pode produzir (tabela 3) e também da possibilidade de distribuição dos sistemas integrados, pode-se formular as 9 primeiras restrições (relação 13), que limitam superiormente a soma dos volumes de água que os municípios recebem de determinado sistema de abastecimento:

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} &\leq 2.334.853 \\
 x_{23} + x_{24} + x_{21} + x_{25} &\leq 3.659.800 \\
 x_{32} + x_{31} &\leq 435.855 \\
 x_{46} + x_{47} &\leq 2.440.552 \\
 x_{52} + x_{57} &\leq 250.926 \\
 x_{62} + x_{66} + x_{67} &\leq 9.584.649 \\
 x_{76} + x_{78} &\leq 1.252.272 \\
 x_{89} + x_{87} + x_{82} + x_{810} &\leq 8.128.299 \\
 x_{910} + x_{99} &\leq 840.993
 \end{aligned} \tag{13}$$

A restrição seguinte, presente em Rodella (2014), diz respeito ao volume mínimo (m³) que é produzido pela soma dos sistemas integrados em cada mês do ano. Neste ponto, é feita uma segunda modificação em relação ao modelo original. Em vez de se considerar os volumes mínimos nos doze meses ao longo do ano, leva-se em consideração apenas a quantidade mínima apresentada no mês de menor fornecimento. Esta consideração leva em conta o fato de que procura-se inserir no modelo um valor que melhor represente o volume mínimo apresentado ao longo do ano. Sendo assim, estas 12 restrições do modelo de Rodella (2014) passam a se tornar uma no modelo proposto e esta restrição é limitada pelo valor mínimo ocorrido ao longo do ano, garantindo assim o mínimo global do sistema.

Sendo assim, a restrição relacionada ao volume mínimo distribuído pelos sistemas de abastecimento é apresentada na relação (14):

$$x_{11} + x_{12} + x_{23} + x_{24} + x_{21} + x_{25} + x_{32} + x_{31} + x_{46} + x_{47} + x_{52} + x_{57} x_{62} + x_{66} + x_{67} + x_{76} + x_{78} + x_{89} + x_{87} + x_{82} + x_{810} + x_{910} + x_{99} \geq 22.270.572 \quad (14)$$

As próximas 23 restrições (relação 15) se referem a capacidade máxima de água que pode ser distribuída, por mês, de cada sistema integrado para os municípios da rede, que é limitada pela infraestrutura da rede adutora instalada. Sendo assim, cada relação de abastecimento (sistema x município) vai apresentar um limite máximo, tornando-se um modelo de programação linear canalizado.

$$\begin{array}{llll} x_{11} \leq 129.326 & x_{12} \leq 2.242.729 & x_{23} \leq 505.034 & x_{24} \leq 284.255 \\ x_{21} \leq 1.860.559 & x_{25} \leq 1.685.912 & x_{32} \leq 404.120 & x_{31} \leq 269.935 \\ x_{46} \leq 400.903 & x_{47} \leq 2.034.769 & x_{52} \leq 219.055 & x_{57} \leq 111.392 \\ x_{62} \leq 6.063.112 & x_{66} \leq 1.574.204 & x_{67} \leq 3.630.483 & x_{76} \leq 1.086.474 \\ x_{78} \leq 173.277 & x_{89} \leq 1.170.186 & x_{87} \leq 753.953 & x_{82} \leq 6.402.963 \\ x_{810} \leq 32.068 & x_{910} \leq 751.880 & x_{99} \leq 173.679 & . \end{array} \quad (15)$$

As 10 últimas restrições dizem respeito ao volume mínimo de água distribuído pelos sistemas de abastecimento a cada cidade. No modelo original - Rodella (2014) - os dados são inseridos precisamente. Entretanto, esses valores não são disponibilizados de forma numérica para o leitor, restando apenas a opção de acompanhar a dinâmica dos dados através da figura 6, onde se é possível apenas ter uma estimativa de qual é o volume mínimo a ser distribuído para cada município:

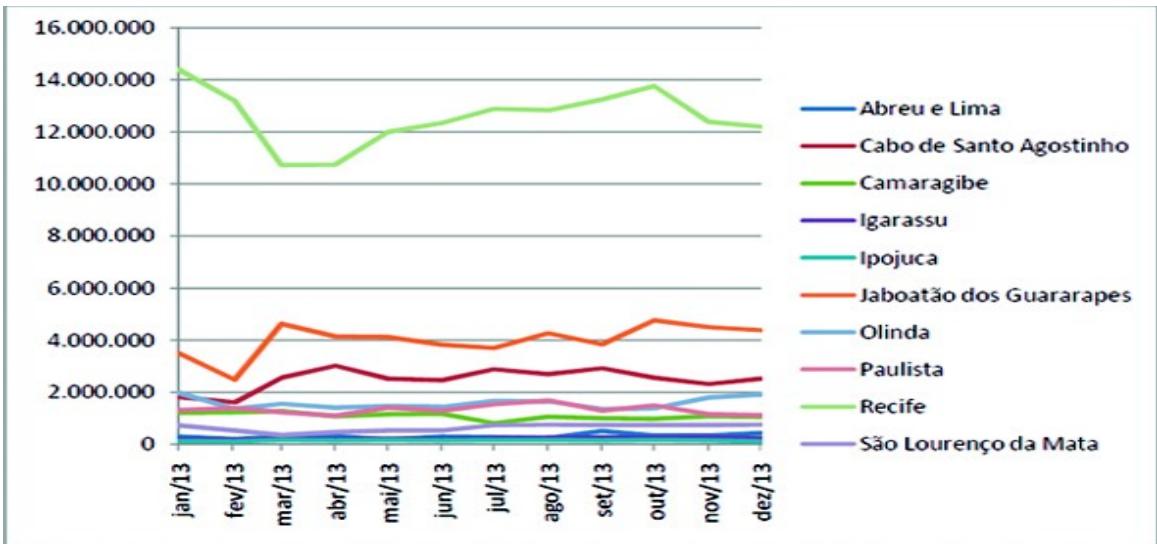


Figura 6: Volume mínimo distribuído pelos sistemas. Fonte: Rodella (2014)

Ao analisar a Figura 6, observa-se que para o município que apresenta a curva mais alta (Recife), o volume mínimo distribuído pelos sistemas de abastecimento é ligeiramente menor que 11.000.000 m³. Sabe-se também o máximo que cada sistema pode distribuir as cidades, através de restrições anteriores. Sendo assim, chega-se a quantidade máxima de água que pode ser distribuída a cada cidade. Esse valor para a cidade de Recife é de 15.331.979. Ou seja, o volume mínimo distribuído para esta cidade é de cerca de 70% do volume máximo que pode ser fornecido. Desta forma, o presente trabalho adota, na primeira versão do modelo, a quantidade mínima de água fornecida a cada cidade como sendo 70% da capacidade máxima. Isso caracterizará as 10 restrições restantes do modelo elaborado no presente trabalho, que podem ser vistas na relação (16).

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{21} + x_{31} &\geq 1.581.874 \\
 x_{12} + x_{32} + x_{52} + x_{62} + x_{82} &\geq 11.000.000 \\
 x_{23} &\geq 353.524 \\
 x_{24} &\geq 198.979 \\
 x_{25} &\geq 1.180.139 \\
 x_{46} + x_{66} + x_{76} &\geq 2.213.107 \\
 x_{47} + x_{57} + x_{67} + x_{87} &\geq 4.571.418 \\
 x_{78} &\geq 121.294 \\
 x_{89} + x_{99} &\geq 940.706 \\
 x_{810} + x_{910} &\geq 548.764
 \end{aligned} \tag{16}$$

Passadas as fases anteriores, formulação da função objetivo seguida das restrições, pode-se calcular a solução do modelo proposto com o intuito de verificar a aderência e, consequentemente, a coerência que este apresenta em relação ao modelo original. Vale ressaltar o fato de que uma série de modificações foram feitas. Em linhas gerais, o modelo desenvolvido no presente trabalho tem um número consideravelmente menor de variáveis de decisão e de restrições, o que não significa que este não vá representar integralmente a ideia do problema. Isto se deve ao fato de que o modelo original insere os dados de forma mensal ao longo do ano de 2013, enquanto que a formulação apresentada no presente trabalho, leva em conta a média anual dos mesmos dados, reduzindo assim, significativamente, o número total de restrições.

Ao final o modelo adaptado ao proposto por Rodela (2014), utilizado para os confirmar o sistema R utilizado nos testes numéricos, ficou com a seguinte formulação:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar:} & 0,16x_{11} + 0,16x_{12} + 0,22x_{23} + 0,22x_{24} + 0,22x_{21} + 0,22x_{25} + 0,25x_{32} + 0,25x_{31} \\
& + 0,16x_{46} + 0,16x_{47} + 0,22x_{52} + 0,22x_{57} + 0,11x_{62} + 0,11x_{66} + 0,11x_{67} + 0,22x_{76} + 0,22x_{78} \\
& + 0,18x_{89} + 0,18x_{87} + 0,18x_{82} + 0,18x_{810} + 0,20x_{910} + 0,20x_{99}
\end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
& x_{11} + x_{12} \leq 2.334.853 \\
& x_{23} + x_{24} + x_{21} + x_{25} \leq 3.659.800 \\
& x_{32} + x_{31} \leq 435.855 \\
& x_{46} + x_{47} \leq 2.440.552 \\
& x_{52} + x_{57} \leq 250.926 \\
& x_{62} + x_{66} + x_{67} \leq 9.584.649 \\
& x_{76} + x_{78} \leq 1.252.272 \\
& x_{89} + x_{87} + x_{82} + x_{810} \leq 8.128.299 \\
& x_{910} + x_{99} \leq 840.993 \\
& x_{11} + x_{12} + x_{23} + x_{24} + x_{21} + x_{25} + x_{32} + x_{31} + x_{46} + x_{47} + x_{52} + x_{57} + x_{62} + x_{66} + x_{67} + x_{76} + x_{78} + x_{89} + x_{87} + x_{82} + x_{810} \\
& + x_{910} + x_{99} \leq 22.270.572 \\
& x_{11} \leq 129.326 \\
& x_{12} \leq 2.242.729 \\
& x_{23} \leq 505.034 \\
& x_{24} \leq 284.255 \\
& x_{21} \leq 1.860.559 \\
& x_{25} \leq 1.685.912 \\
& x_{32} \leq 404.120 \\
& x_{31} \leq 269.935 \\
& x_{46} \leq 500.903 \\
& x_{47} \leq 2.034.769 \\
& x_{52} \leq 219.055 \\
& x_{57} \leq 111.392 \\
& x_{62} \leq 6.063.112 \\
& x_{66} \leq 1.574.204 \\
& x_{67} \leq 3.630.483 \\
& x_{76} \leq 1.086.474 \\
& x_{78} \leq 173.277 \\
& x_{89} \leq 1.170.186 \\
& x_{87} \leq 753.953 \\
& x_{82} \leq 6.402.963 \\
& x_{810} \leq 32.068 \\
& x_{910} \leq 751.880 \\
& x_{99} \leq 173.679 \\
& x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 1.581.874 \\
& x_{12} + x_{32} + x_{52} + x_{62} + x_{82} \geq 11.000.000 \\
& x_{23} \geq 353.524 \\
& x_{24} \geq 198.979 \\
& x_{25} \geq 1.180.139 \\
& x_{46} + x_{66} + x_{76} \geq 2.213.107 \\
& x_{47} + x_{57} + x_{67} + x_{87} \geq 4.571.418 \\
& x_{78} \geq 121.294 \\
& x_{89} + x_{99} \geq 940.706 \\
& x_{810} + x_{910} \geq 548.764
\end{aligned}$$

4.1 RESULTADOS E ANÁLISES

Foi utilizado o software “RStudio” para resolução do modelo desenvolvido, de forma que se chegue ao custo médio mensal de fornecimento de água para a região metropolitana de Recife e aos volumes alocados de cada sistema de abastecimento para as cidades desta região, de modo a validar o comportamento do modelo e o pacote computacional. No Apêndice I do presente trabalho encontra-se um guia com informações, orientações de instalação e utilização do software em questão. O Apêndice II apresenta a formulação desenvolvida do modelo de Rodella (2014), formulada neste software.

