

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA IDENTIFICAÇÃO MODAL DE
ESTRUTURAS

JAIR GONÇALVES DE OLIVEIRA BORGES

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
JUNHO, 2010

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA IDENTIFICAÇÃO MODAL DE
ESTRUTURAS

JAIR GONÇALVES DE OLIVEIRA BORGES

“Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Civil.”

Orientador: Prof^a. Patrícia Habib Hallak

Co-orientador: Prof. Guilherme Chagas Cordeiro

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

JUNHO, 2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CCT / UENF

35/2010

Borges, Jair Gonçalves de Oliveira

Avaliação de métodos baseados na decomposição no domínio da frequência para identificação modal de estruturas. – Campos dos Goytacazes, 2010.

xvii, 97 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) --Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil. Campos dos Goytacazes, 2010.

Orientador: Patrícia Habib Hallak.

Co-orientador: Guilherme Chagas Cordeiro.

Área de concentração: Estruturas.

Bibliografia: f. 90-94.

1. Identificação modal 2. Decomposição no domínio da frequência
3. Análise modal experimental 4. Dinâmica das estruturas I.
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de
Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil II. Título.

CDD 624.171

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA IDENTIFICAÇÃO MODAL DE
ESTRUTURAS

JAIR GONÇALVES DE OLIVEIRA BORGES

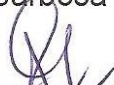
“Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Civil.”

Aprovado em 11 de junho de 2010

Comissão Examinadora:



Prof. Flávio de Souza Barbosa (D.Sc.) UFJF



Prof. Sergio Luis González Garcia (D.Sc.) UENF



Prof. Guilherme Chagas Cordeiro (D.Sc.) UENF
Co-Orientador



Prof^a. Patrícia Habib Hallak (D.Sc.) UENF
Orientadora

Aos meus pais
À minha namorada

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pois sem Ele nada é possível.

Aos meus pais Antonio e Maria Helena, pelo amor, apoio e incentivo ao estudo que sempre me deram.

À minha irmã Luciana, pela confiança que deposita em mim.

A toda minha família que sempre torce por mim.

À minha namorada Luiza, pelo apoio nas horas difíceis e por me incentivar durante o mestrado, não deixando que eu desanimasse em nenhum momento.

A todos os meus amigos de mestrado pela convivência nestes anos e que colaboraram direta ou indiretamente com este trabalho, entre eles: Marconi, Gabriel Melo, Anderson, Fábio, Josimar, Weverthon, Thaís, Ana Beatriz, Carolina, Noelço, Gabriel Pereira e Natália.

Aos meus orientadores, Professora Patrícia e Professor Guilherme pela paciência, orientação e colaboração com o trabalho durante a elaboração desta dissertação.

A todos os professores do LECIV, que contribuíram muito para minha formação profissional.

Ao Engenheiro Rubens, pelas lições de instrumentação.

Ao Engenheiro José Renato, pela valiosa ajuda durante o desenvolvimento da parte experimental no laboratório de estruturas.

A todos os funcionários e técnicos do Laboratório de Engenharia Civil da UENF, principalmente ao Milton.

A CAPES, pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos que de alguma forma colaboraram para o desenvolvimento deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
CAPÍTULO 1.....	1
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivo.....	4
1.2. Motivação.....	4
1.3. Organização da Dissertação	5
CAPÍTULO 2.....	6
2. REVISÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL.....	6
2.1. Identificação das Características Dinâmicas para um Sistema de Vários Graus de Liberdade	6
2.2. Análise Modal Experimental.....	8
2.2.1. Métodos de Identificação modal no domínio do tempo	13
2.2.2. Métodos de Identificação Modal no Domínio da Frequência.....	15
CAPÍTULO 3.....	17
3. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	17
3.1. Densidade Espectral de Potência	17
3.2. Método Básico no Domínio da Frequência	20
3.3. Decomposição no Domínio da Frequência	24
3.3.1. Determinação dos modos de vibração e amortecimento.....	26
CAPÍTULO 4.....	30
4. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL	30
4.1. Exemplo 1 - Pórtico Plano de Três Pisos.....	31
4.1.1. Descrição da Estrutura Estudada e Resultados Analíticos.....	31

4.1.2. Simulação das respostas em aceleração	33
4.1.3. Resultados Obtidos pelo Método Básico no Domínio da Frequência (PP)	35
4.1.4. Resultados Obtidos pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência	43
4.2. Exemplo 2 - Viga Engastada-Engastada	53
4.2.1. Instrumentação Utilizada	54
4.2.2. Descrição da estrutura	55
4.2.3. Procedimento dos Ensaios	56
4.2.4. Método Básico no Domínio da Frequência.....	58
4.2.5. Método da Decomposição no Domínio da Frequência.....	60
4.3. Exemplo 3 - Viga Engastada-Livre.....	66
4.3.1. Resultados Obtidos com Respostas Simuladas Numericamente.....	67
4.3.1.1. Aplicação dos Esforços e Obtenção das Respostas.....	67
4.3.1.2. Método Básico no Domínio da Frequência	69
4.3.1.3. Método da Decomposição no Domínio da Frequência	74
4.3.2. Ensaio Experimental.....	80
4.3.2.1. Descrição da Estrutura e Instrumentação Utilizada	80
4.3.2.2. Método Básico no Domínio da Frequência para o ensaio.....	82
4.3.2.3. Método de Decomposição no Domínio da Frequência	84
CAPÍTULO 5.....	87
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
5.1. Conclusões	87
5.2. Sugestões para trabalhos futuros	89
BIBLIOGRAFIA.....	90
APENDICE A.....	95

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Estrutura com vários graus de liberdade.....	6
Figura 2.2 – (a) Martelo de Impacto; (b) Equipamento para excitação de impacto em pontes; (c) Excitador eletrodinâmico; (d) Excitador mecânico de massas excêntricas, Martelo de impacto e acelerômetro PCB (CUNHA <i>et al.</i> , 2006)	9
Figura 2.3 - Representação esquemática dos métodos de identificação modal operacionais (Adaptado de Cunha <i>et al.</i> , 2006)	13
Figura 3.1 - Sinal Aleatório, estacionário e ergótico	17
Figura 3.2 Fluxograma do Método Básico no Domínio da Frequência	23
Figura 3.3 Fluxograma do Método da Decomposição no Domínio da Frequência	29
Figura 4.1 Pórtico Plano de Três Pisos (medidas em milímetros)	32
Figura 4.2 - Modos de vibração obtidos analiticamente.....	33
Figura 4.3 - Respostas em aceleração simuladas para Pórtico de Três Pisos sem ruído.	35
Figura 4.4 - Matriz das Funções de Densidade Espectral – Amplitude e Fase	36
Figura 4.5 - Espectro Normalizado Médio (sem ruído)	37
Figura 4.6 - Espectro Normalizado Médio (10% de ruído).....	37
Figura 4.7 - Espectro Normalizado Médio (20% de ruído).....	38
Figura 4.8 - Matriz das Funções de Coerência (sem ruído).....	39
Figura 4.9 - Matriz das Funções de Transferência	40
Figura 4.10 - Modos de vibração obtidos pelo método básico no domínio da frequência (sem ruído).....	41
Figura 4.11 - Identificação das frequências necessárias para aplicação do método de meia potencia para a primeira frequência de ressonância	42
Figura 4.12 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral para o sistema sem ruído.....	43
Figura 4.13 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral com 10% de ruído	44

