

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE SEÇÕES DE VIGAS T EM
CONCRETO ARMADO

ANA BEATRIZ CARVALHO E SILVA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
MAIO – 2011

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE SEÇÕES DE VIGAS T EM CONCRETO ARMADO

ANA BEATRIZ CARVALHO E SILVA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil."

Orientador: Prof. Gines Arturo Santos Falcón
Co-orientador: Prof. Sergio Luis González Garcia

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
MAIO – 2011

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE SEÇÕES DE VIGAS T EM CONCRETO ARMADO

ANA BEATRIZ CARVALHO E SILVA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil."

Aprovada em 06 de maio de 2011.

Comissão Examinadora:

Prof. José Herskovits Norman, D.Ing. – COPPE/UFRJ

Prof. Jean Marie Désir, D.Sc. – DECIV/UFRGS

Prof. Aldo Durand Farfán, D.Sc. – LECIV/UENF

Prof. Sergio Luis González Garcia, D.Sc. – LECIV/UENF
Co-orientador

Prof. Gines Arturo Santos Falcón, D.Sc. – LECIV/UENF
Orientador

*“Comece fazendo o que é necessário,
depois o que é possível, e de repente
você estará fazendo o impossível.”*

(São Francisco de Assis)

Aos meus pais,
Aos meus avós,
Ao meu irmão,
A Lucas.

AGRADECIMENTOS

A Deus por iluminar meu caminho e me dar forças para seguir sempre em frente.

Ao meu orientador, professor Dr. Gines Arturo Santos Falcon, pela atenção, paciência, dedicação e pela doação de conhecimentos fundamentais para o desenvolvimento e evolução deste trabalho.

Ao meu co-orientador, professor Dr. Sergio Luis González Garcia, pela disponibilidade, motivação e direcionamento em momentos decisivos.

Aos professores, que participaram da minha formação acadêmica e que contribuíram de alguma forma para minha evolução profissional.

Aos amigos, não só pelos momentos de descontração, mas pelo apoio, incentivo e ajuda, mesmo com tantas atribuições.

À FAPERJ, pela concessão da bolsa de mestrado, a qual possibilitou a execução desta dissertação.

Ao meu pai, Cláudio, por me orientar a fazer as melhores escolhas e à minha mãe, Marilza, por me incentivar e me fazer entender que o estudo é essencial para a vida.

Ao meu irmão, Eduardo, que sempre me apoiou e me fez acreditar que, com interesse pelo conhecimento, nada é impossível.

A Lucas, pela paciência, incentivo e contribuição para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

A toda minha família que sempre acreditou em mim, muitas vezes, mais do que eu mesma.

A minha avó Zezé Costa, pelo papel de mãe desempenhado, pela confiança, orgulho e carinho, além da compreensão nos momentos de afastamento.

*“Faça as coisas o mais simples
que você puder, porém não as
mais simples.”*

(Albert Einstein)

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	xiv
RESUMO	xviii
ABSTRACT	xix
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Introdução	1
1.2. Revisão Bibliográfica.....	5
CAPÍTULO 2 – MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO.....	11
2.1. Modelagem do problema da viga	11
2.2. Programação Matemática	13
2.3. Algoritmos Genéticos (AG's)	15
CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DA VIGA... 20	
3.1. Estádios	20
3.1.1. Estádio I.....	20
3.1.2. Estádio II.....	21
3.1.3. Estádio III.....	21
3.2. Domínios de deformação na ruína	22
3.2.1. Ruptura por deformação plástica excessiva.....	23
3.2.2. Ruptura por encurtamento limite do concreto	23
3.3. Seção T verdadeira ou seção retangular	24
3.4. Análise da seção T	25

3.4.1. Cálculo das deformações das armaduras	26
3.4.2. Seção retangular de largura b_f e seção T verdadeira	27
3.4.3. Particularidades no cálculo da posição da linha neutra	28
3.4.4. Cálculo do momento resistente da viga	29
CAPÍTULO 4 – DIMENSIONAMENTO ÓTIMO	32
4.1. Função objetivo	32
4.2. Restrições de projeto	33
4.3. Implementação computacional e aplicações do Algoritmo de Programação Matemática	34
4.4. Implementação computacional e aplicações do Algoritmo Genético	39
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS	43
5.1. Resultados obtidos utilizando Programação Matemática	43
5.2. Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos	45
5.3. Comparação entre Programação Matemática e Algoritmos Genéticos	46
5.4. Influência da resistência do concreto no custo de fabricação das vigas ...	51
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES	53
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
ANEXO A	58
ANEXO B	61
ANEXO C	Erro! Indicador não definido.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diagramas tensão-deformação: (a) aço; (b) concreto.	2
Figura 1.2 - Aplicações de vigas de concreto armado com seção T: (a) ponte Rio-Niterói (fonte: http://www.ponte.com.br/concessionaria/sobrea); (b) laje nervurada típica de edificações modernas.	2
Figura 2.1 – Etapas da solução do esquema geral de otimização.	12
Figura 2.2 – Esquema particular de otimização da seção T.	12
Figura 3.1 - Estádio I.	21
Figura 3.2 - Estádio II.	21
Figura 3.3 - Estádio III.	22
Figura 3.4 - Diagrama retangular equivalente.	22
Figura 3.5 - Domínio 2 (PINHEIRO <i>et al.</i> , 2004).	23
Figura 3.6 - Domínio 3 (PINHEIRO <i>et al.</i> , 2004).	24
Figura 3.7 - Domínio 4 (PINHEIRO <i>et al.</i> , 2004).	24
Figura 3.8 - Diversos casos considerados na análise da seção transversal da viga.	25
Figura 3.9 - Diagrama de tensões da seção transversal da viga com comportamento retangular de largura bf.	27
Figura 3.10 - Diagrama de tensões da seção transversal da viga com seção T verdadeira, sendo $A_s = A_{s1} + A_{s2} + A_{s3}$ e $M_u = M_{u1} + M_{u2} + M_{u3}$	28
Figura 4.1- Geometria da seção T.	32
Figura 4.2 - Valor da função objetivo a cada iteração.	36
Figura 4.3 – Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Programação Matemática: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.	38
Figura 4.4 - Valor da função objetivo a cada iteração.	40

Figura 4.5 – Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Algoritmos Genéticos: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.....	42
Figura 5.1 – Comparação da curva de custo ótimo da viga de seção T obtida por Programação Matemática com os resultados obtidos por PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	44
Figura 5.2 – Comparação da curva de custo ótimo da viga de seção T obtida pelo Algoritmo Genético com os resultados obtidos por PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	45
Figura 5.3 - Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Programação Matemática e de Algoritmos Genéticos: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.	49
Figura 5.4 – Dados necessários para o cálculo de a	50
Figura 5.5 – Influência da resistência do concreto no custo de fabricação das vigas: (a) Programação Matemática; (b) Algoritmos Genéticos.	52
Figura A-1 – Ábaco para a determinação da altura útil mínima.	58
Figura A-2 – Ábaco para a determinação da altura mínima da flange.	58
Figura A-3 – Ábaco para a determinação da largura mínima da flange.	59
Figura A-4 – Ábaco para a determinação da área mínima de aço tracionado.	59
Figura A-5 – Ábaco para a determinação da área mínima de aço comprimido.	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1- Configurações das variáveis de projeto.....	35
Tabela 4.2 - Número de avaliações da função objetivo, valor da função objetivo e das restrições a cada iteração.....	36
Tabela 4.3 - Valores das restrições de projeto na configuração ótima.	37
Tabela 4.4 - Configurações das variáveis de projeto.....	40
Tabela 4.5 - Número de avaliações da função objetivo, valor da função objetivo e das restrições a cada geração.	40
Tabela 4.6 - Valores das restrições de projeto na configuração ótima.	41
Tabela 5.1 – Comparação com as dimensões de referência – PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	44
Tabela 5.2 – Comparação com os custos de referência – PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	45
Tabela 5.3 – Comparação com as dimensões de referência – PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	46
Tabela 5.4 – Comparação com os custos de referência – PINHEIRO <i>et al.</i> (2004).	46
Tabela 5.5 – Comparação entre Programação Matemática e Algoritmos Genéticos.....	48
Tabela 5.6 – Valores utilizados no cálculo dos diferentes valores de a.	51
Tabela B.1 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 20$ MPa).....	61
Tabela B.2 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 20$ MPa) - continuação.....	62
Tabela B.3 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 25$ MPa).....	62
Tabela B.4 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 25$ MPa) – continuação.....	63

Tabela B.5 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T (fck = 30 MPa).....	63
Tabela B.6 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T (fck = 30 MPa) – continuação.....	64
Tabela B.7 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T (fck = 40 MPa).....	64
Tabela B.8 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T (fck = 40 MPa) – continuação.....	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Abreviaturas:

- AG: Algoritmo Genético.
- BFGS: Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno.
- LN: Linha neutra.
- PM: Programação Matemática.
- Ref.: Referência.

Símbolos:

Letras Romanas Maiúsculas:

- A_s : área de aço tracionado.
- A'_s : área de aço comprimido.
- A_{s1} : área de aço tracionado na seção 1.
- A_{s2} : área de aço tracionado na seção 2.
- A_{s3} : área de aço tracionado na seção 3.
- E_s : módulo de elasticidade do aço.
- F_c : força resultante de tensões no concreto comprimido.
- M : momento fletor.
- M_I : momento fletor no estágio I.
- M_{II} : momento fletor no estágio II.
- M_{III} : momento fletor no estágio III.
- M_{sd} : momento fletor solicitante.
- M_u : momento fletor resistente da seção T.
- M_{u1} : momento fletor resistente da seção 1.

- M_{u2} : momento fletor resistente da seção 2.
- M_{u3} : momento fletor resistente da seção 3.
- N : força normal.
- R_{cc} : força resultante da tensão de compressão no concreto.
- R_{ct} : força resultante da tensão de tração no concreto.
- R_s : força resultante da tensão no aço tracionado.
- X : vetor que contém as variáveis de projeto.
- X^0 : vetor que contém a configuração inicial das variáveis de projeto.

Letras Romanas Minúsculas:

- a : distância do centro de gravidade da armadura tracionada até a face mais tracionada da seção transversal da viga.
- $a_{máx}$: distância máxima do centro de gravidade da armadura tracionada até a face mais tracionada da seção transversal da viga.
- $a_{mín}$: distância mínima do centro de gravidade da armadura tracionada até a face mais tracionada da seção transversal da viga.
- b_f : largura da flange da seção T.
- b_w : largura da nervura da seção T.
- c : cobrimento da armadura.
- d : altura útil da seção T.
- f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto.
- f_{ck} : resistência à compressão do concreto.
- f_{ct} : tensão de escoamento do concreto tracionado.
- $f(X)$: função objetivo.

- f_{yd} : tensão de escoamento do aço.
- $g(X)$: restrição de desigualdade.
- $\text{grad}f(X)$: gradiente da função objetivo.
- $\text{grad}g(X)$: gradiente da restrição de desigualdade.
- $\text{grad}h(X)$: gradiente da restrição de igualdade.
- h : altura total da seção T.
- h_f : largura da flange da seção T.
- $h(X)$: restrição de igualdade.
- m : número de restrições de desigualdade.
- p : número de restrições de igualdade.
- x : posição da linha neutra.
- x_I : posição da linha neutra no estágio I.
- x_{II} : posição da linha neutra no estágio II.
- x_{III} : posição da linha neutra no estágio III.

Letras Gregas Maiúsculas:

- $\sum F_x$: somatório de forças no eixo x.
- $\sum F_x^2$: somatório de forças no eixo x na seção 2.
- $\sum F_x^3$: somatório de forças no eixo x na seção 3.
- $\sum M$: somatório de momentos fletores.
- $\sum M_{A_{sI}}^I$: somatório de momentos fletores na seção 1 em relação à área de aço tracionado na seção 1.

- $\Sigma M_{F_c}^I$: somatório de momentos fletores na seção 1 em relação à resultante de tensões no concreto comprimido, F_c .
- ϕ_{estr} : diâmetro do estribo.
- $\phi_{estr_{máx}}$: diâmetro máximo do estribo.
- $\phi_{estr_{mín}}$: diâmetro mínimo do estribo.
- ϕ_{long} : diâmetro da armadura longitudinal.
- $\phi_{estr_{máx}}$: diâmetro máximo da armadura longitudinal.
- $\phi_{estr_{mín}}$: diâmetro mínimo da armadura longitudinal.

Letras Gregas Minúsculas:

- ε_c : deformação do concreto.
- ε_{cc} : deformação à compressão do concreto.
- ε_{ct} : deformação à tração do concreto.
- ε_{cu} : deformação de ruptura do concreto.
- ε_s : deformação do aço tracionado.
- ε'_s : deformação do aço comprimido.
- ε_{yd} : deformação de escoamento do aço.
- ρ_{AC} : relação entre a área de aço total e a área de concreto da seção transversal da viga T.
- σ_{cc} : tensão do concreto comprimido.
- σ_{cd} : tensão de projeto do concreto comprimido.
- σ_{ct} : tensão do concreto tracionado.

RESUMO

Nos últimos anos, observa-se o uso cada vez mais freqüente de técnicas Programação Matemática e, mais recentemente, os Algoritmos Genéticos no projeto de estruturas de concreto armado. Neste contexto, esta dissertação apresenta uma metodologia para dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seções T, submetidas à flexão simples. No modelo de otimização adotado, busca-se definir vigas de custo de fabricação mínimo para uma dada solicitação externa. Neste trabalho apresenta-se uma comparação dos resultados obtidos utilizando-se Algoritmos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, visando à identificação da técnica numericamente mais eficiente e que proporcione uma maior economia neste tipo de dimensionamento. No projeto ótimo, são consideradas como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e as áreas das armaduras nas zonas de tração e de compressão da viga. São consideradas restrições mecânicas referentes à capacidade resistente da viga e o seu funcionamento no domínio mais eficiente, considerando a posição ótima da linha neutra e as condições de ruptura de acordo com os materiais empregados. São adotados, também, limites geométricos sobre as variáveis de projeto decorrentes de normas de projeto locais. São estudadas as possibilidades de ruína que geram diversos casos, modelados com funções específicas para cada um deles. Adicionalmente, foi proposta uma metodologia para análise estrutural da seção baseada no estado limite último, que torna possível o cálculo da posição da linha neutra, das tensões nas armaduras de tração e de compressão e do momento resistente da seção. Além disso, foi feita uma análise da influência da resistência do concreto no custo de fabricação da viga. Os resultados realizados mostram, claramente, a grande vantagem de utilização de ferramentas de otimização estrutural no projeto de vigas de concreto armado.

Palavras-chave: Otimização Estrutural, Concreto Armado, Vigas Reforçadas.

ABSTRACT

In recent years, there is a frequent use of Mathematical Programming techniques and, more recently, Genetic Algorithms reinforced concrete structures design. This work presents a methodology for optimum design of reinforced concrete T-beams under bending. In the adopted optimization model, minimum cost of beams is provided for a given external request. This work presents a comparison of results obtained using Mathematical Programming Algorithms and Genetic Algorithms, aiming the identification of the most efficient numerical technique that provides the greatest economy in this type of design. In optimal design, the cross section dimensions and the areas of reinforcement in tension and compression zones of the beam are considered as design variables. Mechanical constraints are considered regarding to strength of the beams and its behavior in the more efficient domain, considering the optimal position of the neutral line and the conditions of rupture according to the used materials. The limits of the geometric dimensions are adopted as design variables due to local design standards. All possibilities of ruin are studied that, in the case of T-section, generate several cases, which are modeled with specific functions of each. Additionally, a method was proposed for structural analysis of the section based on ultimate limit state, which makes possible the calculation of the neutral axis, the stresses in the tension and compression reinforcement and the resistant moment of the section. Furthermore, an analysis of the influence of concrete strength in the manufacturing cost of the beam was made. The achieved results clearly show the advantage of using optimization tools in the design of reinforced concrete beams.

Keywords: Structural Optimization, Reinforced Concrete, Reinforced Beams.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1. Introdução

Atualmente, a indústria da construção civil vem se desenvolvendo aceleradamente. Com relativa frequência são divulgadas novidades no desenvolvimento de novas metodologias relacionadas ao dimensionamento e projeto de vigas de concreto armado, bem como novas técnicas construtivas de edificações modernas.

Devido à grande quantidade de elementos estruturais utilizados em uma construção em concreto armado, muitas vezes de forma ineficiente, a redução do custo de fabricação de cada um dos elementos estruturais representa uma economia significativa no custo final da obra. Além disso, a produção em grande escala de elementos pré-moldados é de grande interesse para o mercado da construção civil, uma vez que esta pode disponibilizar produtos de qualidade superior e de menor custo.

Além disso, sabe-se que na construção em concreto armado, há emprego de grandes quantidades de materiais, muitas vezes desnecessárias. Assim, o dimensionamento ótimo de elementos estruturais implica na redução de concreto, de aço e de formas, respeitando critérios técnicos e funcionais, e gera economia na produção destes elementos.

Os elementos estruturais em concreto armado apresentam um comportamento não-linear devido à associação do comportamento mecânico do aço e do concreto. Enquanto o concreto resiste bem à compressão e é deficiente na tração, o aço complementa o concreto de modo ideal, por possuir uma boa resistência tanto à tração como também à compressão, conforme ilustrado na Figura 1.1, na qual f_{yd} é a tensão de escoamento do aço, f_{cd} é a resistência à compressão do concreto (valor de cálculo), ε_c é a deformação do concreto, ε_s é a deformação do aço e ε_{yd} , a deformação de escoamento do aço.

No projeto de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples, diversas configurações são possíveis. No entanto, existe uma onde os dois materiais são aproveitados ao máximo – o aço escoar e o concreto chegar a sua iminente ruptura. A esta configuração dá-se o nome de solução ótima.

Portanto, a identificação desta configuração ótima é assunto de grande relevância na Engenharia Civil.

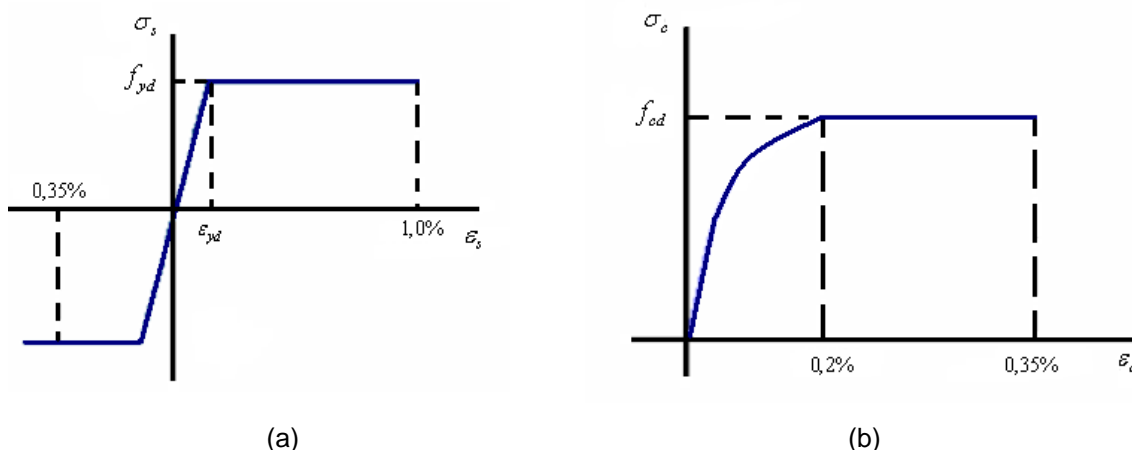


Figura 1.1 - Diagramas tensão-deformação: (a) aço; (b) concreto.

