

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO

ANTONIO AUGUSTO CARVAS SANT' ANNA

**ANÁLISE BAYESIANA DE CURVA DE CRESCIMENTO APLICADA A  
ORGANISMOS AQUÁTICOS DA ESPÉCIE KINGUIO (*Carassius auratus*)**

Campos dos Goytacazes – RJ  
Dezembro de 2022

ANTONIO AUGUSTO CARVAS SANT' ANNA

**ANÁLISE BAYESIANA DE CURVA DE CRESCIMENTO APLICADA A  
ORGANISMOS AQUÁTICOS DA ESPÉCIE KINGUIO (*Carassius auratus*)**

Tese apresentada ao Centro de Ciências e  
Tecnologias Agropecuárias da  
Universidade Estadual do Norte  
Fluminense Darcy Ribeiro, como requisito  
parcial para obtenção do grau de Doutor  
em Ciência Animal

ORIENTADOR: PROF. LEONARDO SIQUEIRA GLÓRIA

Campos dos Goytacazes - RJ

Dezembro de 2022

ANTONIO AUGUSTO CARVAS SANT' ANNA

**ANÁLISE BAYESIANA DE CURVA DE CRESCIMENTO APLICADA A ORGANISMOS AQUÁTICOS DA ESPÉCIE KINGUIO (*Carassius auratus*)**

Tese apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologias Agropecuárias da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Ciência Animal.

Aprovado em \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Dr. Leonardo Siqueira Glória (D. Sc. Ciência Animal) - UENF (Orientador)

---

Dr. Matheus Lima Corrêa Abreu (D. Sc. Ciência Animal) - UFMT

---

Dr. Jonas Henrique de Souza Motta (D. Sc. Ciência Animal) - Estácio

---

Dr. Caio César Guedes Corrêa (D. Sc. Genética e Melhoramento de Plantas) - UFES

---

Dra. Hinayah Rojas de Oliveria - Purdue University (Coorientador)

## **RESUMO**

Durante todo o desenvolvimento dos organismos vivos, sejam eles do reino animal ou vegetal, ocorrem várias mudanças em sua fisiologia devido à fase em que se encontram (embrionária, gestação, lactação...), à idade, nutrição e também o ambiente podem influenciar o crescimento. Este último, é responsável por fornecer as condições necessárias para que o indivíduo possa expressar todo o seu potencial genético. O fenótipo é influenciado pelo genótipo, pelo ambiente e pela interação destes. Com isso, estudar e entender, como a curva de crescimento de cada animal se comporta, auxilia nas tomadas de decisões referente a produção. Sendo assim, o presente trabalho tem por objetivo avaliar a curva de crescimento de juvenis da espécie Kinguio, submetidos a temperatura de 18, 22 e 26 °C, e diferentes tempos de jejum de 0, 2, 4, 6, 8 e 10 dias, para identificar o melhor modelo que prediz a curva de crescimento para a espécie estudada.

Palavras chaves: curva de crescimento; privação alimentar; jejum; ganho compensatório.

## **Abstract**

Throughout the development of living organisms, they are from the animal or plant kingdom, there are several changes in their physiology due to the stage they are in (embryonic, gestation, lactation ...), age, nutrition and also the environment can be growth is triggered. The latter is responsible for providing the necessary conditions for the individual to express his / her genetic potential. The phenotype is influenced by the genotype, the environment and their interaction. With this, study and understand how the growth curve of each animal behaves, it helps in making decisions regarding production. Thus, the present study aims to evaluate the growth curve of juveniles of the Kinguio species, submitted to temperatures of 18, 22 and 26 0C, and different fasting times of 0, 2, 4, 6, 8 and 10 days, in order to identify the best model that predicts the growth curve for the species studied.

Keywords: Growth curve; food deprivation; fast; compensatory gain.

## Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	6
<b>2. Revisão Bibliográfica</b> .....	7
2.1 A espécie.....	7
2.2 Jejum.....	8
2.3 Ganho compensatório .....	8
2.4 Temperatura.....	10
2.5 Curva de crescimento.....	10
2.6 Análise Estatística .....	12
2.7 Inferência Bayesiana .....	15
Capítulo 1 .....	17
<b>1. Introdução</b> .....	17
<b>2. Material e Métodos</b> .....	19
2.1 Avaliação do Modelo Ajustado .....	21
<b>3. Resultados</b> .....	21
<b>4. Discussão</b> .....	23
<b>5. Conclusão</b> .....	24
<b>Referências</b> .....	25

## 1. Introdução

Estudar a alimentação, produção e manejo, muitas das vezes é a garantia de sucesso ou não de uma propriedade. Por isso, existem muitos trabalhos, nas mais diversas espécies, que utilizam as curvas de crescimento para entender os mecanismos que interferem no desenvolvimento animal.

O processo de alimentação animal na natureza, pode sofrer influência das mais variadas formas, como: escassez, competição ou superpopulação, por exemplo, que são processos naturais e controlam a oferta de alimentos disponíveis. Sendo assim, o aprimoramento de tecnologias a fim de utilizar da melhor forma os alimentos, evitar desperdícios e prever problemas futuros, tais como, quadro de funcionários, fornecimento de insumos, escala de trabalho, são alguns cuidados que os criadores e pesquisadores tentam sanar (MOTTA, 2018).

Vários são os fatores que podem influenciar a criação de animais. O fenótipo do animal (ganho de peso, por exemplo), é influenciado pelo seu genótipo, e pelo ambiente (clima, manejo, alimentação, condições sanitárias...) e também pela interação genótipo-ambiente. A carga genética é responsável por demonstrar qual a capacidade de produção de determinado animal. E o ambiente fornece as condições para que aquele indivíduo consiga expressar, ou não, seu máximo de produção (PEREIRA, 2004).