Figura 4.14 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral com 20% de ruído	44
Figura 4.15 - Primeira coluna da matriz de vetores singulares.....	45
Figura 4.16 - Modos de vibração identificados pelo método de decomposição no domínio da frequência	46
Figura 4.17 - Osciladores de 1GDL	47
Figura 4.18 - Coeficientes MAC do pórtico de três pisos.....	48
Figura 4.19 - Funções de autocorrelação dos três osciladores de 1GDL	49
Figura 4.20 - Ajuste do logaritmo de todos os máximos e mínimos das funções de autocorrelação para a identificação do decremento logaritmo	50
Figura 4.21 - Ajuste do número de máximos identificados pelos instantes de tempo em que estes ocorrem.....	52
Figura 4.22 - Sistema de aquisição de dados Lynx e microcomputador	54
Figura 4.23 - (a) Acelerômetro PCB <i>Piezotronics</i> ; (b) Martelo de Borracha	54
Figura 4.24 - (a) Viga bi-engastada; (b) Detalhe da viga engastada pelo "sargento"	55
Figura 4.25 - Esquema de instrumentação da viga bi-engastada em planta (medidas em centímetros).....	56
Figura 4.26 - Sinal do carregamento C1 para o acelerômetro A01	57
Figura 4.27 - Sinal do carregamento C2 para o acelerômetro A01	57
Figura 4.28 - Sinal do carregamento C1 para o acelerômetro A01	57
Figura 4.29 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C1.....	58
Figura 4.30 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C2.....	58
Figura 4.31 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C3.....	59
Figura 4.32 - Modos de vibração identificados pelo método básico no domínio da frequência.....	60
Figura 4.33 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C1	61
Figura 4.34 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C2	61
Figura 4.35 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C3	62
Figura 4.36 - Osciladores de 1GDL para o carregamento C1	63
Figura 4.37 - Coeficientes MAC para o carregamento C1	63

Figura 4.38 - Modos de vibração identificados pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência	64
Figura 4.39 - Correlação do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1.....	64
Figura 4.40 - Regressão linear do logaritmo de todos os máximos e mínimos do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1	65
Figura 4.41 - Frequência ajustada do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1	65
Figura 4.42 - Viga Engastada-Livre (Medidas em Milímetros).....	67
Figura 4.43 - Viga engastada-livre dividida em elementos finitos.....	68
Figura 4.44 - Série temporal de aceleração da viga engastada-livre.....	69
Figura 4.45 - Matriz das funções de densidade espectral	70
Figura 4.46 - Espectro Normalizado Médio (ANPSD).....	71
Figura 4.47 - Matriz das Funções de Coerência.....	72
Figura 4.48 - Matriz das Funções de Transferência	72
Figura 4.49 - Modos de vibração obtidos pelo Método Básico no Domínio da Frequência.....	73
Figura 4.50 - Decomposição em valores singulares.....	74
Figura 4.51 - Modos de vibração identificados pelo Método da Decomposição no Domínio da frequência.....	75
Figura 4.52 - Densidade espectral dos valores singulares com os osciladores de um grau de liberdade.....	75
Figura 4.53 - Funções de autocorrelação da dos três osciladores de um grau de liberdade.....	77
Figura 4.54 - Ajuste do logaritmo de todos os máximos e mínimos das funções de autocorrelação para a identificação do decremento logaritmo	78
Figura 4.55 - Frequência ajustada dos três osciladores de 1GDL.....	79
Figura 4.56 - (a) Detalhe da viga engastada-livre presa pelo “sargento”, (b) Sistema de aquisição de dados Lynx ADS 2000 e microcomputador	81
Figura 4.57 - Esquema de posicionamento dos extensômetros (Medidas em milímetros).....	81
Figura 4.58 - Sinal captado pelo sistema de aquisição de dados.....	82

Figura 4.59 - Espectro normalizado médio	83
Figura 4.60 - Decomposição em valores singulares.....	85
Figura 4.61 - Densidade espectral dos valores singulares com os osciladores de um grau de liberdade do ensaio	86
Figura A.1 - Viga engastada-livre	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Frequências obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência	38
Tabela 4.2 - Modos de vibração obtidos pela primeira coluna da matriz das funções de densidade espectral. (sem ruído).....	41
Tabela 4.3 - Taxas de amortecimento obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência.....	42
Tabela 4.4 - Modos de vibração obtidos pela primeira coluna da matriz de vetores singulares	46
Tabela 4.5 - Taxas de Amortecimento obtidas através do Método da Decomposição no Domínio da Frequência.....	51
Tabela 4.6 - Frequências ajustadas obtidas através do Método da Decomposição no Domínio da Frequência	53
Tabela 4.7 - Propriedade da viga de aço.....	55
Tabela 4.8 - Tipos de Carregamentos Testados	56
Tabela 4.9 - Frequências obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência	59
Tabela 4.10 - Taxas de amortecimento obtidas pelo método de meia potencia....	60
Tabela 4.11 - Frequência obtidas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência.....	66
Tabela 4.12 - Taxas de amortecimento obtidas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência	66
Tabela 4.13 - Propriedades Físicas e Geométricas da Viga Engastada-Livre.....	68
Tabela 4.14 - Taxas de amortecimento identificadas utilizando método de meia potência	73
Tabela 4.15 - Comparação entre valores teóricos e o Método Básico no Domínio da Frequência.....	74
Tabela 4.16 - Comparação entre valores teóricos e o Método de Decomposição no Domínio da Frequência	80

Tabela 4.17 -Taxas de amortecimento identificadas utilizando método de meia potência para o ensaio	83
Tabela 4.18 - Comparação entre valores teóricos e o Método Básico no Domínio da Frequência para o ensaio	84

LISTA DE SÍMBOLOS

α, β	coeficientes de proporcionalidade
δ	Decremento logaritmo
γ_{ij}^2	função de coerência
γ_k^T	fator de escala modal
φ_k	vetor de deslocamento modal
λ_k	pólo
ω	frequência angular
ξ	taxas de amortecimento em porcentagem
d_k	um valor escalar constante
l, j	índices que variam de 1 a n
t	tempo
v	vetor de deslocamento
\dot{v}	vetor de velocidade
\ddot{v}	vetor de aceleração
\hat{v}	vetor que caracteriza a forma de vibração da estrutura
ANPSD	<i>Average Normalized Power Spectral Density</i> (Espectro normalizado médio)
C	Matriz de amortecimento
EFDD	<i>Enhanced Frequency Domain Decomposition</i>
FDD	<i>Frequency Domain Decomposition</i> (Decomposição no Domínio da Frequência)
F_s	Frequência de amostragem
FRF	Função Resposta em Frequência
FRI	Função Resposta ao Impulso
G	densidade espectral de potência
K	Matriz de Rigidez
PP	<i>Peak Picking</i> (Método de Seleção de Picos ou Método

Básico no Domínio da Frequência)

PSD *Power Spectral Density* (Densidade espectral de potência)

MAC *Modal Assurance Criterion*

M Matriz de massa

NR Nível de ruído

R função de correlação

R_k resíduo

RMS Raíz média quadrática

S função de densidade espectral

Sub(ω) subconjunto de modos

T função de transferência

1GDL um grau de liberdade

RESUMO

O processo de avaliação dinâmica estrutural consiste em realizar ensaios vibratórios em estruturas e, a partir das respostas encontradas, obter as propriedades dinâmicas, que são as frequências naturais, os modos de vibração e o amortecimento. Este procedimento, conhecido como Análise Modal Experimental, permite a validação do modelo numérico adotado, enriquecer o conhecimento sobre o comportamento dinâmico ou ainda acompanhar o estado da obra. Neste contexto insere-se o presente trabalho e propõe a apresentação e a implementação computacional de dois métodos de identificação modal: o Método de Seleção de Picos também conhecido como Método Básico no Domínio da Frequência (*Peak Picking* – PP) e o Método da Decomposição no Domínio da Frequência (*Frequency Domain Decomposition* – FDD), que são métodos baseados apenas nas respostas da estrutura. Para demonstrar a eficiência destes métodos foram analisados exemplos com dados simulados numericamente e também dados experimentais. Os resultados obtidos foram comparados com resultados teóricos analíticos e também de outros autores e mostraram que os métodos avaliados são bastante promissores, especialmente no que diz respeito a determinação das frequências naturais e modos de vibração.