Além disso, vigas com seção T são elementos cada vez mais utilizados em estruturas como lajes maciças e nervuradas, galpões industriais e vigas de pontes. Na Figura 1.2 são ilustradas duas destas aplicações: a ponte Rio-Niterói e uma laje nervurada típica de edificações modernas.

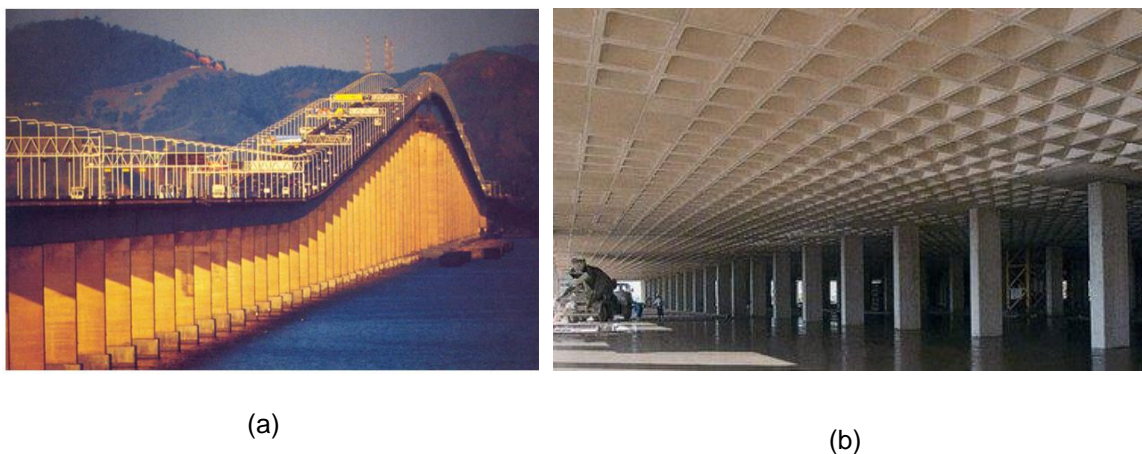


Figura 1.2 - Aplicações de vigas de concreto armado com seção T: (a) ponte Rio-Niterói (fonte: <http://www.ponte.com.br/concessionaria/sobrea>); (b) laje nervurada típica de edificações modernas.

Na construção civil, como prática construtiva freqüente, a viga é moldada monoliticamente com a laje e, portanto, a seção da viga constitui, na realidade, uma seção T em vez de uma simples seção retangular.

De acordo com a geometria da seção transversal das vigas reforçadas e considerando os esforços internos atuantes ao longo da seção, a viga com

seção T pode ser considerada mais eficiente que a seção retangular, visto que a seção T reduz a quantidade de concreto na zona tracionada da seção transversal da viga, onde este material é ineficiente.

A simulação numérica do comportamento mecânico de elementos estruturais e a utilização de técnicas matemáticas no dimensionamento destas peças vêm ao encontro das necessidades de qualidade e de redução de custos na indústria da construção civil. Assim, há uma preocupação neste trabalho com o desenvolvimento de ferramentas tanto para análise como também para projeto estrutural.

Nos últimos anos, diversos estudos referentes à otimização de peças estruturais de concreto armado foram publicados. Como exemplos, tem-se os trabalhos de CHAKRABARTY (1992), SOARES e EL DEBS (1999), RATH *et al.* (1999). No entanto, a maioria deles é destinada ao estudo de vigas com seções retangulares e raramente se tratam de vigas de seção T. Após ampla busca na literatura, um dos poucos trabalhos encontrados foi o de FERREIRA *et al.* (2003), que apresentaram um modelo de dimensionamento ótimo de vigas de seção T, neste caso, considerando a maximização do momento fletor resistente da viga.

Os métodos clássicos de otimização baseados em Programação Matemática (PM) partem de uma configuração inicial e, iterativamente, esta solução é melhorada.

Uma característica importante destas técnicas é que elas convergem rapidamente para a solução ótima, porém, com a desvantagem de não garantirem uma solução global – o menor valor entre todas as soluções possíveis - em particular, no caso de problemas multimodais, ou seja, quando a curva representativa possui vários valores extremos.

Por outro lado, os Algoritmos Genéticos (AG's) – método baseado no modelo de reprodução existente na natureza e no darwinismo como modelo de evolução – vêm sendo freqüentemente utilizados nas últimas décadas, visto que possui diversas vantagens, dentre elas: aumentam a probabilidade de encontrar uma solução global, sendo adequados para trabalhar com problemas que apresentam várias soluções extremas; trabalham tanto com variáveis de projeto contínuas ($x \in \Re$) como discretas (valores restritos, especificamente definidos) ou uma combinação entre elas; realizam buscas simultâneas em

várias regiões do espaço de possíveis soluções, pois trabalham com uma população e não com um único ponto; não há necessidade de se calcular as derivadas das funções envolvidas no modelo de otimização, o que torna possível a otimização de modelos com funções não diferenciáveis (SILVA, 2001).

Neste contexto, este trabalho de pesquisa e desenvolvimento propõe uma metodologia para projeto ótimo de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples, com a finalidade de minimizar seu custo de fabricação. Assim, foi desenvolvido um programa computacional para análise estrutural de vigas de concreto armado e foram também desenvolvidas duas versões para projeto ótimo, utilizando-se Algoritmo de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos.

Um aspecto fundamental deste trabalho consiste no aprofundado conhecimento do comportamento mecânico das vigas reforçadas, como também da disponibilidade das modernas ferramentas numéricas para projeto estrutural.

Na engenharia civil sabe-se que, no problema de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, o dimensionamento que apresenta resultados mais econômicos é aquele cujos materiais são aproveitados ao máximo, ou seja, quando o concreto está na iminência da ruptura e o aço está em escoamento, gerando, portanto, uma ruptura com aviso prévio a partir de deslocamentos e fissurações visíveis.

Assim, o dimensionamento ótimo da seção transversal da viga é realizado exigindo-se, através de restrições de projeto, que a posição da linha neutra se encontre próxima a esta fronteira, considerando que este é o comportamento mecânico que leva à configuração ótima do problema.

Como se sabe, para o mesmo momento fletor atuante, as soluções com armadura dupla requerem uma maior área total de aço do que as soluções com armaduras simples. Assim, a solução de custo mínimo para o estado deformacional último é obtida com armadura mínima de aço comprimido para efeito estrutural.

No processo de otimização, a cada iteração é feita uma análise estrutural da viga a partir de valores correntes das variáveis de projeto a fim de obter as respostas mecânicas atuantes na viga, como valores das tensões nas

armaduras de tração e de compressão, posição da linha neutra e momento resistente último da seção.

Como resultados obtidos pela metodologia de projeto ótimo proposta, podem ser definidos ábacos que possibilitam o dimensionamento da seção de forma simplificada, a partir de alguns dados de entrada como momento fletor solicitante, resistência do concreto e resistência do aço. Os resultados obtidos pelo Algoritmo de Programação Quadrática Seqüencial e pelos Algoritmos Genéticos foram comparados. Como validação dos resultados, foram realizadas, também, comparações dos dois métodos de projeto ótimo implementados com o método convencional de dimensionamento.

Outro aspecto abordado e de grande relevância é a comparação entre as duas técnicas de otimização que vêm sendo bastante empregadas no dimensionamento de elementos estruturais. Esta comparação visa à identificação da técnica numericamente mais eficiente, para o problema em questão, que proporcione uma maior economia no dimensionamento de vigas T.

Neste contexto, este trabalho compreende o estudo e desenvolvimento de metodologias numéricas para o dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T, utilizando algoritmos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, respeitando as condições de serviço e de ruptura do elemento estrutural.

1.2. Revisão Bibliográfica

É apresentada a seguir uma visão geral de algumas publicações técnicas e científicas relacionadas a técnicas de análise estrutural e de projeto ótimo de estruturas de concreto armado, com atenção especial para o problema de dimensionamento de vigas reforçadas.

CHAKRABARTY (1992) propôs um modelo para minimização de custo de fabricação de vigas de concreto armado de seção retangular com armadura simples. As variáveis de projeto foram a área da armadura de tração, a altura efetiva da viga, a largura em relação à altura da viga e a altura do diagrama retangular equivalente de tensões. No problema de otimização são consideradas restrições de equilíbrio, de momentos fletores e da relação entre altura útil e largura da viga. Após formulação e solução numérica do modelo, os

autores chegaram à conclusão de que o modelo apresentado pode ser resolvido por qualquer algoritmo de programação não-linear e que, na maioria dos casos, as soluções obtidas correspondiam a seções mais altas - minimizando os problemas de deformação - e com uma menor taxa de armadura.

MOHARRAMI e GRIERSON (1993) apresentaram um método computacional para otimização de pórticos planos em concreto armado visando à minimização de custos. Os pórticos estudados foram compostos por pilares com seção retangular e vigas com seção retangular, T ou L. As variáveis de projeto foram a largura e a altura da seção, além da armadura longitudinal, utilizando restrições de resistência e rigidez, para vigas e pilares. Não foram consideradas as posições das barras de aço, somente que a área da armadura estava concentrada na zona tracionada da viga e distribuída nos quatro cantos dos pilares. O Critério de Otimalidade utilizado resultou em uma estratégia de otimização iterativa eficiente que, de modo geral, convergiu ao custo mínimo em relativamente poucas iterações.

SOARES e EL DEBS (1999) desenvolveram uma formulação para minimização do custo da seção transversal retangular para obtenção do mínimo custo do vigamento de um pavimento através de um método de Aproximações Combinadas. O somatório dos mínimos locais - minimização do custo de cada viga - representa o mínimo global da grelha. As alturas das vigas e as áreas de aço foram as variáveis de projeto, mantendo fixa a largura da viga de acordo com o projeto arquitetônico. A taxa geométrica de armadura, a taxa de armadura de compressão em relação à armadura de tração e a flecha máxima foram as restrições. Para a comprovação da eficiência do programa, foram apresentados exemplos e comparações com estruturas reais.

HASSANAIN e LOOV (1999) utilizaram técnicas de Programação Matemática para minimizar os custos de fabricação de vigas pré-moldadas com seção I utilizadas em pontes. As variáveis de projeto foram a força de protensão, excentricidades das cargas aplicadas, resistência do concreto aos 28 dias e espessura do tabuleiro da ponte. Foram realizadas comparações dos resultados a partir da variação do número de vigas utilizado, da altura da viga e da resistência à compressão do concreto.

RATH *et al.* (1999) utilizaram um método de variação da forma de elementos de concreto armado submetidos à flexão da seguinte forma: após a otimização de um elemento de seção retangular uniforme, a viga passou a ter uma seção I com alturas variáveis ao longo do comprimento. As alterações necessárias na forma foram definidas utilizando técnica de Programação Quadrática Seqüencial e para a determinação do número e diâmetro das barras de aço foi utilizado um Algoritmo Genético. As restrições de projeto envolveram limites de momento fletor resistente, de tensões de cisalhamento máximas, deflexão, área mínima de aço e de dimensões mínimas. Considerou-se que o custo da forma é proporcional ao volume de concreto empregado. Assim, a otimização dessas peças trouxe uma economia significativa para peças pré-fabricadas, quando produzidas em larga escala.

SILVA (2001) elaborou um programa para minimização de custos de estruturas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos. Para isso, realizou um estudo detalhado sobre a técnica e, para sua validação, comparou os resultados obtidos pelo programa com os resultados obtidos da forma convencional. Enquanto que, para o problema de otimização de um trecho de pilar solicitado à flexão composta oblíqua, as restrições foram as taxas de armadura mínima e máxima, as condições de equilíbrio e deformações admissíveis; para o problema de otimização de um pórtico plano de concreto armado, as restrições foram as flechas horizontais e verticais máximas permitidas, dimensões máximas e mínimas das seções dos pilares e vigas, espaçamentos das armaduras, taxa de armadura máxima e mínima e equilíbrio das seções transversais das vigas e dos pilares. Foi observada uma economia significativa em relação ao custo obtido pelo método de dimensionamento convencional.

HADI (2001) apresentou o dimensionamento ótimo de vigas T e L contínuas de concreto armado por meio de Algoritmos Genéticos segundo recomendações das normas australianas AS 3600 (AS, 1994). O objetivo foi a redução de custo de fabricação das vigas, considerando os custos de concreto, da armadura longitudinal e da armadura transversal. As variáveis de projeto da seção T foram a largura da nervura e altura total da seção. Para a seção L, as variáveis de projeto foram a altura e a largura da viga, o diâmetro das barras longitudinais e dos estribos e o número de barras longitudinais e de estribos.

As restrições foram taxa de armadura mínima, espaçamento mínimo e resistências à flexão e ao cisalhamento. Como resultados, o programa apresentou uma economia significativa além de uma velocidade de convergência relativamente alta para o caso de vigas com seção T.

O trabalho de HADI (2001) difere deste trabalho em alguns aspectos, como nas variáveis de projeto, no emprego de armaduras de cisalhamento - visto que o dimensionamento foi feito para vigas contínuas - além de ser baseado nas normas australianas; enquanto que, nesta dissertação, o dimensionamento é feito para a seção mais solicitada da viga, ou seja, são consideradas apenas as armaduras longitudinais da seção e o dimensionamento é baseado na NBR 6118 (ABNT, 2008).

FERREIRA *et al.* (2003) desenvolveram um modelo para otimização de seções T de concreto armado submetidas a momento fletor, que não foi implementado computacionalmente. No modelo de otimização foram considerados o comportamento não-linear do concreto – com a lei da parábola-retângulo para compressão e desprezando a resistência à tração deste material – e o comportamento elasto-plástico do aço. Foram desenvolvidas equações de equilíbrio em termos da geometria da seção transversal e das características mecânicas do aço e do concreto. Por fim, foram comparados os resultados obtidos pelo modelo com os resultados obtidos pelos métodos correntes do CEB. Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia que pode ser aplicada a outras seções.

BARROS *et al.* (2005) apresentaram um modelo para minimização de custo de vigas de seção retangular em concreto armado, com utilização do método dos Multiplicadores de Lagrange para identificação analítica da solução ótima. As restrições de projeto foram definidas em função das equações de equilíbrio. A função objetivo compreende os custos do concreto, do aço e das formas. Foram desenvolvidas expressões adimensionais para momento fletor, área de aço ótima e relação ótima entre as armaduras positiva e negativa. A otimização do custo deste estudo foi comparada com a otimização do custo de outros modelos baseados no ACI 318 (ACI, 1995).

VIANNA e EL DEBS (2005) apresentaram o desenvolvimento de um programa para a otimização do pré-dimensionamento de edifícios em concreto armado, com emprego do método de Aproximações Combinadas, visando à

utilização destes valores nos programas de cálculo de esforços e dimensionamento para verificar se os mesmos atingem o grau de segurança e economia desejado. O edifício foi representado de modo simplificado por um pórtico plano. Foi realizada, então, a otimização das seções transversais dos elementos - pilares e vigas. A função objetivo foi o custo por unidade de comprimento para cada elemento, separadamente. As restrições de projeto foram baseadas nas equações de equilíbrio e compatibilidade das seções. Como resultados, observou-se que as seções ótimas obtidas pelo programa possuem dimensões próximas às seções encontradas pelo pré-dimensionamento convencional.

FLORES e RODRÍGUEZ (2010) apresentaram uma metodologia para otimização do custo de pórticos de concreto armado de edificações submetidos a cargas estáticas, baseando-se nas exigências da ACI 318 (ACI, 2008). Foram considerados os custos do concreto, do aço, das formas e da mão-de-obra. As variáveis de projeto para as vigas de seção retangular foram a largura e a altura das seções, além da área da armadura de tração para vigas. Para as colunas, também de seção retangular, foram consideradas como variáveis de projeto a altura, a largura e as áreas de aço tracionado e comprimido. As restrições foram a resistência à flexão, a taxa de armadura mínima, o limite superior da área de aço e limites da largura e da altura da seção da viga. Para o caso das colunas, as restrições foram a resistência axial, os limites inferior e superior da área de aço tracionada, a relação entre a largura e a altura da seção, a esbeltez, além de limites da largura e da altura da seção. Os resultados foram obtidos por meio de Programação Quadrática Seqüencial e foram comparados com os resultados obtidos por dimensionamento convencional. Foi observada uma economia de 11,73% para vigas simplesmente armadas e de 31% para colunas curtas.

MEDEIROS e KRIPKA (2010) desenvolveram um programa a partir do método *Simulated Annealing* visando à minimização do custo de vigas de pavimentos de edifícios em concreto armado, considerando os custos de concreto, de aço e de formas. As variáveis de projeto foram as alturas das vigas. As armaduras longitudinais e transversais foram dimensionadas baseando-se nos Estados Limites Últimos e de Serviço, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2008). Foram apresentados alguns exemplos para validação dos

resultados. De forma geral, concluiu-se que, quanto maior o número de variáveis de projeto, maior a economia resultante e que o método de programação utilizado obteve um bom desempenho. Além disso, foi feito um estudo da influência da resistência do concreto (f_{ck}) no custo de fabricação da viga, chegando-se à conclusão de que não compensa aumentar o f_{ck} a fim de reduzir o estes custos. Nesta dissertação foi feita a mesma análise, no entanto, utilizando Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, com a finalidade de verificar se ocorre o mesmo comportamento na utilização destes dois métodos de otimização.

CAPÍTULO 2 – MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO

Um aspecto de grande relevância nos processos construtivos na engenharia civil é a minimização dos custos de produção dos elementos estruturais, principalmente dos elementos de maior utilização. Neste sentido, os métodos de otimização são ferramentas essenciais para auxiliar no projeto ótimo destas estruturas. Assim, uma etapa importante deste trabalho é a identificação do algoritmo de otimização mais apropriado para o dimensionamento de vigas de concreto armado com seção T. Desta forma, baseando-se na pesquisa bibliográfica realizada, foram escolhidos algoritmos de otimização que vêm sendo freqüentemente utilizados nas últimas décadas: Programação Quadrática Seqüencial e Algoritmos Genéticos.

2.1. Modelagem do problema da viga

De forma geral, o problema de minimização de uma dada função objetivo sujeita a restrições de igualdade e desigualdade é:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(X); \\ &\text{sujeito a} && g_i(X) \leq 0; \quad i=1, \dots, m \quad \text{e} \\ &&& h_j(X) = 0; \quad j=1, \dots, p \end{aligned} \quad (1)$$

No qual $f(X)$, $g(X)$ e $h(X)$ são funções diferenciáveis não necessariamente lineares, sendo X o vetor que contém as variáveis de projeto. $f(X)$ é a função objetivo, $g(X)$ e $h(X)$ as restrições de desigualdade e de igualdade, respectivamente; m representa o número de restrições de desigualdade e p , o número de restrições de igualdade.

Um valor particular das variáveis de projeto define uma configuração do problema. As configurações que atendem a todas as restrições de igualdade e de desigualdade definem a região viável do problema.

De acordo com ARORA (1989), a solução geral deste modelo segue as etapas de cálculo apresentadas na Figura 2.1.

De forma prática, estes módulos de cálculo podem ser agrupados em apenas dois grandes módulos computacionais: o módulo de Análise Estrutural e o módulo de Algoritmo de Otimização - como apresentado na Figura 2.2 -

uma vez que muitos programas de otimização já incluem técnicas de Análise de Sensibilidade, em geral, utilizando técnicas aproximadas.