A temperatura também está diretamente relacionada com a atividade metabólica do indivíduo. Quando a temperatura da água aumenta, as atividades bioquímicas aceleram. Com uma diminuição na temperatura do ambiente, os peixes tendem a diminuir a movimentação e também o consumo alimentar, gerando assim um menor crescimento (MOTTA et al., 2021; HALVER, et al., 2002).

O ganho compensatório, que é a capacidade do animal que sofreu privação alimentar, atinja peso e comprimentos finais iguais ou similares aos animais que não foram privados e o ponto-de-não-retorno, que identifica o período em que os animais suportam até atingirem um quadro irreversível, essas são duas variáveis que também causam interferência na curva de crescimento, sendo então alvos do nosso estudo (MOTTA, 2018).

A curva de crescimento é estudada de forma a conhecer o desenvolvimento dos animais e nos permite compreender como cada espécie ou raça se desenvolve. Como cada indivíduo apresenta uma fisiologia, hábitos alimentares, períodos de migração, logo, identificar o melhor modelo que descreve o ganho de peso em função da idade, irá permitir aos produtores e aos pesquisadores o conhecimento necessário para desenvolver e aprimorar a produção animal (MAZZINI, et al., 2003).

O objetivo do trabalho, é a avaliação dos métodos frequentistas e bayesianos no ajuste de curvas de crescimento de larvas da espécie Kingiuo após cada período de privação alimentar.

## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1 A espécie

O kingiuo (Figura 1.) alimenta-se de uma ampla variedade de alimentos, dentre eles estão: plâncton, bentos, matéria vegetal e detritos (KOTTELAT & FREIHOF, 2007). Devido ao seu hábito alimentar diversificado, a espécie é utilizada em policultivos na China, onde espera-se que consumam os detritos e os restos de alimentos no fundo dos viveiros de cultivo, de forma que se aproveite melhor os nutrientes presentes no viveiro (WANG, 2000).

Figura 1. Espécie *Carassius auratus*.



carassius-auratus/

Fonte: <http://www.aquarismopaulista.com/kingiuo-carassius-auratus/>  
acessado em 15/06/2022.

Na fase de larvicultura, o desenvolvimento desses animais, é caracterizado por apresentar menor resistência a fatores como alimentação (PRADHAN et al., 2014; LIU

et al., 2012; WANG et al., 2010), qualidade da água (ALAMI-DURANTE et al., 1997) e manejo (JOAQUIM et al., 2014).

## 2.2 Jejum

O efeito do jejum nos organismos aquáticos, é diferente em cada espécie, porém na fase de larvicultura, devido a pouca reserva energética, esses animais não suportam por muito tempo. Nesse momento, podemos analisar o ponto-de-não-retorno (PNR), onde dependendo da espécie e do período de privação alimentar que ocorra, esses animais atinjam um ponto irreversível, o que ocasiona a sua morte. (MOTTA, 2018).

O tamanho dos órgãos são particularmente, responsáveis por grande parte da adaptação desses animais, em que ao aumentarem de tamanho favorecem o maior acúmulo e absorção de nutrientes e o inverso, reduz o processo de digestão favorecendo a economia de energia. (MOTTA, 2018).

## 2.3 Ganho compensatório

Após os animais sofrerem um período curto ou longo de jejum, ao surgir a possibilidade de encontrarem ou ser fornecido novamente uma fonte de alimentação, alguns conseguem atingir pleno desenvolvimento, tanto em peso quanto em comprimento, quando comparados a animais que não sofreram privação alimentar. Porém, irá depender de vários fatores, como, espécie, período fisiológico e duração do jejum. Uma mudança morfológica que auxilia na realimentação é o aumento dos órgãos, que permitem maior consumo de alimento (MOTTA, 2018).

O ganho compensatório pode ser total, quando o animal atinge desenvolvimento completo. Ou parcial, quando o desenvolvimento não atinge todo seu potencial, ou seja, os animais são menores e mais leves. Como mostram os gráficos 1, 2 e 3 abaixo (MOTTA, 2018).

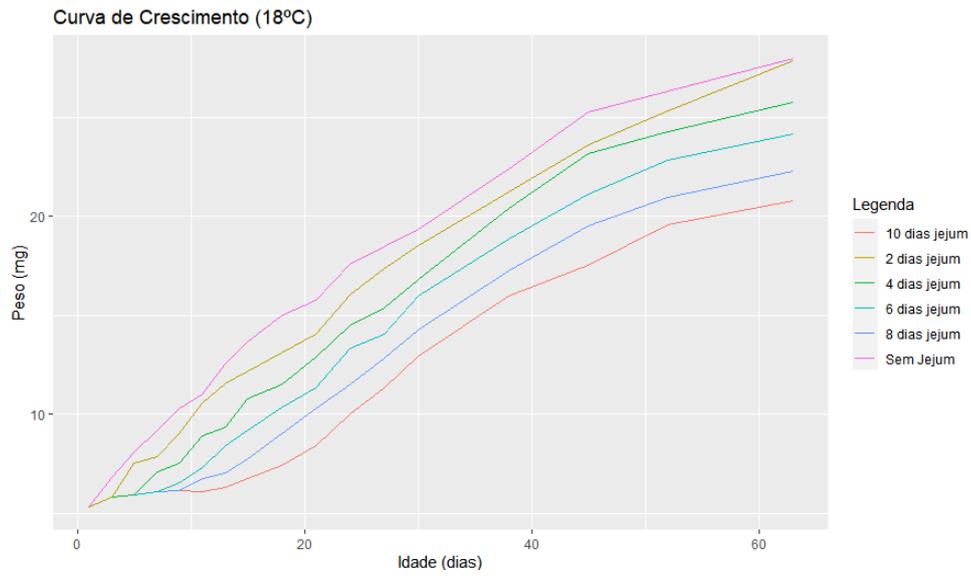


Gráfico 1. Curva de crescimento dos tratamentos a 18 °C.