Palavras-chave: Identificação Modal, Decomposição no Domínio da Frequência, Análise Modal Experimental, Dinâmica das Estruturas

ABSTRACT

The structural dynamics identification process consists in to perform vibrations tests in structures and, using the obtained responses, to find dynamics properties, such as natural frequencies, damping rates and mode shapes. This procedure, which is called Experimental Modal Analysis, permits to validate the adopted numerical model, to enhance the knowledge about dynamic behavior or to monitor the integrity of the structures. The present work is inside this context and proposes the study and the implementation of two modal identification methods, the Peak Picking Method (PP) and the Frequency Domain Decomposition (FDD) which are output-only methods. In order to demonstrate the efficiency of these methods, some examples are evaluated with simulated and experimental data. The results were compared with theory and results of others authors and show that the proposed methods are very promising, especially regarding the estimation of natural frequencies and mode shapes.

Keywords: Modal Identification, Frequency Domain Decomposition, Experimental Modal Analysis, Dynamics of Structures

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A engenharia estrutural enfrenta um problema interessante no que diz respeito à observação do comportamento estrutural das suas edificações. De um lado, estruturas que estão há muito tempo em serviço e, por outro, estruturas modernas, cada vez maiores, complexas e arrojadas. Além disso, têm-se máquinas e equipamentos que devem trabalhar com velocidades cada vez maiores. Tais fatos têm exigido o desenvolvimento de técnicas que possam identificar os parâmetros necessários tanto para o dimensionamento quanto para a análise do desempenho e integridade da estrutura ao longo da vida útil.

Assim, cada vez mais são utilizadas técnicas capazes de reproduzir com maior número possível de detalhes os mais variados tipos de sistemas estruturais. Tais técnicas visam reproduzir modelos que sejam capazes de representar não somente o comportamento estático da estrutura, mas também o comportamento dinâmico.

No contexto da análise dinâmica, inúmeras metodologias de trabalho têm sido desenvolvidas. Dentre estas, os modelos baseados na resposta dinâmica das estruturas têm sido considerados uma valiosa ferramenta, pois fornecem informações essenciais para avaliação estrutural.

O processo de avaliação dinâmica estrutural consiste em realizar ensaios ou testes vibratórios sobre as estruturas reais, Estes ensaios possuem múltiplas finalidades, dentre elas pode-se citar (CREMONA, 2001):

- **Enriquecer o conhecimento sobre o comportamento dinâmico das estruturas.** Por meio destes ensaios pode-se verificar se a resposta da estrutura está de acordo com aquela prevista pelo modelo numérico. A comparação entre as respostas numéricas e as experimentais auxilia na compreensão do funcionamento da estrutura, na definição das margens de

segurança, na adoção de hipóteses menos restritivas e na redução dos coeficientes de segurança;

- **Verificar as escolhas da modelização da estrutura.** Os modelos numéricos podem repousar em hipóteses, como o caráter proporcional do amortecimento, que necessitam ser validadas. Além disso, a complexidade de determinadas estruturas muitas vezes dificulta na criação de um modelo numérico apropriado que prediz o seu comportamento dinâmico;
- **Acompanhar o estado da obra por meio de medições sistemáticas de sua resposta dinâmica.** As modificações provocadas pela degradação dos parâmetros dinâmicos de massa, rigidez e amortecimento devem conduzir a mudanças no comportamento vibratório. Esta capacidade de avaliar a integridade da estrutura é ainda um assunto delicado e muitas pesquisas na área têm sido realizadas.

As medições das vibrações em estruturas auxiliam, portanto, na estimativa dos parâmetros do modelo que são as frequências próprias de vibração, coeficientes de amortecimento e formas de vibrar. São esses parâmetros que descrevem o seu comportamento dinâmico e, considerando estruturas com comportamento mecânico linear, este tipo de estudo é conhecido como análise modal experimental. Alternativamente, estas estimativas podem ser feitas de forma numérica através do Método dos Elementos Finitos. Todavia, a primeira forma de se fazer a identificação modal tem chamado a atenção de engenheiros e pesquisadores nos últimos anos, pois é fundamentada em modelos matemáticos, que permitem o estudo e a identificação das características dinâmicas de um sistema estrutural em serviço.

A prática dos ensaios de vibração em estruturas encontra nos avanços tecnológicos e numéricos importantes aliados. A história de ensaios dinâmicos acompanha a evolução dos equipamentos de aquisição de dados, do controle dos ensaios com a escolha das fontes de excitação e da interpretação dos resultados com o tratamento dos sinais obtidos (CREMONA, 2001). Nesses ensaios, uma

das principais preocupações está na escolha da fonte de excitação da estrutura, que, obviamente, deve ser capaz de fazê-la vibrar. Essas excitações podem ser controláveis ou não. As excitações não controláveis dizem respeito às excitações ambientes provenientes, por exemplo, do tráfego de veículos e de pedestres e do vento natural.

A escolha de uma fonte ou outra de excitação depende de inúmeras variáveis e cada uma apresenta seu conjunto de vantagens e de desvantagens. A utilização de uma excitação controlada, por exemplo, permite reconstituir as funções de transferência do sistema, mas obriga que a estrutura seja fechada temporariamente à circulação de pedestres e ao tráfego, para que não contaminem as repostas aos ensaios forçados. Por outro lado, ensaios realizados sob excitações ambientes permitem, primeiramente, utilizar uma fonte de energia importante e significativa para o sistema estudado. O fato de se utilizar dados obtidos em condições reais de carregamento, o que difere significativamente das condições de um teste de laboratório, proporciona uma avaliação real do comportamento do sistema sob influência das condições ambientais.

Desta forma, os ensaios sob excitações ambientes têm sido cada vez mais empregados. Como a excitação é desconhecida, adota-se a hipótese básica de que as solicitações representam um processo estacionário e estocástico com uma densidade espectral potente e suficientemente rica, ou seja, com uma banda de frequências suficientemente larga para que todas as frequências próprias pertinentes da estrutura sejam excitadas.

Assim, pesquisadores sobre o assunto têm procurado desenvolver metodologias de identificação dinâmica que se baseiam somente na resposta da estrutura, sem o conhecimento prévio das fontes de excitação. Esta é uma alternativa interessante visto que permite a identificação de parâmetros da estrutura sob excitação ambiente e em serviço.

1.1. Objetivo

O presente trabalho insere-se no contexto da identificação dinâmica e investiga o desempenho de dois métodos de identificação dinâmica baseados somente na resposta da estrutura, que são o Método Básico no Domínio da Frequência, também conhecido Método de Seleção de Picos (*Peak Picking* – PP) e o Método de Decomposição no Domínio da Frequência em sua versão melhorada (*Frequency Domain Decomposition* – FDD).

Pretende-se, portanto, apresentar os aspectos teóricos e da implementação computacional destes métodos, além da validação dos mesmos por meio de exemplos com dados simulados computacionalmente e também com dados experimentais.

1.2. Motivação

Face aos crescentes problemas estruturais observados em edificações em serviço, existe na comunidade acadêmica internacional uma constante preocupação com a observação da integridade e do acompanhamento do comportamento das estruturas. Além disso, muitas vezes há a necessidade de se verificar a validade do modelo numérico adotado ou, ainda, quando não é possível a adoção de um modelo numérico adequado, de se utilizar dados experimentais no intuito de se conhecer o comportamento de determinadas estruturas.

Desta forma, pesquisadores na área são motivados a desenvolver modelos e técnicas de identificação de parâmetros modais mais eficientes e que possam ser utilizados para a análise de desempenho e integridade de sistemas estruturais. Contudo, pesquisas desta natureza constituem um desafio para os cientistas que buscam cada vez mais o aprimoramento e otimização dos recursos tecnológicos necessários. O recurso de se utilizar as excitações ambientes, por exemplo, tem-se mostrado bastante eficaz.

Se de um lado a comunidade acadêmica internacional há muitos anos está desperta para o problema, no Brasil esta realidade é bem diferente. Segundo FREITAS (2008), no País nota-se que a Análise Modal baseada apenas nas respostas é ainda incipiente. Acredita-se que esta é uma área de grande interesse e que apresenta um potencial de aplicação muito vasto tanto em estruturas mecânicas como em estruturas de engenharia civil.

1.3. Organização da Dissertação

A fim de uma melhor percepção do conteúdo apresentado neste trabalho é feita a seguir uma sucinta descrição de cada capítulo.

