

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RESERVATÓRIO E DE EXPLORAÇÃO  
(MESTRADO E DOUTORADO ACADÊMICO - STRICTO SENSU)**

**PROGRAMA ANALÍTICO DE DISCIPLINA (EMENTA)**

Sigla: **LEP1801** Nome: **Teoria da Inversão**

Horas teórica: **51** Horas prática: **34** Horas extraclasse: **0** Carga horária total: **85**  
Créditos: **4** Tipo de aprovação: **Média/Frequência**

**Ementa:**

O curso é apresentado em quatro partes principais. A parte introdutória apresenta a natureza do problema inverso para a estimativa de parâmetros, conceito de problema mal posto e diferentes abordagens para solução de problemas mal postos através da diminuição da demanda de informação (Teoria de Backus e Gilbert) ou introdução de informação a priori (Método da Regularização de Tikhonov), etapas do processo de inversão, inversão linear e não linear, além de cobrir materiais de revisão incluindo princípios de álgebra linear e inferência estatística. Na segunda parte são cobertos os métodos clássicos de estimativa de parâmetros, incluindo entre os métodos de inversão linear o estimador de mínimos quadrados, estimador inverso generalizado e estimadores bayesianos. Entre os métodos de inversão não-linear os tópicos abordados incluem a linearização do problema não-linear e os métodos gradientes. A terceira parte cobre os métodos probabilísticos, incluindo uma introdução à análise de incerteza em problemas inversos, introdução aos métodos estocásticos e bayesianos com ênfase nos métodos computacionais de Monte Carlo e cadeias markovianas. A quarta parte apresenta a visão moderna de solução de problemas inverso por meio de técnicas de aprendizado de máquina.

**Conteúdo programático:**

1. Conceituação do problema inverso em geofísica
  - 1.1. Modelagens direta e inversa
  - 1.2. Características do problema inverso
  - 1.3. Problema discreto
  - 1.4. Critérios para solução
  - 1.5. Espaços e fontes de incerteza
  - 1.6. Fontes de incerteza
  - 1.7. Estágios de conhecimento
  - 1.8. Principais dificuldades
2. Álgebra Linear: espaços vetoriais lineares e decomposição de matrizes
  - 2.1. Dependência e independência linear
  - 2.2. 4 espaços fundamentais em um sistema linear de equações
  - 2.3. Matrizes inversas
  - 2.4. Aplicação a sistemas lineares
  - 2.5. Autovalores e autovetores
  - 2.6. Diagonalização de matrizes
  - 2.7. Decomposição de matrizes retangulares
  - 2.8. Problema de mínimos quadrados
3. Otimização: noções básica
  - 3.1. Funções de n variáveis e formas quadráticas
  - 3.2. Funções e regiões convexas
  - 3.3. Classificação dos problemas de otimização e métodos de solução
  - 3.4. Classe especial: problemas convexos
  - 3.5. Problemas lineares: solução explícita
  - 3.6. Solução via decomposição ortogonal
  - 3.7. Solução de norma  $L_p$



4. Análise matemática do problema inverso: SVD e regularização
  - 4.1. Problemas lineares: solução explícita
  - 4.2. Problemas lineares: solução via SVD
  - 4.3. Visão detalhada da solução
  - 4.4. Critérios para determinação do posto
  - 4.5. Casos particulares
  - 4.6. Minimização de área/volume das fontes
  - 4.7. Minimização de momento de inércia das fontes
  
5. Noções de probabilidade e estatística
  - 5.1. Princípios da probabilidade (direta e inversa)
  - 5.2. Algumas definições importantes
  - 5.3. Postulados e regras da probabilidade
  - 5.4. Variável aleatória
  - 5.5. Tipos de V.A. e suas distribuições de probabilidade
  - 5.6. Esperança e momentos
  - 5.7. Aplicação: mínimos quadrados
  - 5.8. Distribuição de probabilidade especiais
  