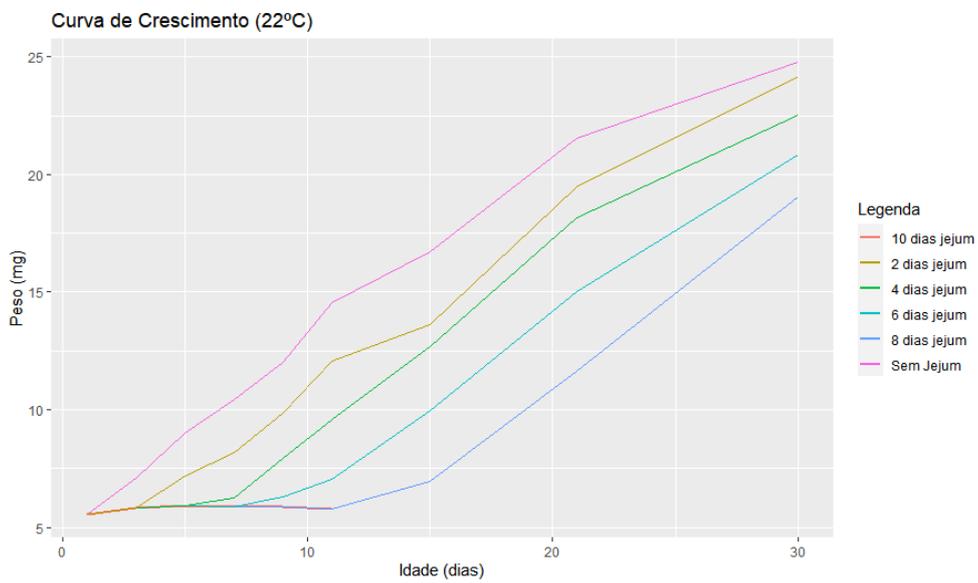


Gráfico 2. Curva de crescimento dos tratamentos a 22 °C.

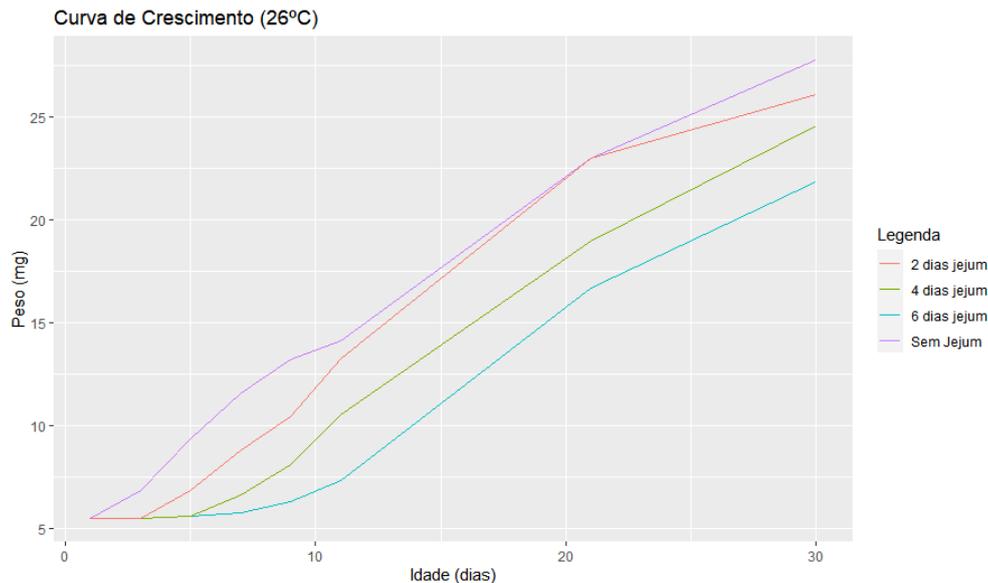


Gráfico 3. Curva de crescimento dos tratamentos a 26 °C.

## 2.4 Temperatura

Toda espécie animal possui uma amplitude térmica ideal, ou seja, uma faixa de temperatura confortável, onde seu desenvolvimento não é afetado. Temperaturas extremas, tanto positivas quanto negativas, podem ser letais, por isso, o conhecimento da zona ideal de temperatura, favorece a sobrevivência dos animais (MOTTA, 2018).

Com o aumento da temperatura da água, o metabolismo dos animais fica acelerado, e o oposto também ocorre com a diminuição da temperatura, onde os animais se alimentam menos, e se movimentam menos, todas essas mudanças são realizadas com o mesmo objetivo, manutenção e sobrevivência do organismo (MOTTA, 2018).

## 2.5 Curva de crescimento

As curvas de crescimento, que são ferramentas estudadas nas mais variadas espécies e raças, são caracterizadas pelas representações gráficas da massa corporal em função do tempo, ou seja, o peso do animal de acordo com sua idade (MOTTA, 2018).

A análise gráfica, atua como indicador visual do desenvolvimento animal, permitindo ao produtor, de forma simples e rápida, poder identificar pontos cruciais, tais como, a fase de crescimento acelerado, o ponto de inflexão (ponto máximo de

crescimento), fase regressiva (crescimento desacelerado), fase estacionária (onde o crescimento cessa) e morte, como mostra o gráfico a seguir.