A linguagem utilizada no software de programação fuzzy do presente trabalho foi a “R”, que é uma linguagem interpretada, pois seu código principal e muitos dos seus comandos são escritos na própria linguagem R. Outros comandos utilizam a linguagem de programação C, que possui rapidez, pois utiliza uma linguagem de máquina (MATLOFF, 2011).

Com relação ao armazenamento, todos os objetos são gravados num espaço de endereço de memórias do R, que possui um limite de 2^{31} bits, tendo um byte de tamanho para cada objeto, mesmo em máquinas de 64 bits e máquinas com grande capacidade de RAM (MATLOFF, 2011).

Com relação ao custo médio mensal de abastecimento hídrico, o modelo do presente trabalho chegou ao valor de R\$ 3.469.445,00. Os resultados oriundos do modelo original, que representa os dados pontualmente de forma mensal, apresentaram um custo anual de R\$ 44.936.886,43. Com o intuito de se contrastar os resultados obtidos pelo modelo do presente trabalho com os de Rodella (2014), multiplica-se o valor encontrado no presente modelo por 12, de forma que este passe a representar o custo médio anual de abastecimento de água para a região em questão. Sendo assim, chega-se ao valor de R\$ 41.633.340,00.

Os resultados obtidos mostram que a função objetivo do modelo desenvolvido apresenta uma diferença de aproximadamente 7,35% em relação ao modelo original, desenvolvido em Rodella (2014).

Com relação às variáveis de decisão, o modelo teste proposto apresenta resultados conforme a Tabela 4.

Tabela 4: Variáveis de decisão do modelo teste padrão proposto

Variáveis	x_{11}	x_{12}	x_{23}	x_{24}	x_{21}	x_{25}	x_{32}	x_{31}
Resultados	129326	2205527	353524	198979	1452548	1180139	0	0
Variáveis	x_{46}	x_{47}	x_{52}	x_{57}	x_{62}	x_{66}	x_{67}	x_{76}
Resultados	500903	1939649	0	0	6063112	1574204	1947333	138000
Variáveis	x_{78}	x_{89}	x_{87}	x_{82}	x_{810}	x_{910}	x_{99}	
Resultados	121294	940706	684436	2731361	32068	516696	0	

Nota-se que algumas variáveis recebem o valor zero, o que significa que algumas relações entre sistemas de abastecimento e cidades não foram utilizadas. Isto acontece entre o sistema Caixa d'Água e a cidade de Recife (X_{32}); Caixa d'Água e Olinda (X_{31}); Marcos Freire e Recife (X_{52}); Marcos Freire e Jaboatão dos Guararapes (X_{57}); e Várzea do Una e Camaragibe (X_{99}).

Esta dinâmica é coerente com a que ocorre nos resultados do modelo original de Rodella (2014), pois, nestas relações entre sistemas e cidades, por vários meses o fornecimento também é zero, como pode ser visto nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5: Alocação ótima entre Janeiro e Junho. Adaptado de Rodella (2014)

Sistema	Município	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun
Alto do céu	Olinda	129330	129330	129330	129330	129330	92124
	Recife	1923900	743540	2205500	2205500	2205500	2242700
Botafogo	Abreu e Lima	298930	198700	291800	318990	185540	297130
	Igarassu	200350	180260	199170	197280	214380	211240
	Olinda	1848800	1233200	1419300	1277900	1328000	1344900
	Paulista	1300000	1374700	1235000	1094500	1392500	1281400
Caixa D'água	Recife	0	0	0	0	0	0
	Olinda	0	0	0	0	0	0
Gurjáu	Cabo S. Agostinho	255520	41817	500900	500900	500900	500900
	Jaboatão dos Guararapes	1947300	1969000	3630500	1947300	3630500	2646200
Marcos Freire	Recife	0	0	0	0	0	0
	Jaboatão dos Guararapes	0	0	0	0	0	0
Pirapama	Recife	6063100	6041400	4380000	6063100	4380000	6063100
	Cabo S. Agostinho	1574200	1574200	1574200	1574200	1574200	875300
	Jaboatão dos Guararapes	1947300	1969000	3630500	1947300	3630500	2646200
Suape	Cabo S. Agostinho	0	0	480600	931850	449650	1086500
	Ipojuca	125280	107550	167810	160180	173280	160450
Tapacurá	Camaragibe	1170200	1170200	1170200	1084300	1163600	1170200
	Jaboatão dos Guararapes	523080	523080	753950	243730	475920	0
	Recife	6403000	6403000	4129200	2459100	5400700	4023600
	S. Lourenço da Mata	32068	32068	32068	32068	32068	32068
Várzea do Una	S. Lourenço da Mata	687780	484840	317390	425630	493700	495660
	Camaragibe	52721	63698	99442	0	0	0

Também é possível observar que o resultado para as variáveis com fornecimento diferente de zero também é coerente, visto que em todas as relações de fornecimento entre sistemas de abastecimento e cidades resultantes da simulação do modelo proposto, o valor se encontra dentro dos limites de ocorrência entre janeiro e dezembro do modelo original. Esta alocação ótima está diretamente ligada aos custos de produção dos sistemas de abastecimento. Isto pode ser observado através da formulação do modelo, pois algumas relações de fornecimento relacionadas aos sistemas de menor custo estão sendo utilizadas em seus limites. São os casos dos fornecimentos entre: Alto do Céu e Olinda (x_{11}); Gurjáu e Cabo de Santo Agostinho (x_{46}); Pirapama e Recife (x_{62}); Pirapama e Cabo de Santo Agostinho (x_{66}); e Tapacurá e São Lourenço da Mata.

Tabela 6: Alocação ótima entre Julho e Dezembro. Adaptado de Rodela (2014)

Sistema	Município	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Alto do céu	Olinda	44223	129330	129330	129330	129330	129330
	Recife	416390	2205500	2205500	2205500	2205500	2205500
Botafogo	Abreu e Lima	276140	235550	505030	342190	339260	425330
	Igarassu	235390	265370	264280	268630	284260	235330
	Olinda	1617900	1473000	1212700	1255800	1412800	1796600
	Paulista	1530300	1685900	1289400	1499000	1148600	1108400
Caixa D'água	Recife	0	0	0	0	165920	0
	Olinda	0	50862	0	0	269940	0
Gurjáu	Cabo S. Agostinho	500900	405780	500900	405780	405780	500900
	Jaboatão dos Guararapes	1939600	2034800	1887600	2034800	2034800	1939600
Marcos Freire	Recife	0	0	0	219060	219060	219060
	Jaboatão dos Guararapes	0	0	0	31871	0	31871
Pirapama	Recife	6063100	6063100	6063100	6063100	6063100	5609600
	Cabo S. Agostinho	1574200	1294100	1574200	1054200	1066600	1574200
	Jaboatão dos Guararapes	1765100	2227400	1947300	2467300	2455000	2400800
Suape	Cabo S. Agostinho	791770	987570	829800	1086500	846230	438310
	Ipojuca	165800	165800	160450	165800	160450	114890
Tapacurá	Camaragibe	710830	976110	907180	889910	980760	966830
	Jaboatão dos Guararapes	0	0	0	223220	0	0
	Recife	6403000	4551100	4985300	5271000	3736200	4162100
	S. Lourenço da Mata	0	2001	0	0	0	0
Várzea do Una	S. Lourenço da Mata	728310	751880	743930	736130	736580	750280
	Camaragibe	112680	89113	97065	104860	104410	90712

4.2 MODELO FUZZY PARA O TRABALHO DE RODELLA (2014)

O modelo inicialmente proposto foi desenvolvido utilizando o conceito de Programação Linear Clássico, porém, pode-se perceber no decorrer do desenvolvimento deste, que alguns dados referente ao modelo original não estavam disponíveis de forma precisa. Os dados em questão são oriundos das dez últimas restrições, ou seja, o volume

mínimo distribuído às cidades pelos sistemas integrados, para as quais foram utilizadas uma estimativa de setenta por cento do valor máximo deste.

De forma a melhorar a inserção de dados imprecisos no modelo, foi desenvolvida uma segunda versão, onde esta utilizou o conceito de programação linear fuzzy por metas, como pode ser visto em Fullér (2010), de forma que a ideia central fosse aproximar-se aos resultados obtidos no modelo original.

Nesta versão, as dez últimas restrições sofreram um relaxamento, de forma que os valores limitantes destas apresentassem determinadas tolerâncias. Essas tolerâncias foram introduzidas mediante ao conhecimento do valor mínimo referente a essas restrições em contraste com os valores já fornecidos no modelo de programação linear padrão. Além do relaxamento, foi incorporada uma meta, que correspondeu ao valor encontrado pelo trabalho original, de forma que o modelo proposto tendesse a se aderir o melhor possível a este.

Sendo assim, o modelo proposto foi formulado, tendo como meta o valor de R\$ 3.744.740,536, que representa o valor encontrado em Rodella (2014) dividido por 12, correspondente ao número de meses do ano. Para as 10 últimas restrições, foram incorporadas tolerâncias que corresponderam à diferença entre o valor antes considerado (70%) do valor máximo e o valor mínimo presente nos resultados do trabalho original.

Com isso, chegou-se a um resultado para a função objetivo que foi de R\$ 3.507.770, que corresponde a uma média anual. Este valor foi multiplicado por 12, produzindo assim um resultado de R\$ 42.093.240, que apresenta uma diferença de 6,33 % em relação ao modelo encontrado por Rodella (2014). Esta diferença é menor em relação à simulação feita considerando a programação linear padrão, que apresenta diferença de 7,35%.

Em relação às variáveis de decisão, também ocorreram alterações, como pode ser visto na tabela 7:

Tabela 7: Variáveis de decisão do modelo fuzzy proposto

Variáveis	x_{11}	x_{12}	x_{23}	x_{24}	x_{21}	x_{25}	x_{32}	x_{31}
Resultados	129326	2205527	353524	198979	1452548	1180139	404120	0
Variáveis	x_{46}	x_{47}	x_{52}	x_{57}	x_{62}	x_{66}	x_{67}	x_{76}
Resultados	500903	1939649	219055	31871	6063112	1574204	1947333	138000
Variáveis	x_{78}	x_{89}	x_{87}	x_{82}	x_{810}	x_{910}	x_{99}	
Resultados	121294	940706	652565	2108186	32068	516696	0	

A principal diferença se encontra no fato de que algumas relações de fornecimento que na primeira versão apresentaram fornecimento zero, tiveram seus valores alterados. Foram os casos de distribuição entre: Caixa d'Água e Recife (X_{32}); Marcos Freire e Recife (x_{52}) e Marcos Freire e Jaboatão dos Guararapes (x_{57}), que no resultado da primeira versão do modelo apresentaram fornecimento igual a zero. Os dois primeiros passaram a ter uma relação de fornecimento limitada pela capacidade máxima do sistema. Também observa-se que outras relações de fornecimento também tiveram seus valores alterados, sendo estas de: Tapacurá para Jaboatão dos Guararapes (x_{87}) e para Recife (x_{82}).

