

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

HERNANDES COUTINHO FAGUNDES

**Valoração da flexibilidade na contratação de serviços
especializados para construção de poços de petróleo através de
Opções Reais**

Campos dos Goytacazes
2018

HERNANDES COUTINHO FAGUNDES

**Valoração da flexibilidade na contratação de serviços
especializados para construção de poços de petróleo através de
Opções Reais**

Defesa de dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Orientador: Rodrigo Tavares Nogueira, D.Sc.

Campos dos Goytacazes - RJ
Agosto de 2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CCT / UENF

69/2018

Fagundes, Hernandes Coutinho

Valoração da flexibilidade na contratação de serviços especializados para construção de poços de petróleo através de opções reais / Hernandes Coutinho Fagundes. – Campos dos Goytacazes, 2018.

209 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia de Produção. Campos dos Goytacazes, 2018.

Orientador: Rodrigo Tavares Nogueira.

Área de concentração: Pesquisa operacional.

Bibliografia: f. 166-178.

1. OPÇÕES REAIS (FINANÇAS) 2. FLEXIBILIDADE CONTRATUAL 3. INVESTIMENTO SOB INCERTEZA 4. OPÇÕES DE TROCA I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia de Produção II. Título

CDD 332.6

Nome: FAGUNDES, Hernandes Coutinho

Título: Valoração da flexibilidade na contratação de serviços especializados para construção de poços de petróleo através de opções reais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

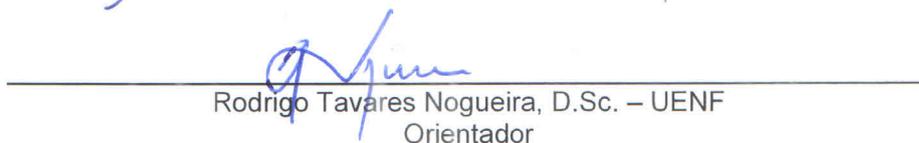
Aprovado em 17 de agosto de 2018

Comissão Examinadora:


Marco Antonio Guimarães Dias, D.Sc. - PUC-Rio


Gláucia Fernandes, D.Sc. - PUC-Rio


André Luis Policani, D.Sc. - UENF


Rodrigo Tavares Nogueira, D.Sc. - UENF
Orientador

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os familiares e amigos que contribuíram ou desejaram com sinceridade o sucesso deste trabalho.

De forma especial, agradeço o professor Rodrigo pela orientação e confiança extraordinárias.

Aos meus pais José Carlos e Vera Lúcia pelo respeito e incentivo incondicionais e por serem a base de todas as minhas conquistas.

À minha esposa Noele, pelo amor companheiro e paciente e pela força em todos os momentos primordiais.

Ao meu filho Heitor, pelo amor inocente e por me oferecer tantos motivos para me aprimorar.

Ao meu irmão Carlos Henrique, pela amizade inabalável e companheirismo.

Aos grandes amigos Ismael Coutinho, Lucas Vasconcelos, Marcelo Lima, Mateus Melo e Matheus Lopes, por sempre terem me apoiado e me aperfeiçoado por esta longa caminhada.

Aos meus líderes e colegas Suen Macedo e Marcus Vinícius Araujo, pela confiança e incentivo.

Aos valiosíssimos colegas Djalma Silva, Fábio Lembi, Guilherme Bueno, Leonardo Vale, Maxstaley Neves e Rodrigo Sartor, fontes inesgotáveis de exemplo, apoio e inspiração.

“Life can only be understood going backwards, but it must be lived going forwards.”

(Søren Kierkegaard, 1843)

RESUMO

O antagonismo entre compromissos e cenários de grande incerteza é notório, no entanto, muitas decisões precisam ser tomadas sob essas condições. A contratação de serviços para construção de poços de petróleo submarinos é uma atividade em que essa divergência se torna particularmente evidente, com a celebração de contratos de longo prazo e uma demanda especialmente flutuante. Concentrando-se nas características desse ambiente, esta dissertação busca maximizar o potencial dos instrumentos contratuais com um modelo de negócio flexível, onde se assegura às empresas de óleo e gás (contratantes) o direito de aumentar o nível de serviço, durante o período de prestação. A metodologia reproduz uma abordagem aplicada, modelando o comportamento da utilização de recursos por meio de dados históricos e estabelecendo um fluxo de caixa para os serviços submarinos, mesmo quando estes são tratados como custos indiretos pelos projetos. A incerteza dos contratos é incorporada em árvores treliçadas (*lattices*), construídas pela metodologia de Cox-Ross-Rubinstein e com volatilidade representada pela variação da taxa de retorno. A valoração é então realizada com avaliações livres de arbitragem, comparando um modelo tradicional com uma alternativa flexível, enriquecida por opções de troca. Em uma aplicação do método, apresenta-se uma modelagem de utilização pelo processo de Ornstein-Uhlenbeck exponencial, validando um valor adicional de 42% agregado pelas opções reais e potencialmente absorvido pelo contratante, além de sugerir um início de contrato mais conservador. Em complemento, também são discutidas características que indicam ganhos potenciais por parte do fornecedor, em uma relação mutuamente benéfica.

Palavras-Chave: Opções Reais. Flexibilidade Contratual. Investimento sob Incerteza. Opções de Troca.

ABSTRACT

The antagonism between commitments and highly uncertain scenarios is notorious, however no few decisions are made in such conditions. Service contracting for subsea oil wells development is a task that enhances this disparity, with long-term contracts and a particularly floating demand. Focusing on features related to mentioned environment, this thesis searches for value maximization adopting a flexible business model, where oil and gas companies (contractors) have the right to increase service level, during the agreement period. The methodology depicts an applied approach, modelling demand behavior through historical data and establishes a cash flow for subsea services, even when they are assimilated as indirect costs by projects. Contracts uncertainty is assessed by lattices, built with Cox-Ross-Rubinstein discrete methodology and volatility expressed by rate of returns variation. Valuation is then obtained using arbitrage-free appraisals and contrasting a traditional model with a flexible alternative, complemented with switch-options. Producing a case study, demand is modelled as an exponential Ornstein-Uhlenbeck process, validating an increased value of 42%, provided by real options and potentially seized by the contractor, besides suggesting a more conservative service level at the inception of the contract. Additionally, some discussed aspects indicate potential benefits for the supplier as well, in a mutually beneficial partnership.

Keywords: Real Options. Contract Flexibility. Investment Under Uncertainty. Switch Options.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Esquema da categorização de um projeto de exploração e produção. ...	18
Figura 2 - Esquemático da solicitação de recursos em um projeto por solicitação direta.....	26
Figura 3 - Esquemático de solicitação de recursos em projeto com contratação integrada.....	27
Figura 4 - Fluxo de caixa típico de projeto de desenvolvimento em um campo de petróleo.	29
Figura 5 - Fluxos de caixa no modelo de contratação integrada de recursos.....	29
Figura 6 - Preferência entre técnicas de avaliação de investimentos por CFO's.	36
Figura 7 - Produção de trabalhos de pós-graduação com tema de Opções Reais no Brasil.....	55
Figura 8 - Correlogramas típicos de séries estacionárias (esquerda) e não estacionárias (direita).....	92
Figura 9 - Classificação da metodologia científica de acordo com De Oliveira (2011).	113
Figura 10 - Avaliação semiquantitativa do potencial de resolução e de implementação do problema em questão, de acordo com os grupos de solução de Opções Reais	119
Figura 11 - Esquemático do critério de contagem da variável utilização unitária.	121
Figura 12 - Série temporal representando a utilização no tempo.....	123
Figura 13 - Histograma construído com a variável estocástica.	123
Figura 14 - Gráfico dos valores utilizados na regressão de Δx em $x(t-1)$ e ajuste de reta.....	125
Figura 15 - Distribuição dos quadrados dos resíduos após regressão por MQO.....	126
Figura 16 - Simulação de 50 caminhos da utilização e do valor esperado com MRM.	128
Figura 17 - Relação entre VPL e a oferta de recursos segundo FCD. Destaque para VPL máximo.	134
Figura 18 - Fluxos de caixa e valores <i>cum-dividendos</i> esperados ao longo do contrato.	135
Figura 19 - Taxa de dividendos por período mensal.	136
Figura 20 - Distribuição da taxa de retorno mensal obtida com 50.000 simulações de Monte Carlo e curva de distribuição normal com mesma média e variância.....	138

Figura 21 - Árvore de eventos representando os três primeiros meses de contrato.	140
Figura 22 - Valores componentes da árvore binomial de acordo com CRR.....	140
Figura 23 - Comparação entre os possíveis dividendos pagos no último período da árvore principal e os limites impostos pela oferta.	142
Figura 24 - Valores <i>Cum-Dividendos</i> em Árvore Binomiais Derivadas para cinco diferentes ofertas.....	143
Figura 25 - Relação entre VPL e a oferta de recursos, segundo árvore binomial e sem flexibilidade. Destaque para VPL máximo.	144
Figura 26 - Quantidade ótima de sistemas em cada estado até o 9º mês de contrato.	149
Figura 27 - Relação entre VPL e oferta, com opções. Destaque para VPL máximo.	150
Figura 28 - Comparação entre VPL's obtidos com as diferentes metodologias.	151
Figura 29 - Variação do valor das opções de troca em relação ao preço do ônus de alteração.	153
Figura 30 - Relação entre VPL e oferta de recursos com opções limitadas a 1,5x as quantidades iniciais do contrato. Destaque para VPL máximo.	155
Figura 31 - Comparação entre VPL's obtidos com árvore binomial sem flexibilidade, opções irrestritas e opções com restrição de 1,5x as quantidades iniciais contratadas.....	156
Figura 32 - Variação do valor das opções de troca em relação ao preço do ônus de alteração com inclusão de restrição de acréscimo de 1,5x as quantidades iniciais.....	157
Figura 33 - Variação do valor das opções de troca em relação à taxa de desconto ajustada ao risco.....	158
Figura 34 - Variação do valor das opções de troca em relação à taxa livre de risco	159

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequência de aplicação das práticas de análise de investimentos em empresas brasileiras.....	37
Tabela 2 - Resumo das técnicas de orçamentação de capital em pesquisas de campo.....	37
Tabela 3 - Relação entre o valor da opção americana e fatores de influência.	61
Tabela 4 - Analogia entre Opções Financeiras e Contratação de Serviços.	114
Tabela 5 - Analogia entre Reservas de Petróleo e Contratação de Serviços.	114
Tabela 6 - Estatísticas descritivas da variável utilização	123
Tabela 7 - Parâmetros de regressão por mínimos quadrados de Δx em $x(t-1)$	125
Tabela 8 - Teste de raiz unitária segundo método Phillips-Perron	126
Tabela 9 - Parâmetros de MRM OU-exponencial para variável estocástica $y(t)$	127
Tabela 10 - Parâmetros para cálculo do valor esperado da utilização.....	131
Tabela 11 - Parâmetros para cálculo do valor do projeto por FCD.....	133
Tabela 12 - Parâmetros da árvore de eventos mensal de acordo com CRR.	138
Tabela 13 - Valores <i>ex-dividendos</i> com opções [MM R\$] (metade superior) e regras de decisão [número ótimo de sistemas] (metade inferior) associadas aos seis estados do quinto mês de contrato.	148

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>ADF</i>	Teste de Dickey-Fuller aumentado (<i>augmented Dickey-Fuller</i>)
<i>AIC</i>	Cr�terio de informação Akaike (<i>Akaike information criteria</i>)
<i>APT</i>	Teoria de avaliação por arbitragem (<i>arbitrage pricing theory</i>)
<i>AR1</i>	Movimento auto regressivo de ordem 1
<i>BIC</i>	Cr�terio de informação Bayesiano (<i>Bayesian information criteria</i>)
<i>BSM</i>	F�rmula pioneira de apreçamento de Black, Scholes e Merton.
<i>CAPM</i>	Modelo de Avaliação de Ativos de Capital (<i>capital asset pricing model</i>)
<i>CFO</i>	Diretor financeiro (<i>Chief Financial Officer</i>)
<i>CEO</i>	Diretor executivo (<i>Chief Executive Officer</i>)
<i>CMPC</i>	Custo m�dio ponderado de capital
<i>CRR</i>	M�todo de Cox-Ross-Rubinstein
<i>DF</i>	Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller
<i>DTA</i>	T�cnica de árvore de decisão (<i>decision tree analysis</i>)
<i>EDP</i>	Equação diferencial parcial
<i>FCD</i>	Fluxo de Caixa Descontado
<i>GLS</i>	Mínimos Quadrados Generalizados (<i>generalized least squares</i>)
<i>LSM</i>	M�todo de mínimos quadrados (<i>least square method</i>)
<i>MAB</i>	Movimento Aritm�tico Browniano
<i>MAD</i>	T�cnica que utiliza o projeto sem flexibilidade como ativo subjacente (<i>Market Asset Disclaimer</i>).
<i>MGB</i>	Movimento Geom�trico Browniano
<i>MQO</i>	Mínimos Quadrados Ordin�rios
<i>MRM</i>	Movimento de Reversão � M�dia
<i>OU</i>	Modelo de Ornstein-Uhlenbeck
<i>PP</i>	Teste de raiz unitária de Phillips-Perron
<i>PPS</i>	Problema de Planejamento de Sondas
<i>PPSI</i>	Problema de Planejamento de Sondas de Interven�o
<i>PRE</i>	Pr�mio de risco esperado
<i>SIC</i>	Cr�terio de Schwarz (<i>Schwarz information criteria</i>)
<i>TIR</i>	Taxa Interna de Retorno
<i>TIRM</i>	Taxa Interna de Retorno Modificada
<i>TOR</i>	Teoria de Opções Reais
<i>VPL</i>	Valor Presente Líquido
<i>WACC</i>	Custo médio ponderado de capital (<i>weighted average cost of capital</i>)
<i>WLS</i>	Mínimos Quadrados Ponderados (<i>weighted least squares</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

a	parâmetro de regressão linear associado ao valor independente
b	parâmetro de regressão linear associado ao valor de primeira ordem da variável dependente
\hat{b}	estimador do parâmetro b da regressão
b_n	sensibilidade em relação ao fator n da técnica de APT
B	unidades de títulos sem risco de R\$1,00
c_t	valor da opção europeia de compra em t
C	valor descontado do projeto com opções
C_d	valor do projeto com opções em estado de <i>downside</i>
C_{MU}	custo mensal da unidade marítima (sonda)
C_R	custo fixo mensal de cada recurso especializado
C_u	valor do projeto com opções em estado de <i>upside</i>
d	fator de <i>downside</i> do modelo binomial
dz	incremento de Wiener
dt	incremento de tempo
D/A	razão capital de terceiros sobre o valor dos ativos da firma
D_s	despesa mensal com a contratação de s recursos especializados [R\$]
E/A	razão capital próprio sobre o valor dos ativos da firma
E^Q	valor esperado na medida de probabilidade Q (martingale)
$E[R_m]$	retorno esperado da carteira de mercado
FC_t	fluxo de caixa do período t
H	meia-vida de reversão
I_s	investimento para contratação de s recursos especializados
k	defasagem (<i>lag</i>)
K	preço de exercício da opção
L	número de observações por ano
m	unidades do ativo subjacente (para construção de portfólio replicante)
N	número de observações
p	probabilidade de subida objetiva
\bar{p}	tendência de longo prazo da variável estocástica modificada pelo logaritmo
P_{eq}	valor de equilíbrio da variável estocástica modificada pelo logaritmo
P_t	variável aleatória modificada pelo logaritmo no instante t
$PE_{z,t}$	preço de exercício para a adição de z sistemas no período t
PPS	problema e planejamento de sondas
$PPSI$	problema de planejamento de sondas de intervenção
PV_t	valor presente no período t
PV_t^c	valor presente <i>cum-dividendos</i> no período t
q	probabilidade de subida neutra ao risco

r	taxa de juros livre de risco
r_D	retorno esperado da dívida
r_f	retorno esperado da carteira de mercado
$r_{fator n}$	taxa de retorno esperada do fator n da técnica de APT
R_k	estatística de teste de razão da variância para defasagem k
R_S^{max}	receita mensal máxima relacionada à oferta s [R\$]
R_t^*	receita mensal obtida sem restrição de oferta
$R_{t,s}$	receita obtida com os recursos especializados de sonda em cada período [R\$]
s_{lim}	valor limite para acréscimo dos sistemas
s_t	oferta de recursos contratados no instante t
t	variável tempo
t^*	estatística de teste
T_c	alíquota marginal de imposto
u	fator de upside do modelo binomial
u_t	resíduo em t
$uu_{m,n}$	uso unitário na etapa m do recurso n
\bar{v}	valor de equilíbrio de longo prazo
v_t	valor da variável estocástica em t
V	valor descontado do ativo subjacente
V_d	valor do ativo subjacente em estado de <i>downside</i>
$V_{t,n,s}^c$	valor do projeto <i>cum-dividendos</i> na árvore derivada de oferta s, no período t, estado n.
$V_{t,n,s}^e$	valor do projeto <i>ex-dividendos</i> na árvore derivada de oferta s, no período t, estado n.
V_u	valor do ativo subjacente em estado de <i>upside</i>
VF_s^0	valor presente do projeto de acordo com FCD para disponibilidade de s sistemas
$VO_{t,n,s}^c$	valor do projeto <i>cum-dividendos</i> com opções no período t, estado n e oferta s.
$VO_{t,n,s}^e$	valor do projeto <i>ex-dividendos</i> com opções no período t, estado n e oferta s.
$VO_{t,n,s}^{e,lim}$	valor do projeto <i>ex-dividendos</i> com opções limitadas no período t, estado n e oferta s.
$VO_{t,n,s}^{ew}$	valor do projeto <i>ex-dividendos</i> com opções mantendo a oferta s no período t, estado n.
$VP_{t,n}^c$	valor do projeto <i>cum-dividendos</i> na árvore principal no período t, estado n.
$VP_{t,n}^e$	valor do projeto <i>ex-dividendos</i> na árvore principal no período t, estado n.
VPL_s^F	valor presente líquido de acordo FCD, para disponibilidade inicial s
VPL_s^O	valor presente líquido de acordo com árvore binomial e opções, para disponibilidade inicial s

VPL_s^U	valor presente líquido de acordo com árvore binomial derivada, para disponibilidade inicial s
w	quantidade de etapas de medição representativas do período t
y_t	utilização no período t
y_m^i	utilização instantânea na etapa de medição m
z	quantidade de recursos adicionais do novo modal do contrato
α	fator multiplicativo de tendência
β_i	beta do ativo i (sensibilidade sobre o mercado)
δ	coeficiente associado à variável estocástica com defasagem 1
δ_t	taxa de dividendos no período t
Δt	incremento de tempo
ε_t	variável aleatória independentemente distribuída
ϵ	erro
η	parâmetro de velocidade de reversão
μ	taxa de desconto ajustada ao risco em tempo contínuo
μ_A	taxa de retorno dos ativos da firma
μ_E	taxa de retorno das ações da empresa (custo do capital próprio)
μ_i	taxa de desconto ajustado ao risco para o ativo i
σ	fator multiplicativo de dispersão ou volatilidade
τ	tempo até expiração
Φ	portfólio sem risco
ψ	taxa de desconto ajustada ao risco em tempo discreto
\mathcal{F}_s	filtração até o instante s

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Projetos de Exploração e Produção	17
1.2	Serviços Especializados da Construção de Poços	18
1.3	Modelo de Contratação	19
1.4	Definição do Problema	20
1.5	Justificativa	20
1.6	Objetivos	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1	Construção de Poços de Petróleo	24
2.1.1	Completção de Poços de Petróleo	25
2.1.2	Completção de Poços de Petróleo Submarinos	25
2.2	Custos em Projetos de Produção	26
2.3	Análises de Investimentos Tradicionais	30
2.3.1	Etapas para Análise de Investimentos	31
2.3.2	Critérios para Análise de Investimentos	32
2.3.2.1	Valor Presente Líquido (VPL)	32
2.3.2.2	Taxa Interna de Retorno (TIR)	33
2.3.2.3	Tempo de Retorno do Investimento	34
2.3.3	Aplicação das Técnicas de Análise de Investimentos	35
2.3.4	Definição da Taxa de Retorno	38
2.3.4.1	<i>Taxa Livre de Risco</i>	39
2.3.4.2	<i>Modelo de Avaliação de Ativos de Capital</i>	40
2.3.4.3	<i>Teoria de Avaliação por Arbitragem</i>	41
2.3.4.4	<i>Custo Médio Ponderado de Capital</i>	42
2.3.5	Consideração do Risco em Investimentos	44
2.3.5.1	<i>Ajuste ao Risco</i>	44
2.3.5.2	<i>Árvore de Decisão</i>	46
2.3.5.3	<i>Análise de Sensibilidade</i>	47
2.3.5.4	<i>Análise de Cenários</i>	48
2.3.5.5	<i>Simulação de Monte Carlo</i>	49
2.4	Conceitos de Opções Reais	50
2.5	Histórico da Teoria de Opções e Marcos de Destaque	52
2.5.1	Histórico das Opções Financeiras	52
2.5.2	Histórico das Opções Reais	54
2.6	Limitações das Avaliações com Fluxo de Caixa Descontado	56
2.7	Considerações de Mercado e Arbitragem	58
2.8	Modelos de Opções Financeiras	59
2.9	Modelos de Opções Reais	61
2.9.1	Categorias de Opções Reais	63
2.9.1.1	<i>Classificações de Opções Reais</i>	63
2.9.1.2	<i>Opções de Expansão</i>	65
2.9.1.3	<i>Opções de Troca</i>	67
2.9.2	Opções Compartilhadas e Teoria dos Jogos	68
2.9.3	Interação entre Opções	69

2.10	Valoração de Opções Reais	70
2.10.1	Desigualdade de Jensen	71
2.10.2	Gatilho.....	72
2.10.3	Cálculo da Taxa de Desconto	73
2.10.3.1	<i>Construção de Portfolio Replicante</i>	74
2.10.3.2	<i>Mudança da Medida de Probabilidade</i>	76
2.11	Processos Estocásticos	78
2.11.1	Ruído Branco.....	79
2.11.2	Processos Markovianos	80
2.11.3	Movimento Browniano.....	81
2.11.3.1	<i>Movimento Aritmético Browniano</i>	82
2.11.3.2	<i>Movimento Geométrico Browniano</i>	82
2.11.4	Reversão à Média	84
2.11.4.1	<i>Modelo de Ornstein-Uhlenbeck</i>	85
2.11.4.2	<i>Modelo Exponencial de Ornstein-Uhlenbeck</i>	86
2.11.4.3	<i>Outros Modelos</i>	88
2.11.5	Modelos com Saltos	89
2.12	Estimativas de Volatilidade	89
2.12.1	Estimativa da Volatilidade Através de Dados Históricos	90
2.12.1.1	<i>Heterocedasticidade</i>	90
2.12.1.2	<i>Estacionariedade</i>	91
2.12.2	Testes da Raiz Unitária de Dickey-Fuller	93
2.12.3	Testes de Raiz Unitária Robustos à Heterocedasticidade.....	95
2.12.4	Teste da Razão da Variância	96
2.12.5	Volatilidade da Taxa de Retorno	97
2.13	Métodos de Solução de Opções Reais	99
2.13.1	Black-Scholes-Merton	99
2.13.2	Soluções Analíticas e Aproximações Analíticas	100
2.13.3	Método Integral	101
2.13.4	Diferenças Finitas	101
2.13.5	Método Binomial de Cox-Ross-Rubinstein	102
2.13.6	Simulação de Monte Carlo Aplicada a Opções Reais.....	105
2.14	Implementação de Opções Reais	107
3	METODOLOGIA E RESULTADOS	111
3.1	Hipóteses	112
3.2	Classificação do Método de Pesquisa	112
3.3	Associação dos Parâmetros	113
3.4	Premissas e Simplificações do Modelo	115
3.5	Escolha do Método de Solução	117
3.6	Seleção do Programa Computacional	120
3.7	Representação Matemática da Variável Estocástica	121
3.8	Receita dos Serviços	128
3.9	Despesas do Serviço e Fluxo de Caixa	130
3.10	Avaliação do Investimento pelo Método de FCD	131
3.11	Avaliação do Investimento por Opções Reais	134
3.11.1	Construção da Árvore de Eventos Principal	134

3.11.2	Consideração da Oferta de Recursos	141
3.11.3	Cálculo do Valor das Opções Reais.....	145
3.12	ANÁLISE DA VARIAÇÃO DE PARÂMETROS.....	152
3.12.1	Mudança do Ônus de Alteração	152
3.12.2	Inclusão de Restrição de Acréscimos	154
3.12.3	Variação das Taxas de Desconto	158
4	CONCLUSÕES	160
5	OPORTUNIDADE DE DESENVOLVIMENTO FUTURO.....	163
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	166
	APÊNDICE A - Dados da Série Temporal da Variável Estocástica	179
	APÊNDICE B - Dados da Regressão por Mínimos Quadrados.....	190
	APÊNDICE C - Resultados dos Testes de Phillips Perron para Raiz Unitária..	191
	APÊNDICE D - Limite de Pagamento de Dividendos em Relação à Oferta	192
	APÊNDICE E - Valores do Projeto com Opções e Gatilhos Associados.....	193

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a literatura, projeto é um empreendimento não repetitivo, caracterizado por uma sequência lógica de eventos, que se destina a atingir um objetivo claro e definido. A condução de projetos é realizada de acordo com parâmetros predefinidos de tempo, custo, recursos envolvidos e qualidade. (VARGAS, 2009). Para contextualizar e delimitar o problema abordado nesta dissertação, o capítulo de introdução conduzirá uma breve apresentação do desenvolvimento de projetos de exploração e produção de óleo e gás (*upstream*) e do modelo de contratação de serviços praticado.

1.1 Projetos de Exploração e Produção

Os principais investimentos das áreas de exploração e produção de petróleo no Brasil são organizados na forma de projetos, desde a identificação de uma oportunidade até sua finalização e desmobilização.

A abordagem por projetos também é justificada pela:

[...] complexidade que envolve os processos de uma indústria de petróleo, e pela necessidade de mão de obra especializada, este segmento demanda projetos de alto valor, que são as plataformas produzidas para prospecção de petróleo e gás, além de outras demandas relacionadas à área sísmica, perfuração, completação, refino e distribuição de petróleo e derivados, todas envolvendo alta tecnologia. (MATTOS, M. P. P. *et al.*, 2012, p. 6)

Segundo Vargas (2009), os projetos devem ser divididos em um número de fases que podem variar entre quatro e nove, a depender de sua natureza. Para uma maior clareza de entendimento no aspecto geral, as cinco fases características mais comuns em projetos são: (i) Iniciação, (ii) Planejamento, (iii) Execução, (iv) Monitoramento e Controle e (v) Encerramento.

Os recursos aplicados na fase de execução de um projeto de exploração e produção de petróleo podem ser categorizados em três grandes áreas: facilidades de superfície, facilidades submarinas e construção de poços (FERREIRA FILHO; HAMACHER, 2015), como visualizado na Figura 1.

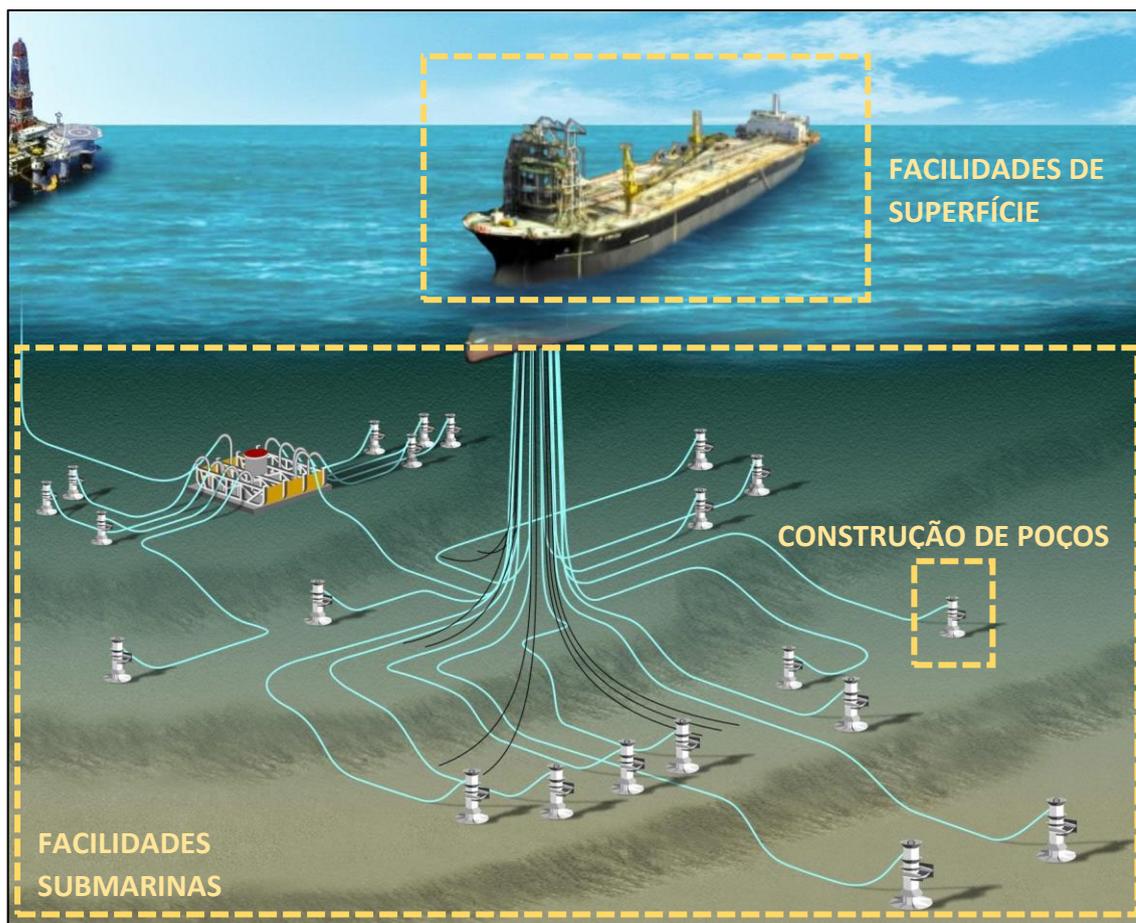


Figura 1 - Esquema da categorização de um projeto de exploração e produção.
 Fonte: Adaptado da página de Spin Petrol Ltda¹.

Para construção desses poços, serviços especializados são previstos e dimensionados na fase de planejamento.

1.2 Serviços Especializados da Construção de Poços

Serviços especializados na indústria do petróleo é uma denominação genérica, mas usualmente utilizada no ramo, para designar os principais serviços das fases de exploração e construção de poços. Neste trabalho, foi o termo escolhido para denominar o grupo de prestações caracterizadas pelos seguintes aspectos comuns:

- a) emprego de tecnologias avançadas, materiais nobres ou processos de fabricação refinados;
- b) custos significativos para a fase em que é empregado;
- c) mercado fornecedor restrito;

¹ Disponível em: <http://spinpetrol.no.comunidades.net>. Acesso em novembro de 2017.

d) alto grau de especificidade.

Os serviços especializados estão disponíveis no mercado usualmente através de empresas multinacionais como Schlumberger, Halliburton, Weatherford e Expro. Embora não seja escopo desta dissertação explicar suas funcionalidades técnicas, estes podem ser exemplificados por sistemas de completação submarina, plantas de teste de poço, equipamentos de arame (*slickline* e *wireline*), equipamentos de flexitubo e árvores submarinas de teste. Como referência para descrição de funcionalidade e aplicações dos exemplos citados, sugere-se Thomas (2004).

A especificidade dos serviços especializados, aliada a uma grande incerteza quanto às demandas futuras, fazem com que seja comum os fornecedores buscarem a amortização de todos os investimentos dentro do período de contrato. Como resultado, a viabilidade ocorre somente com compromissos firmados dentro de um horizonte estendido, normalmente de três a cinco anos.

1.3 Modelo de Contratação

Os serviços especializados para completação de poços são usualmente formados por vários componentes individuais, que em conjunto prestam-se à intenção esperada. Por isso, são normalmente designados pelo nome de sistema. Esta nomenclatura será amplamente utilizada ao longo da dissertação para designar os serviços contratados. Define-se que um sistema é o conjunto de componentes individuais fornecidos em caráter de serviço para execução de atividade relacionada ao objetivo do contrato. No contexto deste trabalho, aumentar a quantidade de sistemas equivale a um acréscimo do nível de serviço, o que por sua vez refere-se a uma ampliação da capacidade e não de escopo.

Nesses instrumentos contratuais, os serviços são negociados em modelo de disponibilidade integral, significando que quando solicitados, os sistemas são transportados e aplicados nas unidades marítimas, em ambiente *offshore* (no mar). Quando não são utilizados, o prestador armazena-os, mas independentemente de estarem a serviço ou armazenados, sua mensalidade é paga pelo cliente como direito ao serviço contratado. Essa característica gera confiabilidade de atendimento e previsibilidade de gastos para o cliente além de uma perspectiva de baixo risco para as receitas, por parte do fornecedor. Em alguns modelos contratuais, além do valor

fixo de serviço, existe a previsão de pagamento de uma taxa extra quando ocorre efetiva utilização.

1.4 Definição do Problema

Uma das principais dúvidas na elaboração de um contrato de serviços especializados de completção refere-se à quantidade de sistemas a ser contratada. A especificação adequada depende de um problema de previsão de demanda, que precisa considerar a variação da atividade, assim como os benefícios e dispêndios associados.

Devido às características do processo existem desafios relacionados à modelagem dos fluxos de caixa, modelagem da incerteza e definição de critérios de decisão que permitam obter uma visão clara da melhor alternativa econômica, a depender dos valores iniciais negociados.

Com foco nas características de serviços especializados de poços submarinos, a dissertação propõe-se a desenvolver os seguintes assuntos:

- a) modelar o fluxo de caixa de serviços especializados para completção de poços;
- b) uma vez que os custos sejam definidos, identificar a quantidade inicial ótima de sistemas em um contrato de serviços;
- c) calcular o valor agregado de uma alternativa flexível, que permita aumentar o nível de serviço (quantidade de sistemas) durante o período de vigência do contrato.

No intuito de desenvolver os tópicos apontados, propõe-se uma avaliação do processo, definindo-se de forma objetiva os parâmetros econômicos e de gestão do risco e abordando o valor agregado pela flexibilidade através da técnica de Opções Reais.

1.5 Justificativa

A avaliação de investimento tem se preocupado cada vez mais com a consideração da incerteza e do estudo das decisões em situações imprecisas. Uma consequência desse fato é que as principais referências bibliográficas da literatura econômica já incorporaram, em edições recentes, seções ou capítulos destinados à

discussão de Opções Reais, como em Gitman (2002), Brealey, Myers e Allen (2013), Ross *et al.* (2015) e Hull (2015).

Também no caso de ativos físicos, como investimentos industriais, a literatura relacionada às Opções Reais apresentou crescimento recente, iniciado na década de 90 e primeira década do século XXI (DIAS, 2014a). Na defesa de dissertações e teses de pós-graduação no Brasil percebe-se um crescimento do uso da ferramenta (COSTA, 2014) e até a atualidade há geração pródiga de conteúdo através de vários artigos científicos (FAGUNDES; NOGUEIRA, 2017), mostrando que estudos de investimentos com o uso de Opções Reais despertam o interesse e favorecem o desenvolvimento científico contemporâneo.

Nos trabalhos publicados sobre o tema, é comum que a variável estocástica abordada seja um parâmetro econômico disponível no mercado como o preço do petróleo (KOBARI *ET AL.*, 2014), o preço de outras *commodities* (LIANG; LI, 2012; MIRKHANI; SABOOHI, 2012; RODRIGUES *et al.*, 2015) ou indicadores econômicos (CHEN; JIA; SUN, 2016). Nesse sentido, a dissertação apresenta uma contribuição ao abordar uma variável estocástica diferente dos trabalhos já publicados, cujos critérios de definição podem auxiliar outros pesquisadores a modelarem seus dados de entrada e com comportamento bastante acentuado de reversão à média.

Devido à propensão da Teoria de Opções Reais em quantificar valores latentes, como é o caso da flexibilidade, pesquisas recentes têm encontrado aplicações úteis na avaliação de políticas governamentais (KOBARI; JAIMUNGAL; LAWRYSHYN, 2014; BARBOSA; CARVALHO; PEREIRA, 2016), alternativas ecológicas (LIANG; LI, 2012; BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013; DALBEM; BRANDÃO; GOMES, 2014; KIM *et al.*, 2014), projetos de pesquisa (WESSEH; LIN, 2015) e infraestrutura energética (BEDNYAGIN; GNANSOUNOU, 2012; MELESE *et al.*, 2016). Mesmo no ramo do petróleo, onde o uso de Opções Reais possui raízes profundas, seu uso está concentrado na avaliação de investimentos considerando incertezas refletidas no preço do petróleo e de reservatório, com aplicações associadas à fase exploratória e produção, destacando-se os trabalhos de Dias (1996), Dias (2005), Marreco (2001) e Faria (2015).

Nesse sentido, a pesquisa tem relevância ao expandir a aplicação de Opções Reais a uma fase intermediária, de implantação do projeto. Também aborda o tema dentro da contratação de serviços, onde a flexibilidade é valorizada frequentemente

de forma tácita e a disponibilidade de estudos científicos é relativamente reduzida (FAGUNDES; NOGUEIRA, 2018).

Enquanto as opções reais de troca estão frequentemente vinculadas às substituições de insumo e produto (KULATILAKA, 1993; SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014b; RODRIGUES *et al.*, 2015), o trabalho contribui com uma aplicação que explora a versatilidade das opções de troca em modelar opções de caráter generalizado (TRIGEORGIS, 1996). A concepção de uma árvore principal de incerteza originando árvores modificadas pela estratégia de oferta é inovadora e permite uma utilização transparente da ferramenta de análise de investimentos, que pode ser estendida a múltiplas oportunidades de estudo.

1.6 Objetivos

O trabalho objetiva a avaliação de uma nova proposta de contratação de serviços, focada no valor agregado para as empresas de óleo e gás (contratantes) e na qual também se vislumbram vantagens para as empresas fornecedoras (contratadas). Nesse modelo, valoriza-se a existência da flexibilidade contratual, materializada na capacidade de aumentar o nível de serviço, o que é modelado por meio de opções de troca e tem efeito similar a obtenção de opções financeiras de *call*, por parte da contratante. A concepção é desenvolvida incorporando características existentes na contratação de serviços especializados para construção de poços marítimos, mas pode ter aplicação desdobrada para qualquer processo de dimensionamento que valorize a análise de investimentos sob incerteza.

É um objetivo adicional, fomentar o uso de técnicas avançadas na gestão dos processos empresariais, reforçando a compatibilidade entre a praticidade de negócio e a abordagem científica.

De forma específica são objetivos do trabalho:

- a) modelar o fluxo de caixa da prestação de serviços especializados de completção de poços submarinos;
- b) modelar as características de tendência e aleatoriedade da utilização do serviço, selecionando o processo estocástico que se mostrar mais adequado;
- c) incorporar a aleatoriedade identificada ao valor do ativo;

- d) avaliar uma abordagem adequada, dentro da Teoria de Opções Reais, para valorar a flexibilidade de acrescentar sistemas no contrato, de acordo com o nível de utilização;
- e) orientar critérios de decisão objetivos que permitam maximizar o retorno esperado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise de investimentos e o uso de Opções Reais é um assunto altamente interdisciplinar, abordado por vários pesquisadores de áreas como finanças, engenharia e saúde (COSTA, 2014; FAGUNDES; NOGUEIRA, 2017) além de ter fundamentos enraizados nas matérias de estatística, econometria e processos aleatórios. A revisão bibliográfica reunida neste estudo busca enfatizar as principais discussões nos assuntos de relevância, o estado da arte e os pontos de consenso ou discussão.

2.1 Construção de Poços de Petróleo

A obtenção de petróleo é realizada através da perfuração de poços e criando canais de escoamento entre o reservatório e a superfície.

A categorização mais ampla de poços é aquela que os divide de acordo com sua localização entre poços terrestres (*onshore*) e poços submarinos (*offshore*). Os poços terrestres são os mais numerosos no mundo e seus custos são significativamente inferiores à exploração no mar. No entanto, os poços submarinos começaram a ser desenvolvidos a partir de 1887, viabilizando-se com elevadas produções, muito superiores aos poços de terra.

A construção de um poço terrestre ou submarino pode ser dividida em operações de perfuração e completação, sendo estas muitas vezes intercaladas com etapas de avaliação da formação.

A fase de perfuração constitui a execução inicial dos poços e é realizada em etapas progressivas de perfurar e revestir o poço com revestimentos cimentados de diferentes diâmetros. O produto final da fase de perfuração é o poço de petróleo revestido e com um perfil superior de acoplamento denominado cabeça de poço.

O conjunto de operações realizadas após a fase de perfuração, destinadas a equipar o poço para produzir óleo ou gás (ou ainda injetar fluidos nos reservatórios) denomina-se completação (THOMAS, 2004).

Além das fases de construção do poço (perfuração e completação) são de grande importância no ciclo de vida do poço as operações de intervenção, manutenção ou *workovers*, no jargão próprio do setor. (FERREIRA FILHO; HAMACHER, 2015). Intervenções consomem praticamente os mesmos recursos

utilizados nas fases de construção do poço e impactam significativamente os cenários de análise financeira.

2.1.1 Completação de Poços de Petróleo

Segundo Thomas (2004), as etapas de completação de poços são divididas em instalação de equipamentos, condicionamento do poço, avaliação da qualidade da cimentação, canhoneio, instalação da coluna de produção e colocação do poço em produção. Quanto à concepção, uma completação de poço de petróleo pode ser classificada de acordo com três critérios: o posicionamento da cabeça de poço, de acordo com o revestimento da zona de produção e quanto ao número de zonas exploradas.

2.1.2 Completação de Poços de Petróleo Submarinos

É de interesse prático nesta discussão, a consideração do subgrupo de poços marítimos e a classificação destes poços em relação ao posicionamento da cabeça de poço, que norteia de forma mais básica a maioria dos recursos da fase de completação, inclusive aqueles considerados para este estudo. Em um poço marítimo, a cabeça de poço situada na superfície (na unidade de produção) caracteriza uma completação seca ou convencional enquanto seu posicionamento no fundo do mar, define uma completação molhada ou submarina.

A completação submarina é amplamente utilizada em águas mais profundas, onde é inviável trazê-la até a superfície, mas mesmo em águas rasas, há situações em que se opta por localizar a cabeça de poço no fundo do mar (THOMAS, 2004).

Com o progressivo avanço da prospecção de petróleo em profundidades cada vez maiores, a partir da década de 80 do século XX, a completação submarina tem se tornado a principal configuração adotada. Todos os poços de campos gigantes e recentemente descobertos, como aqueles do pré-sal da Bacia de Santos ou para desenvolvimento do campo de Mero, são construídos com completação submarina.

2.2 Custos em Projetos de Produção

Em um atendimento de serviços exclusivos (modelo correspondente às análises de investimentos tradicionais), os recursos utilizados na construção dos poços submarinos são alocados nos projetos conforme as necessidades de execução e em conformidade com premissas e orçamentos da fase de planejamento. Assim, de forma simplificada, os projetos demandam recursos que são aplicados e pagos conforme essa aplicação, como ilustrado na Figura 2.

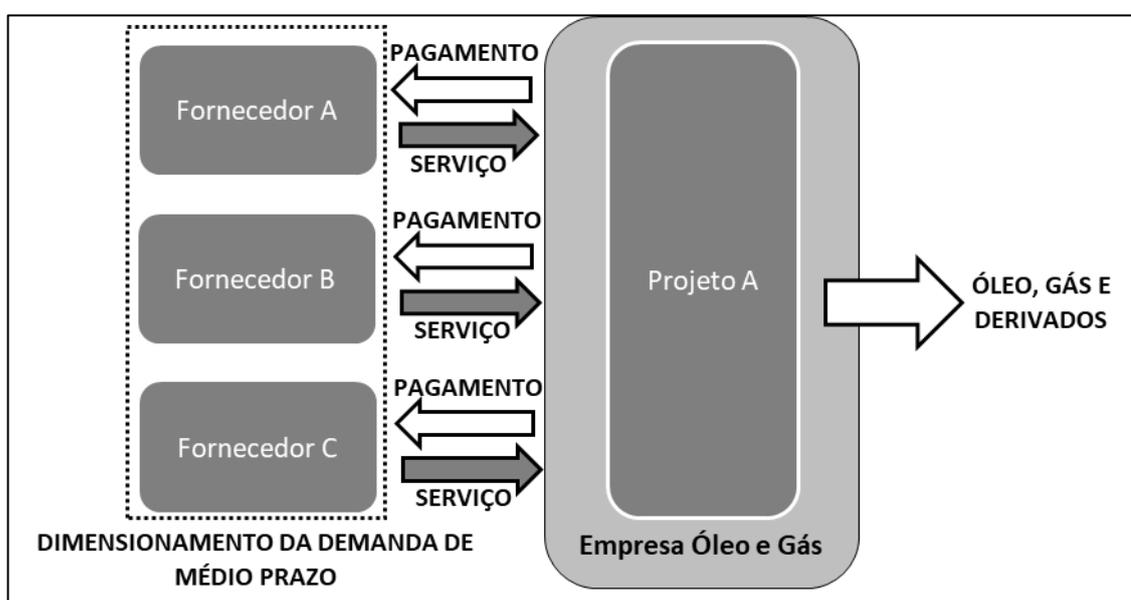


Figura 2 - Esquemático da solicitação de recursos em um projeto por solicitação direta.
Fonte: Autor

No modelo exclusivo, os projetos realizam o papel de clientes, enquanto os fornecedores identificam suas necessidades e se dimensionam para o atendimento das demandas, organizando-se taticamente para obtenção do maior lucro. Essa dinâmica é descrita como solicitação direta, por se tratar da captação de recursos diretamente do mercado.

As características dos serviços especializados de construção de poços, que podem ser revisitadas no item 1.2, dificultam a aplicação do modelo de solicitação direta, pois há necessidade da gestão redundante de interfaces cliente/fornecedor, com um elevado risco de que demandas concorrentes saturem a oferta e gerem impactos na previsão de receitas.

Uma solução adotada na prática é a organização estrutural de fornecedores internos à empresa, que passam a gerir a demanda de médio prazo, realizando contratações de serviços especializados no mercado e atendendo de forma integrada às demandas dos projetos, conforme ilustrado na Figura 3. Esse modelo é aqui descrito como contratação integrada de recursos.

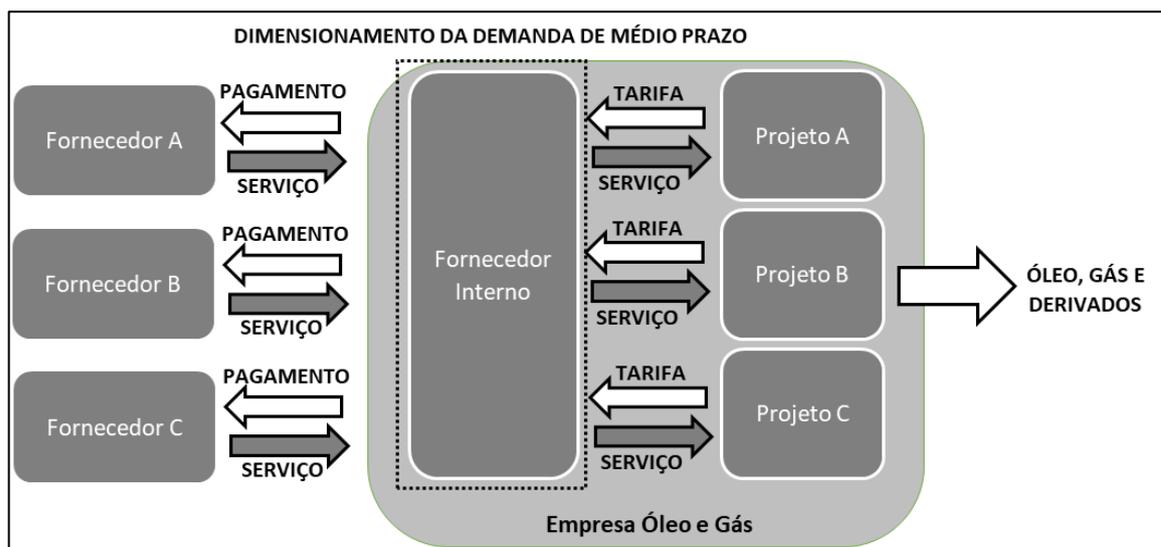


Figura 3 - Esquemático de solicitação de recursos em projeto com contratação integrada.
Fonte: Autor

Destaca-se que na contratação integrada de recursos, os fornecedores externos permanecem com a atribuição do planejamento de longo prazo (desenvolvimento de tecnologias, capacidades fabris, etc.), de forma a atender com eficiência aos processos de contratação geridos pelos fornecedores internos.

O modelo de contratação integrada de recursos permite a obtenção de vantagens para a empresa contratante, das quais enfatizam-se:

- a) economia de escala, ao tratar a demanda como a soma dos projetos clientes no lugar de cada demanda individual;
- b) relação com os fornecedores mais direta e homogênea;
- c) redução de risco aos projetos, pois é comum que o fornecedor interno possua uma maior variedade de recursos e fornecedores para atendimento ao mesmo serviço, reduzindo riscos técnicos ou econômicos;
- d) foco na gestão do projeto, assumindo que a relação com os fornecedores externos possui maior complexidade do que a interface com um fornecedor interno. Tal conjectura é embasada na maior probabilidade de um alinhamento

interno das políticas e diretrizes, maior facilidade de comunicação e atuação gerencial mais eficaz.

No Brasil, a empresa de maior participação na indústria de óleo e gás é a Petrobras, uma sociedade de economia mista, que compõe seu grupo de fornecedores de serviços basicamente através de processos licitatórios. Para esse caso, a complexidade dos processos de contratação favorece ainda mais a aglomeração das necessidades e a integração das relações com o mercado.

A abordagem de contratação integrada também está sujeita a limitações como:

- a) reduz a previsibilidade de custo para os projetos. Uma vez que todo o custo dos fornecedores internos é repassado aos projetos, pode haver uma reversão da economia de escala caso a interação entre as duas partes seja deficiente. Excesso de oferta com ociosidade dos recursos contratados implicará no pagamento de valores imprevistos pelo orçamento, usualmente por rateio, referentes à parcela não utilizada. O contrário também pode ocorrer, com excesso de demandas concorrentes frente à oferta deficitária, impactando os cronogramas de alguns projetos. Os projetos tendem a possuir uma visão limitada desse risco, análogo a uma situação de *overbooking* no setor de serviços tradicional;
- b) pela relação doméstica, os compromissos de atendimento tendem a ser mais informais do que no caso de solicitação direta e não há alternativa para incapacidades de atendimento, como seria usual em uma situação de concorrência de mercado;
- c) baixa previsibilidade de receitas para o fornecedor interno. No modelo de solicitação direta, os fornecedores percebem o fluxo de caixa de forma clara, conhecendo as receitas advindas do pagamento de seus clientes, assim como seus custos fixos e variáveis. Da mesma forma, os projetos também se utilizam de estimativas bem definidas para seus custos e receitas, como mostrado em fluxo de caixa típico de um projeto de desenvolvimento (Figura 4). Para contratação integrada, os fornecedores internos também possuem uma estimativa clara de seus custos, constituídos pelo pagamento realizado aos fornecedores externos. No entanto, todo esse custo é repassado para os projetos e a receita será sempre igual ao dispêndio. Esse efeito é representado na Figura 5.

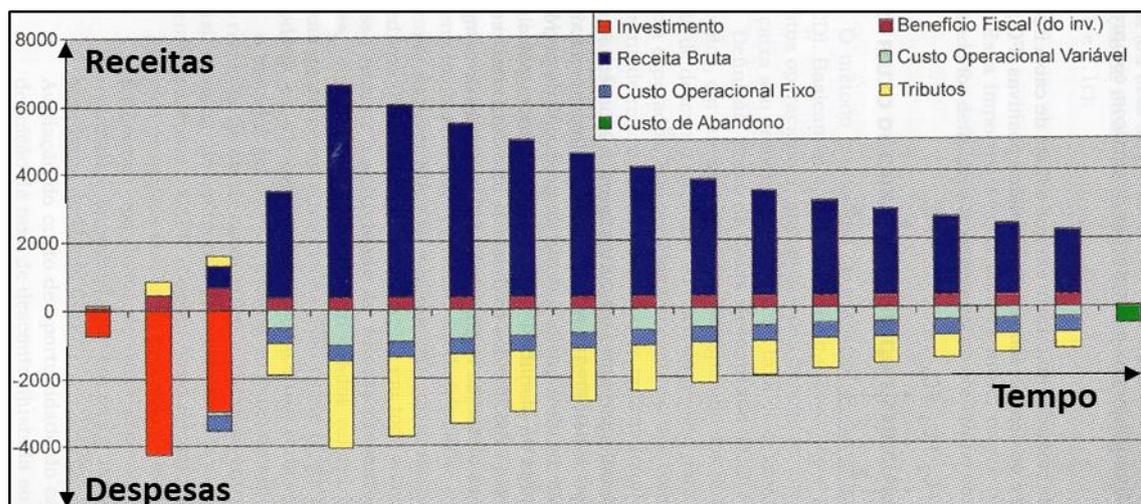


Figura 4 - Fluxo de caixa típico de projeto de desenvolvimento em um campo de petróleo.
Fonte: DIAS, 2014

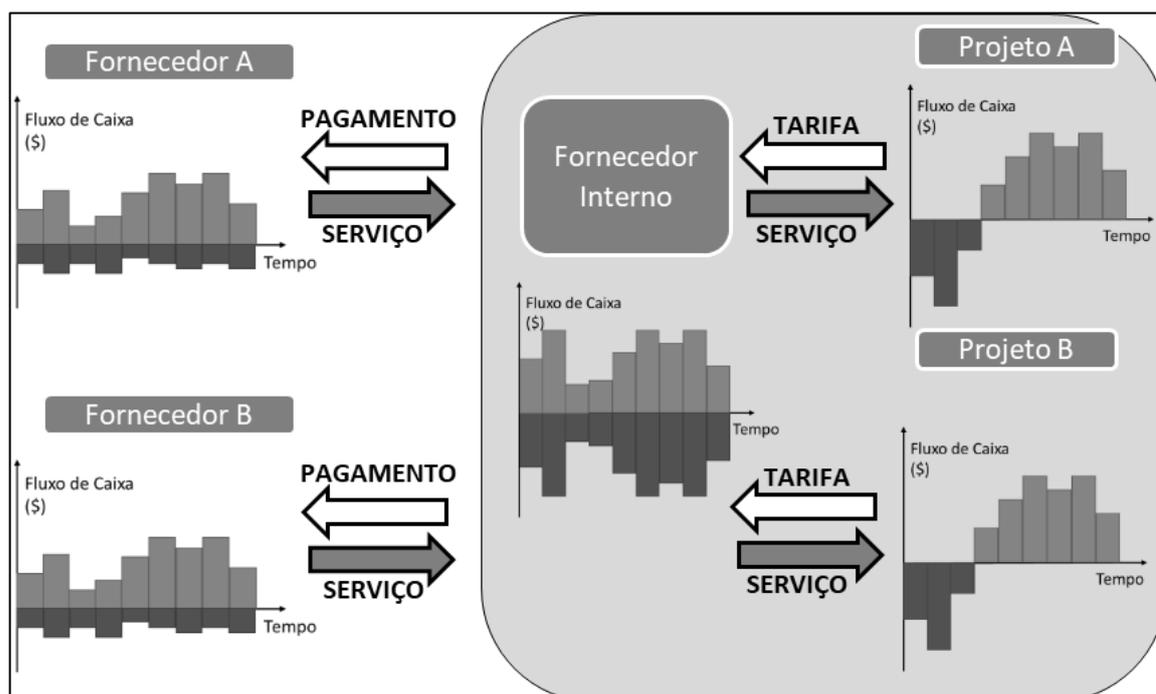


Figura 5 - Fluxos de caixa no modelo de contratação integrada de recursos. Fonte: Autor

A dificuldade de se estabelecer um fluxo de caixa para o fornecedor interno e de relacionar os ganhos de serviço com receitas do produto final da indústria de óleo e gás (hidrocarbonetos e derivados), limita a quantificação de seu valor agregado. A resolução desse impasse pode ser abordada com a análise do processo de dimensionamento dos projetos, conforme detalhado a seguir.