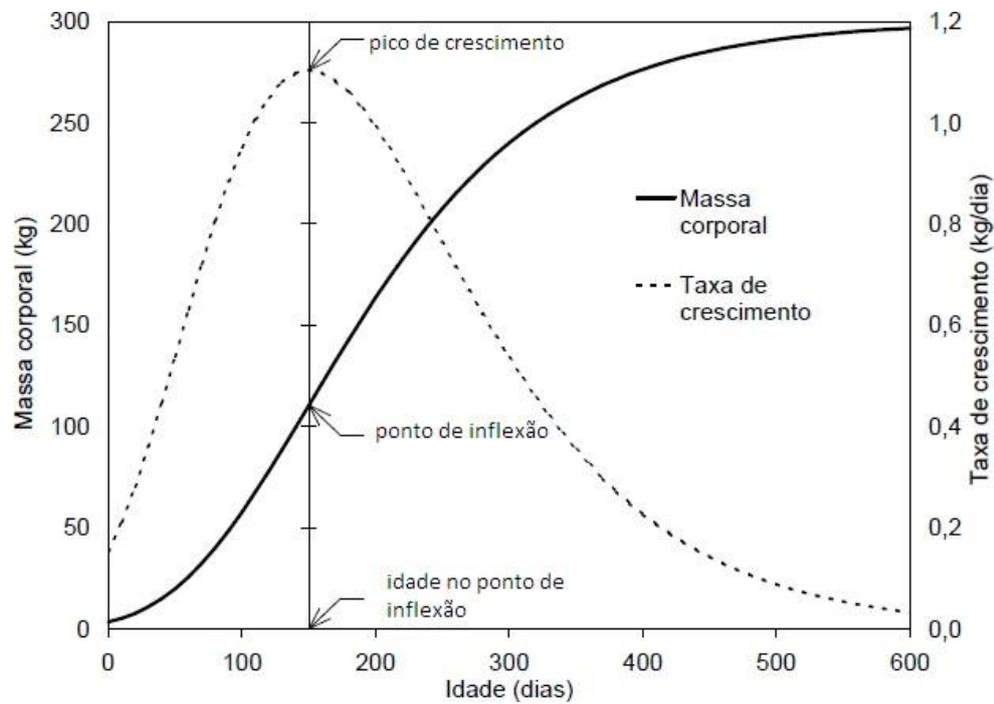


Gráfico 4. Curva de crescimento com massa corporal e taxa de crescimento em função da idade (FIALHO, 1999).

As curvas de crescimento são amplamente utilizadas para descrever as mudanças do tamanho de acordo com a idade, de modo que o potencial genético dos animais e a alimentação possam ser avaliadas, com isso a necessidade de funções de crescimento com as mesmas formas gerais dos dados observados (LÓPEZ, et al., 2000).

O primeiro modelo utilizado foi de Michaelis-Menten Generalizado (López), pois é capaz de descrever os sinais de comportamento sigmóide, com rendimentos decrescentes e apresenta parâmetros não lineares para interpretação biológica, para uma ampla variedade de animais fornecendo estimativas satisfatórias para quantificar as características de crescimento de cada espécie de animal (Equação 1) (LÓPEZ, et al., 2000; MOTTA, et al., 2021).

$$y_i = \frac{(Bk^M + At^M)}{(k^M + t^M)} \quad (\text{Equação 1})$$

O segundo modelo utilizado foi o logístico, que tem formato em S (sigmóide) onde o parâmetro de inflexão é igual a 2 (Equação 2) (THOLON & QUEIROZ, 2009).

$$y_i = A(1 + Be^{-kt})^{-1} \quad (\text{Equação 2})$$

Onde em ambos os modelos:

- A = Peso adulto do animal (mg);
- k = tempo em dias no qual é atingida metade do peso adulto (assintótico);
- t = tempo em dias;
- B e M = parâmetros de escala.

## 2.6 Análise Estatística

Existem diversos softwares disponíveis capazes de auxiliar na análise estatística, como: METALAB, SAS, OpenBUGS, WinBUGS e R (BÜRKNER, 2017).

O pacote *brms* é usado em linguagem de programação em R, através da função *Stan*, onde permite ao usuário uma grande possibilidade de distribuições (cerca de 35 distribuições disponíveis) e funções de ligação, além de ser viável em várias modelagens estatísticas, tais como: modelos lineares, binomial, Poisson e até modelos não lineares (BÜRKNER, 2018).

Neste trabalho, utilizamos o método bayesiano, que permite a possibilidade de utilizar o conhecimento prévio sobre os parâmetros do modelo na análise. Essa metodologia não era usada devido a incapacidade de utilizar algumas distribuições e pela demora da análise, pois os computadores não apresentavam capacidade tecnológica suficiente (BÜRKNER, 2017).

Um dos principais problemas com os softwares que utilizam o amostrador de Gibbs e Metropolis- Hastings é a convergência lenta em amostras grandes e complexas. Com o Stan e a utilização do amostrador Halmitoniano Monte Carlo (HMC) ou No-U-Turn (*NUTS*), esse problema foi solucionado (BÜRKNER, 2017).

Como toda programação exige um certo grau de conhecimento do usuário, o que pode dificultar a análise de quem não possui essa familiaridade. Porém, existe outra vantagem ao utilizar o *brms*, que é a utilização de programação padrão, caso o usuário não saiba ou não tenha o dado para informar previamente (BÜRKNER, 2017).

Algumas informações devemos definir antes de iniciar a análise: 1) A fórmula; 2) A família; 3) As *prioris* e 4) Controle.

- A fórmula contém toda informação que queremos encontrar (variável resposta) e a informação que temos (*prioris*), sendo representada no exemplo 1 (BÜRKNER, 2017):

Exemplo 1:

Variável resposta (comprimento) ~ Preditores (idade, sexo, peso...)

- Na família, define-se quais são as possíveis distribuições ou as suspeitas: lognormal, gaussiana, logística, entre outras. Podemos também informar suas médias e desvios padrões, caso tenhamos (Exemplo 2) (BÜRKNER, 2017).