4.3 SEGUNDA VERSÃO DO MODELO FUZZY PARA O TRABALHO DE RODELLA (2014)

A proposta desta versão é incluir mais componentes fuzzy no modelo de forma a se produzir um resultado o mais próximo possível do encontrado no modelo inicial proposto por Rodella (2014). Desta forma, foi utilizada a análise de sensibilidade do modelo original com o intuito de saber quais restrições estavam ativas no modelo, ou seja, quais delas estavam utilizando os recursos em sua totalidade. De posse desta informação, insere-se uma tolerância nestas restrições, permitindo assim que o modelo proposto se aproxime ainda mais do modelo original.

A análise de sensibilidade foi feita utilizando o software LINDO 6.1, que possui uma versão demonstrativa (demo version) gratuita, que permitiu desenvolver esta tarefa. O Apêndice III fornece o resultado desta análise.

Depois de inseridos os dados do modelo no software em questão, foi gerado um resultado que forneceu quais as restrições estavam ativas. São estas: a primeira; a quarta; a sexta; a décima primeira; a décima nona; a vigésima quarta; a trigésima primeira; além das dez últimas.

Sabendo assim quais restrições estão ativas, o modelo proposto incluiu tolerâncias nestas restrições, na tentativa de se obter melhorias nos resultados. É importante ressaltar que as dez últimas restrições já possuam tolerâncias. Sendo assim, as alterações são feitas nas demais restrições ativas no sistema. Estas alterações, são feitas da seguinte forma: acrescenta-

se uma tolerância de dez por cento do valor limitado pela restrição.

Feitas estas mudanças, chegou-se a um valor para a função objetivo de R\$ 3.565.156, que como já se sabe, corresponde à média anual, que multiplicado por 12, produz um valor de R\$ 42.781.872. Este resultado apresenta uma diferença de 4,8% em relação ao do modelo original, produzindo assim um resultado mais próximo que o apresentado pelas duas primeiras versões, além do fato de apresentar discrepância abaixo de 5%, tornando assim o modelo satisfatório para os fins do trabalho.

Houve também alterações em muitas das variáveis de decisão. Estas, representam as relações entre os seguintes sistemas e cidades: Alto do Céu e Olinda; Alto do Céu e Recife; Botafogo e Abreu e Lima; Botafogo e Igarassu; Botafogo e Olinda; Gurjaú e Cabo de Santo Agostinho; Gurjaú e Jaboatão dos Guararapes; Suape e Cabo de São Agostinho; Tapacurá e Jaboatão dos Guararapes e Tapacurá e Recife, como pode ser visto na tabela 8.

Tabela 8: Variáveis fuzzy da terceira versão do modelo

Variáveis	x_{11}	x_{12}	x_{23}	x_{24}	x_{21}	x_{25}	x_{32}	x_{31}
Resultados	92124	2242729	505034	284255	1489750	1180139	404120	0
Variáveis	x_{46}	x_{47}	x_{52}	x_{57}	x_{62}	x_{66}	x_{67}	x_{76}
Resultados	405783	2034769	219055	31871	6063112	1574204	1947333	233120
Variáveis	x_{78}	x_{89}	x_{87}	x_{82}	x_{810}	x_{910}	x_{99}	
Resultados	121294	940706	557445	2070984	32068	516696	0	

Desta forma, pode-se perceber que o modelo teste de Programação Linear Fuzzy por metas cumpriu o propósito de se aproximar o mais próximo possível do modelo de alocação de água para a Região Metropolitana de Recife desenvolvido por Rodella (2014). Sendo assim, esta estrutura pode ser utilizada para análise no gerenciamento de recursos hídricos para outras regiões. Isto será feito na próxima seção, que tratará da abordagem fuzzy para o município de Campos dos Goytacazes.

CAPÍTULO V

MODELO PARA O CASO DE CAMPOS DOS GOYTACAZES

O município de Campos dos Goytacazes se situa no norte do estado do Rio de Janeiro - região norte-fluminense. Este é estrategicamente muito importante para o país devido a sua alta participação na indústria de petróleo e gás, reconhecido como responsável por 80% da produção nacional de petróleo. O município é abastecido, predominantemente, pelo rio Paraíba do Sul, que também é a principal fonte de abastecimento hídrico de outros municípios do estado.

Com relação ao sistema de abastecimento de água no município em questão, este é operado pela concessionária Águas do Paraíba. O abastecimento de água da cidade é feito por 15 sistemas, fornecendo uma vazão média de 1447 litros por segundo (ÁGUAS DO PARAÍBA, 2015).

Um destes sistemas é atendido pelas águas do rio Itabapoana, com uma vazão média de vinte litros por segundo (20 l/s). A maioria dos sistemas, totalizando oito, capta água em lençol freático profundo, o que não significa dizer que este tipo de captação representa grande parte da vazão fornecida à cidade de Campos dos Goytacazes, pois a participação destes oito sistemas juntos representam, aproximadamente 15% de toda a vazão do município. O córrego da penha é responsável pelo abastecimento de um dos sistemas, com uma vazão de 3 l/s, assim como rio preto, com vazão de 5 l/s e a lagoa feia com uma vazão de 3 l/s. O rio Paraíba do Sul abastece apenas um dos sistemas, porém este é o maior sistema em número de bairros atendidos e vazão fornecida, que é de cerca de 83%. A Tabela 9 mostra a relação entre os sistemas de abastecimento e seus respectivos tipos de captação e capacidade de abastecimento. O Anexo I mostra a relação entre os sistemas de abastecimentos e os bairros que estes atendem.

Logo, pode-se perceber que o abastecimento de água no município de Campos dos Goytacazes é predominantemente feito pelo rio Paraíba do Sul, precedido de uma bateria de poços. Os demais (rios, lagoa e córrego) não chegam a 3%.

Tabela 9: Características dos Sistemas de abastecimento de Campos

Sistema	Capacidade (l/s)	Captação
Beco de Santo Antônio	40	Poço profundo
Boa Vista	60	Poço profundo
Conselheiro Josino	3	Córrego da Penha
Coroa	1200	Rio Paraíba do sul
Donana	70	Poço profundo
Macabu	3	Poço profundo
Morangaba	5	Rio Preto
Morro do Coco	2	Poço profundo
Murundu	1	Poço profundo
Ponta Grossa	3	Lagoa Feia
Santo Eduardo/Santa Maria	20	Poço profundo
São Sebastião	15	Poço profundo
Saturnino Braga	15	Poço profundo
Três Vendas	5	Rio Muriaé
Vila Nova	5	Poço profundo

Dados do IBGE (2008) mostram que o volume de água distribuída no município (no período da pesquisa) é de cerca de 70.000 m³, sendo aproximadamente 94% água tratada. Com relação a esta água tratada, cerca de 88% é distribuída após passar por tratamento convencional, enquanto que o restante passa por tratamento não convencional. A Tabela 10 mostra a relação entre os sistemas de abastecimento com seus respectivos tipos de tratamento e quantidade de moradores atendidos. Vale destacar o sistema Coroa, que atende a maior parte da população do município. Este atende a área central e outros bairros de população numerosa.

Tabela 10: Formas de tratamento e habitantes atendidos pelos sistemas

Sistema	Tipo de Tratamento	Quantidade de Habitantes Atendidos
Beco de Santo Antônio	Não convencional	15000
Boa Vista	Não convencional	25000
Conselheiro Josino	Convencional	1500
Coroa	Convencional	350000
Donana	Não convencional	25000
Macabu	Não convencional	1300
Morangaba	Convencional	1000
Morro do Coco	Não convencional	1000
Murundu	Não convencional	500
Ponta Grossa	Convencional	2000
Santo Eduardo/Santa Maria	Convencional	6000
São Sebastião	Não convencional	4000
Saturnino Braga	Não convencional	3500
Três Vendas	Convencional	1000
Vila Nova	Não convencional	1200

Sabendo das características particulares relacionadas ao fornecimento hídrico em Campos dos Goytacazes, o presente trabalho busca desenvolver um modelo genérico e simples que represente esta dinâmica de distribuição de forma a se avaliar, através da Programação Linear Fuzzy, o custo de abastecimento de água para o município de Campos dos Goytacazes, levando em consideração apenas os produtos químicos utilizados no tratamento da água bruta, que a converte em apropriada para o consumo humano. Sendo assim, utiliza-se o software Rstudio para obter os valores da simulação do modelo formulado.

Este modelo para Campos dos Goytacazes tem algumas características diferentes do que foi utilizado como base para o modelo teste, encontrado em Rodella (2014). A primeira diferença se encontra no fato de que no trabalho de Rodella (2014), são considerados os valores dos custos com produtos químicos e energia elétrica, enquanto que no modelo deste trabalho são considerados apenas os custos com produtos químicos.

Outro fator importante é que os custos do modelo de Rodella (2014) variam mensalmente, e pontualmente mediante ao tipo de sistema de utilizado, enquanto que no modelo deste trabalho, os custos são padronizados, podendo ser de dois tipos: convencional ou não convencional.

Além disso, vale ressaltar que no trabalho de Rodella (2014), cada sistema de tratamento de água pode fornecer água a mais de uma cidade da Região Metropolitana de Recife e cada cidade desta região pode receber água de mais de um sistema de abastecimento, enquanto que neste trabalho, cada estação de tratamento de água oferta o recurso para um grupo específico e os membros deste grupo só recebem água de uma estação. Essa é uma característica peculiar do abastecimento em Campos dos Goytacazes.

Como visto anteriormente, o processo de tratamento da água utiliza produtos químicos de forma a torná-la potável. Esses produtos formam uma parcela importante dos custos de uma estação de tratamento de água. A utilização desses produtos vai depender do tipo de água bruta captada, pois quanto mais impurezas contiver o líquido, mais produtos químicos serão utilizados para tratamento deste. Estes produtos são usados nas fases de coagulação, desinfecção e fluoretação. Na etapa de correção de pH, a utilização do produto químico é opcional, caso seja necessária a correção deste fator.

Inicialmente, busca-se formular um modelo de programação linear padrão, buscando minimizar os custos mensais com produtos químicos na cidade de Campos dos Goytacazes,

levando em consideração a quantidade mínima de água a ser distribuída à população, a capacidade de tratamento que o conjunto de estações pode oferecer e quantidade ofertada nas formas convencional e não convencional.