O dimensionamento e alocação de recursos para os projetos de petróleo e gás é realizado com uma aplicação direta de técnicas de Pesquisa Operacional,

usualmente com simulações e métodos de heurística e meta-heurística (SILVA, 2014). Esses métodos buscam prioritariamente a otimização da alocação de sondas, unidades marítimas que realizam as completações de poços e intervenções, e que segundo Ferreira Filho e Hamacher (2015) destacam-se como principal recurso da construção dos poços, em geral representando cerca de 60% dos seus custos. A função objetivo é associada aos ganhos de produção ou à taxa de utilização das sondas. Segundo Bassi (2010), essas atividades são caracterizadas na literatura por *scheduling* e de forma mais específica como problemas de planejamento de sondas (PPS) e problemas de planejamento de sondas de intervenção (PPSI). Exemplos de trabalhos que buscam a otimização do recurso sonda através da manipulação do cronograma de atividades são Accioly e Chiyoshi (1998), Vasconcellos (2007), Bassi (2010) e Silva (2014).

Os trabalhos desenvolvidos para otimização do planejamento com foco em sondas consideram limitações da própria unidade marítima, como por exemplo a lâmina d'água de atuação, e um número limitado de restrições de recursos, em uma classe denominada como recursos críticos. Os recursos críticos compreendem equipamentos de disponibilidade incerta, de forma usual embarcações de apoio e equipamentos residentes, mas não abrangem uma parcela considerável de limitações, incluindo os serviços especializados para construção de poços.

Em uma primeira análise crítica desse problema, pode-se propor a expansão das entradas nos métodos de PPS, incorporando os serviços especializados. Essa abordagem não é encontrada na literatura e não parece atrativa, pois a adição de restrições em demasia eleva substancialmente a dificuldade da solução, já que os modelos de *scheduling* de projetos com restrição de recursos críticos já possuem complexidade NP-hard (FERREIRA FILHO; HAMACHER, 2015).

Desta forma, fica claro que os resultados de PPS, tem como premissa e expectativa que os recursos desconsiderados (classificados como não críticos) não caracterizem restrições adicionais ou invalidariam os resultados das análises.

2.3 Análises de Investimentos Tradicionais

A análise de investimentos é estudada pela disciplina de Finanças, na área de Orçamentação de Capital. É de grande importância em praticamente todos os negócios pois, através de suas premissas e resultados, permite que os tomadores de

decisão embasem suas escolhas e comparem o que foi realizado com o que era esperado inicialmente. Decisões inerentes à orçamentação de capital são fundamentais à sobrevivência e sucesso das empresas em longo prazo, desse modo, as decisões de orçamento de investimentos são conceituadas como do tipo difícil (DE SOUZA; LUNKES, 2016).

Várias técnicas estão disponíveis para avaliação de investimentos e o gerente precisa frequentemente escolher entre múltiplas opções, com base em uma grande variedade de critérios e sem que exista uma opinião dominante para a melhor ferramenta em situações generalizadas. O profissional deve então avaliar cada opção e os critérios de relevância no seu caso específico, ponderando a importância relativa de cada um ao tomar a decisão final (CARMONA; IYER; RECKERS, 2011).

Na impossibilidade de se obter uma avaliação completa com apenas um indicador, em várias circunstâncias os analistas utilizam informações de diferentes critérios, de forma complementar. De fato, Chittenden e Derregia (2015) observam, através de pesquisa de campo, que somente 24% das empresas utilizam apenas um critério de avaliação em seus investimentos.

2.3.1 Etapas para Análise de Investimentos

A abordagem mais utilizada atualmente na avaliação de investimentos é conhecida na literatura como Fluxo de Caixa Descontado (FCD), popularizada ao longo do século XX e tendo como principal característica considerar a variação dos valores monetários com o tempo. De Souza e Lunkes (2016), destacam que as ferramentas de orçamentação de capital existem para auxiliar os gerentes em decisões de longo prazo, que necessitam de uma avaliação do dinheiro em relação ao tempo, assim como uma análise comportamental e de relevância dos custos.

Segundo Dias (2014a), pode-se compreender o processo de avaliação pelo método do FCD por cinco etapas principais: (i) Estimativa dos fluxos de caixa esperados; (ii) Avaliação do custo de oportunidade do capital; (iii) Cálculo dos indicadores econômicos; (iv) Estimativa dos intangíveis e; (v) Tomada de decisão. De Souza e Lunkes (2016) organizam a aplicação do FCD de forma semelhante como: (i) Critérios de análise de investimentos; (ii) Definição da taxa de retorno e; (iii) Análise de risco.

Os próximos capítulos utilizam a prévia sistematização para dissertar o assunto.

2.3.2 Critérios para Análise de Investimentos

Os principais indicadores do Fluxo de Caixa Descontado abordados na literatura são valor presente líquido (VPL) e taxa interna de retorno (TIR). O tempo de retorno do investimento (*payback*) também é um indicador muito utilizado e que apresenta um conceito de avaliação bastante intuitivo, provavelmente uma das maiores razões de sua popularidade.

2.3.2.1 Valor Presente Líquido (VPL)

É o somatório de todos os valores presentes de todos os fluxos de caixa separados, sendo receitas tratadas com valor positivo e dispêndios com valor negativo. A fórmula usual do VPL em um fluxo de caixa de T períodos é representada na equação 1.

$$VPL = \sum_{t=0}^T \frac{FC_t}{(1 + \psi)^t} \quad (1)$$

Onde:

VPL = Valor Presente Líquido

FC_t = fluxo de caixa do período t

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco

Uma visualização alternativa e particularmente interessante da fórmula de VPL é mostrada na equação 2. Ela explicita as incertezas associadas à análise de investimentos e inclui o conceito de filtração (\mathcal{F}_t) como a informação acumulada até o período t (DIAS, 2014a). Esta caracterização mostra que todo o VPL é condicionado ao conhecimento que se tem até a data do investimento inicial ($t = 0$) e confina as expectativas decorrentes da limitação do conhecimento futuro. O conceito de filtração é frequentemente utilizado em definições da Teoria de Opções Reais e Programação Dinâmica.

$$VPL = \sum_{t=0}^T \frac{E[FC_t | \mathcal{F}_0]}{(1 + \psi)^t} \quad (2)$$

Onde:

VPL = Valor Presente Líquido

FC_t = fluxo de caixa do período t

\mathcal{F}_0 = filtração em $t=0$

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco em tempo discreto

Em outras situações, é mais prático o cálculo do valor presente em tempo contínuo. A definição é exatamente a mesma, mas a integral substitui o somatório no limite, de acordo com as equações 3 e 4.

$$VPL = \int_{t=0}^{t=T} e^{-\mu * t} * E[FC_t | \mathcal{F}_0] dt \quad (3)$$

$$\mu = \ln(1 + \psi) \quad (4)$$

Onde:

VPL = Valor Presente Líquido

FC_t = fluxo de caixa do período t

\mathcal{F}_0 = filtração em $t=0$

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco em tempo discreto

μ = taxa de desconto ajustada ao risco em tempo contínuo

Assumindo-se que os fluxos de caixa são finitos, o VPL sempre existe e é único. É o indicador mais relevante do FCD, reunindo três características consideradas chave para essa condição: (i) Reconhece que o valor do dinheiro no presente é superior ao mesmo valor de dinheiro no futuro; (ii) Depende unicamente dos fluxos de caixa estimáveis e do custo de oportunidade, sem ser influenciado por preferências do gestor, método de contabilidade, retorno da atividade e retorno de outros projetos autônomos e; (iii) Seus valores podem ser somados (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

A regra de decisão para o VPL é investir caso $VPL \geq 0$ e rejeitar o projeto se $VPL < 0$.

2.3.2.2 Taxa Interna de Retorno (TIR)

É a taxa de desconto do fluxo de caixa que faz o valor presente líquido igual a zero e em conjunto com o VPL forma o grupo dos indicadores mais populares do Fluxo

de Caixa Descontado (DIAS, 2014a). A regra de decisão baseia-se em realizar o investimento caso $TIR \geq$ custo de oportunidade de capital, que é taxa mínima de desconto ajustada ao risco. Caso contrário, não se deve investir.

No entanto, a TIR apresenta algumas limitações básicas já amplamente discutidas (GITMAN, 2002; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013; DIAS, 2014a): (i) Não faz distinção entre prestar ou tomar o empréstimo (situações cujos objetivos de rentabilidade são opostos); (ii) A TIR pode não existir ou pode apresentar valores múltiplos; (iii) A TIR pode gerar conclusões incorretas em um portfólio com projetos excludentes e; (iv) A TIR é limitada para trabalhar com um projeto que possua mais de um custo de oportunidade de capital.

Podem surgir recomendações conflitantes ao analisar-se um investimento sob os critérios do VPL e da TIR. Essas diferenças parecem causar problemas constantes, especialmente ao verificar-se que a TIR é geralmente considerada uma medida inapropriada na literatura, mas mesmo assim, amplamente utilizada na prática (LAZARIDIS, 2004; KALHOEFER, 2010). Uma das causas das discrepâncias entre o par de indicadores deve-se a uma premissa implícita no cálculo da TIR de que os reinvestimentos do fluxo de caixa são realizados à própria TIR, enquanto o VPL considera que tais reinvestimentos são realizados ao custo de oportunidade de capital. A superação de tais limitações fez com que algumas empresas adotassem um modelo de TIR ligeiramente diferente, chamado TIR modificada (TIRM).

A TIRM é calculada convertendo-se cada entrada do fluxo de caixa ao seu valor futuro, ao fim do projeto, e concentrando-se as informações na soma desses valores, denominada valor terminal do investimento. O objetivo é que ao calcular os valores futuros, utilizando-se o custo de oportunidade de capital, elimina-se a divergência associada à taxa de reinvestimento. A TIRM é então definida como a taxa de desconto que iguala o valor terminal ao investimento inicial. No entanto, mesmo que sejam constatadas aplicações reais da TIRM, especialmente no mercado imobiliário, sua capacidade de avaliação é considerada inferior ao critério do VPL e tem recebido uma atenção limitada na literatura financeira (GITMAN, 2002).

2.3.2.3 *Tempo de Retorno do Investimento*

Muito conhecido por *payback*, o tempo de retorno representa o período requerido para pagamento do investimento, usualmente em anos. A regra de decisão

para o tempo de retorno de investimento é sua comparação com um intervalo limite estipulado pelo gestor. Caso o tempo de retorno de investimento seja inferior ao limite deve-se investir e rejeitar o projeto no caso contrário.

Segundo Gitman (2002), a maior fraqueza do tempo de retorno reside na subjetividade da determinação do intervalo limite, que não se baseia nos fluxos de caixa para determinar o valor agregado e conseqüentemente não é estipulado com o objetivo de maximizar o retorno de capital. O intervalo limite de retorno somente define um prazo para que o projeto gere receitas que se igualem aos investimentos.

Essa é uma diferença importante do critério de Tempo de Retorno de Investimento com relação ao VPL e TIR. O *payback* é um critério que avalia liquidez, ignorando todo o comportamento dos fluxos de caixa após o tempo de retorno calculado e não verificando a rentabilidade do investimento, diferente dos demais indicadores. Por isso, é normalmente considerado um critério de corte enquanto os outros discutidos são considerados critérios de seleção (DE SOUZA; LUNKES, 2016).

Uma crítica séria ao método é não levar em conta a mudança de valor do dinheiro com o tempo, fundamento do FCD. A intenção de corrigir essa insensibilidade, considerada por muitos um erro básico do indicador, levou à criação do Tempo de Retorno do Investimento Descontado ou *Payback* Descontado. O conceito é o mesmo do Tempo de Retorno de Investimento com a consideração adicional de que os fluxos de caixa são descontados ao custo de oportunidade de capital. As demais observações realizadas sobre o *Payback* permanecem válidas para o *Payback* Descontado.

2.3.3 Aplicação das Técnicas de Análise de Investimentos

Uma das mais influentes pesquisas de campo sobre análise de investimentos foi realizada por Graham e Harvey (2001) entre os diretores financeiros de várias corporações americanas e canadenses. Os resultados demonstram a popularidade de aplicação dos indicadores, especialmente os relacionados à técnica de fluxo de caixa descontado (FCD). Uma parcela de 75,6% dos profissionais respondeu que sempre ou quase sempre utilizam o indicador TIR para avaliação de investimentos (*IRR – Internal Rate of Return*) e 74,9% utilizam o VPL (*NPV – Net Present Value*). A utilização frequente de Opções Reais foi citada em 26,6% das respostas. Os resultados são mostrados na Figura 6.

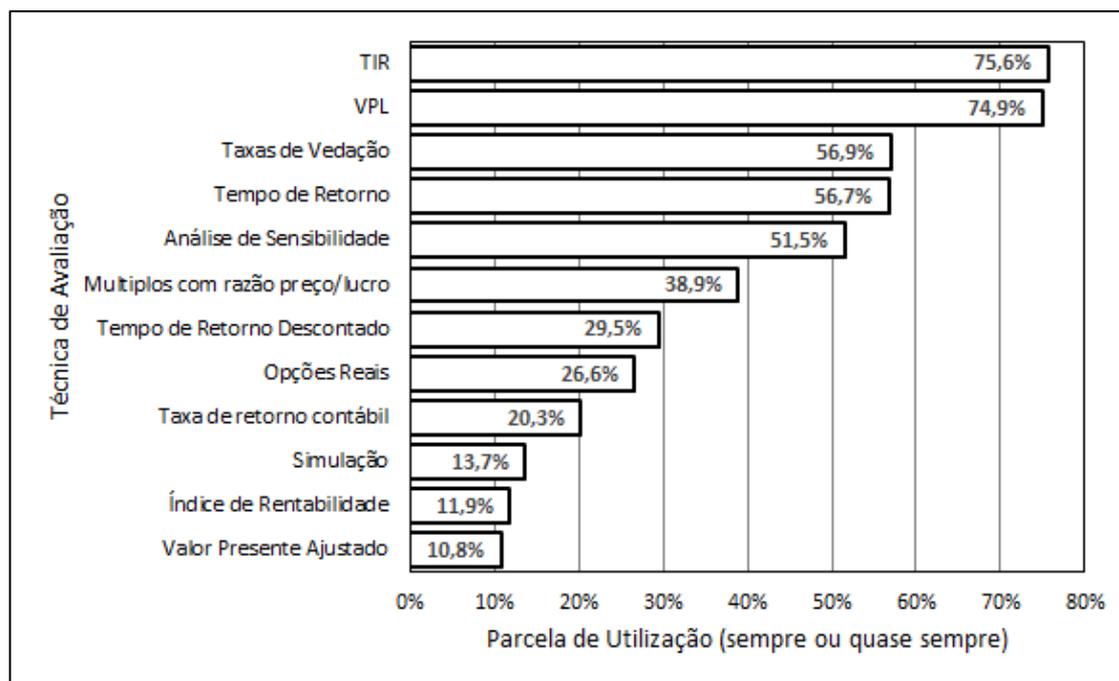


Figura 6 - Preferência entre técnicas de avaliação de investimentos por CFO's.
Fonte: Adaptado de GRAHAM; HARVEY, 2001.

Em abordagem similar ao trabalho anterior, Maquieira, Preve e Sarria-Allende (2012) realizaram uma pesquisa sobre a aplicação das teorias de orçamentação de capital incluindo 290 empresas latino americanas, identificando que as preferências do uso de técnicas de orçamentação de capital são de 72,4% para o VPL, 70,0% para a TIR, 62,1% para o *payback* e 24,5% para Opções Reais. Como no estudo anterior, a base para a frequência apresentada corresponde às respostas “sempre” ou “quase sempre” no questionário.

Segundo De Souza e Lunkes (2016), a avaliação de técnicas de orçamentação, com amostra limitada a empresas brasileiras, conclui que as preferências não são diferentes das identificadas nos demais estudos, ainda que com diferentes abrangências geográficas. Considerando as afirmações de aplicação com frequência “sempre” ou “frequentemente”, 70,5% das empresas brasileiras pesquisadas utilizam o tempo de retorno do investimento, 64,7% usam o VPL e 60,7% aplicam a TIR. O uso da Teoria de Opções Reais é mencionado em 25,5% dos casos. Estes resultados podem ser visualizados na Tabela 1.

Tabela 1 - Frequência de aplicação das práticas de análise de investimentos em empresas brasileiras.

Prática	Sempre	Frequente	Possível	Raro	Nunca
VPL	35,29%	29,41%	19,61%	3,92%	5,88%
TIR	33,33%	27,45%	21,57%	1,96%	7,84%
TIR modificada	3,92%	7,84%	27,45%	11,76%	29,41%
Índice de Rentabilidade	23,53%	11,76%	21,57%	1,96%	21,57%
Tempo de Retorno	33,33%	37,25%	13,73%	-	7,84%
Tempo de Retorno Descontado	-	1,96%	3,92%	-	5,88%
Taxa de retorno contábil	7,84%	25,49%	15,69%	5,88%	27,45%
Opções Reais	11,76%	13,73%	23,53%	5,88%	35,29%
Outros	-	-	5,88%	-	94,12%

Fonte: Adaptado de DE SOUZA; LUNKES, 2016.

Adicionalmente, o trabalho de Brounen, De Jong e Koedijk (2004) destaca a popularidade do método de *payback* na Europa e Estados Unidos, relacionando que sua utilização, no lugar de técnicas de FCD, está intimamente ligada a pequenas firmas e empresas que não priorizam a maximização de retorno dos investimentos.

Um resumo dos estudos de campo mencionados se encontra na Tabela 2.

Tabela 2 - Resumo das técnicas de orçamentação de capital em pesquisas de campo.

Autores	Ano	Delimitação	Payback	VPL	TIR	TOR
GRAHAM; HARVEY	2001	EUA/Canada	56,7%	74,9%	75,7%	26,6%
BROUNEN; DE JONG; KOEDIJK	2004	UK	69,2%	47,0%	53,1%	29,0%
BROUNEN; DE JONG; KOEDIJK	2004	Holanda	64,7%	70,0%	56,0%	34,7%
BROUNEN; DE JONG; KOEDIJK	2004	Alemanha	50,0%	47,6%	42,2%	44,0%
BROUNEN; DE JONG; KOEDIJK	2004	França	50,9%	35,1%	44,1%	53,1%
BENNOUNA; MEREDITH; MARCHANT	2010	Canada	NA	94,2%	87,7%	8,0%
MAQUIEIRA; PREVE; SARRIA- ALLENDE	2012	América Latina	62,1%	72,4%	70,0%	24,5%
DE SOUZA; LUNKES	2016	Brasil	70,5%	64,7%	60,7%	25,5%

Fonte: Autor

De forma complementar às análises de campo, uma pesquisa bibliométrica em De Souza, Schnorrenberger e Lunkes (2016) também confirma a atual popularidade dos métodos de FCD como método de análise de investimentos. VPL e TIR

apareceram em 100% dos artigos que compõem o portfólio de estudos, *Payback* foi citado em 91% dos artigos e Opções Reais em 41%. Os autores mencionam ainda que os critérios de VPL e *Payback* foram apontados nos artigos como os mais utilizados em uma grande variedade de países: EUA, Reino Unido, Malásia, Japão, Alemanha, Suécia, França, Holanda, África do Sul e Hong Kong.

O estudo de Bennouna, Meredith e Marchant (2010) confirma que, de forma geral, poucas empresas utilizam a Teoria de Opções Reais para análise de investimentos. No entanto, visualiza que um dos maiores desenvolvimentos da literatura de orçamentação de capital a partir do ano 2000 se refere a essa técnica.

Uma avaliação geral do cenário prático conclui que apesar da existência de práticas sofisticadas de avaliação, muitas empresas confiam nas metodologias mais simples. A justificativa é atribuída por De Souza e Lunkes (2016) a quatro fatores: (i) facilidade de cálculo das teorias mais simples; (ii) falta de recursos financeiros e uso limitado de tecnologia computacional; (iii) falta de sofisticação da gerência; (iv) grande demanda por capital humano nas teorias mais sofisticadas.

Avaliando-se a evolução dos estudos de orçamentação de capital realizados entre 1978 e 2012, percebe-se que o critério de Tempo de Retorno do Investimento foi largamente utilizado entre 1978 e 1999 e o valor presente líquido foi dominante entre 2002 e 2012, mesmo sendo a técnica menos usada no período anterior (DE SOUZA; LUNKES, 2016). Nota-se assim que, ao longo dos anos, as empresas aumentaram a complexidade de suas análises e passaram a adotar práticas que consideram a diferença de valor do dinheiro no tempo, como preconiza os princípios do FCD. A continuidade dessa tendência significa que o nível de sofisticação das práticas de orçamentação de capital está crescendo o que favorece a ascendente adoção de Opções Reais na rotina de avaliação de investimentos.

2.3.4 Definição da Taxa de Retorno

Como retratado pelas metodologias de análise de risco do FCD o valor do dinheiro se altera com o tempo e é necessário considerar o custo de oportunidade para quantificar essa alteração. O custo de oportunidade refere-se às alternativas de aplicação que gerariam retornos para os investidores no mesmo período dos projetos. Cabe, entretanto, avaliar se as taxas de retorno esperadas são as mesmas para todos os projetos e o que as influencia.

2.3.4.1 Taxa Livre de Risco

Um ativo livre de risco é um ativo de retorno certo. Em contrapartida, um ativo de risco é aquele que oferece um fluxo monetário que é, pelo menos em parte, aleatório (PINDYCK; RUBINFELD, 2007). Na prática, considera-se como ativos livres de risco as letras do Tesouro ou cadernetas de Poupança garantidas pelo Governo (DIAS, 2014a).

A taxa de retorno de um ativo livre de risco é definida como taxa livre de risco. Sua importância reside em ser uma referência para todos os investimentos que possuem algum risco, pois qualquer um desses só é interessante à medida que seu retorno esperado seja superior ao proporcionado pela taxa livre de risco. Esta afirmação parte do princípio amplamente aceito de que a maioria dos investidores exibe comportamento avesso ao risco e para uma discussão aprofundada sobre tal consideração, sugere-se Bernstein (1997).

O valor do retorno adicional de um ativo de risco em relação a um ativo sem risco, que faz com que um investidor racional seja indiferente entre um e outro, é definido como prêmio de risco absoluto (PINDYCK; RUBINFELD, 2007; DIAS, 2014a).

Pode-se considerar que em um mercado competitivo e em equilíbrio, investimentos de maior risco possuem maior retorno esperado (DIAS, 2014a). No entanto, a partir do artigo de Markowitz (1952), a possibilidade de uma redução do risco sem diminuir o retorno esperado, através da formação de uma carteira ou portfólio diversificados é consenso entre os autores. Como diversificação, considera-se a redução do risco por meio da alocação de recursos a atividades variadas, cujos resultados estejam pouco relacionados entre si (PINDYCK; RUBINFELD, 2007). A disposição das diversas carteiras possíveis em um gráfico risco x retorno estabelece uma fronteira onde estão posicionados os investimentos de maior retorno para cada nível de riscos (fronteira eficiente). As carteiras posicionadas neste limite são definidas como carteiras eficientes (BERNSTEIN, 1997; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

O risco de uma carteira eficiente, não eliminado pela diversificação, é definido como risco de mercado, risco não diversificável ou risco sistemático (DIAS, 2014a).

2.3.4.2 Modelo de Avaliação de Ativos de Capital

O Modelo de Avaliação de Ativos de Capital ou Modelo de Determinação de Preço de Bens de Capital, mais referenciado como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), lida com o risco não sistemático através da diversificação e oferece um método para quantificar o risco sistemático (CHITTENDEN; DERREGIA, 2015). Ele estabelece que, em um mercado competitivo, o prêmio de risco esperado varia proporcionalmente à sua sensibilidade em relação aos movimentos de mercado. A sensibilidade de um investimento em relação ao mercado é referenciada na literatura como parâmetro beta, de forma que investimentos com beta superior ao valor unitário ampliam os movimentos do mercado e investimentos com beta nulo são insensíveis ao mercado (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013). O beta é uma medida relacionada à covariância do ativo em relação ao mercado e não ao desvio (risco) do ativo em si (DIAS, 2014a), a medição da correlação com o mercado e não entre todos os pares de investimentos possíveis foi a grande inovação da técnica do CAPM (BERNSTEIN, 1997). Na prática, o retorno de mercado é tomado de uma referência como a S&P 500², ou similar.

A equação 5 representa a taxa de retorno ajustado ao risco pelo CAPM.

$$\mu_i = r + \beta_i * (E[R_m] - r) \quad (5)$$

Onde:

μ_i = taxa de desconto ajustado ao risco para o ativo i

r = taxa de juros livre de risco

β_i = beta do ativo i (sensibilidade sobre o mercado)

$E[R_m]$ = retorno esperado da carteira de mercado

Algumas considerações são realizadas em relação ao CAPM e suas limitações:

(i) o parâmetro beta normalmente utiliza registros históricos que podem não representar o futuro (GITMAN, 2002); (ii) baseia-se na premissa de mercado eficiente (GITMAN, 2002); (iii) ao utilizar firmas com risco similar para estimar o beta, desconsidera-se opções reais de crescimento, o que tem como efeito superestimar o risco (DIAS, 2014a); (iv) beta varia com o tempo, embora considerado constante (DIAS, 2014a); (v) apesar de ser utilizado para múltiplos períodos, o CAPM é

² A Standard & Poor's 500 (S&P 500) é uma referência de rentabilidade muito significativa. O índice se baseia em um portfólio de 500 ações diferentes, sendo 400 industriais, 40 de serviços de utilidade pública, 20 de empresas de transporte e 40 de instituições financeiras (HULL, 2015).

uniperiódico. A rigor, para múltiplos períodos deveria ser usada a técnica de CAPM intertemporal (DIAS, 2014a); (vi) o CAPM implicitamente assume que a taxa de juros da aplicação é a mesma taxa de juros do empréstimo, o que pode não ser razoável (DIAS, 2014a).

2.3.4.3 Teoria de Avaliação por Arbitragem

Uma alternativa à modelagem pelo CAPM é a Teoria de Avaliação por Arbitragem ou APT (*Arbitrage Pricing Theory*). Enquanto o CAPM parte da formação de carteiras eficientes, o APT estabelece que o retorno do investimento pode ser representado como o retorno livre de risco acrescido de fatores que representam aspectos particulares e macroeconômicos, em uma relação linear. Em uma carteira diversificada, o risco não sistemático pode ser eliminado, assim, apenas os fatores macroeconômicos seriam relevantes.

A fórmula do prêmio de risco esperado através do APT é representada na equação 6.

$$PRE = b_1 * (r_{fator\ 1} - r_f) + b_2 * (r_{fator\ 2} - r_f) + b_3 * (r_{fator\ 3} - r_f) \dots \quad (6)$$

Onde:

PRE = prêmio de risco esperado

b_n = sensibilidade em relação ao fator n

$r_{fator\ n}$ = taxa de retorno esperada do fator n

r_f = retorno esperado da carteira de mercado

Além disso, o APT se baseia no conceito de arbitragem que é a possibilidade de se ter lucro no mercado, sem risco e sem a necessidade de investimento líquido (DIAS, 2014a). Dessa forma, propõe que: (i) Uma carteira diversificada, construída para ter sensibilidade zero aos fatores macroeconômicos, deve possuir retorno igual a taxa livre de risco, pois de outra forma, seria possível ganhar dinheiro por arbitragem realizando transações em conjunto com investimentos “sem risco”, como Letras do Tesouro; (ii) De forma mais geral, o prêmio de risco de dois investimentos diferentes deve ser proporcional à sensibilidade de cada um deles a um determinado fator, pois de outra forma seria possível arbitragem utilizando estes dois investimentos em uma transação autofinanciada (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Oportunidades de arbitragem não geram grandes impactos no mercado financeiro e tendem a se extinguir. Como consequência, todos os ativos ou portfólios com mesmos resultados em uma data futura devem necessariamente possuir o mesmo preço hoje. Este princípio é estabelecido pela Lei do Preço Único (DIAS, 2014a) e, portanto, deve existir uma convergência natural à taxa de retorno que evita a arbitragem, preconizada pelo APT.

A estimativa do retorno por APT é realizada em três etapas: (i) Identificação dos fatores macroeconômicos que afetam o retorno; (ii) estimar o prêmio de risco de cada fator: $(r_{fator\ n} - r_f)$; (iii) medir a sensibilidade de cada fator (b_n) (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Como vantagem do APT destaca-se que na aplicação da Teoria de Avaliação por Arbitragem não existe necessidade de se medir a carteira de mercado (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Como desvantagem, é notória a subjetividade na determinação dos fatores de influência (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013), enquanto o CAPM estabelece com clareza um único fator que integra todos os riscos macroeconômicos.

Uma aplicação da Teoria de Avaliação por Arbitragem pode ser exemplificada com o trabalho de Fama e French (1995), relacionado ao valor de ações de pequenas empresas e ações com elevado índice de valor contábil. Os autores desenvolveram um modelo considerando três fatores (fator “mercado”, fator “tamanho” e fator “valor contábil – valor de mercado”). Este modelo foi posteriormente estendido com um fator “*momentum*” por Carhart (1997).

Segundo Gitman (2002), embora o APT seja mais geral, de forma que o CAPM possa ser entendido como seu derivado, existe uma conclusão da maioria das pesquisas de que não há fatores relevantes além do retorno de mercado (já abordado pelo CAPM) e que a Avaliação por Arbitragem tem tido uma aceitação muito baixa por parte das empresas.

2.3.4.4 Custo Médio Ponderado de Capital

O CMPC ou WACC (*Weighted Average Cost of Capital*) é a técnica que utiliza o custo de capital da empresa como referência de taxa de desconto para os projetos. O custo de capital da empresa é a taxa de retorno esperada em uma carteira com todos os títulos da empresa e a taxa de desconto correta para projetos de risco médio

da organização, considerando o capital próprio e os passivos (BENNOUNA; MEREDITH; MARCHANT, 2010; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013). As duas parcelas que compõem o custo de capital da empresa são o custo de capital próprio e o custo da dívida.

O CMPC também pode ser compreendido como o retorno que a empresa precisa obter em seus projetos para manter o valor de suas ações, honrando as expectativas dos acionistas e credores (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; GITMAN, 2002). Normalmente é aplicado como taxa de desconto de referência pela empresa, usando o valor calculado para projetos de risco compatível com o portfólio. Uma taxa maior que o CMPC é estimada para projetos de maior risco e valores menores são usados para projetos de menor risco (DIAS, 2014a).

A fórmula da taxa de desconto pelo CMPC é fornecida pela equação 7.

$$\mu_A = r_D * (1 - T_c) * \left(\frac{D}{A}\right) + \mu_E * \left(\frac{E}{A}\right) \quad (7)$$

Onde:

μ_A = taxa de retorno dos ativos da firma, tida como aplicável ao projeto (mesmo risco)

r_D = retorno esperado da dívida

T_c = alíquota marginal de imposto

μ_E = taxa de retorno das ações da empresa (custo do capital próprio)

D/A = razão capital de terceiros sobre o valor dos ativos da firma

E/A = razão capital próprio sobre o valor dos ativos da firma

Uma grande vantagem do CMPC é a separação entre as decisões de investimentos das empresas e suas decisões de financiamento, uma vez que o fluxo de caixa não será impactado, somente o custo do capital (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

Como limitações e pontos de atenção para utilização do CMPC são apresentados que: (i) o CMPC parte da premissa que o projeto possui risco similar aos ativos que a empresa já possui (BRANDÃO; DYER; HAHN, 2005b; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013). (ii) os projetos não podem ter perfil de endividamento diferente do assumido pela própria empresa (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

A maior dificuldade de aplicação do CMPC é a determinação do custo de capital próprio. Muitas empresas contornam esse obstáculo aplicando o CAPM e obtendo o parâmetro beta a partir do histórico das ações e retornos do mercado (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Segundo Brounen, De Jong e Koedijk (2004), existe maior propensão ao uso do CAPM para determinar o capital próprio em empresas da Europa quando comparadas às dos Estados Unidos e conecta esse resultado à maior propensão de uso do CAPM em empresas públicas quando comparadas às empresas privadas. Os autores destacam de forma benéfica o uso do CAPM nesse contexto e correlacionam positivamente essa opção com o aumento de tamanho da empresa, o tempo de cargo do CEO e à importância dada pela empresa à maximização de riqueza dos acionistas. Alternativas ao CAPM para o cálculo do capital próprio são o retorno médio das ações ou mesmo variações da técnica do CAPM, que incluam preferências particulares dos acionistas.

Para o retorno esperado da dívida, deve-se utilizar a taxa de juros de mercado sobre as dívidas existentes ou qualquer novo empréstimo, em valores atuais, independente da taxa em vigor quando a dívida foi emitida (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Atualmente, mesmo que algumas amostras específicas possam mostrar outras preferências para a taxa de retorno (LAZARIDIS, 2004), o CMPC é a técnica mais popular nos principais mercados mundiais como: EUA, Reino Unido, Oriente Médio e China (DE SOUZA; SCHNORRENBARGER; LUNKES, 2016).

2.3.5 Consideração do Risco em Investimentos

A abordagem da incerteza nos projetos altera uma visão intuitiva de causa-efeito para uma visão estatística, explicitando que o leque de situações possíveis é maior do que os cenários que de fato ocorrerão, o que é muitas vezes desconfortável. Entretanto, ainda que seja simples e prático considerar os fluxos de caixa com entradas e saídas determinísticas, raramente esse comportamento é realista.

Algumas técnicas são utilizadas para avaliar o risco e robustez dos investimentos frente às probabilidades, discutidas a seguir.

2.3.5.1 Ajuste ao Risco

A forma mais simples de incorporar considerações de risco nas técnicas de orçamentação de capital costuma alterar um ou mais parâmetros, de forma a refletir possíveis variabilidades de retorno.

Para o critério de corte (*payback*), esse ajuste é realizado no tempo de referência, que é reduzido subjetivamente, de forma que o investidor se sinta confortável com o novo horizonte, ainda que ciente dos riscos do projeto.

Já para os critérios de seleção, ajusta-se os fluxos de caixa ou taxa de desconto, sendo que duas metodologias de ajuste ao risco são praticadas: Equivalente à Certeza e Taxa de Desconto Ajustada por Risco (TRIGEORGIS, 1996; GITMAN, 2002; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

A abordagem Equivalente à Certeza insere fatores menores que a unidade, multiplicados a cada entrada do fluxo de caixa com objetivo de representar o risco da estimativa. A definição desses fatores também é subjetiva, mas Brealey, Myers e Allen (2013) defendem que os gestores, em geral, conseguem realizar conjecturas não enviesadas, que possuem coerência na média. Trigeorgis (1996) propõe abordagem mais objetiva, com fatores de ajuste calculados de acordo com uma razão entre a taxa livre de risco e uma taxa de desconto adequada ao risco do investimento. Com isso, o critério de análise é aplicado aos fluxos de caixa ajustados, gerando uma estimativa conservadora e com maior possibilidade de ser realista.

A Taxa de Desconto Ajustada por Risco (*Risk-Adjusted Discount Rate*) é uma técnica que consiste no ajuste da taxa de desconto, alternativamente aos fluxos de caixa. Nela, a alteração é executada para que a taxa de retorno seja adequada à compensação do investidor pelo risco. Na prática, o ajuste é normalmente pré-determinado e categorizado pelas empresas pelo tipo de projeto, como redução de custo, expansões e desenvolvimento (TRIGEORGIS, 1996), mas pode também ser relacionado à técnica de CAPM. Ressalta-se, porém, que dentro de um aspecto moderno de avaliação de investimentos, a alteração da taxa de risco, ainda que baseada no CAPM, é um ajuste grosseiro (GITMAN, 2002).

A preferência entre as duas abordagens é um ponto de discussão entre os pesquisadores e mesmo entre os maiores especialistas. Brealey, Myers e Allen (2013) sugerem que ajustes sejam realizados no fluxo de caixa, uma vez que ajustes de risco em taxas de desconto são perigosos, alterando implicitamente os fluxos de caixa futuros e induzindo a erros de interpretação. Lemme (2001) também reconhece a maior aderência teórica da técnica de Equivalente à Certeza, mas ressalta que parece ser de difícil aplicação na prática. Na opinião de Gitman (2002), o ajuste pela Taxa de Desconto Ajustada por Risco é preferível ao ajuste de fluxo de caixa, que é demasiado

subjetivo e Trigeorgis (1996) argumenta que a Taxa de Desconto Ajustada é mais amplamente difundida do que a técnica de Equivalente à Certeza.

Uma diferença notável entre os dois modos apresentados é que, ao calcular o VPL ajustado, o Equivalente à Certeza separa os efeitos do risco dos efeitos de desconto do dinheiro no tempo, enquanto a Taxa de Desconto Ajustada mescla ambos os efeitos no parâmetro da taxa (TRIGEORGIS, 1996), o que pode prejudicar a transparência da análise.

Independente das críticas à subjetividade ou da escolha entre as técnicas, pode-se considerar como fato que ajustes dos fluxos de caixa ou taxa de retorno são abordagens simples e usuais para contornar dificuldades de aplicação de técnicas mais formais (CHITTENDEN; DERREGIA, 2015). As pesquisas de campo confirmam e mostram evidências de que os períodos de referência utilizados no *payback* assim como as taxas de descontos têm sido insistentemente penalizados, de forma a refletir as incertezas futuras. Uma referência clássica sobre o assunto mostrou que de 120 respondentes que utilizaram o critério de tempo de retorno de investimento em conjunto com VPL ou TIR, 8% deles ajustaram o período de referência do tempo de retorno de forma a tentar refletir o risco, 42% ajustaram a taxa de retorno e 32% ajustaram ambos. Somente 18% não ajustaram nenhum dos dois parâmetros (SCHALL; SUNDEM; GEIJSBEEK, 1978).

2.3.5.2 *Árvore de Decisão*

Árvores de Decisão (DTA) são um método gráfico para se visualizar as consequências de deliberações atuais e futuras, apurando ainda, a ocorrência de eventos aleatórios. Permite, em uma visão geral do investimento, avaliar os principais riscos e ações estratégicas junto a seus impactos nos resultados (KOPITTKE; CASAROTTO, 2000). Sua utilização considera o critério de Valor Monetário Esperado, onde se determina a melhor escolha para o projeto, observando os possíveis eventos e suas probabilidades de ocorrência (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Na construção de uma árvore de decisão, são considerados quatro tipos de elementos diferentes, denominados nós: (i) O nó raiz situado no início da árvore; (ii) o nó de evento que especifica possibilidades determinadas, aquém das decisões (como aquelas relativas ao cenário econômico); (iii) nó de decisão, nos quais o decisor pode optar por um caminho, considerando resultados anteriores e; (iv) nó de fim, que

representa o resultado baseado nas ocorrências e decisões tomadas (KLIEMANN NETO *et al.*, 2011). Nós de eventos estão relacionados às probabilidades de ocorrência, nós de decisão aos valores de investimentos e nós de fim aos retornos obtidos (KOPITTKE; CASAROTTO, 2000).

Trigeorgis (1996) argumenta que o método de DTA é interessante para evitar o mau uso do FCD, por compelir que decisões subsequentes sejam explicitadas e consideradas no critério de avaliação, particularmente quando a resolução das incertezas pode ser concentrada em momentos específicos ao longo da vida do projeto.

Entretanto, o método de DTA possui limitações e sua aplicação deve considerar que: (i) a modelagem precisa ser realizada com ponderação para que tenha utilidade, uma vez que a maioria das situações reais não ocorrem em poucos estados discretos e por outro lado o número de ramos da árvore cresce geometricamente com o número de decisões, variáveis de saída e estados de cada variável (TRIGEORGIS, 1996); (ii) muitas alternativas não existem em pontos específicos do tempo, mas podem ser consideradas ao longo de um intervalo ou mesmo de todo o período do investimento, uma característica que não consegue ser absorvida diretamente pela Árvore de Decisão (TRIGEORGIS, 1996) e; (iii) apresenta uma ineficiência inerente na determinação das taxas requeridas de retorno, que a princípio são diferentes em cada ramo da árvore, devido à diferença de risco (TRIGEORGIS, 1996; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013)³. Esta última limitação é compreendida por vários autores como a mais séria.

2.3.5.3 *Análise de Sensibilidade*

A técnica da análise de sensibilidade é uma abordagem comportamental que considera diversos valores possíveis para uma dada variável, de forma a verificar o impacto no retorno do investimento através de algum critério, como VPL ou TIR. Uma vez que as incertezas das análises de investimentos são sempre derivadas de previsões em relação a parâmetros mais básicos (tempo de projeto, custos de matéria-prima, preço de venda, comportamento do mercado...) é possível entender o valor da

³ Brandão, Dyer e Hahn (2005b) abordam a combinação de *softwares* comerciais de DTA com técnicas aplicadas às Opções Reais, de modo a contornar limitações relacionadas a uma taxa de desconto constante.

ferramenta de Análise de Sensibilidade, que busca identificar as variáveis primárias e os efeitos de variações ou erros de estimativa em uma variável de cada vez. Pela sua interpelação, a Análise de Sensibilidade é algumas vezes chamada de Análise “E Se?” (TRIGEORGIS, 1996) sendo comum que os valores das variáveis sejam apresentados em estimativas otimistas, esperadas e pessimistas (GITMAN, 2002; ROSS *et al.*, 2015).

Como maior benefício, Ross *et al.* (2015) ressalta que uma boa análise dos resultados permite aos gestores priorizar investimentos, obtendo informações mais confiáveis para os parâmetros que efetivamente reduzem o risco de projeto.

Como pontos de atenção para análise de sensibilidade deve-se pontuar que: (i) está sujeita à subjetividade, tanto na escolha das variáveis chave que comporão o estudo quanto na definição dos valores pessimistas e otimistas (ROSS *et al.*, 2015) e (ii) deve-se tomar cuidado especial ao avaliar a correlação das variáveis, que pode reconfigurar o resultado (TRIGEORGIS, 1996; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013; ROSS *et al.*, 2015).

Análises de Sensibilidade são amplamente utilizadas na prática (ROSS *et al.*, 2015), sendo a técnica de consideração de risco apresentada com maior frequência em artigos (DE SOUZA; SCHNORRENBARGER; LUNKES, 2016).

2.3.5.4 Análise de Cenários

A análise de cenários é similar à análise de sensibilidade e algumas vezes classificada como sua variante (ROSS *et al.*, 2015), porém, possui um escopo diferente e relaciona o impacto no retorno a alterações simultâneas em variáveis correlacionadas (GITMAN, 2002). Cada um desses conjuntos de variáveis é chamado de cenário.

Em relação à análise de sensibilidade, a análise de cenários normalmente possui maior preferência entre profissionais encarregadas de previsões, uma vez que a configuração de cenários é mais intuitiva do que a consideração de valores otimistas e pessimistas individuais (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013). A dependência clara entre variáveis de impacto como, por exemplo, custo de matéria prima e preço de venda (correlação positiva) ou preço de venda e *market-share* (correlação negativa), torna útil uma abordagem por cenários em muitos problemas práticos.

A ferramenta de Análise de Cenários está sujeita às seguintes limitações: (i) subjetividade de estimativa da ocorrência de cada cenário e; (ii) complexidade inerente em prever um grande número de possibilidades diferentes, já que o número total de cenários é o resultado de uma combinação de todos os estados das variáveis de impacto.

2.3.5.5 Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo é um instrumento que permite considerar um grande número de combinações possíveis com auxílio computacional. O objetivo é imitar decisões do mundo real e reproduzir características funcionais do projeto, enquanto ele evolui no tempo e passa por eventos aleatórios, decisões condicionais ou estratégias gerenciais pré-estabelecidas (TRIGEORGIS, 1996). A aplicação da Simulação de Monte Carlo pode ser dividida nas etapas de (i) modelagem do projeto, (ii) especificação das probabilidades, (iii) simulação dos fluxos de caixa e (iv) cálculo do valor presente (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

Apesar de sua popularidade, um erro bastante comum consiste em considerar o método de Monte Carlo como uma ferramenta de otimização, quando de fato se trata de uma ferramenta de simulação. Moore e Weatherford (2005) discriminam as diferenças, esclarecendo que em um método de otimização, as variáveis de decisão são saídas (maximizando ou minimizando a função objetivo), enquanto que em um método de simulação, as variáveis de decisão são entradas e o modelo avalia a função objetivo para esse conjunto de valores. Dias (1996) também ressalta que essa técnica é uma ferramenta de simulação de probabilidades, e não uma ferramenta de otimização sob incerteza. Por isso, utilizá-la na determinação de taxas de desconto, com o objetivo de tomar uma decisão ótima, representa uma compreensão inadequada.

A aplicação da simulação de Monte Carlo exige um conhecimento estatístico mínimo, basicamente na determinação da distribuição das variáveis e sua correlação, mas apesar da simplicidade estatística, o método exige domínio computacional, como critérios de convergência e acúmulo sucessivo de erros que podem levar a conclusões equivocadas, se ignorados. Segundo Brealey, Myers e Allen (2013), a especificação de interdependência entre variáveis é a parte mais difícil e mais importante de uma simulação.

As duas maiores vantagens do método são: (i) consegue manipular várias variáveis simultaneamente, inclusive considerando interações (TRIGEORGIS, 1996); (ii) obriga o analista a pensar na distribuição das variáveis e quantificar suas relações (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013) e; (iii) uma vez construído o modelo, é possível simular uma grande variedade de alternativas com facilidade (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

As desvantagens são que: (i) com regularidade, a complexidade de construção do modelo faz com que sua construção seja delegada à especialistas. Por consequência, é comum que o tomador de decisão não tenha a mesma confiança e comprometimento com este método do que com outros, com os quais é mais participativo (TRIGEORGIS, 1996; BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013); (ii) como a saída fornecida pela simulação é um perfil de VPL (ao invés dos fluxos de caixa intermediários), é questionável o significado de uma distribuição probabilística, já que não fica claro qual a taxa de desconto deve ser usada (TRIGEORGIS, 1996); (iii) o critério de corte sobre uma curva de distribuição de probabilidades não é bem definido (TRIGEORGIS, 1996); (iv) o método conduz à tendência de se utilizar a distribuição da saída, que representa a variabilidade total, como medida de risco do investimento, quando o que importa em uma carteira diversificada é somente o risco sistemático (TRIGEORGIS, 1996) e; (v) a simulação de Monte Carlo (aplicada sem associação a Opções Reais) não consegue lidar bem com a assimetria gerada pelas decisões gerenciais, capazes de se adaptar à medida que informações são reveladas.

2.4 Conceitos de Opções Reais

Opção é o direito, mas não a obrigação, que um agente possui quando toma decisões sobre um ativo (DIXIT; PINDYCK, 1994). O conceito apresentado é fundamental, explicitando de forma direta como a existência de opções agrega possibilidades aos investimentos sem destruir qualquer valor já incorporado. Portanto, embora haja interpretações em que as opções possam assumir valores negativos, como abordado pioneiramente por Weisbrod (1964) e calculado por Krutilla *et al.*⁴ (1972 apud OLSEN, 1975), a consideração contemporânea é de que elas sempre

⁴ Krutilla *et al.* Observations on the Economics of Irreplaceable Assets. In: KNEESE, A. V.; BOWER, B. T. **Environmental Quality Analysis: Theory and Method in the Social Sciences**. Baltimore: John Hopkins Press, 1972.

adicionam valor aos projetos, uma vez que nas situações desfavoráveis podem simplesmente não ser exercidas.

Uma opção fornece ao seu detentor a possibilidade de exercer uma ação em um momento ou dentro de um período. O valor pago ao lançador da opção para adquiri-la é chamado de prêmio e o valor pago, após aquisição, para exercer essa ação é chamado preço de exercício. Um grupo importante de opções possui valor por um prazo determinado e o período em que a opção permanece aberta é definido como tempo de expiração. Depois do tempo de expiração, a opção perde completamente seu valor, pois não pode mais ser executada.

Duas categorias de opções são amplamente estudadas, as opções financeiras e as opções reais. Embora os dois instrumentos sejam intrinsecamente distintos, suas mecânicas e terminologias são muito semelhantes. Em adição, ambas opções precisam ser valoradas, o que constitui grande parte do desafio relacionado a esse assunto.

Opções Financeiras são instrumentos transacionados nos mercados de bolsa e de balcão. Fazem parte da categoria de derivativos, produtos cujo valor é correlacionado com o de uma referência, chamada de ativo subjacente. Normalmente os ativos subjacentes são ações, taxas de juros, taxas de câmbio, índices ou *commodities*.

Opções reais são constituídas por direitos incorporadas aos projetos, inclusive de forma não intencional, e cuja utilidade varia de acordo com as características de aplicação e da economia. Essas vantagens são percebidas por profissionais mais avançados, mas não estão explicitamente demonstradas em uma análise convencional de investimentos (TRIANIS; BORISON, 2001). Da mesma forma que opções financeiras, as opções reais estão fortemente correlacionadas com seus ativos subjacentes.

A existência de opções também pode ser vista como uma otimização sob incerteza. A função objetivo traduz-se na maximização de valor da oportunidade, podendo essa maximização referir-se ao VPL de um projeto, ao valor de mercado da firma ou utilidade. Nessa linha de raciocínio, o exercício das opções reais presentes equivale às variáveis de controle e as restrições do modelo representam os limites físicos, ambientais, legais, éticos ou outra condição específica. A incerteza é introduzida ao modelo pelas variações de mercado e do conhecimento técnico acerca do projeto (DIAS, 2014a).

2.5 Histórico da Teoria de Opções e Marcos de Destaque

A origem das análises de investimentos com Opções Reais se confunde com a origem das Opções Financeiras e por essa razão, a semelhança entre as duas categorias é muito pronunciada.

2.5.1 Histórico das Opções Financeiras

Copeland e Antikarov (2001) e Paxson (2003) mencionam um escrito de Aristóteles (334 AC) relatando a história de Tales, um filósofo da ilha de Milos que, no século quinto antes de Cristo, previu uma grande colheita de azeitonas. Deduzindo que isso conduziria a um excesso de demanda das prensas de azeite, utilizou todas as suas economias para negociar o aluguel antecipado das prensas junto aos proprietários, pelo preço habitual e com pagamento imediato. Quando sua previsão se confirmou, sublocou as prensas pelo valor de mercado, obtendo grande lucro. Esse episódio possui grande semelhança com uma aplicação contemporânea de opção de compra (*call*) e é referenciada como primeiro registro histórico de um contrato de opções reais.

No entanto, o primeiro esforço formal para abordar o risco com medições foi realizado muito tempo depois, por Cardano em sua obra *Liber de ludo aleae* (Livro dos jogos de azar). O trabalho foi escrito em 1525, mas publicada somente em 1663 e também considerado o primeiro esforço sério de desenvolver a teoria de probabilidades (BERNSTEIN, 1997).

Esses dois fatores, identificação de opções e abordagem quantitativa do risco, levaram à primeira tentativa de apreçamento de uma opção de forma rigorosa, realizada por Bachelier (1900) em sua tese de doutorado, embora não tenha conseguido determinar a razão verdadeira para o resultado. Como comentado por Dias (2014a), Bachelier desenvolveu uma modelagem correta e alcançou um feito notável, precedendo em 73 anos os avanços pioneiros em desenvolver a fórmula de apreçamento de opções e a determinar as causas adequadas. Ele também foi o primeiro a modelar preços de ativos com o movimento Browniano, cinco anos antes da famosa aplicação na física de partículas por Einstein, e também foi inovador ao determinar a propriedade de Markov (BERNSTEIN, 1997; BACHELIER, 2011).

Mesmo que a tese de Bachelier date de 1900, muitos temas foram aprofundados em anos posteriores. O termo opção dentro do contexto de alternativas de investimentos foi usado pela primeira vez 30 anos depois e de forma qualitativa por Fisher (1930), pesquisador que desenvolveu a análise de investimentos livre de preferência. O comportamento aleatório dos preços de ações, também presente como premissa na tese de Bachelier (1900), foi examinada por Kendall e Hill (1953) na década de 1950, causando bastante controvérsia, pois a comunidade científica da época acreditava na regularidade de variação dos preços (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2013).

No final da década de 1950 e início da década de 1960, Osborne e Samuelson, em trabalhos independentes, utilizaram movimentos brownianos para modelagem dos preços de ações, sendo que o artigo de Samuelson (1965) definiu os termos Movimento Geométrico Browniano e Movimento Aritmético Browniano, que serão abordados nesta dissertação.

Também na década de 60, os ganhadores do prêmio Nobel, Kenneth Arrow e Gerard Debreu estabeleceram a moderna teoria de investimentos em Arrow e Debreu (1954), ao desenvolverem um modelo de equilíbrio sob incerteza (DIAS, 2014a). Além disso, Kenneth Arrow contribuiu de forma significativa para a evolução da Teoria de Opções Reais (TOR) ao desenvolver o conceito de irreversibilidade nos investimentos em conjunto com Anthony Fisher (ARROW; FISHER, 1974). Sob um contexto ambiental, os pesquisadores argumentaram que a irreversibilidade reduz o valor da opção de desenvolvimento, uma vez que elimina outras opções. A caracterização de irreversibilidade também foi largamente abordada por Henry (1974), que criou um exemplo popular na TOR, discutindo a demolição da catedral de Notre-Dame para construção de um estacionamento.

Dias (2014a) descreve outro marco para a evolução de opções financeiras, dado pelo estabelecimento da condição de exercício ótimo para opção de compra americana, conhecida também como condição de suavidade. O feito foi apresentado inicialmente por Samuelson (1965) e McKean (1965), sendo que o primeiro merece destaque como um grande impulsionador do estudo de opções e introdutor de ferramentas matemáticas avançadas na área de finanças.

Weisbrod (1964) foi pioneiro na identificação do valor em opções (OLSEN, 1975) abordando a conveniência da disponibilidade de serviços com caráter público para usuários potenciais. Mas na moderna teoria de opções financeiras, as principais

bases foram estabelecidas na década de 1970 por Black e Scholes (1973) e Merton (1973) que desenvolveram modelos de apreçamento livre de restrições de preferências, introduzindo a formação de carteiras sem risco, valoradas com condição de não arbitragem. O artigo de Black e Scholes foi redigido primeiro, mas recusado por duas vezes, enquanto o de Merton foi aceito em 1971. No entanto, Merton condicionou a publicação de seu trabalho à prévia publicação do artigo de Black e Scholes (DIAS, 2014a). A fórmula de Black-Scholes-Merton (BSM) é inquestionavelmente um marco de destaque nesta cronologia. Obteve o valor da opção do tipo europeia, tendo como premissa que o preço do ativo possui distribuição lognormal e segue o processo estocástico do Movimento Geométrico Browniano. A aplicação da fórmula de BSM rapidamente ganhou popularidade e impulsionou novos desenvolvimentos.