Assim, no Capítulo 2 faz-se um breve histórico e a revisão dos métodos de identificação modal mais citados na literatura.

No Capítulo 3 são apresentados os principais conceitos teóricos necessários para a implementação do Método Básico no Domínio da Frequência e do Método da Decomposição no Domínio da Frequência.

Já no Capítulo 4, a fim de demonstrar as principais potencialidades dos métodos de identificação modal implementados, são avaliados exemplos com dados simulados e também experimentais. Os resultados obtidos são comparados como modelos teóricos e também com de outros autores.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões sobre todo o trabalho realizado e as propostas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

As características modais de uma estrutura podem ser obtidas analiticamente ou experimentalmente através de Análise Modal Experimental. Nos itens a seguir é feita uma explanação de cada um desses métodos, com ênfase ao segundo, visto que será objeto de estudo desta dissertação.

2.1. Identificação das Características Dinâmicas para um Sistema de Vários Graus de Liberdade

A definição das equações de equilíbrio dinâmica parte do sistema com n graus de liberdade, mostrado na Figura 2.1.

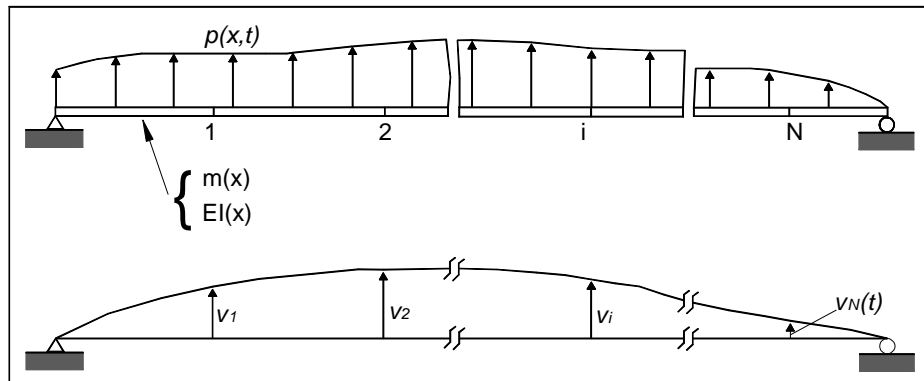


Figura 2.1 - Estrutura com vários graus de liberdade

Para este sistema a equação fundamental da dinâmica é definida por:

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = f(t) \quad (2.1)$$

A variável \mathbf{v} é função do tempo e da posição da seção, logo $\mathbf{v}=\mathbf{v}(x, t)$. Assim, \mathbf{v} , $\dot{\mathbf{v}}$ e $\ddot{\mathbf{v}}$ representam os vetores deslocamento, velocidade e aceleração dos n graus de liberdade, respectivamente. Pode-se definir também que \mathbf{M} é matriz de massa, \mathbf{C} a matriz de amortecimento, \mathbf{K} a matriz de rigidez e \mathbf{f} o vetor de forças externas, definido em função de tempo.

Segundo CLOUGH e PENZIEN (1993), as estruturas civis apresentam baixo amortecimento, logo os valores de frequências amortecidas são muito próximos aos valores de frequências não amortecidos. Então, considerando a estrutura em vibração livre e desprezando o amortecimento obtém-se a equação (2.2).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = 0 \tag{2.2}$$

A solução para o sistema livre não amortecido é a seguinte,

$$\mathbf{v}(t) = \hat{\mathbf{v}}\text{sen}(\omega t + \theta) \tag{2.3}$$

em que $\hat{\mathbf{v}}$ representa um vetor que caracteriza a forma de vibração da estrutura e θ representa o ângulo de fase.

Substituindo a equação (2.3) na equação (2.2), e sua segunda derivada em relação ao tempo, tem-se, após algumas simplificações matemáticas a equação (2.4):

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}]\hat{\mathbf{v}} = 0 \tag{2.4}$$

A equação (2.4) é um problema de autovalor generalizado, em que os autovalores representam frequências naturais, e os correspondentes autovetores representam os modos de vibração. Obtêm-se, desta forma, as características dinâmicas que são as frequências naturais e modos de vibração para um sistema discreto.

Através da formulação de Rayleigh mostrada na equação (2.5) e que pode ser encontrada em CLOUGH e PENZIEN (1993), na qual a matriz de amortecimento (**C**) é considerada proporcional as matrizes de massa e rigidez, pode-se obter a matriz de amortecimento e então, a partir da equação (2.6), na qual ω_n representa as frequências naturais em radianos por segundo, pode-se obter as taxas de amortecimento (ξ).

$$C = \alpha \cdot M + \beta \cdot K \quad (2.5)$$

$$\xi = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_n} + \frac{\beta \cdot \omega_n}{2} \quad (2.6)$$

2.2. Análise Modal Experimental

Os primeiros testes dinâmicos foram realizados depois da Segunda Guerra Mundial. A construção de aeronaves contribuiu para o seu desenvolvimento, pois estes testes foram realizados a fim de compreender os fenômenos que levavam a falhas quando as aeronaves eram submetidas a cargas repetidas (CREMONA, 2002).

O estudo da análise modal teve um grande crescimento nas últimas décadas quando surgiram e aperfeiçoaram-se inúmeros métodos de identificação modal, tanto no domínio do tempo quanto da frequência. Vários textos trazem em seu escopo esses métodos (EWINS, 1984; ALLEMANG, 1987; MAIA e SILVA, 1997; ASMUSSEN, 1997; ALLEMANG e BROWN, 1998; HE e FU, 2001).

Os métodos clássicos para análise modal são baseados em modelos matemáticos que permitem estabelecer uma relação entre a entrada (*input*) e resposta (*output*) de sinais que são adquiridos em ensaios realizados em laboratório (modelo reduzido) ou no campo (estrutura real) com a estrutura em operação, em função das características dinâmicas da estrutura.

A relação *input-output* é calculada a partir das excitações e respostas capturadas em pontos específicos, determinados previamente. Assim é obtido um

conjunto de funções complexas, que representam as funções de transferência H_{ij} , entre a força de excitação no ponto j e a resposta no ponto i da estrutura. As funções de transferência representadas no domínio do tempo são chamadas de FRI (Funções de Resposta ao Impulso) e no domínio da frequência de FRF (Funções de Resposta em Frequência). Assim, os parâmetros dinâmicos podem ser estimados tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Existem também os métodos que são baseados no domínio tempo-frequência. Segundo LJUNG e GLOVER (1981) *apud* ARAGÃO FILHO (2008) os métodos no domínio do tempo não devem competir com os métodos no domínio da frequência, pois estes devem compor uma estrutura complementar de estimativa, aliando a visão global da análise espectral com a precisão instantânea da análise temporal.

Nos métodos experimentais convencionais as estruturas são excitadas artificialmente através de dispositivos de excitação que podem ser martelos instrumentados, excitadores eletromagnéticos ou mecânicos e outros, para que sejam obtidas as FRFs. A Figura 2.2 mostra alguns desses equipamentos. Todavia, devido à necessidade de excitação artificial e de se conhecer a entrada e a saída para a construção das FRFs, esses tipos de ensaios geralmente são realizados em laboratório com condições controladas, limitando tais métodos (BORGES, 2006).