5.1 – ANTECEDENTES DA FORMULAÇÃO

O primeiro passo do modelo em questão é a formulação da função objetivo. Esta é composta pelo fornecimento de cada sistema em questão associado ao custo que este apresenta. Como pode ser visto através do Anexo I, cada estação de tratamento atende unicamente a um conjunto específico de moradores, e cada conjunto específico é atendido apenas por uma estação de tratamento, diferentemente do que acontece na Região Metropolitana de Recife (Rodella, 2014), onde cada sistema atendia a mais de um município e estes eram supridos por mais de um sistema. Sendo assim, a definição das variáveis de decisão está associada aos sistemas de abastecimento, estando estas enumeradas de um a quinze, como pode ser visto na Tabela 11, sendo necessário apenas um índice para estas.

Tabela 11: Relação entre variáveis de decisão e sistemas

Variável de Decisão	Sistema
x_1	Beco de Santo Antônio
x_2	Boa Vista
x_3	Conselheiro Josino
x_4	Coroa
x_5	Donana
x_6	Macabu
x_7	Morangaba
x_8	Morro do Coco
x_9	Murundu
x_{10}	Ponta Grossa
x_{11}	Santo Eduardo/Santa Maria
x_{12}	São Sebastião
x_{13}	Saturnino Braga
x_{14}	Três Vendas
x_{15}	Vila Nova

O passo seguinte na determinação da formulação do modelo é apresentar o custo associado a cada variável de decisão do modelo em questão. Este custo, no presente trabalho, está associado apenas ao consumo de produtos químicos utilizados no tratamento da água. É importante ressaltar que esses custos estão relacionados às etapas de coagulação, desinfecção, fluoretação e, casualmente, correção de pH.

O modelo do presente trabalho adota a utilização de produtos químicos apenas nas fases em que é certa a utilização desses produtos, ou seja, não é considerada a eventual utilização de produtos químicos da fase de correção de pH.

Para a etapa de coagulação, o produto químico mais utilizado é o sulfato de alumínio (RECESA, 2008). A quantidade a ser utilizada que apresenta um resultado satisfatório é de 25 mg para cada litro de água bruta (NUNES, 2011). O custo referente a este produto, segundo Adasa (2010), é de R\$ 0,52 por kg. Desta forma, tem-se estabelecido o custo da etapa de coagulação como sendo R\$ 0,000013 por litro.

Na fase de desinfecção, é utilizado com frequência o cloro gasoso. A quantidade deste produto não deve ser inferior a 0,2 mg para cada litro de água (CESAN, 2013). Este produto tem um custo por kg de R\$ 3,93 (ADASA, 2010). Sendo assim, o custo da etapa de desinfecção fica ajustado em R\$ 0,0000007 por litro.

Para a fluoretação, segundo Cesan (2013), utiliza-se o ácido fluossilícico, com uma quantidade, que no Brasil não é inferior a 0,6 mg para cada litro de água. Segundo Adasa (2010), o custo deste produto é de R\$ 0,58 por kg. Desta forma, o custo da etapa de fluoretação por litro resulta em R\$ 0,000000348.

De posse dos custos das etapas, pode-se estipular o custo por litro para o tratamento da água no sistema convencional e no sistema não convencional. O custo do primeiro resulta em R\$ 0,000014, que consiste na soma dos custos das etapas de coagulação, desinfecção e fluoretação. Já o custo do não convencional resulta em R\$ 0,000001, obtido por meio da soma dos custos das etapas de desinfecção e fluoretação. Sendo assim, já se pode formular a função objetivo do modelo, o que será feito na próxima seção.

É importante ressaltar que os valores considerados para os custos, não necessariamente, correspondem aos valores atuais dos produtos químicos, visto que a extração destes valores foi feita baseada em Adasa (2010), que apresenta as informações de custo mais

recente. Contudo, estes representam uma estimativa coerente para a formulação de um modelo.

Após a determinação dos parâmetros da função objetivo, é preciso estabelecer as restrições. No caso do modelo proposto pelo trabalho, são levados em consideração a quantidade total de água tratada nas formas convencional e não convencional; a quantidade mínima de água a ser fornecida para determinada comunidade através de cada uma das quinze estações de tratamento e a capacidade de tratamento de água que cada estação pode ofertar, totalizando assim trinta e duas restrições.

As duas restrições da relação (17) estão relacionadas a quantidade mensal de água tratada que foi distribuída nas formas convencional e não convencional para a cidade de Campos dos Goytacazes no ano do último censo (IBGE, 2008). Esses valores são usados no modelo para limitar inferiormente o valor total distribuído aos municípios nas duas modalidades consideradas.

Para a quantidade mínima de água fornecida à determinada comunidade, leva-se em consideração os dados de Barbosa (2015), onde se informa que o mínimo diário de água que cada ser humano necessita para as suas atividades básicas é de 110 litros. Sabendo-se também a quantidade de habitantes que cada estação de tratamento atende (Tabela 2), pode-se determinar o consumo mínimo mensal de água a ser fornecido através de cada estação de tratamento de água, mediante ao produto entre o mínimo diário humano; a quantidade de habitantes atendidos pela estação e a quantidade de dias em um mês, estabelecendo assim as quinze primeiras restrições da relação (18).

Para se estipular a capacidade mensal de produção de cada estação de tratamento de água, leva-se em consideração o produto entre a capacidade em litros por segundo de cada estação (Tabela 9) e a quantidade de segundos contidos em um mês, resultando assim nas quinze últimas restrições da relação (18)

Estabelecidos todos os antecedentes, pode-se formular o modelo de programação linear padrão para o caso de distribuição de água para o município de Campos dos Goytacazes.

5.2 – MODELO CLÁSSICO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA O PROBLEMA

Levando em consideração os quinze sistemas de abastecimento e seus respectivos custos associados a utilização de produtos químicos, descritos na seção anterior, chega-se à seguinte formulação da função objetivo:

$$\text{minimizar } 0,000001x_1 + 0,000001x_2 + 0,000014x_3 + 0,000014x_4 + 0,000001x_5 + 0,0000014x_6 + 0,000014x_7 + 0,000001x_8 + 0,000001x_9 + 0,000014x_{10} + 0,000014x_{11} + 0,000001x_{12} + 0,000001x_{13} + 0,000014x_{14} + 0,000001x_{15}.$$

De igual modo, podem ser formuladas as restrições do volume de água bruta tratada de forma convencional e não convencional na relação (17), e na relação (18), a capacidade mensal de produção e quantidade mínima.

$$\begin{aligned} x_3 + x_4 + x_7 + x_{10} + x_{11} + x_{14} &\geq 1741470000 \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} &\geq 247290000 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 49500000 & x_2 &\geq 82500000 & x_3 &\geq 4950000 \\ x_4 &\geq 1155000000 & x_5 &\geq 82500000 & x_6 &\geq 4290000 \\ x_7 &\geq 3300000 & x_8 &\geq 3300000 & x_9 &\geq 1650000 \\ x_{10} &\geq 6600000 & x_{11} &\geq 19800000 & x_{12} &\geq 13200000 \\ x_{13} &\geq 11550000 & x_{14} &\geq 3300000 & x_{15} &\geq 3960000 \\ x_1 &\leq 103680000 & x_2 &\leq 155520000 & x_3 &\leq 7776000 \\ x_4 &\leq 3110400000 & x_5 &\leq 181440000 & x_6 &\leq 7776000 \\ x_7 &\leq 12960000 & x_8 &\leq 5184000 & x_9 &\leq 2592000 \\ x_{10} &\leq 7776000 & x_{11} &\leq 51840000 & x_{12} &\leq 38880000 \\ x_{13} &\leq 38880000 & x_{14} &\leq 12960000 & x_{15} &\leq 12960000 \end{aligned} \quad (18)$$

5.3 – RESULTADOS E ANÁLISES DO MODELO CRISP

Após a formulação do modelo clássico, ou *crisp*, ter sido feita, foi realizada a simulação, utilizando o software R, de forma que se chegue ao custo mensal de fornecimento

de água relacionado aos produtos químicos para o município de Campos dos Goytacazes e aos volumes alocados de cada sistema de abastecimento para suas respectivas comunidades demandantes. O Apêndice IV apresenta a formulação do modelo proposto neste software.

Com relação ao custo, chegou-se a um valor mensal com produtos químicos de R\$ 24.634,75, que representa o custo total mínimo entre todas as estações de tratamento da cidade de Campos dos Goytacazes para atender a todas as comunidades do município. Para a quantidade de água fornecida pelos sistemas de abastecimento chegou-se aos valores observados na Tabela 12.

Tabela 12: Variáveis de decisão do modelo crisp proposto

Variáveis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Resultados	49500000	82500000	7776000	1700694000	82500000
Variáveis	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Resultados	4290000	3300000	3300000	1650000	6600000
Variáveis	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
Resultados	19800000	13200000	11550000	3300000	3960000

Os resultados mostraram que o modelo de PL *crisp* foi satisfatório, mesmo com algumas variáveis apresentando valores de restrição, como, x_7 , x_{12} e x_{15} , por exemplo. Porém, o conceito de Programação Linear clássico não permite a cobertura de incertezas que o problema possa apresentar. É o que acontece neste caso com as duas primeiras restrições (relação 17), que tratam da quantidade total de água fornecida nas formas convencional e não convencional. Os valores destas restrições foram limitados inferiormente pelo valor fornecido por IBGE (2008). Mas estes valores sofrem variação mediante a demanda de água das comunidades. Sendo assim, pode-se recorrer a um modelo de Programação Linear Fuzzy que permite tratar de problemas que envolvem incertezas. Isto é feito na próxima seção.

5.4 – O MODELO FUZZY

A versão Fuzzy do modelo de alocação de água para a cidade de Campos dos Goytacazes tem o propósito de considerar as imprecisões encontradas na dinâmica do sistema, de forma que se possa ter uma representação mais fiel do que de fato ocorre na prática. Essa característica imprecisa é inserida através do componente Fuzzy da Programação Linear por metas. De forma que as duas primeiras restrições, que dizem respeito à quantidade de água distribuída nas formas convencional e não convencional possam ser modeladas de maneira a permitir tolerâncias, pois essa quantidade certamente vai variar dependendo da demanda do mês.

Sendo assim, foi calculado o modelo de Programação Linear Fuzzy por metas considerando um relaxamento de 10% no lado direito das restrições da relação (17), tendo assim por meta um valor 10% mais baixo que o valor encontrado no modelo anterior, em que não se incorporava o componente fuzzy. Desta forma, pode-se formular as funções de pertinência para as duas primeiras restrições. Isto pode ser visto nas relações (18), (19).

(18)

$$\mu_2 = \begin{cases} 1, & \text{se } x_1 + x_2 + x_7 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} \leq 247290000; \\ & \\ \frac{x_1 + x_2 + x_7 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} - 247290000}{247290000}, & \text{se } 247290000 < x_1 + x_2 + x_7 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} \leq 272019000; \\ & \\ 0, & \text{se } x_1 + x_2 + x_7 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} \geq 272019000. \end{cases}$$

(19)

$$\mu_1 = \begin{cases} 1, & \text{se } x_3 + x_4 + x_7 + x_{12} + x_{11} + x_{14} \leq 1741470; \\ & \\ \frac{x_3 + x_4 + x_7 + x_{12} + x_{11} + x_{14} - 1741470000}{174147000}, & \text{se } 1741470000 < x_3 + x_4 + x_7 + x_{12} + x_{11} + x_{14} \leq 1915617000; \\ & \\ 0, & \text{se } x_3 + x_4 + x_7 + x_{12} + x_{11} + x_{14} \geq 1915617000. \end{cases}$$

O Apêndice IV traz detalhes da formulação do modelo implementado no “R”. Esses valores adotados para as tolerâncias das restrições e para a meta foram definidos mediante ao conhecimento do especialista, que neste caso é o próprio autor, sobre o processo. Isto é característico da abordagem Fuzzy, de forma que outras mudanças possam ser realizadas, de acordo com o objetivo que se pretende.