O próximo grande avanço na Teoria de Opções foi a mudança da medida de probabilidade para obtenção de medidas neutras ao risco. Embora saiba-se que a alteração de probabilidades já era utilizada no ramo atuarial, sua aplicação como alternativa para o apreçamento de opções ocorreu devido a Cox e Ross (1976a) e Cox e Ross (1976b).

Contemporaneamente, o trabalho de Geske (1977) destacou-se por calcular pela primeira vez o valor de opções compostas (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

2.5.2 Histórico das Opções Reais

A história da Teoria de Opções Reais ganhou independência em relação às Opções Financeiras na década de 70 quando Myers (1977) criou o termo *Real Options* por influência do trabalho de Black, Scholes e Merton. O primeiro modelo matemático de Opções Reais foi criado pelo brasileiro Tourinho (1979), modelando a Opção de Espera aplicada na avaliação de reservas de petróleo.

Nos anos 80, os cientistas Smith, Paddock, McDonald e Siegel publicaram uma série de artigos de grande relevância para a Teoria de Opções Reais, com destaque para os artigos de McDonald e Siegel (1986) e Paddock, Siegel e Smith (1988), que até hoje estão entre as referências mais citadas sobre o assunto.

A década de 90 representa um período de crescimento muito significativo da literatura de TOR, incluindo a publicação do primeiro livro sobre Opções Reais de

Lund e Øksendal (1991). Também é a década de publicação do primeiro livro-texto e, indubitavelmente, uma das obras mais influentes no assunto de Dixit e Pindyck (1994).

Outros livros populares e com óticas ligeiramente diferentes foram publicados em sequência, sendo bem representados por Trigeorgis (1996), Amram e Kulatilaka (1999) e Copeland e Antikarov (2001). No Brasil, as obras de Marco Antônio Guimarães Dias (DIAS, 2014a; b) conseguem uma abrangência diferenciada do tema, sendo que um terceiro volume complementar é previsto pelo autor.

A partir do ano 2000, o impulso de crescimento da Teoria de Opções Reais na área acadêmica atingiu a prática empresarial e a TOR passou a ser estudada por um grande número de profissionais. Copeland e Antikarov (2001) relatam fatores que foram de elevado impacto nesse fenômeno: crescimento da capacidade computacional, domínio de *softwares* de planilha e métodos com cálculos mais simplificados, como as abordagens de tempo discreto, permitiram transparência da ferramenta, em oposição aos cálculos estocásticos dos trabalhos acadêmicos iniciais. As mesmas razões também permitiram conquistar um novo tipo de profissional, os alunos de MBA que se sentiram muito mais confortáveis com a abordagem prática (WILMOTT, 2009).

A disseminação do conhecimento em Opções Reais desencadeou um aumento significativo de publicações acadêmicas no Brasil como pode ser visualizado na Figura 7, a partir do trabalho de Costa (2014).

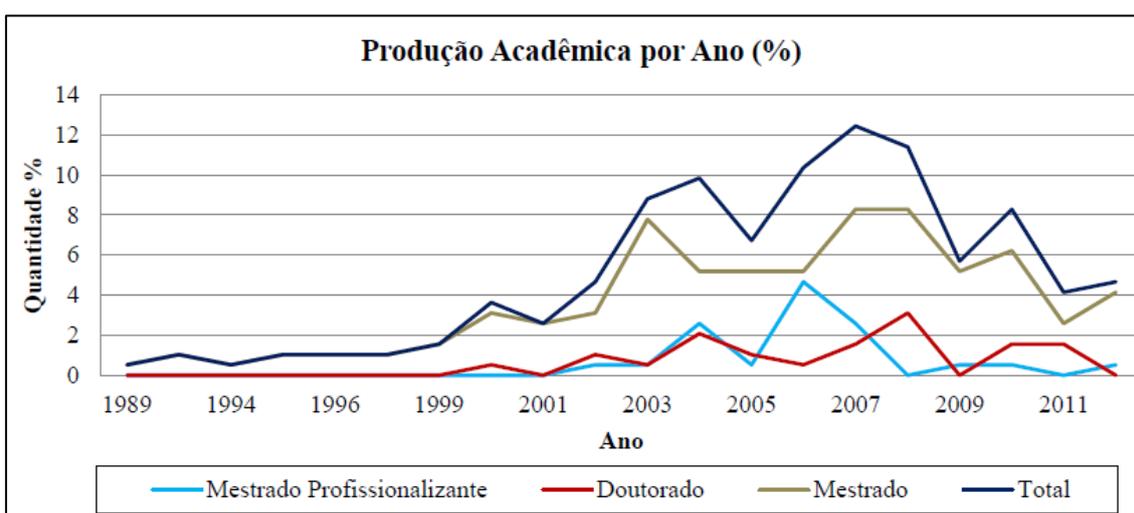


Figura 7 - Produção de trabalhos de pós-graduação com tema de Opções Reais no Brasil. Fonte: COSTA (2014).

Também houve um avanço bastante recente na aplicação da TOR por parte de grandes empresas. As primeiras análises com Opções Reais no ambiente empresarial são registradas nos anos 80 com Hewlett Packard, Shell e Merck (DIAS, 2014a). A partir dos anos 90, Copeland e Antikarov (2001) e Triantis e Borison (2001) relacionam como praticantes de Opções Reais empresas líderes no mercado mundial como AirBus, Anadarko, Apple, Boeing, British Airways, Cadence Design Systems, Conoco, DuPont, Enron, Exxon, General Motors, ICI, Mobil, Procter & Gamble, Tennessee Valley Authority e Texaco. No Brasil, a Petrobras foi pioneira no uso de Opções Reais, a partir da década de 90 (DIAS, 2014a).

Triantis e Borison (2001) destacam que para a maioria das empresas, a implementação de Opções Reais não é encarada como uma revolução do conceito de análise da firma, mas como um processo evolutivo de maximização de valor dos investidores e de otimização da alocação de capital. Os autores percebem um maior interesse em técnicas de TOR pelas indústrias cujo negócio envolve grandes investimentos e retornos incertos, como óleo e gás e indústrias biológicas. A tendência pela TOR também é maior nas indústrias com processos fundamentados nos princípios de engenharia e técnicas de análise complexas. O setor bancário por exemplo, apresenta atualmente pouca disseminação na aplicação de TOR.

2.6 Limitações das Avaliações com Fluxo de Caixa Descontado

Segundo Dixit e Pindyck (1995), o ambiente econômico no final do século XX já se mostrava muito mais volátil e imprevisível do que na década de 70, tendo como causa a globalização crescente dos mercados, o aumento das flutuações nas taxas de câmbio e a maior velocidade de alterações, induzida pela tecnologia. Com isso, a compreensão de alternativas ao FCD, que possibilitam aos gestores atuar nesse cenário, se tornaram mais atrativas.

A utilização de Opções Reais é sempre associada à existência do risco, incerteza e capacidade de reação das empresas, frente a novas informações. No contexto apresentado, a Teoria de Opções Reais destaca-se quando comparada às técnicas de avaliação de fluxo de caixa descontado.

A principal crítica sobre as ferramentas tradicionais do FCD se refere à tendência de ignorar valores intrínsecos, pois a maioria dos projetos de investimento possuem opções. O que as técnicas de FCD fazem é comparar a situação de investir

com a situação de nunca investir, o que na prática é uma simplificação grosseira das possibilidades. Bennouna, Meredith e Marchant (2010) argumentam que o VPL tradicional dos projetos é frequentemente calculado sem que as opções existentes sejam identificadas e consideradas, devendo ser complementado por uma análise de Opções Reais. A consequência de ignorar o valor das opções é o desalinhamento entre as decisões gerenciais e as conclusões de análises de FCD, observadas na prática. Holmen e Pramborg (2009) verificam que os gerentes são cautelosos em usar técnicas de FCD tradicionais quando há riscos políticos nos investimentos, concluindo que isso acontece devido às limitações das ferramentas em considerar esse tipo de risco.

Além de desconsiderar a existência de opções, análises convencionais modelam a atuação gerencial de forma passiva, o que não reflete a realidade. Copeland e Antikarov (2001), Brandão, Dyer e Hahn (2005b) e Dias (2014a) relatam que as técnicas tradicionais de FCD não capturam o valor da flexibilidade, já que trabalham com valores esperados, implicitamente assumindo um papel passivo para o gerente na maioria das situações de negócio, o que está muito longe da realidade. Brealey, Myers e Allen (2013) reforçam que o FCD não reflete o valor da decisão gerencial, maximizadora de resultados em situações favoráveis e minimizadora de perdas nas desfavoráveis. Trigeorgis (1996) declara que acadêmicos e gestores estão convencidos de que a aplicação de métodos convencionais (como FCD) para otimizar a alocação de recursos falhou, sendo a principal razão para isso, não conseguirem reproduzir a flexibilidade gerencial. Também Triantis e Borison (2001) argumentam que os métodos de FCD geralmente não consideram ações em cenários de contingência e tomada de decisões ativa. Como resultado, subestimam investimentos flexíveis.

Outra crítica comum se refere a tendência do FCD de supervalorizar investimentos de retorno rápido e desvalorizar investimentos de aspecto estruturante ou estratégico. Kogut e Kulatilaka (1994) consideram a seleção de projetos por FCD como míope, por não valorizar da forma adequada aqueles que fundamentam o crescimento de longo prazo das empresas. Como evidência, verifica-se que muitas empresas selecionam projetos cuja análise de investimentos não é suficientemente atrativa sob argumentos de importância estratégica. Também Baldwin e Clark (1992) abordam alguns investimentos que ampliam o leque de atuação das empresas ou permitem redução de incerteza técnica, pelo aumento de capacidades. Nesse caso,

as empresas que usam o FCD tendem a valorizar projetos que possibilitam retorno em fluxo de caixa, com detrimento daqueles que geram retorno com aumento das capacidades e é necessária uma abordagem por Opções Reais para equiparar as análises.

Uma diferença relevante de valoração entre as duas técnicas é que as Opções Reais valorizam a execução de projetos em fases, utilizando informações obtidas ao longo do desenvolvimento para tomada de decisão. O FCD, por outro lado, incentiva execuções em etapa única, visando o ganho de escala. A prática gerencial tem mais afinidade com a primeira abordagem, o que traz decepções com os resultados do FCD (DIAS, 2014a).

Além dos aspectos objetivos apresentados, algumas empresas que introduziram a Teoria de Opções Reais em seus processos relatam como vantagem significativa o estabelecimento de um método de comunicação claro e jargões padronizados para o tratamento de incertezas, com aplicação entre os setores das empresas e também com interessados externos (TRIANZIS; BORISON, 2001). Com uma linguagem cognitivamente mais compatível e associação mais firme à evolução financeira, a Teoria de Opções Reais frequentemente possui maior aceitação, mesmo entre profissionais já habituados com as técnicas convencionais de consideração de risco.

2.7 Considerações de Mercado e Arbitragem

Aplicações de técnicas econômicas incorporam premissas sobre o comportamento do mercado, implícitas nas ferramentas e modelos adotados. Algumas considerações são definidas pelos conceitos de mercado completo, mercado eficiente e mercado perfeito.

A hipótese de eficiência de mercado está relacionada com o acesso dos investidores à informação. Conforme mostrado por Ross *et al.* (2015), a consideração de eficiência pode ser realizada na forma fraca, semiforte e forte. Na forma fraca, os investidores têm acesso a informações de preços passados, na forma semiforte, os investidores conhecem todas as informações públicas e na forma forte todas as informações existentes. A premissa de mercado eficiente tem sido copiosamente testada, normalmente em conjunto com uma técnica de precificação. De forma geral, pode-se caracterizar-se que a forma fraca mostra robustez em relação ao

comportamento do mercado e que o mercado é razoavelmente eficiente na forma semiforte (BRIGHAM; EHRHARDT, 2008).

Segundo Gitman (2002), o mercado perfeito consiste em uma realidade com muitos pequenos investidores, racionais e avessos ao risco. Em adição, todos os participantes possuem as mesmas informações e expectativas semelhantes em relação a garantias. Admitindo-se a premissa de mercado perfeito, não há restrição de investimento, impostos e custos de transação.

No mercado completo considera-se a capacidade de valorar qualquer ativo com preço de mercado ou de replicar seu valor com um portfólio que possui valor de mercado (BRANDÃO; DYER; HAHN, 2005b). Em Opções Reais, o modelo BSM assume premissa de mercado completo, assim como o fazem métodos do portfólio sem risco (para garantir a possibilidade de composição da carteira) e a maioria das aplicações do método de alteração da medida de probabilidade, já que a medida neutra ao risco é única no caso de mercado completo e assume a forma de um intervalo para mercados incompletos (DIAS, 2014a). É importante discernir que, de maneira alguma, a consideração de mercado completo em TOR representa uma restrição frente às técnicas de orçamentação mais tradicionais, pois esta premissa também está implícita nas abordagens por FCD (MYERS; MAJD, 1990).

Arbitragem é considerada como o conceito mais importante de finanças (DIAS, 2014a) e refere-se à possibilidade de lucro sem necessidade de investimento e sem risco de perda. A inexistência de arbitragem é condição necessária para o equilíbrio de mercado e essa condição é rapidamente dissipada, na prática.

A Lei do Preço Único estabelece que ativos com mesmo retorno em todos os estados possíveis devem necessariamente possuir o mesmo preço, pois no caso contrário gerariam oportunidades de arbitragem. Ross *et al.* (2015) considera a Lei do Preço Único como o mais importante caso particular do princípio de não arbitragem. Uma outra consequência desse princípio é que portfólios sem risco devem ter retorno igual à taxa livre de risco, premissa de elevada importância na precificação de opções reais.

2.8 Modelos de Opções Financeiras

Dois tipos de opções financeiras são amplamente utilizados no mercado e discutidos na literatura - compra e venda.

A opção de compra (*call*) confere ao portador, o direito de adquirir um ativo financeiro a um preço pré-estabelecido (preço de exercício) até uma data previamente acordada (maturidade). A opção de venda (*put*) é muito semelhante à opção de compra, mas corresponde ao direito de alienar-se do ativo financeiro por um valor pré-determinado. Ambas as modalidades estão correlacionadas por uma relação de paridade, que permite obter o valor de uma opção a partir da outra. Os valores de gatilho também podem ser relacionados, como apresentado em Dias (2014a).

O detentor de uma Opção Financeira possui uma vantagem importante. Tomando como exemplo uma opção de compra, o investidor irá adquirir o ativo pelo preço de exercício caso esse seja menos valioso que o preço de mercado, seu direito concedido pela opção, ou o comprará a preço de mercado no cenário inverso. O titular do ativo, por outro lado, não se prejudica ao vendê-lo a preço de mercado, mas abre mão de um ganho adicional caso o valor do ativo seja superior ao preço de exercício. A compensação para que o vendedor aceite esse risco é chamado de Prêmio da Opção, pago pelo investidor no momento da sua aquisição.

Os momentos em que é possível o exercício da opção é uma diferença importante entre os produtos oferecidos no mercado. Caso as opções possam ser exercidas somente na data de maturidade, essas são classificadas como Opções Europeias e caso o detentor possa realizar a venda ou compra a qualquer momento entre sua aquisição e a data de maturidade, a opção é chamada Americana. Opções Europeias e Americanas são amplamente as mais utilizadas (conhecidas por Opções Baunilha), mas existem casos de mecânicas diferentes, classificadas como Opções Exóticas. Um exemplo são as Opções Asiáticas cujo valor de exercício corresponde à média dos preços do ativo básico em um intervalo. Também Opções Bermudianas, que dão o direito de exercício em datas específicas, distribuídas entre a aquisição e a maturidade, são classificadas como exóticas por alguns autores (DIAS, 2014a).

De acordo com Hull (2015), destacam-se as seguintes relações importantes:

- a) as Opções Americanas concedem os direitos das Opções Europeias (exercício na data de maturidade) assim como direitos adicionais (exercício antecipado). Dessa forma, o valor mínimo da Opção Americana é o valor da Opção Europeia de mesmos parâmetros. Como o valor das Opções Europeias é mais fácil de calcular, frequentemente esta relação é utilizada para validação dos resultados;
- b) o exercício antecipado de uma Opção de Compra Americana só é vantajoso caso haja o pagamento de dividendos. Isso ocorre porque o exercício elimina

a proteção assegurada pela Opção e ainda adianta o desembolso, o que deve ser compensado por dividendos.

Segundo Hull (2015), os principais fatores que alteram o valor das opções financeiras são: (i) preço atual do ativo; (ii) valor de exercício; (iii) tempo até a expiração; (iv) volatilidade do ativo básico; (v) taxa livre de risco e (vi) taxa de dividendos.

A relação entre cada fator e o valor do prêmio pode ser direta ou inversa a depender do tipo da opção (compra ou venda). A relação para opções americanas é resumida na Tabela 3 considerando todos os demais constantes.

Tabela 3 - Relação entre o valor da opção americana e fatores de influência.

Fator	Opção de Compra	Opção de Venda
Preço atual do ativo	Direta	Inversa
Valor de Exercício	Inversa	Direta
Tempo até a Expiração	Direta	Direta
Volatilidade do Ativo Básico	Direta	Direta
Taxa Livre de Risco	Direta	Inversa
Taxa de Dividendos	Inversa	Direta

Fonte: Adaptado de Hull (2015)

2.9 Modelos de Opções Reais

O recente aumento do interesse pela aplicação de Opções Reais representa uma alteração de modelo mental, derivada da percepção de que a incerteza no ambiente de negócios é a regra e não exceção. Com isso, torna-se necessário não apenas considerar as mudanças, mas compreendê-la de forma aprofundada a fim de se obter a maximização de valor na tomada de decisão (DIAS, 2014a). O caráter qualitativo da TOR é notório em Amram e Kulatilaka (1999), que fundamentam a principal motivação de seu trabalho na alteração do modo de pensar, permitindo aos gestores enxergar nas flexibilidades existentes, suas maiores oportunidades de proteção e ganho.

Os modelos baseados na TOR valorizam a flexibilidade e potencializam o valor dos investimentos à medida que a incerteza aumenta. Copeland e Antikarov (2001) argumentam que o máximo potencial de valorização das opções ocorre quando há incerteza, flexibilidade gerencial e as avaliações por FCD se encontram no limiar da viabilidade.

Segundo Dias (2014a), as incertezas existentes em um projeto são normalmente categorizadas da seguinte forma:

- a) incertezas técnicas: incertezas inerentes a cada projeto, cuja redução normalmente requer investimentos para desenvolver conhecimento;
- b) incertezas econômicas: incertezas externas aos projetos, relacionadas com o movimento geral do cenário econômico e do mercado. A passagem do tempo, por si, aumenta a quantidade de informação sobre incertezas econômicas;
- c) incertezas estratégicas: se referem ao comportamento e preferências de outros agentes dentro do cenário econômico.

Embora as similaridades entre opções financeiras e reais sejam claras e fundamentais, existem diferenças importantes que influenciam a construção de modelos. Copeland e Antikarov (2001) relacionam que:

- a) os parâmetros de opções financeiras são mais facilmente estimados por estarem presentes e serem frequentemente medidos no mercado. No caso de opções reais, os parâmetros são normalmente obtidos com simulação ou estimativa;
- b) em geral, o possuidor de uma opção financeira não possui influência sobre o valor do ativo básico, enquanto que no caso de opções reais isso ocorre com frequência.

Sobre as diferenças entre opções reais e financeiras, Dias (2014a) adiciona que:

- a) enquanto opções reais são usualmente de longo prazo, medidas em anos ou mesmo perpétuas, as Opções Financeiras expiram tipicamente em alguns meses;
- b) ativos financeiros não assumem valor negativo devido à limitação de responsabilidade, enquanto ativos reais costumam chegar a valores negativos;
- c) as opções financeiras não são criadas para exercício imediato, enquanto opções reais frequentemente já surgem nessa condição. Dessa forma, o cálculo do gatilho é mais relevante no caso de opções reais;
- d) o pagamento de dividendos é mais comum no caso de ativos reais e podem ser pagos até mesmo pelo derivativo;
- e) muitas opções reais são obtidas com atraso frente ao exercício (tempos de construção), enquanto Opções Financeiras são obtidas imediatamente.

2.9.1 Categorias de Opções Reais

As opções existentes em projetos e negócios podem ser categorizadas de acordo com diferentes critérios, mas há um consenso de classificação entre os principais autores, com leves diferenças de nomenclatura e detalhamento. Este item elucida as principais categorias de opções reais e posteriormente detalha aquelas de maior relevância para a dissertação.

2.9.1.1 Classificações de Opções Reais

As opções reais presentes nos projetos de investimentos são modelagens da flexibilidade do tomador de decisão e são caracterizadas de forma diversa, por vários especialistas. São listadas abaixo as categorias consideradas nas referências de maior distinção sobre o tema:

- a) segundo Trigeorgis (1996) são: (i) Opções de Postergação; (ii) Opções de Abandono Durante Construção em Estágios; (iii) Opções de Expansão; (iv) Opções de Contração; (v) Opções de Abandono Temporário; (vi) Opções de Abandono Definitivo; (vii) Opções de Troca; (viii) Opções de Crescimento Cooperativo e (ix) Opções de Interação Múltipla;
- b) segundo Amram e Kulatilaka (1999): (i) Opções de Espera; (ii) Opções de Crescimento; (iii) Opções de Flexibilidade; (iv) Opções de Saída e (v) Opções de Aprendizado;
- c) para Copeland e Antikarov (2001): (i) Opções de Postergação; (ii) Opções de Abandono; (iii) Opções de Expansão e Contração; (iv) Opções de Troca e (v) Opções Compostas;
- d) para Brealey, Myers e Allen (2013) são: (i) Opções de Expansão; (ii) Opções de Abandono; (iii) Opções de Produção e (iv) Opções Temporais;
- e) segundo Dias (2014a) são: (i) Opções de Espera; (ii) Opções de Expansão; (iii) Opções de Parada Temporária ou Abandono; (iv) Opções de Troca; (v) Opções Contratuais e (vi) Opções de Aprendizado.

Agrupando-se aquelas de significado semelhante, segue uma breve descrição de cada tipo de opção:

- a) Opções de Aprendizado: são oportunidades de reduzir a incerteza investindo em conhecimento. Em projetos de exploração de petróleo, pode-se referir à

obtenção de informação em um campo, antes de adquirir as plantas de processo e no ramo cinematográfico pode representar a possibilidade de avaliar a receptividade do público com a produção de um episódio piloto. Dias (2014a) classifica como endógenas as Opções de Aprendizado que reduzem a incerteza técnica e como exógenas aquelas relacionadas com as incertezas de mercado e estratégicas;

- b) Opções Contratuais: referem-se à inclusão de cláusulas em contratos formais que dão o direito à renovação por um preço pré-fixado ou a compra e venda do ativo (*leasing*);
- c) Opções de Espera ou Temporais: a maioria dos investimentos não precisam ser realizados imediatamente. Em vários casos, aguardar maiores informações pode reduzir a incerteza econômica ou estratégica, revelar melhores retornos ou inibir perdas;
- d) Opções de Expansão e Contração: a alteração da escala de produção pode agregar uma flexibilidade importante aos projetos, permitindo ao gestor aproveitar situações de mercado favorável e se proteger nos cenários desfavoráveis;
- e) Opções de Parada Temporária e Abandono: a capacidade de interromper temporariamente o projeto, reduzindo os custos naquele período, ou ainda abandoná-lo quando não se torna mais interessante (atinge o gatilho) é importante na avaliação econômica de vários projetos. Embora seja comum a quantificação da opção de abandono para tomada de decisão em fases finais da vida de um projeto, como em Faria (2015), deve-se buscar a valoração desde as fases conceituais, ver Laine (1997). Dias (2014a) exemplifica essa importância, comparando alternativas de aquisição de uma linha de produção mais eficiente, mas com máquinas sem valor de mercado, e outra menos eficiente, mas com capacidade de revenda;
- f) Opções de Produção ou Troca: uma flexibilidade com bastante potencial na fase de operação é a troca com foco na otimização em diferentes cenários. Uma linha industrial modular que pode alterar seu produto ou a aquisição de um carro com tecnologia bicomustível (*flex*) são exemplos de projetos com opção de troca agregada;
- g) Opções Compostas: Opções compostas são caracterizadas por possuírem valor dependente de outras opções existentes e podem ser divididas entre

simultâneas e sequenciais (COPELAND; ANTIKAROV, 2001) ou ainda como complementares e substitutas (KULATILAKA, 1995). As opções compostas possuem natureza semelhante às demais categorias apresentadas, mas são classificadas em um grupo separado por alguns autores, especialmente porque requerem uma sequência dependente de valoração. As classificações “Opções de Abandono Durante Construção em Estágios” e “Opções de Crescimento Cooperativo” em Trigeorgis (1996) também constituem Opções Compostas.

As categorias de opções apresentadas são incontestavelmente as mais utilizadas, mas não as únicas maneiras de classificar os tipos de opções reais. Vollert (2012) categoriza as opções reais na forma como se relacionam ao valor da firma, dividindo-as entre Estratégicas, Operacionais e Financeiras ou alternativamente entre Opções Agressivas e Opções Defensivas. Opções Agressivas são aquelas que permitem ao seu detentor aumentar os ganhos em cenários favoráveis e Defensivas são as que permitem reduzir as perdas nos cenários desfavoráveis.

O valor de cada tipo de Opção em um investimento é altamente particular, mas de acordo com a pesquisa de campo de Chittenden e Derregia (2015), as empresas tendem a estimar a opção de expandir como a de maior valor, seguida das opções de abandonar, contrair e esperar. Destaca também que essas preferências são afetadas pela reversibilidade dos investimentos.

2.9.1.2 Opções de Expansão

Esta dissertação trata da flexibilidade em aumentar a escala de atendimento dos contratos de serviço, através do acréscimo de sistemas. Dessa forma, é intuitivo associar o estudo às opções de expansão, que serão melhor detalhadas neste item.

Segundo Amram e Kulatilaka (1999), opções de expansão podem ser interpretadas de duas formas: (i) investimentos que desenvolvem oportunidades de participação do detentor em cenários de crescimento rápido, seja da empresa ou do mercado, ou; (ii) investimentos que criam situações de crescimento adicional.

No primeiro sentido encontram-se as políticas de capitalização e de retenção de capital como abordado no artigo de Chen, Jia e Sun (2016), cuja conclusão é de que empresas com opções de expansão, em tempos de crise, se beneficiam de uma maior retenção de capital por parte dos investidores. Também é encontrada em De Andrés, De La Fuente e Velasco (2016) que explora o crescimento das empresas

como a conversão de opções de expansão em ativos e discute a avaliação dessas opções pelas diferenças encontradas entre o valor de mercado da empresa e seu valor contábil (*book-to-market ratio*). Em Raynor (2002) as opções são caracterizadas como seguros e capacidade de reação rápida, redefinindo a atuação da própria empresa.

Em outras aplicações, o valor da opção de crescimento é tratado em projetos (no lugar da empresa) dentro do segundo sentido da interpretação inicial. Nesses modelos, com destaque para os exemplos encontrados em Copeland e Antikarov (2001) e Dias (2014a), as opções de expansão referem-se a um aumento de receita, proporcional ao valor do ativo e condicionado ao pagamento do preço de exercício.

Por se tratar de uma opção agressiva, o valor da expansão está diretamente relacionado ao desenvolvimento de fluxos de caixa favoráveis em cenários de aquecimento da economia ou à evolução próspera de etapas dos projetos. A fonte do valor da opção de expansão é a incerteza e a capacidade de resposta a ela (AMRAM; KULATILAKA, 1999). De Andrés, De La Fuente e Velasco (2016) declara que as opções de expansão possuem valor econômico ao produzir a capacidade de decisão gerencial em diferentes trajetórias, à medida que as incertezas são reveladas. As opções de expansão geram flexibilidade e mantém oportunidades abertas, o que pode ser especialmente interessante do ponto de vista estratégico.

Aplicações considerando o valor da expansão são citadas em Bednyagin e Gnansounou (2012), que identificaram um grande valor agregado para este tipo de opção no ramo de energia Termonuclear e em Brealey, Myers e Allen (2013) que relata o caso da empresa americana de remessas FedEx. A FedEx negociou em 2006 opções de expansão nos contratos, pela incorporação de quinze aeronaves Boeing 777 à sua frota, a partir de fevereiro de 2009, após atrasos no lançamento dos modelos AirBus A380. Na aquisição dessas aeronaves, a FedEx inseriu a opção de compra de quinze unidades adicionais por um preço pré-fixado, um direito a ser operado caso a demanda superasse sua capacidade de atendimento. Em janeiro de 2009 a FedEx exerceu essa opção, adquirindo as quinze aeronaves adicionais e negociou mais uma opção de compra de outros 15 aviões (FLIGHTGLOBAL, 2009).

Aplicações recentes de modelos com expansão são encontradas nos trabalhos de Melese *et al.* (2016) e Schachter *et al.* (2016) na consideração de opções de redes de distribuição energética, Momani, Al-Hawari e Mousa (2016) na área de construção

civil e em Lukas *et al.* (2017) para o desenvolvimento de baterias na indústria automotiva.

Opções de expansão compartilhadas também são comuns e, como será melhor discutido no item 2.9.2, podem ser analisadas através da Teoria dos Jogos. Um trabalho desenvolvido nessa linha para uma situação de duopólio é apresentado em Siddiqui e Takashima (2012).

2.9.1.3 Opções de Troca

Opções de troca são definidas como a atuação gerencial de otimizar o *mix* de produtos assim como alterar o tipo de insumos, sendo aplicadas com foco intenso na flexibilidade dos processos industriais (TRIGEORGIS, 1996; DIAS, 2014a; MELESE *et al.*, 2016). Dias (2014a) ressalta a importância prática dessa classe de opções, classificando-a nos seguintes grupos:

- a) troca de insumo: relacionadas à flexibilidade de abastecimento, tendo como exemplo comum a mudança de combustível em plantas industriais e automóveis ou ainda a possibilidade de alterar a origem dos produtos, obtendo ganhos com câmbio;
- b) troca de uso: focada na flexibilidade de atuação do ativo, possibilitando praticar as atividades de maior retorno. Como exemplos práticos da indústria de óleo e gás podem-se citar as sondas conhecidas como “generalistas”, que permitem executar atividades de perfuração ou completação de poços submarinos e também embarcações do tipo PLSV (*pipe-laying support vessels*) desenvolvidas para lançamento de dutos submarinos, mas que podem ter capacidade ampliada para permitir a instalação de equipamentos submarinos de grande porte;
- c) troca de produto: referindo-se à flexibilidade na produção de produtos acabados, como usinas que incorporam destilarias e podem vender açúcar ou etanol;
- d) troca de locação: ligadas à mobilidade e que permitem exercer a atividade em locações otimizadas, como sistemas de geração elétrica móveis.

A maioria das opções podem ser valoradas como opções de troca, obtendo-se a correta interpretação dos parâmetros (TRIGEORGIS, 1996; DIAS, 2014a). Nesse sentido e em uma abordagem discreta, as oportunidades de troca (em cada período)

podem ser compreendidas como opções europeias, correspondente à compra do valor presente de um modo alternativo e tendo o custo de permuta como preço de exercício da opção. Este conceito será de fundamental importância no desenvolvimento da metodologia deste trabalho. No caso em que não existem custos de alteração, o valor da flexibilidade de troca entre modos operacionais será a soma do valor dessas opções europeias em cada período. Quando custos de troca são introduzidos, o exercício de uma opção altera o futuro, criando novas opções (como opções compostas), e a relação de aditividade não é mais verdadeira (TRIGEORGIS, 1996).

Trabalhos clássicos na aplicação de opções de troca são apresentados em Kulatilaka e Marks (1988) que avalia o valor da flexibilidade de operação em dois modos alternativos sob uma perspectiva de equilíbrio da relação cliente-fornecedor e utilizando barganha de Nash e em Kulatilaka (1993), sobre a opção de troca de insumo em uma caldeira (óleo residual ou gás), incorporando o aumento da correlação entre matérias-primas.

Aplicações recentes de opções de troca incluem a substituição de tecnologias de geração energética (BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013), estudos dos benefícios da tecnologia *flex-fuel* para automóveis (BASTIAN-PINTO; BRANDÃO; ALVES, 2008; 2010; CAMARGO *et al.*, 2011; SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014b), troca de insumos em plantas de biodiesel (BRANDÃO; PENEDO; BASTIAN-PINTO, 2013), avaliação de troca de produtos finais em siderúrgicas (OZORIO, 2013) ou em fábricas de fertilizantes (DOCKENDORF; PAXSON, 2009; RODRIGUES *et al.*, 2015). Até mesmo a alternativa de um profissional optar por carreiras no setor público ou privado pode ser valorada com opções de troca, como em Santos, Brandão e Maia (2015).

2.9.2 Opções Compartilhadas e Teoria dos Jogos

Na maioria das aplicações, as opções são proprietárias, significando que somente seu detentor possui o direito de exercê-las. Essa é uma consideração válida para as opções financeiras e grande parte das opções reais, no entanto, existem situações importantes em que a opção pode ser exercida por um conjunto de investidores. Um exemplo é o lançamento de uma nova tecnologia no mercado, acessível a todos os concorrentes.

Alguns pesquisadores estudaram modelos que incorporam essa característica, classificando-as como Opções Compartilhadas. Essas primeiras abordagens consideraram a entrada de competidores como um evento aleatório, impactando os dividendos ou o valor da opção e, como consequência, as decisões de investimento podem ser alteradas de forma a prevenir perdas. Exemplos são os artigos de Kester (1984), Trigeorgis (1990), Trigeorgis (1991) e Ang e Dukas (1991).

Outros estudos incorporaram Teoria dos Jogos e equilíbrio de Nash para modelar a competição com opções compartilhadas. Os trabalhos pioneiros com este enfoque foram de Smit e Ankum (1993), Smets (1993) e Smit e Trigeorgis (2004). Mais recentemente, destacam-se no tratamento de Jogos de Opções Reais as publicações de Huisman (2001) e Chevalier-Roignant e Trigeorgis (2011).

Uma situação similar ocorre quando a opção não é compartilhada, mas pode haver a influência de diferentes agentes sobre parâmetros que afetam o valor da opção, estabelecendo uma situação de barganha. Essas condições compõem uma fração de abundantes estudos sobre contratação incompleta e problemas de *hold up*, com potencial de modelagem pela Teoria de Jogos. Um trabalho relevante nesse aspecto é de Kulatilaka e Marks (1988), onde mostra-se que a existência de flexibilidade pode causar redução de valor para as empresas.

Aplicações recentes de opções compartilhadas podem ser verificadas no trabalho de Siddiqui e Takashima (2012) para um duopólio simétrico focado na área de energia e telecomunicações e em Huang e Chuang (2013) onde é abordado um cenário de duopólio, analisando-se efeitos exógenos, influência da iniciativa (*first mover advantage*) e assimetria de custos.

2.9.3 Interação entre Opções

Um ativo real geralmente possui várias opções ao mesmo tempo, embora raramente seja interessante modelar todas. Nos casos em que mais de uma opção é avaliada, poderá ocorrer interação, de modo que o valor total das opções não seja o somatório do valor das opções isoladas. Para Trigeorgis (1993), o valor da primeira opção a ser exercida pode se valorizar com a existência de opções subsequentes (estabelecendo uma interação positiva) ou se desvalorizar (interação negativa), a depender de seus tipos. Nesse sentido, considera-as como opções opostas, quando se valorizam em cenários diferentes (por exemplo uma opção de compra e uma opção

de venda) ou de mesmo tipo no caso contrário (como uma opção de troca de produto e uma opção de abandono).

O grau de interação entre duas opções é proporcional à chance de serem executadas em conjunto, com isso, opções opostas tendem a interagir pouco e serem praticamente aditivas enquanto o valor conjunto de opções do mesmo tipo será mais afetado em relação à soma das opções individuais. Copeland e Antikarov (2001) corroboram com os princípios mencionados com um estudo de caso, onde existem três opções disponíveis: abandonar, contratar e expandir. O estudo conclui que o valor combinado de todas as opções é referente às duas opções opostas: abandonar e expandir, enquanto o valor da opção de contratar não contribui na valoração, sendo eclipsado pelas demais.

A previsão quantitativa do impacto causado pela interação de opções não é trivial. Segundo Trigeorgis (1996), o valor total das opções normalmente depende do tipo das opções, da separação entre os valores de exercício, da ordem de exercício e da condição *in-the-money* da variável estocástica. Dixit e Pindyck (1994) abordam esse problema calculando o valor do projeto após a decisão de investimento e isolando-o como um novo problema de Opções Reais.

2.10 Valoração de Opções Reais

As discussões realizadas nos itens anteriores apontam que as opções embutidas nos projetos possuem valor e que devem ser consideradas, no entanto falta endereçar como calculá-lo. O valor do projeto é obtido considerando o máximo retorno em cada estado e ao exercer a melhor opção disponível. Nessa visão, as opções têm o potencial de agregar valor e é comum na literatura o conceito de VPL expandido (TRIGEORGIS, 1996; GITMAN, 2002) representado pela equação 8.

$$VPL_{\text{expandido}} = VPL_{\text{estático}} + \text{Valor das Opções} \quad (8)$$

O exercício de opções irreversíveis reduz a flexibilidade, eliminando parte do valor que foi agregado ao VPL. Portanto, a resolução de opções reais é atrelada a decisões e se aproxima de um problema de otimização.

Determinar o valor das opções na data de expiração é geralmente uma tarefa de baixa complexidade, uma vez que as decisões dependem exclusivamente das

melhores informações disponíveis no momento. O desafio reside na determinação do valor presente das opções, que é endereçado pelas técnicas de solução.

Segundo Amram e Kulatilaka (1999), a construção de um modelo que avalie de forma coerente o valor das opções, deve seguir uma sistemática de quatro passos caracterizados por: delimitar a aplicação, implementar o modelo de valoração das opções, avaliar os resultados e reprojeter se necessário. Através da expansão dos dois primeiros passos, os autores estabelecem a seguinte sequência lógica para consideração de opções: (i) definir as opções reais existentes; (ii) estabelecer uma representação matemática; (iii) escolher o grupo de métodos de solução e método de cálculo.

Além do cenário econômico, é importante que a valoração reflita as características específicas do projeto e da empresa. Como exemplo, Ghosal e Lounyani (2000) relatam que grandes empresas tendem a possuir um maior acesso a financiamentos e maior confiança em seus prospectos futuros, de forma que são menos sensíveis às incertezas de mercado em comparação com as empresas de menor porte. Com isso, as melhores decisões de uma grande empresa sobre um projeto serão diferentes das de uma empresa de pequeno porte sobre esse mesmo projeto.

2.10.1 Desigualdade de Jensen

O modo mais fundamental de compreender o valor incorporado pelas opções reais é percebê-las como o direito de exercício em alguns cenários sem que haja obrigação em situações desfavoráveis. Quando se admite que um investidor racional não irá investir em projetos de retorno negativo, pode-se representar a quebra de simetria retratando a função valor da opção (variável dependente) em relação ao valor do ativo básico (variável independente) com aspecto convexo (DIXIT; PINDYCK, 1994; DIAS, 2014a). Para funções convexas, é válida a desigualdade de Jensen representada pela equação 9.

$$E(f(v)) \geq f(E(v)) \quad (9)$$

Pode-se perceber que a avaliação de projetos pelo FCD é realizada de acordo com o termo à direita da desigualdade de Jensen, enquanto a avaliação por Opções

Reais é feita de acordo com o termo esquerdo. Portanto, a avaliação pela TOR gera sempre um valor maior ou igual do que o FCD, onde a diferença representa o valor agregado pelas opções.

Enquanto há opções, existe o potencial de crescer valor em cenários otimistas embora não haja subtração nos pessimistas (quebra de simetria). À medida que uma decisão irreversível é tomada ou quando as opções não possuem probabilidade de exercício, a flexibilidade se esgota e o valor do projeto se resume ao FCD (DIAS, 2014a).

Funções com aspecto côncavo são representadas pela equação 9 com desigualdade invertida. Uma situação prática de relação côncava será apresentada neste trabalho, na avaliação das receitas com limitação de capacidade. Nesses casos, o valor esperado da receita é sempre menor ou igual à receita com os valores esperados de demanda.

2.10.2 Gatilho

Ao calcular o valor das opções, podem ocorrer quatro situações. Essas possibilidades são classificadas na literatura com denominações herdadas do mercado financeiro e também utilizadas com frequência no campo de Opções Reais:

- a) opção *out-of-the money*: ocorre quando o valor do retorno é inferior ao investimento, gerando um fluxo de caixa descontado negativo;
- b) opção *at-the-money*: ocorre nos casos em que o valor do retorno é exatamente igual ao investimento;
- c) opção *in-the-money*: ocorre nos casos em que o valor do retorno é superior ao investimento, gerando um fluxo de caixa descontado positivo;
- d) opção *deep-in-the-money*: ocorre quando o valor do retorno é tão superior ao investimento que viabiliza o exercício imediato da opção.

A transição do estado *in-the-money* para *deep-in-the-money* não é tão objetiva com a definição apresentada e para elucidá-la necessita-se abordar o conceito de Valor de Gatilho (DIAS, 2014a), também conhecido como Valor Crítico ou Limiar (DIXIT; PINDYCK, 1994; TRIGEORGIS, 1996).

O Valor do Gatilho é o *payoff* que iguala o retorno do investimento imediato com o da opção de maior valor. Portanto, quando o ativo possui um *payoff* igual ao valor de gatilho, o investidor fica indiferente entre exercer ou não uma opção. Para *payoffs*

superiores, o investimento imediato é mais vantajoso e a espera é preferível para valores inferiores.

Dias (2014a), utiliza os conceitos anteriores para destacar a diferença entre critérios de decisão da TOR e do FCD:

- a) o FCD orienta o investimento imediato em projetos com VPL positivo enquanto Opções Reais orienta o investimento imediato em projetos *deep-in-the-money*;
- b) o FCD orienta rejeitar os projetos de VPL menor do que zero enquanto a TOR pode recomendar o investimento nesses projetos, caso o valor com opções não seja negativo;
- c) o FCD orienta que sejam priorizados os projetos de maior VPL, enquanto a TOR prioriza os projetos com maior VPL expandido.

2.10.3 Cálculo da Taxa de Desconto

Conforme foi abordado anteriormente, na primeira seção do item 2.10, é mais fácil calcular o valor das opções reais na expiração. No entanto, como afirmado por Dias (2014a), o cálculo da taxa de desconto da opção, que permite obter seu valor em períodos anteriores, é um problema bastante complexo.

O desconto para o ativo subjacente é relacionado ao seu risco, o que pode ser abordado, por exemplo, por meio do método do CAPM e parâmetro beta. Já que o valor das opções está conectado ao valor do ativo subjacente, é intuitivo considerar o uso da taxa de desconto do ativo também como taxa de desconto da opção e alguns dos primeiros trabalhos com opções fazem uso dessa linha de raciocínio. Os estudos contemporâneos, porém, demonstram que as taxas de descontos das opções podem variar muito em relação a taxas dos ativos subjacentes e são raros os casos em que são equiparáveis (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014a).

Além de ser diferente da taxa de desconto do ativo, o desconto da opção varia com o valor absoluto do ativo e com a própria passagem do tempo, mesmo que o prêmio de risco do ativo básico seja constante. A complexidade dessa estimativa fez com que as aplicações recentes de Opções Reais abordem com particular interesse a etapa de desconto da opção, destacando-a como um dos erros práticos mais comuns (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

O início das tentativas de encontrar uma taxa mais apropriada é representado pelo trabalho de Galai (1978) que aborda a diferenciação da taxa de desconto do ativo

básico e da opção de compra, através da aplicação de um fator sobre a primeira. Avanços ocorreram posteriormente, com destaque para Cox e Rubinstein (1985) que estimaram descontos para opções de compra e venda, tendo como premissas que o ativo básico possui um prêmio de risco positivo e que o valor da opção seja uma função convexa, o que é verificado na grande maioria das aplicações.

Atualmente, o cálculo da taxa adequada de desconto é endereçado principalmente através de dois métodos: construção de um portfólio replicante e mudança da medida de probabilidade, ambos lastreados no princípio de não arbitragem.

2.10.3.1 Construção de Portfolio Replicante

A técnica de construção do portfólio replicante baseia-se na manipulação de uma carteira contendo a opção, de forma que a taxa de retorno da carteira possa ser deduzida. Conhecendo-se a taxa de desconto da carteira e de seus componentes (com exceção da taxa do derivativo), pode-se calcular o parâmetro faltante através da resolução de um sistema linear.

Uma primeira maneira de formar um portfólio replicante é dada pela construção de uma carteira formada pela combinação linear do ativo básico e da opção, de forma que seu valor seja o mesmo em todos os estados e, portanto, sem risco (DIAS, 2014a). Com isso, a taxa livre de risco é a taxa de desconto adequada para carteira e o valor descontado da opção é obtido com essa constatação. Caso o desconto fosse diferente, surgiria uma oportunidade de arbitragem em algum momento, o que é rapidamente dissipado pelo mercado (AMRAM; KULATILAKA, 1999). Esse tratamento é denominado formação do portfólio sem risco ou em alguns casos ativos contingentes (*contingent claims*) para a aplicação em tempo discreto, como em Trigeorgis (1996), ou tempo contínuo, como em Dixit e Pindyck (1994).

A formação da carteira sem risco em tempo discreto e com dois estados é obtida pelas fórmulas 10 e 11, adaptadas de Dias (2014a).

$$\Phi = C - m * V \quad (10)$$

$$m = \frac{C_u - C_d}{V_u - V_d} \quad (11)$$

Onde:

Φ = portfólio sem risco

m = unidades do ativo subjacente

C = valor descontado do projeto com opções

V = valor descontado do ativo subjacente

C_u = valor do projeto com opções em estado de *upside*

C_d = valor do projeto com opções em estado de *downside*

V_u = valor do ativo subjacente em estado de *upside*

V_d = valor do ativo subjacente em estado de *downside*

Como o valor presente do ativo básico pode ser adequadamente descontado pela taxa de desconto ajustada ao risco e a carteira pode ser trazida a valor presente pela taxa livre de risco, o valor da opção é obtido por diferença.

Uma maneira equivalente de aplicar o portfólio replicante é através de uma carteira com um ativo subjacente (ou ativo gêmeo) e títulos sem risco (*bonds*), de forma que essa carteira reflita o valor da opção em todos os estados (TRIGEORGIS, 1996; COPELAND; ANTIKAROV, 2001). Como o valor descontado do ativo básico e dos *bonds* é disponível, o valor descontado da opção é também obtido com a resolução de um sistema linear, através das equações 12 a 14.

$$m = \frac{C_u - C_d}{V_u - V_d} \quad (12)$$

$$B = \frac{C_u - m * V_u}{1 + r} \quad (13)$$

$$C = m * V + B \quad (14)$$

Onde:

m = unidades do ativo subjacente

B = unidades de títulos sem risco de R\$1,00

C = valor descontado do projeto com opções

V = valor descontado do ativo subjacente

C_u = valor do projeto com opções em estado de *upside*

C_d = valor do projeto com opções em estado de *downside*

V_u = valor do ativo subjacente em estado de *upside*

V_d = valor do ativo subjacente em estado de *downside*

r = taxa livre de risco

Uma flexibilização relevante para aplicação do portfólio replicante é de que o ativo subjacente de uma Opção Real não deve ser necessariamente comercializado no mercado, bastando a premissa de mercado completo, ao contrário do que é erroneamente considerado por muitos profissionais (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014a).

Ainda assim, a utilização da técnica pode ser desafiadora pela dificuldade em se definir o ativo básico, com uma correlação perfeita à opção em todos os estados. Uma alternativa prática foi proposta por Copeland e Antikarov (2001), onde o projeto sem flexibilidade é usado como ativo subjacente. A justificativa é de que o ativo sem opções possui comportamento similar ao do ativo com opções, sendo a possibilidade de maior aderência, mesmo quando comparado com as referências de mercado. Essa consideração é chamada de MAD (*Market Asset Disclaimer*) tendo aplicações interessantes, como as apresentadas nos trabalhos Copeland e Tufano (2004) e Brandão, Dyer e Hahn (2005b).

2.10.3.2 Mudança da Medida de Probabilidade

O ativo básico possui uma taxa de retorno que normalmente fornece um prêmio de risco positivo, associado à variação das expectativas de cada estado. As probabilidades objetivas desses estados podem ser utilizadas no desconto do ativo básico e necessitam de taxas ajustadas (AMRAM; KULATILAKA, 1999). O cálculo do valor do ativo de acordo com os estados futuros e em um modelo binomial é realizado conforme representado na fórmula 15.

$$V = \frac{p * V_u + (1 - p) * V_d}{1 + \psi} \quad (15)$$

Onde:

C = valor descontado do projeto com opções

p = probabilidade de subida objetiva

V = valor descontado do ativo subjacente

V_u = valor do ativo subjacente em estado de *upside*

V_d = valor do ativo subjacente em estado de *downside*

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco

No entanto, as taxas ajustadas ao risco não podem ser adequadamente aplicadas aos valores de projeto com opções, pois não alteram convenientemente o desconto. Essa é a maior fonte de resultados inconsistentes quando incertezas são consideradas em análises de FCD e árvores de decisão (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

A medida equivalente de martingale (Q) é uma medida correlata à probabilidade real com a importante característica de não possuir tendência. Conforme mostrado em Dias (2014a), pode ser representada matematicamente pela equação 16.

$$E^Q[e^{-rt} * v_t | \mathcal{F}_s] = v_s, \forall t \geq s \quad (16)$$

Onde:

E^Q = valor esperado na medida de probabilidade Q (martingale)

r = taxa livre de risco

t = variável tempo

v_t = valor da variável estocástica em t

\mathcal{F}_s = filtração até o instante s

A técnica de mudança de probabilidade baseia-se na alteração das chances de cada estado, de forma que o retorno total esperado para ativo básico seja a taxa livre de risco (r). Conforme aventado por Copeland e Antikarov (2001), a probabilidade neutra ao risco é uma conveniência matemática para ajustar o fluxo de caixa e permitir o desconto à taxa livre de risco. Medidas de probabilidade neutras ao risco são martingales e a literatura de Opções Reais utiliza as duas nomenclaturas de forma intercambiável.

Como argumentado por Dias (2014a), a capacidade de ser corretamente aplicável ao ativo subjacente e a qualquer um de seus derivativos é a grande vantagem da probabilidade neutra ao risco. Uma vez que se conheça o valor da probabilidade neutra ao risco, o valor presente da opção pode ser determinado. As fórmulas que permitem o cálculo descontado da opção são dadas pelas equações 17 a 20, adaptadas de Dias (2014a).

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d} \quad (17)$$

$$C = \frac{q * C_u + (1 - q) * C_d}{1 + r} \quad (18)$$

$$u = \frac{V_u}{V} \quad (19)$$

$$d = \frac{V_d}{V} \quad (20)$$

Onde:

q = probabilidade de subida neutra ao risco

C = valor descontado do projeto com opções

u = fator de upside

d = fator de downside

V = valor descontado do ativo subjacente

C_u = valor do projeto com opções em estado de *upside*

C_d = valor do projeto com opções em estado de *downside*

V_u = valor do ativo subjacente em estado de *upside*

V_d = valor do ativo subjacente em estado de *downside*

r = taxa livre de risco

Tanto para o método da mudança de probabilidade quanto para a construção do portfólio replicante, as probabilidades reais de *upside* e *downside* não importam. Conforme apresentado por Wilmott (2009), essa característica fortemente contraintuitiva baseia-se na assunção de que uma carteira de *hedge*, contendo a opção e o ativo básico, é capaz de eliminar a exposição a tendências, restando apenas a variabilidade, que é representada pelo parâmetro de volatilidade. O mercado perfeito e passeio aleatório são considerações necessárias nesse caso.

Conforme recomendação de Dias (2014a), o tratamento de casos em tempo discreto e regidos por duas variáveis estocásticas é preferível pelo método da mudança de probabilidade em relação ao método de portfólio replicante, atentando para que sempre seja considerada a correlação entre as duas variáveis.

Da mesma forma que a técnica de construção do portfólio replicante, a mudança da medida de probabilidade pode também ser utilizada em tempo contínuo. Para isso, o Teorema de Girsanov é aplicado na alteração das probabilidades de um processo de Itô (processo estocástico com diferencial estocástica), conforme é detalhado em Dias (2014b) e Wilmott (2009).

2.11 Processos Estocásticos

A avaliação dos processos temporais é considerada discreta quando o conjunto de índices relativo ao tempo é contável e contínua no caso contrário. Os processos descritos neste item são modelos em tempo contínuo, mas com importância estendida às aplicações em tempo discreto, uma vez que mesmo os processos discretos tendem a se comportar conforme arquétipos contínuos estilizados, à medida que os intervalos de tempo tendem a zero.

Um processo estocástico é uma série aleatória em função do tempo, descrevendo o comportamento de variáveis incertas (SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014a). Em um modelo determinístico, o valor da variável independente pode ser definido com exatidão a partir da correta determinação das variáveis dependentes, enquanto os processos estocásticos não admitem essa precisão, estando sempre vinculados a uma componente de incerteza.

A seleção do modelo estocástico é uma das grandes fontes de variabilidade entre os trabalhos existentes em Opções Reais e devem ser escolhidos de acordo com as características da aplicação. Pindyck e Rubinfeld (2004) e Dias (2014b) alertam para os riscos de *overfitting*, oriundos da busca de um modelo de alta aderência, mas que acaba sem capacidade de previsão, de forma que modelos simples e que retratem o comportamento estilizado da série são preferíveis. Mesmo que não seja possível discernir entre certo e errado na escolha dos pesquisadores, existem características que orientam a aplicação e serão discutidas nas próximas seções.

2.11.1 Ruído Branco

Ruído branco é um passeio aleatório representado pela equação 21, onde ε_t se refere a uma variável aleatória independentemente distribuída, com média nula (DIAS, 2014b).

$$v = \varepsilon_t \quad (21)$$

Onde:

v = valor da variável estocástica

ε_t = variável aleatória independentemente distribuída

O ruído branco é constantemente referenciado na construção de séries temporais. Sua importância está relacionada à representação de um processo estocástico puro e estacionário, em que a melhor previsão para a variável é zero, para qualquer índice temporal.

O ruído branco também é identificado por possuir coeficientes de autocorrelação nulos para todas as defasagens, ou seja, não há covariância entre valores com qualquer separação. Uma propriedade de interesse, apresentada por Bartlett (1946) mostrou que no caso de uma série temporal gerada por ruído branco,

os coeficientes da função de autocorrelação amostral possuem distribuição normal e desvio padrão $1/\sqrt{N}$, sendo N o número de observações da série.

2.11.2 Processos Markovianos

Grande parte dos processos estocásticos estudados são classificados como markovianos, sendo esta uma característica importante nos modelos de TOR. Um processo estocástico $X(t)$ possui a propriedade de Markov se sua trajetória depende apenas do valor corrente e, como consequência, o percurso anterior é irrelevante para previsão. Conforme colocado por Dias (2014b), pode-se dizer que, para processos markovianos, o passado e o futuro são estatisticamente independentes quando o presente é conhecido.

A descrição matemática do processo de Markov para tempo discreto é mostrada na equação 22, enquanto a equação 23 representa a condição em tempo contínuo.

$$Prob[v_t | v_{t-1}, v_{t-2}, v_{t-3}, \dots] = Prob[v_t | v_{t-1}] \quad (22)$$

$$Prob[v_t \in E | \mathcal{F}_s] = Prob[v_t \in E | v_s], s < t \quad (23)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica no instante t.

\mathcal{F}_s = filtração até o instante s

Um processo aleatório de ampla aplicação e especial interesse é denominado processo auto regressivo AR1, onde a variável pode ser especificada como função de seu valor no período anterior e um erro (ASTERIOU; HALL, 2007). A representação matemática do processo AR1 é mostrada na equação 24.

$$v_t = f_n(v_{t-1}, \epsilon) \quad (24)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica no instante t.