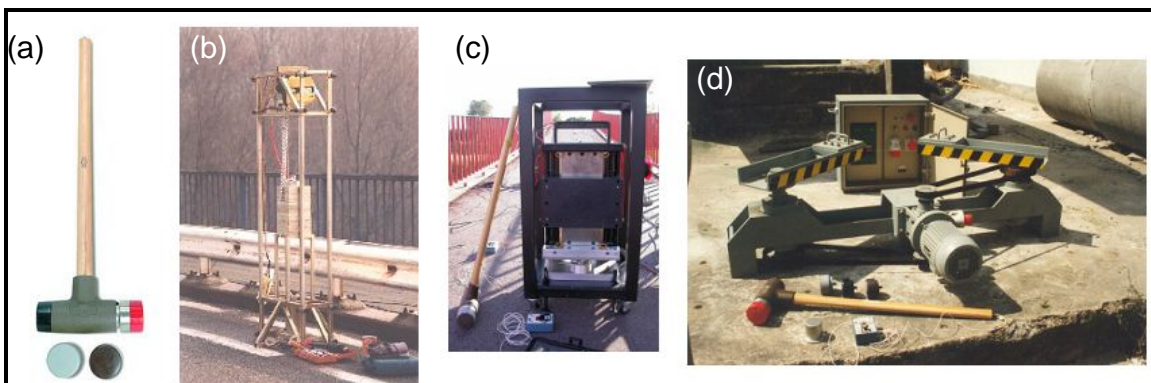


Figura 2.2 – (a) Martelo de Impacto; (b) Equipamento para excitação de impacto em pontes; (c) Excitador eletrodinâmico; (d) Excitador mecânico de massas excêntricas, Martelo de impacto e acelerômetro PCB (CUNHA *et al.*, 2006)

A análise modal operacional é uma técnica utilizada quando, por algum motivo, torna-se difícil a excitação de uma estrutura, seja pelo seu tamanho, pelo difícil acesso ou por ser inviável financeiramente. Algumas vezes é complicado fazer a excitação de uma estrutura com um martelo ou um excitador, de tal forma que a resposta obtida seja mais significativa que a de fatores ambientais, tais como estruturas submetidas ao efeito de vento, ondas, tráfego ou até mesmo seu próprio maquinário. Diante deste fato e das limitações impostas por métodos convencionais, cada vez mais estão sendo estudados e desenvolvidos métodos baseados apenas na resposta da estrutura. Estes métodos apresentam vantagens como, por exemplo, a utilização de dados de carregamentos obtidos em condições reais de operação, diferente do que acontece em métodos convencionais obtidos em laboratório, permitindo assim uma avaliação do sistema submetido a condições ambientais (NUNES JR., 2006).

Se por um lado estes métodos apresentam algumas vantagens, por outro vem acompanhado de algumas dificuldades. A principal delas diz respeito à obtenção das FRFs de forma indireta já que a entrada não é medida. Assim, não é possível estimar os parâmetros a partir das FRFs diretamente. Entretanto, é assumido que as forças que atuam no sistema sejam do tipo banda larga. Portanto, os dados passam a ser tratados estatisticamente por meio de médias, variâncias, desvio padrão, etc.

A atual literatura apresenta uma grande variedade de métodos de identificação modal, os quais podem ser classificados de acordo com vários aspectos (CUNHA *et al.*, 2006), tais como:

- domínio de aplicação, tempo ou frequência;
- tipo de formulação, indireta ou modal e direta;
- número de modos analisados, um grau de liberdade (*Single Degree of Freedom – SDOF*) ou inúmeros graus de liberdade (*Multi Degree of Freedom – MDOF*);
- número de entradas e saídas analisadas: uma entrada e uma saída (*Single Input Single Output – SISO*); uma entrada e várias saídas (*Single Input*

Multi Output – SIMO); várias entradas e várias saídas (*Multi Input Multi Output – MIMO*); várias entradas e uma saída (*Multi Input Single Output – MISO*)

Em geral, os métodos no domínio do tempo são numericamente mais estáveis para grandes faixas de frequências ou para grande número de modos. Os métodos no domínio da frequência são superiores quando efeitos residuais de modos acima ou abaixo da frequência de interesse necessitam ser incluídos. (ALLEMANG e BROWN, 1987).

Dentre os métodos clássicos no domínio do tempo, pode-se citar a Exponencial Complexa (*Complex Exponential – CE*), Exponencial Complexa por Mínimos Quadrados (*Least-Squares Complex Exponential – LSCE*), Método de Polireferência de Exponencial Complexa (*Polyreference Complex Exponential – PRCE*), Método de Ibrahim (*Ibrahim Time Domain – ITD*), Algoritmo de Realização de Auto-Sistema (*Eigen System Realization Algorithm – ERA*) e Modelos Autoregressivos de Média Móvel (*Autoregressive Moving-Average – ARMA*) – EWINS(1984), MAIA e SILVA (1997) e HE e FU (2001).

No domínio da frequência pode-se citar os métodos Amplitude de Pico (*Peak Amplitude*), Ajuste de Curva (*Curve-Fit*) e Método inverso (*Inverse Method*), (EWINS, 1984; HE e FU, 2001) como métodos de um único grau de liberdade (SDOF). Pode-se também citar Fração Racional Polinomial (*Rational Fraction Polynomial – RFP*) (HE e FU, 2001), Método da Exponencial Complexa no Domínio da Frequência (*Complex Exponential Frequency Domain – CEFD*), Método de Polireferência no Domínio da Frequência (*Polyreference Frequency Domain – PRFD*), (MAIA e SILVA, 1997) como métodos de vários graus de liberdade.

Ainda existe muita pesquisa nesta área a ser realizada, apesar do assunto ter alcançado a sua maturidade. A maioria dos métodos é baseada na relação que existe entre a entrada e a saída, as chamadas funções de transferência. Os métodos baseados apenas na resposta são mais recentes. Citam-se, por exemplo, os trabalhos de BRINCKER *et al.* (2000); BRINCKER *et al.* (2001); PEETERS e DE ROECK (2001); ZHANG *et al.* (2005).

Os métodos de identificação modal baseados apenas na resposta têm despertado um crescente interesse da comunidade científica por vários motivos, tais como, a dificuldade e/ou custo para excitar estruturas de grande porte. Há outros casos nos quais surgem problemas devido a não linearidades introduzidas por um nível de resposta muito elevado por empregar métodos artificiais de excitação.

Assim ao longo dos últimos anos os métodos de identificação modal operacionais, que são baseados apenas nas respostas temporais da estrutura, ou como são conhecidos na literatura inglesa “*output only*” tiveram um progresso significativo. Foram desenvolvidos novos métodos, cada vez mais precisos e que são poderosas ferramentas de identificação modal. Alguns dos quais se apresentam implementados em *softwares* com interfaces amigáveis, como por exemplo o ARTEMIS (SVS) desenvolvido por pesquisadores da Universidade de Aalborg na Dinamarca, funciona em ambiente *windows*, e apresenta métodos como FDD, SSI-COV e SSI-DATA. Outro programa é o MACEC, uma “*toolbox*” do *Matlab* desenvolvida por PEETERS (2000) na Universidade Católica de Leuven que contém os métodos SSI-COV e SSI-DATA.

Cury (2008) desenvolveu na Universidade de Juiz Fora (Brasil) uma aplicação disponível na rede mundial de computadores denominada MIDAS (*Modal Identification of Deformable Systems* – www.midas.ufjf.br). Para este sistema, que foi implementada em linguagem *Java* com o objetivo de realizar a identificação modal a partir de dados obtidos em ensaios dinâmicos e enviados pela internet. Nesta aplicação foi utilizado o Método de Ibrahim aliado a técnica do Decremento Aleatório (UFJF,2009).

Existem dois grupos principais de métodos de identificação modal operacional: métodos não paramétricos desenvolvidos no domínio da frequência e os métodos paramétricos que são desenvolvidos no domínio do tempo. CUNHA *et al.* (2006) apresentam um esquema semelhante ao de RODRIGUES (2004) mostrado na Figura 2.3 em que esta divisão fica evidenciada. Neste esquema também estão apresentadas as principais técnicas numéricas aplicadas, que são:

transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* – FFT), decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition* – SVD), ajuste por mínimos quadrados (*Least Squares Fitting* – LS), decomposição em autovetores (*Eigenvector Decomposition* – EVD) e decomposição ortogonal (*Orthogonal Decomposition* – QR).