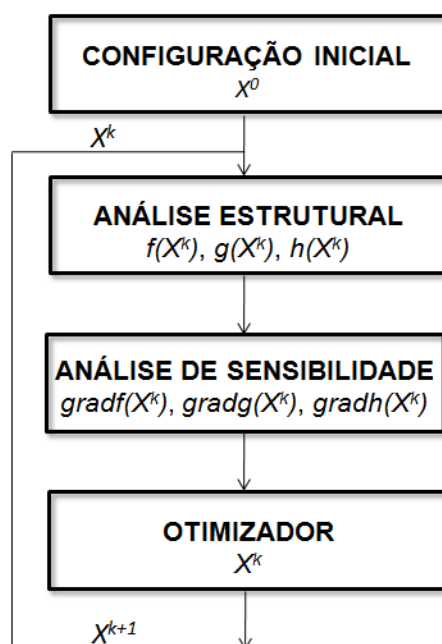


Figura 2.1 – Etapas da solução do esquema geral de otimização.

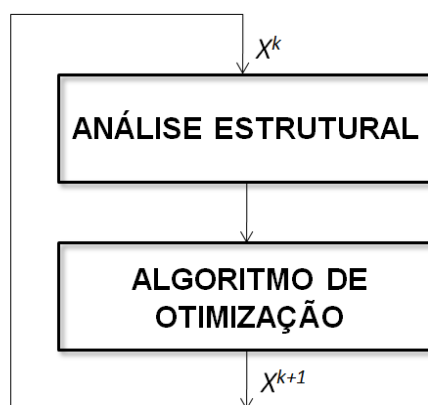


Figura 2.2 – Esquema particular de otimização da seção T.

O esquema mostrado na Figura 2.2 é o adotado neste trabalho. Inicialmente, visando à implementação do módulo de Análise Estrutural de vigas de concreto armado de seção T, foram desenvolvidas as formulações para cálculo das equações de equilíbrio de forças e de momentos e das equações de compatibilidade das deformações, de acordo com os casos de domínios de deformação e do comportamento da seção. O programa desenvolvido permite determinar a posição da linha neutra, as tensões nas armaduras de tração e de compressão e o momento resistente da viga.

Em seguida, na implementação do módulo otimizador, foram desenvolvidos códigos computacionais para cálculo da função objetivo e das restrições de projeto, de acordo com o problema de projeto ótimo em questão.

Posteriormente, foi realizada a implementação computacional do algoritmo de otimização. Neste estudo, foram considerados dois algoritmos de otimização: Programação Matemática e Algoritmos Genéticos.

Por fim, foram implementadas todas as interfaces necessárias para a comunicação de dados entre os módulos computacionais apresentados no esquema geral da Figura 2.1.

2.2. Programação Matemática

O problema definido na Equação (1) pode ser resolvido empregando técnicas de programação não-linear.

Nos métodos de programação não-linear, é construída uma seqüência de soluções aproximadas X^k , monotonicamente convergente a uma solução ótima a partir de um ponto inicial X^0 . As variáveis de projeto são atualizadas através da regra de recorrência:

$$X^{k+1} = X^k + t \cdot d^k \quad (2)$$

Na qual d^k é uma direção de busca e t , um escalar positivo, calculados convenientemente visando a um decréscimo da função objetivo e à viabilidade das restrições de desigualdade (HERSKOVITS, 1995).

Geralmente, os algoritmos globalmente convergentes definem, a cada ponto, uma direção de busca e procuram por uma configuração melhor nesta direção.

A condição que determina o decréscimo da função objetivo é:

$$f(X^{k+1}) \leq f(X^k) \quad (3)$$

O vetor d é uma direção viável desde que contenha um segmento não nulo na região viável. No interior de uma região viável, qualquer direção é viável. No contorno desta região, as direções viáveis formam um cone chamado cone das direções viáveis.

A condição que determina a viabilidade das restrições de desigualdade é:

$$g(X^{k+1}) \leq 0 \quad (4)$$

O cálculo do passo t é um subproblema de busca unidimensional de minimização de $f(X + td)$ na direção d . Esta busca realiza-se de modo iterativo e o cálculo exato de t é, em geral, dispendioso e lento computacionalmente, dado que, a cada iteração, é necessária a avaliação da função. Desta forma, usualmente, utilizam-se técnicas aproximadas para este cálculo.

Para cálculo da direção de busca d , os algoritmos de Programação Matemática precisam do cálculo dos gradientes das funções envolvidas e podem convergir em mínimos locais do problema.

A matriz Hessiana é a segunda derivada das funções envolvidas no problema de otimização. Se o algoritmo utiliza informações das Hessianas destas funções para o cálculo da direção de busca, então o problema é de segunda ordem. O cálculo da matriz Hessiana também é computacionalmente dispendioso e podem ser utilizados cálculos aproximados, sendo que estes podem ser aprimorados no transcurso do processo de otimização.

Desta forma, as técnicas de programação não-linear não são adequadas para problemas cuja função representativa possui vários valores extremos. Este tipo de algoritmo pode não chegar a uma solução ótima global, devido ao fato de buscar sempre o valor extremo mais próximo, o que pode levar a uma solução apenas local (SILVA, 2001).

São exemplos de Algoritmos Clássicos de Programação Matemática os métodos de Newton-Raphson, Quase-Newton, Lagrangiano, Pontos Interiores, Programação Quadrática Seqüencial, entre outros.

Ultimamente, o método de Programação Quadrática Seqüencial vem sendo utilizado com sucesso na resolução de problemas de engenharia, principalmente, devido a sua simplicidade em relação a outros algoritmos, boa velocidade de convergência e abrangência na solução de diversos tipos de problemas.

2.3. Algoritmos Genéticos (AG's)

Os Algoritmos Genéticos são classificados como Algoritmos Evolucionistas. Estes algoritmos utilizam alguns mecanismos inspirados na natureza e na evolução biológica para aprimoramento de uma configuração inicial qualquer visando à melhor solução possível. Algoritmos como o da Colônia de Formigas e Enxame de Abelhas também são exemplos de técnicas evolucionistas empregadas na solução de problemas de engenharia.

Dá-se o nome de Otimização por Colônia de Formigas a uma família de algoritmos que segue um mesmo padrão de funcionamento, semelhante ao de uma colônia de formigas quando estão em busca de comida. As formigas definem gradualmente o caminho mais curto que as levam até o alimento desejado. A escolha do caminho ótimo é influenciada pela intensidade do rastro deixado pelas formigas que ali passaram anteriormente.

Já o Algoritmo Enxame de Abelhas é baseado no comportamento das abelhas também em busca do alimento, que se espalham em um raio de *10 km* para que seja explorado um maior número de fontes de comida.

Os Algoritmos Genéticos têm mostrado resultados satisfatórios no que diz respeito à otimização de problemas de engenharia (YANG e SOH, 2002).

Um exemplo de estudo utilizando este método é o trabalho de SILVA (2001), que envolve minimização de custo de estruturas de concreto armado. Como resultados, obteve-se uma economia significativa no custo de fabricação da estrutura e o tempo de processamento foi de aproximadamente 30 minutos. No entanto, este tempo poderia ser reduzido se o computador tivesse uma maior velocidade de processamento. A máquina utilizada na ocasião foi um Pentium II 233 MHz com 128 Mb de memória RAM. É importante lembrar que, da época em que foi apresentado este estudo até os dias de hoje, houve uma crescente evolução no que diz respeito à velocidade de processamento e capacidade de armazenamento de dados dos computadores.

Os Algoritmos Genéticos se baseiam, de forma simplificada, no modelo de reprodução existente na natureza, e no darwinismo como modelo de evolução.

A Seleção Natural de Darwin é um processo pelo qual características hereditárias que contribuem para a sobrevivência e reprodução se tornam mais

comuns em uma população, enquanto que características prejudiciais tornam-se mais raras. Isso ocorre porque indivíduos com características vantajosas têm mais sucesso de reprodução, de modo que mais indivíduos na próxima geração herdam estas características.

O algoritmo começa com um conjunto de soluções representadas por cromossomos chamados população. Soluções de uma população são utilizadas para formar uma nova população. Assim, é esperado que a nova população, ou seja, a próxima iteração possua características melhores que as da população anterior.

Este processo é repetido até que alguma condição seja satisfeita.

A seguir, serão apresentados alguns conceitos e definições fundamentais para uma melhor compreensão deste método.

▪ **Cromossomo**

É o componente principal de um Algoritmo Genético e representa uma solução candidata para o problema.

Um cromossomo é composto de genes, os quais descrevem a solução candidata. Em cada cromossomo existem genes alelos, que são genes que ocupam a mesma posição (*locus*) em cromossomos homólogos, ou seja, cromossomos iguais entre si.

Os genes de um cromossomo podem ser compostos por uma *string* de *bits* ou por valores reais.

▪ **População**

Um Algoritmo Genético inicia sua execução gerando uma população de cromossomos. Calcula-se, em seguida, o valor de *fitness* de cada indivíduo (cromossomo) da população e um processo de seleção dos melhores cromossomos (soluções candidatas) é efetuado. São realizados, então, cruzamentos e mutações sobre os indivíduos.

Um parâmetro muito importante no desenvolvimento dos Algoritmos Genéticos é o tamanho da população. Este parâmetro indica quantos cromossomos existem em cada população.

Se o tamanho da população é muito grande, maior será o tempo de processamento do algoritmo devido ao número excessivo de avaliações. Em

compensação, maior é a diversidade de solução e ainda previne convergências prematuras para solução local ao invés de global. Em contrapartida, uma população pequena pode gerar uma redução no desempenho do algoritmo em função do pequeno espaço de busca (SILVA, 2001).

Usualmente, o tamanho da população varia de 10 a 100 cromossomos.

- ***Fitness***

O valor de *fitness* indica o quanto a solução descrita se aproxima do esperado. Quanto mais próxima da solução, melhor será o *fitness* do cromossomo e mais apto ele estará a passar por cruzamentos e sobreviver nas próximas gerações.

- **Gerações e cruzamentos**

Uma geração compreende a população de cromossomos. Cada iteração do Algoritmo Genético produz uma nova geração.

Para iniciar uma nova geração, o algoritmo realiza o processo de cruzamento, no qual dois cromossomos são selecionados e têm seus genes misturados para gerar novos indivíduos.

- **Probabilidade ou taxa de cruzamento**

A probabilidade de cruzamento indica com qual frequência o cruzamento é realizado.

Se não houver probabilidade de cruzamento, toda a nova geração é formada por cópia exata dos cromossomos da população antiga, o que não significa que a nova geração é a mesma.

Para valores altos da taxa de cruzamento, novos indivíduos serão introduzidos na população de modo mais rápido. No entanto, se estes valores forem excessivamente altos, pode ocorrer perda de indivíduos de alta aptidão. Para valores baixos, há redução na velocidade de convergência. De modo geral, a taxa de cruzamento varia entre 50 e 95%.

- **Mutação**

Assim como no cruzamento, cada novo indivíduo gerado tem uma chance de sofrer mutação, que pode ser implementada de diversas formas.

A mutação tem a intenção de prevenir que todas as soluções do problema dessa população cheguem a um ponto ótimo local. A operação de mutação muda aleatoriamente a descendência criada pelo cruzamento.

- **Probabilidade ou taxa de mutação**

A probabilidade de mutação indica com qual frequência as partes dos cromossomos sofrerão mutação.

Se não houver probabilidade de sofrer mutação, a descendência é gerada imediatamente após o cruzamento ou copiada diretamente, sem nenhuma alteração.

Se a probabilidade de sofrer mutação for de *100%*, todos os cromossomos são alterados. No entanto, a mutação não deve ocorrer com muita frequência, pelo fato de que o AG poderá se tornar uma busca aleatória.

Usualmente, a probabilidade de mutação varia entre *0,1* e *10%*.

- **Seleção**

Os cromossomos são selecionados de uma população para serem os pais de um cruzamento.

Para isso, existem diversos métodos para selecionar o melhor cromossomo como, por exemplo, seleção por roleta, seleção Boltzmann, seleção por campeonato, seleção por classificação, seleção por estado estacionário etc.

- **Elitismo**

Quando uma nova população é gerada por cruzamento e mutação, há uma grande chance de que os melhores cromossomos sejam perdidos.

O elitismo, então, tem a função de primeiro copiar os indivíduos com melhor valor da função objetivo para a geração seguinte sem alterações, garantindo, desta forma, que sempre a melhor solução encontrada em qualquer uma das gerações será mantida até o final do processo.

Esta técnica pode aumentar rapidamente o desempenho do algoritmo, porque previne a perda da melhor solução já encontrada.

- **Estrutura básica de um Algoritmo Genético**

A estrutura básica de um AG é descrita a seguir:

1. **[Início]** Gere uma população com valores de genes alelos aleatórios;
2. **[Adequação]** Avalie a adequação $f(X)$ de cada cromossomo da população;
3. **[Nova população]** Crie uma nova população por cruzamentos repetindo os passos seguintes até que a nova população esteja completa;
 1. **[Seleção]** Selecione de acordo com sua adequação dois cromossomos para serem os pais (quanto melhor a adequação, mais chances de ser selecionado);
 2. **[Cruzamento]** Com a probabilidade de cruzamento, cruze os pais para formar a nova geração. Se não realizar o cruzamento, a nova geração será uma cópia exata dos pais;
 3. **[Mutação]** Com a probabilidade de mutação, altere os cromossomos da nova geração nos *locus* (posição nos cromossomos);
 4. **[Aceitação]** Substitua a população atual pela nova população;
4. **[Substitua]** Utilize a nova população gerada para a próxima iteração do algoritmo;
5. **[Teste]** Se a condição final foi atingida, pare e retorne à melhor solução da população atual;
6. **[Repita]** Vá a para o passo 2.

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DA VIGA

Neste capítulo são estudadas as técnicas de análise de vigas de seção T submetidas à flexão simples visando ao desenvolvimento de uma nova técnica de análise de acordo com as necessidades do projeto de otimização proposto neste trabalho.

Como se sabe, as vigas são elementos lineares, visto que a dimensão do comprimento é bem maior que as dimensões da seção transversal. Nestes elementos, considera-se que os esforços de flexão são preponderantes em relação aos outros esforços atuantes na viga, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2008).

Inicialmente são apresentados alguns conceitos necessários para o desenvolvimento das equações de equilíbrio e de compatibilidade, que serviram como base para definição do modelo de análise.

Em seguida, é definido um algoritmo iterativo para cálculo das respostas mecânicas da estrutura, considerando as diversas situações de projeto que podem ocorrer em um processo iterativo de otimização estrutural.

3.1. Estádios

A seção transversal central da viga de concreto armado, submetida a um momento fletor crescente, passa por três níveis de deformação, denominados estádios, os quais determinam o comportamento da peça até sua ruína.

3.1.1. Estádio I

O estágio I corresponde ao início do carregamento. As tensões normais que surgem são de baixa intensidade. O concreto consegue, então, resistir às tensões de tração. O diagrama de tensões é linear ao longo da seção transversal da peça e não há fissuras visíveis.

Considerando que o concreto possui baixa resistência à tração em relação a sua resistência à compressão, não é viável o dimensionamento neste estágio.

É neste estágio onde é calculado o momento de fissuração, que determina a armadura mínima necessária para que o concreto não fissure.

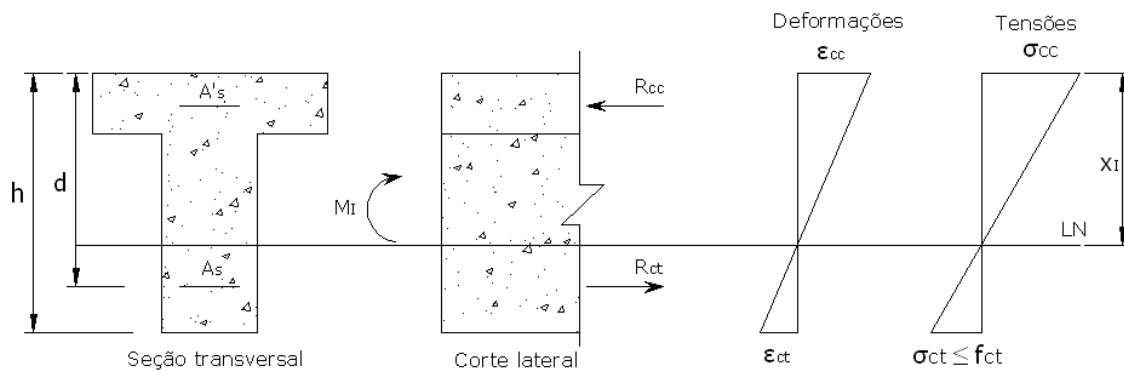


Figura 3.1 - Estádio I.

3.1.2. Estádio II

Neste estágio, a tensão de tração no concreto ultrapassa sua resistência característica à tração, levando à formação das primeiras fissuras de tração no concreto.

Admite-se que apenas o aço passa a resistir aos esforços de tração, ou seja, a contribuição do concreto tracionado deve ser desprezada.

A parte comprimida da seção continua apresentando diagrama de tensões com comportamento linear.

Este estágio serve para a verificação da peça em serviço e termina com o início da plastificação do concreto comprimido.

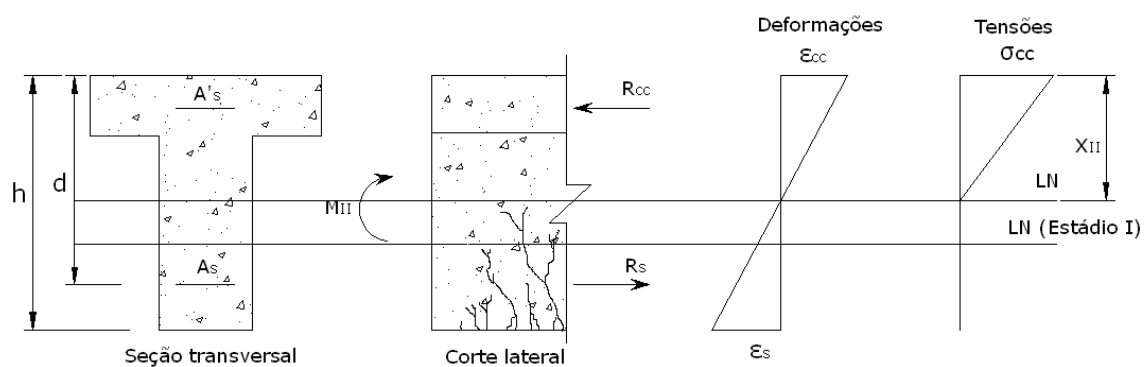


Figura 3.2 - Estádio II.

3.1.3. Estádio III

Neste estágio, a zona comprimida está plastificada e o concreto desta região está na iminência da ruptura.

A peça apresenta-se bastante fissurada, com as fissuras se aproximando da linha neutra, fazendo com que sua profundidade diminua e, conseqüentemente, a região comprimida de concreto também.

Supõe-se que a distribuição de tensões no concreto ocorra na forma de um diagrama parábola-retângulo, como é apresentado na Figura 3.3.