ϵ = erro

O processo AR1 é caracterizado como um processo de Markov, nos casos em que os erros correspondem a um ruído branco.

2.11.3 Movimento Browniano

O Movimento Browniano é o modelo mais popular nas aplicações de Opções Reais e para conceituá-lo, deve-se discutir previamente as definições de Processos de Wiener e Processos de Itô.

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o processo de Wiener trata-se de uma série estocástica que atende às seguintes características:

- a) é um processo markoviano;
- b) possui incrementos independentes;
- c) alterações no processo em qualquer intervalo finito de tempo possuem distribuição normal e variância que cresce linearmente com o tempo.

O incremento de Wiener (dz) é definido pela variação infinitesimal do movimento Browniano, conforme representado na equação 25. O incremento de Wiener é muito utilizado nas formulações de Opções Reais em tempo contínuo, inclusive na equação de BSM.

$$dz_t = \varepsilon_t * \sqrt{dt}, \varepsilon_t = N(0,1) \therefore E(dz) = 0; VAR(dz) = dt \quad (25)$$

Onde:

dz = incremento de Wiener

ε_t = variável aleatória independentemente distribuída

dt = incremento de tempo

$N(0,1)$ = valor aleatório de acordo com distribuição normal padrão

Os processos de Itô formam uma família de séries estocásticas de caráter geral. São compostos por um termo de tendência e um termo de aleatoriedade, sendo cada um deles associado a um fator multiplicativo que pode ser função do valor da própria variável e do tempo (DIAS, 2014b), conforme equação 26.

$$dv_t = \alpha(v, t) * dt + \sigma(v, t) * dz \quad (26)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

dt = incremento de tempo

dz = incremento de Wiener

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

2.11.3.1 Movimento Aritmético Browniano

O Movimento Aritmético Browniano (MAB) é um caso especial de processo de Itô em que os fatores multiplicativos são constantes, conforme equações 27 e 28, para tempo contínuo e tempo discreto respectivamente.

$$dv_t = \alpha * dt + \sigma * dz \quad (27)$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \alpha * \Delta t + \sigma * N(0,1) * \sqrt{\Delta t} \quad (28)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

dt = incremento de tempo

dz = incremento de Wiener

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

Δt = intervalo de tempo (discreto)

$N(0,1)$ = valor aleatório de acordo com distribuição normal padrão

Com medições sucessivas, a equação 28 pode ser reescrita na forma apropriada à regressão como apresentado na equação 29.

Os valores de medida central e dispersão para uma variável estocástica regida pelo MAB são calculados por meio das equações 30 e 31.

$$v_t - v_{t-1} = \alpha + \varepsilon_t \quad (29)$$

$$E[dv] = \alpha * dt \quad (30)$$

$$VAR[dv] = \sigma^2 * dt \quad (31)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

dt = incremento de tempo

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

2.11.3.2 Movimento Geométrico Browniano

O processo estocástico mais simples e popular em economia e finanças é o movimento geométrico browniano (MGB) (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014A; SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014a). Comportamentos estocásticos modelados como MGB podem ser encontrados para diversas variáveis como valor dos projetos (BEDNYAGIN; GNANSOUNOU, 2012; BARBOSA;

CARVALHO; PEREIRA, 2016; HERNANDEZ-PERDOMO; MUN; ROCCO, 2017), fluxos de caixa (LUKAS *et al.*, 2017), valor da cadeia de suprimentos (CHEN, 2012), custos (STUTZMAN *et al.*, 2017), preço de *commodities* e produtos (MIRKHANI; SABOOHI, 2012; BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013; DALBEM; BRANDÃO; GOMES, 2014; WESSEH; LIN, 2015), demanda (SIDDIQUI; TAKASHIMA, 2012; YAGI; TAKASHIMA, 2012; FERNANDES; GOUVEIA; PINHO, 2013; PRINGLES; OLSINA; GARCÉS, 2014) e até mesmo eventos naturais, como a taxa de chuvas (KIM *et al.*, 2014).

Como ocorre com o MAB, o MGB trata-se de um caso de interesse entre processos de Itô, onde os fatores multiplicativos são proporcionais ao valor da variável aleatória, conforme equação 32 (DIAS, 2014b).

$$dv(t) = \alpha * v * dt + \sigma * v * dz \quad (32)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

dt = incremento de tempo

dz = incremento de Wiener

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

O MGB também pode ser identificado como uma modelagem que apresenta tendência de crescimento exponencial, como discutido em Dias (2014b) e Copeland e Antikarov (2001). Essa característica pode ser facilmente visualizada na forma alternativa de representação discreta, mostrada pela equação 33.

$$v_t = v_{t-\Delta t} * EXP \left(\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) * \Delta t + \sigma * N(0,1) * \sqrt{\Delta t} \right) \quad (33)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

Δt = intervalo de tempo

$N(0,1)$ = valor aleatório de acordo com distribuição normal padrão

No MGB, a diferencial dv/v segue o MAB e possui distribuição normal. Pelo teorema de Itô-Doeblin pode-se verificar que v possui distribuição lognormal de forma que $\ln(v)$ também possui distribuição normal. Com observações consecutivas ($\Delta t = 1$), os parâmetros da equação do MGB podem obtidos como mostrado nas equações

34 e 35, onde o fator L é introduzido de forma que sejam calculados com referência anual (DIAS, 2014b).

$$\alpha = L * E \left(\ln \left(\frac{v_t}{v_{t-1}} \right) \right) + \frac{\sigma^2}{2} \quad (34)$$

$$\sigma^2 = L * VAR \left(\ln \left(\frac{v_t}{v_{t-1}} \right) \right) \quad (35)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

L = número de observações por ano

Para uma variável que segue o MGB, a medida central e dispersão são dadas pelas equações 36 e 37 respectivamente (DIAS, 2014b; MUN, 2016).

$$E[v|v_0] = v_0 * e^{\alpha*t} \quad (36)$$

$$VAR[v|v_0] = v_0^2 * e^{2\alpha*t} * (e^{\sigma^2*t} - 1) \quad (37)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

v_0 = valor inicial da variável aleatória

t = tempo

α = fator multiplicativo de tendência

σ = fator multiplicativo de dispersão

2.11.4 Reversão à Média

A avaliação do comportamento de indicadores macroeconômicos como passeio aleatório tem um marco importante no trabalho de Nelson e Plosser (1982), que desde então levanta várias discussões a respeito da estacionariedade e existência de algum tipo de reversão. Em alguns casos, pode-se considerar que a variável estocástica apresenta uma tendência de retorno a um nível de equilíbrio, de forma que quando a variável possui valor acima desse nível tende a cair e quando apresenta valor abaixo tende a subir. O processo estocástico que representa o comportamento descrito é chamado de movimento de reversão à média (MRM).

Segundo Dias (2014b), o MRM é caracterizado por um processo markoviano que altera sua componente de tendência de acordo com a posição do valor da variável em relação ao nível de equilíbrio. Além da reversão de tendência, a intensidade

também é alterada, sendo proporcional à distância entre a variável estocástica e o valor de equilíbrio.

O comportamento de reversão à média é naturalmente intuitivo quando relacionado ao conceito de equilíbrio de mercado e é considerado o processo mais adequado ao preço de *commodities* (HAHN; DYER, 2008; SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014a), sendo percebido claramente em algumas situações, como *commodities* agrícolas (DIAS, 2014b). Na década de 90, Reichenstein e Dorsett (1995) apresentaram evidências de reversão à média no preço de ações, em confronto com o famoso trabalho que declarou um comportamento browniano, de Kendall e Hill (1953) (BERNSTEIN, 1997). No entanto, pode-se ter casos em que a reversão ocorra lentamente, de modo que a volatilidade é relativamente constante. Nessas situações, o MGB pode ser uma estimativa mais simples e ainda assim confiável, como confirmado em Pindyck (1999) para os preços de petróleo, gás natural e carvão e em Eydeland e Wolyniec (2003) para o gás natural.

2.11.4.1 Modelo de Ornstein-Uhlenbeck

A implementação de MRM pode ser realizada de acordo com uma variada quantidade de modelos encontrados na literatura, sendo que o mais popular e simples é o de Ornstein-Uhlenbeck (OU) em sua versão normal (DIXIT; PINDYCK, 1994; DIAS, 2014b). Este modelo é considerado a versão contínua do processo auto regressivo AR1 (DIXIT; PINDYCK, 1994; MIKOSCH, 1998), sendo descrito pelas equações 38 e 39 para tempo contínuo e discreto, respectivamente.

$$dv(t) = \eta[\bar{v} - v(t)] * dt + \sigma * dz(t) \quad (38)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \eta[\bar{v} - v(t)] + \sigma * N(0,1) * \sqrt{\Delta t} \quad (39)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

dt = incremento de tempo

dz = incremento de Wiener

η = parâmetro de velocidade de reversão

\bar{v} = valor de equilíbrio de longo prazo

σ = volatilidade

A equação 39 também pode ser representada conforme equações 40 a 43, em formato mais apropriado para regressão (DIAS, 2014b).

$$v_t - v_{t-1} = v_{t-1} * (e^{-\eta * \Delta t} - 1) + \bar{v} * (1 - e^{-\eta * \Delta t}) + u_t \quad (40)$$

$$v_t - v_{t-1} = \alpha + (\beta - 1) * v_{t-1} + u_t \quad (41)$$

$$\alpha = \bar{v} \left(1 - e^{-\frac{\eta}{L}}\right) \quad (42)$$

$$\beta = e^{-\frac{\eta}{L}} \quad (43)$$

Onde:

v_t = valor da variável estocástica em t

\bar{v} = valor de equilíbrio de longo prazo

Δt = incremento de tempo [anos]

u_t = resíduo em t

η = parâmetro de velocidade de reversão

L = número de observações por ano

Nos modelos de reversão à média, é usual o conceito de meia-vida da reversão (H) como uma medida representativa do tempo que a variável estocástica toma para se deslocar do valor corrente até a metade da diferença entre o valor corrente e a média de longo prazo. A relação para o tempo de meia-vida é mostrada na equação 44.

$$H = \frac{\ln(2)}{\eta} \quad (44)$$

Onde:

H = meia-vida da reversão

η = parâmetro de velocidade de reversão

2.11.4.2 Modelo Exponencial de Ornstein-Uhlenbeck

Para variáveis que não podem assumir valores negativos, como preços, é indicado o uso do Modelo Exponencial de Ornstein-Uhlenbeck, da mesma forma que, nesses casos, o MGB é preferível ao MAB. Os conceitos são idênticos aos utilizados com o modelo OU convencional, no entanto são aplicados ao logaritmo natural da variável, conforme equações 45 e 46.

$$\ln(v_t) - \ln(v_{t-1}) = a + (b - 1) * \ln(v_{t-1}) + u_t \quad (45)$$

$$P_t - P_{t-1} = a + (b - 1) * P_{t-1} + u_t \quad (46)$$

Onde:

x = variável aleatória

P_t = variável aleatória modificada pelo logaritmo no instante t

Δt = incremento de tempo
 u_t = resíduo em t

Os parâmetros do processo estocástico são obtidos utilizando os coeficientes de regressão linear da equação 46 e segundo relações mostradas nas equações 47 a 49.

$$\sigma = \sigma_\varepsilon * \sqrt{L} * \sqrt{\frac{2 * \ln(b)}{b^2 - 1}} \quad (47)$$

$$\bar{P} = EXP\left(\frac{a + \sigma^2/(2 * L)}{1 - b}\right) \quad (48)$$

$$\eta = -\ln(b) * L \quad (49)$$

Onde:

σ = volatilidade

σ_ε = desvio padrão dos resíduos na regressão

a, b = coeficientes de regressão linear por mínimos quadrados

\bar{P} = preço de equilíbrio

η = parâmetro de velocidade de reversão

L = número de observações por ano

A simulação de uma variável seguindo o modelo OU-exponencial pode ser obtida com a discretização da equação diferencial estocástica e utilização dos parâmetros calculados. Propostas de discretização podem ser encontradas em Dias (2004), sendo que a equação 50 representa o modelo de Schwartz, selecionado devido à relação mais direta entre a variável e seu logaritmo.

$$P_t = \exp\left(\ln(P_{t-1}) e^{-\eta\Delta t} + \left(\ln(\bar{P}) - \frac{\sigma^2}{2\eta}\right)(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} N(0,1)\right) \quad (50)$$

Onde:

σ = volatilidade

P_t = variável aleatória transformada pelo logaritmo

Δt = incremento de tempo

\bar{P} = preço de equilíbrio

η = parâmetro de velocidade de reversão

O limite da variável estocástica após um tempo muito grande é descrito pela equação 51. Os valores esperados e de variância para o modelo Exponencial OU são mostrados nas equações 52 e 53, respectivamente.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(P_t) = EXP\left(\bar{P} + \frac{\sigma^2}{4 * \eta}\right) \quad (51)$$

$$E[P_t|P_0] = EXP(\ln(P_0) * e^{-\eta * \Delta t} + \bar{v}(1 - e^{-\eta * \Delta t}) + \frac{\sigma^2}{4 * \eta} * (1 - e^{-2 * \eta * \Delta t})) \quad (52)$$

$$VAR[P_t|P_0] = \exp(2 \ln(P_0) * e^{-\eta \Delta t} + 2\bar{v}(1 - e^{-\eta \Delta t})) * \left(\exp\left(\frac{\sigma^2}{\eta}(1 - e^{-2\eta \Delta t})\right) - \exp\left(\frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta \Delta t})\right) \right) \quad (53)$$

Onde:

P_t = variável aleatória modificada pelo logaritmo no instante t

P_0 = valor inicial da variável aleatória

\bar{P} = preço de equilíbrio

σ = volatilidade

Δt = incremento de tempo

\bar{v} = valor de equilíbrio de longo prazo

η = parâmetro de velocidade de reversão

Ao contrário do MGB, que apresenta crescimento indeterminado da variância, o MRM possui variância limitada pela tendência de reversão à média de longo prazo (SAMANEZ; FERREIRA; NASCIMENTO, 2014a).

Uma aplicação do movimento exponencial de Ornstein-Uhlenbeck pode ser encontrada em Perelló, Sircar e Masoliver (2008), onde este é utilizado para descrever o comportamento da volatilidade, em um modelo de volatilidade estocástica (*SV models*) e também nos trabalhos de Rodrigues *et al.* (2015) e Samanez, Ferreira e Nascimento (2014a), onde são aplicadas fórmulas de discretização para simular preços do gás natural, amônia, ureia, etanol e gasolina de acordo com o movimento estocástico de reversão à média exponencial.

2.11.4.3 Outros Modelos

Como já mencionado, existem várias modelagens matemáticas de reversão à média. Além dos modelos mais populares que foram detalhados, são outros exemplos o Modelo de Cox, Ingersoll e Ross (CIR) (EWALD; WANG, 2010), Modelo Geométrico de Ornstein-Uhlenbeck (ANH; LEONENKO; SHIEH, 2008), Modelo de Bhattacharya (BHATTACHARYA, 1978), Modelo de Pilipovic (BARLOW, 2002), Modelo de Gibson-Schwartz ou Schwartz-Smith (TANG, 2012; DIAS, 2014b) e modelo de Shimko (DIAS, 1996).

Também existem propostas de variações sutis dos modelos mais consagrados, como em Obuchowski e Wyłomanska (2013), que sugerem a alteração do modelo de Ornstein-Uhlenbeck clássico, substituindo o incremento de Wiener por um processo alfa-estável ou de movimento de Laplace (*variance gamma*), com objetivo de representar comportamentos não-Gaussianos.

2.11.5 Modelos com Saltos

Em algumas situações, processos estocásticos são mais fielmente modelados considerando eventos incomuns, mas capazes de alterar significativamente o valor da variável aleatória, chamados de saltos. A entrada no mercado de um competidor ou produto concorrente, eventos que gerem uma grave instabilidade política ou uma falha de componente podem exemplificar tais ocorrências.

Uma das maneiras mais eficiente de abordar tais processos é através da modelagem por processos de Poisson, conforme apresentado por Dixit e Pindyck (1994). Nesses casos, os saltos possuem magnitude constante ou aleatória e tem a ocorrência determinada por uma distribuição de Poisson. Uma abordagem alternativa apresentada por Obuchowski e Wyłomanska (2013) introduzem o comportamento de salto às trajetórias estocásticas alterando a parcela Gaussiana do MRM por processos de Lévy generalizados.

Exemplos de aplicações de modelos estocásticos considerando saltos são Fernandes, Gouveia e Pinho (2013) para demanda no dimensionamento de mão de obra, Samper e Vargas (2013) para demanda de consumo energético, Pringles, Olsina e Garcés (2014, 2015) para preços dos combustíveis e Luo, Wang e Yang (2016) para os fluxos de caixa em análise de financiamentos.

2.12 Estimativas de Volatilidade

A escolha das variáveis de entrada de um modelo deve ser realizada com objetividade. Como o comportamento estilizado das variáveis aleatórias já incorpora possíveis efeitos referentes a outros fatores, torna-se desnecessário aumentar demasiadamente a quantidade de variáveis previsoras, na expectativa de melhorar a aderência. Copeland e Antikarov (2001) ressaltam que realizar a modelagem com muitas variáveis de entrada ou opções estão entre os erros mais comuns aos

praticantes, sendo que em geral não são necessárias mais do que três fontes de incerteza para identificação da volatilidade.

As variáveis de entrada, fonte de incerteza para os valores presentes do projeto, tem natureza variada, mas quando se trata de um ativo financeiro ou uma *commodity*, pode-se obter a estimativa de volatilidade diretamente do mercado. Nesse caso, as tendências podem ser capturadas, utilizando-se mercados futuros ou pela previsão de especialistas (DIXIT; PINDYCK, 1994).

Quando a variável estocástica não é comercializada, Copeland e Antikarov (2001) indicam a projeção de valores esperados através de dados históricos e técnicas econométricas ou pela avaliação subjetiva de especialistas. Sobre esse assunto, Dias (2014b) relata que mesmo entre os economistas de maior influência existem debates sobre a utilização pura de estimadores econométricos ou calibração dos parâmetros por profissionais experientes.

2.12.1 Estimativa da Volatilidade Através de Dados Históricos

A utilização dos dados históricos para obtenção das fontes de incerteza baseia-se em uma análise de série temporal. Uma amostra desse tipo diferencia-se de um levantamento de dados de corte transversal (*cross-section*), uma vez que dados mais próximos tendem a possuir maior similaridade, em uma relação de autocorrelação (CHATFIELD, 2003; ASTERIOU; HALL, 2007). De forma geral, na avaliação de uma série temporal de uma única variável serão relevantes discussões sobre sua heterocedasticidade e estacionariedade.

Geralmente, o uso de dados históricos é aplicável quando esses estão disponíveis e há razoabilidade em acreditar que o futuro previsto é semelhante ao passado, fonte das informações. Em situações diferentes, a utilização de dados oriundos de especialistas é útil, como em Fukui e Imai (2017).

2.12.1.1 *Heterocedasticidade*

Uma consideração importante na aplicação da regressão é a mudança de variância dos dados ao longo da amostra, denominada heterocedasticidade. Esta pode se originar de diversos fatores e a solução depende da natureza de sua origem (HAMILTON, 1994).

Na avaliação da heterocedasticidade, os autores recomendam o uso de métodos visuais e informais (ASTERIOU; HALL, 2007; PINDYCK; RUBINFELD, 2007; GUJARATI; PORTER, 2011) mas caso haja necessidade de uma avaliação sistemática, dois procedimentos comuns são o teste de Breusch-Pagan (BREUSCH; PAGAN, 1979) e o teste de White (WHITE, 1980).

Para correção da heterocedasticidade pode-se recorrer a técnicas de regressão que consideram e compensam essa característica, como a regressão por Mínimos Quadrados Generalizados (GLS), capaz de retificar também a existência de correlação linear. Um subgrupo popular dessa técnica é o de Mínimos Quadrados Ponderados (WLS), que estima o comportamento da variância a partir dos dados e corrige a heterocedasticidade.

Como consequência da heterocedasticidade, a regressão por MQO não é eficiente, o que é potencialmente danoso nos casos em que se estabelecem intervalos de confiança e na execução de testes de hipótese, mas permanece não tendenciosa e consistente e ainda pode ser aplicada em várias situações (GUJARATI; PORTER, 2011). Fox (1997) destaca ser fundamental uma avaliação crítica sobre as consequências da mudança de variância e sua correção é recomendada somente nos casos graves. Assim, uma opção apropriada consiste no uso de parâmetros robustos à presença de heterocedasticidade (GUJARATI; PORTER, 2011).

2.12.1.2 *Estacionariedade*

Um processo estocástico estacionário é aquele cuja descrição matemática não varia ao longo do tempo. A importância dessa classificação baseia-se na necessidade de se identificar um comportamento estacionário nas séries temporais para que haja capacidade de previsão por modelos algébricos simples e técnicas de regressão. Caso contrário, os coeficientes podem não ser constantes e uma regressão não seria representativa. Por essas questões, processos não estacionários costumam ser difíceis de representar e são normalmente tratados para exibir o comportamento estacionário (PINDYCK; RUBINFELD, 2004).

Para um processo estacionário tem-se que a distribuição de probabilidade conjunta, representada pelos dados originais da série temporal, é mesma que a distribuição de probabilidade condicional do mesmo conjunto, deslocado no tempo em qualquer defasagem (DIAS, 2014b). A representação matemática dessa condição

para a série temporal estritamente estacionária $Y = \{y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t+L}\}$ é mostrada na equação 54.

$$p\{y_t, \dots, y_{t+k}\} = p\{y_{t+m}, \dots, y_{t+m+k}\} \forall m \leq (L - k); \forall k \leq L; m, k \in \mathbb{N} \quad (54)$$

É possível que propriedades estatísticas descritivas de uma série (média, variância e autocovariância) sejam finitas e independentes do tempo, mesmo que a distribuição de probabilidades não se mantenha igual. Nesse caso, a série é considerada fracamente estacionária, estacionária de 2ª ordem (HAMILTON, 1994) ou ainda estacionária no sentido amplo (DIAS, 2014b).

A diferenciação em um ou mais graus é um método frequentemente utilizado com a intenção de induzir o comportamento de série estacionária e não sazonal. Séries que não são estacionárias a princípio, mas que venham a se tornar através de uma ou mais diferenciações, são chamadas de homogêneas e o número de diferenciações necessárias é a ordem de homogeneidade (PINDYCK; RUBINFELD, 2004).

Uma das maneiras de definir a necessidade de diferenciação de uma série consiste em utilizar a análise gráfica dos coeficientes de autocorrelação, através de um correlograma. Com ele, pode-se comparar qualitativamente o comportamento da série temporal com o comportamento esperado de uma série estacionária, caracterizado pelo declínio rápido dos coeficientes de correlação, como apresentado na Figura 8. Caso não haja similaridade, pode-se fazer uso da diferenciação e realizar uma nova análise da série resultante (PINDYCK; RUBINFELD, 2004).

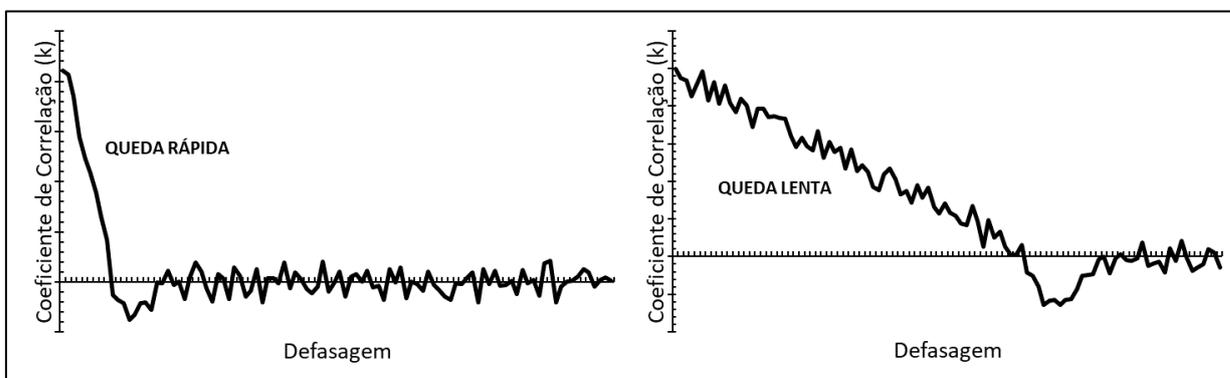


Figura 8 - Correlogramas típicos de séries estacionárias (esquerda) e não estacionárias (direita). Fonte: adaptado de Pindyck e Rubinfeld (2004)

No caso do movimento geométrico browniano, embora este não seja estacionário (já que a variância é crescente no tempo) pode-se afirmar que se trata de um processo com incrementos estacionários (DIAS, 2014b).

2.12.2 Testes da Raiz Unitária de Dickey-Fuller

A correta especificação do modelo estocástico depende da identificação de uma tendência à reversão e a maioria dos estudos utilizam testes de raiz unitária para dirimir a questão. Nesses, a existência de raiz unitária significa que o processo é não estacionário, sem um valor de equilíbrio. Por outro lado, a falta de raiz unitária sugere a tendência de que o próximo valor temporal se aproxime de uma referência de maior prazo.

Conforme apresentado por Pindyck e Rubinfeld (2004) e Dias (2014b), o teste de raiz unitária mais utilizado é o de Dickey-Fuller (DF), introduzido por Dickey e Fuller (1979). A aplicação da técnica considera a possibilidade de três modelos estocásticos - sem termos adicionais, com *drift* e *drift* com tendência (ASTERIOU; HALL, 2007). No propósito desta dissertação, focaremos no detalhamento da alternativa com *drift*, mas a metodologia é idêntica para as demais.

O método consiste em um teste da hipótese nula de que $\delta = 0$ contra a hipótese alternativa que $\delta < 0$, sobre a relação de regressão genérica mostrada na equação 55. A estatística de teste é apresentada nas equações 56 a 58, conforme Dias (2014b).

$$v_t - v_{t-1} = \alpha + \delta * v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (55)$$

$$t^* = \frac{\hat{b} - 1}{\sqrt{VAR[\hat{b}]}} \quad (56)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{t=1}^N ((v_{t-1} - \bar{v}_{t-1}) * (v_t - \bar{v}_t))}{\sum_{t=1}^N (v_{t-1} - \bar{v}_{t-1})^2} \quad (57)$$

$$VAR[\hat{b}] = \frac{\sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2}{(N - 2) * \sum_{t=1}^N (v_{t-1} - \bar{v}_{t-1})^2} \quad (58)$$

Onde:

t^* = estatística de teste

\hat{b} = estimador do parâmetro b da regressão

v_t = valor da variável estocástica em t

N = número de observações

Como a estatística t^* não se enquadra em uma distribuição t padrão, devem ser utilizados valores críticos corrigidos, conforme apresentado em Dickey e Fuller (1979) e disponibilizados por diversos autores como Dias (2014b) e Asteriou e Hall (2007) ou ainda facilmente obtidos em *softwares* estatísticos como EViews e Gretl. Estatística de teste e valores críticos também podem ser expressos pela estatística F, conforme abordado em Pindyck e Rubinfeld (2004), ressaltando-se que os valores críticos são distintos para cada um dos modelos do teste DF.

Caso o resultado do teste não indique a rejeição da hipótese nula é possível que o processo se caracterize como movimento browniano conforme apresentado no item 2.11.3. Alternativamente, se for possível rejeitar a hipótese nula, concluindo que $\delta < 0$, a equação estocástica é característica do MRM conforme apresentado no item 2.11.4. Graficamente, o valor negativo de delta reflete uma inclinação também negativa da reta regressora. A inclinação positiva não tem sentido prático pois indicaria um processo com repulsão em relação a um valor central (*overshooting*). (DIAS, 2014b).

O teste aumentado de Dicker Fuller (ADF) é uma variação do método já apresentado, mas com a adição de termos defasados. Como vantagem, possibilita a remoção dos efeitos de autocorrelação, caso a série temporal os apresente. O número de defasagens a ser considerado no teste ADF é definido usualmente por experimentação, mas considerando que a partir de uma certa distância não há expectativa de alteração significativa do resultado (PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Podem ser utilizados, entretanto, critérios de seleção de modelo como Critério de informação Bayesiano (BIC), também conhecido como critério de Schwarz (SIC), apresentado originalmente em Schwarz (1978), ou o critério de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1998). Ambos os critérios se baseiam na maximização da função de verossimilhança, com penalização pela adição de termos. Exemplos do uso do método ADF na verificação de raiz unitária incluem Samanez, Ferreira e Nascimento (2014a) e Rodrigues *et al.* (2015).

Não obstante sua praticidade, os autores registram a necessidade de não superestimar os resultados fornecidos pelo teste de Dickey-Fuller, uma vez que não rejeitar a hipótese é apenas uma evidência frágil a favor do passeio aleatório (PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Dias (2014b) alerta que, como o teste de Dickey-Fuller baseia-se na identificação da tendência, seus resultados são confiáveis somente para uma série longa de dados.

Uma restrição relevante para o teste DF é sua limitação na presença de heterocedasticidade. Beare (2008) orienta que o teste DF deve ser evitado quando existe a possibilidade de que a volatilidade se comporte de forma instável, pois efeitos espúrios podem influenciar conclusões equivocadas a respeito da confirmação ou rejeição da hipótese de existência da raiz unitária.

2.12.3 Testes de Raiz Unitária Robustos à Heterocedasticidade

Segundo Beare (2008), as avaliações de Hamori e Tokihisa (1997) foram as primeiras considerando os efeitos de uma alteração da variância nos resultados dos testes de raiz unitária, mas Cavaliere (2005) complementa a discussão examinando diferentes comportamentos da volatilidade, como alterações suaves, bruscas e cíclicas, assim como o momento em que ocorrem. A conclusão dos estudos indica que variações abruptas de variância são mais impactantes nos resultados de testes de raiz unitária além de que mudanças negativas no início ou variações positivas no fim da série temporal também possuem maior capacidade de impacto.

Para um teste representativo de uma série heterocedástica, Cavaliere (2005) sugere o teste de Phillips-Perron (PP), apresentado por Phillips e Perron (1988). O método é um dos mais populares na literatura, sendo considerado como robusto à autocorrelação e heterocedasticidade. Hamilton (1994) caracteriza o teste PP como uma generalização das análises por mínimos quadrados ordinários para os casos em que a heterocedasticidade e autocorrelação estão presentes, através da construção de uma estatística sensível à autocovariância e cuja comparação com os valores críticos usuais é aplicável. A equação de regressão e hipóteses são idênticas às utilizadas no teste DF, no entanto, a sensibilidade à heterocedasticidade e à autocorrelação no termo de erro é obtida através de uma correção não paramétrica da estatística de teste para δ (HAMILTON, 1994; ASTERIOU; HALL, 2007).

Outros estudos também avaliaram o impacto de variações da volatilidade nos resultados de testes de raiz unitária e propuseram métodos aplicáveis na presença de volatilidade variável. As propostas fazem diferentes suposições a respeito do comportamento da volatilidade e em diferentes níveis de generalidade, como a necessidade de continuidade, diferenciabilidade em uma ou mais ordens, comportamento entre descontinuidades, entre outros.

As principais abordagens são exemplificadas pela (i) simulação de valores críticos condicionados a uma estimativa de comportamento da volatilidade, (ii) estabelecimento de valores críticos válidos em condição de heterocedasticidade, como realizado em condição bastante restrita por Kim, Leybourne e Newbold (2002) ou de forma mais geral em Boswijk (2005) e Cavaliere e Taylor (2007, 2008a) e, (iii) aplicação de uma transformação no tempo aos dados, de forma que a distribuição da estatística de teste de raiz unitária padrão se torne a mesma da de uma situação homocedástica, como em Cavaliere e Taylor (2008b) e (iv) redimensionamento dos incrementos da variável dependente, de forma que se tornem aproximadamente homocedásticos, conseguindo inclusive a comparação com os valores críticos convencionais, caso não haja uma tendência determinística dos dados em relação ao tempo (BEARE, 2008).

2.12.4 Teste da Razão da Variância

Além dos populares testes de raiz unitária apresentados, Dias (2014b) e Hamilton (1994) descrevem o teste da razão de variância como alternativa simples e prática. Esse método baseia-se na identificação do comportamento de choques estocásticos como temporários, característica do MRM, ou permanentes, característica do MGB. O parâmetro de teste para defasagem k é definido como mostrado na equação 59.

$$R_k = \frac{1}{k} * \frac{VAR[v_{t+k} - v_t]}{VAR[v_{t+1} - v_t]} \quad (59)$$

Onde:

R_k = estatística de teste para defasagem k

v_t = valor da variável estocástica em t

k = defasagem (*lag*)

Para uma série temporal seguindo MGB, R_k tende a 1 com o aumento da defasagem, enquanto que para o comportamento seguindo o MRM, R_k tende a 0 com *lags* maiores. Há relatos de aplicações em que a convergência de k se dá para valores diferentes de 0 e 1, o que gera discussões e exige interpretações específicas, como em Pindyck (1999).

Um exemplo de aplicação do método pode ser encontrado em Samanez, Ferreira e Nascimento (2014a), onde o teste de razão da variância é utilizado para auxiliar na caracterização do MRM, em uma situação onde o método ADF não foi conclusivo.

2.12.5 Volatilidade da Taxa de Retorno

A volatilidade é o desvio padrão da taxa de retorno do ativo subjacente (DIXIT; PINDYCK, 1994; DIAS, 2014a). Uma vez que as variáveis de entrada sejam modeladas de acordo com o processo estocástico apropriado, Copeland e Antikarov (2001) sugerem a obtenção da volatilidade da taxa de retorno através da distribuição dos valores presentes, utilizando-se a equação 60 e simulando os valores do numerador através da técnica de Monte Carlo, enquanto o denominador é mantido constante. A relação é representada mais frequentemente considerando o valor presente *ex-dividendos* no primeiro período e somando o fluxo de caixa do mês correspondente (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; HAAHTELA, 2011) mas pode ser encontrada considerando o valor presente *cum-dividendos* e ocultando a soma explícita dos fluxos de caixa, como em Brandão, Dyer e Hahn (2005b), o que não altera o raciocínio ou o resultado.

$$z = \ln \left(\frac{FC_1 + PV_1}{PV_0} \right) \quad (60)$$

Onde:

z = taxa de retorno

PV_1 = valor presente no período 1 (*ex-dividendos*)

PV_0 = valor presente no período 0

FC_1 = fluxo de caixa do período 1

Dessa forma, o valor esperado da taxa de retorno é a média da distribuição entre os dois períodos e o desvio padrão pode ser utilizado como estimador da volatilidade (BRANDÃO; DYER; HAHN, 2005b).

De acordo com Smith (2005), Godinho (2006) e Haahtela (2011), a abordagem pioneira de Copeland apresenta uma deficiência técnica, pois uma vez que o desvio padrão calculado representa a realização de todas as incertezas futuras, ocorre uma superestimação da volatilidade. No intuito de corrigir essa tendência, Herath e Park (2002) desenvolveram uma proposta, considerando simular tanto o numerador

quando o denominador da equação 60. No entanto, a técnica foi criticada por conduzir a uma superestimação ainda mais grave (HAAHTELA, 2011).

Segundo Godinho (2006), uma alternativa para o cálculo da volatilidade a partir de uma série histórica e sem tendência pode ser obtida com a aplicação de duas simulações de Monte Carlo, uma para estimar os fluxos de caixa esperados e outra para a volatilidade.

Brandão, Dyer e Hahn (2005a) propuseram uma alteração da proposta de Copeland, simulando apenas o fluxo de caixa do primeiro período e calculando o valor esperado dos demais, condicionados ao valor simulado, conforme mostrado na equação 61. A abordagem reduziu em 40% a volatilidade anual encontrada inicialmente com o modelo de Copeland, se mostrou mais coerente com os resultados de Smith (2005) para a mesma situação e resolveu o problema de superestimação da volatilidade. Uma das limitações do método é que os valores esperados dos fluxos de caixa, vinculados à simulação do primeiro período, podem ser difíceis de obter (HAAHTELA, 2011).

$$z = \ln \left(\frac{FC_1 + PV_1(E(FC_2), E(FC_3), \dots, E(FC_n)|FC_1)}{PV_0} \right) \quad (61)$$

Onde:

z = taxa de retorno

FC_n = fluxo de caixa no período n

PV_n = valor presente no período n (*ex-dividendos*)

Por meio desses parâmetros, é possível utilizar a constatação de que o valor presente, com fluxos de caixa reinvestidos, segue o movimento geométrico browniano (SAMUELSON, 1965) para construção de uma árvore binomial.

Em aplicações, é relativamente frequente estimar a volatilidade do projeto utilizando-se da volatilidade de qualquer variável estocástica de entrada ou mesmo pela volatilidade do valor da firma (*equity*) (COPELAND; ANTIKAROV, 2001). Os especialistas, entretanto, esclarecem que a volatilidade do retorno não é representada por nenhuma dessas alternativas e que sua aproximação (*proxy*) representa o maior problema teórico nas abordagens por Opções Reais.

2.13 Métodos de Solução de Opções Reais

A Teoria de Opções Reais se prontifica a responder o valor das flexibilidades, assim como qual a regra de decisão adequada em cada situação. Com esse fim, os conceitos já discutidos são incorporados a diferentes métodos de precificação das opções, cujas características devem ser compreendidas, de forma a permitir uma boa escolha, específica ao problema enfrentado.

Os métodos de solução de opções reais podem ser divididos em três grupos (AMRAM; KULATILAKA, 1999; SAMPER; VARGAS, 2013; PRINGLES; OLSINA; GARCÉS, 2014): (i) baseados na resolução de equações diferenciais parciais; (ii) baseados em programação dinâmica e (iii) baseados em simulação. Nesta revisão, serão detalhados componentes dos três grupos, sendo que os modelos de Black-Scholes-Merton, Aproximação Analítica e Diferenças Finitas se incluem no primeiro conjunto, CRR faz parte da classe de programação dinâmica e Monte Carlo se encontra entre os métodos de simulação.

As técnicas baseiam-se em premissas e abordagens diferentes, mas quando criteriosamente aplicadas, conduzem a resultados semelhantes.

2.13.1 Black-Scholes-Merton

A fórmula pioneira para apreçamento de opções financeiras foi desenvolvida por Black, Scholes e Merton, a qual tem utilidade até os dias atuais. Devido a sua relevância para a área de conhecimento, a fórmula de apreçamento para uma opção de compra é representada pelas equações 62 e 63, na forma mais completa, conforme Dias (2014a).

$$c_t = v_t * e^{-\delta * t} * N(h) - K * e^{-r * t} * N(h - \sigma * \sqrt{\tau}) \quad (62)$$

$$h = \left[\ln\left(\frac{v_t}{K}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right) * \tau \right] * \frac{1}{\sigma * \sqrt{\tau}} \quad (63)$$

Onde:

c_t = valor da opção europeia de compra em t

v_t = valor da variável estocástica em t

K = preço de exercício da opção

σ = volatilidade

δ = taxa de distribuição de dividendos

τ = tempo até expiração

r = taxa de juros livre de risco

Segundo Triantis e Borison (2001), o modelo de BSM fornece uma estimativa rápida do valor da opção, mas aplicável sob condições bastante específicas. As considerações implícitas no modelo de Black-Scholes-Merton são relacionadas por Hull (2015) como:

- a) o processo estocástico é um movimento geométrico browniano com tendência e volatilidade constantes;
- b) a taxa livre de risco é constante;
- c) a opção é europeia;
- d) não há restrições a venda a descoberto;
- e) mercado perfeito;
- f) o derivativo não gera dividendos;
- g) o mercado é completo, sem arbitragem;
- h) a negociação de títulos é contínua.

Amram e Kulatilaka (1999) argumentam que apesar das limitações, a fórmula de BSM fornece uma solução analítica atrativa pela sua simplicidade de solução e baixa exigência computacional. Se aplicável, é de fato o modo mais simples de calcular o valor da opção.

Como crítica ao modelo BSM, Triantis e Borison (2001) relatam que a consideração de opção europeia é por demais simplificadora e que a assunção da distribuição lognormal é grosseira em muitos casos. Adicionalmente, a aplicação é pouco transparente e a volatilidade é difícil de ser estimada.

Com isso, a fórmula BSM acaba sendo usada parcamente nas empresas como método principal, mas os usuários encontram sua aplicação em estimativas rápidas ou na validação de resultados com modelos mais sofisticados, como encontrado em Triantis e Borison (2001) e Bednyagin e Gnansounou (2012).

2.13.2 Soluções Analíticas e Aproximações Analíticas

Situações diferentes da representada pela equação de BSM também podem levar a soluções analíticas através da resolução de equações diferenciais parciais. Exemplos são fornecidos por Dias (2014b) ao modelar equações diferenciais mais

gerais, considerando processos estocásticos diferentes do MGB ou a existência de dividendos fornecidos pelo derivativo.

A técnica de aproximação é aplicada quando o modelo do problema não possui solução analítica. Nesse caso, é uma alternativa considerar simplificações, de forma que se chegue a uma EDP com solução analítica e sem descaracterizar os resultados, como em Dixit e Pindyck (1994) que ao considerarem a opção como perpétua, viabilizaram a solução da equação diferencial.

Aplicações recentes de Opções Reais, envolvendo modelagem e resolução de equações diferenciais, são exemplificadas por Chen (2012), Guthrie (2012), Siddiqui e Takashima (2012), Yagi e Takashima (2012), Huang e Chuang (2013), Barbosa, Carvalho e Pereira (2016) e Luo, Wang e Yang (2016). Ainda, com aplicação específica no setor energético podem ser citados Salahaldin e Granger (2013), Welling (2016) e Stutzman *et al.* (2017).

2.13.3 Método Integral

O propósito do Método Integral consiste na utilização de integrais com limites de integração estocásticos para quantificar o valor das opções reais e subsequente aplicação de métodos mais simples sobre a função (como a primeira derivada igual a zero) para identificar os pontos de otimização.

O método integral é utilizado para avaliação de opções reais em tempo contínuo com aplicação indicada para os casos sem expiração (opção perpétua) e com regra de gatilho simples (DIAS, 2014b). Também possuem aplicação em Jogos de Opções, como em Dixit e Pindyck (1994) e Dias e Teixeira (2010).

2.13.4 Diferenças Finitas

Métodos de diferenças finitas são utilizados para solucionar equações diferenciais parciais com métodos numéricos. São metodologias de elevada sofisticação e acurácia matemática, permitindo a obtenção de resultados para modelos sem solução analítica.

A resolução por diferenças finitas consiste em transformar a equação diferencial em um sistema de equações mais simples e resolvê-las simultaneamente. O cálculo é realizado da data de maturidade até o momento inicial (*backwards*) com

métodos recursivos e conforme as condições de contorno estipuladas. A abordagem utilizada pode ser explícita ou implícita, sendo que para os dois casos deve-se atentar para a convergência do resultado.

Como vantagens da abordagem por diferenças finitas, pode-se considerar que existem uma série de programas computacionais disponíveis para resolução de sistemas de equações diferenciais e que os cálculos são rápidos em comparação com as alternativas de programação dinâmica e simulação (AMRAM; KULATILAKA, 1999). No entanto, alguns problemas resolvidos com outros métodos não podem ser modelados para esse tipo de ferramenta, como opções americanas sobre um processo estocástico com saltos (LONGSTAFF; SCHWARTZ, 2001).

Como pontos negativos da resolução por diferenças finitas, destaca-se que a utilização se torna pouco intuitiva e pouco amigável, podendo levar à incredulidade do método por parte de usuários e apoiadores. A técnica também é muito impactada pelo aumento do número de fontes de incerteza incorporadas, pois a complexidade computacional pode facilmente tornar-se muito elevada.

Um exemplo de avaliação de opções reais utilizando diferenças finitas é encontrado em Lukas *et al.* (2017) para o momento e escala de investimentos, no desenvolvimento de baterias automotivas.

2.13.5 Método Binomial de Cox-Ross-Rubinstein

Métodos multinomiais são frequentemente adotados na resolução de problemas de Opções Reais e o mais popular dentre eles refere-se ao modelo de Cox-Ross-Rubinstein (CRR) (COX; ROSS; RUBINSTEIN, 1979). Essa técnica, considera a evolução temporal em dois possíveis cenários a cada período (binomial) e representa cada um deles por um nó. A existência de opções é retratada pela alteração do valor dos nós e o desconto incorpora os conceitos de não arbitragem, aplicando a técnica de portfólio replicante ou utilizando descontos com probabilidades neutras ao risco (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; DIAS, 2014a).

Em adição, é comum nos modelos multinomiais que os fatores de subida e descida sejam determinados com objetivo de que após duas mudanças opostas (subida/descida ou descida/subida) obtenha-se o mesmo valor do projeto, formando um *lattice*. A recombinação diminui o número de cenários do período n de 2^n (árvore não recombinante) para $n + 1$ (*lattice*), o que é significativo em árvores maiores e

impacta positivamente a exigência computacional (BRANDÃO; DYER; HAHN, 2005b; HAHN; DYER, 2008; DIAS, 2014a). Para atendimento às condições do modelo, os fatores de subida e descida são definidos no modelo CRR como mostrado nas equações 64 e 65.

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}} \quad (64)$$

$$d = \frac{1}{u} \quad (65)$$

Onde:

u = fator de upside do modelo binomial

d = fator de *downside* do modelo binomial

σ = volatilidade

Δt = incremento de tempo

Caso o problema inclua o pagamento de dividendos, existem diferentes propostas de inclusão na literatura. Copeland e Antikarov (2001) sugerem considerar que a redução de valor, representada pelos dividendos, seja modelada com caráter proporcional ao valor do ativo em cada período, de forma a garantir que a árvore binomial seja recombinante e também que o valor final do projeto seja zero, independentemente do caminho escolhido. Bos, Gairat e Shepeleva (2003) também apresentam alternativas de modelagem, considerando os preços líquidos de dividendos, preços com dividendos e preços entre dividendos.

Uma vez que a árvore esteja construída, a valoração da melhor decisão pode ser abordada sistematicamente por meio de programação dinâmica (MARRECO, 2001). Segundo Bertsekas (2005), a programação dinâmica é aplicada em uma grande variedade de problemas práticos, onde a incerteza está presente e as decisões são realizadas em etapas. A técnica ordena as decisões, baseada na soma do fluxo de caixa presente e dos valores esperados de fluxos de caixa futuros, considerando apenas duas premissas básicas: que o sistema avaliado seja dinâmico e discreto e que os fluxos de caixa a serem otimizados sejam aditivos no tempo. O cálculo das opções é obtido valorando-se inicialmente os nós finais e avançando-se sequencialmente de forma regressiva no tempo (*backwards*). O Princípio de Bellman apoia a abordagem retroativa do modelo CRR, instituindo que dado um caminho ótimo de um ponto inicial (p_0) até um ponto final (p_f), esse caminho estará contido em todos os caminhos ótimos que tenham o p_f como ponto final e que passem por p_0 (AMRAM; KULATILAKA, 1999). Com isso, basta-se calcular o caminho ótimo dos nós de um

período aos nós do período adjacente e aproveitar os resultados encontrados nas iterações anteriores.

Conforme mencionado no início do item 2.13, aplicações de maior destaque envolvendo programação dinâmica ocorrem em árvores e *lattices*, compondo uma classe de métodos de solução de Opções Reais e na qual o CRR é o componente de maior distinção. Exemplos dessas aplicações estão em Marreco (2001) e Kobari, Jaimungal e Lawryshyn (2014). Entretanto, isso não evita que a abordagem por programação dinâmica esteja restrita a essa classe. Também são encontradas aplicações de programação dinâmica para resoluções de EDPs (CHEN, 2012) e em simulações (BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013).

Como vantagens do modelo CRR, Triantis e Borison (2001) e Amram e Kulatilaka (1999) ressaltam sua maior flexibilidade em relação à abordagem por BSM, permitindo valorar a tomada de decisão ao longo do projeto, como no caso de opções americanas. Em adição, o CRR permite um tratamento claro e intuitivo dos conceitos de Opções Reais e com implementação simplificada em relação aos métodos de tempo contínuo, tornando-se a alternativa preferida em uma ampla variedade de problemas (AMRAM; KULATILAKA, 1999).

Como limitações do modelo CRR, argumenta-se que existem restrições para problemas envolvendo múltiplas variáveis estocásticas (mais de duas) ou dividendos e opções complexas (TRIANITIS; BORISON, 2001) e que o método não é muito adequado na consideração de opções perpétuas (DIAS, 2014a).

Além disso, o método CRR representa a propagação de um movimento aleatório, seguindo o MGB, e verifica-se dificuldade na utilização do método binomial com processos estocásticos diferentes, devido às alterações das medidas de probabilidade em cada período (DIAS, 2014a). Hahn e Dyer (2008) abordam a descrição de movimentos de reversão à média em tempo discreto, listando as possibilidades de:

- a) se optar por soluções baseadas em simulações (que não incluem a construção de árvores de eventos);
- b) usar procedimento alternativos de construção de árvores, como *lattices* trinomiais, que tendem a possuir elevada complexidade;
- c) construir árvores binomiais aplicáveis a processos de reversão à média em que a probabilidade de subida e descida são condicionadas ao valor da variável estocástica.

Outra perspectiva refere-se a considerações de normalidade sobre a distribuição da taxa de retorno, que permitem avaliar pelo método CRR, incertezas dirigidas por processos estocásticos diversos do MGB, como demonstrado em Copeland e Antikarov (2001) e Brandão, Dyer e Hahn (2005b).

Também na avaliação de situações com dependência de trajetória (*path-dependent uncertainties*), Triantis e Borison (2001) e Melese *et al.* (2016) relatam impedimentos para aplicação de modelos CRR, no entanto, Copeland e Antikarov (2001) e Brandão, Dyer e Hahn (2005b) exemplificam o tratamento de problemas com opções de troca e dependência de trajetória através de árvores binomiais, considerando o desenvolvimento de *lattices* independentes, a partir de situações iniciais distintas.

No ramo energético é utilizado o modelo CRR nos trabalhos de Wesseh e Lin (2015) para o confronto entre os custos de energias combustíveis e renováveis e em Hernandez-Perdomo, Mun e Rocco (2017) para integração da valoração por Opções Reais com técnicas de análise multicritério. Bednyagin e Gnansounou (2012) e Mirkhani e Saboohi (2012) utilizam modelos binomiais com opções de expansão e Dalbem, Brandão e Gomes (2014) utilizam duas variáveis estocásticas, combinadas em um *lattice* quadrinomial. Em outras áreas de aplicação, destaca-se o uso de modelos multinomiais nos trabalhos de Kim *et al.* (2014) modelando opções de expansão sequenciais em sistemas de captação de água pluvial e Kobari, Jaimungal e Lawryshyn (2014) com um modelo trinomial para avaliar o efeito de políticas governamentais canadenses na exploração de óleo em areia betuminosa.

2.13.6 Simulação de Monte Carlo Aplicada a Opções Reais

A simulação de Monte Carlo é aplicada a problemas de Opções Reais, determinando-se a distribuição que cada fonte de incerteza possui e gerando-se uma simulação de milhares de cenários de fluxo de caixa, com diferentes valores de ativo subjacente. O valor da opção é calculado em cada um dos cenários simulados e sua média trazida a valor presente (AMRAM; KULATILAKA, 1999; TRIANTIS; BORISON, 2001).

Em um passado próximo, a simulação de Monte Carlos era considerada uma técnica viável apenas para opções europeias e com dificuldades de uma estimativa não tendenciosa, como em Boyle, Broadie e Glasserman (1997). No entanto,

trabalhos mais recentes já consideram avanços no uso desta ferramenta que permitem sua aplicação em opções americanas como apresentado em Ibanez e Zapatero (2004). Essa mudança pode, em grande parte, ser atribuída ao influente artigo de Longstaff e Schwartz (2001) que discute a técnica de mínimos quadrados (LSM), com uma proposta fundamentalmente diferente das técnicas mais utilizadas até então e cálculo da opção de forma regressiva (*backwards*). Para uma opção de espera, por exemplo, o valor em cada momento discreto é obtido ao: (i) simular vários caminhos de acordo com o processo estocástico aplicável e na probabilidade neutra ao risco; (ii) calcular o valor da opção na expiração, como se fosse uma opção europeia; (iii) utilizando todos os valores *in-the-money* no período anterior (avaliação transversal da simulação), estimar o valor condicional da espera através de uma regressão com mínimos quadrados; (iv) comparar o valor de continuar com a opção (calculado pela regressão e descontado à taxa livre de risco) com o valor do exercício imediato das opções *in-the-money*. (v) escolher a de maior valor. O processo é repetido recursivamente para todos os períodos, anulando-se o valor da opção caso a melhor alternativa seja o exercício imediato. Mais recentemente, Brauneis, Mestel e Palan (2013) contribuíram para o método de mínimos quadrados, estendendo a aplicação original ao considerar geração de dividendos em todos os períodos, além de três caminhos possíveis: esperar, investir e abandonar.

Como boa prática, Longstaff e Schwartz (2001) alertam que considerar somente os valores *in-the-money*, possibilitou uma redução significativa do desvio padrão no cálculo do valor esperado condicional, em comparação com os casos em que todos os caminhos foram incluídos.

O uso da simulação de Monte Carlo é especificado frequentemente para a análise de muitas variáveis estocásticas, quando as incertezas são trajetória-dependentes e aplicações incluindo processos estocásticos generalizados, como movimentos não Markovianos e semimartingales, tendo como vantagem mais destacada a flexibilidade (LONGSTAFF; SCHWARTZ, 2001; BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013; DIAS, 2014a; HULL, 2015). Também possui o diferencial de agregar com facilidade incertezas adicionais, sem que o modelo precise ser completamente reconfigurado (LONGSTAFF; SCHWARTZ, 2001; BRAUNEIS; MESTEL; PALAN, 2013) e é facilmente implementado para processamento paralelo (LONGSTAFF; SCHWARTZ, 2001). Melese *et al.* (2016) justificam sua escolha pela simulação devido à menor restrição para divisão dos períodos temporais e distribuição das incertezas.

Como limitações, Hull (2015) alerta que a técnica de Monte Carlo pode gerar dificuldades na previsão de fluxos de caixa, quando realizada do presente para o futuro (*forward*) e Hahn e Dyer (2008) ressaltam a exigente demanda computacional das simulações. Entretanto, as principais desvantagens da simulação residem sobre a sua maior complexidade e menor transparência, que podem gerar dificuldades de envolvimento dos tomadores de decisão e problemas de implantação (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

Dentro do setor energético, aplicações recentes de métodos de simulação incluem Brauneis, Mestel e Palan (2013) e Melese *et al.* (2016) usando o MGB como processo estocástico, Pringles, Olsina e Garcés (2015) que utilizam MGB e MRM modelando diferentes variáveis além de Samper e Vargas (2013) e Pringles, Olsina e Garcés (2014) que incorporam o comportamento de saltos. Samanez, Ferreira e Nascimento (2014a) utilizam simulação para avaliar o valor de da flexibilidade de combustível em automóveis e Rodrigues *et al.* (2015) avalia por Monte Carlo o valor da flexibilidade em uma indústria de biodiesel, analisando até três variáveis estocásticas de insumo e produtos.

Também se destacam os artigos de Liang e Li (2012) com uma análise ambiental no ramo de construção civil, Momani, Al-Hawari e Mousa (2016) que utiliza um processo estocástico baseado na distribuição de Weibull e Schachter *et al.* (2016) com abordagem bastante peculiar, modelando um número reduzido de cenários com diferentes picos de demanda e introduzindo um ruído estocástico de distribuição normal.