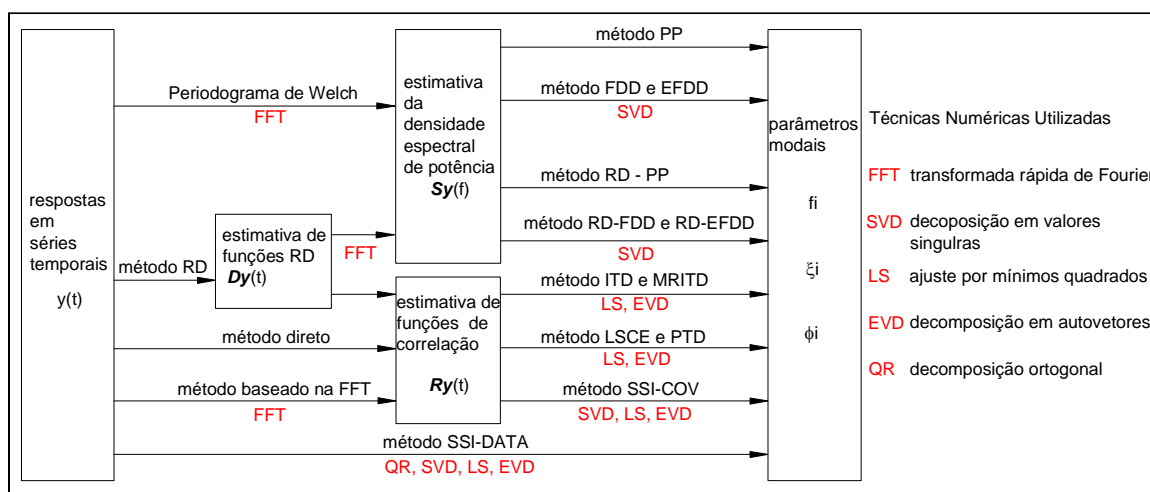


Figura 2.3 - Representação esquemática dos métodos de identificação modal operacionais (Adaptado de Cunha et al., 2006)

Nas seções a seguir apresenta-se uma breve revisão sobre os métodos de identificação modal baseados apenas na resposta, no domínio do tempo e da frequência.

2.2.1. Métodos de Identificação modal no domínio do tempo

Os métodos de identificação no domínio do tempo envolvem a escolha de um modelo matemático apropriado, a fim de idealizar o comportamento estrutural dinâmico. Estes geralmente são modelos estocásticos discretos de espaço de estado, modelos autorregressivos de média móvel (*Autoregressive Moving-Average* – ARMA), em que os parâmetros modais são identificados ajustando-se tanto quanto possível os dados experimentais, seguindo critérios apropriados.

Uma técnica muito conhecida no domínio do tempo é a técnica modelo autoregressivo de média móvel (ARMA). Esta técnica é fundamentada na teoria de séries temporais e foi inicialmente aplicada a problemas de engenharia elétrica e automação, sendo posteriormente transferida com sucesso a análise modal experimental.

Os parâmetros do modelo estrutural ARMA guardam informações relativas à dinâmica do sistema, uma vez que estes estão relacionados com a covariância equivalente do sistema e ao processo de excitação. Infelizmente os parâmetros de médias móveis (*Moving-Average* – MA) causam problemas de não-linearidade além de problemas de convergência, alta sensibilidade às condições iniciais e excessiva carga computacional (PEETERS e DE ROECK, 2001).

Os métodos baseados em modelos de espaço de estado surgem como alternativa aos métodos baseados em modelos ARMA. Assim VAN OVERSHEE e DE MOOR (1996) desenvolveram uma ferramenta denominada identificação estocástica de subespaço (*Stochastic Subspace Identification* – SSI). Esta técnica é baseada na identificação do subespaço, na qual é feita uma redução no conjunto de estados do sistema e só então o modelo em espaço de estado é identificado a partir do subconjunto encontrado.

JAMES (1993) propôs um método conhecido como Técnica de Excitação Natural (*Natural Excitation Technique* – NExT). Esta técnica é baseada no princípio das funções de correlação (*Correlation Functions* – COR), onde sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) medidas sob condições ambiente, podem ser expressas como uma soma de senoides amortecidas. Para os parâmetros modais de cada seno amortecido são identificados os correspondentes modos de vibração estruturais. Assim vários métodos clássicos como PRCE, ITD e ERA podem ser utilizados para identificação modal usando COR em vez FRIs.

Uma das principais desvantagens dos métodos baseados no domínio do tempo é que estes necessitam de uma estimativa inicial do número de modos contidos nos sinais observados, apesar das estruturas terem inúmeras frequências

e modos de vibração, o que restringe a análise a uma faixa de frequência observada.

2.2.2. Métodos de Identificação Modal no Domínio da Frequência

A técnica clássica de identificação dos parâmetros modais conhecidas como método da escolha de pico ou (*Peak Picking* – PP), foi implementado por FELBER (1993). Este método é baseado na construção da média normalizada de densidade espectral de potência (Average Normalized Power Spectral Densities – ANPSD), que é um parâmetro estatístico.

Este método pode ser idealizado assumindo que a estrutura é excitada através de um ruído branco, isto é, um processo estocástico com intensidade espectral constante em todas as frequências, o que permite identificar os picos dos espectros de potência das respostas com os picos das funções de resposta em frequência, podendo, a partir destes, serem estimadas as frequências naturais da estrutura.

A técnica fornece uma razoável estimativa se os modos forem bem separados, porém se os modos forem próximos o método pode apresentar alguma dificuldade na identificação, contaminando a estimativa. Outro problema é a incerteza na estimativa do amortecimento.

Uma nova técnica denominada Decomposição no Domínio da Frequência (*Frequency Domain Decomposition* – FDD) foi desenvolvida para resolver os problemas encontrados na técnica clássica (*Peak Picking*). O método FDD é baseado na decomposição em valores e vetores singulares usando decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition* – SVD) (BRINKER *et al.*, 2000). A matriz de densidade espectral é decomposta para a contribuição dos diferentes modos da estrutura em que cada pico de frequência contribui para a resposta do sistema. Neste caso, o primeiro vetor singular para o pico de frequência do k-ésimo modo é a própria estimativa deste modo, e a partir da análise dos valores singulares é possível identificar a função de densidade

espectral relacionada com um dado grau de liberdade correspondente ao k-ésimo modo de vibrar do sistema.

O método FDD foi subseqüentemente melhorado, no qual foi acrescentado o uso dos coeficientes MAC-valores (*Modal Assurance Criterion* – MAC) para identificação da função de densidade espectral relacionada com um grau de liberdade correspondente ao k-ésimo modo de vibrar, o que permite a identificação do amortecimento com maior precisão (BRINKER *et al.* 2001). O método ficou então conhecido como Método Melhorado de Decomposição no Domínio da Frequência (*Enhanced Frequency Domain Decomposition* – EFDD), apesar de alguns autores o citarem como FDD.

Os métodos no domínio da frequência apresentam algumas vantagens quando comparados com os métodos no domínio do tempo. Uma delas é a facilidade de interação com o usuário, além da rapidez e da simplicidade de utilização. Assim, devido a tais vantagens optou-se neste trabalho pela implementação computacional do Método Básico no Domínio da Frequência e do Método da Decomposição no Domínio da Frequência em sua versão melhorada, Apesar de já existirem programas comerciais, como o ARTeMIS (SVS) por exemplo, a implementação possibilita o controle total sobre os parâmetros de identificação

CAPÍTULO 3

MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste trabalho foram implementados o Método Básico no Domínio da Frequência e o Método Melhorado de Decomposição no Domínio da Frequência, que será citado nos próximos tópicos como Decomposição no Domínio da Frequência. Estes foram apresentados no capítulo anterior e a sua escolha se deve, principalmente, as vantagens por eles oferecidas. Salienta-se que ambos são métodos de identificação modal do tipo *output-only*, ou seja, necessitam apenas do conhecimento das respostas para que sejam identificadas as propriedades modais de uma estrutura. Desta forma, nesta seção apresentam-se os conceitos teóricos necessários para a sua compreensão.

3.1. Densidade Espectral de Potência

Considere dois sinais aleatórios, estacionários e ergóticos, como mostrado na Figura 3.1.