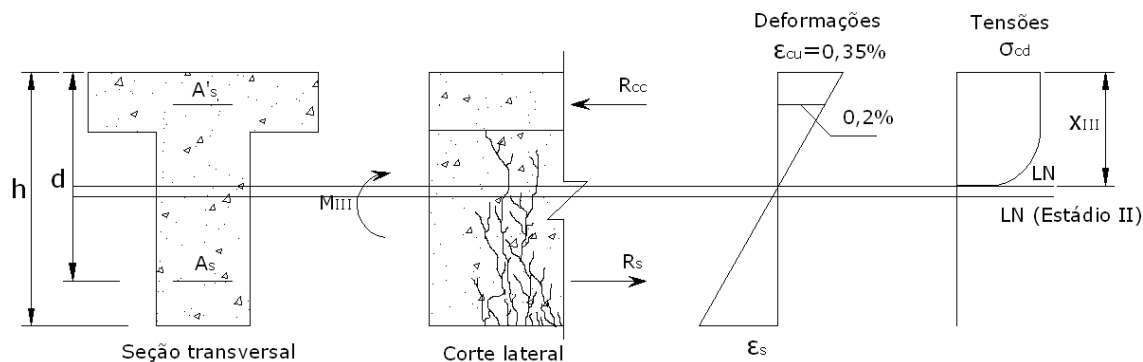


Figura 3.3 - Estádio III.

No entanto, a NBR 6118 (ABNT, 2008) permite, para efeito de cálculo, que se utilize um diagrama retangular equivalente para encontrar a resultante de compressão e o braço em relação à linha neutra, de acordo com a Figura 3.4.

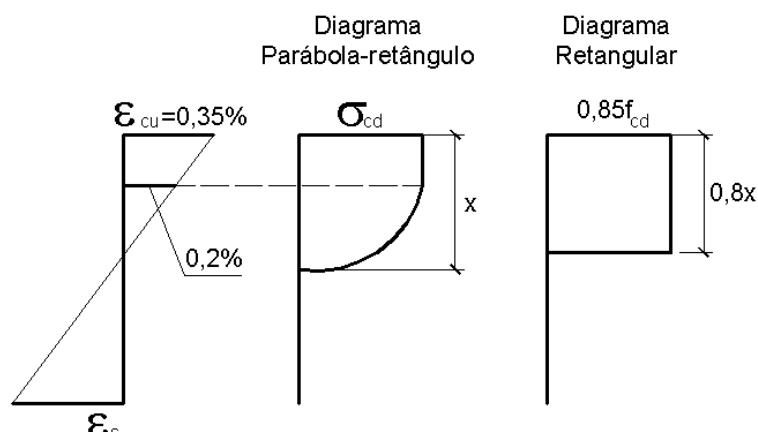


Figura 3.4 - Diagrama retangular equivalente.

3.2. Domínios de deformação na ruína

Os domínios de deformação representam as diversas possibilidades de ruína da seção, onde pelo menos um dos materiais – aço ou concreto – atinge o seu limite de deformação.

No aço, a ruína ocorre por deformação plástica excessiva a 1%. Já no concreto, a ruína ocorre por ruptura na compressão simples a 0,2% ou compressão na flexão a 0,35%.

Existem várias possibilidades de ruptura, no entanto serão apresentados neste item os domínios mais relevantes no dimensionamento de elementos submetidos à flexão simples: domínios 2, 3 e 4.

3.2.1. Ruptura por deformação plástica excessiva

▪ Domínio 2

Este domínio corresponde à deformação por alongamento do aço de 1% e a deformação por compressão do concreto varia entre 0 e 0,35%.

O domínio 2 é o último caso em que a ruína acontece com deformação plástica excessiva do aço.

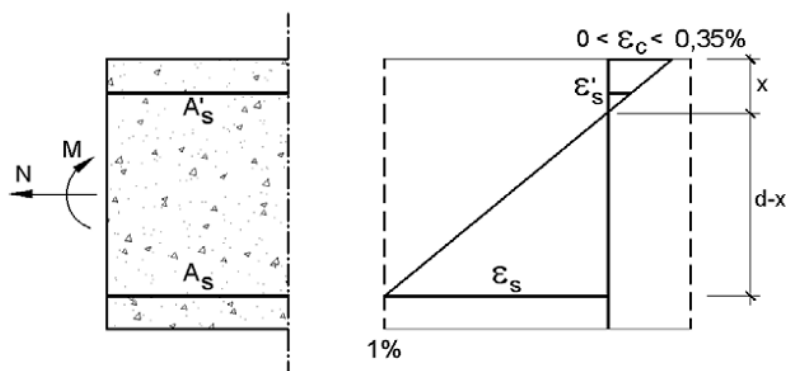


Figura 3.5 - Domínio 2 (PINHEIRO *et al.*, 2004).

3.2.2. Ruptura por encurtamento limite do concreto

▪ Domínio 3

Neste domínio, há deformação de 0,35% do concreto e a deformação do aço tracionado varia entre ϵ_{yd} e 1%, ou seja, o concreto encontra-se na ruptura e o aço, em escoamento. A este tipo de seção, dá-se o nome de seção subarmada.

A ruína ocorre com aviso prévio: a peça apresenta fissuras e deslocamentos visíveis antes de atingir a ruptura.

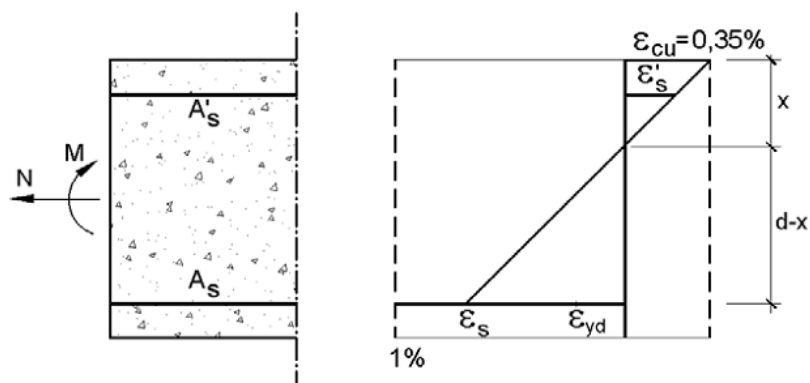


Figura 3.6 - Domínio 3 (PINHEIRO *et al.*, 2004).

▪ Domínio 4

Neste domínio, o concreto também atinge a ruptura (0,35%). No entanto, o aço não chega a atingir o escoamento, pois sua deformação varia entre 0 e ϵ_{yd} . Consequentemente, o aço é mal aproveitado, e a seção, superarmada.

Portanto, a ruína ocorre sem aviso prévio.

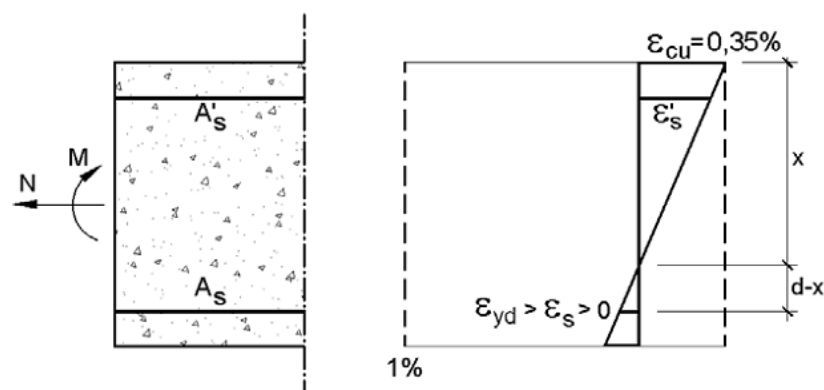


Figura 3.7 - Domínio 4 (PINHEIRO *et al.*, 2004).

3.3. Seção T verdadeira ou seção retangular

No dimensionamento do elemento em questão, é preciso verificar se a seção da viga se comporta como seção T verdadeira ou como seção retangular de largura b_f .

Esta verificação é feita do seguinte modo: se a linha neutra passa pela mesa, a viga é calculada como seção retangular de largura b_f . Se a linha neutra passa pela nervura, o cálculo é feito para seção T verdadeira.

Estas teorias serviram como base para a obtenção da função objetivo e das restrições para a implementação do algoritmo que foi empregado no projeto ótimo.

3.4. Análise da seção T

Nesta etapa é realizado o processo de verificação da seção transversal, ou seja, é efetuado o cálculo do momento resistente último a partir dos diversos casos ilustrados na Figura 3.9 para comparação com o momento solicitante. A partir deste processo, é possível calcular a posição da linha neutra (x), as tensões nas armaduras de tração e de compressão.

Nos casos I, III e V, a seção se comporta como seção retangular de largura b_f , isto é, a posição da linha neutra se localiza na mesa. Já nos casos II, IV e VI, a linha neutra passa pela nervura: a seção se comporta como T.

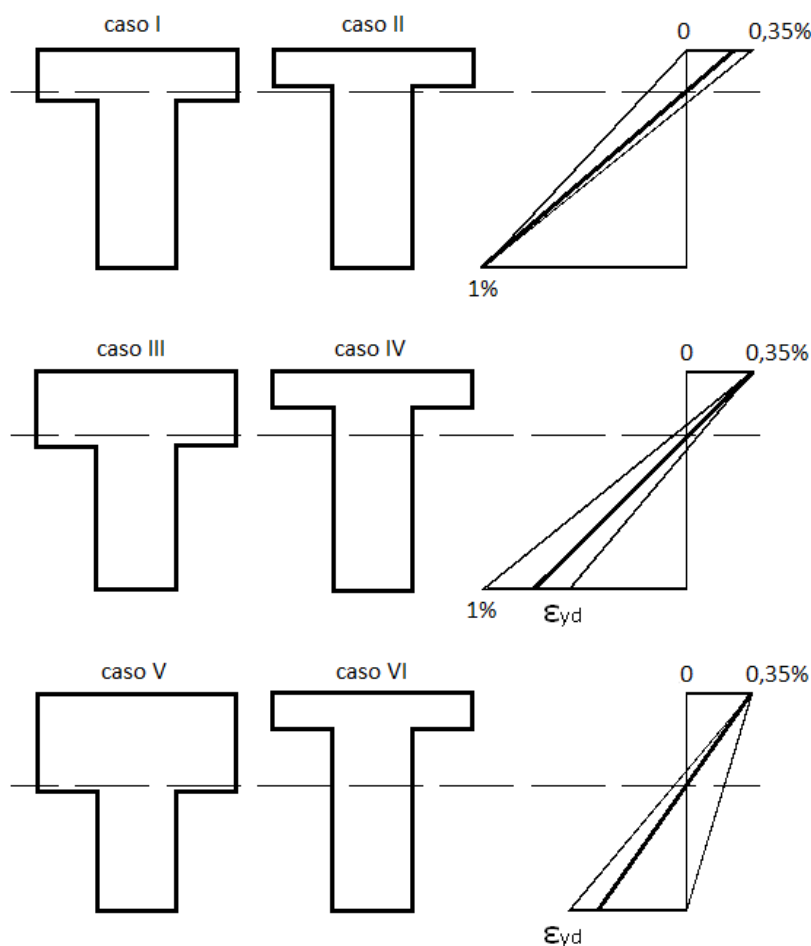


Figura 3.8 - Diversos casos considerados na análise da seção transversal da viga.

Os casos I e II, correspondem às seções que estão no domínio 2; os casos III e IV correspondem ao domínio 3 e os casos V e VI, ao domínio 4.

O caso IV é o mais econômico por duas razões: é uma seção que se comporta como T verdadeira, ou seja, há uma economia na quantidade de concreto na zona de tração, onde este material é ineficiente; e está no domínio 3, ou seja, o aço e o concreto são aproveitados ao máximo.

3.4.1. Cálculo das deformações das armaduras

Com base nos estados limites últimos, para cada domínio há uma equação de compatibilidade para as deformações dos aços de compressão e de tração, que são necessárias para solucionar as equações de equilíbrio de forças e de momentos. As equações de compatibilidade e os limites da posição da linha neutra para cada domínio são descritos a seguir:

a) Domínio 2

O limite da posição da linha neutra para domínio 2 é definido por:

$$x \leq 0,259d \quad (5)$$

Neste domínio, o aço tracionado possui uma deformação $\varepsilon_s = 1\%$ e a deformação do aço comprimido pode ser calculada por:

$$\varepsilon'_s = \frac{0,01(x-a)}{d-x} \quad (6)$$

Na qual a é a distância do centro de gravidade da armadura de tração até a face mais tracionada da seção transversal da viga.

b) Domínio 3

Os limites da posição da linha neutra para domínio 3 são definidos por:

$$0,259d < x \leq \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad (7)$$

Neste domínio, o aço tracionado escoar e a deformação do aço comprimido pode ser calculada por:

$$\varepsilon'_s = \frac{0,0035(x-a)}{x} \quad (8)$$

c) Domínio 4

Para o caso de domínio 4, o limite inferior da posição da linha neutra é dado por:

$$x > \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad (9)$$

No domínio 4, a deformação do aço tracionado pode ser calculada por:

$$\varepsilon_s = \frac{0,0035(d-x)}{x} \quad (10)$$

A deformação do aço comprimido para este caso pode ser calculada pela Equação (8).

3.4.2. Seção retangular de largura b_f e seção T verdadeira

O cálculo das equações de equilíbrio para a seção da viga com comportamento retangular de largura b_f foi baseado na Figura 3.10.

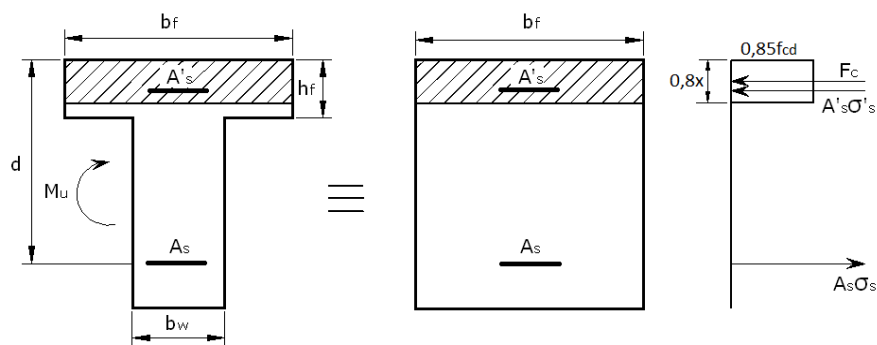


Figura 3.9 - Diagrama de tensões da seção transversal da viga com comportamento retangular de largura b_f .

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e de momentos são dadas a seguir:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A'_s \sigma'_s + 0,68 f_{cd} b_f x = A_s \sigma_s \quad (11)$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow M_u = A'_s \sigma'_s (d - a) + 0,68 f_{cd} b_f x (d - 0,4x) \quad (12)$$

Para o cálculo das equações de equilíbrio da seção da viga que se comporta como T verdadeira, a seção foi dividida em três partes, como ilustra a

Figura 3.11. Assim, tornou-se possível o aumento do número de equações, que antes desta divisão, era menor que o número de incógnitas.

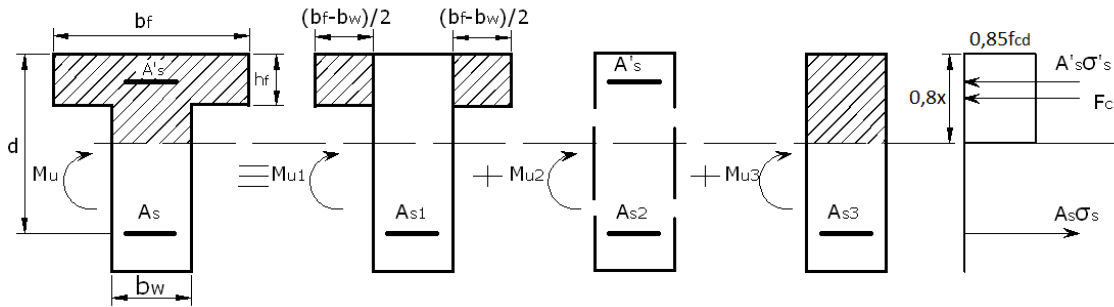


Figura 3.10 - Diagrama de tensões da seção transversal da viga com seção T verdadeira, sendo $A_s = A_{s1} + A_{s2} + A_{s3}$ e $M_u = M_{u1} + M_{u2} + M_{u3}$.

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e momentos são dadas por:

$$\Sigma M_{A_{s1}}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = 0,85 f_{cd} h_f (b_f - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (13)$$

$$\Sigma M_{F_c}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = A_{s1} \sigma_s \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (14)$$

$$\Sigma F_x^2 = 0 \rightarrow A_s' \sigma_s' = A_{s2} \sigma_s \quad (15)$$

$$\Sigma F_x^3 = 0 \rightarrow 0,68 f_{cd} b_w x = A_{s3} \sigma_s \quad (16)$$

3.4.3. Particularidades no cálculo da posição da linha neutra

No caso onde a seção está no domínio 4 e se comporta como retangular de largura b_f , é utilizada a equação de equilíbrio de forças – Equação (11), aplicando-se a lei de Hooke ($\sigma_s = E_s \varepsilon_s$):

$$A_s' \sigma_s' + 0,68 f_{cd} b_f x = A_s E_s \varepsilon_s \quad (17)$$

Sendo a deformação do aço tracionado ε_s para o caso de domínio 4, a partir das equações de compatibilidade, dada pela Equação (10).

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra, considerando que a seção se comporta como seção retangular de largura b_f , é a equação de segundo grau:

$$0,68b_f f_{cd} x^2 + (A'_s \sigma'_s + 0,0035 A_s E_s) x - 0,0035 A_s E_s d = 0 \quad (18)$$

Na situação onde a seção está no domínio 4 e se comporta como T verdadeira, é utilizada a equação de equilíbrio de forças – Equação (16), fazendo $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$:

$$0,68 f_{cd} b_w x = A_{s3} E_s \varepsilon_s \quad (19)$$

Sendo ε_s dada pela Equação (10).

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra para o caso de seção que se comporta como T verdadeira é a equação de segundo grau:

$$0,68 b_w f_{cd} x^2 + 0,0035 A_{s3} E_s x - 0,0035 A_{s3} E_s d = 0 \quad (20)$$

3.4.4. Cálculo do momento resistente da viga

Neste trabalho, propõe-se uma nova metodologia para o cálculo iterativo das tensões atuantes na viga. De acordo com RIOS (2004), como aproximação inicial das tensões atuantes nas armaduras de tração e de compressão, podem ser adotados os valores de tensão de escoamento correspondentes e, então, determina-se o valor da posição da linha neutra e as deformações nas armaduras para esta configuração. Em seguida, considerando os valores anteriormente calculados, os valores das tensões atuantes podem ser corrigidos de forma iterativa.

As tensões internas atuantes são corrigidas aplicando-se a lei de Hooke para o caso em que as deformações são menores que a deformação de escoamento; enquanto que, para deformações maiores que esta, assume-se que o aço está em escoamento. Neste último caso, a tensão na armadura passa a ser igual à tensão de escoamento ($\sigma_s = f_{yd}$ e $\sigma'_s = f_{yd}$).

O processo iterativo é repetido até que as tensões calculadas sejam muito próximas das tensões calculadas na iteração anterior, chegando, assim, ao valor real das tensões nas armaduras.