Exemplo 2:

Prior < - c(set\_prior("normal (0,10), Coef="idade")

Onde, para a variável "idade" informamos que ela tem uma distribuição normal, com média 0 (zero) e desvio padrão de 10.

As *prioris* utilizadas para modelagem estatística, para cada parâmetro (a, b, k e M), foram considerados os tratamentos e a normalidade dos dados com média e variância específica gerada pelo pacote *brms* (FORRENCE, 2016).

- Na configuração de controle, definimos a amostra de "aquecimento" (Exemplo 3), ajustando o tamanho da amostra e a quantidade de cadeias (N) (BÜRKNER, 2017).

## Exemplo 3:



Hamiltoniano Monte Carlo (HMC) é um algoritmo derivado da Cadeia de Markov Monte Carlo (MCMC), onde sua análise se dá a partir de informações conhecidas e fornecidas previamente, a fim de agilizar a análise, reduzir os erros e testar possibilidades conhecidas (HOFFMAN & GELMAN, 2011).

Esse método atua mais rapidamente quando comparado ao Metropolis-Hastings ou Amostrador de Gibbs, que analisam a amostra de forma aleatória, testando todas as possibilidades disponíveis. Porém o conhecimento da ferramenta pelo usuário, facilita a análise, pois alguns cuidados devem ser tomados: 1) O cuidado com o tamanho da cadeia e 2) Atenção ao número de etapas necessárias ao “*burn-in*”, que funciona como uma espécie de “teste” ao HMC, para que ele reconheça as cadeias que foram previamente selecionadas como possíveis respostas (HOFFMAN & GELMAN, 2011).

Uma outra ferramenta, que atua de forma automática, facilitando seu uso, e sendo possível ser utilizadas por usuários com menos conhecimento, é o No-U-Turn Sampler (*NUTS*), é uma derivação do HMC que descarta a necessidade de definir informações prévias (HOFFMAN & GELMAN, 2011).

Em modelos considerados grandes ou com muitos parâmetros, que exigem uma grande capacidade tecnológica e também bastante conhecimento do usuário, o HMC é configurado inicialmente para analisar de forma codificada levando em consideração a distribuição alvo. As informações imputadas inicialmente para a utilização do HMC são: definir o tamanho da cadeia e o número de etapas ou passos (N), como mostrado no exemplo 3. Com a utilização do *NUTS*, elimina-se a necessidade dessas informações, pois são realizadas automaticamente (HOFFMAN & GELMAN, 2011).

Se a cadeia for pequena, então as amostras sucessivas ou passos, estarão muito próximos um dos outros, por outro lado, se for muito grande, o HMC sempre retornará no ponto inicial para realizar a próxima trajetória. Esses inconvenientes, também são corrigidos pela utilização do *NUTS*, na fase de *Burn-in*, que é considerada como a fase de simulação, especificar o seu comprimento, faz com que o amostrador haja mais rapidamente, identificando sequências dentro da amostra, que foram previamente apontadas e os passos são analisados em sequência, não partindo sempre do ponto inicial. Em estudos, foram identificados que uma amostra com 1000 dados de comprimento, é o mínimo aceitável para uma simulação que resultará em informações precisas e evitará o desperdício de computação (HOFFMAN & GELMAN, 2011).

Diversos trabalhos na área de zootecnia utilizam do método Monte Carlo para avaliação e suporte nas tomadas de decisões, pois criar métodos ou mecanismos que tornem dados em informações, facilita aos responsáveis pela produção a escolherem melhores sistemas de criação, melhor idade ao abate, melhores alimentos ou até mesmo identificar os animais que respondem melhor a determinado manejo (SANTOS et al; 2007).

## 2.7 Inferência Bayesiana

O desenvolvimento da análise bayesiana, foi consideravelmente idealizada pelo matemático, Pierre Simon de Laplace. Ao contrário da estatística frequentista, a teoria bayesiana considera dois pontos de conhecimentos: 1. O conhecimento prévio sobre o evento e 2. As informações que poderão ser adquiridas durante o evento. (YOKOO, et al., 2013)

Ao realizar a inferência bayesiana, utilizamos métodos probabilísticos para descrever as incertezas, encontrando assim erros que possam existir em torno de algum parâmetro (GARNERO, et al., 2013). De maneira simples podemos descrever a inferência bayesiana da seguinte forma (GRAMMER, 2021):

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(B|A)Pr(A)}{Pr(B|A)Pr(A)d(A)}$$

Equação 1

Onde:

- Pr = é a probabilidade;
- B = são os dados;
- A = são os parâmetros;
- Pr(A|B) = distribuição *posteriori*;
- Pr(A) = distribuição anterior ou a *priori*;

## Capítulo 1

# **ANÁLISE BAYESIANA DE CURVA DE CRESCIMENTO APLICADA A ORGANISMOS AQUÁTICOS DA ESPÉCIE KINGUIO (*Carassius auratus*)**

## **1. Introdução**

No desenvolvimento de cada criatório, vários fatores podem interferir de forma positiva ou negativa na produção. Entender as interações, correlações, o ápice da produção, entre outras características, faz com que os produtores possam tomar atitudes mais assertivas quanto ao descarte de animais, ao manejo nutricional e na aplicação de programas de melhoramento genético.

A curva de crescimento é estudada nas mais diversas áreas e nos permite prever como cada espécie ou raça se desenvolve. Como cada indivíduo apresenta uma fisiologia, hábitos alimentares, períodos de migração, ou seja, suas particularidades, identificar o melhor modelo que descreve o ganho de peso em função da idade, irá permitir aos produtores e aos pesquisadores o conhecimento necessário para desenvolver e aprimorar a produção animal (MAZZINI, et al., 2003).

Atualmente, podemos utilizar duas inferências estatísticas para analisar nossos dados: 1) A Frequentista e 2) A Bayesiana.