Após a inserção destas tolerâncias, pode-se então atualizar as duas primeiras restrições, que são inseridas no modelo fuzzy. Estas restrições, que na formulação clássica estavam representadas na relação (17), passam, no presente modelo, a respeitar a relação (20), considerando a abordagem de Zimmermann.

$$\begin{aligned} x_3 + x_4 + x_7 + x_{10} + x_{11} + x_{14} &\geq 1915617000 \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{15} &\geq 272019000 \end{aligned} \quad (20)$$

Feitas as mudanças, chegou-se a um valor para a função objetivo de R\$ 22.220,78, que representa uma diminuição de 9,8% dos custos totais com produtos químicos para a cidade de Campos dos Goytacazes em relação ao modelo anterior, que não considerava as variações que poderiam ocorrer no lado direito de algumas restrições. Para a quantidade alocada pelos sistemas de abastecimento, chegou-se ao valor disposto na Tabela 13.

Tabela 13: Variáveis de decisão do modelo fuzzy proposto

Variáveis	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅
Resultados	49500000	82500000	7776000	1528267921	82500000
Variáveis	x₆	x₇	x₈	x₉	x₁₀
Resultados	4290000	3300000	3300000	1650000	6600000
Variáveis	x₁₁	x₁₂	x₁₃	x₁₄	x₁₅
Resultados	19800000	13200000	11550000	3300000	3960000

A principal mudança se deu na variável x_4 , que sofreu um decréscimo no valor de seu fornecimento, possibilitando assim a diminuição no custo total do sistema.

Outro fator importante a ser observado nos resultados no modelo diz respeito ao valor do λ , que como apresentado na relação (12), representa o grau de violação das restrições em

que são incorporadas as tolerâncias. Este parâmetro, que no software utilizado é chamado de “beta”, resultou no valor de 0.009882004. Com isto, pode-se concluir que as restrições em que foram incorporadas tolerâncias (relação 17) apresentaram grande violação, ou seja, a margem adicional inserida pelo parâmetro fuzzy nestas restrições foi fortemente utilizada, pois o valor de λ é muito mais próximo de zero do que de um. No Apêndice IV são apresentados outros testes realizados para o mesmo modelo e a dinâmica de comportamento deste parâmetro.

Desta forma, pode-se observar que o modelo de Programação Linear Fuzzy cumpriu o objetivo ao qual se propunha que era de poder incluir as variações inerentes ao processo, fazendo com que a dinâmica do sistema fosse respeitada, sendo assim representada de forma mais ajustada, respeitando o compromisso que lhe é característico de atender a todas as restrições com seus graus pertinências μ_m assumindo um valor entre zero e um, denominado λ .

CAPÍTULO IV

CONCLUSÕES

Uma boa gestão da água doce e saneamento adequado são essências para o bem-estar humano e para o desenvolvimento sustentável. O Brasil adotou a Agenda 2030 das Nações Unidas, em 2015. Ela propõe no seu sexto objetivo “Assegurar a disponibilidade e gestão sustentável da água e saneamento para todos”. A fim de atingir este objetivo deve ser considerado o fator de disponibilidade da água, o que exige maior preocupação no gerenciamento que garantirá sua distribuição de qualidade e o uso adequado.

A água doce no planeta apresenta muitas incertezas tanto em relação à oferta quanto à demanda, pois condições climáticas e ambientais as afetam fortemente. Sendo assim, os responsáveis pela tomada de decisão para a gestão necessitam de ferramentas que possam incorporar estas incertezas. A lógica difusa, ou fuzzy, torna-se muito importante para este fim, pois ajudará na modelagem de sistemas que apresentam esta característica, fazendo com que a resposta resultante seja a mais confiável possível.

O modelo desenvolvido por este trabalho mostrou uma abordagem experimental levando em consideração os custos nos sistemas de abastecimento de água no município de Campos dos Goytacazes relacionados aos produtos químicos utilizados no tratamento da água, mostrando como a abordagem fuzzy pode inserir um caráter impreciso ao modelo. Isto foi incorporado a algumas restrições que, de fato, não possuíam valores fixos. Os resultados mostraram que simples variações podem produzir resultados significativamente diferentes. Pode-se ver que a inserção do caráter fuzzy nas duas primeiras restrições fizeram com que o modelo nos fornecesse um resultado 9,8% menor que a simulação feita por Programação Linear padrão.

Sendo assim, este modelo servirá de ponto de partida para uma abordagem mais criteriosa do sistema de abastecimento de água de Campos dos Goytacazes, visto que os valores adotados para os custos se embasaram no que a literatura fornece sobre tratamento químico, e a modelagem desenvolvida utilizou dados encontrados no portal eletrônico da distribuidora de águas do município. Porém, em trabalhos futuros podem-se extrair informações mais precisas desta distribuidora, de forma a tornar o modelo mais ajustado o qual vai fornecer os custos exatos associados a Campos dos Goytacazes através de

Programação Linear Fuzzy. O modelo proposto atendeu as expectativas, pois permitiu implementar e computar a solução de um problema de gestão de recursos hídricos com o software R, facilitado pelo pacote desenvolvido por Villacorta et. al. (2014), o que permitiu tratar as incertezas inerentes e avaliar essa abordagem flexibilizada do modelo.

Além disso, pode-se fazer uma análise completa de custos, não só com tratamentos químicos, mas também com energia elétrica (como é feito em Rodela (2014)), e outros custos associados ao fornecimento de água. Para isto, seria necessária apenas alguns ajustes a partir do modelo deste trabalho, mais especificamente nos coeficientes dos custos, tornando-o uma ferramenta muito importante tanto para a gestão de recursos hídricos para a Cidade de Campos dos Goytacazes como para outras regiões que venham a adotar o presente modelo.

Sendo assim, o presente trabalho apresenta uma contribuição importante para o gerenciamento de água, pois trabalha com a ferramenta fuzzy que apresentou resultados satisfatórios tanto no modelo teste desenvolvido relacionado ao trabalho de Rodela (2014) na Região Metropolitana de Recife, quanto no modelo desenvolvido para a alocação de água para o município de Campos dos Goytacazes.

REFERÊNCIAS

- ADASA. Agência reguladora de águas, energia e saneamento básico do Distrito Federal. Proposta referente a primeira revisão tarifária periódica das tarifas do serviço público de abastecimento de água e esgotamento sanitário praticadas pela CAESB. 2010.
- ACHON, C. L. BARROSO, M. M. CORDEIRO, J. S. Resíduos de estações de tratamento de água e a ISO 24512: desafio do saneamento brasileiro. *Revista Engenharia Sanitária e Ambiental*. v.18. n.2. p. 115-122. 2013.
- ACSELRAD, M. V.; AZEVEDO, J. P. S.; JOHNSSON, R. S. M. Cobrança pelo uso da água no Estado do Rio de Janeiro, Brasil (2004–2013): histórico e desafios atuais. *Revista Engenharia Sanitária e Ambiental*. v.20. n.2. 199-208. 2015.
- ÁGUAS DO PARAÍBA. Grupo águas do Brasil. Disponível em: <http://www.grupoaguasdobrasil.com.br/aguas-pariba/agua-e-esgoto/eta/>. Acesso em: novembro de 2015.
- ATLAS BRASIL, Abastecimento Urbano de Água. Panorama Nacional. Agência nacional de águas. Engecorps/Cobrape. Brasília. 2010.
- AUGUSTO, L. G. S; GURGEL, I. G. D; NETO, H. F. C; MELO, C. H; COSTA, A. M. O contexto global e nacional frente aos desafios do acesso adequado à água para consumo. *Revista Ciência e Saúde Coletiva*. v. 17. n. 6. p. 1511 – 1522, 2012
- BARBOSA, V. 20 números revelam o drama da água no mundo. Planeta Sustentável. 23 maio 2015. Disponível em: <http://planetasustentavel.abril.com.br/blog/planeta-agua/20-numeros-revelam-o-drama-da-agua-no-mundo/>. Acesso em: abril 2016.
- BIANCHI, P. Rio é o estado que mais consome água, o dobro do recomendado pela ONU. Falta de água. Uol, 5 fevereiro 2015. Disponível em: <http://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2015/02/05/rio-e-o-estado-que-mais-consome-agua-o-dobro-do-recomendado-pela-onu.htm>. Acesso em: Abril 2016.
- BICUDO, C.E.de M.; TUNDISI, J.G.; SCHEUENSTUHL, M. C. B. Águas do Brasil: análises estratégicas. Instituto de Botânica, São Paulo, 2010.
- CARVALHO, M. A; JÚNIOR, A. V. M; SCHARDONG, A; PORTO, R. L. L. Sistema de suporte à decisão para alocação de água em projetos de irrigação. *Revista Brasileira de*

Engenharia Agrícola e Ambiental. v.13. n.1. p.10–17. 2009.

CESAN, Apostila de Tratamento da água. Material preparado pela Companhia Espírito Santense de Saneamento. Disponível em: http://www.cesan.com.br/wp-content/uploads/2013/08/APOSTILA_DE_TRATAMENTO_DE_AGUA-.pdf Acessado em Abril 2016.

CHAIB, E. B; RODRIGUES, F. C; MAIA, B. H; NASCIMENTO, N. D. O. Avaliação do potencial de redução do consumo de água potável por meio da implantação de sistemas de aproveitamento de água de chuva em edificações unifamiliares. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. v. 20. n.3. p. 605 – 614. 2015.

CREMASCO, C.; FILHO, L.; CATANEO, A. Metodologia de determinação de funções de pertinência de controladores fuzzy para a avaliação energética de empresas de avicultura de postura. Revista Energia na Agricultura. Botucatu, v. 25, n.1. p.21-39, 2010;

FULLÉR, R. An Introduction to Fuzzy Linear Programs – Tutorial. Disponível em <http://uni-obuda.hu/users/fuller.robert/linear.pdf>. Institute for Advanced Management Systems Research. Department of Information Technologies. Abo Akademi University. Outubro, 2010.

FUNIBER. Melhorar a gestão da água na agricultura poderia reduzir o problema da fome. Disponível em: <http://blogs.funiber.org/pt/meio-ambiente/2016/02/26/funiber-melhorar-gestao-agua-problema-fome>. Funiblogs. Acesso em: maio 2016.

GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. Modelagem, controle, sistemas e lógica fuzzy. SBA Controle e Automação – Departamento de engenharia de computação e automação industrial, Faculdade de engenharia elétrica, Universidade estadual de campinas. v.4, n.3.1994;

IBGE. Pesquisa Nacional de Saneamento Básico – 2008. Disponível em: <http://www.cidades.ibge.gov.br/xtras/temas.php?lang=&codmun=330100&idtema=20&search=rio-de-janeiro|campos-dos-goytacazes|pesquisa-nacional-de-saneamento-basico-2008>. Acesso em: novembro de 2015.