Finalmente, a partir dos valores calculados da posição da linha neutra e das tensões nas armaduras de tração e de compressão, é calculado o momento resistente último da seção da viga, M_u , utilizando-se a Equação (21)

para o caso de seção retangular de largura b_f e a Equação (22) para o caso de seção T verdadeira.

$$M_u = A_s' \sigma_s' (d - a) + 0,68 f_{cd} b_f x (d - 0,4x) \quad (21)$$

$$M_u = 0,85 f_{cd} h_f (b_f - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + A_s' \sigma_s' (d - a) + 0,68 f_{cd} b_w x (d - 0,4x) \quad (22)$$

A seguir, é apresentado o algoritmo para o cálculo das tensões nas armaduras de tração e de compressão.

1. Na primeira iteração, arbitrar $\sigma_s = f_{yd}$ e $\sigma_s' = f_{yd}$, ou seja, supor que as armaduras de tração e de compressão atingem o escoamento. Para as outras iterações, utilizar a tensão calculada.
2. Calcular a posição da linha neutra, x , por meio da Equação (11) e comparar com a altura da flange para determinar se a seção se comporta como uma seção retangular de largura b_f ou como seção T verdadeira.
3. Calcular o valor real da posição da linha neutra e classificar a seção de acordo com os casos da Figura 3.9:
 Se a seção se comporta como retangular de largura b_f , assume-se, então, o valor de x obtido a partir da Equação (11). Comparar este valor de x utilizando as Equações (5), (7) e (9) – casos I, III e V, respectivamente.
 Se a seção se comporta como T verdadeira, utilizar as Equações (13), (14), (15) e (16) para calcular o novo valor da posição linha neutra. Calculado o novo valor de x , comparar este valor utilizando as Equações (5), (7) e (9) – casos II, IV e VI, respectivamente.
 Se a seção for classificada como casos V ou VI, calcular um novo x utilizando as Equações (18) e (20), respectivamente.
4. Conhecido o valor real de x , é possível, então, calcular as deformações nas armaduras de tração e de compressão a partir das Equações (6), (8) e (10), de acordo com o domínio de deformação.

5. Se as deformações nas armaduras são maiores que a deformação de escoamento do aço, admitir que $\sigma_s = f_{yd}$ e $\sigma'_s = f_{yd}$. Caso contrário, calculam-se as tensões aplicando-se a Lei de Hooke.
6. O processo iterativo é repetido até que as tensões calculadas sejam muito próximas das tensões calculadas na iteração anterior, chegando ao valor real das tensões nas armaduras. Caso contrário, voltar ao passo 1.

No Anexo C, é apresentado o fluxograma com as etapas do cálculo das tensões nas armaduras, da posição da linha neutra e do momento fletor resistente da seção.

CAPÍTULO 4 – DIMENSIONAMENTO ÓTIMO

Neste capítulo é apresentado o detalhamento do modelo de otimização adotado. Para isso, são definidas as formulações referentes à função objetivo e às restrições do problema, de acordo com a Equação (1), definida no Capítulo 2. Além disso, são descritos os algoritmos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos utilizados na implementação computacional deste trabalho. São descritas, também, algumas particularidades referentes à calibração dos algoritmos, que influenciaram significativamente nos resultados.

4.1. Função objetivo

O cálculo da função objetivo depende diretamente da geometria da seção da viga. A seção transversal T da viga em concreto armado é apresentada na Figura 4.1, na qual h_f a altura da mesa, b_f a largura da mesa, b_w a largura da nervura, d a altura útil, a a distância do centro de gravidade da armadura até a borda mais tracionada, A_s a área da armadura de tração e A'_s a área da armadura de compressão.

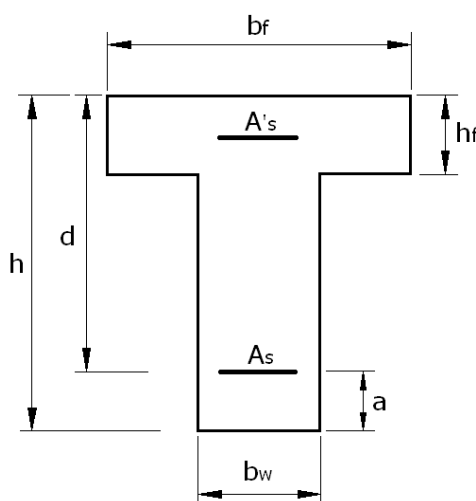


Figura 4.1- Geometria da seção T.

Em particular, é desenvolvida a formulação para o problema de minimização do custo de fabricação de vigas de concreto armado de seção transversal T, considerando uma viga isostática simplesmente apoiada com carregamento homogêneo distribuído, submetida a momento fletor positivo ao longo da viga.

As variáveis de projeto no processo de otimização são d , A_s , A'_s , b_f e h_f . A função objetivo é o custo de fabricação da viga, onde são considerados os custos das armaduras, do concreto e das formas, conforme Equação (20).

$$f(x) = \{ (b_f h_f) + [b_w ((d + a) - h_f)] \} C_c + (A_s + A'_s) C_s + [2(d + a) + b_f] C_f \quad (23)$$

Na qual C_c é o custo do concreto por unidade de volume, C_s é o custo do aço por unidade de volume e C_f é o custo da forma por unidade de área.

Vale ressaltar que, a esta equação, pode-se acrescentar ainda, o custo da mão-de-obra para a fabricação deste elemento.

4.2. Restrições de projeto

De acordo com normas de projeto locais e com critérios tecnológicos e arquitetônicos, são consideradas as seguintes restrições de projeto:

$g_1(X)$ - Restrição que limita o excesso de armadura, para evitar uma fissuração inaceitável do concreto:

$$A'_s + A_s \leq \rho_{AC} \cdot [b_w \cdot (d + a - h_f) + b_f \cdot h_f] \quad (24)$$

Onde ρ_{AC} é a relação entre área de aço e a área de concreto da seção transversal. Neste trabalho, considera-se $\rho_{AC} = 0,04$ (4,0%) de acordo com recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2008).

$g_2(X)$ - Restrição que limita a porcentagem de armadura trabalhando à compressão em 50% da armadura de tração, visando à possibilidade do uso do vibrador para uma melhor execução da concretagem - SOARES e EL DEBS (1999):

$$A'_s \leq 0,5 A_s \quad (25)$$

$g_3(X)$ - Restrição que considera a condição de que a linha neutra fique localizada abaixo da mesa:

$$h_f < 0,8x \quad (26)$$

Onde h_f é a altura da mesa e x é a posição da linha neutra.

$g_4(X)$ - Restrição que determina que h_f não pode ser menor e 20% da altura útil da viga:

$$0,2d \leq h_f \quad (27)$$

Assim, a viga não perde a forma de seção T.

$g_5(X)$ e **$g_6(X)$** - Restrições que determinam que a seção deve estar no domínio 3:

$$x > 0,259d \quad (28)$$

$$x \leq \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_{yd}} d \quad (29)$$

Onde ε_{yd} é a deformação de escoamento do aço, dado por $\frac{f_{yd}}{E_s}$, sendo E_s o módulo de elasticidade do aço.

$g_7(X)$ - Restrição para que o momento resistente da seção seja maior ou igual ao momento solicitante:

$$M_{sd} \leq M_u \quad (30)$$

Sendo M_{sd} o momento solicitante e M_u o momento resistente.

Adicionalmente, foram definidos critérios de segurança de acordo com as normas de projeto usuais.

Uma vez que o modelo de otimização utilizado possui restrições com ordens de grandezas bem diferentes, houve a necessidade de normalizá-las a fim de evitar erros numéricos.

É importante lembrar que não foram necessárias as definições de restrições de igualdade no modelo de otimização, havendo, portanto, apenas restrições de desigualdade.

4.3. Implementação computacional e aplicações do Algoritmo de Programação Matemática

Neste trabalho é utilizado o algoritmo *fmincon*, disponível no *ToolboxTM* de otimização do programa MATLAB®, que é um algoritmo de otimização

baseado no método de Programação Quadrática Seqüencial. Neste algoritmo a função objetivo $f(X)$ é substituída por uma aproximação quadrática e as restrições $g(X)$ e $h(X)$ são substituídas por aproximações lineares (TELES e GOMES, 2010). Os gradientes das funções são obtidos de forma aproximada através do método das diferenças finitas, enquanto que, a matriz Hessiana é aproximada pelo método *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (BFGS).

Um aspecto relevante do problema abordado nesta dissertação é que as restrições do problema são funções contínuas por partes, ou seja, são funções não diferenciáveis. No entanto, devido ao algoritmo de Programação Quadrática Seqüencial utilizado, as restrições contínuas por partes são substituídas de forma aproximada por restrições lineares.

Desta forma, como aplicação da metodologia de projeto ótimo proposta neste trabalho, no caso do algoritmo de Programação Matemática, é apresentada na Tabela 4.1 a solução ótima encontrada para o dimensionamento ótimo de uma viga de concreto armado de seção T para um momento fletor solicitante de $529,2 \text{ kNm}$, considerando concreto classe C25 e aço CA-50.

A configuração inicial apresentada nas Tabelas 4.1 e 4.2 foram baseadas no dimensionamento convencional de PINHEIRO *et al.* (2004). No entanto, no dimensionamento convencional não havia armadura de compressão, sendo necessário aumentá-la para 1 cm^2 , que é o limite inferior desta armadura, para que o problema partisse de uma configuração viável.

Tabela 4.1- Configurações das variáveis de projeto.

	$d \text{ (cm)}$	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$A'_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$h_f \text{ (cm)}$	$b_f \text{ (cm)}$
configuração inicial	42	33,9	1,0	10	80
limites inferiores	25	8,0	1,0	8	42
configuração ótima	62	20,8	1,0	12	42

Os valores da Tabela 4.1 indicam que os limites inferiores das variáveis de projeto foram atendidos e que as variáveis associadas à área de aço comprimido, A'_s , e à largura da mesa, b_f , estão ativas na configuração ótima.

No programa foi determinada a relação $b_w = b_f / 3,5$. A partir desta relação, se a largura da nervura, b_w , for menor que 12 cm, adota-se $b_w = 12$ cm.

É importante ressaltar que o projetista deve reavaliar os casos nos quais existe uma quantidade excessiva de armadura na zona de tração para uma determinada largura b_w , sendo impossível respeitar os espaçamentos entre as barras. Nestes casos, uma alternativa seria aumentar a largura da nervura e verificar a seção.

A Figura 4.2 apresenta os valores da função objetivo para cada iteração.

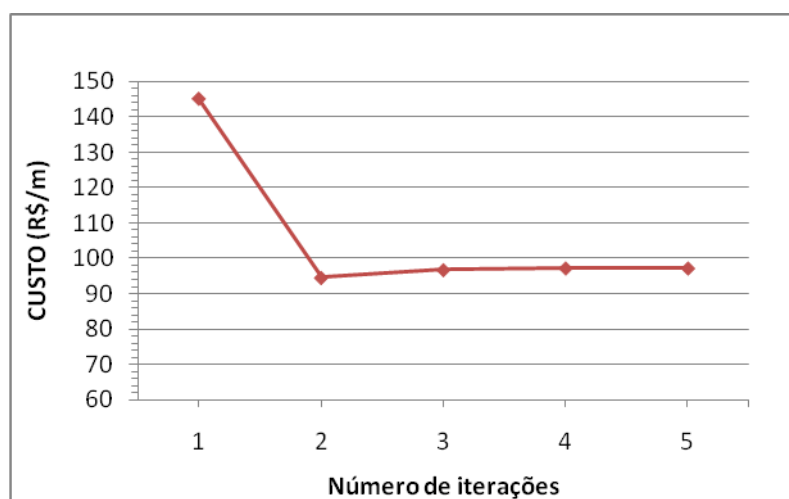


Figura 4.2 - Valor da função objetivo a cada iteração.

Na Tabela 4.2 são apresentados o número de avaliações da função objetivo realizadas a cada iteração, bem como os valores da função objetivo e das restrições a cada iteração.

Tabela 4.2 - Número de avaliações da função objetivo, valor da função objetivo e das restrições a cada iteração.

Iterações	Avaliações da função objetivo	Função objetivo $f(X)$	Valor máximo das restrições $g_{m\acute{a}x}(X)$
1	6	145,121	0,0000
2	12	94,549	0,3098
3	18	96,747	0,0116
4	24	97,220	0,0001
5	30	97,225	0,0000

Os valores apresentados na Figura 4.2 e na Tabela 4.2 mostram que o problema particular convergiu em relativamente poucas iterações. Além disso,

observa-se que, nas primeiras iterações há uma redução brusca da função objetivo, a qual indica que a configuração inicial está distante da solução ótima do problema. A partir da iteração número 3, a função custo começa a convergir, apresentando um comportamento estável.

Analisando a Tabela 4.2, percebe-se que todas as restrições são atendidas logo na primeira iteração, porque o problema parte de uma configuração viável. No entanto, apesar de ser uma configuração viável, esta pode não ser a solução ótima.

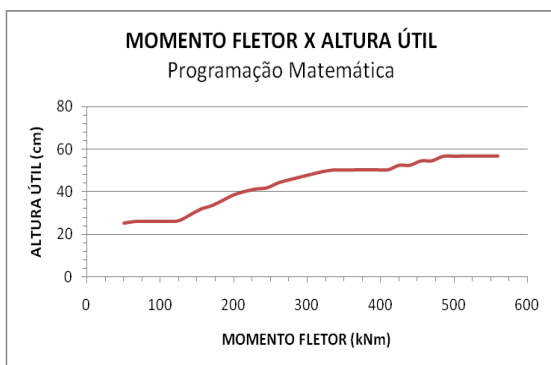
A seguir são apresentados os valores das restrições de desigualdade na configuração ótima:

Tabela 4.3 - Valores das restrições de projeto na configuração ótima.

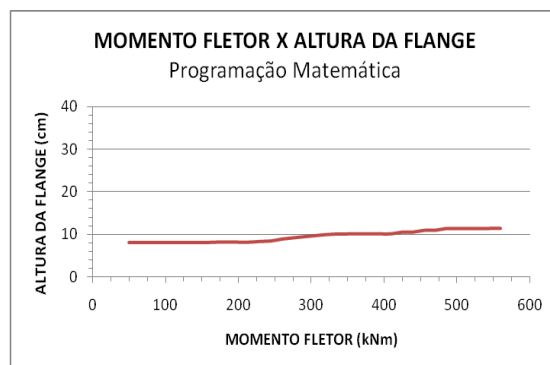
Restrição de projeto $g(X)$	Valor de $g(X)$ na configuração ótima
1	-2,0465
2	-0,4519
3	-0,0598
4	0,0000
5	-0,0657
6	-0,3036
7	0,0000

Estes resultados indicam que todas as restrições de desigualdade do problema foram atendidas plenamente. Ficaram ativas as restrições 4 e 7, que correspondem à relação geométrica entre a altura útil (d) e a altura da flange (h_f) e ao momento último resistente maior ou igual ao momento solicitante, respectivamente.

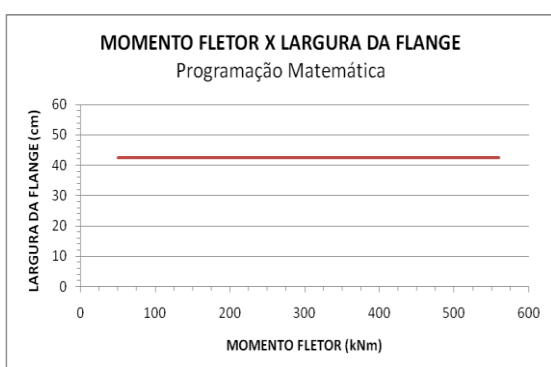
Adicionalmente, são apresentados resultados obtidos para uma ampla possibilidade de momentos fletores solicitantes, conforme Figura 4.3. De acordo com a prática corrente da construção civil, foram considerados momentos fletores variando de 50 kNm e 560 kNm, para concreto classe C25 e aço CA-50. As diversas solicitações externas foram executadas de forma automática e as curvas dos resultados também são gerados automaticamente.



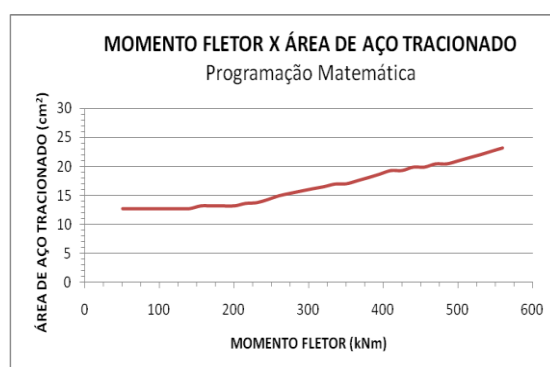
(a)



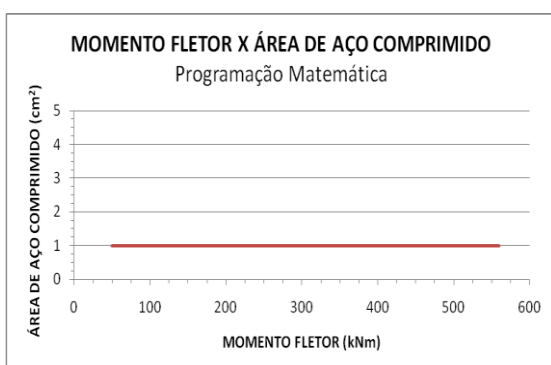
(b)



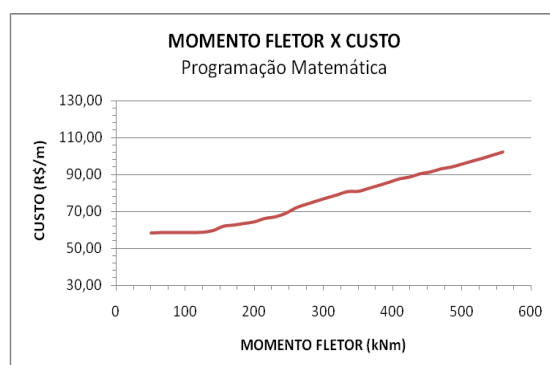
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.3 – Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Programação Matemática: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.

4.4. Implementação computacional e aplicações do Algoritmo Genético

Nesta dissertação foram utilizados os algoritmos *ga* e *gaoptimset* que se encontram no *ToolboxTM Genetic Algorithm* (caixa de ferramentas Algoritmo Genético) do MATLAB[®].

O *ToolboxTM* de otimização do MATLAB[®] fornece algoritmos amplamente utilizados para otimização padrão e em larga escala. Estes algoritmos resolvem problemas restritos e irrestritos, além de problemas contínuos e discretos. A caixa de ferramentas possui funções para Programação Linear, Programação Quadrática, Otimização Não-Linear, Otimização Multiobjetivo, entre outras.

O algoritmo *ga* encontra o mínimo da função utilizando AG, enquanto o algoritmo *gaoptimset* cria a estrutura de opções do AG.

De acordo com o modelo de otimização foram implementados os códigos computacionais para o programa principal, para a função objetivo e para o cálculo das restrições.

No programa principal são definidas as variáveis de projeto iniciais, os limites associados a estas variáveis, além dos parâmetros de controle do algoritmo de otimização.

Existem alguns parâmetros que influenciam significativamente no desempenho do mecanismo de busca dos Algoritmos Genéticos, tais como a probabilidade de mutação, a probabilidade de cruzamento, o tamanho da população, o método de seleção e o elitismo.

Ao longo deste trabalho foram testadas diversas combinações entre esses parâmetros a fim de alcançar um melhor desempenho. Os melhores resultados foram obtidos com uma taxa de mutação de 0,6%, taxa de cruzamento de 80% e tamanho da população de 100 cromossomos. Como método de seleção foi empregado o método da roleta. Para o processo do elitismo foram preservados os três melhores indivíduos, passando diretamente para a geração seguinte.