A principal diferença entre elas é: No método frequentista, analisamos os dados baseados na frequência em que ocorreram os fatos baseados em situações anteriores, ou seja, podemos estimar a produção de carne deste ano, baseado nas ocorrências nos anos anteriores. Já a metodologia bayesiana, leva em consideração toda informação que temos, além dos dados (observações), as nossas experiências, as possíveis distribuições, ou seja, toda informação pertinente poderá ser usada como *priori*. (KURT, 2019; KINAS & ANDRADE, 2017).

Essa metodologia passou a ser capaz de ser utilizada devido a evolução da computação e com o surgimento de softwares como o R, que é de livre acesso e de programação livre, permitindo uma ampla possibilidade de distribuições, funções para

manipulação dos dados, cálculos estatísticos e representações gráficas (KINAS & ANDRADE, 2017).

Atualmente, o pacote mais estudado e tem crescido muito seu uso para análise de dados, por meio da inferência bayesiana, disponível é o *Stan*, que implementa o Hamiltoniano Monte Carlo (HMC) e a sua derivação o No-U-Turn Sampler (*NUTS*). Esses algoritmos convergem muito mais rapidamente para modelos de alta dimensão e/ou complexidade quando comparados ao amostrador de Gibbs ou Metropolis-Hastings (BÜRKNER, 2018).

Na área de zootecnia existem diversos trabalhos estudando e avaliando o desenvolvimento dos animais (SANTOS et al; 2007). Para tanto são estudados modelos de regressão não linear que melhor descrevem o crescimento dada a espécie, e este auxilia na tomada de decisão na escolha do manejo, na identificação das necessidades de cada fase de crescimento e qual a melhor idade ao abate. Os modelos que foram alvos do nosso estudo foram: Lopez (LOPEZ, 2000), Logístico (RATKOWSKI, 1983) (Tabela 1).

Tabela 1. Modelos de curvas de crescimento avaliados no crescimento dos animais.

Modelo	Modelo de Curva de Crescimento	Referência
A	$y_i = A(1 + Be^{-kt})^{-1}$	Logístico (Ratkowski, 1983)
B	$y_i = \frac{(Bk^M + At^M)}{(k^M + t^M)}$	López (López, 2000)

Onde:

- $Y_i$  = massa de tecido ou corporal (kg);
- A = representa o peso adulto, ou peso assintótico, do animal;
- M = ponto de inflexão variável, cuja localização é determinada,
- e = base do logaritmo natural;

- $t$  = Tempo;
- $y_0$  = peso inicial;
- $k$ ,  $c$  e  $B$  = são constantes.

No presente estudo, foram analisados alguns fatores que influenciam na curva de crescimento, tais como, temperatura e tempo de jejum e como eles interferem no ganho de peso diário, cujos dados foram analisados e extraídos do trabalho de Motta, 2020.

O objetivo do trabalho, é a avaliação dos métodos frequentistas e bayesianos no ajuste de curvas de crescimento de larvas da espécie Kinguio após cada período de privação alimentar.

## 2. Material e Métodos

Os dados fornecidos para realização desse trabalho, foram oriundos da pesquisa realizada por Motta em 2015, os ensaios foram realizados no Laboratório de Bioensaios em Aquicultura (LBAI/UENF) e cada indivíduo foi considerado a unidade experimental, a fim de evitar competição e canibalismo, sendo considerado o delineamento inteiramente casualizado (DIC) o mais indicado. A alimentação com intuito de manter a saciedade dos animais e sobra, seguiu os protocolos informados por Motta (2015).

A espécie *Carassius auratus*, foi utilizada devido sua característica alimentar de uma grande variedade de alimentos, aproveitando melhor assim todas as fontes utilizadas em um viveiro.

O experimento foi realizado a fim de testar como as temperaturas de 18°, 22° e 26 °C e os períodos de 0, 2, 4, 6, 8 e 10 dias de jejum interferem no desenvolvimento na fase de larvicultura e juvenis, que se dá por um período de 30 dias. Com exceção da temperatura de 18 °C, onde foi realizada uma segunda fase do experimento com mais 30 dias, para verificar se ocorreria alguma alteração em um período maior. Para cada teste (Temperatura x Jejum), a sala foi climatizada para ajustar a cada tratamento.

O ensaio foi realizado com um total de 20 larvas separadas em aquários, tendo início o experimento a partir do começo da alimentação exógena. E mensurados os valores médios dos pesos e iniciais, com auxílio de paquímetro digital, como mostra a tabela 2.

Tabela 2. Média dos pesos e comprimentos iniciais em cada temperatura.

<b>Temperatura (°C)</b>	<b>Peso Inicial (mg)</b>
<b>18</b>	0,85
<b>22</b>	0,98
<b>26</b>	0,94

Para coleta dos valores referentes à curva de crescimento, foram utilizadas 66 unidades experimentais (6 larvas de cada tratamento x 11 dias de coleta). Logo, as unidades experimentais consideradas foram, uma larva por tempo de jejum (0, 2, 4, 6, 8 e 10) pelo período de 11 dias.

Foi utilizado o software R Open Source, versão 4.0.5. em um computador com sistema operacional Linux Ubuntu, core i5 e 32GB de RAM, para realizar as análises estatísticas, juntamente com os pacotes *ggplot2* e *brms*. Os dados continham 940 observações de juvenis do Kinguio (*Carassius auratus*), com alimentação controlada duas vezes ao dia e temperatura controlada pelo tempo de duração do experimento (30 dias/tratamento) por meio de ar condicionado digital ou aquecedor. Todo o controle experimental foi realizado para que se observasse somente interferência da temperatura e tempo de jejum (MOTTA et al., 2021).