JÄGERMEYR, J; GERTEN, D; SCHAPHOFF, S; HEINK, J; LUCHT, W; ROCKSTROM, J. Integrated crop water management might sustainably halve the global food gap. Revista Environmental Research Letter. v.11 n.2. Disponível em:

<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/11/2/025002/pdf>. Acessado em: Junho 2016.

KATAYAMA, V. T; MONTES, C. P; FERRAZ, T. H; MORITA, D. M. Quantificação da produção de lodo de estações de tratamento de água de ciclo completo: uma análise crítica. Rev. Engenharia Sanitária e Ambiental. v. 20. n. 4. p. 559-569. 2015.

LIMA, A. S.; FRANCISCO, L. E. S.; Identificação e controle fuzzy de uma planta didática de nível. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia de Controle e Automação Industrial) – Instituto Federal Fluminense. Campos dos Goytacazes. 2010;

MATLOFF, N. S. The art of R programming: tour of statistical software design ISBN – 13: 978-1-59327-384-2. No starch press, San Francisco, 2011.

MATOS, M. A. Programação Linear Imprecisa. Disponível em: paginas.fe.up.pt/~mam/proglinimp.pdf. Acesso em: Junho 2016. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Portugal. 1996.

MORAES, M. G. A; CIRILO, J. A.; SAMPAIO, Y. Integração dos componentes econômico e hidrológico na modelagem de alocação ótima de água para apoio a gestão de recursos hídricos: uma aplicação na bacia do rio pirapama. XXXII Encontro nacional de economia. 2004.

OLIVEIRA, M. D; REZENDE, O. L. T; OLIVEIRA, S. M. A. C; LIBÂNIO, M. Nova abordagem do índice de qualidade da água bruta utilizando lógica Fuzzy. Rev. Engenharia Sanitária e Ambiental. v. 19. n. 4 . p. 3061-372. 2014.

PAULINO, M. P. Alternativas de Concepção e Gestão de Gestão de Abastecimento de Águas de Cidades que Utilizam Vários Mananciais: Caso Ouro Preto/MG. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. 2005.

PNUMA, Perspectivas do Meio Ambiente Mundial GEO 03 (2002) Capítulo 2 Estado do Meio Ambiente e Retrospectivas Políticas: 1972-2002 PNUMA e IBAMA: http://www.wwiuma.org.br/geo_mundial_arquivos/cap2_%20aguadoce.pdf, visitado em setembro 2015.

RECESA, Abastecimento de água : operação e manutenção de estações de tratamento de água

: guia do profissional em treinamento : nível 2. Ministério das Cidades. Secretaria Nacional de Saneamento Ambiental (org.). – Belo Horizonte, 2008.

RIBAS, G. P. Modelo de Programação Estocástica para o Planejamento Estratégico da Cadeia Integrada de Petróleo. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica. Puc-Rio. 2008.

RODELLA, L. M. A. Modelo de programação linear para apoio a decisão na distribuição de água de sistemas integrados de abastecimento. Tese de doutorado. Universidade Federal do Pernambuco, 2014.

ROMMELFANGER, H. Fuzzy linear programming and applications. European Journal of Operational Research. Institute of Statistics and Mathematics, J.W. Goethe University of Frankfurt am Main, Frankfurt am Main, Germany. 1996.

SCARATTI, D.; MICHELON, W.; SCARATTI, G. Avaliação da eficiência da gestão dos serviços municipais de abastecimento de água e esgotamento sanitário utilizando *Data Envelopment Analysis*. Revista Engenharia Sanitária e Ambiental. v.18; n.4; p. 333-340. 2013.

SILVA, L. LUCAS, H. TEIXEIRA, M. R. Avaliação econômica preliminar da nanofiltração na remoção de cianotoxinas em água naturais. Sapientia. Universidade de Algarve. 2012.

SOUZA, L. R; MONTEIRO, S. J; SILVA, W. O. Tratamento de água para abastecimento. Universidade Regional do Cariri. CCT. Juazeiro do norte. CE. 2012.

TIBIRIÇÁ, C. A. G; NASSAR, S. M. Desenvolvimento de uma Abordagem Híbrida Difusão-Probabilística para a Modelagem de Incerteza. Departamento de Informática e Estatística. Universidade Federal de Santa Catarina. 2003.

TSAKIRIS, G; SPILOTIS, M. Fuzzy linear Programming for problems of water allocation under uncertainty; European Water 7/8; 25-37; Atenas, Grécia, 2004.

TUNDISI, J. G. Governança da Água. Revista UFMG. Belo Horizonte, v. 20, n.2, p. 222-235, Instituto Internacional de Ecologia de São Carlos. 2013.

TUNDISI, J. G. Recursos Hídricos no futuro: Problemas e Soluções. Revista Estudos

avançados, v. 22, n. 63, p. 7-16, 2008.

VILLACORTA, P. J; RABELO, C. A; PELTA, D. A; VERDEGAY, J. L. FuzzyLP: An R Package for solving fuzzy linear programming problems. Department of Computer Science and Artificial Intelligence University of Granada. Spain. 2014.

ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. Information and Control - Departamento de engenharia elétrica e Laboratório de recursos eletrônicos, Universidade da Califórnia, Berkeley, Califórnia, 1965;

ZADEH, L. A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process. IEE Transactions on Systems, man, and cybernetics – vol. smc-3, nº1, janeiro, 1973;

ZUFFO, A. C. Análise multicriterial ao planejamento de recursos hídricos: Uma metodologia fuzzy para o enfoque ambiental. Tese de livre docência (Faculdade de engenharia civil, arquitetura e urbanismo) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2010;

APÊNDICE I: ORIENTAÇÕES SOBRE O AMBIENTE R

O ambiente R é um software que possibilita uma série de atividades como manipulação, cálculos e mostradores gráficos, podendo assim trabalhar com vetores, matrizes e tendo uma linguagem específica de programação, chamada 's'.

O objetivo da utilização deste software nessa pesquisa se dá pelo fato de que o mesmo apresenta determinada facilidade em se trabalhar com programação linear fuzzy, que é a ferramenta principal deste trabalho. Para que este objetivo seja alcançado, é necessário que o ambiente seja instalado corretamente, contendo o software e os pacotes (packages) corretamente instalados e configurados na estação de trabalho (computador).

O primeiro passo desenvolvido nesta pesquisa foi a realização do download de dois softwares (R e Rstudio), como recomendado por <https://www.otexts.org/fpp/using-r>. Um fator determinante na escolha destes softwares é o fato dos mesmos serem softwares livres e possuir licença gratuita, respectivamente.

O software R, primeiro a ser instalado, foi baixado através do link: "Download R 3.2.2 for Windows". Após o link ser acessado, basta seguir os passos da instalação.

Com relação ao software Rstudio, este foi baixado através do link: RStudio 0.99.486 - Windows Vista/7/8/10. Como no software anterior, após este ser baixado, basta seguir os passos para a instalação.

O passo seguinte é a instalação dos pacotes (packages) necessários para que o programa trabalhe com as aplicações desejadas. Para isto, deve-se abrir o programa Rstudio e em seguida acessar a aba 'packages' no canto direito da tela.

Com isso, nesta mesma aba, surgirá o botão 'install' e com ele a possibilidade de se instalar os pacotes necessários à aplicação. Isto ocorrerá por intermédio de uma caixa de diálogo que será aberta, como nos mostra a figura 7.

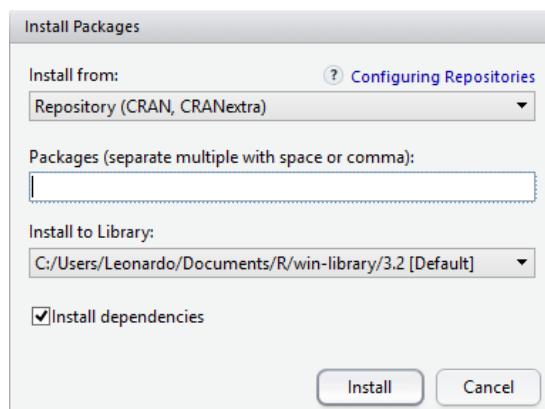


Figura 7: Caixa de diálogo R

Com a caixa de diálogo aberta, basta digitar o nome dos pacotes que serão necessários.

No caso desta pesquisa, foram utilizados os pacotes 'FuzzyNumbers', que possibilita desenvolver aplicações envolvendo a lógica fuzzy; o pacote 'ROI', que trabalha com o ambiente de otimização e o pacote FuzzyLP que permite trabalhar com programação linear fuzzy, que é o objetivo desta pesquisa.

Files Plots Packages Help Viewer				
Install Update Search				
	Name	Description	Version	
	fracdiff	Fractionally differenced ARIMA aka ARFIMA(p,d,q) models	1.4-2	X
<input checked="" type="checkbox"/>	fuzzyFDR	Exact calculation of fuzzy decision rules for multiple testing	1.0	X
<input checked="" type="checkbox"/>	FuzzyLP	Fuzzy Linear Programming	0.1-3	X
<input checked="" type="checkbox"/>	FuzzyNumbers	Tools to Deal with Fuzzy Numbers	0.4-1	X
<input checked="" type="checkbox"/>	fuzzyRankTests	Fuzzy Rank Tests and Confidence Intervals	0.3-7	X
<input checked="" type="checkbox"/>	FuzzyStatProb	Fuzzy Stationary Probabilities from a Sequence of Observations of an Unknown Markov Chain	2.0.1	X
<input checked="" type="checkbox"/>	FuzzyToolkitUoN	Type 1 Fuzzy Logic Toolkit	1.0	X
<input checked="" type="checkbox"/>	glpkAPI	R Interface to C API of GLPK	1.3.0	X
<input type="checkbox"/>	lazyeval	Lazy (Non-Standard) Evaluation	0.1.10	X
<input type="checkbox"/>	lmtree	Testing Linear Regression Models	0.9-34	X

Figura 8: Lista de pacotes do R

Além de instalar os pacotes, é necessário que estes sejam marcados em uma lista (figura 8) que disponibiliza todos os pacotes baixados, indicando quais deles serão úteis na simulação pretendida, mediante a sua função particular.

Feitas estas configurações, já se pode começar a trabalhar neste ambiente.

No presente trabalho foram utilizadas algumas funções pertencentes a este ambiente. As duas primeiras estão relacionadas diretamente à programação linear padrão e foram utilizadas para encontrar os valores ótimos para as relações de fornecimento e para a função objetivo. Estas funções possuem as seguintes sintaxes, respectivamente:

```
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)
```

```
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)$solution
```

Desta forma, a função “lp” buscou minimizar os custos com a água (“min”), recebendo como entradas os coeficientes da função objetivo (f.obj), a matriz das restrições (f.con), a direção do sinal que limita cada restrição (f.dir) e o lado direito das restrições (f.rhs).