2.14 Implementação de Opções Reais

Sobre os aspectos práticos das ferramentas de análise de investimentos, foi discutido na seção 2.6 como a avaliação pelo método de Fluxo de Caixa Descontado frequentemente desconsidera a capacidade de avaliação gerencial, subvalorizando projetos flexíveis e estratégicos. Consequentemente, os resultados obtidos em análises financeiras normalmente são selecionados não somente pelas conclusões do modelo utilizado, mas também com uma análise crítica de gerentes seniores (TRIANIS; BORISON, 2001) ou ainda com a manipulação dos fluxos de caixa, de forma a refletir a intuição de analistas acerca dos projetos (AMRAM; KULATILAKA, 1999).

Embora essa alteração seja comum e aceita na comunidade gerencial, ela está fortemente relacionada com a capacidade de aceitação e aprovação de uma nova metodologia. Por isso, é importante avaliar até que medida o ajuste subjetivo se alinha com o propósito maior de maximização dos resultados. De fato, muitos gestores não concedem elevado valor decisório às análises econômicas objetivas devido às limitações dos modelos e simplificações adotadas, confiando mais na plenitude da crítica aberta de profissionais experientes.

Entretanto, existem limitações no julgamento humano, muitas vezes ocultas e contra intuitivas, assunto abordado em profundidade pelas disciplinas de psicologia cognitiva e economia comportamental. Em referências importantes, Meehl (1954) constatou a superioridade de métodos estatísticos quando comparados a prognósticos de profissionais, em uma grande variedade de aplicações clínicas. Também Tversky e Kahneman (1974) estudaram a capacidade de especialistas na avaliação de situações complexas e previsão de resultados futuros, inclusive no ramo financeiro. As conclusões são de que, ao se defrontarem com questões difíceis, muitas vezes os decisores comutam o desafio por um mais simples e respondem com um processo de heurística.

Segundo Copeland e Antikarov (2001) e Kahneman (2012), além da substituição do problema original, as abordagens intuitivas possuem uma tendência (*bias*) ao otimismo, prevendo resultados acima do esperado sem justificativa fundamentada, o que é um risco concreto na avaliação de investimentos. Por isso, a tentativa de especialistas em considerar fatores de elevada complexidade sem técnicas pragmáticas, somada à inconsistência de julgamento inerente ao ser humano, em geral, conduz a piores resultados quando comparadas a fórmulas e algoritmos, mesmo que estes sejam extremamente triviais (KAHNEMAN, 2012). A proposta de solução para esse potencial risco está na deliberação de que a análise crítica subjetiva se limite a problemas mais simples e diretos (como um parâmetro ou premissa), enquanto questões de maior sofisticação ou retorno a longo prazo (como o dimensionamento de recursos) sejam abordadas com metodologias, o mais objetivas possível.

Para implementação de Opções Reais como forma sistemática de avaliação, Amram e Kulatilaka (1999) e Copeland e Antikarov (2001) argumentam que o maior desafio não está na ferramenta em si, mas na alteração do modo de pensar dos gestores e da equipe. No exemplo das empresas que já adotam Opções Reais,

Triantis e Borison (2001) percebem que a abordagem pode ser classificada em três categorias:

- a) Opções Reais como maneira de pensar: onde a empresa beneficia-se da percepção de que as incertezas devem ser compreendidas e da existência de opções a serem aproveitadas, além da adoção de uma linguagem unificada entre departamentos;
- b) Opções Reais como ferramenta analítica de avaliação: onde as técnicas são utilizadas para avaliar projetos e portfólios, normalmente de forma complementar a outras técnicas de FCD;
- c) Opções Reais como processo organizacional: onde a avaliação de Opções Reais permeia a formação de portfólios, avaliação de projetos individuais e se conecta com os processos de avaliação de risco empresarial, acompanhamento de projetos e avaliação das equipes.

Embora os três níveis apresentem uma gradação crescente de maturidade na adoção de Opções Reais, é possível que as empresas maximizem seu valor em qualquer um deles, a depender do seu processo e cenário.

Segundo Triantis e Borison (2001), empresas com um legado de avaliações de investimentos considerando incertezas têm maior facilidade na adoção da Teoria de Opções Reais. Em oposição, empresas com tradição em avaliações de caráter informal, como previsões e taxas de vedação, apresentam maiores dificuldades. As últimas tendem a enxergar Opções Reais como uma técnica competidora das abordagens vigentes, ao invés de uma evolução.

Seja como progresso dos processos utilizados, seja como inovação disruptiva, a adoção de Opções Reais passa por uma etapa de apresentação conceitual e convencimento. Segundo Rogers (2010), a adoção de uma nova ideia, de forma geral, é mais provável caso essa se destaque em cinco atributos:

- a) vantagem relativa: sendo realmente percebida como superior ao modelo que deseja suplantiar;
- b) compatibilidade: sendo compatível com as necessidades e valores dos profissionais envolvidos;
- c) complexidade: se mostrando simples de entender, implementar e usar;
- d) potencial de teste: possuir a capacidade de ser colocada à prova e produzir resultados consistentes;
- e) observabilidade: capacidade de ser transparente e clara.

Brandão, Dyer e Hahn (2005b) relataram que a resolução de problemas práticos por Opções Reais é frequentemente limitada pela complexidade matemática, restrições teóricas severas e falta de apelo intuitivo, constatação fortemente correlacionada aos fatores mencionados e que devem ser observados para potencializar o sucesso da implantação.

Embora a experiência da implementação de Opções Reais nas empresas seja variada, alguns passos comuns para o sucesso são destacados e assemelham-se a implementação de projetos de P&D (TRIAANTIS; BORISON, 2001): (i) implementar através de um projeto piloto e com objetivo específico de aprendizado; (ii) conseguir patrocínio da alta gerência com os resultados do piloto; (iii) inserir Opções Reais no processo através de um grupo de trabalho especializado, com treinamento adequado e conhecimento para aplicação específica na empresa; (iv) institucionalizar a prática para toda a firma.

Como fundamento do processo, um outro aspecto merecedor de ênfase é a gestão de reconhecimento e recompensa dos executivos envolvidos. O tópico é essencial, uma vez que os riscos e decisões elucidadas pela avaliação com Opções Reais, apesar de serem as melhores alternativas, normalmente não fazem parte do conceito convencional de valorização profissional. Além disso, algumas decisões ótimas também podem ser incorretamente entendidas como fracassos, como o fechamento de uma planta ou a postergação da produção de um ativo (COPELAND; ANTIKAROV, 2001; TRIAANTIS; BORISON, 2001).

3 METODOLOGIA E RESULTADOS

A metodologia para valorar o exercício ótimo de opções americanas ainda permanece como um dos problemas mais desafiadores das finanças de derivativos. Por isso, esses problemas exigem que se identifique claramente o valor do exercício imediato e o valor condicional de permanecer com a opção aberta, optando-se sempre pela escolha de maior valor (LONGSTAFF; SCHWARTZ, 2001). Nesse objetivo, a metodologia da dissertação segue os passos orientados por Copeland e Antikarov (2001): (i) formatação do problema sem flexibilidade; (ii) incorporar incertezas com árvore de eventos; (iii) incorporar as opções na árvore de eventos; (iv) avaliar de acordo com os princípios de Opções Reais. Também são utilizadas sugestões de organização discutidas por Amram e Kulatilaka (1999).

Na caracterização do tipo de opção a ser tratada, o acréscimo da quantidade de sistemas adquiridos em contratos de serviços é intuitivamente aderente ao conceito de Opções de Expansão, no entanto, o exercício dessa categoria de opções é usualmente associado ao aumento proporcional do valor de ativo, conforme exemplos de Trigeorgis (1996), Copeland e Antikarov (2001), Brandão, Dyer e Hahn (2005a) e Dias (2014a), motivo pelo qual as alterações não proporcionais do valor dos contratos, geradas pela expansão da oferta, serão incorporadas como Opções de Troca, uma categoria versátil, detalhada no item 2.9.1.3.

A organização da metodologia é realizada com o item 3.1 convertendo os objetivos da dissertação em hipóteses, a serem testadas com o modelo desenvolvido. O item 3.2 classifica o presente trabalho de acordo com o método de pesquisa científica aplicado. O item 3.3 inicia a adequação do problema às ferramentas de Opções Reais, através da comparação dos parâmetros de interesse com os parâmetros utilizados em modelos já consagrados, nas áreas de Finanças e em aplicações da indústria de óleo e gás. O item 3.4 delimita as opções reais a serem consideradas, assim como as principais premissas norteadoras. Os itens 3.5 e 3.6 dissertam sobre a escolha do método de solução e do programa computacional a ser utilizado no cálculo, respectivamente. Em seguida, os itens 3.7, 3.8 e 3.9 abordam uma representação matemática da variável estocástica, das receitas e das despesas, respectivamente. O item 3.10 avalia o investimento utilizando o método tradicional de FCD, sem flexibilidade. No item 3.11 é introduzido o procedimento de construção da árvore de eventos através do modelo binomial, avaliando o contrato sem flexibilidade

e também com a capacidade de aumentar o número de sistemas contratados. O item 3.12 finaliza a discussão apurando a influência do ônus de alteração (custo fixo atrelado ao aumento das quantidades contratadas), mostra resultados considerando limitações na capacidade de expansão e aborda a sensibilidade à variações das taxas de desconto.

3.1 Hipóteses

As seguintes hipóteses são estabelecidas com o objetivo de retratarem as questões fundamentais do problema abordado e a serem testadas.

H1: É possível definir critérios para obtenção de um fluxo de caixa para os contratos de prestação de serviços de sistemas especializados de poços submarinos, a fim de aplicar técnicas de análise de investimentos.

H2: A Teoria de Opções Reais é capaz de nortear o dimensionamento inicial do contrato, considerando a flexibilidade do modelo proposto.

H3: A Teoria de Opções Reais consegue gerar um modelo coerente, permitindo valorar a opção de aumentar o nível de serviço, ao longo da prestação.

H4: A Teoria de Opções Reais consegue estabelecer um critério objetivo e prático que permita ao gestor determinar o momento adequado para exercer as opções de troca.

3.2 Classificação do Método de Pesquisa

A metodologia do trabalho foi classificada de acordo com as categorias definidas por De Oliveira (2011) segundo objetivo, natureza, escolha do objeto, técnica de coleta de dados e técnica de análise de dados.

Considerando a definição de Lakatos e Marconi (2010), o objetivo desta pesquisa pode ser classificado como pesquisa explicativa, uma vez que procura desenvolver o problema estipulando variáveis de interesse, modelando seu comportamento e estabelecendo relações de causa e efeito com o objetivo final.

Quanto à natureza, pode ser classificada como quantitativa devido à busca de validação das hipóteses através de dados estruturados e estatística.

Em relação à escolha do objeto, considera-se que a dissertação se enquadra na categoria de estudo de caso único, à medida que os parâmetros são calibrados

com dados de uma categoria específica de recursos. Ressalta-se, entretanto, que todo o trabalho detalha o método e as premissas de forma que se possa, com facilidade, generalizá-lo para outros grupos de interesse.

Na categoria de técnica de coleta de dados, identifica-se parte do trabalho relacionado à pesquisa bibliográfica, na busca de modelos semelhantes e dados de mercado que permitam aplicação direta ou adaptação, mas também possui uma etapa importante de pesquisa documental relacionada aos parâmetros particulares dos serviços de completção de poços e seu ambiente.

Sobre a técnica de análise dos dados é utilizada a estatística descritiva univariada na definição dos parâmetros médios (valores esperados) e de dispersão, ao longo de todas as etapas de desenvolvimento e aplicação do modelo.

A Figura 9 resume as classificações da metodologia científica aplicadas neste trabalho segundo as categorias de De Oliveira (2011).

QUANTO AO OBJETIVO	QUANTO À TÉCNICA DE COLETA DE DADOS
Exploratória Descritiva Explicativa	Entrevista Questionário Observação
	Pesquisa bibliográfica Triangulação Pesquisa-ação
	Pesquisa documental Experimento
QUANTO À NATUREZA	QUANTO À TÉCNICA DE ANÁLISE DE DADOS
Qualitativa Quantitativa Qualitativa-Quantitativa	Análise de Conteúdo Estatística Multivariada
QUANTO À ESCOLHA DO OBJETO	Estatística Descritiva Univariada Triangulação
Caso Único Censitário	
Casos Múltiplos Amostragem	

Figura 9 - Classificação da metodologia científica de acordo com De Oliveira (2011).

Fonte: Autor

3.3 Associação dos Parâmetros

Em um contrato de serviços, as opções de troca são comparáveis às opções reais de expansão e às opções financeiras de compra (*call*), valorizando-se nos cenários de alta do ativo básico. Em uma opção financeira sem dividendos, o valor imediato da opção consiste na diferença entre o valor de mercado do ativo básico e o preço de exercício, enquanto que nesta aplicação, a Opção de Troca é avaliada como receita adicional obtida pela ampliação da capacidade de atendimento. Dessa forma,

será estabelecida uma relação direta entre o fluxo de caixa do contrato (receita) e o valor da variável estocástica (utilização), que consolida as incertezas consideradas no processo. De forma a obter uma associação cognitiva, a Tabela 4 retrata uma analogia dos parâmetros de um ativo financeiro (opção *call* de uma ação) com a opção de troca na contratação de serviços.

Tabela 4 - Analogia entre Opções Financeiras e Contratação de Serviços.

Símbolo	Opção Financeira sobre Ação	Contratação de Serviços
F	Valor da opção de compra	Valor da flexibilidade que permite aumentar o número de sistemas contratados
V	Preço de mercado da ação	Valor do contrato
K	Preço de exercício da opção	Valor pago para realizar a troca
σ	Desvio padrão da taxa de retorno do ativo financeiro (ação)	Desvio padrão da taxa de retorno do investimento
τ	Tempo de expiração da opção	Tempo restante de contrato
δ	Taxa de dividendos	Razão do fluxo de caixa obtido e valor do contrato no mesmo período

Fonte: Autor

O problema em estudo também pode ser comparado a uma das aplicações mais consagradas de Opções Reais, que se refere a valoração de reservas não desenvolvidas de petróleo. Novamente, a comparação é útil para facilitar a compreensão do modelo proposto, aproveitando-se das semelhanças e discriminando as diferenças importantes. A Tabela 5 associa a interpretação dos parâmetros das análises de reservas de petróleo (PADDOCK; SIEGEL; SMITH, 1988; DIAS, 1996; MARRECO, 2001; FARIA, 2015) em relação à contratação de serviços especializados deste trabalho.

Tabela 5 - Analogia entre Reservas de Petróleo e Contratação de Serviços.

Símbolo	Avaliação de Reservas	Contratação de Serviços
F	Valor da reserva não desenvolvida	Valor da flexibilidade que permite aumentar o número de sistemas contratados
V	Valor corrente da reserva desenvolvida (mercado)	Valor do contrato
K	Custo de desenvolvimento da reserva	Valor pago para realizar a troca
σ	Desvio padrão da taxa de variação da reserva não desenvolvida	Desvio padrão da taxa de retorno do investimento
τ	Tempo até a expiração de direitos sobre o bloco	Tempo restante de contrato
δ	Receita líquida da produção menos a depleção da jazida	Razão do fluxo de caixa obtido e valor do contrato no mesmo período

Fonte: Adaptado de Paddock, Siegel e Smith (1988)

3.4 Premissas e Simplificações do Modelo

A definição das premissas é um fator de elevada relevância na modelagem dos problemas. Para o desenvolvimento desta dissertação, são definidas as seguintes considerações objetivando aderência e simplicidade, importantes para confiabilidade dos resultados e aceitação dos usuários respectivamente:

- a) as únicas opções consideradas no modelo referem-se à capacidade de aumentar a quantidade de sistemas contratados: Essa flexibilidade é tratada como opções de troca (*switch options*) sobre o valor do projeto, por sua vez relacionado à variável estocástica utilização;
- b) os contratos de serviço possuem duração de quatro anos: o que é coerente com a prática de mercado, conforme explicações apresentadas no item 1.2;
- c) a decisão do número de sistemas iniciais é realizada no início do contrato: esta é uma simplificação, uma vez que o número inicial de sistemas é definido anteriormente, no período de negociação. Entre este marco e o início da prestação do serviço ocorre o trâmite de contratação e o tempo de mobilização, um intervalo de tempo usualmente da ordem de dois anos. Portanto, a incerteza associada em um caso real é maior (tendendo a valorizar as opções). A deliberação por essa premissa, considera que a simplificação ocorre mantendo a representatividade do estudo;
- d) a opção é exercida ao custo fixo de R\$6 milhões para cada adição (aproximadamente seis meses de serviço): Esta premissa inclui um ônus de alteração com intuito de evitar situações de risco desproporcional. Opções exercidas muito próximas ao fim dos contratos, sem a devida compensação, exigiriam o investimento de um valor fixo adicional pelo fornecedor (na mobilização de recursos e contratação de pessoas) sem a capacidade de recuperação posterior do investimento. Na prática, o fornecedor poderia assumir o risco de não atender à solicitação, submetendo-se às penalidades previstas ou a situação causaria dificuldades de negociação dos termos e dos valores contratuais, devido à assimetria de valor entre as partes;
- e) a adição de sistemas ao contrato é irreversível: Portanto, uma vez incorporado o serviço, este permanece até o fim do contrato. A consideração não possui unicamente a finalidade de simplificação, ela é considerada adequada ao propósito, pois sincroniza a prontidão do fornecedor de se mobilizar com

agilidade frente à demanda do cliente, com agregação de valor. A possibilidade de uma desmobilização, por outro lado, implica no comprometimento da rentabilidade já considerada pelo fornecedor, o que parece gerar uma assimetria de valor entre os pontos de vista das partes. No entanto, a avaliação sistemática desta premissa através da abordagem científica é apropriada e sugerida como trabalho futuro ao fim da dissertação;

- f) o número de sistemas que podem ser acrescentados é ilimitado: Como o modelo incorpora um custo de troca considerável, espera-se que o exercício das opções não gere incoerências de ordem prática por esta liberdade. No entanto, deve-se ter uma análise crítica das situações em que o modelo sugira alterações para valores muito diferentes da quantidade inicial contratada, o que pode gerar problemas de ordem prática. Uma discussão mais detalhada desta premissa é realizada no item 3.12.2;
- g) a inclusão de múltiplos serviços pode ser realizada de forma simultânea: Esta premissa representa que as quantidades de sistemas não necessariamente devem ser adicionadas ao contrato de forma unitária e sequencial. Todas as opções de acréscimo estão abertas ao mesmo tempo;
- h) a única fonte do recurso é o contrato vigente, não sendo possível obtê-lo no mercado: Mesmo que seja uma simplificação clara, o tempo convencional de contratação e mobilização de recursos especializados é usualmente próximo do tempo de vigência dos contratos, por isso não se considera que uma modelagem mais realista sob esse aspecto afete significativamente os resultados;
- i) a adição de sistemas é realizada imediatamente: Isto significa que quando a opção de troca é exercida, o fluxo de caixa se altera no próximo período. A premissa é simplificadora no sentido de que se espera um tempo de mobilização quando as condições contratuais são alteradas. No entanto, a ideia central do modelo de negócio proposto refere-se à redução significativa do *lead time* através de um planejamento e preparação prévios. A incorporação de um tempo de mobilização ao modelo pode ser realizada com considerações similares a tempo de construção e a extensão é sugerida como trabalho futuro. Como ponto de atenção, destaca-se a existência de um valor adicional na capacidade de aumentar, referente ao uso de valores previamente negociados no lugar de valores praticados em uma alta de mercado (similar às avaliações

convencionais de opções financeiras), mas esse efeito (admitindo uma incerteza de preços, possivelmente correlacionada à variável utilização) também é sugerido para extensão;

- j) não existe um limite superior para a variável utilização: A modelagem por processos que utilizam o logaritmo natural determina intrinsicamente um limite inferior no valor zero e seria possível estabelecer artificialmente também um limite superior (barreira repelente) para a variável estocástica, baseado por exemplo na previsão de unidade marítimas no período, entretanto, é provável que a dinâmica não seja significativamente influenciada por essa característica na maior parte do tempo. Com isso, optou-se por privilegiar-se a simplicidade do modelo (ignorando o limite superior) e sugerindo-se uma possível análise em trabalhos futuros;
- k) o período logístico e eventuais ociosidades a bordo não são considerados na utilização: Esta simplificação é utilizada para que se possa considerar o mesmo valor da variável estocástica como referência de receita e custo, pois a receita está associada à efetiva aplicação do recurso, enquanto oferta é exigida em todos os períodos do ciclo, mesmo sem agregar valor ao cliente. O impacto desta premissa é muito dependente do modelo operacional e infraestrutura logística, tendendo a reduzir o VPL à medida que ineficiências são mais relevantes. Apesar disso, tanto os modelos de negócio convencionais quanto os flexíveis são afetados e a premissa não deve ser influente na análise comparativa.

3.5 Escolha do Método de Solução

Durante a exposição sobre métodos aplicados a modelos de Opções Reais (item 2.13) foi apresentada a organização em três grupos, baseados na resolução de equações diferenciais, programação dinâmica e em simulação. De forma a maximizar o potencial de resolução e adoção, as características de aplicação dos métodos de cada um desses grupos foram comparadas especificamente para o problema desta dissertação e considerando a implementação em uma indústria de mercado. Para isso, a facilidade de aplicação no problema, em conjunto com os cinco atributos discutidos no item 2.14 (superioridade, compatibilidade, baixa complexidade, grande capacidade de teste e transparência) foram avaliados.

O grupo de solução por equações diferenciais parciais é aquele que consegue as soluções mais rápidas e exatas em uma ampla variedade de aplicações. No entanto, as idiosincrasias deste problema, como caráter de opção americana, horizonte finito, pagamento de dividendos e preço de exercício variável, desfavorecem a facilidade de aplicação de métodos por EDPs e a obtenção de uma solução analítica. Concebe-se que os métodos por simulação de Monte Carlo e programação dinâmica conseguem abordar tais características, sendo que as soluções de programação dinâmica possuem implementação de menor complexidade.

Como vantagem relativa sobre os métodos de consideração de risco aplicados usualmente na indústria de óleo e gás, verifica-se que algumas incertezas são desconsideradas devido às limitações das ferramentas apresentadas no item 2.3.5 ou mesmo ao processo de medição e gestão. As soluções por Opções Reais conseguem considerar de forma combinada riscos sistemáticos e não-sistemáticos envolvidos, sendo que os métodos de Monte Carlo possuem facilidade maior em trabalhar com algumas incertezas de forma desagregada, o que pode adicionar valor.

Na utilização de Opções Reais, existem desafios culturais ao inserir conceitos de decisão envoltos em probabilidades e técnicas mais modernas, quando comparados às usualmente existentes nas rotinas de gestão. Entretanto, o grupo de resolução por EDPs abordam as questões de forma ainda mais avançada, através de integrais e cálculo estocástico, que podem agravar a reatividade ao modelo em ambiente industrial. O método de Monte Carlo, como mostrado pelo sucesso conquistado nas aplicações recentes, é percebido como alternativa sofisticada e prática, o que atua em favor da compatibilidade, mas possui alta complexidade técnica para elaboração dos modelos, o que onera o quesito simplicidade.

O potencial de testes está vinculado a alteração de parâmetros com facilidade, de forma a exercitar situações convenientes. Essa característica é muito acentuada nos modelos de Monte Carlo e deve ser realizada com maior cuidado em EDPs. A programação dinâmica ocupa uma posição intermediária entre os dois grupos.

Sobre a observabilidade dos resultados, as simulações usualmente fornecem resultados através de uma curva de probabilidades, não permitindo uma visão direta das etapas intermediárias. A programação dinâmica, em especial através de árvores de incerteza, permite visualizar o desenvolvimento do túnel de risco e valores intermediários, no entanto gera informação apenas nos pontos calculados, aproximando algumas conclusões. As equações diferenciais, apesar de exigirem

conhecimentos mais aprofundados e serem limitadas a situações específicas, geralmente são mais capazes de fornecer equações e previsões sobre aspectos importantes, como a curva de gatilho.

As avaliações, ajustadas em escala semiquantitativa, são resumidas na Figura 10.

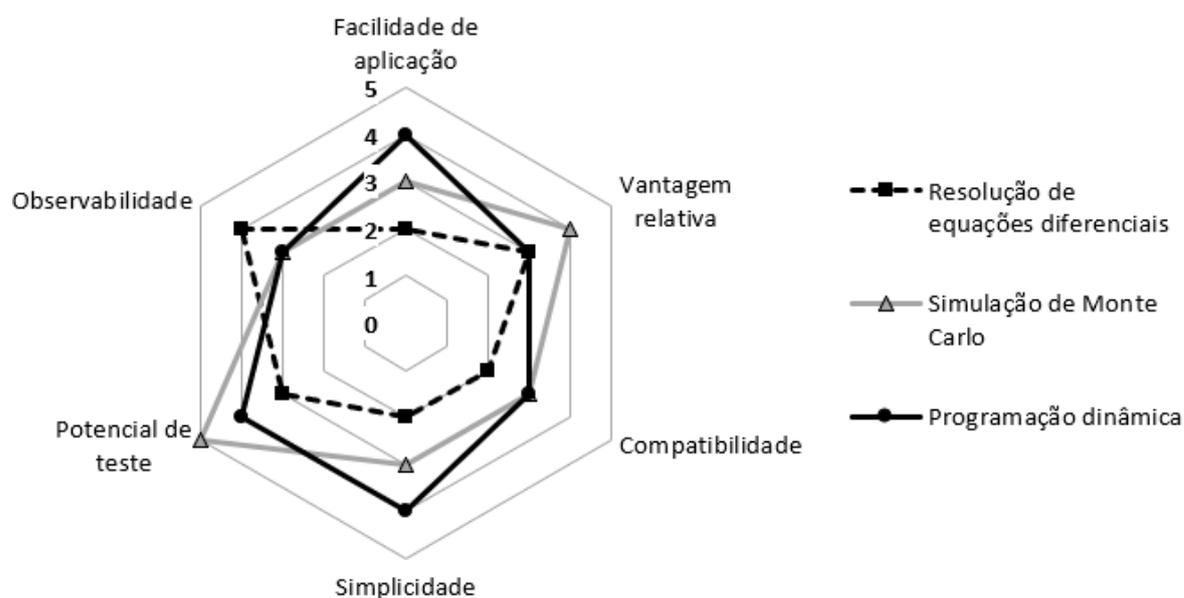


Figura 10 - Avaliação semiquantitativa do potencial de resolução e de implementação do problema em questão, de acordo com os grupos de solução de Opções Reais. Fonte: Autor

Privilegiando o desenvolvimento do modelo e maximização de sucesso da implementação, selecionou-se como melhor alternativa o grupo de programação dinâmica, através da abordagem binomial de Cox-Ross-Rubinstein (CRR). A escolha intenciona valer-se das vantagens de facilidade de aplicação, simplicidade e compatibilidade, sem que fossem identificados prejuízos relevantes frente aos métodos mais sofisticados de simulação. Também é um método com boa capacidade de absorção pelas corporações, atribuída a boa observabilidade das considerações e dos valores intermediários, assim como competência adequada para testes. As referências com estudos de casos, como a introdução de opções reais nos contratos de venda de aeronaves da Airbus (COPELAND; ANTIKAROV, 2001), corroboram com os argumentos apresentados, destacando a simplicidade do método CRR frente aos usuários e gestores.

3.6 Seleção do Programa Computacional

O uso de planilhas eletrônicas é muito popular na avaliação de Opções Reais. Modelos discretos possuem a facilidade de implementação nesses *softwares*, agregando a vantagem de serem programas familiares à grande maioria dos usuários, o que elimina um obstáculo de aceitação e favorece o atributo de transparência. Alguns trabalhos apresentam exemplos claramente desenvolvidos em planilhas como Copeland e Antikarov (2001), Dias (2014a) e Dias (2014b). Mesmo para resoluções por simulação, é comum que se encontre menção a complementos como @Risk da empresa Palisade ou Crystal Ball desenvolvido pela Oracle, que permitem obter as funcionalidades necessárias no programa de planilha eletrônica Microsoft Excel. Dias (1996) destaca como vantagens da implementação em planilhas eletrônicas, a facilidade de implantação, por serem aplicativos normalmente já disponíveis em estações de trabalho, e também maior facilidade na receptividade por usuários e patrocinadores, devido à maior familiaridade com sua utilização e interfaces.

Segundo Costa (2014), no período de 1989 a 2012, entre as dissertações e teses com tema em Opções Reais, 68,9% utilizaram-se de algum *software* para o cálculo de opções. Dentre estes trabalhos, 62,4% realizaram o cálculo em planilhas Excel (com ou sem complementos) e 21,8% utilizaram um programa de desenvolvimento próprio, em linguagens como C++, VBA, R ou MatLab.

Dentre algumas referências que explicitaram o *software* utilizado incluem-se:

- a) aplicações que utilizam planilhas eletrônicas na solução de problemas de Opções Reais: Dias (1996), Marreco (2001), Yang e Blyth (2007) e Faria (2015);
- b) aplicações que utilizam *softwares* de programação específicos: Dias (2001) e Lazo *et al.* (2003) utilizando a linguagem C++;
- c) aplicações que utilizam *softwares* dedicados comerciais: Sharma *et al.* (2002) e Han (2003) que utilizaram o *software* WellDynamics, especificamente direcionado para completação inteligente de poços de petróleo.

Reconhecendo as vantagens de simplicidade e clareza apresentadas nos argumentos dos autores, decidiu-se pela implementação do modelo desta dissertação em planilha eletrônica utilizando o *software* Microsoft Excel 2013 e o complemento Crystal Ball, para simulação da taxa de retorno do investimento.

3.7 Representação Matemática da Variável Estocástica

O modelo considera como única fonte de incerteza o nível de necessidade do serviço analisado, como percebido pelo cliente e fornecedor. Nesse caso, verifica-se que o comportamento da variável (valor médio e dispersão) é regido por um agregado de fatores. Como a necessidade do recurso não se refere exclusivamente à quantidade do serviço consumido (PINDYCK; RUBINFELD, 2007) preferiu-se por não utilizar o termo demanda para descrever a variável estocástica. Alternativamente, o nível de necessidade do recurso é caracterizado por utilização, cujo símbolo é definido como $y(t)$ e representa quantos recursos são utilizados no instante t .

A definição de utilização é realizada por meio do uso unitário (uu), uma variável binária, que assume o valor um no período em que o recurso está alocado para os serviços e zero quando o recurso está disponível para aplicação, conforme esquemático na Figura 11. As etapas representadas referem-se à uma aplicação convencional, sendo que não é necessária a existência de períodos de transporte ou disponibilidade entre serviços consecutivos (que podem ser realizados no mesmo local).

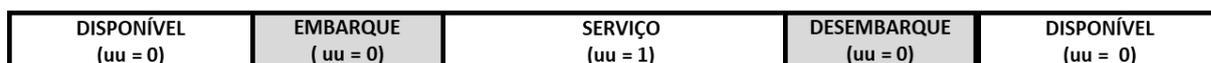


Figura 11 - Esquemático do critério de contagem da variável uso unitário.

Fonte: Autor

De forma agregada, em cada medição periódica é aferido um número inteiro referente à contagem dos recursos sendo utilizados na ocasião, designado por utilização instantânea. A utilização é então definida como um valor adimensional, calculado pela média das utilizações instantâneas representativas do período t , conforme equações 66 e 67.

$$y^i_m = \sum_{n=1}^{s_m} uu_{m,n} \quad (66)$$

$$y_t = \frac{\sum_{m=1}^w y^i_m}{w} \quad (67)$$

Onde:

y_t = utilização no período t

y^i_m = utilização instantânea na etapa de medição m

$u_{m,n}$ = uso unitário na etapa de medição m referente ao recurso n
 S_m = oferta total de recursos contratados na etapa de medição m
 w = quantidade de etapas de medição contidas no intervalo temporal t

Como concebido, o comportamento da variável é influenciado pelos seguintes fatores principais:

- a) demanda: caracterizada pela taxa de serviços solicitados, como operações por mês. Essa fonte de incerteza pode ser influenciada tanto pelo aquecimento/crise do setor (risco exógeno de mercado) como alterações técnicas que ampliem/reduzam o uso do serviço (risco endógeno de caráter técnico);
- b) duração dos serviços: a utilização incorpora o tempo que um recurso é utilizado. Mantendo a demanda constante, o aumento do tempo médio de uso em cada demanda, aumenta a utilização. Em um ambiente *offshore*, a duração também pode ser influenciada pelo tempo logístico de embarque e desembarque (quando este é considerado), além das características operacionais específicas da etapa em que é utilizado;
- c) *mix* de serviços atendidos: Um mesmo tipo de serviço pode atender a vários escopos diferentes de trabalhos (competição interna). A alteração da proporção dos serviços atendidos pelos recursos pode, por si só, caracterizar uma variação da utilização;
- d) distribuição da demanda no tempo: a variação de curto prazo da utilização está diretamente relacionada com a distribuição das demandas no tempo. A manutenção do padrão passado é uma das premissas de utilização dos dados históricos.

A Figura 12 retrata os dados de utilização de um recurso especializado para completção de poços submarinos. A série temporal mostra as observações semanais da variável em um período de aproximadamente 8 anos e 2 meses. O recurso utilizado na medição não é mencionado por sigilo dos dados, mas os valores de cada uma das 426 medições são relacionados no Apêndice A, uma representação da frequência por histograma na Figura 13 e estatísticas descritivas na Tabela 6.

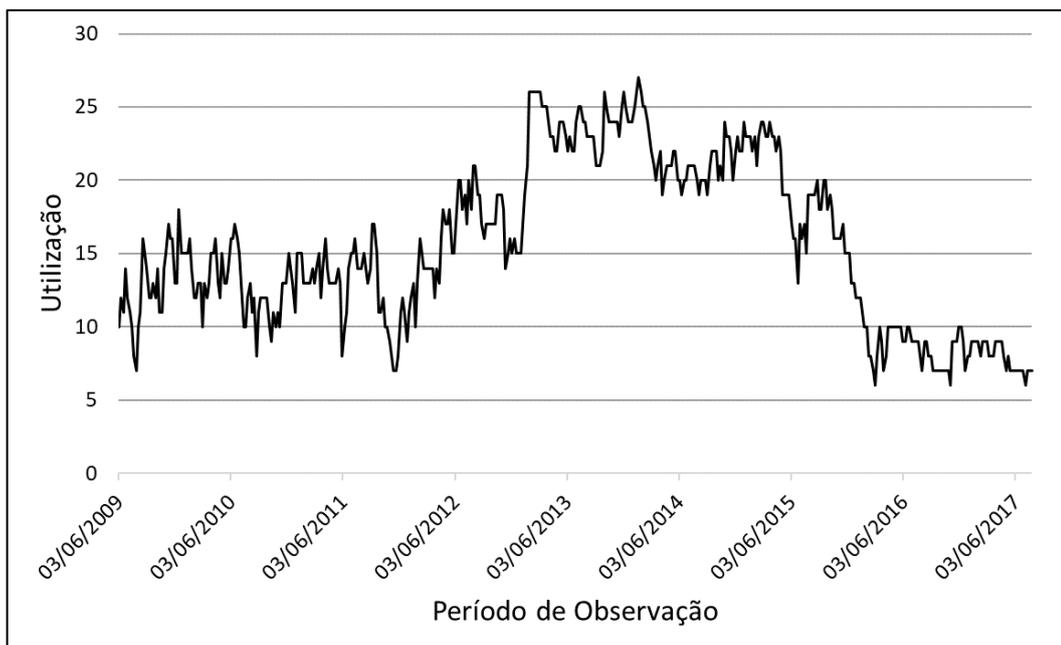


Figura 12 - Série temporal representando a utilização no tempo. Fonte: Autor

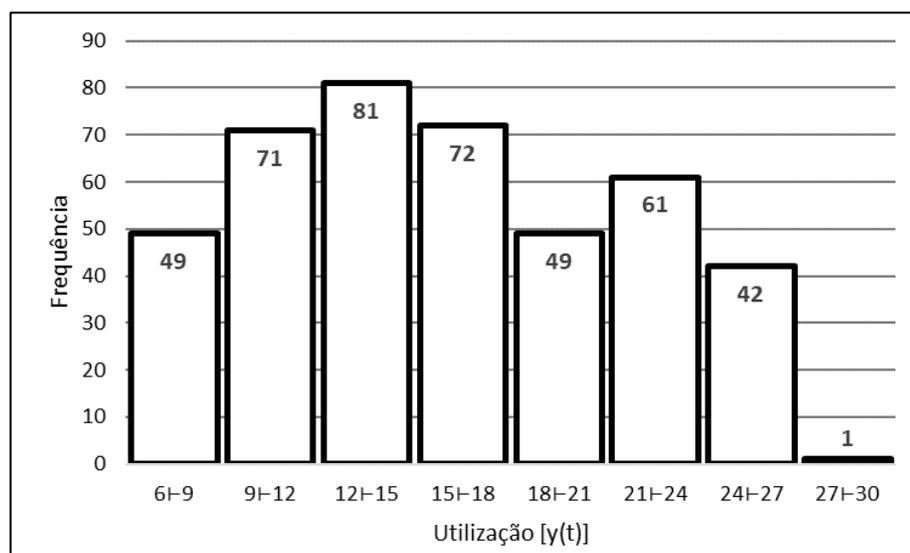


Figura 13 - Histograma construído com a variável estocástica. Fonte: Autor

Tabela 6 – Estatísticas descritivas da variável utilização

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Média	12,84	12,79	12,69	16,21	23,42	21,72	18,90	8,69	7,93
Moda	12	13	13	17	24	20	23	10	9
Máximo	18	17	17	21	26	27	24	12	9
Mínimo	7	8	7	10	15	19	12	6	6
Desvio Padrão	2,583	2,052	2,493	2,562	2,199	1,955	3,351	1,435	0,944

medições semanais e $w=1$; ano de 2009 contempla dados entre 03/06 e 30/12 e o ano de 2017 dados entre 04/01 e 26/07.

Fonte: Autor

A escolha do processo para a variável estocástica deve ser definida de acordo com a natureza de seu comportamento. Conforme discutido no item 2.11, os autores defendem o uso de representações adequadas, reforçando que o processo tenha a capacidade de refletir os casos em que a variável não possa assumir valores negativos, o que é usualmente obtido utilizando a distribuição lognormal.

Com essa consideração, os possíveis representantes da variável utilização foram selecionados como o Movimento Geométrico Browniano (MGB) e o MRM Exponencial de Ornstein Uhlenbeck. Esses processos permitem representar a série temporal de utilização com fidelidade adequada aos seus fatos estilizados, assim como possuem a simplicidade necessária à aplicação da Teoria Econométrica e de Opções Reais.

Adaptando-se os símbolos convencionados para utilização, as equações de regressão 33 e 41, para o MGB e Modelo MRM Exponencial de Ornstein-Uhlenbeck respectivamente, são reproduzidas novamente por conveniência nas fórmulas 68 e 69.

$$\ln(y_t) - \ln(y_{t-1}) = a + u_t \quad (68)$$

$$\ln(y_t) - \ln(y_{t-1}) = a + (b - 1) * \ln(y_{t-1}) + u_t \quad (69)$$

Para facilitar a tratativa através desses modelos, define-se adicionalmente a variável x_t como o logaritmo natural da utilização e Δx como os log-retornos da variável estocástica, conforme relações 70 e 71.

$$x_t = \ln(y_t) \quad (70)$$

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} \quad (71)$$

Utilizando essa terminologia, a equação 72 mostra a forma de regressão mais geral, sendo que o MGB se trata de um caso especial, em que $b = 1$.

$$\Delta x_t = a + (b - 1) * x_{t-1} + u_t \quad (72)$$

Conforme metodologia orientada em Copeland e Antikarov (2001) e aplicada nos trabalhos de Samanez, Ferreira e Nascimento (2014a) e Rodrigues *et al.* (2015), utiliza-se os dados da série temporal para aplicação de uma regressão por mínimos

quadrados ordinários (MQO), através do *software* Microsoft Excel, obtendo-se os resultados mostrados na Tabela 7. Parâmetros adicionais da regressão estão relacionados no Apêndice B.

Tabela 7 - Parâmetros de regressão por mínimos quadrados de Δx em $x(t-1)$.

<i>Dados de regressão</i>	
Coefficiente a	0,1053
Coefficiente (b-1)	-0,0397
R-Quadrado	0,0184
SQ resíduos	5,2908
Erro padrão da regressão	0,11184
Observações	425

Fonte: Autor

A Figura 14 mostra o gráfico dos valores de Δx em relação a x_{t-1} , assim como a reta de regressão obtida.

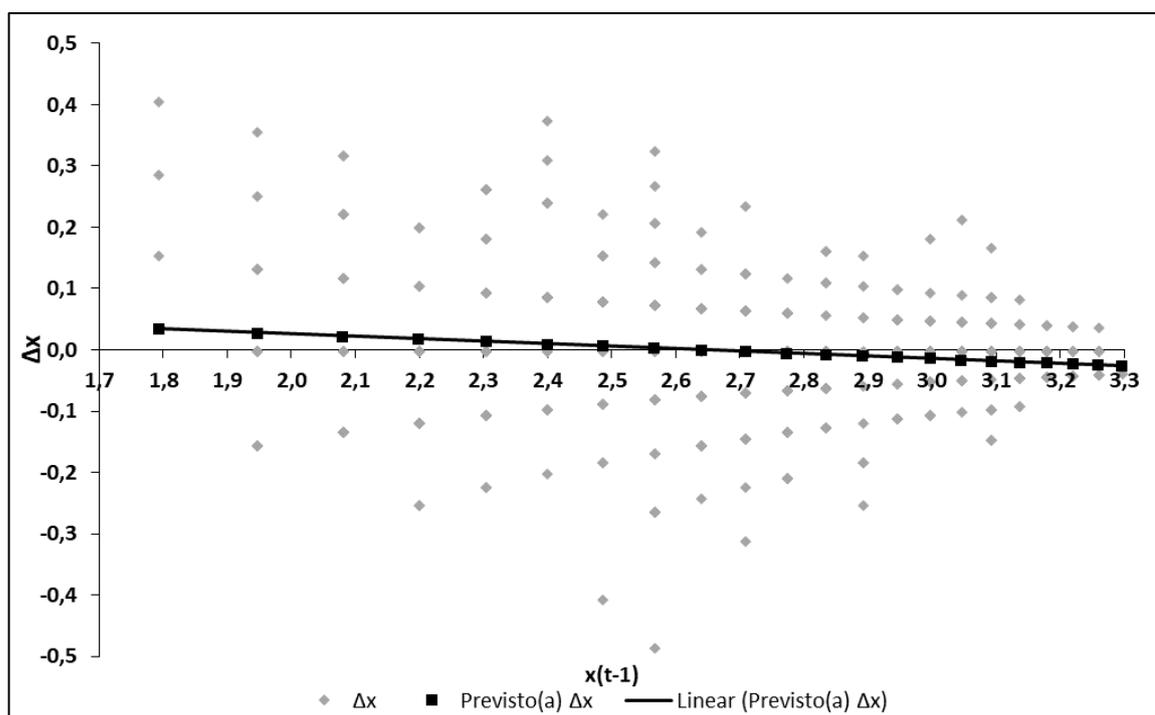


Figura 14 - Gráfico dos valores utilizados na regressão de Δx em $x(t-1)$ e ajuste de reta.
Fonte: Autor

A Figura 15 exibe graficamente o quadrado dos resíduos da regressão. Nela é possível verificar que valores maiores da variável independente (relacionada diretamente à utilização) possuem menor dispersão, caracterizando

heterocedasticidade. Essa alteração de variância pode ser prevista pela saturação do recurso, que impede grandes variações positivas devido às restrições físicas e previne naturalmente as variações negativas, pela alta demanda. Essa característica vincula a utilização como função da oferta, o que será desconsiderado no modelo. No entanto, caso fosse possível medir a utilização de forma independente, ocorreria um aumento da volatilidade, o que favorece o valor das opções reais existentes.

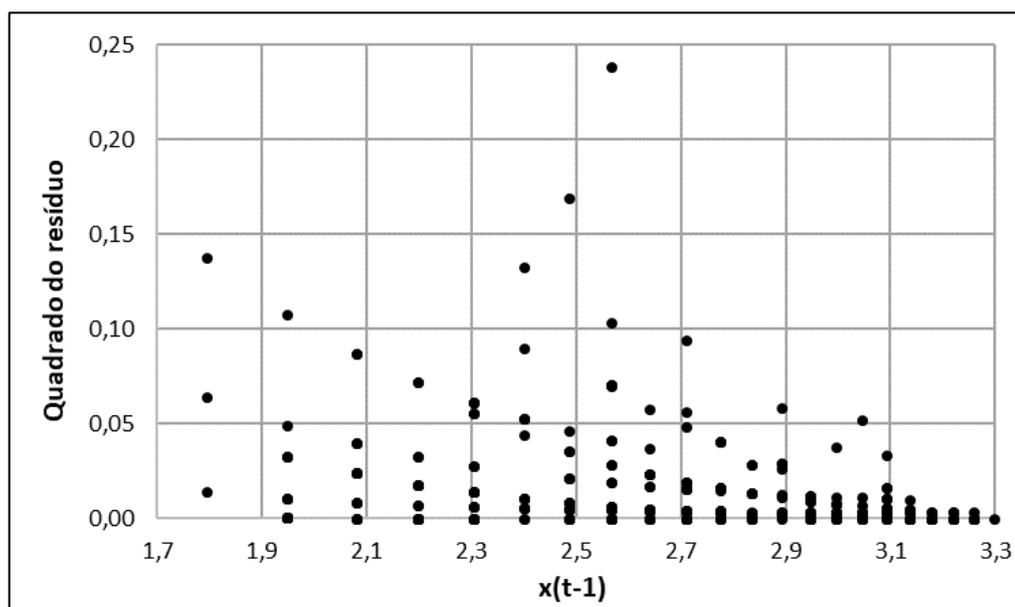


Figura 15 - Distribuição dos quadrados dos resíduos após regressão por MQO.
Fonte: Autor

Conforme discutido no item 2.12.2, a escolha entre os modelos estocásticos de MGB e MRM é realizada frequentemente por testes de raiz unitária. A presença de heterocedasticidade sugere um método que seja robusto a essa característica e com isso, o teste de Phillips-Perron foi selecionado, sendo aplicado com auxílio do *software* EViews. Seus resultados e parâmetros de interesse estão relatados na Tabela 8, com parâmetros adicionais inclusos no Apêndice C.

Tabela 8 - Teste de raiz unitária segundo método Phillips-Perron.

Teste de Phillips-Perron			
Variável	Valor de Teste	Valor-p	Interpretação
Δx_t	-28,7088	0,0000	Hipótese nula é rejeitada

(1) H_0 = processo não é estacionário

(2) Significância 5% - V crítico = -2,8681

Fonte: Autor

O teste de Phillips-Perron mostra que se pode rejeitar a hipótese nula, e com isso, refuta-se a existência de uma raiz unitária. A conclusão confirma que o processo é estacionário, podendo ser adequadamente modelado por reversão à média.

Com o comportamento de reversão à média, admite-se que a inclinação da reta regressora é de fato levemente negativa. O resultado dos parâmetros para o modelo exponencial de Ornstein-Uhlenbeck, conforme calculado com as equações 47 a 49 do item 2.11.4.2, estão relacionados na Tabela 9.

Tabela 9 - Parâmetros de MRM OU-exponencial para variável estocástica $y(t)$.

<i>Parâmetros de OU-Exponencial</i>	
<i>Dados de Entrada</i>	
L	52
$VAR(x_t - x_{t-1})$	0,012713
$E(\Delta x)$	$-8,3924 \times 10^{-4}$
<i>Resultados</i>	
Volatilidade (σ)	82,288% a.a.
Velocidade de Reversão (η)	2,1073 a.a.
Nível de Equilíbrio (\bar{X})	2,6516
Valor de equilíbrio (y_{eq})	16,65

Fonte: Autor

Como uma avaliação de coerência da calibração do modelo, é realizada a simulação da variável estocástica. Os valores são obtidos como função do instante anterior, de acordo com o modelo de Schwartz (equação 50, introduzida no item 2.11.4.2).

O resultado da simulação para 50 caminhos é mostrado junto ao valor esperado (linha vermelha) na Figura 16. Percebe-se que o comportamento reflete bem os fatos estilizados da variável estocástica e não apresenta anormalidades visíveis. Uma diferença existente, é que o comportamento real dos dados parece apresentar patamares diferentes, como proposto por Xu *et al.* (2018) para o preço do petróleo. O modelo por sua vez, mostra maior volatilidade período a período, compensando os patamares, o que não é considerado relevante para extensão de um contrato. A sugestão de modelagem alternativa com um parâmetro de volatilidade menor e presença de saltos é feita no capítulo 5.

Uma comparação mais objetiva com limiares tácitos pode ser realizada, estimando-se como 50 um valor de utilização alto o suficiente para ser considerada

não razoável (envolveria uma contratação massiva de sondas marítimas) e como 2 uma utilização irrealisticamente baixa (representaria praticamente um congelamento das atividades de completção e intervenção). Nesse caso, verifica-se que apenas 2 das 2400 previsões estiveram acima do limite superior (0,08%) e nenhuma previsão sugeriu utilização abaixo do limite inferior, corroborando a verificação de um comportamento coerente dos caminhos simulados.

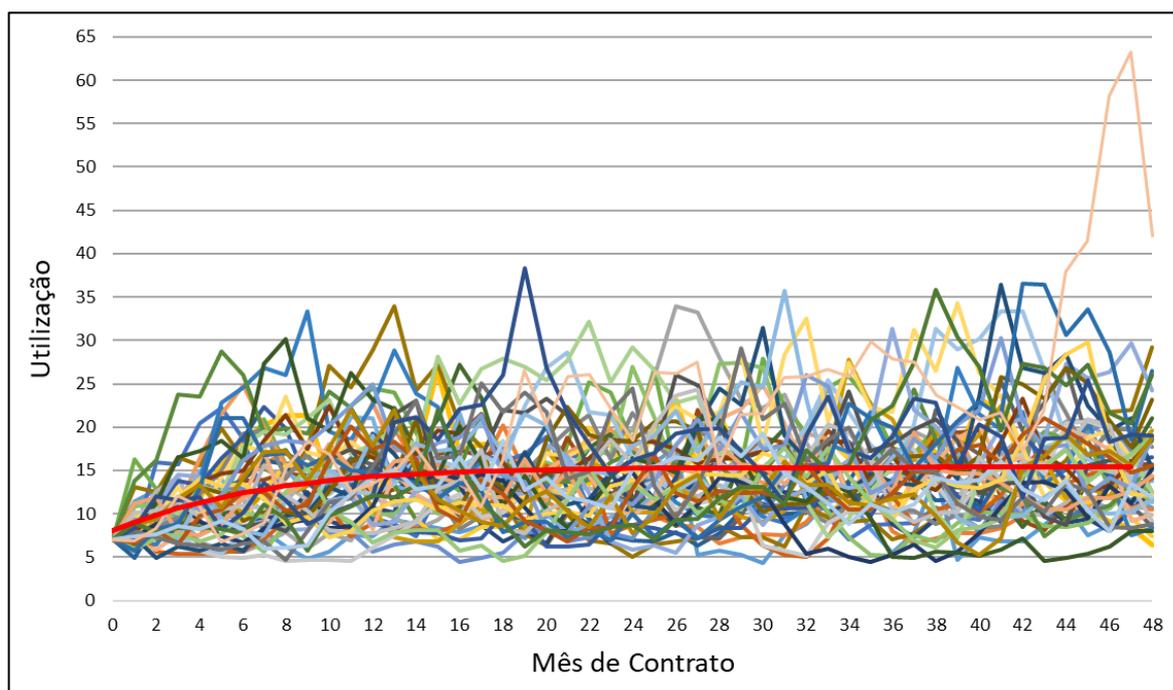


Figura 16 - Simulação de 50 caminhos da utilização e do valor esperado com MRM.
Fonte: Autor

Com isso, o comportamento da variável estocástica para previsão da incerteza é considerado como um MRM, especificado pelo modelo exponencial de Ornstein-Uhlenbeck e calibrado por parâmetros regredidos dos dados históricos.

3.8 Receita dos Serviços

A vantagem gerada para o contratante pelos sistemas contratados é representada pelo pagamento de dividendos do período. No entanto, o recurso é fornecido para vários projetos com repasse de gastos, como um custo indireto, sem lucro e o benefício não é explícito.

Como solução, recorre-se às abordagens de *scheduling* de projetos (item 2.2) e expectativas sobre o atendimento, propondo-se uma medição da receita dos

serviços especializados baseada na viabilização de uso do recurso principal e objeto dos processos de alocação (sonda de completação). A representação matemática é dada pela equação 73.

$$R_{t,s} = C_{MU} * \text{Min}(y_t; s_t) \quad (73)$$

Onde:

$R_{t,s}$ = receita obtida com os recursos especializados de sondas em cada período t [R\$]

C_{MU} = custo mensal da unidade marítima (sonda) [R\$/mês]

y_t = utilização do recurso em t

s_t = oferta de recursos contratados

O argumento reflete que a função dos sistemas é viabilizar as sondas de completação já contratadas, de forma que a oferta adequada evita o desperdício de uma unidade marítima ociosa. O cálculo pela equação 73 implica que o excesso (caracterizado pela diferença positiva entre utilização e oferta) é integralmente perdido nos estados em que a utilização supera a oferta, o que caracteriza a consequência mais crítica de uma falha de atendimento.

Alternativamente, podem ocorrer duas alternativas mais brandas. Na primeira, a sonda não para e o trabalho é comutado por um outro subótimo (que exige uma lista diferentes de recursos que estão disponíveis). Na segunda possibilidade, a sonda efetivamente interrompe as atividades, mas essa parada é compensada pela execução do trabalho em um intervalo futuro, quando há ociosidade da sonda. Ambas, reduzem os impactos de uma falta de atendimento e, conseqüentemente, a receita considerada para os recursos. A avaliação dessa questão permite algumas possibilidades adicionais sobre o tratamento do excesso e discussões serão incluídas no capítulo 5, de oportunidades de desenvolvimento.

O modelo dessa dissertação opta pela primeira consideração, primeiramente por não haver garantias sobre o relaxamento dos impactos (mesmo de forma probabilística é uma estimativa subjetiva de alta complexidade) e por representar bem a expectativa implícita de que os recursos secundários tenham uma disponibilidade alta o suficiente para que não impactem o dimensionamento e otimização de recursos principais dos projetos submarinos.

O custo da sonda é considerado constante e valorado de acordo com as informações fornecidas pelo mercado (IHS-MARKIT, 2018). Uma outra opção seria considerar o C_{MU} como uma variável estocástica correlacionada positivamente com a

demanda do serviço ou com o preço do petróleo, o que exige um estudo aprofundado desta relação e excede a proposta deste trabalho. Esta observação, com algumas considerações, é incluída no capítulo 5 como introdução a discussões futuras.

3.9 Despesas do Serviço e Fluxo de Caixa

Serviços especializados são usualmente contratados no formato de disponibilidade e com isso, o custo relacionado à parcela relevante desses recursos é fixo. Adicionalmente, alguns modelos possuem previsão de uma fração variável aplicada ao contrato. Quando isso ocorre, essa é relacionada ao seu emprego, medida através de um marco registrado com ordens de serviço ou boletins. Como exemplo, a utilização foi definida neste trabalho por um marco temporal, que poderia ser aplicado para definir o pagamento de um custo variável.