Após a duração do período experimental (quando os animais já se alimentavam de nutrientes exógenos e possuíam capacidade natatória), todos os animais foram contatos, para medir a taxa de sobrevivência, foram medidos (comprimento) e pesados.

A alimentação dos animais foi realizada de modo a ter sobras, podendo assim, os animais que ficaram em privação alimentar, apresentarem o processo de hiperfagia e poderem mensurar o ganho compensatório. Foi mantida a qualidade (pH,

oxigenação e umidade) e temperatura da água e do ambiente, mantendo a invariabilidade do experimento.

As *prioris* utilizadas para modelagem estatística, para cada parâmetro (a, b, k e M), foram considerados os tratamentos e a normalidade dos dados com média e variância específica gerada pelo pacote brms (FORRENCE, 2016).

## 2.1 Avaliação do Modelo Ajustado

Para verificar o ajuste dos modelos, foram utilizados dois critérios de informação. Empregamos o WAIC, que é baseado no Critério de Informação de Akaike (AIC) e estima o número efetivo de parâmetros a serem ajustados. Usamos também o AIC, afim de compararmos os resultados. Ambos os critérios, atuam de forma que, quanto menor seu resultado, melhor o ajuste (SAKAMOTO, et al., 1986; WATANABE, 2010).

## 3. Resultados

Após análises estatísticas, obtivemos os resultados dos critérios de informação (WAIC e AIC) e a estimativa dos parâmetros dos modelos, como segue a tabela 3 e 4, respectivamente.

Na tabela 5, podemos observar o desenvolvimento dos animais em cada tratamento e identificar seu aumento ou diminuição no crescimento.

Tabela 3. Critérios de informação de ambas metodologias dos modelos utilizados.

<b>Modelo Matemático</b>	<b>AIC (Frequentista)</b>	<b>WAIC (Bayesiano)</b>
<b>López</b>	2811.2	1487.6
<b>Logístico</b>	2809.5	1553.4

Tabela 4. Estimativa dos parâmetros dos modelos e seus respectivos desvios padrão.

Modelo / Temperatura		Método Frequentista			
		Parâmetros			
		A	B	K	M
López	18°C	391.5962	0.9978	67.7182	2.5214
	22°C	649.0089	0.7518	47.6706	2.8125
	26°C	275.2971	0.9484	24.9706	3.4319
Logístico	18°C	72.5652	80.9098	0.1635	-
	22°C	184.2087	156.3133	0.2061	-
	26°C	200.6291	162.5244	0.2418	-
		Método Bayesiano			
		A	B	K	M
López	18°C	28.72 (0.42)	0.925 (0.12)	37.64 (0.48)	3.665 (0.1)
	22°C	98.84 (5.65)	0.92 (0.13)	40.325 (0.49)	4.03 (0.1)
	26°C	109.125 (5.41)	0.94 (0.13)	40.22 (0.47)	4.025 (0.1)
Logístico	18°C	14.695 (4.03)	0.805 (0.43)	33.98 (9.1)	-
	22°C	16.385 (1.15)	0.93 (0.13)	38.825 (0.5)	-
	26°C	10.605 (8.36)	-0.045 (0.76)	19.41 (14.68)	-

Tabela 5. Pesos e comprimentos finais em cada fase do experimento.

Temperatura 18 °C	Dias de Jejum					
	0	2	4	6	8	10
Peso Final (mg)	77,43	61,24	44,44	39,59	26,87	19,39

Temperatura 22 °C	Dias de Jejum					
	0	2	4	6	8	10
Peso Final (mg)	178,87	161,23	136,04	101,32	81,70	*

Temperatura 26 °C	Dias de Jejum					
	0	2	4	6	8	10
Peso Final (mg)	228,26	189,79	160,34	112,57	*	*

Legenda: \* não sobreviveram

#### 4. Discussão

Ao utilizar o pacote *brms* do software R, obtivemos as informações de cada parâmetro, estimando-se assim, os seus respectivos valores preditos. Tal análise despendeu um total de 2453.34 segundos e como a estatística bayesiana permite a análise simultânea, de todos os parâmetros em todos os tratamentos, tornou-se menos viesada e mais ajustada.

Após analisar e comparar os dados, podemos observar que os modelos representam de forma satisfatória a curva de crescimento, demonstrando pouca diferença entre eles, que se comprova ao comparar o WAIC, que indica o modelo Lopez como o mais ideal, por outro lado, o AIC apresentou pouca diferença entre os modelos.

O parâmetro A, resultou em crescimento conforme a temperatura foi aumentada, o que demonstra que quanto maior for a temperatura, favoreceu o desenvolvimento do indivíduo.

B e M são parâmetros de escala, que indicam fatores biológicos. Na metodologia bayesiana, foi encontrado valor negativo na temperatura de 26 °C para o parâmetro B, que indica perda de peso.

O tempo de meia vida ( $k$ ), também reduziu na mesma proporção que o peso final do animal. Animais mais leves em seu peso adulto, atingirão mais rápido a metade do peso assintótico.

Com os resultados dos parâmetros, podemos observar que, a temperatura e o jejum atuam de forma significativa na produção de peixes. Com o aumento da temperatura observa-se um aceleração da atividade metabólica e enzimática do animal, favorecendo assim o seu crescimento. Por outro lado, o período de jejum, dependendo da sua prolongação pode provocar a mortalidade dos animais, como encontrado nos tratamentos de 22 °C com 10 dias de jejum e 26 °C com 8 e 10 dias de jejum.

## **5. Conclusão**

A metodologia bayesiana, com uso do amostrador Hamiltoniano, foi capaz de ajustar modelos de crescimento de maneira eficiente, e também torna possível a obtenção dos intervalos de confiança dos valores preditos, algo não trivial no ajuste frequentista.