A outra função pertencente ao ambiente R que foi utilizada está relacionada à programação linear fuzzy, sendo também usada para encontrar os valores ótimos das relações de fornecimento e das restrições, quando algumas destas possuem variações. Porém, neste caso, foi necessária apenas uma sintaxe padrão, como o sugerido em Villacorta et. al (2014), que se apresenta da seguinte forma:

```
FCLP.fuzzyObjective(f.obj, f.con, f.dir, f.rhs, t, z0, t0, F)
```

Desta forma, a função “FCLP.fuzzyObjective” recebe os dados da função objetivo e das restrições, como a função utilizada anteriormente, além de permitir a inserção de tolerâncias para o lado direito das restrições (t), permitindo também que seja determinada uma meta (z0). Esta meta pode ter uma tolerância aceitável (t0). Além disso, é extremamente importante a inserção de forma correta do último parâmetro (F), que também pode ser configurado como “T”. Este parâmetro diz respeito a natureza da programação, ou seja, se é de maximização (verdadeiro ou true “T”), ou se não é de maximização (falso ou false “F”), sendo assim de minimização.

É importante ressaltar o seguinte fato: houve determinado momento em que o modelo desenvolvido retornava valores para as variáveis de decisão e para a função objetivo que não tinha coerência com a realidade. Este problema custou alguns dias da pesquisa até que se percebeu que o problema estava no fato de que o último parâmetro (T) estava dizendo que o programa era de natureza de maximização, o que não condizia com a realidade. Após muita análise este equívoco foi corrigido, e o parâmetro passou a ser considerado de forma correta e o campo onde estava configurado como “T” passou a receber o parâmetro “F”, dando prosseguimento assim à correta simulação do modelo proposto.

APÊNDICE II: FORMULAÇÕES DO MODELO DE TESTE NO “R” BASEADO EM RODELA (2014)

Esta seção tem como objetivo apresentar o código desenvolvido no ambiente R para formular o problema de alocação de água discutido em Rodela (2014), com seu resultado.

O vetor “f.obj” fornece os valores dos custos de cada relação entre sistema de abastecimento e cidade. A matriz “f.con” fornece os coeficientes das restrições do modelo. O termo “f.dir”, apresenta a direção da desigualdade associada a cada restrição, podendo esta ser de “maior ou igual” ou “menor ou igual”. O vetor “f.rhs” fornece os valores do lado direito associado a cada restrição. E, por último, a função lp calcula a solução de programação linear padrão para o problema em questão.

O código implementado possui a seguinte configuração:

```

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,
1,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,
0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0),
nrow=43, byrow=TRUE)
f.dir <- c("<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", ">=", "<=",
"<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=",
"<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=",
"<=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=")
f.rhs <-
c(2334853,3659800,435855,2440552,250926,9584649,1252272,8128299,840993,22270572,
129326,2242729,505034,284255,1860559,1685912,404120,269935,500903,2034769,219055
,111392,6063112,1574204,3630483,1086474,173277,1170186,753953,6402963,32068,75188
,0,173679,1581874,11000000,353524,198979,1180139,2213107,4571418,121294,940706,548
764)
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)$solution

```

Este modelo, produziu o seguinte resultado:

```

> lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)
Success: the objective function is 3469445
> lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)$solution
[1] 129326 2205527 353524 198979 1452548 1180139 0 0 500903 1939649 0
0
[13] 6063112 1574204 1947333 138000 121294 940706 684436 2731361 32068 516696
0

```

Observando o resultado gerado pela simulação realizada, pode-se observar que a função objetivo produziu um valor de R\$ 3.469.445. Pode-se ver também os valores resultantes para as vinte e três variáveis de decisão consideradas.

Para o modelo desenvolvido por programação linear fuzzy, a estrutura principal segue

inalterada, ou seja, os coeficientes da função objetivo, a matriz das restrições, a direção destas e o lado direito, permaneceram os mesmos. A primeira mudança ocorre com a inserção de tolerâncias, através do vetor “ t ”. A seguinte mudança diz respeito a função, que antes era de programação linear padrão (lp), e agora passa a ser de programação linear fuzzy (FCLP.fuzzyObjective).

Sendo assim, as duas últimas linhas do código referente a programação linear padrão dão lugar as seguintes:

Após realizadas estas alterações o modelo foi simulado, produzindo assim o seguinte resultado:

Bound reached, FCLP.fixedBeta with beta = 1 may obtain better results.

```

beta   x1      x2      x3      x4      x5      x6      x7      x8      x9      x10
[1,] 1 129326 2205527 353524 198979 1452548 1180139 404120 0 500903 1939649
      x11     x12     x13
219055 31871 6063112
      x14     x15     x16     x17     x18     x19     x20     x21     x22     x23 objective
[1,] 1574204 1947333 138000 121294 940706 652565 2108186 32068 516696 0 3507770

```

Pode-se observar que o último campo dos resultados apresenta o valor da função objetivo, que produziu um valor de R\$ 3.507.770, enquanto que os demais campos apresentam os novos valores da variável de decisão.

APÊNDICE III – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE FEITA NO LINDO 6.1

Esta seção apresenta o resultado da análise de sensibilidade gerada pelo software LINDO 6.1, após formulado o modelo teste de Programação Linear padrão para o caso da Região Metropolitana de Recife. Sendo este apresentado a seguir:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 18

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3469445.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	129326.000000	0.000000
X12	2205527.000000	0.000000
X23	353524.000000	0.000000
X24	198979.000000	0.000000
X21	1452548.000000	0.000000
X25	1180139.000000	0.000000
X32	0.000000	0.070000
X31	0.000000	0.030000
X46	500903.000000	0.000000
X47	1939649.000000	0.000000
X52	0.000000	0.040000
X57	0.000000	0.040000
X62	5378676.000000	0.000000
X66	1574204.000000	0.000000
X67	2631769.000000	0.000000
X76	138000.000000	0.000000
X78	121294.000000	0.000000
X89	940706.000000	0.000000
X87	0.000000	0.000000
X82	3415797.000000	0.000000
X810	32068.000000	0.000000
X910	516696.000000	0.000000
X99	0.000000	0.020000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.020000
3)	474610.000000	0.000000
4)	435855.000000	0.000000
5)	0.000000	0.020000
6)	250926.000000	0.000000
7)	0.000000	0.070000
8)	992978.000000	0.000000

9)	3739728.000000	0.000000
10)	324297.000000	0.000000
11)	439233.000000	0.000000
12)	0.000000	0.040000
13)	37202.000000	0.000000
14)	151510.000000	0.000000
15)	85276.000000	0.000000
16)	408011.000000	0.000000
17)	505773.000000	0.000000
18)	404120.000000	0.000000
19)	269935.000000	0.000000
20)	0.000000	0.040000
21)	95120.000000	0.000000
22)	219055.000000	0.000000
23)	111392.000000	0.000000
24)	684436.000000	0.000000
25)	0.000000	0.040000
26)	998714.000000	0.000000
27)	948474.000000	0.000000
28)	51983.000000	0.000000
29)	229480.000000	0.000000
30)	753953.000000	0.000000
31)	2987166.000000	0.000000
32)	0.000000	0.020000
33)	235184.000000	0.000000
34)	173679.000000	0.000000
35)	0.000000	-0.220000
36)	0.000000	-0.180000
37)	0.000000	-0.220000
38)	0.000000	-0.220000
39)	0.000000	-0.220000
40)	0.000000	-0.220000
41)	0.000000	-0.180000
42)	0.000000	-0.220000
43)	0.000000	-0.180000
44)	0.000000	-0.200000

NO. ITERATIONS= 18

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	0.160000	0.040000	INFINITY
X12	0.160000	0.020000	0.040000
X23	0.220000	INFINITY	0.220000
X24	0.220000	INFINITY	0.220000
X21	0.220000	0.030000	0.040000

X25	0.220000	INFINITY	0.220000
X32	0.250000	INFINITY	0.070000
X31	0.250000	INFINITY	0.030000
X46	0.160000	0.040000	INFINITY
X47	0.160000	0.020000	0.040000
X52	0.220000	INFINITY	0.040000
X57	0.220000	INFINITY	0.040000
X62	0.110000	0.020000	0.000000
X66	0.110000	0.040000	INFINITY
X67	0.110000	0.000000	0.020000
X76	0.220000	INFINITY	0.040000
X78	0.220000	INFINITY	0.220000
X89	0.180000	0.020000	0.180000
X87	0.180000	INFINITY	0.000000
X82	0.180000	0.000000	0.020000
X810	0.180000	0.020000	INFINITY
X910	0.200000	INFINITY	0.020000
X99	0.200000	INFINITY	0.020000

RIGHHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2334853.000000	37202.000000	2205527.000000
3	3659800.000000	INFINITY	474610.000000
4	435855.000000	INFINITY	435855.000000
5	2440552.000000	95120.000000	998714.000000
6	250926.000000	INFINITY	250926.000000
7	9584649.000000	684436.000000	2987166.000000
8	1252272.000000	INFINITY	992978.000000
9	8128299.000000	INFINITY	3739728.000000
10	840993.000000	INFINITY	324297.000000
11	22270572.000000	439233.000000	INFINITY
12	129326.000000	1452548.000000	37202.000000
13	2242729.000000	INFINITY	37202.000000
14	505034.000000	INFINITY	151510.000000
15	284255.000000	INFINITY	85276.000000
16	1860559.000000	INFINITY	408011.000000
17	1685912.000000	INFINITY	505773.000000
18	404120.000000	INFINITY	404120.000000
19	269935.000000	INFINITY	269935.000000
20	500903.000000	138000.000000	95120.000000
21	2034769.000000	INFINITY	95120.000000
22	219055.000000	INFINITY	219055.000000
23	111392.000000	INFINITY	111392.000000
24	6063112.000000	INFINITY	684436.000000
25	1574204.000000	138000.000000	684436.000000
26	3630483.000000	INFINITY	998714.000000
27	1086474.000000	INFINITY	948474.000000
28	173277.000000	INFINITY	51983.000000
29	1170186.000000	INFINITY	229480.000000

30	753953.000000	INFINITY	753953.000000
31	6402963.000000	INFINITY	2987166.000000
32	32068.000000	516696.000000	32068.000000
33	751880.000000	INFINITY	235184.000000
34	173679.000000	INFINITY	173679.000000
35	1581874.000000	408011.000000	439233.000000
36	11000000.000000	2987166.000000	439233.000000
37	353524.000000	151510.000000	353524.000000
38	198979.000000	85276.000000	198979.000000
39	1180139.000000	474610.000000	439233.000000
40	2213107.000000	948474.000000	138000.000000
41	4571418.000000	998714.000000	439233.000000
42	121294.000000	51983.000000	121294.000000
43	940706.000000	229480.000000	439233.000000
44	548764.000000	235184.000000	439233.000000

APÊNDICE IV - FORMULAÇÕES DO MODELO PROPOSTO UTILIZANDO O “R”

Esta seção tem como objetivo apresentar o código desenvolvido no ambiente R para formular o problema proposto no trabalho para alocação de água no município de Campos dos Goytacazes.

Semelhantemente ao modelo teste desenvolvido anteriormente, os parâmetros apresentam a seguinte descrição: O vetor “f.obj” fornece os valores dos custos de cada sistema de abastecimento. A matriz “f.con” fornece os coeficientes das restrições do modelo. O termo “f.dir”, apresenta a direção da desigualdade associada a cada restrição, podendo esta ser de “maior ou igual” ou “menor ou igual”. O vetor “f.rhs” fornece os valores do lado direito associado a cada restrição. E, ao final, a função “lp” calcula a solução de programação linear padrão para o problema em questão.