No modelo construído nesta dissertação, o custo do serviço é considerado fixo. Os custos mensais de disponibilidade serão tratados como investimento inicial do projeto, acumulados no tempo zero e descontados à taxa livre de risco, de forma a caracterizar que não existe incerteza quanto à parcela de débito. Dessa forma, o custo do recurso é definido pelas equações 74 e 75.

$$D_s = C_R * s \quad (74)$$

$$I_s = \frac{D_s}{r} * (1 - (1 + r)^{-\Delta T}) \quad (75)$$

Onde:

D_s = despesa mensal com a contratação de s recursos especializados [R\$]

C_R = custo fixo mensal de cada recurso especializado [R\$/mês]

s = oferta de recursos contratados

I_s = investimento para contratação de s recursos especializados

r = taxa livre de risco

ΔT = quantidade de meses no contrato

Em relação ao fluxo de caixa formado no projeto, é importante lembrar a consideração de que os ganhos foram definidos como o custo da unidade marítima de instalação (*proxy*). Nesse sentido, não é feita nenhuma consideração sobre a viabilidade do projeto e os valores de VPL obtidos não podem ser interpretados como ganhos financeiros reais. No entanto, o VPL representa o valor que o gestor racional estaria disposto a investir para evitar impactos de projeto, considerando a unidade marítima como recurso contratado e a falta do serviço como razão exclusiva para que

a tarefa não seja executada. Tais situações não persistem por longos períodos, devido à competição de mercado e capacidade de renegociar os contratos de unidades, mas acontecem por intervalos curtos (dias).

3.10 Avaliação do Investimento pelo Método de FCD

Quantificando as expectativas de fluxo de caixa, é possível a obtenção de uma avaliação do investimento através da técnica de fluxo de caixa descontado.

Como a técnica tradicional de FCD despreza a natureza incerta das variáveis, a utilização é prevista através do valor esperado. Ele é calculado considerando o modelo exponencial de Ornstein-Uhlenbeck com os parâmetros já determinados, assim como o valor da última medição histórica. Para cada intervalo de tempo mensal, o valor esperado da variável utilização é dado pela equação 52, com valor inicial de 7 sistemas e associada aos parâmetros da Tabela 9. Os valores utilizados são reproduzidos abaixo na Tabela 10, para conveniência do leitor.

Tabela 10 - Parâmetros para cálculo do valor esperado da utilização.

Parâmetro	Valor
Quantidade Inicial (P_0)	7,0
Velocidade de Reversão (η)	2,1073 a.a.
Nível de Equilíbrio (\bar{X})	2,6516
Volatilidade (σ)	0,82288 a.a.

Fonte: Autor

O valor esperado da utilização permite obter o valor esperado da receita do período, conforme relação 76. Já o valor presente do contrato, para uma quantidade específica de recursos, pode ser obtido pela equação 77.

$$E(R_{t,s}) = C_{MU} * \text{Min}(E(y_t); s) \quad (76)$$

$$VF_s^0 = \sum_{t=1}^{48} \frac{E(R_{t,s})}{(1 + \psi)^t} \quad (77)$$

Onde:

$R_{t,s}$ = receita obtida com os recursos especializados de sonda em cada período

VF_s^0 = valor presente do projeto de acordo com FCD para disponibilidade de s sistemas

C_{MU} = custo mensal da unidade marítima (sonda)

$E(y_t)$ = valor esperado da utilização do recurso em t

s = oferta de recursos contratados

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco

As despesas são quantificadas como as mensalidades pagas aos sistemas ao longo do contrato. As mensalidades são descontadas e combinadas na forma de investimento inicial, com a fórmula 78.

$$I_s = s * \frac{C_R}{r} (1 - (1 + r)^{-48}) \quad (78)$$

Onde:

I_s = investimento para contratação de s recursos especializados

s = quantidade de recursos no contrato

C_R = custo mensal de um sistema no contrato

r = taxa livre de risco

No modelo financeiro de FCD, a dívida está associada somente ao número de sistemas contratados. Esse número influencia tanto a receita quanto os dispêndios e, por isso, deve-se determinar a quantidade de sistemas que produz o maior VPL. Essa quantia é aquela cujo ganho marginal iguala-se ao custo marginal, relação representada pela fórmula 79.

$$\frac{d}{ds} VF_s^0 = - \frac{d}{ds} I_s \quad (79)$$

Onde:

VF_s^0 = valor presente do projeto de acordo com FCD para disponibilidade de s sistemas

I_s = investimento para contratação de s recursos especializados

s = quantidade de recursos no contrato

Nesta avaliação, os valores das receitas devem ser descontados a uma taxa ajustada ao risco do negócio. A maneira tradicional de calcular essa taxa, conforme discutido no item 2.3.4, é avaliar a similaridade do investimento com o portfólio da empresa e aplicar a técnica do custo médio ponderado de capital (CMPC). Em seu trabalho, Dias (1996) adota o valor de 15% ao ano, apurado de acordo com o histórico de transação de reservas e adaptado para o Brasil. Este valor é considerado coerente com os prêmios de risco discutidos em Marreco (2001) e conservativo, frente a tendências mais atualizadas, como em Dias (2014a, p.235). Dessa forma, a taxa de 15% será adotada na dissertação para descontar o projeto sem restrição de oferta e uma avaliação de sensibilidade a este parâmetro foi incluída no item 3.12.3.

O custo de sondas está alinhado com a prática de mercado para uma unidade generalista de águas profundas e ultra profundas contratada em 2018, com a cotação do dólar próxima a 3,80 R\$/US\$ (IHS-MARKIT, 2018) e o custo do serviço é coerente com o do recurso que originou a série temporal avaliada. Os parâmetros são resumidos na Tabela 11.

Tabela 11 - Parâmetros para cálculo do valor do projeto por FCD.

Parâmetros financeiros			
Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
C_{MU}	24.333.360	R\$/mês	Custo mensal de sonda*
C_R	1.064.585	R\$/mês	Custo mensal do recurso**
ψ	0,15	a.a.	Taxa de juros ajustada ao risco
r	0,06	a.a.	Taxa de juros sem risco

*Baseado em um custo diário de R\$800.000,00, sem desconto no mês de prestação.

**Baseado em um custo diário de R\$35.000,00, sem desconto no mês de prestação.

Fonte: Autor

O valor presente líquido de acordo com o método de fluxo de caixa descontado é obtido para cada modo de oferta através da fórmula 80.

$$VPL_s^F = VF_s^0 - I_s \quad (80)$$

Onde:

VPL_s^F = valor presente líquido de acordo FCD, para disponibilidade inicial s

VF_s^0 = valor presente do projeto de acordo com FCD para disponibilidade de s sistemas

I_s = Investimento inicial para disponibilidade inicial s

Os VPLs obtidos em relação à oferta de sistemas são mostrados graficamente na Figura 17.

Portanto, utilizando a métrica de valor presente líquido com fluxo de caixa descontado, estima-se um VPL máximo de aproximadamente R\$ 11,80 bilhões, nos quatro anos de contrato. Este é realizado através da disponibilidade de 16 sistemas durante o período de vigência e sem que haja flexibilidade na alteração dessa quantidade.

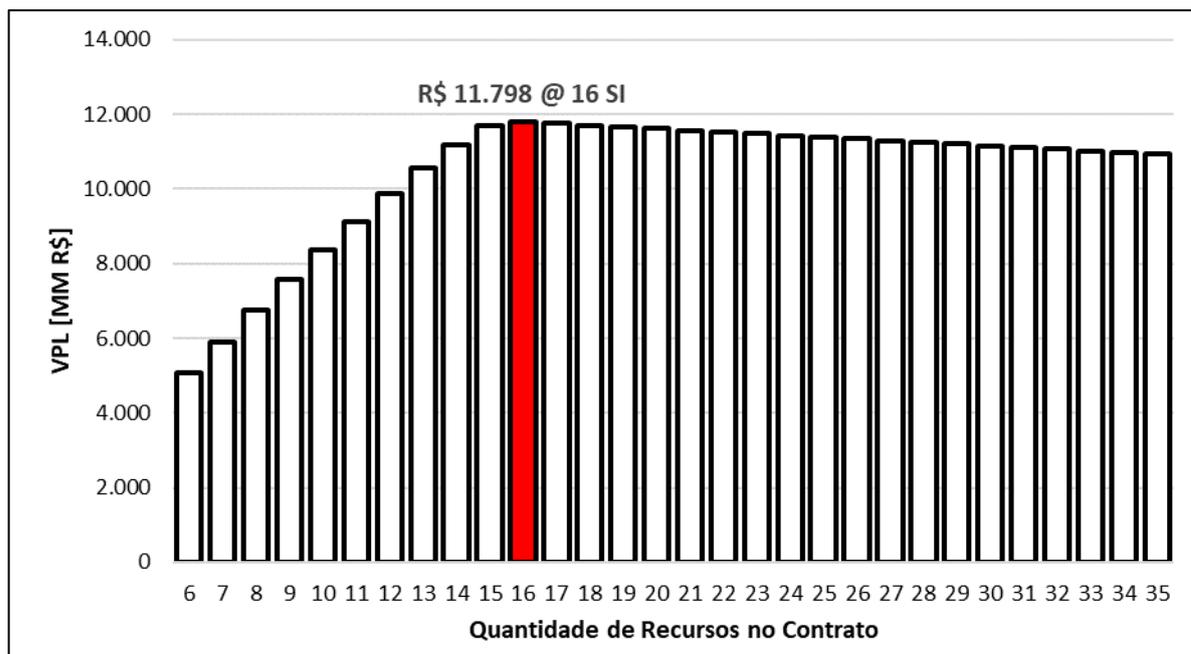


Figura 17 - Relação entre VPL e a oferta de recursos segundo FCD. Destaque para VPL máximo. Fonte: Autor

3.11 Avaliação do Investimento por Opções Reais

A avaliação do contrato considerando a incerteza de receitas, uma preparação necessária à valoração das opções existentes, foi realizada através de três fases principais. Inicialmente, construiu-se um *lattice* representativo da volatilidade de retorno e com taxa de desconto ajustada ao risco, seguido de uma avaliação dos reflexos de limitação de oferta dos serviços e por fim admitindo-se a opção de alterar o estado do contrato, através da flexibilidade de aumentar a oferta.

3.11.1 Construção da Árvore de Eventos Principal

À exceção do mês zero, quando ainda não houve serviço, há pagamento de dividendos em todos os períodos. A receita é obtida através dos fluxos de caixa, calculados através dos valores esperados da utilização, seguindo o processo MRM.

O valor total do projeto *cum-dividendos* (antes do pagamento de dividendos) a cada período também pode ser obtido pela soma das expectativas de fluxo de caixa restantes, descontadas à taxa ajustada ao risco do projeto.

As expectativas de fluxo de caixa e de valor do projeto no período de vigência do contrato são mostradas graficamente na Figura 18, observando-se que os valores

esperados dos fluxos de caixa convergem em conformidade com a reversão à média da utilização.

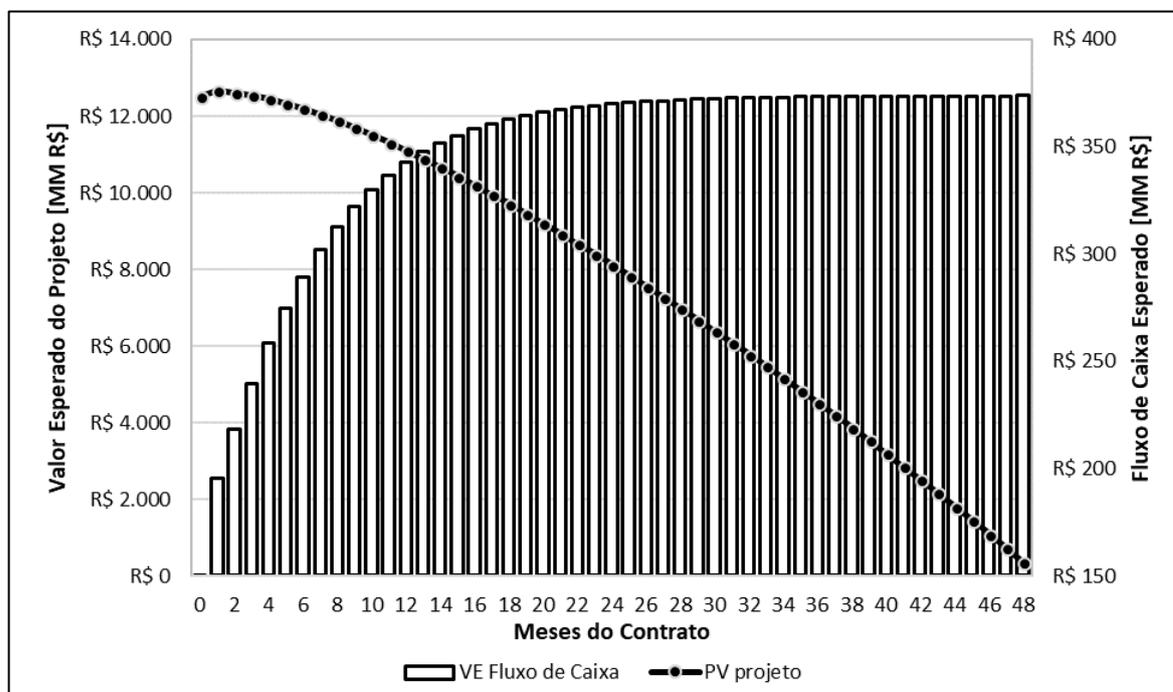


Figura 18 - Fluxos de caixa e valores *cum-dividendos* esperados ao longo do contrato.
Fonte: Autor

As duas informações permitem o cálculo da taxa de dividendos de cada período (t) como a razão entre o fluxo de caixa e o valor *cum-dividendos* do projeto. Estas definições são representadas pelas fórmulas 81 e 82.

$$PV_t^c = \sum_{n=t}^{48} \frac{E(FC_n)}{(1 + \psi)^{(n-t)}} \quad (81)$$

$$\delta_t = \frac{E(FC_t)}{PV_t^c} \quad (82)$$

Onde:

PV_t^c = valor presente *cum-dividendos* no período t

FC_t = fluxo de caixa no período t

ψ = taxa de desconto ajustada ao risco

δ_t = taxa de dividendos no período t

Os benefícios contratuais são reduzidos à medida que o fim do contrato se aproxima, causando a queda do valor do projeto. Assim, a taxa de dividendos tende a crescer com o tempo. No último período, o valor do contrato se torna o mesmo valor

do pagamento do último dividendo, com uma taxa de 100%, conforme mostrado na Figura 19. Como o pagamento de dividendos é proporcional ao valor do projeto no período, garante-se uma árvore de eventos recombinante (*lattice*), o que é muito positivo do ponto de vista computacional, conforme discutido anteriormente.

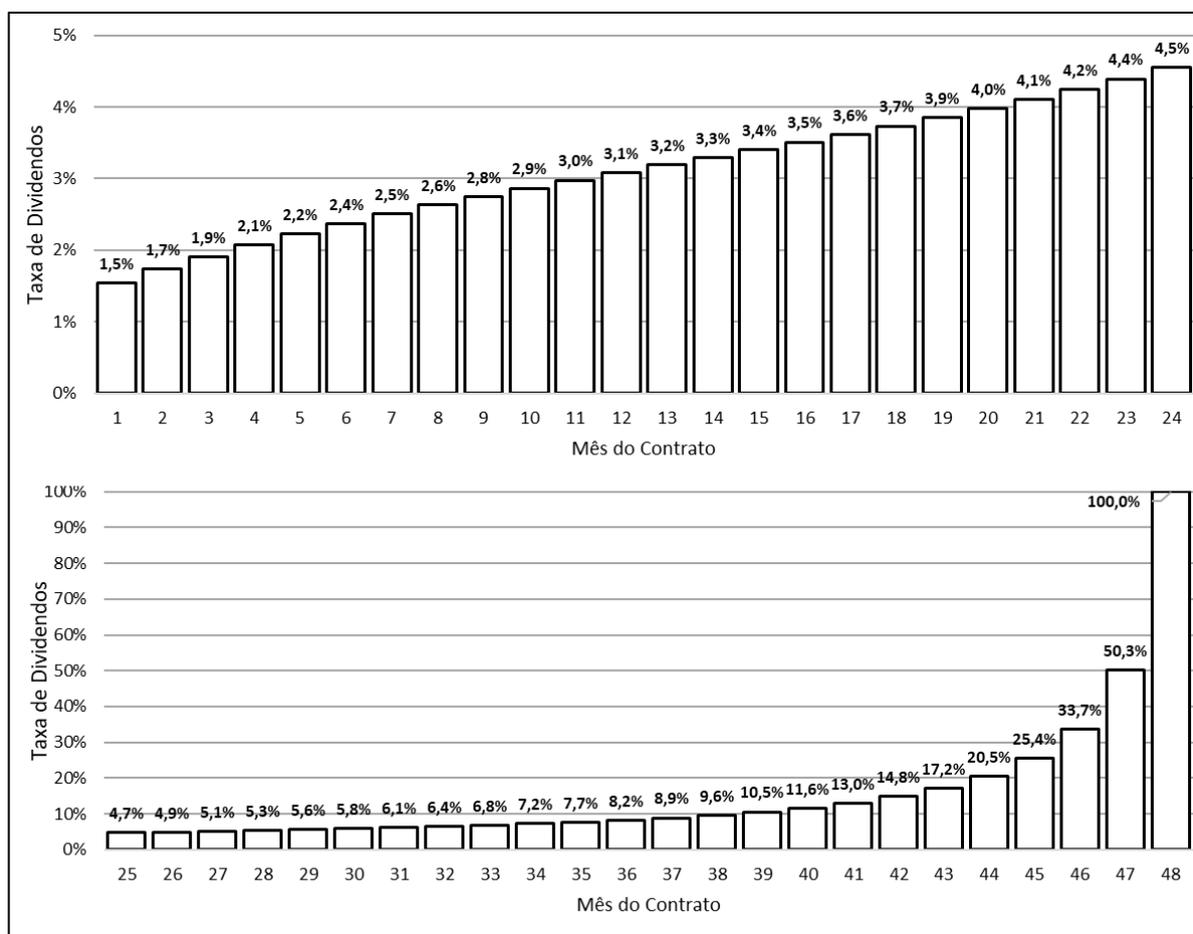


Figura 19 - Taxa de dividendos por período mensal. Fonte: Autor

A avaliação do contrato pela TOR passa a considerar de forma explícita a incerteza, descrita pelo parâmetro de volatilidade. Copeland e Antikarov (2001, p. 222), apoiados no trabalho de Samuelson (1965), argumentam que fluxos de caixa apropriadamente antecipados evoluem de forma arbitrária, com distribuição normal. Assim, fontes de incerteza consolidadas no retorno do projeto poderão exibir comportamento de passeio aleatório (MGB), mesmo com um padrão diverso de fluxos de caixa (como gerado por MRM das fontes de incerteza). Portanto, uma vez que a taxa de retorno do contrato comporte-se de forma aleatória, pode-se representar a volatilidade pelo desvio padrão dessa taxa. A abordagem viabiliza o uso do método CRR convencional para a construção da árvore de eventos, no lugar de árvores mais

elaboradas sobre a variável estocástica original. Ressalta-se que no trabalho de Copeland e Antikarov (2001), a consolidação das incertezas no comportamento aleatório da taxa de retorno é realizada agregando duas ou mais variáveis estocásticas e que neste trabalho representa apenas o efeito da variável utilização. No entanto, não se identificou um motivo que impedisse a abordagem na linha do autor, com intuito de simplificação e clareza do desenvolvimento.

A volatilidade foi obtida como resultado da simulação de Monte Carlo realizadas para estimar a variação da taxa de retorno, conforme os métodos discutidos no item 2.12.5. Entre eles, optou-se pela abordagem de Brandão, Dyer e Hahn (2005a), equação 61, por ser o método de maior simplicidade que não apresenta uma tendência de superestimação.

O valor da variável estocástica no primeiro período foi simulado de acordo com o modelo de Schwartz, equação 50, e os demais fluxos de caixa foram obtidos através do valor esperado para um processo estocástico exponencial de Ornstein-Uhlenbeck, equação 52. As receitas foram calculadas sem considerar restrição de oferta, ou seja, a fórmula original da receita (equação 73) foi alterada para a forma abaixo (equação 83), com o objetivo de não representar limitações de oferta nesta fase da modelagem e ser coerente com a taxa ajustada ao risco.

$$R_t^* = C_{MU} * y_t \quad (83)$$

Onde:

R_t^* = receita mensal obtida sem restrição de oferta

C_{MU} = custo mensal da unidade marítima (sonda)

y_t = utilização do recurso no mês

A distribuição mensal da taxa de retorno foi calculada através de 50.000 simulações de Monte Carlo, utilizando o *software* Crystal Ball. No histograma, foi identificada uma distribuição aproximadamente normal, o que pode ser confirmado ao comparar-se as frequências da simulação com a função densidade de massa de uma curva normal de mesma média e variância, conforme mostrado na Figura 20.

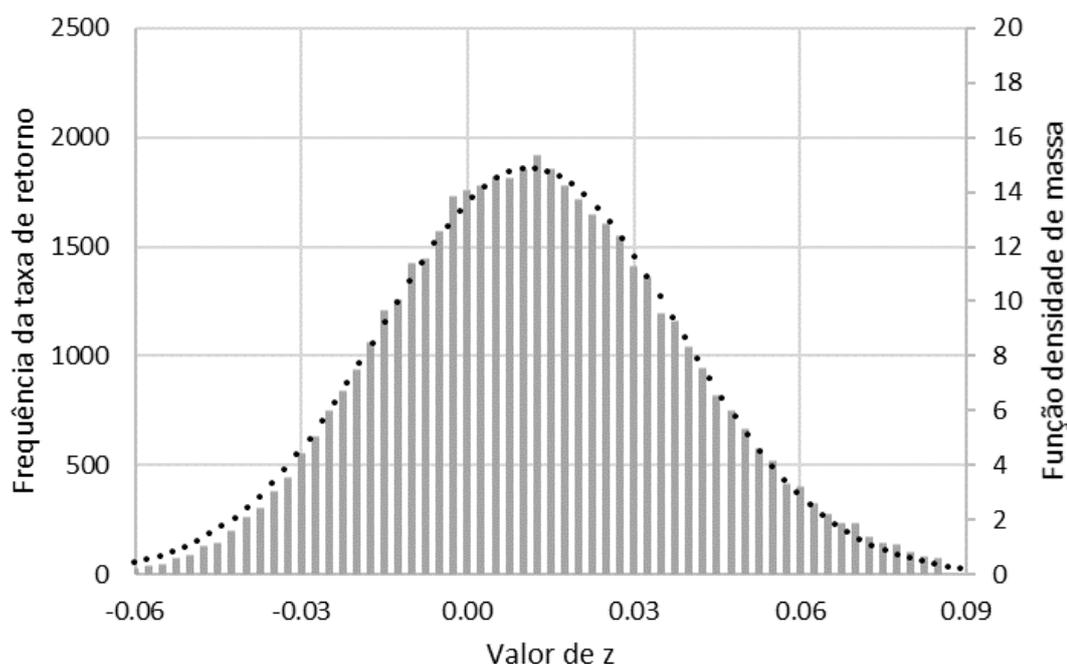


Figura 20 - Distribuição da taxa de retorno mensal obtida com 50.000 simulações de Monte Carlo e curva de distribuição normal com mesma média e variância. Fonte: Autor

O retorno obtido possui um valor médio de 1,1406% e um desvio padrão de 2,6867% ao mês. Utilizando o desvio padrão como estimador, obtém-se a volatilidade de 9,3069% ao ano. O valor é inferior às taxas obtidas nas avaliações de projetos que utilizam o preço do petróleo como variável estocástica e comportamento MGB, que encontram convencionalmente volatilidades entre 15% e 25% ao ano (DIXIT; PINDYCK, 1994).

Conforme discutido anteriormente neste item, com o comportamento aleatório da taxa de retorno, pode-se construir a árvore de eventos a partir do valor esperado no instante inicial e aplicando a metodologia tradicional de Cox-Ross-Rubinstein. Os fatores de subida e descida foram calculados pelas equações 64 e 65, respectivamente, e os parâmetros obtidos são mostrados na Tabela 12.

Tabela 12 - Parâmetros da árvore de eventos mensal de acordo com CRR.

Parâmetros da Árvore Binomial		
Símbolo	Valor	Descrição
σ	0,026867	Volatilidade mensal
u	1,027231	Fator de subida mensal
d	0,973491	Fator de descida mensal

Fonte: Autor

A cada período e em cada estado, o nó inicia-se em uma situação *cum-dividendos*. Os dividendos são calculados utilizando-se a taxa do período e ao subtraí-los do valor *cum-dividendos*, obtém-se o valor do projeto *ex-dividendos* (após o pagamento). Esse valor pode evoluir de duas maneiras (já que se trata de um *lattice* binomial), em *upside* quando o valor é multiplicado pelo fator de subida e em *downside*, quando o valor *ex-dividendos* é multiplicado pelo fator de descida. O resultado representa os valores *cum-dividendos* do período seguinte. A sequência é descrita matematicamente pelas equações 84 a 87.

$$VP_{0,1}^c = PV_0^c \quad (84)$$

$$VP_{t,n}^e = VP_{t,n}^c * (1 - \delta_t) \quad (85)$$

$$VP_{t,n}^c = VP_{t-1,n}^e * u \quad (86)$$

$$VP_{t,n+1}^c = VP_{t-1,n}^e * d \quad (87)$$

Onde:

$VP_{t,n}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* na árvore principal no período t, estado n.

$VP_{t,n}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore principal no período t, estado n.

PV_t^c = valor presente *cum-dividendos* no período t

δ_t = taxa de dividendos no período t

u = fator de *upside* do modelo binomial

d = fator de *downside* do modelo binomial

Esse procedimento, aplicado sistematicamente, gera a árvore de eventos. O *lattice* é mostrado na Figura 21, com maior detalhe para os primeiros três meses de contrato e também na Figura 22, contemplando todos os períodos.

A árvore concebida pressupõe que não haja limitação de fluxo de caixa e representa a incerteza de retornos, de acordo com a taxa de desconto ajustada ao risco. No entanto, a oferta dos recursos altera a árvore de eventos, uma vez que o número de sistemas contratuais limita os fluxos de caixa, transforma a incerteza e determina o valor do investimento. Por isso, a árvore construída é intitulada árvore principal e será utilizada como subjacente à formação de árvores derivadas, que consideram o efeito das diferentes estratégias de disponibilidade.

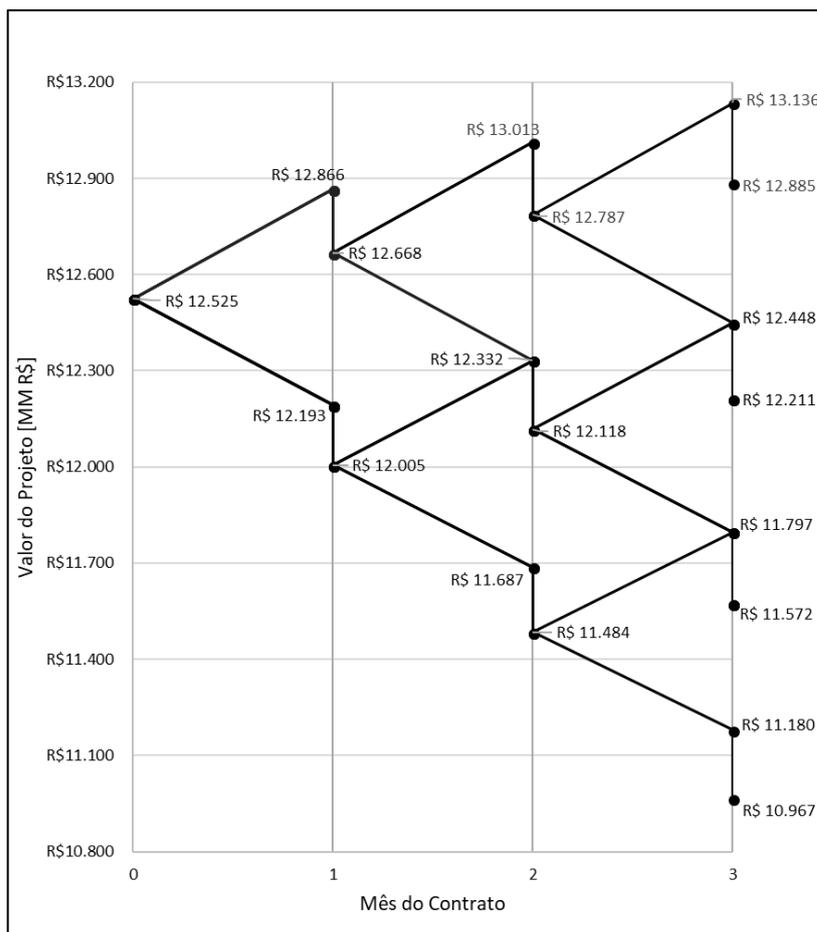


Figura 21 - Árvore de eventos representando os três primeiros meses de contrato. Fonte: Autor

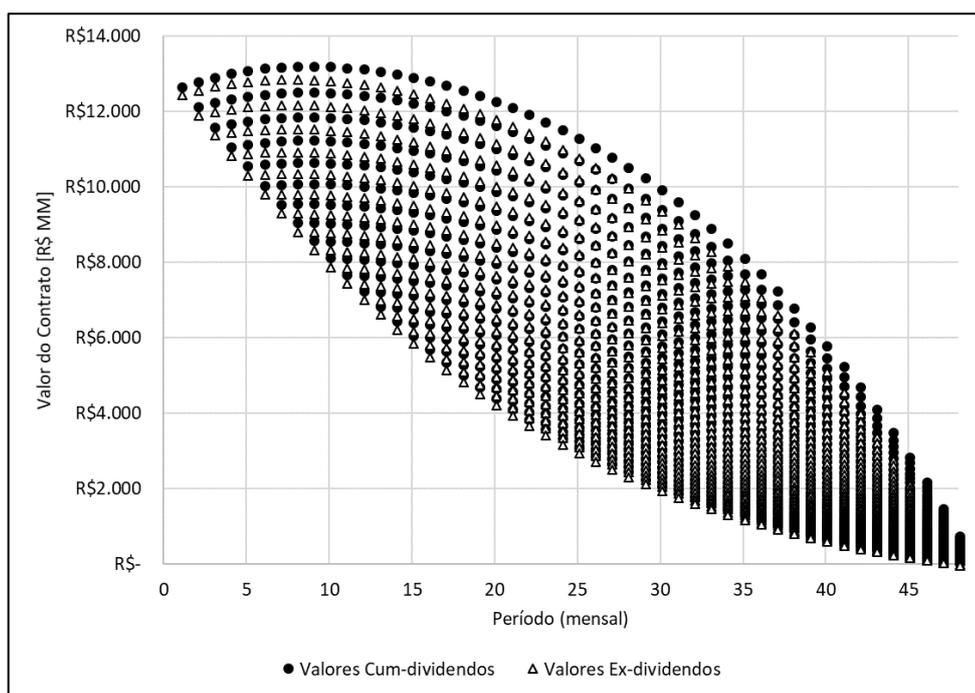


Figura 22 - Valores componentes da árvore binomial de acordo com CRR. Fonte: Autor

3.11.2 Consideração da Oferta de Recursos

A quantidade de recursos disponíveis circunscreve o fluxo de caixa do contrato, de forma que não se pode obter ganho mensal superior ao permitido pela oferta. Portanto, pode ser desejável investir na disponibilidade de mais recursos, prevendo a obtenção de maiores receitas proveniente dos estados de maior utilização. Esta decisão é característica da gestão de risco, pois enquanto a decisão irreversível de aumentar a disponibilidade gera certeza das despesas não se pode dizer o mesmo das receitas, que estão atreladas à dúvida de utilização futura. Para considerar a limitação de receita mensal, definida em função da oferta de serviços, é dada a relação 88, cujos resultados são relacionados no Apêndice D.

$$R_s^{max} = C_{MU} * s \quad (88)$$

Onde:

R_s^{max} = receita mensal máxima relacionada à oferta s

C_{MU} = custo mensal da unidade marítima (sonda)

s = oferta de sistemas no contrato

Iniciando uma avaliação a partir do último período (*backwards*), tem-se pela árvore de eventos principal que o último valor *cum-dividendos* do projeto se iguala ao último dividendo a ser pago, variando de R\$58,85 milhões a R\$775,99 milhões, a depender do desenvolvimento incerto da utilização, ao longo dos quatro anos de contrato. A comparação desta variação do último fluxo de caixa em relação ao limite de captação e para várias disponibilidades é representada na Figura 23.

Pode ser visualizado com o auxílio da Figura 23 que a oferta de 6 sistemas limita consideravelmente os possíveis dividendos recebidos no último mês do contrato, que a oferta de 25 sistemas tem uma chance pequena de limitar a recepção de dividendos e que a oferta de 35 não impactaria os dividendos recebidos em nenhum dos possíveis estados.

Para avaliar a influência no valor esperado, são criados *lattices* a partir da árvore de eventos principal, incorporando o efeito da quantidade de sistemas ofertados. Os *lattices* derivados de cada estratégia de oferta são obtidos no sentido *backwards*, conforme as regras relatadas a seguir.

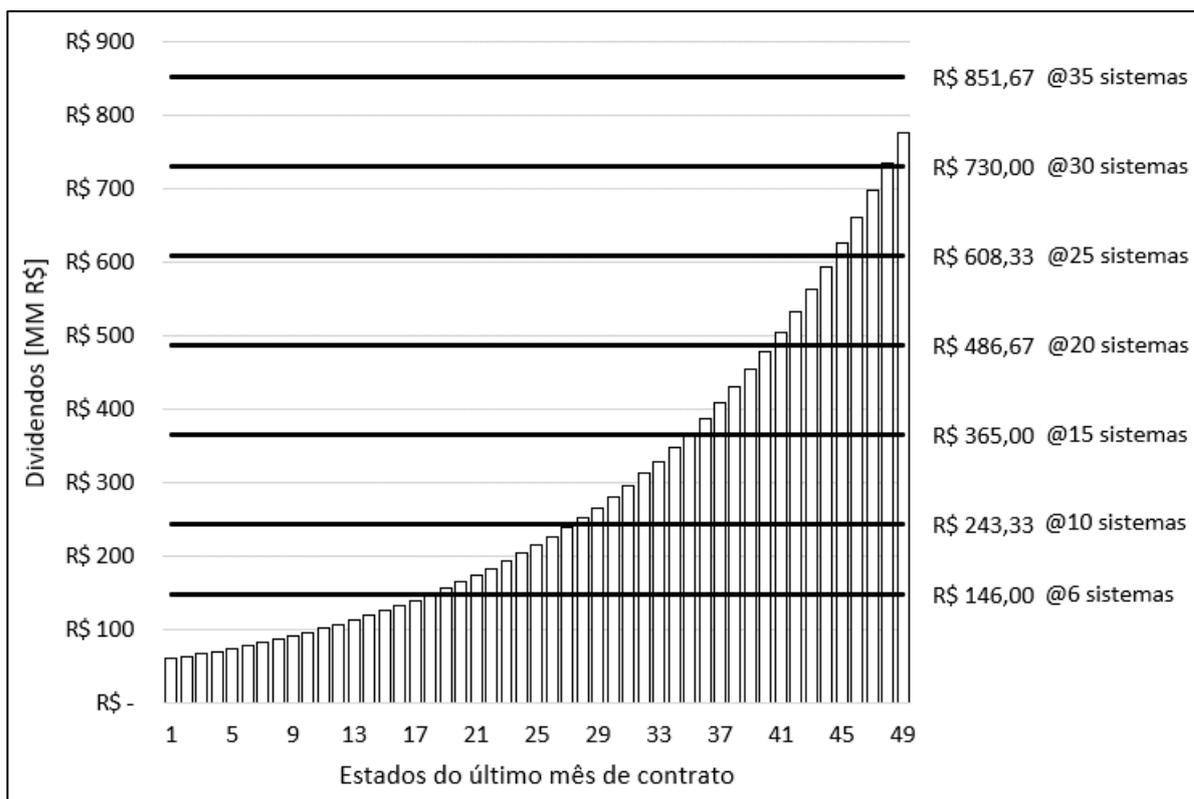


Figura 23 - Comparação entre os possíveis dividendos pagos no último período da árvore principal e os limites impostos pela oferta. Fonte: Autor

O valor *cum-dividendos* em cada período é igual ao valor *ex-dividendos* desse mesmo período adicionando os dividendos. Estes dividendos são caracterizados pelo mínimo valor entre o previsto na árvore de eventos principal (sem restrição) ou limite estabelecido pela quantidade de sistemas ofertados, conforme determinado pela equação 89.

$$V_{t,n,s}^c = V_{t,n,s}^e + \min(\delta_t * VP_{t,n}^c; R_s^{max}) \quad (89)$$

Onde:

$V_{t,n,s}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore derivada de oferta s, no período t, estado n.

$V_{t,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* na árvore derivada de oferta s, no período t, estado n.

$VP_{t,n}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore principal no período t, estado n.

R_s^{max} = receita mensal máxima relacionada à oferta s

δ_t = taxa de dividendos no período t

O valor *ex-dividendos* é obtido através do desconto dos valores *cum-dividendos* nos dois estados no período posterior da árvore derivada, garantindo-se uma condição

livre de arbitragem. Isto é realizado através da técnica de *Market Asset Disclaimer* (MAD) com portfólio replicante e utilizando a árvore principal como ativo subjacente.

Nesse sentido, as árvores binomiais derivadas são versões limitadas da árvore de eventos principal, alteradas nos estados em que o fluxo de caixa gerado é superior à capacidade de obtenção e com desconto ajustado para garantir a condição de não-arbitragem, ver Figura 24.

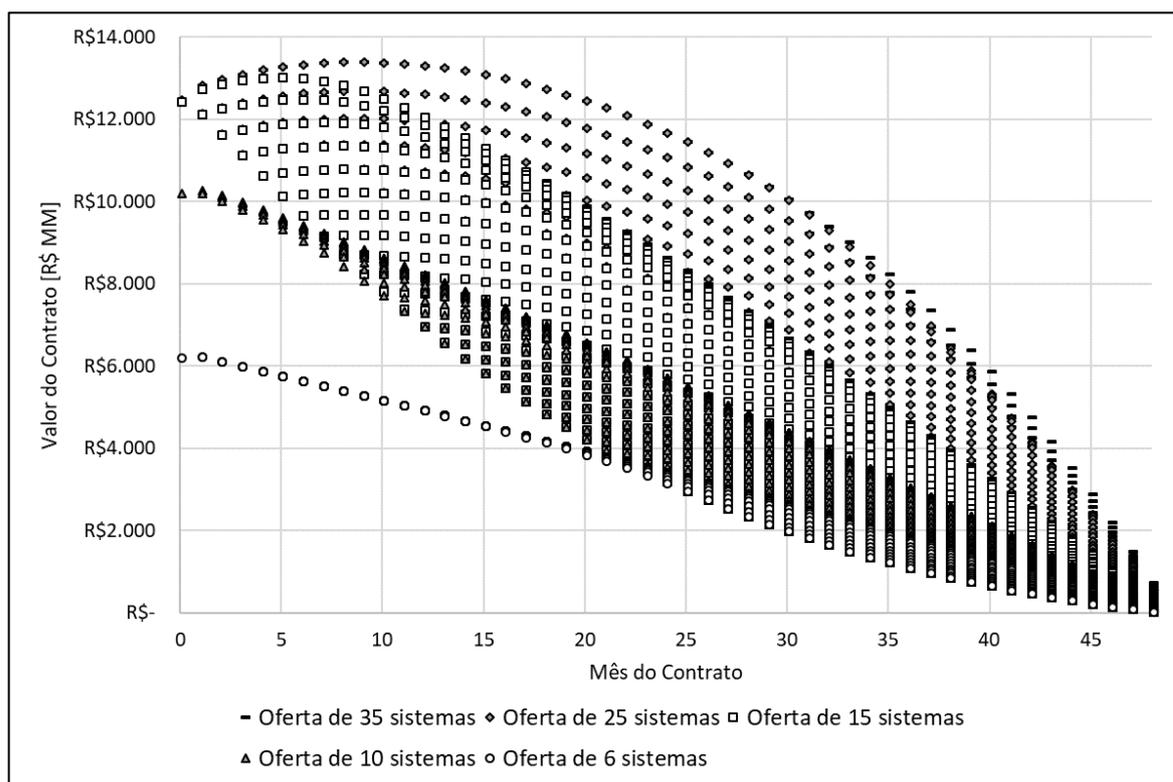


Figura 24 - Valores *Cum-Dividendos* em Árvore Binomial Derivada para cinco diferentes ofertas. Fonte: Autor

Na realização deste estudo, as árvores derivadas foram construídas partindo de uma oferta de 6 sistemas até uma oferta de 35 sistemas, considerando a expectativa de que as decisões ótimas se situem dentro desse intervalo. Como confirmação do limite superior, a árvore derivada com oferta 35 é idêntica à árvore principal. No caso de outra aplicação, caso uma avaliação crítica sugira que o intervalo inicialmente considerado seja pequeno, pode-se expandi-lo sem complexidade adicional.

As árvores derivadas fornecem valoração do contrato incorporando a incerteza modelada para utilização e as limitações de oferta, mas ainda sem flexibilidades associadas. No início do contrato (período zero), desconta-se o valor do investimento,

correspondente às mensalidades da quantidade de sistemas iniciais ao longo dos meses de prestação, conforme relação mostrada na equação 78. Com isso, o VPL do projeto sem flexibilidade é obtido pela equação 90.

$$VPL_s^U = V_{0,1,s}^e - I_s \quad (90)$$

Onde:

VPL_s^U = valor presente líquido de acordo com árvore binomial derivada, para disponibilidade inicial s

$V_{t,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* na árvore derivada de oferta s , no período t , estado n .

I_s = Investimento inicial para disponibilidade inicial s

Os resultados de valor presente líquido dos contratos, considerando diferentes alternativas de ofertas, podem ser visualizados na Figura 25, mostrando que o maior VPL obtido refere-se a aproximadamente R\$11,78 bilhões através da contratação de 15 sistemas.

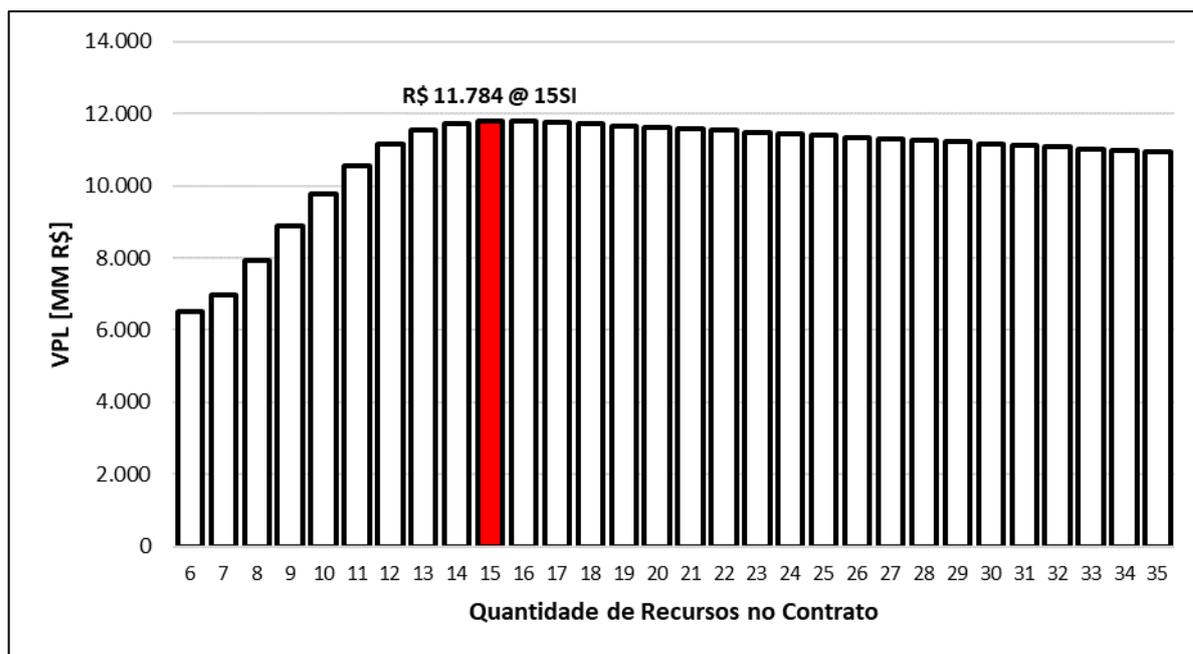


Figura 25 - Relação entre VPL e a oferta de recursos, segundo árvore binomial e sem flexibilidade. Destaque para VPL máximo. Fonte: Autor

Do item 3.10, foi verificado que o método de VPL indicou um valor de R\$11,80 bilhões com a disponibilidade de 16 sistemas. Uma vez que tanto as árvores derivadas quanto a avaliação por FCD desconsideram a flexibilidade de alteração das quantidades contratuais, a maior diferença entre os dois resultados se origina do desconto aplicado. O número de sistemas no contrato altera a incerteza dos valores,

como foi mostrado na Figura 24, no entanto a técnica do FCD continua aplicando o mesmo desconto, à taxa ajustada ao risco. Nesse sentido, pode-se afirmar que a avaliação pela árvore binomial é mais coerente, pois corrige a taxa de desconto, garantindo a inexistência de arbitragem, pela técnica de MAD.

3.11.3 Cálculo do Valor das Opções Reais

As opções reais incorporadas ao contrato se referem à adição imediatas de sistemas, de forma que há alteração do fluxo de caixa no mês seguinte da prestação de serviços. No modelo, esta ação gerencial é equivalente à permuta entre árvores derivadas, passando de um modal (relacionado ao estado inicial) para outro, correspondente à disponibilidade após adição. Essa transição é feita no estado *ex-dividendos* e por um custo, que representa o preço de exercício da opção de troca.

Na consideração do modelo, o preço de exercício da opção é formado por uma parcela fixa de R\$6.000.000,00 por sistema adicionado, paga pelo contratante como um ônus pela mudança e a fim de compensar as mobilizações necessárias. Também inclui uma parcela variável com o tempo, correspondente ao pagamento das mensalidades adicionais até o fim do contrato, retratando que a adição realizada no início do contrato é mais cara do que em meses próximos ao fim. Esta relação matemática é indicada na equação 91.

$$PE_{z,t} = z * \left(6 + \frac{C_R}{r} (1 - (1 + r)^{t-48}) \right) \quad (91)$$

Onde:

$PE_{z,t}$ = preço de exercício para a adição de z sistemas no período t

z = quantidade de recursos adicionais do novo modal do contrato

t = mês contratual de exercício da opção

C_R = custo mensal de um sistema no contrato

r = taxa livre de risco

O cálculo do valor das opções foi realizado para cada período em mais uma avaliação no sentido inverso (*backwards*), assim como foi feito para criação das árvores derivadas.

A última decisão ativa sobre o dimensionamento do contrato ocorre ao fim do penúltimo período (*ex-dividendos*), sobre a oferta do último mês. No sentido inverso, essa se torna a primeira avaliação. Assim, em cada estado do penúltimo mês, existem

valores *ex-dividendos* relacionados a cada oferta no fim do contrato que podem ser obtidos pelo método da mudança de medida de probabilidade sobre o último mês, conforme equação 92.

$$VO_{47,n,s}^{ew} = \frac{V_{48,n,s}^c * q + V_{48,n+1,s}^c * (1 - q)}{1 + r} \quad (92)$$

Onde:

$VO_{47,n,s}^{ew}$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções mantendo a oferta s no período 47, estado n.

$V_{48,n,s}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore derivada de oferta s, no período 48, estado n.

q = probabilidade de *upside* neutra ao risco

r = taxa livre de risco

No entanto, a flexibilidade permite que a quantidade de sistemas seja aumentada em caso de vantagem financeira, o equivalente a exercer uma opção europeia de *call* (a cada período) para outra árvore derivada. Assim, na existência de opções, o valor do projeto no mês 47 pode ser otimizado pagando um preço de exercício, conforme equação 93.

$$VO_{47,n,s}^e = \max\{VO_{47,n,j}^{ew} - PE_{(j-s),47} \mid \forall j \geq s\} \quad (93)$$

Onde:

$VO_{47,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções no período 47, estado n e oferta s.

$VO_{47,n,s}^{ew}$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções mantendo a oferta s no período 47, estado n.

$PE_{z,47}$ = preço de exercício para a adição de z sistemas no período 47.

O valor *cum-dividendos* do penúltimo mês pode ser obtido com a relação 94, somando-se os dividendos já calculados nas árvores derivadas.

$$VO_{47,n,s}^c = VO_{47,n,s}^e + \min(\delta_{47} * VP_{47,n}^c; R_s^{max}) \quad (94)$$

Onde:

$VO_{47,n,s}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* com opções no período 47, estado n e oferta s.

$VO_{47,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções no período 47, estado n e oferta s.

$VP_{47,n}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore principal no período 47, estado n.

R_s^{max} = receita mensal máxima relacionada à oferta s [R\$]

δ_{47} = taxa de dividendos no período 47

O método aplicado ao período 47 pode ser estendido para os demais meses, até alcançar o valor do projeto no presente, conforme equações 95, 96 e 97.

$$VO_{t,n,s}^{ew} = \frac{VO_{t+1,n,s}^c * q + VO_{t+1,n+1,s}^c * (1 - q)}{1 + r} \quad (95)$$

$$VO_{t,n,s}^e = \max\{VO_{t,n,j}^{ew} - PE_{(j-s),t} \mid \forall j \geq s\} \quad (96)$$

$$VO_{t,n,s}^c = VO_{t,n,s}^e + \min(\delta_t * VP_{t,n}^c; R_s^{max}) \quad (97)$$

Onde:

$VO_{t,n,s}^{ew}$ = valor do projeto *ex-dividendos* mantendo a oferta s no período t , estado n .

$VO_{t,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções no período t , estado n e oferta s .

$VO_{t,n,s}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* com opções no período t , estado n e oferta s .

q = probabilidade de *upside* neutra ao risco

r = taxa livre de risco

$PE_{z,t}$ = preço de exercício para a adição de z sistemas no período t .

δ_t = taxa de dividendos no período t

$VP_{t,n}^c$ = valor do projeto *cum-dividendos* na árvore principal no período t , estado n .

R_s^{max} = receita mensal máxima relacionada à oferta s [R\$]

O mapa de decisões otimizadas, que conduzem ao maior valor de projeto, está associado à escolha do valor máximo no exercício da opção de troca. Para facilitar a compreensão, pode-se recorrer à Tabela 13, mostrando os valores *ex-dividendos* com opções junto às regras de decisão. O mapa abrange os seis estados do quinto mês de contrato e considera que se chegue a esse período com um número de sistemas entre 6 e 12.

A tabela mostra que a chegada ao estado 3 do período 5 com 6 sistemas implica em um valor de projeto *ex-dividendos* ($V_{5,3,6}^e$) de R\$11,30 bilhões. Este valor está associado à decisão ótima de aumentar em 6 o número de sistemas no contrato, somando uma disponibilidade total de 12 sistemas. Da mesma maneira, percebe-se que chegar ao mesmo nó com a disponibilidade de 12 recursos ($V_{5,3,12}^e$) resulta em um valor de projeto de aproximadamente R\$11,58 bilhões, associado ao exercício da opção de espera, mantendo-se os 12 recursos já contratados.

O exercício otimizado consiste na identificação da opção de maior valor para cada nó, considerando não apenas o balanço de ganhos adicionais e pagamento do ônus de alteração, mas também a expectativa de possíveis perdas, pois o aumento é irreversível.

Tabela 13 - Valores *ex-dividendos* com opções [MM R\$] (metade superior) e regras de decisão [número ótimo de sistemas] (metade inferior) associadas aos seis estados do quinto mês de contrato.

		NUMERO DE SISTEMAS NA CHEGADA DO PERIODO 5						
		6	7	8	9	10	11	12
ESTADOS	1	R\$12.549	R\$12.596	R\$12.643	R\$12.690	R\$12.738	R\$12.785	R\$12.832
	2	R\$11.906	R\$11.953	R\$12.000	R\$12.047	R\$12.095	R\$12.142	R\$12.189
	3	R\$11.297	R\$11.345	R\$11.392	R\$11.439	R\$11.486	R\$11.534	R\$11.581
	4	R\$10.719	R\$10.766	R\$10.814	R\$10.861	R\$10.908	R\$10.955	R\$11.003
	5	R\$10.173	R\$10.220	R\$10.267	R\$10.314	R\$10.362	R\$10.409	R\$10.452
	6	R\$ 9.656	R\$ 9.704	R\$ 9.751	R\$ 9.798	R\$ 9.845	R\$ 9.890	R\$ 9.925
ESTADOS	1	13	13	13	13	13	13	13
	2	13	13	13	13	13	13	13
	3	12	12	12	12	12	12	12
	4	12	12	12	12	12	12	12
	5	11	11	11	11	11	11	12
	6	10	10	10	10	10	11	12

Fonte: Autor

O mapa de decisão mostrado na Figura 26 ilustra os exercícios considerados para substancializar o aumento de VPL, calculado com a inclusão das opções de troca, para os nove primeiros meses contratuais. De forma complementar, as decisões estendidas para os primeiros vinte meses contratuais podem ser obtidas utilizando as tabelas disponíveis no Apêndice E.

A decisão está associada ao valor do contrato a cada mês, que possui previsão de dividendos relacionada com cada nó da árvore principal. Como a utilização é uma variável mensurada na rotina e os dividendos podem ser facilmente associados a ela, obtém-se o gatilho de exercício das opções de troca através da utilização, de forma a maximizar o VPL. Conforme lembrado por Copeland e Tufano (2004), muitas vezes o maior desafio não reside na identificação das melhores decisões, mas na sua execução. Por isso, a prudência na gestão é um fator chave na obtenção dos retornos previstos pela TOR.

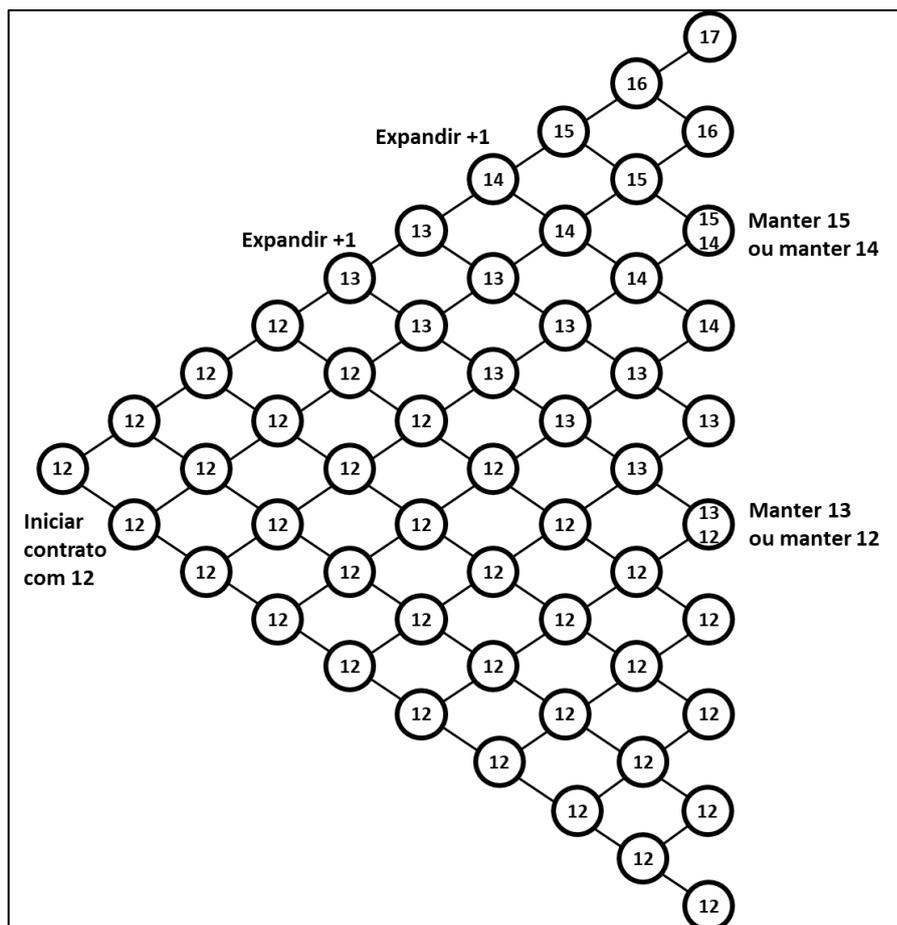


Figura 26 - Quantidade ótima de sistemas em cada estado até o 9º mês de contrato.
Fonte: Autor

O início da árvore binomial da Figura 26 mostra a inauguração do contrato com 12 sistemas, conforme critério ótimo de decisão calculado previamente. Adicionalmente, mostra que a quantidade inicial de recursos será mantida pelos primeiros três meses, podendo ser alterada para 13 no quarto mês, caso ocorram aumentos sequenciais do valor do contrato e para 14 no sexto mês, caso os aumentos persistam.