Como exemplo dos resultados obtidos utilizando este algoritmo, é apresentado, na Tabela 4.4, o dimensionamento ótimo de uma viga de concreto armado de seção T para um momento fletor solicitante de 529,2 kNm, considerando concreto classe C25 e aço CA-50.

Tabela 4.1 - Configurações das variáveis de projeto.

	d (cm)	A_s (cm²)	A'_s (cm²)	h_f (cm)	b_f (cm)
configuração inicial	42	33,9	1,0	10	80
limite inferior	25	8,0	1,0	8	42
configuração ótima	41	31,3	1,1	9	69

Os valores da Tabela 4.4 indicam que os limites inferiores das variáveis de projeto foram atendidos e que nenhuma variável de projeto está ativa na configuração ótima obtida.

Na Figura 4.4 é apresentada a curva da função objetivo em função do número de gerações.

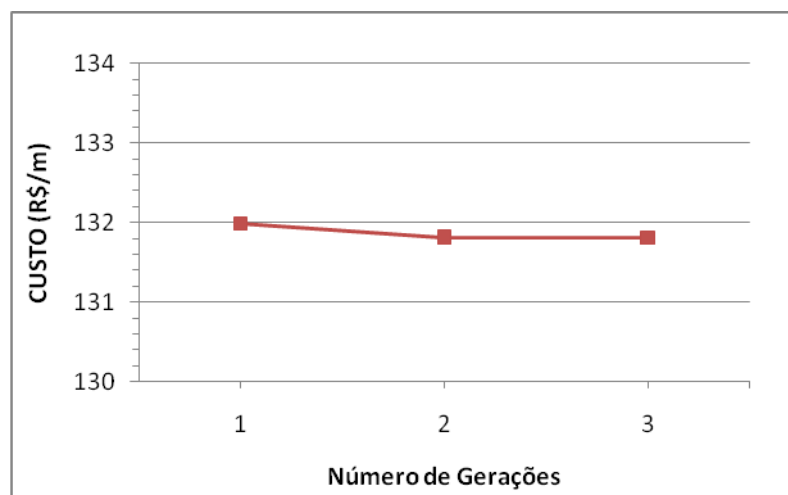


Figura 4.1 - Valor da função objetivo a cada iteração.

Na Tabela 4.5 são apresentados o número de avaliações da função objetivo, os valores da função objetivo e das restrições a cada iteração.

Tabela 4.2 - Número de avaliações da função objetivo, valor da função objetivo e das restrições a cada geração.

Gerações	Avaliações da função objetivo	Função objetivo $f(X)$	Valor máximo das restrições $g_{máx}(X)$
1	5300	131,985	0,0000
2	10500	131,817	0,0000
3	15728	131,811	0,0000

Os valores apresentados na Figura 4.4 e na Tabela 4.5 indicam que o problema particular convergiu em relativamente poucas iterações. O

comportamento da curva da Figura 4.4 indica que, como esperado, houve uma redução do valor da função objetivo e, em seguida, uma estabilização da curva, que demonstra a convergência do problema.

Analisando a Tabela 4.5, nota-se que, como no caso da Programação Matemática, todas as restrições são atendidas logo na primeira iteração, visto que o problema parte de uma configuração viável. No entanto, apesar de ser uma configuração viável, esta pode não ser a solução ótima.

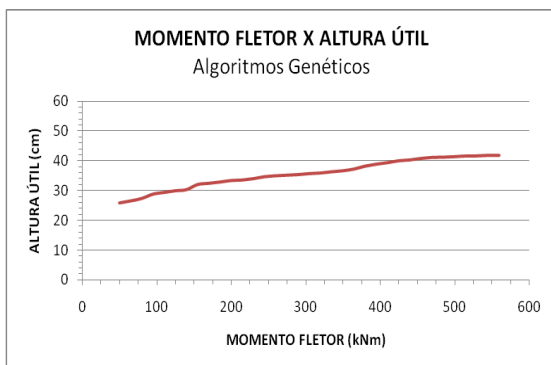
A seguir são apresentados os valores das restrições de desigualdade na solução:

Tabela 4.3 - Valores das restrições de projeto na configuração ótima.

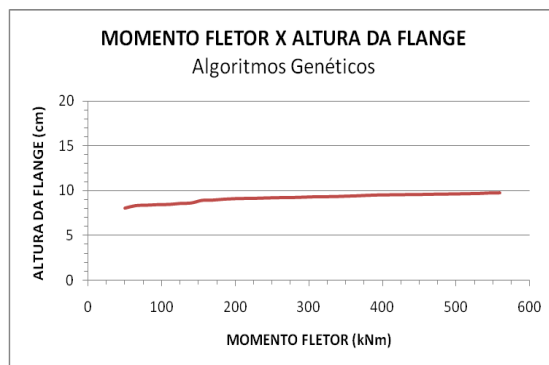
Restrição de projeto $g(X)$	Valor de $g(X)$ na configuração ótima
1	-1,0629
2	-0,4646
3	-0,2709
4	-0,1364
5	-0,3691
6	-0,0002
7	0,0000

Assim como os resultados obtidos por Programação Matemática, os valores apresentados na Tabela 4.6 demonstram que todas as restrições de desigualdade do problema foram atendidas plenamente. As restrições 6 e 7 ficaram ativas. Estas restrições correspondem, respectivamente, ao limite superior da posição da linha neutra no domínio 3 e ao momento último resistente.

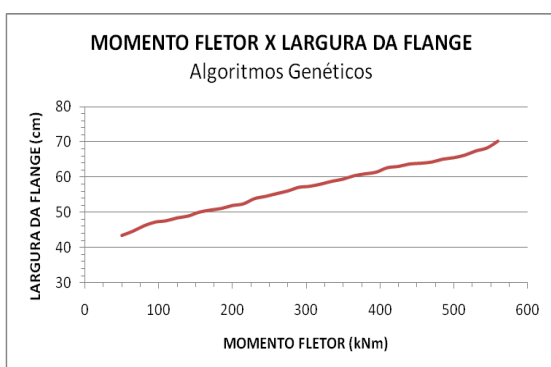
A seguir são apresentadas as curvas das variáveis de projeto e do custo ótimo em função do momento fletor solicitante, variando entre 50 kNm e 560 kNm, obtidas a partir da utilização do Algoritmo Genético para concreto classe C25 e aço CA-50 – Figura 4.5.



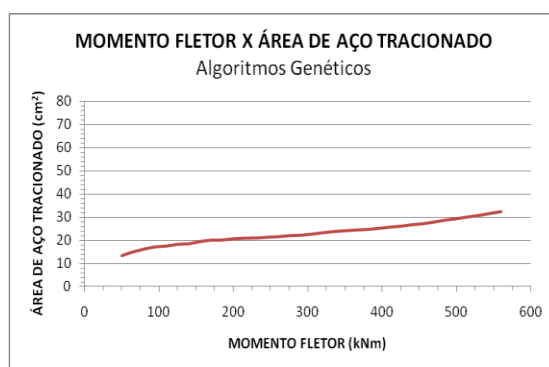
(a)



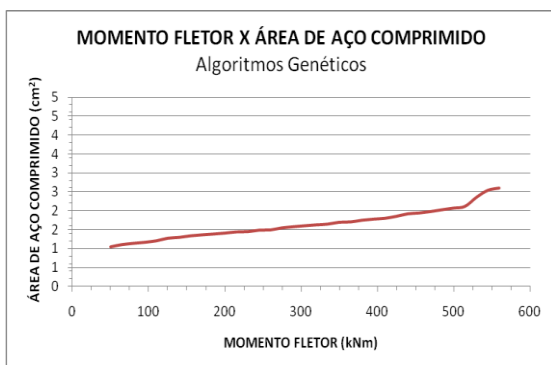
(b)



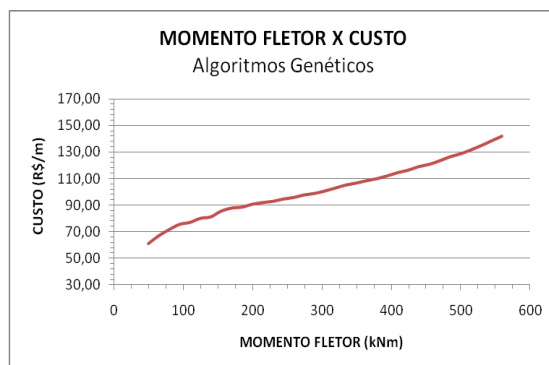
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.2 – Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Algoritmos Genéticos: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, os resultados obtidos tanto por meio do algoritmo de Programação Matemática como os resultados obtidos por meio de Algoritmos Genéticos são comparados com o dimensionamento convencional, que usualmente é realizado de forma manual. Além disso, são comparados os resultados alcançados pelas duas técnicas de otimização, a fim de identificar o algoritmo de otimização mais eficiente para dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado de seção T.

Adicionalmente, como outra possibilidade de aplicação dos programas computacionais aqui desenvolvidos, são gerados, de forma automática, diversos ábacos para o dimensionamento das seções ótimas de vigas de seção T para diversos valores usuais do momento fletor solicitante. Além disso, neste mesmo contexto, foi feito um estudo da influência da resistência do concreto no custo da seção.

Na avaliação numérica da metodologia proposta neste trabalho, diversas configurações iniciais, X^0 , foram testadas tanto para Programação Matemática como também para Algoritmos Genéticos. No programa, os limites inferiores associados às variáveis de projeto podem ser definidos pelo usuário de acordo com as diversas situações de projeto possíveis. No entanto, não foram prescritos os limites superiores com intuito de não restringir excessivamente o espaço de soluções viáveis. Contudo, caso necessário, estas podem ser facilmente incluídas no programa.

De acordo com a prática corrente da construção civil, os resultados são apresentados considerando-se diversos momentos fletores solicitantes variando de 50 kNm e 560 kNm.

5.1. Resultados obtidos utilizando Programação Matemática

A Figura 5.1 apresenta a curva do custo ótimo da viga de seção T em função do momento solicitante variando de 50 kNm e 560 kNm a partir do método de Programação Matemática.

Para validação dos resultados obtidos pelo programa desenvolvido, foram destacados na Figura 5.1 os resultados obtidos por meio de técnicas de dimensionamento convencionais publicados em PINHEIRO *et al.* (2004) para

os momentos iguais a 441 kNm e $529,2 \text{ kNm}$, considerando $a = 3 \text{ cm}$, aço CA-50 e concreto classe C25. Em ambos os casos, os cálculos respeitam os critérios de projeto no Estado Limite Último e no Estado Limite de Serviço.

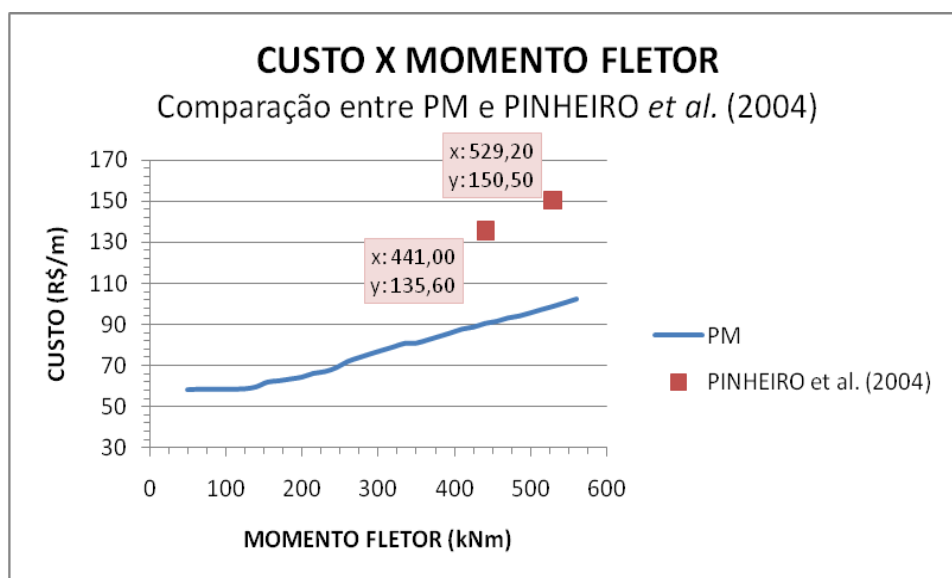


Figura 5.1 – Comparação da curva de custo ótimo da viga de seção T obtida por Programação Matemática com os resultados obtidos por PINHEIRO *et al.* (2004).

Na Tabela 5.1 são apresentadas as configurações ótimas obtidas por meio do método de Programação Quadrática Seqüencial – PM – e as configurações fornecidas pelo dimensionamento manual em PINHEIRO *et al.* (2004) – Ref. – considerando $a = 3 \text{ cm}$, aço CA-50 e concreto classe C25.

Tabela 5.1 – Comparação com as dimensões de referência – PINHEIRO *et al.* (2004).

M_{sd} (kNm)	Variáveis ótimas de projeto									
	d (cm)		A_s (cm ²)		A'_s (cm ²)		h_f (cm)		b_f (cm)	
	PM	Ref.	PM	Ref.	PM	Ref.	PM	Ref.	PM	Ref.
441,00	53	42	19,9	27,3	1,0	0,0	11	10	42	80
529,20	57	42	20,0	33,9	1,0	0,0	11	10	42	80

Na Tabela 5.2 são comparados os custos de fabricação da viga de seção T obtidos por meio de Programação Matemática com os custos obtidos no trabalho da referência (PINHEIRO *et al.*, 2004).

Na Tabela 5.1 pode-se notar que os valores de área de aço tracionado obtidos neste trabalho foram bem menores que os valores de referência, havendo uma compensação no aumento da altura útil. Acredita-se que este comportamento se deve aos custos relativos entre o aço e o concreto que,

como se sabe, variam de acordo com a localização da obra e com a época da construção. Na Tabela 5.2, observa-se claramente que houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga em relação aos valores de referência, chegando a uma redução de até 35%.

Tabela 5.2 – Comparação com os custos de referência – PINHEIRO *et al.* (2004).

M_{sd} (kNm)	custo (R\$/m)		Redução de custo (%)
	PM	Ref.	
441,00	90,33	135,60	33
529,20	98,69	150,50	35

5.2. Resultados obtidos utilizando Algoritmos Genéticos

Para validação dos resultados, de modo similar ao caso da Programação Matemática, foi feita uma comparação entre os resultados obtidos pelo dimensionamento convencional e os resultados alcançados com o emprego dos Algoritmos Genéticos, apresentando a curva do custo ótimo em função do momento solicitante. Na Figura 5.2 são destacados os resultados apresentados por PINHEIRO *et al.* (2004).

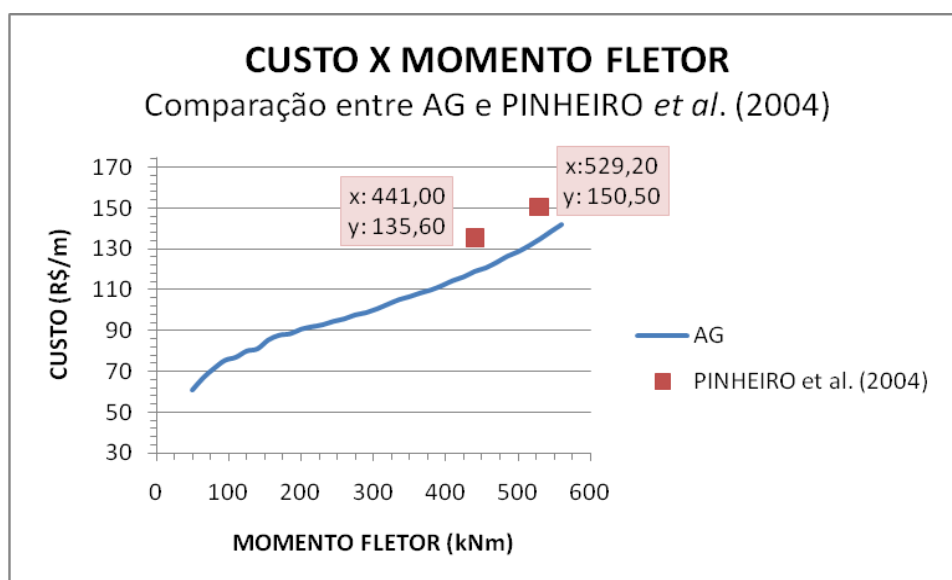


Figura 5.2 – Comparação da curva de custo ótimo da viga de seção T obtida pelo Algoritmo Genético com os resultados obtidos por PINHEIRO *et al.* (2004).

A Tabela 5.3 mostra as configurações ótimas obtidas por meio de Algoritmos Genéticos e os resultados obtidos pela referência para $a = 3$ cm, aço CA – 50 e concreto classe C25. Na Tabela 5.4 é feita uma comparação

entre os custos de fabricação da viga T por meio de Algoritmos Genéticos e os custos obtidos pelo dimensionamento convencional.

Tabela 5.3 – Comparação com as dimensões de referência – PINHEIRO *et al.* (2004).

$M_{sd} (kNm)$	Variáveis ótimas de projeto									
	$d (cm)$		$A_s (cm^2)$		$A'_s (cm^2)$		$h_f (cm)$		$b_f (cm)$	
	AG	Ref.	AG	Ref.	AG	Ref.	AG	Ref.	AG	Ref.
441,00	40	42	26,8	27,3	1,9	0	10	10	64	80
529,20	42	42	30,9	33,9	2,4	0	10	10	67	80

Tabela 5.4 – Comparação com os custos de referência – PINHEIRO *et al.* (2004).

$M_{sd} (kNm)$	custo (R\$/m)		Redução de custo (%)
	AG	Ref.	
441,00	118,83	135,60	12
529,20	134,60	150,50	11

Na Tabela 5.3 observa-se que os valores de área de aço tracionado obtidos neste trabalho foram relativamente menores que os valores de referência, havendo, da mesma forma que para Programação Matemática, uma compensação no aumento da altura útil. Na Tabela 5.4, nota-se que também houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga em relação aos valores de referência, chegando a uma redução de até 12%.

É importante ressaltar que foram alcançadas maiores reduções no custo em relação ao dimensionamento convencional com a utilização do método da Programação Matemática. Analisando-se as Tabelas 5.1 e 5.3, chega-se à conclusão de que este comportamento se deve a uma maior área total de aço ($A_s + A'_s$) encontrada com o emprego de Algoritmos Genéticos em relação à área total de aço encontrada por meio de Programação Matemática. Ainda assim, as reduções no custo obtidas com a utilização de Algoritmos Genéticos foram bastante significativas em relação ao dimensionamento manual.

5.3. Comparação entre Programação Matemática e Algoritmos Genéticos

Na metodologia de projeto ótimo foram utilizados Algoritmos de Programação Quadrática Seqüencial e Algoritmos Genéticos. Assim tornou-se possível uma comparação entre os métodos no dimensionamento de vigas de

concreto armado com seção T, levando em consideração o custo obtido pelos dois métodos, as dimensões da seção transversal e a quantidade de aço empregada.

Na Tabela 5.5 são apresentadas as configurações ótimas e os custos da seção para cada método, considerando $a = 4$ cm, aço CA-50 e concreto classe C25. Estes resultados também são apresentados na Figura 5.3 para uma melhor visualização.