O código implementado possui a seguinte configuração:

```

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,
0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,
1,1,0,0,1,1,0,1,1,0,0,1,1,0,0), nrow=32, byrow=TRUE)
f.dir <- c(">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=", ">=",
">=", ">=", ">=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=", "<=",
"<=", "<=", "<=", "<=", ">=", ">=")
f.rhs <- c(49500000, 82500000, 4950000, 1155000000, 82500000, 4290000, 3300000,
3300000, 1650000, 6600000, 19800000, 13200000, 11550000, 3300000, 3960000,
103680000, 155520000, 7776000, 3110400000, 181440000, 7776000, 12960000, 5184000,
2592000, 7776000, 51840000, 38880000, 38880000, 12960000, 12960000, 1741470000,
247290000)
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)
lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)$solution

```

Este modelo produziu o seguinte resultado:

```

> lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)
Success: the objective function is 24634.75
> lp ("min", f.obj, f.con, f.dir, f.rhs)$solution
[1] 49500000 82500000 7776000 1700694000 82500000 4290000 3300000
3300000
[9] 1650000 6600000 19800000 13200000 11550000 3300000 3960000

```

Ao analisar os resultados pode-se observar que a função objetivo do modelo crisp deste trabalho produziu um valor de R\$ 24.634,75. Pode ser visto também os valores de fornecimento hídrico que os 15 sistemas ofertam.

De forma análoga ao modelo teste, o modelo fuzzy foi simulado. Sendo assim, substituiu-se as duas últimas linhas do código, colocando em seu lugar o vetor de tolerâncias (t) e a função fuzzy, de acordo com a proposta do modelo. Sendo assim, as duas últimas linhas do código dessa seção deram lugar a:

Vale ressaltar que o vetor de tolerâncias, localizado na primeira linha do código acima, só possui dois campos diferentes de zero, que são justamente os campos referentes às duas restrições em que foram incorporadas violações. É importante também observar a meta para o modelo Fuzzy, representada por $z_0 = 22171,275$. Este valor é exatamente 10% inferior ao

obtido no modelo crisp. Este parâmetro é acompanhado do fator t_0 , que informa o quanto se permite tolerar além da meta. Neste caso, o valor foi ajustado para 50, pois foi aquele que produziu melhor resultado para o sistema. Este pode ser visto a seguir:

```
Bound reached, FCLP.fixedBeta with beta = 0.009882004 may obtain better results.
      beta      x1      x2      x3      x4      x5      x6      x7
[1,] 0.009882004 49500000 82500000 7776000 1528267921 82500000 4290000 3300000
      x8      x9
[1,] 3300000 1650000
      x10     x11     x12     x13     x14     x15   objective
[1,] 6600000 19800000 13200000 11550000 3300000 3960000 22220.78
```

Pode-se observar que o valor resultante para a função objetivo foi de R\$ 22.220,78, bem próximo do valor estabelecido como meta, porém utilizando uma faixa da tolerância permitida para esta, que foi de R\$ 50. Além disso, pode-se verificar os valores para as variáveis de decisão que estão associadas aos quinze sistemas de abastecimento. Outro fator importante diz respeito ao parâmetro λ , que no software utilizado é conhecido como beta. Este parâmetro resultou em um coeficiente de valor 0.009882004, indicando que as restrições onde foram incorporadas tolerâncias apresentaram forte violação, porém dentro do permitido.

Até se chegar ao valor ideal para a função objetivo, apresentado no parágrafo acima, outros testes foram realizados, porém os resultados não foram satisfatórios.

Em um destes testes, buscou-se uma redução na meta de 5% em relação ao resultado produzido pelo modelo crisp, ou seja, a meta foi de R\$ 23.403. Isto pode ser visto a seguir, na última linha do modelo, que sofreu alteração:

FCLP.fuzzyObjective(f.obj, f.con, f.dir, f.rhs, t, z0=23403, t0=50, F)

Esta configuração produziu o seguinte resultado:

```
Bound reached, FCLP.fixedBeta with beta = 0.5049368 may obtain better results.
      beta      x1      x2      x3      x4      x5      x6      x7
0.5049368 49500000 82500000 7776000 1614480226 82500000 4290000 3300000
      x8      x9     x10
[1,] 3300000 1650000 6600000
      x11     x12     x13     x14     x15   objective
[1,] 19800000 13200000 11550000 3300000 3960000 23427.75
```

Observa-se que neste caso o valor mínimo produzido, R\$ 23.427,75, foi superior ao

encontrado pelo modelo ideal (R\$ 22.220,78). Adicionalmente, pode-se verificar, que em consequência, o valor do beta também foi superior (0.5049368), significando que neste caso a violação nas restrições foi menor que no modelo considerado ideal.

Em um outro teste, a redução da meta em relação ao crisp foi de 20% (R\$ 19707,80), ou seja, maior que no modelo considerado ideal, como pode ser visto na última linha deste modelo.

FCLPfuzzyObjective(f.obj, f.con, f.dir, f.rhs, t, z0=19707.80, t0=50, F)

Ao simular este modelo, observou-se que a violação máxima foi atendida, pois a simulação retornou uma mensagem que dizia:

"Maximal bound not reached."

Desta forma, pode-se concluir que o não foi possível encontrar um parâmetro λ entre zero e um que satisfizesse a relação (12).

**ANEXO I – BAIRROS ATENDIDOS PELAS ESTAÇÕES DE TRATAMENTO DE ÁGUA.
(Extraído de Águas do Paraíba, 2015)**

Sistema	Bairros Atendidos
Beco de Santo Antônio	Santo Antônio, Penha, Nova Penha, Vivendas do Coqueiro I, II e III, Estância da Penha, Jardim das Acácas, Prado, Solar da Penha, Morar Feliz da Penha, Parque Angélica, Parque Bela Vista e Chácara da Penha
Boa Vista	Baixa Grande, Farol de São Thomé e Santo Amaro
Conselheiro Josino	Área urbana do distrito de Vila Nova
Coroa	Cohab Parque Novo Jockey, Loteamento Sun Set Jockey, Parque Benta Pereira, Parque Jockey Club, Parque Jose Alves Dias, Parque Jose do Patrocínio, Parque Moradas Do Oriente, Parque Novo Jockey, Parque Residencial Do Jockey I, Parque Residencial Do Jockey II, Parque Vila Da Rainha, Parque Vista Alegre, Cohab Parque Penha, Condomínio Village Da Penha I, Condomínio Village Da Penha II, Conjunto Residencial Santa Maria, Jardim das Acácas, Parque Angélica, Parque Imperial I, Parque Imperial II, Residencial Santo Antonio, Parque Alpha Green, Parque Alphaville, Parque Alphaville III, Parque Fazenda Grande, Parque Fazendinha, Parque Ips, Parque João Maria, Parque Tarcísio Miranda, Residencial João Maria, Residencial Riviera, Chácara João Ferreira, Condomínio Bosque Das Acácas, Condomínio Bougainville, Condomínio do Horto, Condomínio Residencial Privilege, Flamboyial I, Flamboyant II, Pnntque Cacique, Parque Califórnia, Parque Damas Ortiz, Parque Horto, Parque Jose do Patrocínio, Parque Matadouro, Parque Oliveira Botelho, Parque Riachuelo, Parque Salo Brand, Parque São Pedro, Parque Turf Club, Chatuba, Condomínio Vilage Dos Goitacazes, Loteamento Veredas, Parque Aurora, Parque Doutor Beda, Parque Joao Seixas, Parque Rosário, Parque Rui Barbosa, Parque São Benedito, Parque São Lino, Residencial Osvaldo Gregório, Centro, Condomínio Canto Do Bosque, Condomínio da Torre, Condomínio das Palmeiras, Condomínio das Palmeiras II, , Condomínio Golden Garden, Condomínio Raul Linhares, Jardim Maria Queiroz, Parque Conselheiro Tomas Coelho, Parque Das Palmeiras, Parque Dom Bosco, Parque Pelinca, Parque Presidente Juscelino, Parque Santo Amaro, Parque São Caetano, Parque Tamandaré, Caju, Condomínio Sonho Dourado, Parque Alberto Torres, Parque Corrientes, Parque do Contorno, Parque Julião Nogueira, Parque Leopoldina, Parque Nossa Senhora Do Rosário, Parque Rodoviário, Parque São Clemente, Parque São Salvador, Parque Sumaré, Cohab Parque Esplanada, Condomínio Nashville, Parque Corrientes, Parque Esplanada, Parque Julião Nogueira, Parque Nova Brasília, Parque Pecuária, Parque Quinze de Novembro, Parque São Clemente, Parque Sumaré, Cohab Nova Santa Helena, Cohab Parque Aldeia, Fazenda da Aldeia, , Parque Aldeia, Parque Cidade Luz, Parque Fundão, Parque Lebret, Parque Santa Helena , Parque São Jose, Parque Vera Cruz, Vila Maracanã, Cohab Lagoa Das Pedras, Conjunto Aeroporto I, Parque Guarus, Parque Lebret, Parque São Mateus , Cohab Parque Eldorado I, Cohab Parque Eldorado II, Cohab Parque Eldorado III, , Conjunto Residencial Novo Eldorado , Conjunto Aeroporto II, Jardim Aeroporto, Jardim Carioca, Jardim Ceasa, Jardim Eldorado, Jardim Residencial Planície, Parque Aeroporto, Parque Bandeirantes, Parque Bonsucesso, Parque Codin, Parque Eldorado, Parque Niterói, Parque Nova Campos, Parque Novo Eldorado, Parque Santa H, lena, Parque São Domingos, Parque São Silvestre, Vila Industrial, Terra Prometida, Jardim Carioca, Parque Alvorada, Custodopolis, Parque Presidente Vargas, Parque Santo Antonio, Parque Vera Cruz, Parque Vicente Gonçalves Dias, Parque Zuza Mota, Cohab Parque Santa Rosa, Condomínio Res Vila Alice, Jardim Carioca, Jardim Residencial Planície, Parque Alvorada, Parque Barão do Rio Branco, Parque Bonsucesso, Parque Custodopolis, Parque Morada Santa Rosa, Parque Novo Mundo, Parque Santa Rosa, Parque São Domingos, Parque Vicente Gonçalves Dias, Residencial da Lapa I, Residencial Da Lapa II, Centro, Chácara Joao Ferreira, Lapa, Parque Oliveira Botelho, Parque Riachuelo, Cohab dos Nogueiras, Cohab Parque Prazeres, Cohab Parque Prazeres II, Parque Prazeres, Parque São Jorge
Donana	Donana, Gytacazes e Tócos
Macabu	Área urbana do Distrito de Dores de Macabu
Morangaba	Área urbana do Distrito de Rio Preto
Morro do Coco	Área urbana do distrito de Morro do Côco
Murundu	Área urbana de Murundu
Ponta Grossa	Área urbana do Subdistrito de Ponta Grossa
Santo Eduardo/Santa Maria	Áreas urbanas de Santo Eduardo, Santa Maria e Espírito Santinho
São Sebastião	Áreas urbanas de São Sebastião e Poço Gordo
Saturnino Braga	Área urbana de Santurnino Braga
Três Vendas	Área urbana de Três Vendas
Vila Nova	Área urbana de Vila Nova