## Referências

- ALAMI-DURANTE, Hélène et al. **Crescimento e multiplicação de fibras musculares esqueléticas brancas em larvas de carpa em relação à taxa de crescimento somático.** *Jornal de biologia de peixes*, v. 50, n. 6, pág. 1285-1302, 1997.
- BRODY, S. **Bioenergetics and Growth.** Rheinhold Publishing, New York. 1945.
- BÜRKNER, P. C. **brms: Na R Package for Bayesian Multilevel Models Using Stan.** *Journal of Statistical Software*. Volume 80. Agosto, 2017.
- BÜRKNER, P. C. **Advanced Bayesian Multilevel Modeling With the R Package brms.** *The R Journal*. Vol 10/1. Julho, 2018.
- FIALHO, F. B. **Interpretação da Curva de Crescimento de Gompertz.** Comunicado Técnico - Embrapa Suíno e Aves. 1999.
- FORRENCE, A. **Non-linear model examples using brms and nlme.** 2016.
- GARNERO, A. D. V., et al. **Inferência bayesiana aplicada a estimação de herdabilidades dos parâmetros da curva de crescimento de fêmeas da raça nelore.** *Ciência Rural*, Santa Maria, vol. 43, núm 4, 2013.
- GOMPERTZ, B. **On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies.** *Philosophical Transactions of Royal Society of London*. 115-513. 1825.
- HALVER, J. E; HARDY, R. W. **Fish nutrition.** 3 Ed, Academic Press. USA, 2002.
- HOFFMAN, M. D; GELMAN, A. **The No-U-Turn Sampler: Adaptively Setting Path Lengths in Hamiltonian Monte Carlo.** Cornell University, 2011.
- JOAQUIM, S. et al. **The effect of density in larval rearing of the pullet carpet shell *Venerupis corrugata* (Gmelin, 1791) in a recirculating aquaculture system.** *Aquaculture Research*, 2014.
- KINAS, P. G & ANDRADE, H. A. **Introdução à Análise Bayesiana (com R).** Editora: Consultor Editorial. 1ª Edição. 4 de maio de 2017.
- KOTTELAT, M.; FREYHOF, J. **Handbook of European Freshwater Fishes.** Berlin: Publications Kottelat, Cornol and Freyhof, 646 p. 2007.
- KURT, W. **Bayesian Statistics The Fun Way.** No Starch Press, Inc. 2019.
- LIU, B. et al. **Effects of different weaning strategies on survival and growth in Chinese longsnout catfish (*Leiocassis longirostris* Günther) larvae.** *Aquaculture*, 364-365, 2012.
- LÓPEZ, S. et al. **A Generalized Michaelis-Menten Equation for the Analysis of Growth.** American Society of Animal Science, 2000.

- MAZZINI, A. R. A.; MUNIZ, J. A.; AQUINO, L. H.; SILVA, F. F. **Análise da curva de crescimento de machos Hereford**. Ciência e Agrotecnologia, Lavras, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, 2003.
- MORAIS, J. et al. **Curva de crescimento de diferentes linhagens de frango de corte caipira**. Ciência Rural, Santa Maria, v.45, n. 10, 2015.
- MOTTA, J. H, de Souza. **Desenvolvimento de protocolo para larvicultura da carpa ornamental *Cyprinus carpio* em sistema de recirculação de água**. Campos dos Goytacazes. Dissertação de mestrado CCTA/UENF, 2015.
- MOTTA, J. H. de S; **Efeito do jejum e da temperatura no desenvolvimento de larvas e juvenis do Kinguio (*Carassius auratus*)**. Tese de doutorado apresentado a Universidade Estadual do Norte Fluminense. Abril, 2018.
- MOTTA, J. H. de S. et al. **Effect of fasting on freshwater angelfish *Pterophylum scalare* (*Carassius auratus*)**. Latin American Journal of Aquatic Research. Março, 2021.
- PEREIRA, J. C. C; **Melhoramento genético aplicado a produção animal**. Editora FEPMVZ, Belo Horizonte, 2004.
- PRADHAN, P. K. et al. **Effects of different weaning strategies on survival, growth and digestive system development in buffer catfish *Ompok bimaculatus* (Bloch) larvae**. Aquaculture, 2014.
- RATKOWSKI, D.A. **Nonlinear regression modeling: a unified practical approach**. Marcel Dekker, New York. 1983.
- RICHARDS, F.J. **A flexible growth function for empirical use**. Journal of Experimental Botany, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.
- SAKAMOTO, Y., Ishiguro, M. e Kitagawa G. **Critério de Informação de Akaike Estatísticas**. Editora D. Reidel, 1986.
- SANTOS, V. B. et al. **Avaliação de curvas de crescimento morfométrico de linhagens de tilápia do Nilo (*Oreochromis niloticus*)**. Ciênc. agrotec., Lavras, v.31, n. 5, 2007.
- SARMENTO, J. L. R. et al. **Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês**. R. Bras. Zootec., v. 35, n.2, 2006.
- VON BERTALANFFY, L. **Quantitative laws in metabolism and growth**. Quarterly Review of Biology (1957): 217-231.
- WANG, W. **Culture and Enhancement of Fishes**. Beijing: China Agriculture Press, v.7 267-275, 2000.
- WANG, Y. et al. **Effects of the timing of initial feeding on growth and survival of loach (*Misgurnus anguillicaudatus*) larvae**. Aquaculture International, 18, 2010.

WATANABE, S. "**Equivalência Assintótica da Validação Cruzada de Bayes e Critério de Informação Amplamente Aplicável na Teoria da Aprendizagem Singular**". *Journal of Machine Learning Research*, 11, p. 3571—3594, 2010.

YOKOO, M. J. et al. **O uso da estatística Bayesina no melhoramento genético animal: uma breve explicação**. *Scientia Agraria Paranaensis – SAP*. v. 12, n. 4, 2013.