Analisando-se a Tabela 5.5, pode-se notar que os valores de área de aço total ($A_s + A'_s$) obtidos por meio de Programação Matemática foram bem menores que os valores obtidos por meio de Algoritmos Genéticos para a maior parte dos casos, havendo uma compensação no aumento da quantidade de concreto, o que levou a uma economia de até 29% com o emprego de Programação Matemática, devido ao custo relativo entre o aço e o concreto.

Além disso, no caso dos Algoritmos Genéticos houve um aumento da armadura de compressão para que a seção saísse do domínio 4 de deformação para o domínio 3, o que contribuiu para uma maior área de aço total e, conseqüentemente, para a elevação do custo da seção.

Vale ressaltar que o limite inferior da armadura de compressão para efeito construtivo foi definido como 1 cm^2 considerando duas barras de diâmetro 8 mm , para efeito construtivo.

Com a finalidade de proporcionar ao projetista outra alternativa para um dimensionamento prático da seção, foram gerados diversos ábacos a partir dos programas computacionais desenvolvidos, que possibilitam o dimensionamento ótimo de acordo com o momento fletor solicitante e com a resistência do concreto. Os ábacos encontram-se no Anexo A.

No Anexo A, são ilustrados os ábacos gerados por meio de Programação Matemática para a determinação das dimensões mínimas da seção T. Foram considerados aço CA-50, concreto classe C25 e os seguintes limites inferiores: 25 cm para altura útil, 8 cm^2 para área de aço tracionado, 1 cm^2 para área de aço comprimido, 8 cm para altura da flange e 42 cm para largura da flange.

Tabela 5.5 – Comparação entre Programação Matemática e Algoritmos Genéticos.

M_{sd} (kNm)	d (cm)		h_f (cm)		b_f (cm)		A_s (cm ²)		A'_s (cm ²)		custo (R\$/m)		Relação entre custos (PM/AG)
	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	
50	25	26	8	8	42	43	12,7	13,4	1,0	1,0	58,12	60,96	0,95
65	26	26	8	8	42	45	12,7	15,1	1,0	1,1	58,40	66,93	0,87
80	26	27	8	8	42	46	12,7	16,3	1,0	1,1	58,40	71,53	0,82
95	26	29	8	8	42	47	12,7	17,2	1,0	1,2	58,40	75,45	0,77
110	26	29	8	8	42	48	12,7	17,6	1,0	1,2	58,40	76,95	0,76
125	26	30	8	9	42	48	12,8	18,3	1,0	1,3	58,57	79,99	0,73
140	29	30	8	9	42	49	12,8	18,5	1,0	1,3	59,50	81,08	0,73
155	32	32	8	9	42	50	13,2	19,5	1,0	1,3	61,84	85,44	0,72
170	34	32	8	9	42	51	13,2	20,1	1,0	1,4	62,47	87,71	0,71
185	36	33	8	9	42	51	13,2	20,2	1,0	1,4	63,33	88,41	0,72
200	39	33	8	9	42	52	13,2	20,7	1,0	1,4	64,24	90,61	0,71
215	40	34	8	9	42	52	13,6	21,0	1,0	1,4	66,06	91,83	0,72
230	41	34	8	9	42	54	13,8	21,1	1,0	1,5	66,93	92,81	0,72
245	42	35	8	9	42	54	14,3	21,4	1,0	1,5	68,80	94,49	0,73
260	44	35	9	9	42	55	15,0	21,6	1,0	1,5	71,82	95,71	0,75
275	46	35	9	9	42	56	15,4	22,1	1,0	1,6	73,75	97,60	0,76
290	47	35	9	9	42	57	15,8	22,2	1,0	1,6	75,53	98,73	0,77
305	48	36	10	9	42	57	16,1	22,7	1,0	1,6	77,26	100,55	0,77
320	50	36	10	9	42	58	16,5	23,3	1,0	1,6	78,89	102,81	0,77
335	50	36	10	9	42	59	17,0	23,9	1,0	1,7	80,64	105,02	0,77
350	50	37	10	9	42	59	17,0	24,2	1,0	1,7	80,77	106,54	0,76
365	50	37	10	9	42	60	17,5	24,6	1,0	1,7	82,35	108,33	0,76
380	50	38	10	9	42	61	18,1	24,8	1,0	1,8	83,99	109,83	0,76
395	50	39	10	9	42	61	18,6	25,3	1,0	1,8	85,72	111,95	0,77
410	50	39	10	10	42	63	19,3	25,8	1,0	1,8	87,57	114,38	0,77
425	53	40	11	10	42	63	19,3	26,2	1,0	1,9	88,56	116,20	0,76
440	53	40	11	10	42	64	19,9	26,8	1,0	1,9	90,33	118,83	0,76
455	55	41	11	10	42	64	19,9	27,3	1,0	1,9	91,31	120,53	0,76
470	55	41	11	10	42	64	20,4	28,0	1,0	2,0	92,97	123,19	0,75
485	57	41	11	10	42	65	20,4	28,8	1,0	2,0	93,96	126,22	0,74
500	57	41	11	10	42	65	20,9	29,4	1,0	2,1	95,50	128,42	0,74
515	57	42	11	10	42	66	21,5	30,2	1,0	2,1	97,14	131,35	0,74
530	57	42	11	10	42	67	22,0	30,9	1,0	2,4	98,69	134,60	0,73
545	57	42	11	10	42	68	22,6	31,7	1,0	2,5	100,43	138,23	0,73
560	57	42	11	10	42	70	23,1	32,5	1,0	2,6	102,14	141,68	0,72

É importante destacar que os ábacos foram gerados para diferentes valores de a , levando em consideração o diâmetro mínimo e máximo do estribo e da armadura longitudinal e vários valores de cobrimentos, conforme Figura 5.4. Os cobrimentos são determinados de acordo com a resistência do

concreto e com o grau de agressividade do ambiente segundo a NBR 6118 (ABNT, 2008), como pode ser observado na Tabela 5.6.

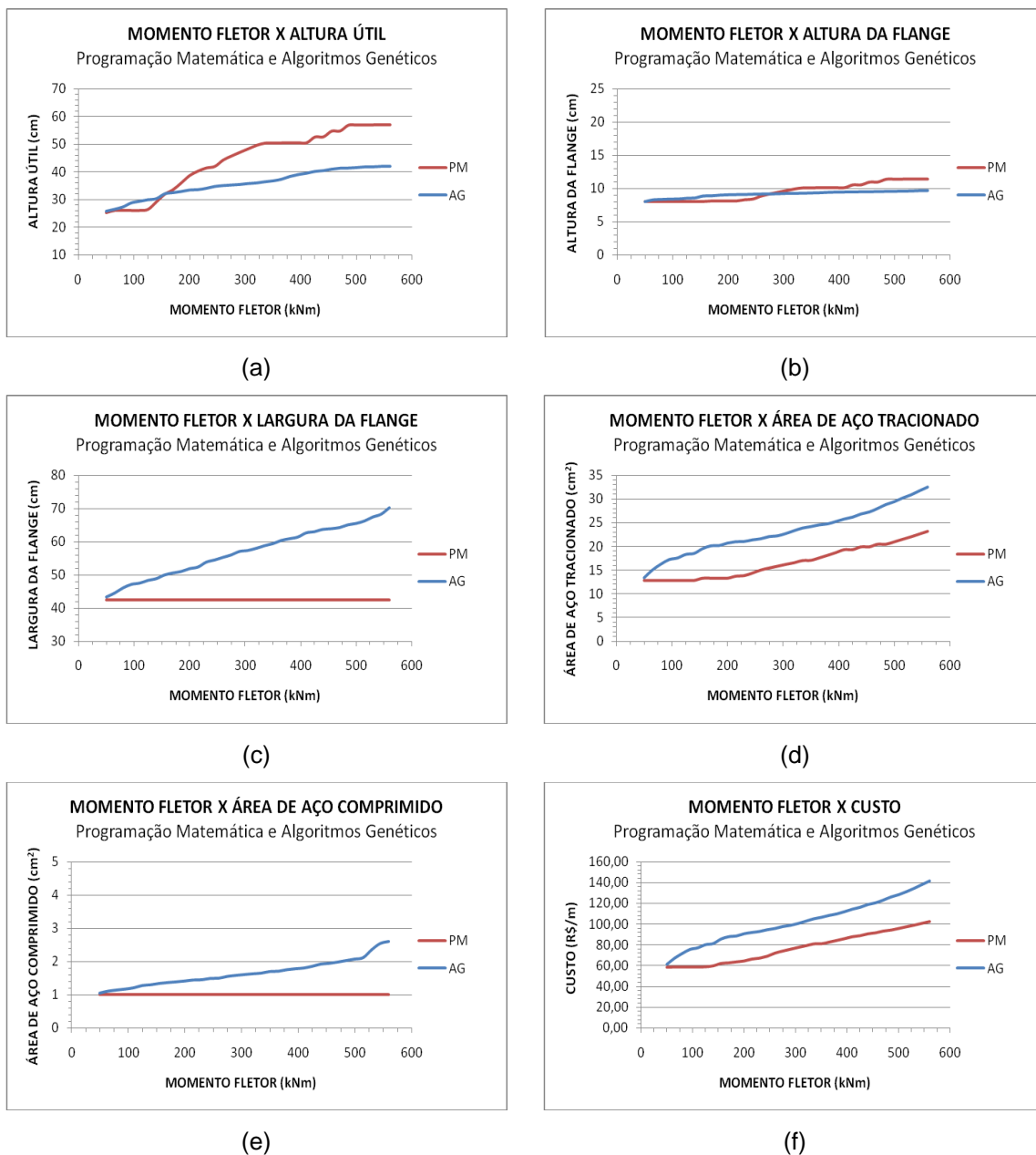


Figura 5.3 - Resultados obtidos em função do momento fletor solicitante a partir de Programação Matemática e de Algoritmos Genéticos: (a) altura útil; (b) altura da flange; (c) largura da flange; (d) área de aço tracionado; (e) área de aço comprimido; (f) custo.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2008), o diâmetro máximo do estribo, $\phi_{estr_{m\acute{a}x}}$, pode ser calculado da seguinte forma:

$$\phi_{estr_{m\acute{a}x}} = \frac{l}{10} b_w \quad (31)$$

Como a largura b_w foi fixada em 12 cm, o diâmetro máximo do estribo adotado foi de 12 mm.

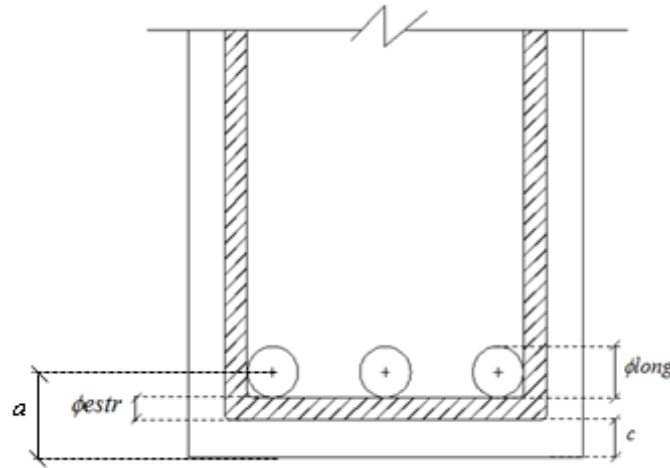


Figura 5.4 – Dados necessários para o cálculo de a .

Os valores mínimos aproximados de a , apresentados na Tabela 5.6, foram calculados da seguinte forma:

$$a_{\min} = c + \phi_{estr_{\min}} + \frac{\phi_{long_{\min}}}{2} \quad (32)$$

Onde c é o cobrimento da armadura, $\phi_{estr_{\min}}$ é o diâmetro mínimo do estribo e $\phi_{long_{\min}}$ é o diâmetro mínimo da armadura longitudinal.

Já os valores máximos aproximados de a , também apresentados na Tabela 5.6, foram calculados da seguinte forma:

$$a_{\max} = c + \phi_{estr_{\max}} + \frac{\phi_{long_{\max}}}{2} \quad (33)$$

Onde $\phi_{long_{\max}}$ é o diâmetro máximo da armadura longitudinal.

É importante lembrar que estes cálculos foram baseados em seções com uma camada de armadura longitudinal.

Foram gerados, então, resultados a partir de três valores de a : o valor mínimo, o máximo e um valor intermediário.

Na obtenção dos ábacos do Anexo A, utilizando Programação Matemática, as curvas coincidiram para os diferentes valores de a .

Tabela 5.6 – Valores utilizados no cálculo dos diferentes valores de a .

	c (mm)	$\phi_{estr_{mín}}$ (mm)	$\phi_{estr_{máx}}$ (mm)	$\phi_{long_{mín}}$ (mm)	$\phi_{long_{máx}}$ (mm)	$a_{mín}$ (mm)	$a_{máx}$ (mm)
$f_{ck} \geq 20\text{MPa}$	25	5	12	8	16	35	45
$f_{ck} \geq 25\text{MPa}$	30	5	12	8	16	40	50
$f_{ck} \geq 30\text{MPa}$	40	5	12	8	16	50	60
$f_{ck} \geq 40\text{MPa}$	50	5	12	8	16	60	70

São apresentados, ainda, ábacos em forma de tabelas no Anexo B para uma melhor visualização dos resultados para cada momento fletor solicitante.

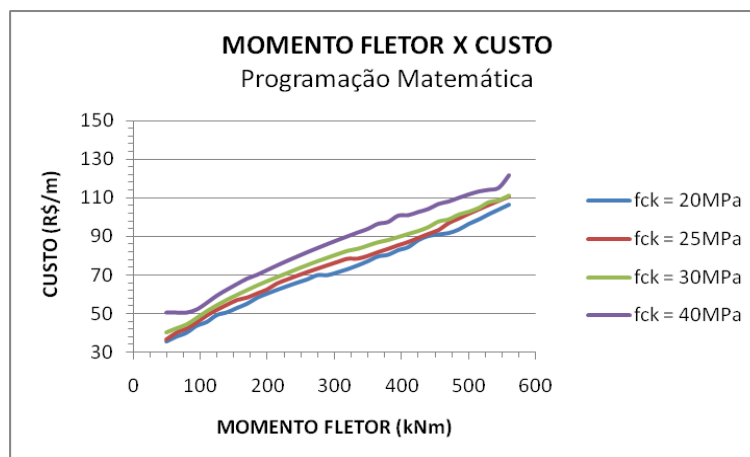
5.4. Influência da resistência do concreto no custo de fabricação das vigas

Na coleta de resultados notou-se um comportamento interessante no que diz respeito à influência da resistência do concreto no custo de fabricação de vigas T, como pode ser observado nas Figuras 5.5 (a) e 5.5 (b), que apresentam as curvas do custo ótimo em função dos momentos solicitantes obtidas por meio dos métodos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, para cada classe de concreto.

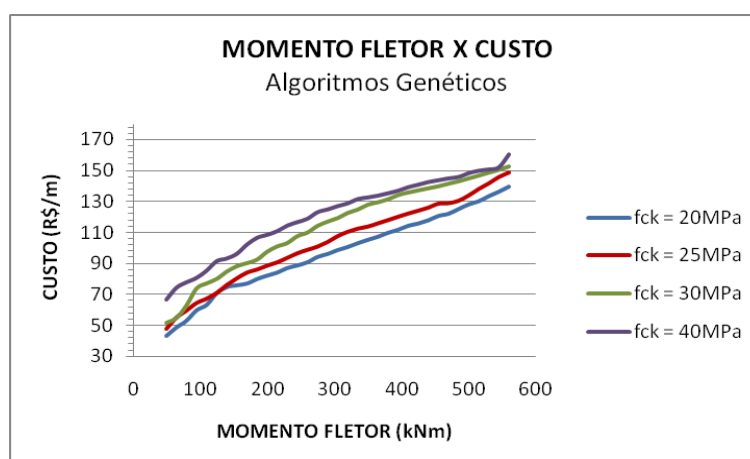
As Figuras 5.5 (a) e 5.5 (b) indicam que, para ambos os métodos, não compensa aumentar a resistência do concreto com a finalidade de reduzir o custo de fabricação desses elementos, visto que para maiores valores de f_{ck} , foram alcançados custos mais elevados. No estudo feito por MEDEIROS e KRIPKA (2010) chegou-se a esta mesma conclusão a partir da análise dos resultados obtidos com emprego da metaheurística *Simulated Annealing*.

Este comportamento se deve ao dimensionamento realizado, visando a uma ruptura dúctil, isto é, o aço tem uma contribuição muito mais significativa que o concreto na resistência da viga.

Pode-se concluir também que os programas se mostraram robustos devido ao comportamento semelhante entre as curvas para cada resistência do concreto.



(a)



(b)

Figura 5.5 – Influência da resistência do concreto no custo de fabricação das vigas: (a) Programação Matemática; (b) Algoritmos Genéticos.

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES

Foi proposta uma metodologia de dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seção T, submetidas à flexão simples, por meio de um algoritmo baseado no Método de Programação Quadrática Seqüencial e por meio de Algoritmos Genéticos.

A metodologia proposta apresentou resultados bem interessantes com o emprego dos dois algoritmos, uma vez que houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga quando comparado aos valores de referência, atendendo a todas as restrições impostas ao problema.

Além disso, os programas desenvolvidos são amigáveis e de fácil compreensão. São necessários dados de entrada como as dimensões da seção e as áreas de aço, resistências do aço e do concreto e custos do concreto, do aço e das formas. Os limites do projeto podem ser facilmente alterados pelo usuário.

A cada iteração, as dimensões da seção da viga são melhoradas e os programas são capazes de fornecer as dimensões ótimas da seção e o custo ótimo de fabricação da viga para um momento solicitante qualquer fornecido pelo usuário.

Adicionalmente, foi proposta uma metodologia para análise estrutural da viga baseada no estado limite último, que torna possível o cálculo da posição da linha neutra, das tensões nas armaduras de tração e de compressão e do momento resistente da seção.

Observa-se que os resultados alcançados com o emprego da Programação Quadrática Seqüencial são bastante sensíveis à configuração inicial e às restrições geométricas impostas no modelo de otimização. Acredita-se que isto ocorra devido ao fato de que o problema tem inúmeros mínimos locais que satisfazem plenamente ao modelo de otimização proposto neste trabalho.

No dimensionamento utilizando PM, como previsto, a área de aço comprimido assumiu o valor mínimo em todos os casos, por ser a solução mais econômica. Já no dimensionamento utilizando AG, houve um aumento da armadura de compressão para que a seção saísse do domínio 4 de

deformação para o domínio 3, o que contribuiu para um custo mais elevado da seção.

Analisando a influência da resistência do concreto no custo de fabricação da viga, comprovou-se a inviabilidade de aumentar a resistência do concreto no intuito de reduzir o custo de fabricação da viga. Foi verificado que para maiores valores de f_{ck} os custos de fabricação são maiores.

Conclui-se também que o algoritmo de otimização mais eficiente para dimensionamento ótimo de vigas reforçadas é o da Programação Matemática, visto que os custos alcançados foram relativamente menores que os obtidos por meio de Algoritmos Genéticos, além de ter apresentado um esforço computacional muito menor que o AG.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2008.

ARORA, J. S. (1989) *Introduction to Optimum Design*. United States of America: Intercience, 625 p.

BARROS, M. H. F. M., MARTINS R. A. F., BARROS, A. F. M. (2005) *Cost optimization of singly and doubly reinforced concrete beams with EC2-2001 Industrial Applications*, pp. 236-242, Abr.