6. Noções de estatística amostral
  - 6.1. Probabilidade conjunta, marginal e condicional
  - 6.2. Estatística amostral: definições
  - 6.3. Condições de amostragem aleatória
  - 6.4. Estatísticas e suas distribuições
  
7. Noções de inferência estatística
  - 7.1. Estatística de números ordenados
  - 7.2. Inferência estatística
  - 7.3. Propriedades de estimadores
  - 7.4. Métodos de construção de estimadores: método de momentos
  - 7.5. Métodos de construção de estimadores: máxima verossimilhança
  - 7.6. Aplicação ao problema de mínimos quadrados
  - 7.7. Métodos de construção de estimadores: método bayesiano
  - 7.8. Aplicação ao problema de mínimos quadrados
  
8. Análise estatística do problema inverso
  - 8.1. Ridge regression
  - 8.2. Propriedades do estimador ridge regression
  - 8.3. Balanço de tendenciosidade e variância
  
9. Inversão não linear: métodos gradientes
  - 9.1. Problema geral de otimização usando o critério da norma 2
  - 9.2. Elementos em detalhe
  - 9.3. Convergência
  - 9.4. Variações comuns
  - 9.5. Escolha de método
  - 9.6. Métodos de definição do passo
  - 9.7. Métodos de definição da direção
  - 9.8. Gradientes preconditionados
  - 9.9. Gradientes conjugados preconditionados
  - 9.10. Método de Newton e variantes

10. Métodos probabilísticos: inferência bayesiana
  - 10.1. Introdução à análise de incerteza e inferência estatística
  - 10.2. O Teorema de Bayes e seu uso em inferência estatística
  - 10.3. Comparação entre métodos bayesianos e clássicos
  - 10.4. Os métodos de Monte Carlo e cadeias markovianas
  - 10.5. Inferência probabilística métodos computacionais
  - 10.6. O algoritmo de Metrópolis-Hastings
  
11. Visão moderna de aprendizado de máquina
  - 11.1. O que é a Inteligência Artificial e o aprendizado de máquina
  - 11.2. Problemas de regressão e classificação
  - 11.3. Processos de treino, teste e validação
  - 11.4. Controle de qualidade e convergência
  - 11.5. Redes Neurais e seus elementos
  - 11.6. Treino e regularização
  - 11.7. Aplicações

### **Bibliografia:**

- **Álgebra linear:**

1. Strang, Gilbert. Introduction to Linear Algebra. Wellesley-Cambridge Press; 5th edition (2016)
2. Strang, Gilbert. Linear Algebra and Its Applications Harcourt Brace. Fourth Edition
3. <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-06-linear-algebra-spring-2010/related-resources/>

- **Métodos numéricos:**

4. David K. Kahaner, Cleve Moler, and S.G. Nash, Numerical Methods and Software, Prentice-Hall (1989)
5. Hans Petter Langtangen, A Primer on Scientific Programming with Python. 953 páginas, Springer; 5th ed. 2016.

- **Teoria da Inversão:**

6. Aster, R. C., Borchers, B., Thurber, C H., 2005, Inverse Theory: Parameter Estimation and Inverse Problems (International Geophysics Series)
7. Menke, W., 1989, Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press.
8. Scales, J.A., Smith, M. 1996. Introductory Inverse Theory. Samizdat Press, Golden, CO, US. Distribuído gratuitamente no link <https://samizdat.mines.edu/>
9. Tarantola, Albert. (2005). Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. 10.1137/1.9780898717921. Distribuído gratuitamente no link abaixo. <http://www.ipgp.jussieu.fr/~tarantola/Files/Professional/Books/index.html>

- **Aprendizado de Máquina:**

10. Bishop, C.M., 2006, Pattern recognition and machine learning. New York (NY): Springer.
11. Ian Goodfellow, I, Bengio, Y., Courville, A., 2016, Deep Learning. MIT Press (disponível em <http://www.deeplearningbook.org>)

- **Python:**

12. Hans Petter Langtangen, 2016, A Primer on Scientific Programming with Python. Springer, 953 pp; 5th ed.