No mês nove do contrato, pode-se identificar estados em que a quantidade ótima de sistemas depende do nó anterior. Isso significa que no terceiro estado desse mês, por exemplo, deve-se manter 15 recursos caso este seja atingido por um *downside* em relação ao mês 8 (cuja oferta ótima era 15) mas é melhor manter 14 sistemas, caso este mesmo nó seja atingido por *upside* em relação ao mês 8.

Regredindo-se ao período zero, o valor de projeto é calculado considerando o exercício otimizado de opções de troca e em função da quantidade de sistemas iniciais

no contrato. O VPL do projeto pode então ser obtido através da subtração do valor presente do investimento (I_s), conforme equação 98.

$$VPL_s^o = VO_{0,1,s}^e - I_s \quad (98)$$

Onde:

VPL_s^o = valor presente líquido de acordo com árvore binomial e opções, para disponibilidade inicial s

$VO_{t,n,s}^e$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções no período t , estado n e oferta s .

I_s = Investimento inicial para disponibilidade inicial s

Se desconsiderado o ônus de alteração do preço de exercício, realizar uma opção de troca no início do contrato possui um efeito idêntico a iniciar o contrato com sistemas adicionais, pois o valor da parcela variável se iguala ao aumento do valor do investimento.

O valor de VPL do projeto, em função da quantidade de sistemas iniciais e considerando o exercício ótimo das opções de troca, pode ser visualizado na Figura 27.

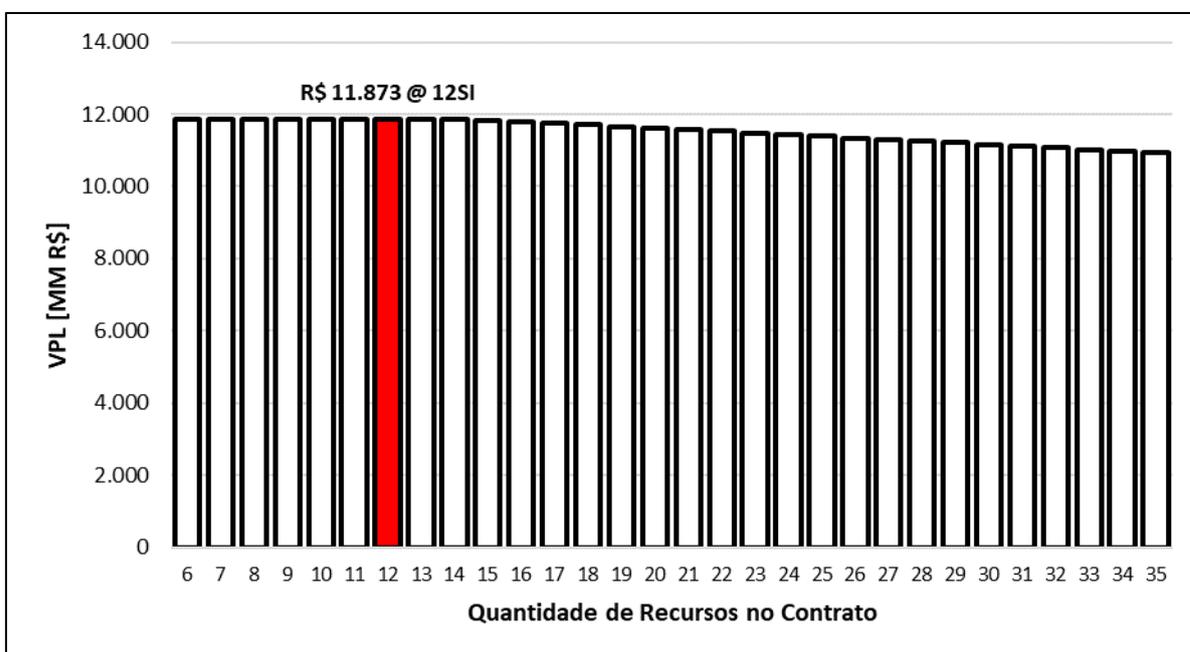


Figura 27 - Relação entre VPL e oferta, com opções. Destaque para VPL máximo.
Fonte: Autor

O valor do contrato com opções é muito menos sensível ao número de sistemas iniciais, quando comparados à valoração sem a flexibilidade de acréscimos. Essa

diferença é esperada, uma vez que escolhas subótimas no início da relação podem ser corrigidas posteriormente, ao custo do ônus de alteração.

A valoração do contrato flexível pode ser comparada com as avaliações realizadas para o caso sem flexibilidade, o que é visualizado na Figura 28. Além dos resultados com fluxo de caixa descontado e com árvores derivadas, já apresentados, foi inclusa uma simulação dos valores através do método binomial, mas desconsiderando a alteração da taxa de desconto para uma condição livre de arbitragem. Para isso, ao invés da formação de um portfólio replicante com a técnica de MAD foi aplicado o desconto com CMPC e probabilidades objetiva, numa abordagem ingênua, conforme classificado em Brandão, Dyer e Hahn (2005b). O intuito foi demonstrar a similaridade de resultados entre a avaliação pela árvore binomial e FCD quando a condição de não arbitragem é desprezada, como previsto pela teoria (TRIGEORGIS, 1996).

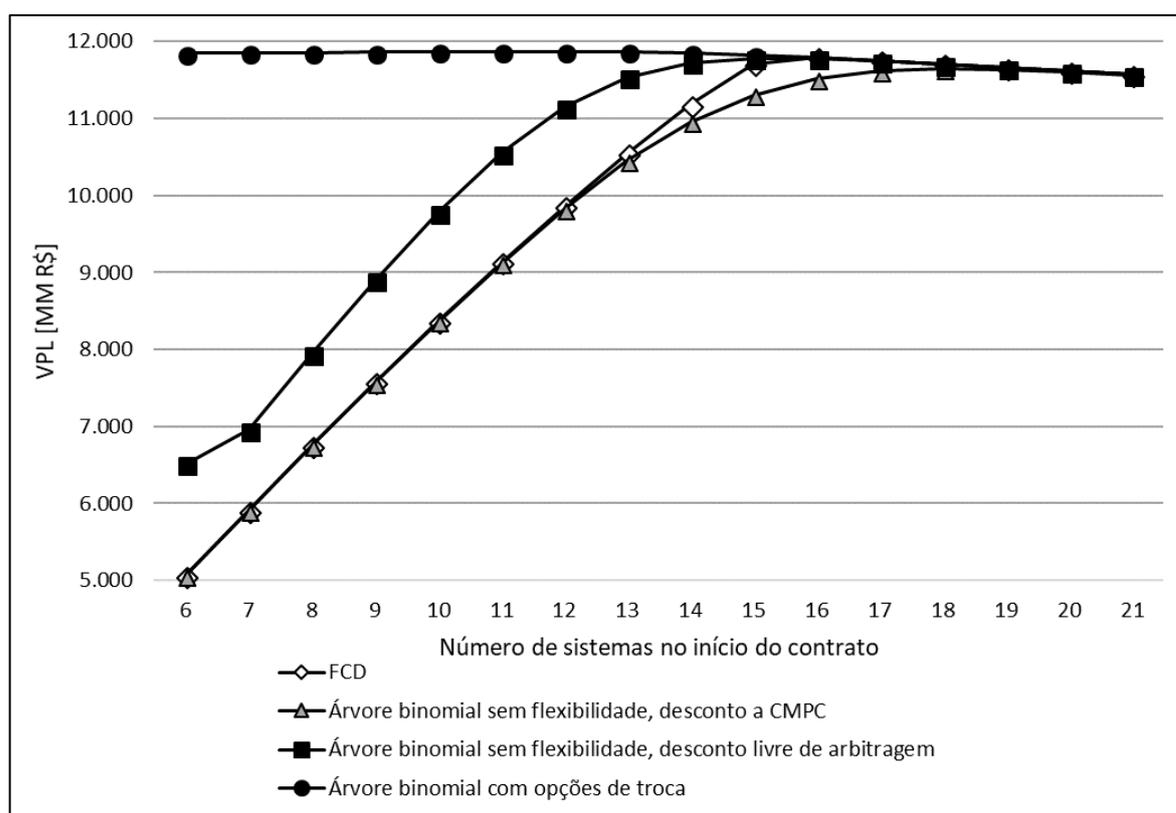


Figura 28 - Comparação entre VPL's obtidos com as diferentes metodologias. Fonte: Autor

Como inerente aos princípios da TOR, valor do projeto com opções é sempre superior ao valor sem flexibilidade. O valor da opção de troca é alto quando a quantidade inicial contratada é baixa e perde atratividade com o aumento do número

de sistemas inseridos no contrato, uma vez que a probabilidade de exercício cai. Com uma quantidade inicial de 20 sistemas ou mais, o valor da opção de aumentar o nível de serviço é praticamente inexistente.

Com relação à tomada de decisão e expectativas de retorno, uma análise sem flexibilidade sugere que sejam considerados 15 sistemas originais, com expectativa de um VPL igual a R\$11.784 milhões. A inclusão das opções de troca aconselha que o instrumento contratual conte com 12 sistemas iniciais e aumenta o VPL para R\$11.873 milhões, desde que as decisões ótimas sejam exercidas. Sendo assim, com os parâmetros apresentados e para o recurso estudado, a flexibilidade contratual possui um valor de R\$89 milhões no início do contrato.

3.12 Análise da Variação de Parâmetros

A valoração da incerteza envolveu várias metodologias, parâmetros e considerações que foram realizadas sobre pressupostos contratuais. Duas das mais importantes referem-se ao ônus de alteração, instituído como compensação dos gastos do fornecedor, e sobre a falta de restrição no aumento do número de sistemas contratados. Em seguida, será avaliada a sensibilidade do valor das opções de troca em relação a alterações destas proposições.

3.12.1 Mudança do Ônus de Alteração

No modelo de valoração do projeto por Opções Reais, o custo fixo da alteração foi considerado como um equivalente a seis meses de serviço ou R\$6 milhões, como compensação aos custos gerados pela mudança e nivelador de risco entre as partes.

O interesse do contratante é maior em exercícios próximos ao fim do contrato, onde existe maior incerteza, mas opções exercidas no início do contrato são mais atraentes para o fornecedor, pois implicam em maior receita total, a fim de dissolver os custos e gerar os lucros. Portanto, o ônus de alteração procura o equilíbrio, de forma que o valor agregado pelo aumento da capacidade seja globalmente interessante às partes envolvidas.

Seu valor de equilíbrio depende da facilidade com que o provedor do recurso consegue viabilizar a mudança de escala, estando diretamente ligada ao seu projeto, capacidade própria, mercado e *supply chain*. Assim, sua determinação poderia ser

analisada sob a perspectiva de barganha, o que é sugerido como trabalho complementar no capítulo 5.

Mantendo o foco na valoração para o cliente, pode-se verificar a consequência de mudanças no ônus de alteração para o valor das opções de troca, conforme ilustrado na Figura 29.

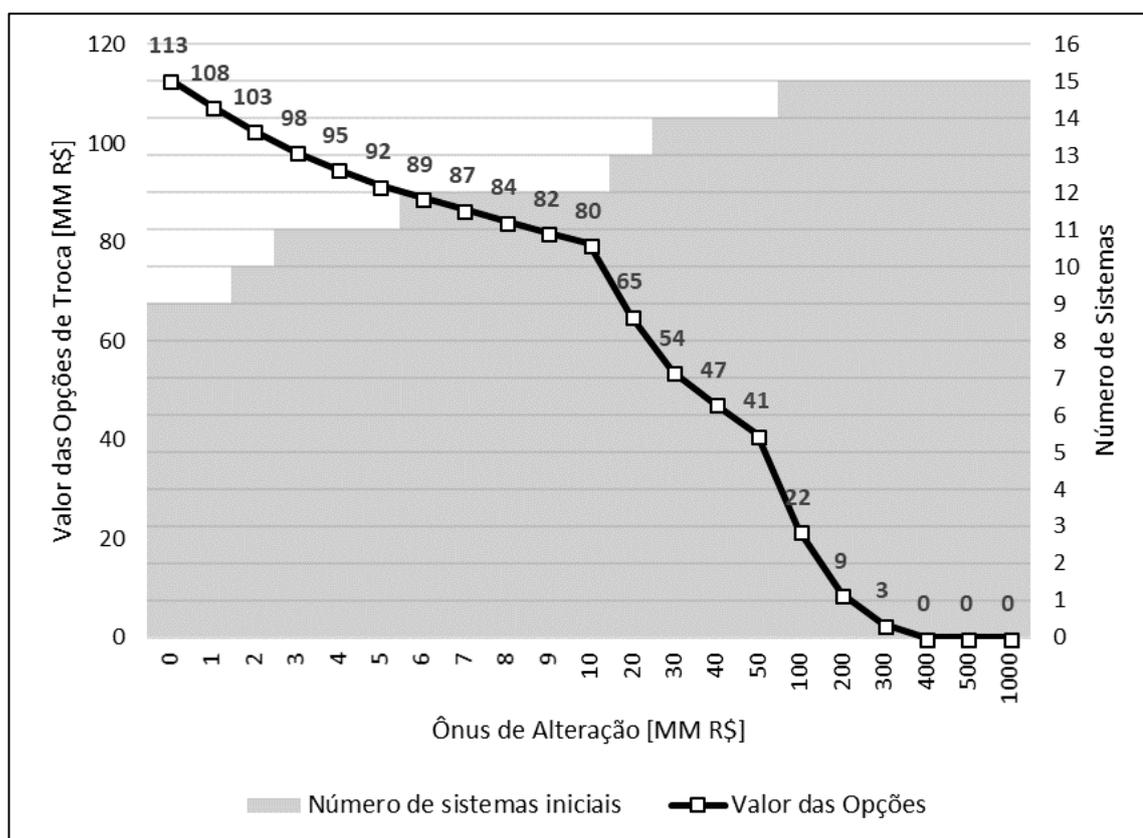


Figura 29 - Variação do valor das opções de troca em relação ao preço do ônus de alteração. Fonte: Autor

Como pode-se prever, o estabelecimento de um patamar mais baixo para o ônus de alteração favorece o exercício das opções, aumentando seu valor e incentivando quantidades menores no início do contrato. Em um extremo, com custo fixo zero, as opções de troca possuem valor de R\$113 milhões, iniciando o acordo com 9 sistemas contratados.

Compensações excessivamente altas inviabilizam o exercício das opções, o que é caracterizado pela convergência do valor de opções a zero e às quantidades iniciais previstas no modelo sem flexibilidade. No entanto, a queda ocorre significativamente apenas para valores de ônus muito superiores. Por exemplo, a

perda de 50% do valor das opções ocorre apenas quando o ônus passa de R\$6 milhões para mais de R\$40 milhões.

Dentro de um intervalo de valores realistas, é possível concluir que a opção de troca mantém sua utilidade e continua sendo relevante na estratégia de contratação.

3.12.2 Inclusão de Restrição de Acréscimos

Uma das premissas adotadas no modelo foi de que o contratante pode exercer uma opção de troca desde que a nova quantidade seja superior à praticada anteriormente. Para esse direito não foi estipulado um limite superior, de forma que um contrato inicialmente pequeno pode tornar-se substancialmente maior com o exercício das opções.

Ponderações a respeito da capacidade ilimitada de acréscimos são coerentes, pois mudanças dessa magnitude comprometem a clareza quanto às expectativas para as partes. Uma quantidade muito volátil poderia causar consequências indesejáveis como:

- a) elevada incerteza dos fornecedores frente à escala de seus investimentos, incluindo infraestrutura, para atendimento aos serviços do contrato;
- b) falta de foco na seleção dos potenciais fornecedores, que podem ser diferentes a depender da escala de fornecimento. Um grupo de fornecedoras possivelmente se interessará em quantidades pequenas, como as estabelecidas inicialmente de forma determinística e outro grupo somente em quantidades maiores, residentes nas opções, mas sem garantias;
- c) dificuldades das empresas em gerir internamente a obtenção e aprovação da verba, uma vez que o orçamento e limites não estão bem definidos.

Com o objetivo de avaliar a aderência dos resultados quando submetidos a tal questionamento, incorporou-se uma modificação no modelo de forma a limitar as opções de troca a uma proporção das quantidades inicialmente contratadas. Com a restrição, o valor do projeto *ex-dividendos* com opções passa a ser calculado pela equação 99.

$$VO_{t,n,s}^{e,lim} = \max\left(VO_{t,n,s}^{ew}; \max\{VO_{t,n,j}^{ew} - PE_{(j-s),t} \mid \forall s < j \leq s_{lim}\}\right) \quad (99)$$

Onde:

$VO_{t,n,s}^{e,lim}$ = valor do projeto *ex-dividendos* com opções limitadas no período t, estado n e oferta s.

$VO_{t,n,s}^{ew}$ = valor do projeto *ex-dividendos* mantendo a oferta s no período t , estado n .

$PE_{z,t}$ = preço de exercício para a adição de z sistemas no período t .

s_{lim} = valor limite para acréscimo dos sistemas

Considerando a possibilidade de quantidades inaugurais entre 6 e 35 sistemas, conforme realizado nas outras seções desta dissertação, foram especificados limites correspondentes a uma vez e meia as quantidades inicialmente contratadas. Com isso, o exercício das opções fica restrito aos modais que representem um aumento de no máximo 50% da quantidade inicial do contrato.

Os resultados de valoração do contrato sob estas condições são mostrados na Figura 30.

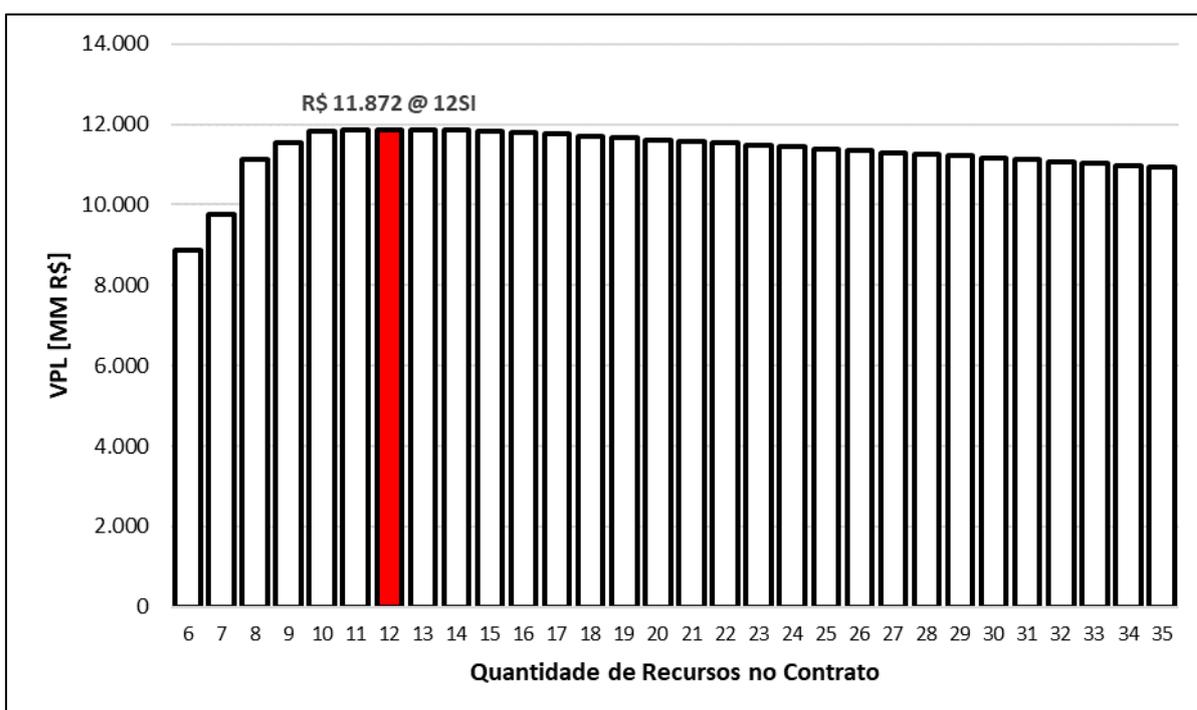


Figura 30 - Relação entre VPL e oferta de recursos com opções limitadas a 1,5x as quantidades iniciais do contrato. Destaque para VPL máximo. Fonte: Autor

A incapacidade de aumentar a quantidade de sistemas de forma significativa possui um impacto relevante caso o contrato seja iniciado com poucos recursos. O efeito observado é coerente com a expectativa pois, no novo modelo, iniciar a prestação de serviços com mais sistemas também implica na vantagem de um maior número de opções. No entanto, o valor do contrato rapidamente converge para os resultados obtidos sem a restrição de acréscimos.

A quantidade otimizada para início do contrato permanece em 12 sistemas e o VPL associado é de R\$11.872 milhões, R\$ 1 milhão inferior ao calculado anteriormente sem a restrição. Portanto, ainda que o contratante tenha o acréscimo limitado a 50% das quantidades iniciais, o valor das opções de troca nesta aplicação é de R\$ 88 milhões, uma redução de apenas 1,05% sobre o valor calculado sem restrição.

Com o aumento da quantidade de sistemas iniciais, a diferença se reduz ainda mais. Ela torna-se negligenciável, com diferença inferior a 0,001%, já com 14 sistemas inaugurais. Uma comparação entre os resultados obtidos com restrição de acréscimo e as avaliações anteriores está ilustrada na Figura 31.

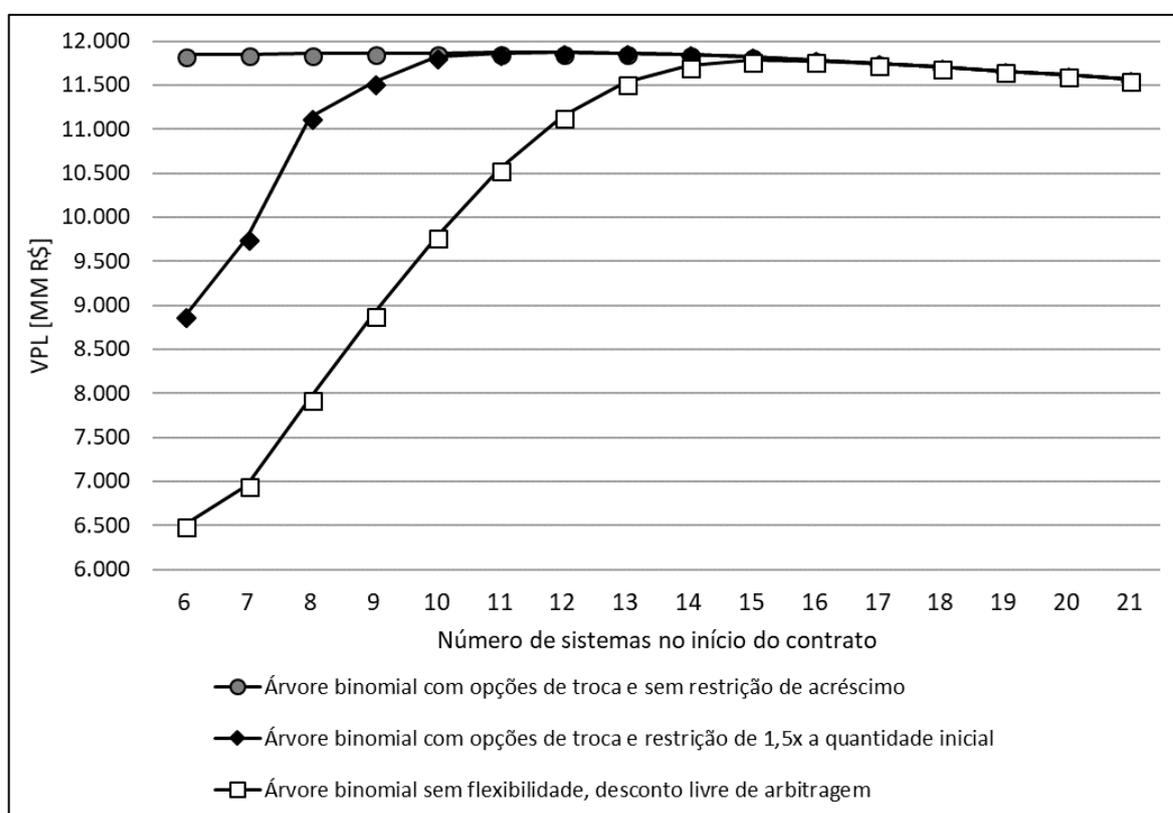


Figura 31 - Comparação entre VPL's obtidos com árvore binomial sem flexibilidade, opções irrestritas e opções com restrição de 1,5x as quantidades iniciais contratadas. Fonte: Autor

O ônus de alteração também influencia a diferença entre o valor de um modelo com adições irrestritas e outro com limitação a 50% dos valores iniciais. Isto ocorre porque a redução do ônus de alteração incentiva o início do contrato com quantidades menores, conforme discutido no item 3.12.1. Com a existência de restrição, no entanto, iniciar o contrato com quantidades menores significa também a incapacidade

de as aumentar posteriormente. A variação do valor das opções, de acordo com diferentes ônus de alteração, é representada na Figura 32.

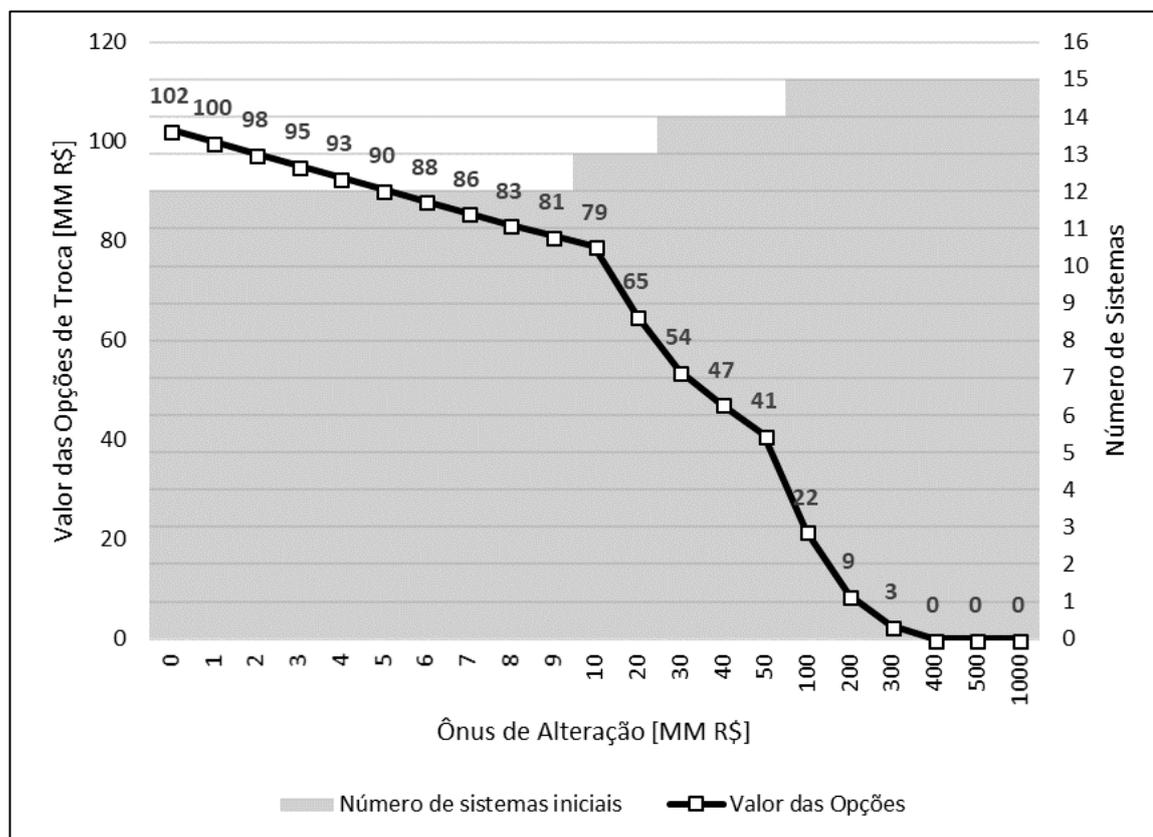


Figura 32 - Variação do valor das opções de troca em relação ao preço do ônus de alteração com inclusão de restrição de crescimento de 1,5x as quantidades iniciais. Fonte: Autor

Sem o ônus de alteração (custo de troca zero), a diferença de VPL entre modelos restritos e irrestritos é máxima, de 9,27%. Mas cai para 2,19% com um ônus de R\$4 milhões e 0,73% para um ônus de R\$10 milhões. As decisões ótimas para o início do contrato também se alteram com a adição da restrição. Com a limitação de 50% dos valores iniciais, o contrato nunca seria inaugurado com menos de 12 sistemas, mesmo com ônus de alteração igual a zero.

Portanto, conclui-se que a existência de restrições significativas ao aumento de sistemas, como a de 50% dos valores iniciais do contrato, não são muito significativas para ônus de alteração próximo dos R\$6 milhões considerados, sendo relevante somente quando o ônus de alteração é baixo, especialmente devido a modificação das quantidades iniciais indicadas.

3.12.3 Variação das Taxas de Desconto

O ajuste das taxas de desconto de acordo com o risco são fundamentais nas teorias modernas de valoração e esses parâmetros possuem elevada relevância nos resultados das análises. Para a valoração do estudo de caso desta dissertação, utilizamos um desconto ajustado ao risco de projeto de 15% a.a. e uma taxa livre de risco de 6% a.a., tendo como referência trabalhos expressivos na área, como Dias (1996) e Marreco (2001).

No entanto, existe variedade nas considerações dos autores e também da mudança dos descontos com o tempo. A taxa livre de risco pode ser encontrada variando entre 6% e 8% nas publicações de autores brasileiros, assim como prêmios de risco entre 2% e 10% para projetos de petróleo (MARRECO, 2001).

Dentro de uma faixa realista, alterações do valor da flexibilidade contratual são mostradas nas figuras 33 e 34, considerando variação da taxa de desconto ajustada ao risco ou da taxa livre de risco respectivamente.

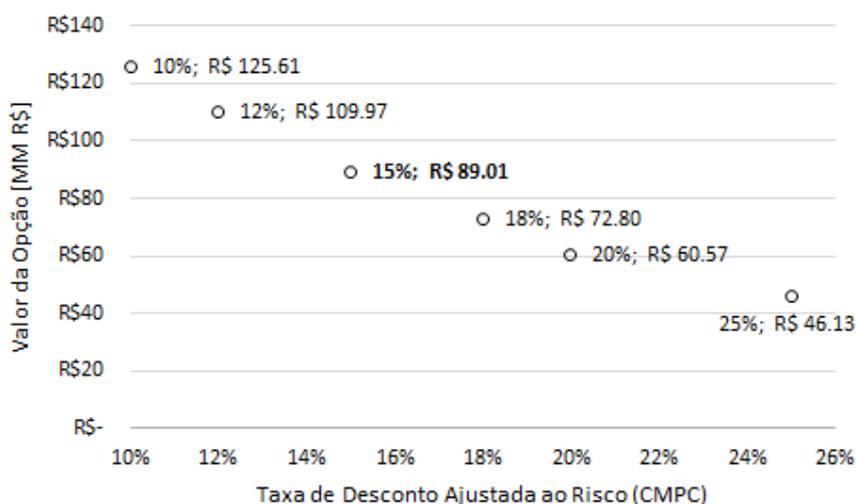


Figura 33 - Variação do valor das opções de troca em relação à taxa de desconto ajustada ao risco. Fonte: Autor

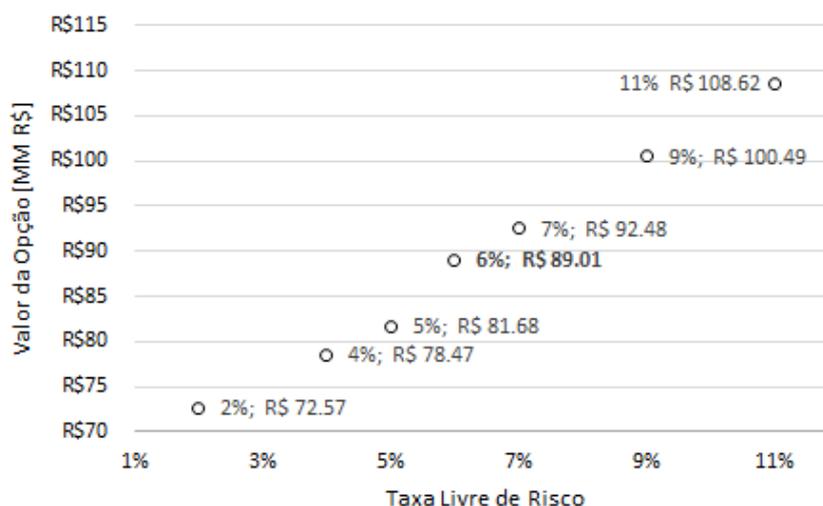


Figura 34 - Variação do valor das opções de troca em relação à taxa livre de risco.
Fonte: Autor

Verifica-se que a expectativa de redução da taxa de desconto (DIAS, 2014a) tem o efeito de valorizar a flexibilidade, que atinge o valor de R\$125 milhões, se ψ é igual a 10%. Em relação à taxa livre de risco, constata-se que seu aumento tende a valorizar as opções e sua redução conduz à desvalorização. No entanto, mesmo com uma taxa livre de risco tão baixa quanto 2% a.a., a opção retém 85% do seu valor.

4 CONCLUSÕES

Existe um desafio residente na identificação das receitas dos fluxos de caixa de contratos de serviços especializados, pois enquanto fornecedores de serviços percebem o negócio como um empreendimento convencional, os gerentes de projetos submarinos concebem as despesas do *pool* como custos indiretos. Nesse modelo, o contratante intermediário (setor especializado da empresa de óleo e gás) não acessa com clareza a geração de valor, prejudicando as análises financeiras. Para solução dessa dificuldade, a dissertação lastreou-se nos métodos de *scheduling* de sondas, propondo a quantificação das receitas potenciais através da capacidade de viabilizar o principal recurso da etapa do projeto, a unidade marítima de intervenção. Com isso, os valores financeiros absolutos não representaram entradas financeiras reais, mas possibilitaram abordar de forma quantitativa os impactos relacionados à quebra das expectativas sobre os serviços contratados e, sob a ótica de receita, relacioná-los em contrapartida às importâncias pagas aos fornecedores. A abordagem corroborou a hipótese de que é possível modelar um fluxo de caixa coerente, para contratações integradas de serviços, na construção de poços submarinos.

Na metodologia deste trabalho, foi estruturada a previsão do comportamento da utilização dos serviços utilizando os dados históricos, seguido do cômputo por três métodos de valoração: fluxo de caixa descontado tradicional, *lattice* binomial sem flexibilidade e *lattice* binomial com opções de troca incorporadas, esse último representando um contrato flexível, em que existe a opção de aumentar o nível de serviço no mês seguinte à decisão.

A incerteza foi incorporada por um *lattice* denominado árvore principal, construído em sentido direto (*forwards*) por meio da metodologia CRR e volatilidade calculada por simulação. As considerações de oferta foram acrescentadas como limitação dos dividendos da árvore principal, estabelecendo árvores derivadas livres de arbitragem, em sentido *backwards*. Com isso, a flexibilidade pôde ser incorporada pela possibilidade de se eleger opções de espera mais valiosas, entre as árvores derivadas de maior oferta. Nessa tarefa, a técnica binomial permitiu considerar e modelar adequadamente o comportamento estocástico da variável utilização, enquanto o método CRR permitiu a construção de uma árvore representativa da incerteza no valor do contrato, calculando-o com desconto pertinente aos princípios de não-arbitragem, o que já agrega vantagem sobre os métodos tradicionais de FCD.

A construção de árvores de incerteza derivadas de um fluxo de caixa principal e a escolha otimizada entre esses elementos, utilizando opções de troca e aplicando duas valorações sequenciais no sentido inverso, se apresenta inovadora no melhor conhecimento do autor e contribui para a Teoria de Opções Reais. O procedimento também possui potencial de abrangência para outras aplicações, conforme discutido nas oportunidades de trabalhos futuros.

Além da avaliação global do investimento, uma das grandes vantagens obtidas pela técnica implementada refere-se ao direcionamento por decisões otimizadas discretas e explicitadas a cada mês como função do valor do contrato. Essa característica fornece uma orientação clara sobre as decisões esperadas ao gestor contratante, a fim de alcançar o VPL previsto. A objetividade e transparência respalda um critério prático de decisão, com impacto positivo na aceitação do modelo e um aspecto crítico da fase de implementação.

O estudo de caso, abordando dados de utilização representativos de uma classe de serviços submarinos e abrangendo um período superior a oito anos, mostrou uma valorização potencial de R\$89 milhões, agregada pela flexibilidade de acrescentar recursos ao contrato. Além disso, identificou um novo nível de serviço inicial, de maior valor presente líquido. Nessa etapa, estabeleceu um critério inequívoco para determinação das quantidades originais do contrato, frequentemente uma das maiores fontes de discussão nas esferas táticas empresariais.

Para a aplicação em questão, o valor das opções foi significativo. O resultado expressa que ao se deparar com a perspectiva de um contrato tradicional de nível fixo, contemplando 15 serviços (como preconizado pela avaliação sem flexibilidade), a empresa de óleo e gás contratante preferiria pagar um valor adicional de até 42% sobre o total desse acordo (R\$89 milhões) pela alternativa de iniciá-lo com 12 serviços, mas possuindo o direito de elevar o nível de prestação ao longo dos quatro anos da relação. Além disso, a consideração sistemática da incerteza aliada às opções, sugere que o contrato seja iniciado com uma redução de 20% no nível de serviço, o que tende a ser mais compatível com a atuação gerencial em cenários incertos.

Além das claras vantagens financeira fornecidas à empresa de óleo e gás detentora da opção (*holder*), a flexibilidade insere um potencial expressivo de benefícios ao fornecedor, uma vez que mesmo com um dimensionamento inicial mais comedido, o modelo de negócio o compensa de três formas diferentes.

Primeiramente, os esforços adicionais de redução do *lead time* e mobilizações são valorizados pelo aumento do valor do contrato, cujo limite é representado pela valoração das opções (R\$89 milhões para o estudo de caso), devendo ser compartilhado entre as duas partes. Em segundo lugar, cada serviço adicionado agrega uma receita fixa relacionada ao ônus de alteração (neste caso, R\$6 milhões) e ainda existe o acréscimo de receitas decorrentes das taxas mensais dos serviços adicionados, que podem ser superiores ao patamar fixo de um instrumento contratual convencional.

Ao ser confrontado com ampla variação dos parâmetros considerados, o valor das opções de troca permaneceu robusto. Em suma, o aumento da taxa de desconto ajustada ao risco, já considerada conservativa para aplicação, tem a capacidade de reduzir em 48% o valor da opção somente quando alterada para 25%, uma taxa superior a qualquer conjectura encontrada na literatura. Da mesma forma, a redução da taxa livre de risco para 2% (extremamente baixa no contexto brasileiro) reduz em apenas 18% o valor da flexibilidade. Sobre o ônus de alteração, ponderado em aproximadamente seis meses de serviço, verificou-se que somente o acréscimo para R\$40 milhões (aumento de mais de 6,5 vezes) provocaria a redução de 50% no valor da flexibilidade. Por fim, em uma questão de ordem prática, foi colocada à prova a liberdade contida na premissa de acréscimos ilimitados, em que um contrato poderia teoricamente alterar de forma irreal sua escala orçamentária. No entanto, constatou-se que mesmo com restrições severas ao acréscimo do nível de serviço, limitando-o a 50% das quantidades originais, o valor das opções foi reduzido em apenas 1,05%.

5 OPORTUNIDADE DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

Como oportunidades de desenvolvimento em pesquisas futuras são identificadas considerações com possibilidade de aumentar a precisão do trabalho aqui desenvolvido, assim como estender sua abrangência. Algumas sugestões são:

- a) o custo diário de sonda ou do serviço especializado podem ser considerados como variáveis estocásticas correlacionadas (positivamente) com a utilização ou mesmo com o preço do petróleo. O efeito de um acréscimo dos custos de sonda e do serviço especializado tendem a se anular, mas é esperado que a variação absoluta no custo de sonda seja superior, com efeito de aumentar o ganho em cenários de alta demanda e induzir contratações maiores. No entanto, deve ser usado com razoabilidade pois normalmente os contratos são de médio prazo e exibem um atraso quanto à reverberação de altas de mercado. No caso da variável utilização como parâmetro, um atraso já se encontra incorporado, uma vez que o aumento da utilização implica nos recursos disponíveis e operando. Importante considerar que a relação entre preços e utilização é usualmente atrativa em análises que envolvem horizontes mais longos do que o tratado nesta dissertação;
- b) os contratos de sondas são relativamente previsíveis, embora o cronograma não o seja. Dessa forma, o máximo de unidades marítimas disponíveis dentro do horizonte avaliado influencia a utilização e pode ser visto como um limite superior para a variável. Essa consideração tende a atuar como uma barreira repelente e limitar os ganhos. O número total de sondas possivelmente interferiu nos dados que originaram o comportamento estocástico da utilização, mas não são considerados explicitamente na geração da árvore binomial, o que não foi considerado uma limitação importante nesta análise. Mas com previsões muito próximas de uma barreira conhecida, pode ser interessante a consideração de um limite na própria árvore de eventos. Essa abordagem pode ser referenciada em Zettl (2002);
- c) neste trabalho foi considerada a opção de aumento dos sistemas contratos sem que houvesse posterior opção de redução, o que torna o investimento totalmente irreversível. Os motivos foram discutidos ao longo da metodologia, mas pode-se avaliar sistematicamente quais os impactos gerados por um modelo reversível ou parcialmente irreversível, com possibilidade de se reduzir

os valores contratados através do pagamento de uma taxa, por exemplo. Para facilitar a abordagem prática, pode-se considerar um limite mínimo a ser negociado na fase de elaboração do contrato e a análise ajudaria a quantificar o valor deste limite e influenciar as equipes de negociação;

- d) no caso de estudo da dissertação, optou-se pela modelagem da variável estocástica pelo modelo exponencial de Ornstein-Uhlenbeck. No entanto, existem oportunidades de aplicar a previsão através de outros modelos e somente a avaliação da relação entre modelos e variáveis pode constituir um estudo interessante por si só. Estudos recentes fazem uso de modelos diferenciados e cada vez mais elaborados, sendo que a modelagem de saltos estocásticos tem se tornado cada vez mais popular. Embora o comportamento estocástico utilizado neste trabalho não preveja a ocorrência de saltos, a análise visual do gráfico e experiência mostram que estes poderiam ocorrer em maior ou menor grau, seja por um aquecimento abrupto do mercado, mudança dos planos estratégicos, eventos catastróficos... A concepção de uma modelagem estocástica da demanda, considerando a ocorrência de saltos é considerada uma pesquisa intrigante;
- e) no modelo foi considerado que toda a receita é perdida quando a oferta é inferior à utilização, além de que as demandas podem ser atendidas em uma fração do tempo total. Na consideração de serviços e outras aplicações pode ser interessante a consideração de aproveitamentos, de forma que ao menos uma parcela da diferença entre oferta e demanda seja desfrutada. O benefício pode ser abordado de forma determinística, sendo a variável independente em uma curva relacionada ao excesso, ou com foco probabilístico, adicionando-se uma nova variável estocástica;
- f) as principais simplificações do modelo apresentado nesta dissertação referem-se ao imediatismo de resultados. Estas considerações encontram-se na decisão das quantidades iniciais do contrato, feitas imediatamente antes do início da prestação de serviço e no exercício das opções de troca, que influenciam o próximo fluxo de caixa do projeto. Apesar de pressupostos desse tipo serem utilizados na construção de modelos, como em Hahn e Dyer (2008), as consequências de decisões levam tempo para se concretizarem. Para refletir tais efeitos, pode-se avaliar a aplicação de um atraso na resposta e seus

- efeitos na valoração, conforme o conceito de *time to build*, que tem como uma das referências de maior expressão o trabalho de Majd e Pindyck (1987);
- g) embora o ônus de alteração tenha sido estimado de forma realista e sua influência avaliada, este foi definido com uma conjectura unilateral. Seria interessante o desenvolvimento de trabalhos que busquem modelar os riscos também por parte do fornecedor e definir o ônus de alteração como produto de um problema de barganha e equilíbrio de Nash, como em Kulatilaka e Marks (1988).

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS⁵

ACCIOLY, R. M. S.; CHIYOSHI, F. Y. Simulando Operações de Manutenção em Poços de Petróleo. In: XVIII ENEGEP – ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. **Anais...Niterói** 1998.

AKAIKE, H. Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. In: (Ed.). **Selected Papers of Hirotugu Akaike**. Nova Iorque: Springer Science & Business Media, 1998. p.199-213. ISBN 9780387983554.

AMRAM, M.; KULATILAKA, N. **Real Options - Managing Strategic Investment in an Uncertain World**. 1 ed. Boston: Harvard Business School Press Boston, 1999. 246p. ISBN 0-87584-845-1.

ANG, J. S.; DUKAS, S. P. Capital Budgeting in a Competitive Environment. **Managerial Finance**, v. 17, n. 2/3, p. 6-15, 1991. ISSN 0307-4358.

ANH, V. V.; LEONENKO, N. N.; SHIEH, N.-R. Multifractality of Products of Geometric Ornstein-Uhlenbeck-Type Processes. **Advances in Applied Probability**, v. 40, n. 4, p. 1129-1156, 2008. ISSN 0001-8678.

ARROW, K. J.; DEBREU, G. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 265-290, 1954. ISSN 0012-9682.

ARROW, K. J.; FISHER, A. C. Environmental Preservation, Uncertainty, and Irreversibility. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 88, n. 2, p. 312-319, 1974.

ASTERIOU, D.; HALL, S. G. **Applied Econometrics: a Modern Approach**. 1ª ed. revisada. Nova Iorque: Palgrave Macmillan, 2007. 397p. ISBN 9780230506404.

BACHELIER, L. Théorie de la Spéculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1900, Elsevier. p.21-86.

_____. **Louis Bachelier's Theory of Speculation: The Origins of Modern Finance**. Princeton University Press, 2011. ISBN 1400829305.

BALDWIN, C. Y.; CLARK, K. B. Capabilities and Capital Investment: New Perspectives on Capital Budgeting. **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 5, n. 2, p. 67-82, 1992. ISSN 1745-6622.

BARBOSA, D.; CARVALHO, V. M.; PEREIRA, P. J. Public Stimulus for Private Investment: An Extended Real Options Model. **Economic Modelling**, v. 52, p. 742-748, 2016. ISSN 02649993.

BARLOW, M. T. A Diffusion Model for Electricity Prices. **Mathematical finance**, v. 12, n. 4, p. 287-298, 2002. ISSN 1467-9965.

BARTLETT, M. S. On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time-Series. **Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society**, v. 8, n. 1, p. 27-41, 1946. ISSN 1466-6162.

⁵ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR 6023).

BASSI, H. V. **Simulação-Otimização e Reconexão por Caminhos Aplicadas ao Gerenciamento de Sondas de Intervenção**. 2010. 114 (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

BASTIAN-PINTO, C.; BRANDÃO, L. E. T.; ALVES, M. D. L. The Ethanol-Gas Flex Fuel Car: What is the Option Value of Choosing your Own Fuel. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 12. **Proceedings...**Rio de Janeiro 2008.

_____. Valuing the Switching Flexibility of the Ethanol-Gas Flex Fuel Car. **Annals of Operations Research**, v. 176, n. 1, p. 333-348, 2010. ISSN 0254-5330.

BEARE, B. K. Unit Root Testing with Unstable Volatility. **Working Paper**, Oxford University, 2008.

BEDNYAGIN, D.; GNANSOUNOU, E. Estimating Spillover Benefits of Large R&D Projects: Application of Real Options Modelling Approach to the Case of Thermonuclear Fusion R&D Programme. **Energy Policy**, v. 41, p. 269-279, 2012. ISSN 03014215.

BENNOUNA, K.; MEREDITH, G. G.; MARCHANT, T. Improved Capital Budgeting Decision Making: Evidence from Canada. **Management Decision**, v. 48, n. 2, p. 225-247, 2010.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos Deuses: a Fascinante História do Risco**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1997. 389p. ISBN 8535202102.

BERTSEKAS, D. P. **Dynamic Programming and Optimal Control**. 3 ed. Belmont: Athena Scientific, 2005. 543p. ISBN 1886529264.

BHATTACHARYA, S. Project Valuation with Mean-Reverting Cash Flow Streams. **The Journal of Finance**, v. 33, n. 5, p. 1317-1331, 1978. ISSN 1540-6261.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, p. 637-654, 1973. ISSN 0022-3808.

BOS, R.; GAIRAT, A.; SHEPELEVA, A. Stock Options Dealing With Discrete Dividends. **Risk Magazine**, v. 16, n. 1, p. 109-112, 2003. ISSN 0952-8776.

BOSWIJK, H. P. Adaptive Testing for a Unit Root with Nonstationary Volatility. **Discussion Paper**, UvA-Econometrics - Amsterdam School of Economics, 2005.

BOYLE, P.; BROADIE, M.; GLASSERMAN, P. Monte Carlo Methods for Security Pricing. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 21, n. 8, p. 1267-1321, 1997. ISSN 0165-1889.

BRANDÃO, L. E.; DYER, J. S.; HAHN, W. J. Response to Comments on Brandão *et al.*(2005). **Decision Analysis**, v. 2, n. 2, p. 103-109, 2005a. ISSN 1545-8490.

_____. Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. **Decision Analysis**, v. 2, n. 2, p. 69-88, 2005b. ISSN 1545-8490.

BRANDÃO, L. E. T.; PENEDO, G. M.; BASTIAN-PINTO, C. The Value of Switching Inputs in a Biodiesel Production Plant. **The European Journal of Finance**, v. 19, n. 7-8, p. 674-688, 2013. ISSN 1351-847X.

BRAUNEIS, A.; MESTEL, R.; PALAN, S. Inducing Low-Carbon Investment in The Electric Power Industry Through a Price Floor for Emissions Trading. **Energy Policy**, v. 53, p. 190-204, 2013. ISSN 03014215.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas**. 10 ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2013. 876p. ISBN 9788580552386.

BREUSCH, T. S.; PAGAN, A. R. A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 1287-1294, 1979. ISSN 0012-9682.

BRIGHAM, E.; EHRHARDT, M. **Financial Management: Theory & Practice**. 12 ed. Mason: Cengage Learning, 2008. 1104p. ISBN 9780324422696.

BROUNEN, D.; DE JONG, A.; KOEDIJK, K. C. Corporate Finance in Europe Confronting Theory With Practice. **Financial Management**, v. 33, p. 71-101, 2004.

CAMARGO, A. S. *et al.* Option Value Embedded on the Brazilian Flex and Sustainable Vehicles. **International Journal of Social Ecology and Sustainable Development (IJSESD)**, v. 2, n. 3, p. 18-33, 2011. ISSN 1947-8402.

CARHART, M. M. On Persistence in Mutual Fund Performance. **The Journal of Finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997. ISSN 1540-6261.

CARMONA, S.; IYER, G.; RECKERS, P. M. J. The Impact of Strategy Communications, Incentives and National Culture on Balanced Scorecard Implementation. **Advances in Accounting**, v. 27, n. 1, p. 62-74, 2011. ISSN 0882-6110.

CAVALIERE, G. Unit Root Tests under Time-Varying Variances. **Econometric Reviews**, v. 23, n. 3, p. 259-292, 2005. ISSN 0747-4938.

CAVALIERE, G.; TAYLOR, A. R. Testing for Unit Roots in Time Series Models with Non-Stationary Volatility. **Journal of Econometrics**, v. 140, n. 2, p. 919-947, 2007. ISSN 0304-4076.

_____. Bootstrap Unit Root Tests for Time Series With Nonstationary Volatility. **Econometric Theory**, v. 24, n. 1, p. 43-71, 2008a. ISSN 1469-4360.

_____. Time-Transformed Unit Root Tests for Models with Non-Stationary Volatility. **Journal of Time Series Analysis**, v. 29, n. 2, p. 300-330, 2008b. ISSN 1467-9892.

CHATFIELD, C. **The Analysis of Time Series: An Introduction**. 6^a ed. Boca Raton, FL: Chapman & Hall / CRC Press, 2003. 352p. ISBN 0203491688.

CHEN, J. L.; JIA, Z. T.; SUN, P. W. Real Option Component of Cash Holdings, Business Cycle, and Stock Returns. **International Review of Financial Analysis**, v. 45, p. 97-106, 2016. ISSN 10575219.

CHEN, P. Y. The Investment Strategies for a Dynamic Supply Chain under Stochastic Demands. **International Journal of Production Economics**, v. 139, n. 1, p. 80-89, 2012. ISSN 09255273.

CHEVALIER-ROIGNANT, B.; TRIGEORGIS, L. **Competitive Strategy: Options and Games**. Cambridge (USA): MIT Press, 2011. 488p. ISBN 0262015994.

CHITTENDEN, F.; DERREGIA, M. Uncertainty, Irreversibility and the Use of 'Rules of Thumb' in Capital Budgeting. **The British Accounting Review**, v. 47, n. 3, p. 225-236, 2015. ISSN 0890-8389.

COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Real Options - A Practitioner's Guide**. New York: Texere LLC, 2001. 372 p. ISBN 1587990288.

COPELAND, T.; TUFANO, P. A Real-World Way to Manage Real Options. **Harvard Business Review**, v. 82, n. 3, p. 90-99, 2004. ISSN 0017-8012.

COSTA, B. E. D. **Estudo Bibliométrico sobre Opções Reais no Brasil**. 2014. 254p. (Mestrado em Ciências Sociais Aplicadas). Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

COX, J. C.; ROSS, S. A. A Survey of Some New Results in Financial Option Pricing Theory. **The Journal of Finance**, v. 31, n. 2, p. 383-402, 1976a. ISSN 1540-6261.

_____. The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. **Journal of Financial Economics**, v. 3, n. 1-2, p. 145-166, 1976b. ISSN 0304-405X.

COX, J. C.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. Option Pricing: A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, v. 7, n. 3, p. 229-263, 1979. ISSN 0304-405X.