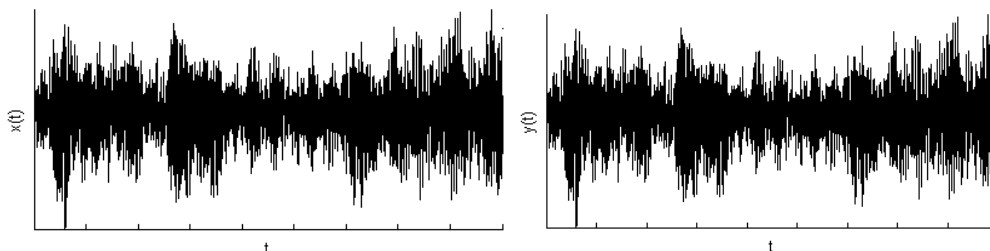


Figura 3.1 - Sinal Aleatório, estacionário e ergótico

As funções de autocorrelação de um sinal aleatório $x(t)$ medem a velocidade com a qual um sinal muda no domínio do tempo (RAO, 2008). Para se obter a função de autocorrelação toma-se o valor do sinal em determinado instante t e subseqüentemente em um instante $(t + \tau)$, então se calcula para cada uma das realizações do processo o produto entre os dois valores. Por fim obtém-se a média desses produtos. Assim, a função de autocorrelação é obtida através da equação 3.1.

$$R_{xx}(t, t + \tau) = E[x(t) \cdot x(t + \tau)] \quad (3.1)$$

Esse conceito pode ser estendido a dois sinais diferentes, por exemplo, $x(t)$ e $y(t)$, obtendo-se assim as funções de correlação cruzada, definidas pela equação (3.2).

$$R_{xy}(t, t + \tau) = E[x(t) \cdot y(t + \tau)] \quad (3.2)$$

Admite-se que o processo é aleatório estacionário, pois suas características são independentes do instante temporal, e ergótico, pois os parâmetros estatísticos avaliados para diferentes realizações, em um determinado instante de tempo, é igual aos mesmos parâmetros estatísticos avaliados apenas numa realização ao longo do tempo. A função de autocorrelação contém apenas uma realização k defasada de um instante de tempo τ , podendo ser avaliada pela equação 3.3, em que T representa o período de tempo (MENDES e OLIVEIRA, 2008).

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) dt \quad (3.3)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier a essa função de autocorrelação obtém-se a chamada função de densidade espectral ou auto-espectro definido no domínio da frequência e representada pela equação 3.4.

$$S_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-i\omega \cdot \tau} d\tau \quad (3.4)$$

Os auto-espectros, obtidos pela equação 3.4, são funções reais e medem o conteúdo energético de um sinal em frequência. Um conceito análogo apresentado para as funções de correlação cruzada pode ser aplicado para a obtenção dos espectros cruzados ou funções de densidade espectral de potência cruzada que, ao contrário dos auto-espectros, são funções complexas.

$$S_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-i\omega \cdot \tau} d\tau \quad (3.5)$$

Ao se realizar a transformada inversa de Fourier para as funções de densidade espectral obtêm-se novamente as funções de correlação e correlação cruzada.

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega) \cdot e^{i\omega \cdot \tau} d\omega \quad (3.6)$$

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(\omega) \cdot e^{i\omega \cdot \tau} d\omega \quad (3.7)$$

Outra forma de identificar as funções de densidade espectral é através da multiplicação da transformada de Fourier de um sinal temporal pela transformada de Fourier do conjugado do sinal, dividindo pelo seu tempo de duração T como mostrado pela equação 3.8.

$$S_{ij}(\omega_n) = \frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T} \quad (3.8)$$

Porém, ao se aplicar diretamente a expressão anterior obtém-se estimativas com valores elevados de variância. Pode-se obter melhores estimativas dividindo o sinal em segmentos fazendo posteriormente a média desses segmentos. Todavia, a divisão em segmentos do sinal gera erro de *leakage* e quanto menor o segmento maior o erro devido a *leakage*. Uma forma de se conseguir números razoáveis de segmentos é através da aplicação de sobreposição entre os segmentos. O erro devido a *leakage* também está ligado a descontinuidade do sinal e pode ser atenuado com a adoção de janela de dados, geralmente janelas *Hamming* ou *Hanning*. (MENDES e OLIVEIRA, 2008)

A estimativa das funções de densidade espectral dividindo o sinal em segmentos, aplicação janelas de dados *Hanning*, cálculo da FFT de cada segmento, posterior realização de médias de cada segmento e sobreposição de 2/3. é chamado de periodograma de Welch (WELCH, 1967) e pode ser facilmente aplicado em *softwares* como *Matlab*, utilizando a função *pwelch* para autoespectros e *cpsd* para espectros cruzados.

Devido a propriedades de simetria, a densidade espectral geralmente é representada pela letra G, em vez da letra S, que se refere somente a parte positiva do espectro.

3.2. Método Básico no Domínio da Frequência

Embora outros pesquisadores já a utilizassem há muito tempo para a identificação modal de edifícios (CRAWFORD e WARD, 1964; TRIFUNAC, 1964) e de pontes (ABDEL-GHAFFAR, 1971; MC LAMORE *et al.*, 1972), a técnica clássica de identificação dos parâmetros modais no domínio da frequência, conhecida como Método Básico no Domínio da Frequência ou Método da Seleção de Picos (*Peak Picking* – PP), foi sistematizada por FELBER (1993).

O Método Básico no Domínio da Frequência é baseado no fato de que os parâmetros modais possam ser identificados assumindo que a estrutura é excitada por um ruído branco gaussiano, um processo estocástico com intensidade espectral em todas as frequências.

As frequências naturais de vibração podem ser identificadas através dos picos de ressonância do espectro normalizado médio (*Average Normalized Power Spectral Density* – ANPSD), que pode ser obtido pela normalização dos auto-espectros (espectros encontrados na diagonal principal da matriz de densidade espectral), pelo somatório total dos valores das ordenadas de cada espectro, assim como apresentado na equação 3.9.

$$\text{NPSD}_i(\omega_n) = \frac{\text{PSD}(\omega_n)}{\sum_{i=1}^N \text{PSD}(\omega_n)} \quad (3.9)$$

Nesta equação $\text{PSD}(\omega_n)$, denota a densidade espectral de potência (*Power Spectral Density* – PSD) para valores discretos de frequência. Após a normalização faz-se a média do espectro normalizado pelo número de graus de liberdade analisados (n_{GL}), de acordo com a equação 3.10.

$$\text{ANPSD}(\omega_n) = \frac{1}{n_{GL}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{GL}} \text{NPSD}_i(\omega_n) \quad (3.10)$$

Para confirmar se as frequências identificadas pelos picos do ANPSD são realmente frequências de vibração da estrutura e não deformações locais ou picos provocados por ruído, pode-se utilizar as funções de coerência representadas na equação 3.12 em que são avaliados valores entre 0 e 1. Nas funções de coerência valores próximos a unidade revelam um elevado grau de linearidade entre os sinais medidos, significando que os valores de frequência para estas regiões são

frequências de vibração da estrutura, enquanto que valores próximos a zero mostram que existe um elevado nível de ruído.

$$\gamma_{ij}^2(\omega_m) = \frac{|\tilde{S}_{ij}(\omega_m)|^2}{\tilde{S}_{ij}(\omega_m) \cdot \tilde{S}_{ij}(\omega_m)} \quad (3.11)$$

As funções de coerência estão representadas na equação 3.11 por γ_{ij} , onde i e j se referem a graus de liberdade da estrutura enquanto e \tilde{S}_{ij} são elementos da matriz de densidade espectral.