CHAKRABARTY, B.K. (1992) *A model for optimal design of reinforced concrete beam*. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.118, n.11, pp. 3238-3242, Nov.

FERREIRA, C. C., BARROS, M. H. F. M., BARROS, A. F. M. (2003) *Optimal design of reinforced concrete T-sections in bending*. *Engineering Structures*, pp.951-964, Fev.

FLORES, J.L.B., RODRÍGUEZ, G. (2010) *Optimización de secciones transversales de pórticos de hormigón armado mediante uso de la técnica de Programación Cuadrática Secuencial SQP*. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, v. XXIX, pp. 9717-9738, Nov.

HADI, M.N.S. (2001) *Optimum design of reinforced concrete continuous beams by Genetic Algorithms*. *Proceedings of the Eighth Internacional Conference on Civil Engineering Computing, ACM Digital Library*. n. 57, pp. 143-144. ISBN: 0-948749-76-8.

HASSANAIN, M.A., LOOV, R.E. (1999) *Design of prestressed girder bridges using high performance concrete – An optimization approach*. *PCI Journal*, v.44, n.2, pp. 40-53, Mar/Abr.

HERSKOVITS, J. (1995): *A view on nonlinear optimization*. In Herskovits, J (ed.) *Advances in Structural Optimization*; 71-116, London: Kluwer Academic Publishers.

MATLAB (2009). *Optimization Toolbox User's Guide*.

MEDEIROS, G. F., KRIPKA, M. (2010) *Minimização dos custos de vigas de pavimentos de edifícios em concreto armado*. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, v. XXIX, pp. 9869-9884, Nov.

MOHARRAMI, H., GRIERSON, D.E. (1993) *Computer-automated design of reinforced concrete frameworks*. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.119, n.7, pp.2036-2058, Jul.

PINHEIRO, L. M., MUZARDO, C. D., SANTOS, S. P. (2004) *Estruturas de Concreto* Departamento de Engenharia de Estruturas USP – EESC.

RATH, D.P., AHLAWAT, A.S., RAMASWAMY, A. (1999) *Shape optimization of RC flexural members*. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.125, n.12, pp.1439-1446, Dez.

RIOS, R. (2004) *Fundamentos de Concreto Armado*. Escola de Engenharia Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www.ppgec.ufrgs.br/rrios>.

SILVA, E. E. (2001) *Otimização de Estruturas de Concreto Armado Utilizando Algoritmos Genéticos*. Tese (Mestrado em Engenharia) – São Paulo – SP, Universidade de São Paulo - USP, 131p.

SOARES, R. C., EL DEBS, A. L. H. C. (1999) *Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitas à Flexão: Aplicação a Pavimentos* *Dissertação (mestrado)*, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

TELES, M. L., GOMES, H. M. (2010) *Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática seqüencial para otimização de problemas em engenharia*, *Teoria e Prática na Engenharia Civil*, v.10, n.15, p.29-39, Abr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

VIANNA, L. C. C., EL DEBS, A. L. H. C. (2005) *Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado: Aplicação a Pórticos*, *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 7, n. 26, pp. 1-32.

YANG, Y., SOH, C. K. (2002) *Automated optimum design of structures Using genetic programming. Computers and Structures*, pp.1537, Mai/Out.

ANEXO A

A seguir são apresentados os ábacos gerados a partir do Algoritmo de Programação Matemática para a determinação das dimensões mínimas da seção T.

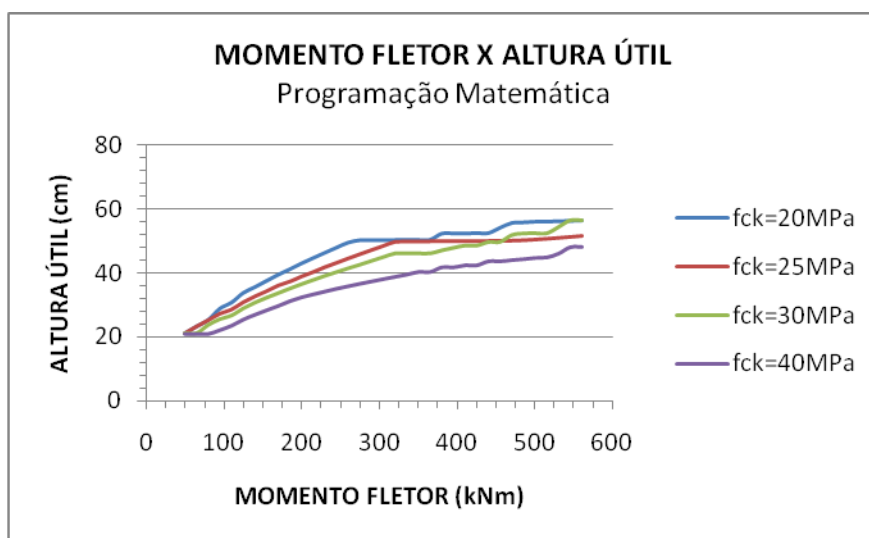


Figura A-1 – Ábaco para a determinação da altura útil mínima.

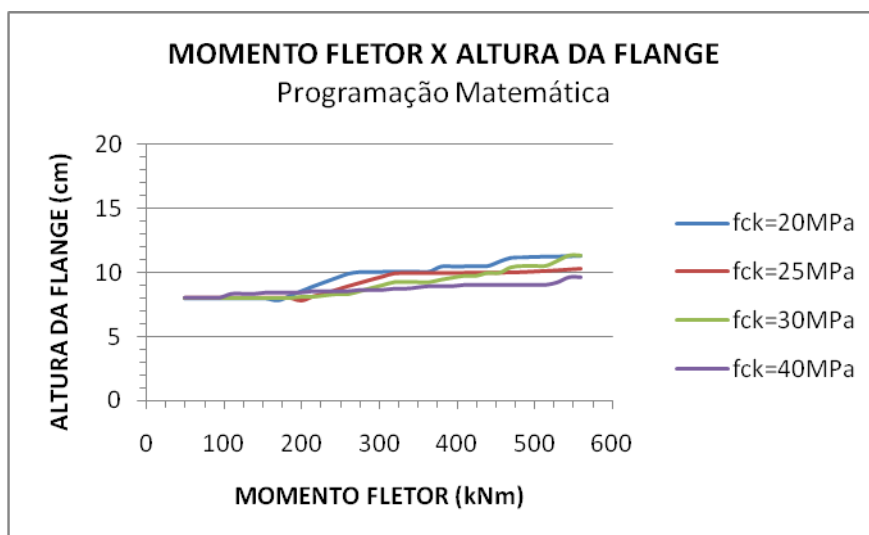


Figura A-2 – Ábaco para a determinação da altura mínima da flange.

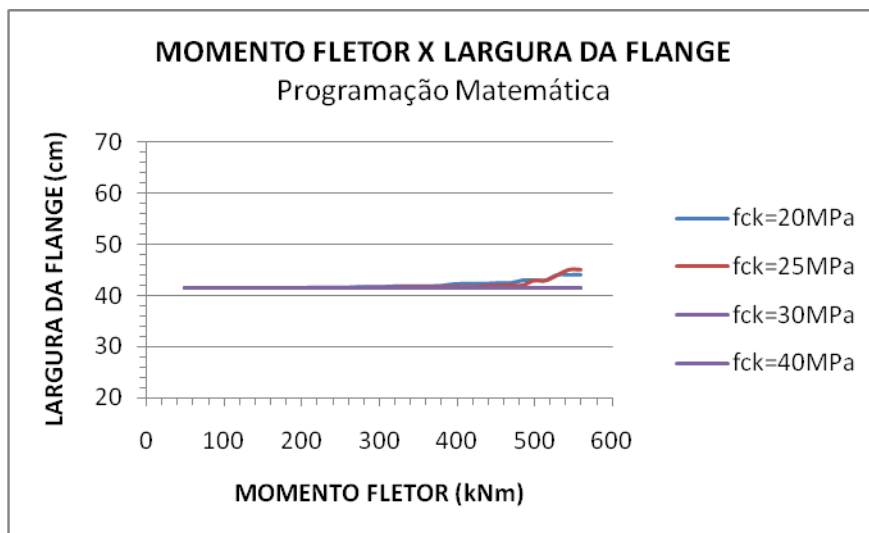


Figura A-3 – Ábaco para a determinação da largura mínima da flange.

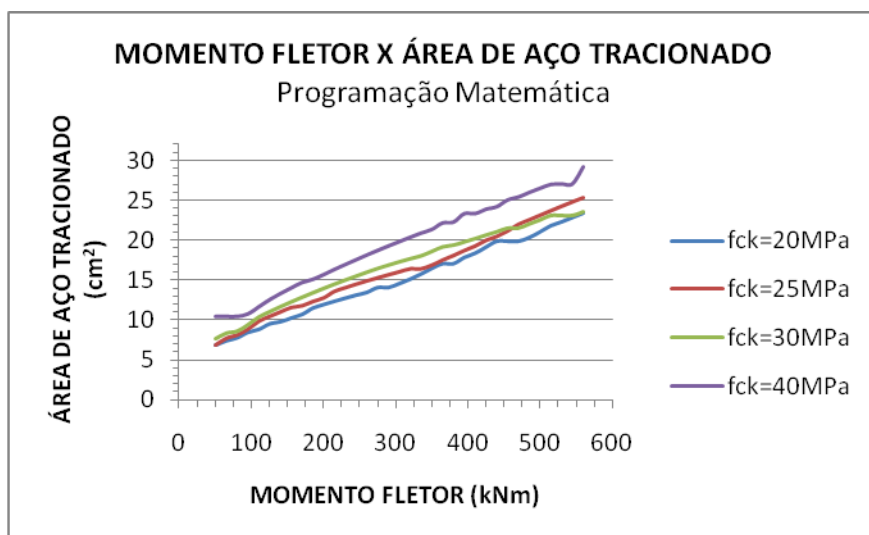


Figura A-4 – Ábaco para a determinação da área mínima de aço tracionado.

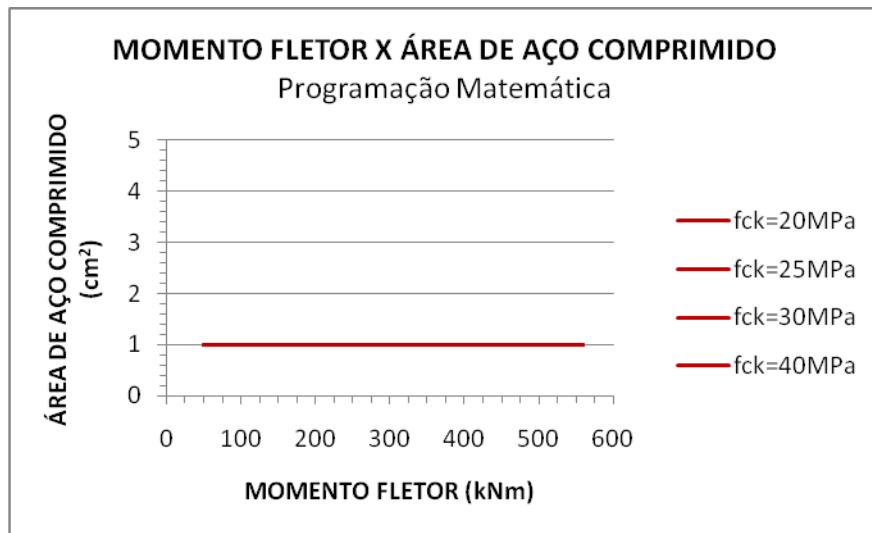


Figura A-5 – Ábaco para a determinação da área mínima de aço comprimido.

ANEXO B

A seguir são apresentadas as variáveis ótimas de projeto obtidas para cada momento fletor solicitante, utilizando-se o algoritmo de Programação Matemática. Foram definidas várias tabelas associadas às resistências usuais do concreto.

Tabela B.1 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 20$ MPa).

Programação Matemática ($f_{ck} = 20$ MPa)					
M_{sd} (kNm)	d (cm)	A_s (cm²)	A'_s (cm²)	h_f (cm)	b_f (cm)
50	25	8,0	1,0	9	25
65	26	8,0	1,0	9	25
80	33	8,0	1,0	9	25
95	39	8,0	1,0	9	25
110	43	8,7	1,0	9	25
125	46	9,5	1,0	9	25
140	49	10,1	1,0	10	25
155	52	10,6	1,0	10	25
170	55	11,1	1,0	11	25
185	61	11,1	1,0	12	25
200	62	11,9	1,0	12	25
215	68	11,9	1,0	14	25
230	72	12,1	1,0	14	25
245	75	12,5	1,0	15	25
260	77	12,9	1,0	15	25
275	79	13,3	1,0	16	25
290	82	13,6	1,0	16	25
305	84	14,0	1,0	17	25
320	86	14,4	1,0	17	25
335	89	14,7	1,0	18	25
350	91	15,0	1,0	18	25
365	93	15,4	1,0	19	25
380	95	15,7	1,0	19	25
395	97	16,0	1,0	19	25
410	99	16,3	1,0	20	25
425	101	16,6	1,0	20	25
440	102	16,9	1,0	20	25
455	104	17,2	1,0	21	25
470	106	17,5	1,0	21	25
485	108	17,8	1,0	22	25
500	110	18,1	1,0	22	25
515	111	18,3	1,0	22	25
530	113	18,6	1,0	23	25

Tabela B.2 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 20$ MPa) - continuação.

Programação Matemática ($f_{ck} = 20$ MPa)					
M_{sd} (kNm)	d (cm)	A_s (cm ²)	A'_s (cm ²)	h_f (cm)	b_f (cm)
545	115	18,9	1,0	23	25
560	116	19,1	1,0	23	25

Tabela B.3 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 25$ MPa).

Programação Matemática ($f_{ck} = 25$ MPa)					
M_{sd} (kNm)	d (cm)	A_s (cm ²)	A'_s (cm ²)	h_f (cm)	b_f (cm)
50	21	6,8	1,0	8	42
65	23	7,6	1,0	8	42
80	25	8,1	1,0	8	42
95	27	8,8	1,0	8	42
110	29	9,8	1,0	8	42
125	31	10,4	1,0	8	42
140	33	11,0	1,0	8	42
155	34	11,5	1,0	8	42
170	36	11,7	1,0	8	42
185	37	12,3	1,0	8	42
200	39	12,7	1,0	8	42
215	40	13,6	1,0	8	42
230	42	14,0	1,0	8	42
245	43	14,5	1,0	9	42
260	45	14,9	1,0	9	42
275	46	15,3	1,0	9	42
290	47	15,7	1,0	9	42
305	49	16,0	1,0	10	42
320	50	16,4	1,0	10	42
335	50	16,4	1,0	10	42
350	50	16,9	1,0	10	42
365	50	17,5	1,0	10	42
380	50	18,1	1,0	10	42
395	50	18,7	1,0	10	42
410	50	19,3	1,0	10	42
425	50	20,0	1,0	10	42
440	50	20,5	1,0	10	43
455	50	21,2	1,0	10	43
470	50	22,0	1,0	10	45
485	50	22,6	1,0	10	46
500	51	23,1	1,0	10	47
515	51	23,7	1,0	10	48
530	51	24,3	1,0	10	49

Tabela B.4 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 25 \text{ MPa}$) – continuação.

Programação Matemática ($f_{ck} = 25 \text{ MPa}$)					
$M_{sd} \text{ (kNm)}$	$d \text{ (cm)}$	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$A'_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$h_f \text{ (cm)}$	$b_f \text{ (cm)}$
545	51	24,8	1,0	10	50
560	52	25,4	1,0	10	51

Tabela B.5 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$).

Programação Matemática ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$)					
$M_{sd} \text{ (kNm)}$	$d \text{ (cm)}$	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$A'_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$h_f \text{ (cm)}$	$b_f \text{ (cm)}$
50	21	7,7	1,0	8	42
65	21	8,4	1,0	8	42
80	24	8,6	1,0	8	42
95	25	9,5	1,0	8	42
110	27	10,4	1,0	8	42
125	29	11,1	1,0	8	42
140	31	11,7	1,0	8	42
155	32	12,3	1,0	8	42
170	34	12,9	1,0	8	42
185	35	13,5	1,0	8	42
200	37	14,0	1,0	8	42
215	38	14,5	1,0	8	42
230	39	15,0	1,0	8	42
245	40	15,5	1,0	8	42
260	42	16,0	1,0	8	42
275	43	16,5	1,0	9	42
290	44	16,9	1,0	9	42
305	45	17,3	1,0	9	42
320	46	17,7	1,0	9	42
335	46	18,1	1,0	9	42
350	46	18,6	1,0	9	42
365	46	19,2	1,0	9	42
380	47	19,4	1,0	9	42
395	48	19,8	1,0	10	42
410	49	20,2	1,0	10	42
425	49	20,7	1,0	10	42
440	50	21,1	1,0	10	42
455	50	21,6	1,0	10	42
470	52	21,6	1,0	10	42
485	53	22,1	1,0	11	42
500	53	22,6	1,0	11	42
515	53	23,1	1,0	11	42

Tabela B.6 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 30$ MPa) – continuação.

Programação Matemática ($f_{ck} = 30$ MPa)					
M_{sd} (kNm)	d (cm)	A_s (cm²)	A'_s (cm²)	h_f (cm)	b_f (cm)
530	55	23,1	1,0	11	42
545	57	23,1	1,0	11	42
560	57	23,6	1,0	11	42

Tabela B.7 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 40$ MPa).

Programação Matemática ($f_{ck} = 40$ MPa)					
M_{sd} (kNm)	d (cm)	A_s (cm²)	A'_s (cm²)	h_f (cm)	b_f (cm)
50	21	10,4	1,0	8	42
65	21	10,4	1,0	8	42
80	21	10,4	1,0	8	42
95	22	10,7	1,0	8	42
110	24	11,6	1,0	8	42
125	25	12,5	1,0	8	42
140	27	13,3	1,0	8	42
155	28	14,0	1,0	8	42
170	30	14,7	1,0	8	42
185	31	15,1	1,0	8	42
200	32	15,7	1,0	8	42
215	33	16,3	1,0	8	42
230	34	17,0	1,0	8	42
245	35	17,6	1,0	8	42
260	36	18,2	1,0	8	42
275	37	18,7	1,0	8	42
290	37	19,3	1,0	8	42
305	38	19,8	1,0	8	42
320	39	20,4	1,0	8	42
335	39	20,9	1,0	8	42
350	40	21,4	1,0	8	42
365	40	22,2	1,0	8	42
380	42	22,3	1,0	8	42
395	42	23,4	1,0	9	42
410	42	23,4	1,0	9	42
425	42	23,9	1,0	9	42
440	44	24,2	1,0	9	42
455	44	25,1	1,0	9	42
470	44	25,4	1,0	9	42
485	44	26,0	1,0	9	42

Tabela B.8 - Ábaco para a determinação das dimensões mínimas da seção T ($f_{ck} = 40$ MPa) – continuação.

Programação Matemática ($f_{ck} = 40$ MPa)					
$M_{sd}(kNm)$	$d(cm)$	$A_s(cm^2)$	$A'_s(cm^2)$	$h_f(cm)$	$b_f(cm)$
500	45	26,5	1,0	9	42
515	45	27,0	1,0	9	42
530	46	27,1	1,0	9	42
545	48	27,1	1,0	10	42
560	48	29,2	1,0	10	42

ANEXO C

O fluxograma a seguir ilustra o processo do algoritmo de análise estrutural da seção T e prevê as situações possíveis de projeto.