COX, J. C.; RUBINSTEIN, M. **Options Markets**. Prentice Hall, 1985. ISBN 9780136382058.

DALBEM, M. C.; BRANDÃO, L. E. T.; GOMES, L. L. Can the Regulated Market Help Foster a Free Market For Wind Energy in Brazil? **Energy Policy**, v. 66, p. 303-311, 2014. ISSN 03014215.

DE ANDRÉS, P.; DE LA FUENTE, G.; VELASCO, P. Are Real Options a Missing Piece in the Diversification-Value Puzzle? **International Review of Financial Analysis**, v. 48, p. 261-271, 2016. ISSN 10575219.

DE OLIVEIRA, M. F. **Metodologia Científica: Um Manual para a Realização de Pesquisas em Administração**. Catalão: Universidade Federal de Goiás, 2011. 72p.

DE SOUZA, P.; LUNKES, R. J. Capital Budgeting Practices by Large Brazilian Companies. **Contaduría y Administración**, v. 61, n. 3, p. 514-534, 2016. ISSN 0186-1042.

DE SOUZA, P.; SCHNORRENBARGER, D.; LUNKES, R. J. Práticas de Orçamento de Capital Predominantes na Literatura Internacional. **Innovar: Revista de Ciências Administrativas y Sociales**, v. 26, n. 60, p. 103-116, 2016. ISSN 0121-5051.

DIAS, M. A. G. **Investimento sob Incerteza em Exploração e Produção de Petróleo**. 1996. 464 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção). Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

_____. Selection of Alternatives of Investment in Information for Oil-Field Development Using Evolutionary Real Options Approach. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 5. **Proceedings...** Los Angeles 2001.

_____. Monte Carlo Simulation of Stochastic Processes. 2004. Disponível em: < http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/sim_stoc_proc.html >. Acesso em: 01 set. 2017.

_____. **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo**. 2005. 509 (Doutorado em Engenharia Industrial). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

_____. **Análise de Investimentos com Opções Reais, Volume 1: Conceitos Básicos e Opções Reais em Tempo Discreto.** 1ª edição. Rio de Janeiro: Interciência, 2014a. 356p. ISBN 9788571933552.

_____. **Análise de Investimentos com Opções Reais, Volume 2: Processos Estocásticos e Opções Reais em Tempo Contínuo.** 1ª edição. Rio de Janeiro: Interciência, 2014b. 496p. ISBN 9788571933569.

DIAS, M. A. G.; TEIXEIRA, J. P. Continuous-Time Option Games: Review of Models and Extensions. **Multinational Finance Journal**, v. 14, n. 3/4, p. 219-254, 2010.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366a, p. 427-431, 1979. ISSN 0162-1459.

DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. **Investment Under Uncertainty.** 1 ed. Princeton: Princeton University Press, 1994. ISBN 0691034109.

_____. The Options Approach to Capital Investment. **Harvard Business Review**, v. 73, n. 3, p. 105-115, 1995. ISSN 0017-8012.

DOCKENDORF, J.; PAXSON, D. The Value of Switching Outputs in a Fertilizer Plant in The US. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 13. **Proceedings...**Portugal and Spain 2009.

EWALD, C.-O.; WANG, W.-K. Irreversible Investment with Cox–Ingersoll–Ross Type Mean Reversion. **Mathematical Social Sciences**, v. 59, n. 3, p. 314-318, 2010. ISSN 0165-4896.

EYDELAND, A.; WOLYNIEC, K. **Energy and Power Risk Management.** Hoboken: John Wiley & Sons, 2003. 504p. ISBN 9780471455875.

FAGUNDES, H. C.; NOGUEIRA, R. T. Analyzing the Collaboration Network of Real Options Authors. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 21. **Proceedings...**Boston 2017.

FAGUNDES, H. C.; NOGUEIRA, R. T. Evaluating Flexibility for Oil Well Construction Services. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 22. **Proceedings...**Dusseldorf 2018.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. **The Journal of Finance**, v. 50, n. 1, p. 131-155, 1995. ISSN 1540-6261.

FARIA, L. F. V. D. **Análise de Projeto de Investimento e Tomada de Decisão com Utilização da Teoria de Opções Reais na Indústria do Petróleo: Um Modelo de Opção de Abandono.** 2015. 135p. (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes.

FERNANDES, R.; GOUVEIA, B.; PINHO, C. A Real Options Approach to Labour Shifts Planning under Different Service Level Targets. **European Journal of Operational Research**, v. 231, n. 1, p. 182-189, 2013. ISSN 03772217.

FERREIRA FILHO, V.; HAMACHER, S. **Aplicações de Pesquisa Operacional na Indústria Internacional de Petróleo: Modelagem e Solução para Problemas da Exploração e Distribuição.** 1 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. 432p. ISBN 9788535281385.

FISHER, I. The Theory of Interest, as Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest it. **Bulletin of the American Mathematical Society**, 1930. ISSN 1088-9485.

FLIGHTGLOBAL. Fedex Exercises Boeing 777F Options. 2009. Disponível em: < <https://www.flightglobal.com/news/articles/fedex-exercises-boeing-777f-options-320969/> >. Acesso em: 11 mar. 2017.

FOX, J. **Applied Regression Analysis, Linear Models and Related Methods**. Los Angeles: Sage Publications, 1997. 597p. ISBN 9780803945401.

FUKUI, Y.; IMAI, J. A Case Study of Membrane Ceilings Business Using a Real Options Approach. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 21. **Proceedings...**Boston 2017.

GALAI, D. On the Boness and Black-Scholes Models for Valuation of Call Options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 13, n. 01, p. 15-27, 1978. ISSN 1756-6916.

GESKE, R. The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 12, n. 4, p. 541-552, 1977. ISSN 1756-6916.

GHOSAL, V.; LOUNGANI, P. The Differential Impact Of Uncertainty on Investment in Small and Large Businesses. **Review of Economics and Statistics**, v. 82, n. 2, p. 338-343, 2000.

GITMAN, L. J. **Principles of Managerial Finance**. 10ª edição. Addison Wesley, 2002. 928p. ISBN 0201784793.

GODINHO, P. Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis. **Journal of Applied Finance**, v. 16, n. 1, p. 15-30, 2006.

GRAHAM, J. R.; HARVEY, C. R. The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field. **Journal of Financial Economics**, v. 60, n. 2, p. 187-243, 2001. ISSN 0304-405X.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria Básica**. São Paulo-SP: AMGH Editora, 2011. 920p. ISBN 9788580550511.

GUTHRIE, G. Regulated Prices and Real Options. **Telecommunications Policy**, v. 36, n. 8, p. 650-663, 2012. ISSN 03085961.

HAAHTELA, T. J. Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation with Regression Sum of Squares Error Method. Social Science Research Network, 2011. Disponível em: < <https://ssrn.com/abstract=1864905> >. Acesso em: 22 set. 2017.

HAHN, W. J.; DYER, J. S. Discrete Time Modeling of Mean-Reverting Stochastic Processes for Real Option Valuation. **European Journal of Operational Research**, v. 184, n. 2, p. 534-548, 2008. ISSN 0377-2217.

HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994. 816p. ISBN 9780691042893.

HAMORI, S.; TOKIHISA, A. Testing for a Unit Root in the Presence of a Variance Shift. **Economics Letters**, v. 57, n. 3, p. 245-253, 1997. ISSN 0165-1765.

HAN, J. T. There is Value in Operational Flexibility: An Intelligent Well Application. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM. **Proceedings...**Dallas 2003.

HENRY, C. Investments Decisions under Uncertainty: The Irreversibility Effect. **American Economic Review**, v. 64, p. 1006-1012, 1974.

HERATH, H. S.; PARK, C. S. Multi-Stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options. **The Engineering Economist**, v. 47, n. 1, p. 1-27, 2002. ISSN 0013-791X.

HERNANDEZ-PERDOMO, E. A.; MUN, J.; ROCCO, C. M. S. Active Management in State-Owned Energy Companies: Integrating a Real Options Approach into Multicriteria Analysis to Make Companies Sustainable. **Applied Energy**, v. 195, p. 487-502, 2017. ISSN 03062619.

HOLMEN, M.; PRAMBORG, B. Capital Budgeting and Political Risk: Empirical Evidence. **Journal of International Financial Management & Accounting**, v. 20, n. 2, p. 105-134, 2009. ISSN 1467-646X.

HUANG, H. H.; CHUANG, W. L. Real Options Game Over the Business Cycle. **Economic Modelling**, v. 35, p. 715-721, 2013. ISSN 02649993.

HUISMAN, K. J. M. **Technology Investment: A Game Theoretic Real Options Approach**. Boston: Kluwer Academic Pub, 2001. 259p. ISBN 1475734239.

HULL, J. C. **Opções, Futuros e Outros Derivativos**. 9ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. 968p. ISBN 8582603932.

IBANEZ, A.; ZAPATERO, F. Monte Carlo Valuation of American Options Through Computation of the Optimal Exercise Frontier. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 39, n. 02, p. 253-275, 2004. ISSN 1756-6916.

IHS-MARKIT. Petrodata Offshore Rig Day Rate Trends. 2018. Disponível em: < <https://ihsmarkit.com/products/oil-gas-drilling-rigs-offshore-day-rates.html> >. Acesso em: 29 mai. 2018.

KAHNEMAN, D. **Rápido e Devagar: Duas Formas de Pensar**. Rio de Janeiro, RJ: Editora Objetiva, 2012. 608p. ISBN 8539004011.

KALHOEFER, C. Ranking of Mutually Exclusive Investment Projects—How Cash Flow Differences Can Solve the Ranking Problem. **Investment Management and Financial Innovations**, v. 7, n. 2, p. 81-86, 2010.

KENDALL, M. G.; HILL, A. B. The Analysis of Economic Time-Series. Part I: Prices. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 116, n. 1, p. p. 11-34, 1953. ISSN 0035-9238.

KESTER, W. C. Today's Options for Tomorrow's Growth. **Harvard Business Review**, v. 62, p. 153-160, 1984.

KIM, B. *et al.* A Real Option Perspective to Value the Multi-Stage Construction of Rainwater Harvesting Systems Reusing Septic Tank. **Water Resources Management**, v. 28, n. 8, p. 2279-2291, 2014. ISSN 09204741.

KIM, T.; LEYBOURNE, S.; NEWBOLD, P. Unit Root Tests with a Break In Innovation Variance. **Journal of Econometrics**, v. 109, n. 2, p. 365-387, 2002. ISSN 0304-4076.

KLIEMANN NETO, F. J. *et al.* A Gestão de Riscos como Ferramenta para Aumento da Competitividade das Empresas. In: ABEPRO (Ed.). **Tópicos Emergentes e Desafios Metodológicos em Engenharia de Produção: Casos, Experiências e Proposições**. Rio de Janeiro: ABEPRO, 2011. cap. 3, p.151-210.

KOBARI, L.; JAIMUNGAL, S.; LAWRYSHYN, Y. A Real Options Model to Evaluate The Effect of Environmental Policies on the Oil Sands Rate of Expansion. **Energy Economics**, v. 45, p. 155-165, 2014. ISSN 01409883.

KOGUT, B.; KULATILAKA, N. Options Thinking and Platform Investments: Investing in Opportunity. **California Management Review**, v. 36, n. 2, p. 52-71, 1994. ISSN 0008-1256.

KOPITTKE, B. H.; CASAROTTO, N. **Análise de Investimentos**. 9 ed. São Paulo: Atlas, 2000. 464p. ISBN 8522425728.

KULATILAKA, N. The Value of Flexibility: The Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler. **Financial Management**, v. 22, n. 3, p. 271-280, 1993. ISSN 00463892, 1755053X.

_____. Operating Flexibilities in Capital Budgeting: Substitutability and Complementarity in Real Options. **Real Options in Capital investment: Models, Strategies, and Applications**, p. 121-132, 1995.

KULATILAKA, N.; MARKS, S. G. The Strategic Value of Flexibility: Reducing the Ability to Compromise. **The American Economic Review**, v. 78, n. 3, p. 574-580, 1988. ISSN 0002-8282.

LAINE, J. Option Valuation of Field Development Projects. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM. **Proceedings...**Dallas 1997.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. D. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7 ed. São Paulo: Atlas, 2010. 320p.

LAZARIDIS, I. T. Capital Budgeting Practices: A Survey in the Firms in Cyprus. **Journal of Small Business Management**, v. 42, n. 4, p. 427-433, 2004. ISSN 1540-627X.

LAZO, J. G. L. *et al.* Real Option Decision Rules for Oil Field Development under Market Uncertainty Using Genetic Algorithms and Monte Carlo Simulation. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 7. **Proceedings...**Washington 2003.

LEMME, C. F. Revisão dos Modelos de Avaliação de Empresas e suas Aplicações nas Práticas de Mercado. **RAUSP–Revista de Administração, São Paulo**, v. 36, n. 2, p. 117-124, 2001.

LIANG, X.; LI, J. Assessing the Value of Retrofitting Cement Plants for Carbon Capture: A Case Study of a Cement Plant in Guangdong, China. **Energy Conversion and Management**, v. 64, p. 454-465, 2012. ISSN 01968904.

LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach. **Review of Financial Studies**, v. 14, n. 1, p. 113-147, 2001. ISSN 0893-9454.

LUKAS, E. *et al.* When and How Much to Invest? Investment and Capacity Choice under Product Life Cycle Uncertainty. **European Journal of Operational Research**, v. 260, n. 3, p. 1105-1114, 2017. ISSN 03772217.

LUND, D.; ØKSENDAL, B. K. **Stochastic Models and Option Values: Applications to Resources, Environment, and Investment Problems.** North-Holland, 1991. ISBN 0444886303.

LUO, P.; WANG, H.; YANG, Z. Investment and Financing for SMEs with a Partial Guarantee and Jump Risk. **European Journal of Operational Research**, v. 249, n. 3, p. 1161-1168, 2016. ISSN 03772217.

MAJD, S.; PINDYCK, R. S. Time to Build, Option Value, and Investment Decisions. **Journal of Financial Economics**, v. 18, n. 1, p. 7-27, 1987. ISSN 0304-405X.

MAQUIEIRA, C. P.; PREVE, L. A.; SARRIA-ALLENDE, V. Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence and Distinctive Features in Latin America. **Emerging Markets Review**, v. 13, n. 2, p. 118-148, 2012. ISSN 1566-0141.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952. ISSN 1540-6261.

MARRECO, J. D. M. **Otimização Dinâmica sob Condição de Incerteza na Produção de Petróleo.** 2001. 88p. (Mestrado em Administração). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MATTOS, M. P. P. *et al.* Gerenciamento de Projetos: Uma Análise da Gestão de Risco em um Projeto de Construção e Montagem em uma Empresa Petrolífera. In: IX CONVIBRA ADMINISTRAÇÃO – CONGRESSO VIRTUAL BRASILEIRO DE ADMINISTRAÇÃO. **Anais eletrônicos...Virtual 2012.** Disponível em < http://www.convibra.com.br/upload/paper/adm/adm_3472.pdf >. Acesso em: 20 jul. 2018.

MCDONALD, R.; SIEGEL, D. The Value of Waiting to Invest. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 101, n. 4, p. 707-727, 1986. ISSN 0033-5533.

MCKEAN, H. P. A Free Boundary Problem for the Heat Equation Arising From a Problem in Mathematical Economics. **Industrial Management Review**, v. 6, n. 2, p. 32-39, 1965. ISSN 0884-8211.

MEEHL, P. E. **Clinical Versus Statistical Prediction: A Theoretical Analysis and a Review of the Evidence.** Minneapolis, MN: University of Minnesota Press, 1954. 149p.

MELESE, Y. G. *et al.* An Approach for Integrating Valuable Flexibility During Conceptual Design of Networks. **Networks and Spatial Economics**, p. 1-25, 2016. ISSN 1566113X.

MERTON, R. C. Theory of Rational Option Pricing. **The Bell Journal of Economics and Management Science**, p. 141-183, 1973. ISSN 0005-8556.

MIKOSCH, T. **Elementary Stochastic Calculus, with Finance in View.** Singapura: World Scientific Publishing Co Inc, 1998. ISBN 9813105291.

MIRKHANI, S.; SABOOHI, Y. Stochastic Modeling of the Energy Supply System with Uncertain Fuel Price - A Case of Emerging Technologies for Distributed Power Generation. **Applied Energy**, v. 93, p. 668-674, 2012. ISSN 03062619.

MOMANI, A. M.; AL-HAWARI, T. H.; MOUSA, R. W. Using Expanded Real Options Analysis to Evaluate Capacity Expansion Decisions under Uncertainty in the Construction Material Industry. **South African Journal of Industrial Engineering**, v. 27, n. 2, p. 1-14, 2016. ISSN 1012277X.

MOORE, J. H.; WEATHERFORD, L. R. **Tomada de Decisão em Administração com Planilhas**. Bookman, 2005. ISBN 8536304464.

MUN, J. **Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions**. 3ª ed. Dublin, CA: Thompson-Shore and ROV Press, 2016. 694 p. ISBN 978-1530075119.

MYERS, S. C. Determinants of Corporate Borrowing. **Journal of Financial Economics**, v. 5, n. 2, p. 147-175, 1977. ISSN 0304-405X.

MYERS, S. C.; MAJD, S. Abandonment Value and Project Life. **Advances in Futures and Option Research**, v. 4, n. 1, p. 1-21, 1990.

NELSON, C. R.; PLOSSER, C. R. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. **Journal of Monetary Economics**, v. 10, n. 2, p. 139-162, 1982. ISSN 0304-3932.

OBUCHOWSKI, J.; WYŁOMANSKA, A. Ornstein-Uhlenbeck Process with Non-Gaussian Structure. **Acta Physica Polonica B**, v. 44, n. 5, 2013. ISSN 0587-4254.

OLSEN, Graeme. Option value. **Australian Journal of Agricultural Economics**, v. 19, n. 3, p. 197-209, 1975.

OZORIO, L. M. *et al.* Investment Decision in Integrated Steel Plants under Uncertainty. **International Review of Financial Analysis**, v. 27, p. 55-64, 2013.

PADDOCK, J. L.; SIEGEL, D. R.; SMITH, J. L. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 103, n. 3, p. 479-508, 1988. ISSN 0033-5533.

PAXSON, D. **Real R&D Options**. Burlington, MA: Butterworth-Heinemann, 2003. 333p. ISBN 9780750653329.

PERELLÓ, J.; SIRCAR, R.; MASOLIVER, J. Option Pricing under Stochastic Volatility: The Exponential Ornstein–Uhlenbeck Model. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, v. 2008, n. 06, p. 06010, 2008. ISSN 1742-5468.

PHILLIPS, P. C.; PERRON, P. Testing for a Unit Root in Time Series Regression. **Biometrika**, v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988. ISSN 1464-3510.

PINDYCK, R.; RUBINFELD, D. **Microeconomia**. 6ª edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 641p. ISBN 9788576050186.

PINDYCK, R. S. The Long-Run Evolution of Energy Prices. **The Energy Journal**, p. 1-27, 1999. ISSN 0195-6574.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Econometria: Modelos & Previsões**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004. 726p. ISBN 8535213430.

PRINGLES, R.; OLSINA, F.; GARCÉS, F. Designing Regulatory Frameworks for Merchant Transmission Investments by Real Options Analysis. **Energy Policy**, v. 67, p. 272-280, 2014. ISSN 03014215.

_____. Real Option Valuation of Power Transmission Investments by Stochastic Simulation. **Energy Economics**, v. 47, p. 215-226, 2015. ISSN 01409883.

RAYNOR, M. E. Diversification as Real Options and the Implications On Firm-Specific Risk and Performance. **The Engineering Economist**, v. 47, n. 4, p. 371-389, 2002. ISSN 0013-791X.

REICHENSTEIN, W.; DORSETT, D. **Time Diversification Revisited**. Charlottesville: Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, 1995. 82p. ISBN 9780943205304.

RODRIGUES, R. B. *et al.* Opção de Troca de Produto na Indústria De Fertilizantes. **Revista de Administração (São Paulo)**, v. 50, p. 129-140, 2015. ISSN 0080-2107.

ROGERS, E. M. **Diffusion of Innovations**. 4^a ed. New York: Simon and Schuster, 2010. 518p. ISBN 9781451602470.

ROSS, S. A. *et al.* **Administração Financeira**. 10ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2015. 1196p. ISBN 9788580554311.

SALAHALDIN, L.; GRANGER, T. A Real Options Framework for Dealing with Uncertainty in Sustainable Transport Investments. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v. 30, n. 4, 2013. ISSN 02175959.

SAMANEZ, C. P.; FERREIRA, L. D. R.; NASCIMENTO, C. C. D. Avaliação da Opção de Troca de Combustível no Carro Brasileiro Flex: Um Estudo por Região Geográfica -Usando Teoria de Opções Reais e Simulação Estocástica. **Production**, v. 24, p. 628-643, 2014a. ISSN 0103-6513.

_____. Evaluating the Economy Embedded in The Brazilian Ethanol-Gasoline Flex-Fuel Car: A Real Options Approach. **Applied Economics**, v. 46, n. 14, p. 1565-1581, 2014b.

SAMPER, M. E.; VARGAS, A. Investment Decisions in Distribution Networks under Uncertainty with Distributed Generation - Part I: Model Formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2331-2340, 2013. ISSN 08858950.

SAMUELSON, P. A. Rational Theory of Warrant Pricing. **Industrial Management Review**, v. 6, n. 2, p. p. 13-39, 1965.

SANTOS, M. S. C. D.; BRANDÃO, L. E. T.; MAIA, V. M. Decisão de Escolha de Carreira No Brasil: Uma Abordagem por Opções Reais. **Revista de Administração (São Paulo)**, v. 50, p. 141-152, 2015. ISSN 0080-2107.

SCHACHTER, J. A. *et al.* Flexible Investment under Uncertainty in Smart Distribution Networks with Demand Side Response: Assessment Framework and Practical Implementation. **Energy Policy**, v. 97, p. 439-449, 2016. ISSN 03014215.

SCHALL, L. D.; SUNDEM, G. L.; GEIJSBEEK, W. R. Survey and Analysis of Capital Budgeting Methods. **The Journal of Finance**, v. 33, n. 1, p. 281-287, 1978. ISSN 1540-6261.

SCHWARZ, G. Estimating the Dimension of a Model. **The Annals of Statistics**, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978. ISSN 0090-5364.

SHARMA, A. *et al.* Quantifying Value Creation from Intelligent Completion Technology Implementation. In: EUROPEAN PETROLEUM CONFERENCE; SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. **Proceedings...**Aberdeen 2002.

SIDDIQUI, A.; TAKASHIMA, R. Capacity Switching Options under Rivalry and Uncertainty. **European Journal of Operational Research**, v. 222, n. 3, p. 583-595, 2012. ISSN 03772217.

SILVA, L. M. R. **Planejamento da Alocação do Recurso “Sonda” para Atendimento a um Campo Petrolífero**. 2014. 76 (Mestrado em Engenharia Oceânica). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SMETS, F. R. **Essays on Foreign Direct Investment**. 1993. 219p. (Tese de Doutorado). Yale University, New Haven.

SMIT, H. T.; ANKUM, L. A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy under Competition. **Financial Management**, p. 241-250, 1993. ISSN 0046-3892.

SMIT, H. T.; TRIGEORGIS, L. Flexibility and Commitment in Strategic Investment. In: E. S. SCHWARTZ; L. TRIGEORGIS. **Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions**. Cambridge, MA: MIT Press, 2004. p. 451-498.

SMITH, J. E. Alternative Approaches for Solving Real-Options Problems: (Comment on Brandão *et al.* 2005). **Decision Analysis**, v. 2, n. 2, p. 89-102, 2005. ISSN 1545-8490.

STUTZMAN, S. *et al.* Optimal Replacement Policies for an Uncertain Rejuvenated Asset. **International Journal of Production Economics**, v. 185, p. 21-33, 2017. ISSN 09255273.

TANG, K. Time-Varying Long-Run Mean of Commodity Prices and the Modeling of Futures Term Structures. **Quantitative Finance**, v. 12, n. 5, p. 781-790, 2012. ISSN 1469-7688.

THOMAS, J. E. **Fundamentos da Engenharia de Petróleo**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2004. 271p. ISBN 9788571930995.

TOURINHO, O. A. **The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach**. 1979. (Tese de Doutorado). University of California, Berkeley.

TRIANANTIS, A.; BORISON, A. Real Options: State of the Practice. **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 14, n. 2, p. 8-24, 2001. ISSN 1745-6622.

TRIGEORGIS, L. Valuing the Impact of Uncertain Competitive Arrivals on Deferrable Real Investment Opportunities. **Working Paper**, Boston University, 1990.

_____. Anticipated Competitive Entry and Early Preemptive Investment in Deferrable Projects. **Journal of Economics and Business**, v. 43, n. 2, p. 143-156, 1991. ISSN 0148-6195.

_____. The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 28, n. 01, p. 1-20, 1993. ISSN 1756-6916.

_____. **Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation**. Cambridge (MA): MIT press, 1996. 427p. ISBN 9780262201025.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. **Science**, v. 185, n. 4157, p. 1124-1131, 1974. ISSN 0036-8075.

VARGAS, R. V. **Gerencia de Projetos: Estabelecendo Diferenciais Competitivos**. 7 ed. Rio de Janeiro: Brasport, 2009. 276p. ISBN 9788574522999.

VASCONCELLOS, R. V. J. C. **Um Algoritmo Genético para o Problema de Scheduling de Projetos com Restrição de Recursos – Uma Solução com Gerenciamento de Risco**. 2007. 240p. (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

VOLLERT, A. **A Stochastic Control Framework for Real Options in Strategic Evaluation**. Springer Science & Business Media, 2012. ISBN 1461220688.

WEISBROD, B. A. Collective-Consumption Services of Individual-Consumption Goods. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 78, n. 3, p. 471-477, 1964. ISSN 0033-5533.

WELLING, A. The Paradox Effects of Uncertainty and Flexibility on Investment in Renewables Under Governmental Support. **European Journal of Operational Research**, 2016. ISSN 03772217.

WESSEH, P. K., JR.; LIN, B. Renewable Energy Technologies as Beacon of Cleaner Production: A Real Options Valuation Analysis for Liberia. **Journal of Cleaner Production**, v. 90, p. 300-310, 2015. ISSN 09596526.

WHITE, H. A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 817-838, 1980. ISSN 0012-9682.

WILMOTT, P. **Frequently Asked Questions in Quantitative Finance** 2 ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2009. 608p. ISBN 9780470748756.

XU, L. *et al.* Application of Real Options to Valuation and Decision-making in the Petroleum E&P Industry. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 22. **Proceedings...**Dusseldorf 2018.

YAGI, K.; TAKASHIMA, R. The Impact of Convertible Debt Financing on Investment Timing. **Economic Modelling**, v. 29, n. 6, p. 2407-2416, 2012. ISSN 02649993.

YANG, M.; BLYTH, W. **Modeling Investment Risks and Uncertainties with Real Options Approach**. Paris: International Energy Agency. 23: 27p. p. 2007.

ZETTL, M. Valuing Exploration and Production Projects by Means of Option Pricing Theory. **International Journal of Production Economics**, v. 78, n. 1, p. 109-116, 2002. ISSN 0925-5273.

APÊNDICE A - Dados da Série Temporal da Variável Estocástica

Número de observações: 426

Frequência de observações: semanal

Período das observações: 03/06/2009 a 26/07/2017

Quando necessário, os valores foram arredondados na quarta casa decimal.

Valor médio dos dados (\bar{y}): 15,5117

Série Temporal: Utilização de recurso especializado

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-\bar{y}$	$\ln(y(t))$
1	03/06/2009	10	-5,5117	2,3026
2	10/06/2009	12	-3,5117	2,4849
3	17/06/2009	11	-4,5117	2,3979
4	24/06/2009	14	-1,5117	2,6391
5	01/07/2009	12	-3,5117	2,4849
6	08/07/2009	11	-4,5117	2,3979
7	15/07/2009	10	-5,5117	2,3026
8	22/07/2009	8	-7,5117	2,0794
9	29/07/2009	7	-8,5117	1,9459
10	05/08/2009	10	-5,5117	2,3026
11	12/08/2009	11	-4,5117	2,3979
12	19/08/2009	16	0,4883	2,7726
13	26/08/2009	15	-0,5117	2,7081
14	02/09/2009	14	-1,5117	2,6391
15	09/09/2009	12	-3,5117	2,4849
16	16/09/2009	12	-3,5117	2,4849
17	23/09/2009	13	-2,5117	2,5649
18	30/09/2009	12	-3,5117	2,4849
19	07/10/2009	14	-1,5117	2,6391
20	14/10/2009	11	-4,5117	2,3979
21	21/10/2009	11	-4,5117	2,3979
22	28/10/2009	14	-1,5117	2,6391
23	04/11/2009	15	-0,5117	2,7081
24	11/11/2009	17	1,4883	2,8332
25	18/11/2009	16	0,4883	2,7726
26	25/11/2009	16	0,4883	2,7726
27	02/12/2009	13	-2,5117	2,5649
28	09/12/2009	13	-2,5117	2,5649

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
29	16/12/2009	18	2,4883	2,8904
30	23/12/2009	15	-0,5117	2,7081
31	30/12/2009	15	-0,5117	2,7081
32	06/01/2010	15	-0,5117	2,7081
33	13/01/2010	15	-0,5117	2,7081
34	20/01/2010	16	0,4883	2,7726
35	27/01/2010	14	-1,5117	2,6391
36	03/02/2010	12	-3,5117	2,4849
37	10/02/2010	12	-3,5117	2,4849
38	17/02/2010	13	-2,5117	2,5649
39	24/02/2010	13	-2,5117	2,5649
40	03/03/2010	10	-5,5117	2,3026
41	10/03/2010	13	-2,5117	2,5649
42	17/03/2010	12	-3,5117	2,4849
43	24/03/2010	13	-2,5117	2,5649
44	31/03/2010	15	-0,5117	2,7081
45	07/04/2010	15	-0,5117	2,7081
46	14/04/2010	16	0,4883	2,7726
47	21/04/2010	13	-2,5117	2,5649
48	28/04/2010	12	-3,5117	2,4849
49	05/05/2010	15	-0,5117	2,7081
50	12/05/2010	13	-2,5117	2,5649
51	19/05/2010	13	-2,5117	2,5649
52	26/05/2010	14	-1,5117	2,6391
53	02/06/2010	16	0,4883	2,7726
54	09/06/2010	16	0,4883	2,7726
55	16/06/2010	17	1,4883	2,8332
56	23/06/2010	16	0,4883	2,7726
57	30/06/2010	15	-0,5117	2,7081
58	07/07/2010	13	-2,5117	2,5649
59	14/07/2010	10	-5,5117	2,3026
60	21/07/2010	10	-5,5117	2,3026
61	28/07/2010	12	-3,5117	2,4849
62	04/08/2010	13	-2,5117	2,5649
63	11/08/2010	11	-4,5117	2,3979
64	18/08/2010	12	-3,5117	2,4849
65	25/08/2010	8	-7,5117	2,0794
66	01/09/2010	11	-4,5117	2,3979
67	08/09/2010	12	-3,5117	2,4849
68	15/09/2010	12	-3,5117	2,4849
69	22/09/2010	12	-3,5117	2,4849

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
70	29/09/2010	12	-3,5117	2,4849
71	06/10/2010	10	-5,5117	2,3026
72	13/10/2010	9	-6,5117	2,1972
73	20/10/2010	11	-4,5117	2,3979
74	27/10/2010	10	-5,5117	2,3026
75	03/11/2010	11	-4,5117	2,3979
76	10/11/2010	10	-5,5117	2,3026
77	17/11/2010	13	-2,5117	2,5649
78	24/11/2010	13	-2,5117	2,5649
79	01/12/2010	13	-2,5117	2,5649
80	08/12/2010	15	-0,5117	2,7081
81	15/12/2010	14	-1,5117	2,6391
82	22/12/2010	13	-2,5117	2,5649
83	29/12/2010	11	-4,5117	2,3979
84	05/01/2011	15	-0,5117	2,7081
85	12/01/2011	15	-0,5117	2,7081
86	19/01/2011	15	-0,5117	2,7081
87	26/01/2011	13	-2,5117	2,5649
88	02/02/2011	13	-2,5117	2,5649
89	09/02/2011	13	-2,5117	2,5649
90	16/02/2011	13	-2,5117	2,5649
91	23/02/2011	14	-1,5117	2,6391
92	02/03/2011	13	-2,5117	2,5649
93	09/03/2011	14	-1,5117	2,6391
94	16/03/2011	15	-0,5117	2,7081
95	23/03/2011	12	-3,5117	2,4849
96	30/03/2011	14	-1,5117	2,6391
97	06/04/2011	16	0,4883	2,7726
98	13/04/2011	14	-1,5117	2,6391
99	20/04/2011	13	-2,5117	2,5649
100	27/04/2011	13	-2,5117	2,5649
101	04/05/2011	13	-2,5117	2,5649
102	11/05/2011	13	-2,5117	2,5649
103	18/05/2011	14	-1,5117	2,6391
104	25/05/2011	13	-2,5117	2,5649
105	01/06/2011	8	-7,5117	2,0794
106	08/06/2011	10	-5,5117	2,3026
107	15/06/2011	11	-4,5117	2,3979
108	22/06/2011	14	-1,5117	2,6391
109	29/06/2011	15	-0,5117	2,7081
110	06/07/2011	15	-0,5117	2,7081

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
111	13/07/2011	16	0,4883	2,7726
112	20/07/2011	14	-1,5117	2,6391
113	27/07/2011	14	-1,5117	2,6391
114	03/08/2011	14	-1,5117	2,6391
115	10/08/2011	15	-0,5117	2,7081
116	17/08/2011	14	-1,5117	2,6391
117	24/08/2011	13	-2,5117	2,5649
118	31/08/2011	14	-1,5117	2,6391
119	07/09/2011	17	1,4883	2,8332
120	14/09/2011	17	1,4883	2,8332
121	21/09/2011	15	-0,5117	2,7081
122	28/09/2011	11	-4,5117	2,3979
123	05/10/2011	11	-4,5117	2,3979
124	12/10/2011	12	-3,5117	2,4849
125	19/10/2011	10	-5,5117	2,3026
126	26/10/2011	10	-5,5117	2,3026
127	02/11/2011	9	-6,5117	2,1972
128	09/11/2011	8	-7,5117	2,0794
129	16/11/2011	7	-8,5117	1,9459
130	23/11/2011	7	-8,5117	1,9459
131	30/11/2011	8	-7,5117	2,0794
132	07/12/2011	11	-4,5117	2,3979
133	14/12/2011	12	-3,5117	2,4849
134	21/12/2011	11	-4,5117	2,3979
135	28/12/2011	9	-6,5117	2,1972
136	04/01/2012	11	-4,5117	2,3979
137	11/01/2012	12	-3,5117	2,4849
138	18/01/2012	13	-2,5117	2,5649
139	25/01/2012	10	-5,5117	2,3026
140	01/02/2012	13	-2,5117	2,5649
141	08/02/2012	16	0,4883	2,7726
142	15/02/2012	15	-0,5117	2,7081
143	22/02/2012	14	-1,5117	2,6391
144	29/02/2012	14	-1,5117	2,6391
145	07/03/2012	14	-1,5117	2,6391
146	14/03/2012	14	-1,5117	2,6391
147	21/03/2012	14	-1,5117	2,6391
148	28/03/2012	12	-3,5117	2,4849
149	04/04/2012	14	-1,5117	2,6391
150	11/04/2012	13	-2,5117	2,5649
151	18/04/2012	16	0,4883	2,7726

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
152	25/04/2012	18	2,4883	2,8904
153	02/05/2012	17	1,4883	2,8332
154	09/05/2012	17	1,4883	2,8332
155	16/05/2012	18	2,4883	2,8904
156	23/05/2012	15	-0,5117	2,7081
157	30/05/2012	15	-0,5117	2,7081
158	06/06/2012	17	1,4883	2,8332
159	13/06/2012	20	4,4883	2,9957
160	20/06/2012	20	4,4883	2,9957
161	27/06/2012	18	2,4883	2,8904
162	04/07/2012	19	3,4883	2,9444
163	11/07/2012	17	1,4883	2,8332
164	18/07/2012	20	4,4883	2,9957
165	25/07/2012	18	2,4883	2,8904
166	01/08/2012	21	5,4883	3,0445
167	08/08/2012	21	5,4883	3,0445
168	15/08/2012	19	3,4883	2,9444
169	22/08/2012	19	3,4883	2,9444
170	29/08/2012	17	1,4883	2,8332
171	05/09/2012	16	0,4883	2,7726
172	12/09/2012	17	1,4883	2,8332
173	19/09/2012	17	1,4883	2,8332
174	26/09/2012	17	1,4883	2,8332
175	03/10/2012	17	1,4883	2,8332
176	10/10/2012	17	1,4883	2,8332
177	17/10/2012	19	3,4883	2,9444
178	24/10/2012	19	3,4883	2,9444
179	31/10/2012	19	3,4883	2,9444
180	07/11/2012	18	2,4883	2,8904
181	14/11/2012	14	-1,5117	2,6391
182	21/11/2012	15	-0,5117	2,7081
183	28/11/2012	16	0,4883	2,7726
184	05/12/2012	15	-0,5117	2,7081
185	12/12/2012	16	0,4883	2,7726
186	19/12/2012	15	-0,5117	2,7081
187	26/12/2012	15	-0,5117	2,7081
188	02/01/2013	15	-0,5117	2,7081
189	09/01/2013	17	1,4883	2,8332
190	16/01/2013	19	3,4883	2,9444
191	23/01/2013	21	5,4883	3,0445
192	30/01/2013	26	10,4883	3,2581

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
193	06/02/2013	26	10,4883	3,2581
194	13/02/2013	26	10,4883	3,2581
195	20/02/2013	26	10,4883	3,2581
196	27/02/2013	26	10,4883	3,2581
197	06/03/2013	26	10,4883	3,2581
198	13/03/2013	25	9,4883	3,2189
199	20/03/2013	25	9,4883	3,2189
200	27/03/2013	25	9,4883	3,2189
201	03/04/2013	24	8,4883	3,1781
202	10/04/2013	23	7,4883	3,1355
203	17/04/2013	23	7,4883	3,1355
204	24/04/2013	22	6,4883	3,0910
205	01/05/2013	22	6,4883	3,0910
206	08/05/2013	24	8,4883	3,1781
207	15/05/2013	24	8,4883	3,1781
208	22/05/2013	24	8,4883	3,1781
209	29/05/2013	23	7,4883	3,1355
210	05/06/2013	22	6,4883	3,0910
211	12/06/2013	23	7,4883	3,1355
212	19/06/2013	22	6,4883	3,0910
213	26/06/2013	22	6,4883	3,0910
214	03/07/2013	24	8,4883	3,1781
215	10/07/2013	25	9,4883	3,2189
216	17/07/2013	25	9,4883	3,2189
217	24/07/2013	24	8,4883	3,1781
218	31/07/2013	24	8,4883	3,1781
219	07/08/2013	23	7,4883	3,1355
220	14/08/2013	23	7,4883	3,1355
221	21/08/2013	23	7,4883	3,1355
222	28/08/2013	23	7,4883	3,1355
223	04/09/2013	21	5,4883	3,0445
224	11/09/2013	21	5,4883	3,0445
225	18/09/2013	21	5,4883	3,0445
226	25/09/2013	22	6,4883	3,0910
227	02/10/2013	26	10,4883	3,2581
228	09/10/2013	25	9,4883	3,2189
229	16/10/2013	24	8,4883	3,1781
230	23/10/2013	24	8,4883	3,1781
231	30/10/2013	24	8,4883	3,1781
232	06/11/2013	24	8,4883	3,1781
233	13/11/2013	24	8,4883	3,1781

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
234	20/11/2013	23	7,4883	3,1355
235	27/11/2013	25	9,4883	3,2189
236	04/12/2013	26	10,4883	3,2581
237	11/12/2013	25	9,4883	3,2189
238	18/12/2013	24	8,4883	3,1781
239	25/12/2013	24	8,4883	3,1781
240	01/01/2014	24	8,4883	3,1781
241	08/01/2014	25	9,4883	3,2189
242	15/01/2014	26	10,4883	3,2581
243	22/01/2014	27	11,4883	3,2958
244	29/01/2014	26	10,4883	3,2581
245	05/02/2014	25	9,4883	3,2189
246	12/02/2014	25	9,4883	3,2189
247	19/02/2014	24	8,4883	3,1781
248	26/02/2014	23	7,4883	3,1355
249	05/03/2014	22	6,4883	3,0910
250	12/03/2014	21	5,4883	3,0445
251	19/03/2014	20	4,4883	2,9957
252	26/03/2014	21	5,4883	3,0445
253	02/04/2014	22	6,4883	3,0910
254	09/04/2014	19	3,4883	2,9444
255	16/04/2014	20	4,4883	2,9957
256	23/04/2014	21	5,4883	3,0445
257	30/04/2014	21	5,4883	3,0445
258	07/05/2014	21	5,4883	3,0445
259	14/05/2014	22	6,4883	3,0910
260	21/05/2014	22	6,4883	3,0910
261	28/05/2014	20	4,4883	2,9957
262	04/06/2014	20	4,4883	2,9957
263	11/06/2014	19	3,4883	2,9444
264	18/06/2014	20	4,4883	2,9957
265	25/06/2014	20	4,4883	2,9957
266	02/07/2014	21	5,4883	3,0445
267	09/07/2014	21	5,4883	3,0445
268	16/07/2014	21	5,4883	3,0445
269	23/07/2014	21	5,4883	3,0445
270	30/07/2014	20	4,4883	2,9957
271	06/08/2014	19	3,4883	2,9444
272	13/08/2014	20	4,4883	2,9957
273	20/08/2014	20	4,4883	2,9957
274	27/08/2014	20	4,4883	2,9957

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
275	03/09/2014	19	3,4883	2,9444
276	10/09/2014	21	5,4883	3,0445
277	17/09/2014	22	6,4883	3,0910
278	24/09/2014	22	6,4883	3,0910
279	01/10/2014	22	6,4883	3,0910
280	08/10/2014	20	4,4883	2,9957
281	15/10/2014	21	5,4883	3,0445
282	22/10/2014	20	4,4883	2,9957
283	29/10/2014	24	8,4883	3,1781
284	05/11/2014	23	7,4883	3,1355
285	12/11/2014	23	7,4883	3,1355
286	19/11/2014	22	6,4883	3,0910
287	26/11/2014	20	4,4883	2,9957
288	03/12/2014	22	6,4883	3,0910
289	10/12/2014	23	7,4883	3,1355
290	17/12/2014	22	6,4883	3,0910
291	24/12/2014	22	6,4883	3,0910
292	31/12/2014	24	8,4883	3,1781
293	07/01/2015	23	7,4883	3,1355
294	14/01/2015	23	7,4883	3,1355
295	21/01/2015	23	7,4883	3,1355
296	28/01/2015	22	6,4883	3,0910
297	04/02/2015	23	7,4883	3,1355
298	11/02/2015	21	5,4883	3,0445
299	18/02/2015	23	7,4883	3,1355
300	25/02/2015	24	8,4883	3,1781
301	04/03/2015	24	8,4883	3,1781
302	11/03/2015	23	7,4883	3,1355
303	18/03/2015	23	7,4883	3,1355
304	25/03/2015	24	8,4883	3,1781
305	01/04/2015	23	7,4883	3,1355
306	08/04/2015	23	7,4883	3,1355
307	15/04/2015	22	6,4883	3,0910
308	22/04/2015	23	7,4883	3,1355
309	29/04/2015	22	6,4883	3,0910
310	06/05/2015	19	3,4883	2,9444
311	13/05/2015	19	3,4883	2,9444
312	20/05/2015	19	3,4883	2,9444
313	27/05/2015	19	3,4883	2,9444
314	03/06/2015	17	1,4883	2,8332
315	10/06/2015	16	0,4883	2,7726

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
316	17/06/2015	16	0,4883	2,7726
317	24/06/2015	13	-2,5117	2,5649
318	01/07/2015	17	1,4883	2,8332
319	08/07/2015	16	0,4883	2,7726
320	15/07/2015	17	1,4883	2,8332
321	22/07/2015	15	-0,5117	2,7081
322	29/07/2015	19	3,4883	2,9444
323	05/08/2015	19	3,4883	2,9444
324	12/08/2015	19	3,4883	2,9444
325	19/08/2015	19	3,4883	2,9444
326	26/08/2015	20	4,4883	2,9957
327	02/09/2015	18	2,4883	2,8904
328	09/09/2015	18	2,4883	2,8904
329	16/09/2015	20	4,4883	2,9957
330	23/09/2015	20	4,4883	2,9957
331	30/09/2015	18	2,4883	2,8904
332	07/10/2015	19	3,4883	2,9444
333	14/10/2015	18	2,4883	2,8904
334	21/10/2015	16	0,4883	2,7726
335	28/10/2015	16	0,4883	2,7726
336	04/11/2015	16	0,4883	2,7726
337	11/11/2015	16	0,4883	2,7726
338	18/11/2015	17	1,4883	2,8332
339	25/11/2015	15	-0,5117	2,7081
340	02/12/2015	15	-0,5117	2,7081
341	09/12/2015	15	-0,5117	2,7081
342	16/12/2015	13	-2,5117	2,5649
343	23/12/2015	13	-2,5117	2,5649
344	30/12/2015	12	-3,5117	2,4849
345	06/01/2016	12	-3,5117	2,4849
346	13/01/2016	12	-3,5117	2,4849
347	20/01/2016	11	-4,5117	2,3979
348	27/01/2016	10	-5,5117	2,3026
349	03/02/2016	10	-5,5117	2,3026
350	10/02/2016	8	-7,5117	2,0794
351	17/02/2016	8	-7,5117	2,0794
352	24/02/2016	7	-8,5117	1,9459
353	02/03/2016	6	-9,5117	1,7918
354	09/03/2016	8	-7,5117	2,0794
355	16/03/2016	10	-5,5117	2,3026
356	23/03/2016	9	-6,5117	2,1972

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
357	30/03/2016	7	-8,5117	1,9459
358	06/04/2016	8	-7,5117	2,0794
359	13/04/2016	10	-5,5117	2,3026
360	20/04/2016	10	-5,5117	2,3026
361	27/04/2016	10	-5,5117	2,3026
362	04/05/2016	10	-5,5117	2,3026
363	11/05/2016	10	-5,5117	2,3026
364	18/05/2016	10	-5,5117	2,3026
365	25/05/2016	10	-5,5117	2,3026
366	01/06/2016	9	-6,5117	2,1972
367	08/06/2016	9	-6,5117	2,1972
368	15/06/2016	10	-5,5117	2,3026
369	22/06/2016	10	-5,5117	2,3026
370	29/06/2016	9	-6,5117	2,1972
371	06/07/2016	9	-6,5117	2,1972
372	13/07/2016	9	-6,5117	2,1972
373	20/07/2016	9	-6,5117	2,1972
374	27/07/2016	8	-7,5117	2,0794
375	03/08/2016	7	-8,5117	1,9459
376	10/08/2016	9	-6,5117	2,1972
377	17/08/2016	9	-6,5117	2,1972
378	24/08/2016	8	-7,5117	2,0794
379	31/08/2016	8	-7,5117	2,0794
380	07/09/2016	7	-8,5117	1,9459
381	14/09/2016	7	-8,5117	1,9459
382	21/09/2016	7	-8,5117	1,9459
383	28/09/2016	7	-8,5117	1,9459
384	05/10/2016	7	-8,5117	1,9459
385	12/10/2016	7	-8,5117	1,9459
386	19/10/2016	7	-8,5117	1,9459
387	26/10/2016	7	-8,5117	1,9459
388	02/11/2016	6	-9,5117	1,7918
389	09/11/2016	9	-6,5117	2,1972
390	16/11/2016	9	-6,5117	2,1972
391	23/11/2016	9	-6,5117	2,1972
392	30/11/2016	10	-5,5117	2,3026
393	07/12/2016	10	-5,5117	2,3026
394	14/12/2016	9	-6,5117	2,1972
395	21/12/2016	7	-8,5117	1,9459
396	28/12/2016	8	-7,5117	2,0794
397	04/01/2017	8	-7,5117	2,0794

(continua)

Série Temporal: Utilização de recurso especializado (continuação)

Contador	Data da observação	Observação (yt)	$y(t)-y^-$	$\ln(y(t))$
398	11/01/2017	9	-6,5117	2,1972
399	18/01/2017	9	-6,5117	2,1972
400	25/01/2017	9	-6,5117	2,1972
401	01/02/2017	9	-6,5117	2,1972
402	08/02/2017	8	-7,5117	2,0794
403	15/02/2017	9	-6,5117	2,1972
404	22/02/2017	9	-6,5117	2,1972
405	01/03/2017	9	-6,5117	2,1972
406	08/03/2017	8	-7,5117	2,0794
407	15/03/2017	8	-7,5117	2,0794
408	22/03/2017	8	-7,5117	2,0794
409	29/03/2017	9	-6,5117	2,1972
410	05/04/2017	9	-6,5117	2,1972
411	12/04/2017	9	-6,5117	2,1972
412	19/04/2017	9	-6,5117	2,1972
413	26/04/2017	8	-7,5117	2,0794
414	03/05/2017	7	-8,5117	1,9459
415	10/05/2017	8	-7,5117	2,0794
416	17/05/2017	7	-8,5117	1,9459
417	24/05/2017	7	-8,5117	1,9459
418	31/05/2017	7	-8,5117	1,9459
419	07/06/2017	7	-8,5117	1,9459
420	14/06/2017	7	-8,5117	1,9459
421	21/06/2017	7	-8,5117	1,9459
422	28/06/2017	7	-8,5117	1,9459
423	05/07/2017	6	-9,5117	1,7918
424	12/07/2017	7	-8,5117	1,9459
425	19/07/2017	7	-8,5117	1,9459
426	26/07/2017	7	-8,5117	1,9459

APÊNDICE B - Dados da Regressão por Mínimos Quadrados

Regressão simples por mínimos quadrados através da função de análise de dados do *software* Microsoft Excel 2013.

Quando necessário, os valores foram arredondados na sexta casa decimal.

Estatísticas principais de regressão por mínimos quadrados de Δx em $x(t-1)$

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,135711
R-Quadrado	0,018417
R-quadrado ajustado	0,016097
Erro padrão	0,111839
Observações	425

Estatísticas de ANOVA para regressão por mínimos quadrados de Δx em $x(t-1)$

<i>ANOVA</i>	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	0,099272	0,099272	7,936753	0,005071
Resíduo	423	5,290829	0,012508		
Total	424	5,390101			

Estatísticas dos coeficientes para regressão por mínimos quadrados de Δx em $x(t-1)$

	<i>Coeficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inf.</i>	<i>95% sup.</i>
a	0,105308	0,038066	2,766422	0,005916	0,030485	0,180131
(b-1)	-0,039715	0,014097	2,817224	0,005071	-0,067425	-0,012006

APÊNDICE C - Resultados dos Testes De Phillips Perron para Raiz Unitária

Teste de Phillips Perron dos log-retornos da utilização, mostrando que a série apresenta comportamento estacionário. Como *software*, foi utilizado o EViews 10 da IHS.

Hipótese Nula: a série temporal possui raiz unitária que equivale à afirmação de que a série temporal não é estacionária e também à constatação de que a série pode ser adequadamente modelada por MGB.

Null Hypothesis: D(LNY) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-28.70877	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.445554	
5% level	-2.868137	
10% level	-2.570349	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.012419
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.004246

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(LNY,2)
 Method: Least Squares
 Date: 08/31/17 Time: 10:32
 Sample (adjusted): 6/17/2009 7/26/2017
 Included observations: 424 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNY(-1))	-1.129889	0.048113	-23.48385	0.0000
C	-0.001380	0.005425	-0.254470	0.7993

R-squared	0.566509	Mean dependent var	-0.000430
Adjusted R-squared	0.565481	S.D. dependent var	0.169458
S.E. of regression	0.111703	Akaike info criterion	-1.541239
Sum squared resid	5.265536	Schwarz criterion	-1.522137
Log likelihood	328.7428	Hannan-Quinn criter.	-1.533692
F-statistic	551.4912	Durbin-Watson stat	2.023332
Prob(F-statistic)	0.000000		

APÊNDICE D - Limite de Pagamento de Dividendos em Relação à Oferta

Limite do pagamento mensal de dividendos em função da oferta de sistemas contratados

Oferta	Limite de dividendos
6	R\$ 146,00
7	R\$ 170,33
8	R\$ 194,67
9	R\$ 219,00
10	R\$ 243,33
11	R\$ 267,67
12	R\$ 292,00
13	R\$ 316,33
14	R\$ 340,67
15	R\$ 365,00
16	R\$ 389,33
17	R\$ 413,67
18	R\$ 438,00
19	R\$ 462,33
20	R\$ 486,67
21	R\$ 511,00
22	R\$ 535,33
23	R\$ 559,67
24	R\$ 584,00
25	R\$ 608,33
26	R\$ 632,67
27	R\$ 657,00
28	R\$ 681,33
29	R\$ 705,67
30	R\$ 730,00
31	R\$ 754,33
32	R\$ 778,67
33	R\$ 803,00
34	R\$ 827,33
35	R\$ 851,67

APÊNDICE E - Valores do Projeto com Opções e Gatilhos Associados

Oferta ótima de sistemas para o período 0 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 0 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 1 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 1 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E2	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 2 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 2 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E2	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E3	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 3 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 3 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E2	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E3	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E4	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 4 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 4 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E2	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E3	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E4	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E5	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 5 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 5 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E2	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E3	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E4	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E5	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 6 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 6 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E2	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E3	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E4	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E5	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 7 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 7 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E2	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E3	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E4	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E5	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 8 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 8 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E2	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E3	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E4	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E5	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 9 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 9 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E2	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E3	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E4	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E5	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 10 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 10 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E2	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E3	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E4	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E5	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E6	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 11 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 11 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E2	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E3	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E4	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E5	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E6	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 12 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 12 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E2	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E3	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E4	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E5	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E6	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E7	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 13 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 13 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E2	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E3	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E4	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E5	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E6	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E7	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 14 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 14 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E2	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E3	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E4	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E6	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E7	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E8	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 15 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 15 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E3	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E4	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E6	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	20
E7	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	20
E8	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 16 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 16 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E3	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E4	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E6	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E7	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E8	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E17	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E17	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 17 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 17 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
E2	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E3	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E4	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E5	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E6	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E7	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E8	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E9	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E17	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E18	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E17	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E18	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 18 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 18 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
E2	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E3	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E4	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E5	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E6	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E7	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E8	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E9	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E17	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E18	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E19	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E17	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E18	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E19	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 19 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 19 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
E2	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E3	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E4	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E5	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E6	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E7	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E8	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E9	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E10	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E17	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E18	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E19	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E20	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E17	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E18	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E19	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35

Oferta ótima de sistemas para o período 20 em função do estado e do número de sistemas disponíveis no início do período

Oferta ótima no período 20 para cada estado e quantidade de sistemas															
Número de sistemas no início do período															
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E1	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
E2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
E3	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
E4	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	20
E5	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	19	20
E6	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	18	19	20
E7	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	17	18	19	20
E8	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E9	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	16	17	18	19	20
E10	13	13	13	13	13	13	13	13	14	15	16	17	18	19	20
E11	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E12	12	12	12	12	12	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E13	11	11	11	11	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E14	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E15	10	10	10	10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E16	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E17	9	9	9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E18	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E19	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E20	8	8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E21	7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E2	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E4	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E5	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E6	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E7	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E8	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E11	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E12	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E13	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E14	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E15	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E16	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E17	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E18	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E19	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
E21	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35