A identificação das configurações modais é feita através da função de transferência que relaciona densidade espectral de um determinado grau de liberdade com a de um grau de liberdade de referência, como apresentado na equação (3.12).

$$T_{j,ref} = \frac{\tilde{S}_{j,ref}(\omega)}{\tilde{S}_{ref,ref}(\omega)} \quad (3.12)$$

Como os espectros cruzados, espectros encontrados fora da diagonal principal da matriz de densidade espectral, são funções complexas, a divisão de qualquer espectro por um espectro cruzado sempre terá como resultado uma função complexa, que pode ser representada por amplitude e fase. Assim, as configurações modais podem ser identificadas tomando o valor da amplitude da função de transferência na frequência identificada no ANPSD como a amplitude do modo de vibração. O sentido será positivo se o valor da fase for zero, ou seja o determinado grau de liberdade está em fase com o grau de liberdade de referência e será negativo se este for 180° , o que indica que os graus de liberdade analisados estão fora de fase. (MENDES e OLIVEIRA, 2008)

Esta técnica fornece a estimativa dos modos vibração operacionais em vez das formas modais exatas, levando a bons resultados se as formas modais são separadas. Todavia, se estas forem próximas, pode haver a sobreposição de formas modais (PEETERS e VENTURA, 2003).

As taxas de amortecimento podem ser obtidas utilizando o método de meia potencia da equação (3.13) em que são utilizadas duas frequências uma anterior f_1 e outra posterior f_2 com o valor da ordenada sendo metade do valor da ordenada do pico de ressonância (CLOUGH e PENZIEN, 1993). Apesar de ser um método de fácil implementação este fica restrito a resolução em frequência, o que implica a adoção de interpolação para a identificação dos pontos requeridos.

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2 \cdot f_i} \quad (3.13)$$

O fluxograma da Figura 3.2 resume as etapas a serem seguidas no método PP.

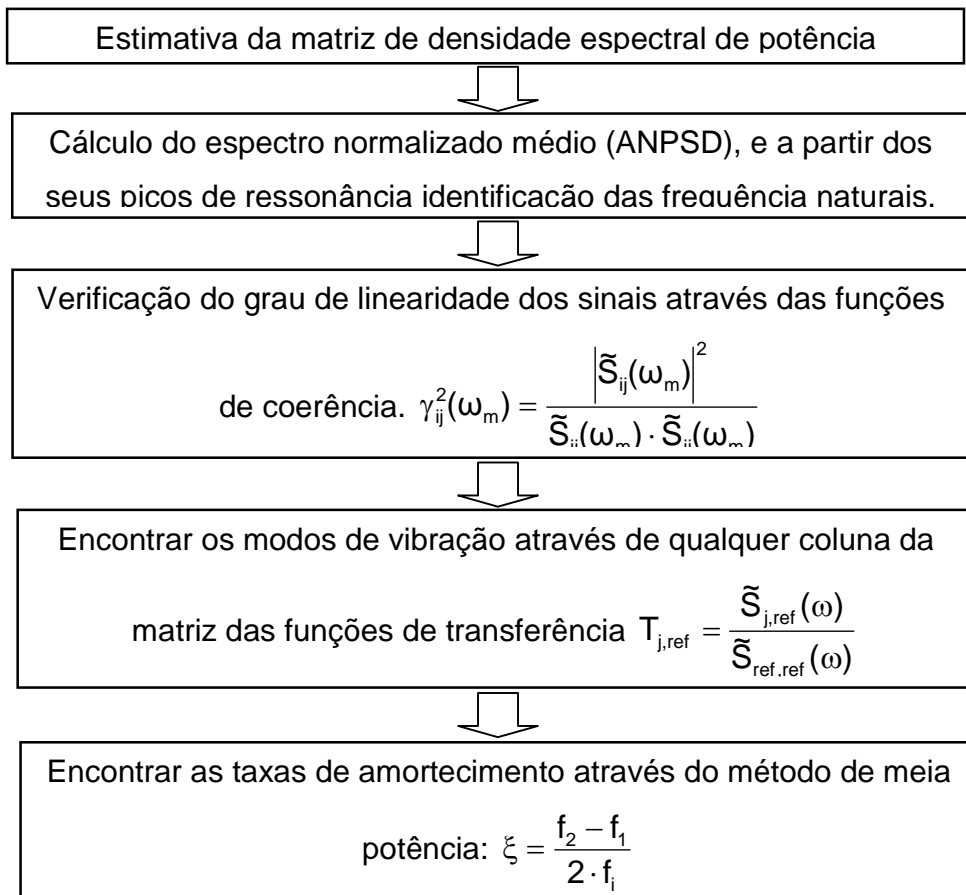


Figura 3.2 Fluxograma do Método Básico no Domínio da Frequência

3.3. Decomposição no Domínio da Frequência

Uma das principais vantagens deste método reside no fato de que a excitação (entrada) do sistema não precisa ser conhecida e as propriedades dinâmicas serão obtidas utilizando apenas a resposta. Desta forma, considera-se que as excitações e as respostas são sinais randômicos, estacionários e ergódicos.

Considerando, então, excitações aleatórias, neste método a relação entre a entrada $x(t)$ desconhecida e a resposta medida $y(t)$ pode ser expressa, por (BENDAT e PIERSOL, 1986, *apud* BRINKER *et al.*, 2000):

$$G_{yy}(j\omega) = \overline{H}(j\omega)G_{xx}(j\omega)H(j\omega)^T \quad (3.14)$$

em que G_{xx} é a matriz de densidade espectral de entrada de ordem $r \times r$, em que r é o número de entradas, G_{yy} é a matriz de densidade espectral de resposta de ordem $m \times m$, onde m é o número de respostas medidas, $H(j\omega)$ é a matriz Função de Resposta em Frequência de ordem $r \times m$, com o sobrescrito T indicando que a matriz é transposta e o símbolo $\overline{}$ sobre o H representa valor complexo conjugado.

A equação (3.14) acima foi desenvolvida a partir da resposta a uma carga de impulso unitária cuja resposta do sistema é conhecida (CLOUGH e PENZIEN, 1993). Esta resposta, quando integrada ao longo de um período infinito e assumindo que o carregamento é composto pela soma de várias cargas infinitesimais (superposição de efeitos), representa a resposta em deslocamento da estrutura a uma excitação aleatória.

A FRF pode ser escrita em forma de frações parciais, equação (3.15).

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{R}_k}{j\omega - \overline{\lambda}_k} \quad (3.15)$$

em que n é o número de modos, λ_k é o pólo e R_k o resíduo definido por:

$$R_k = \varphi_k \gamma_k^T \quad (3.16)$$

Nesta última equação φ_k , γ_k^T são o vetor de deslocamento modal e o fator de escala modal multiplicado pelo vetor de deslocamento modal transposto, respectivamente.

Supondo que a entrada é um ruído branco Gaussiano de média zero, a matriz de densidade espectral de entrada G_{xx} , pode ser tomada igual a uma constante, isto é, $G_{xx}(j\omega) = C$. Então a equação (3.14) torna-se:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{R}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right] \cdot C \cdot \left[\frac{R_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\bar{R}_s}{j\omega - \bar{\lambda}_s} \right]^H \quad (3.17)$$

onde H denota o complexo conjugado. Multiplicando as duas frações parciais por um fator e fazendo uso do teorema de frações parciais, depois de algumas simplificações matemáticas, tem-se a matriz de densidade espectral de saída em função de pólos e resíduos:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (3.18)$$

sendo A_k a k-ésima matriz de resíduo da matriz de densidade espectral de saída. Assim como a matriz de densidade espectral, a matriz de resíduo é de ordem $m \times m$ e é dada pela equação:

$$A_k = R_k C \left(\sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}_s^T}{-\lambda_k - \bar{\lambda}_s} + \frac{R_s^T}{-\lambda_k - \bar{\lambda}_s} \right) \quad (3.19)$$

A contribuição do resíduo k-ésimo modo é dada por:

$$A_k = \frac{R_k C \bar{R}_k^T}{2\alpha_k} \quad (3.20)$$

em que α_k é a parte negativa do pólo $\lambda_k = -\alpha_k + j\omega_k$. Para o caso de sistema pouco amortecido, o termo $[R]_k C [\bar{R}]_k^T$, torna-se dominante, e assim para sistema pouco amortecido, o resíduo torna-se proporcional ao modo de vibrar do sistema.

$$A_k \propto R_k C \bar{R}_k^T = \varphi_k \gamma_k^T C \gamma_k \varphi_k^T = d_k \varphi_k \varphi_k^T \quad (3.21)$$

onde d_k é um valor escalar constante. Para uma frequência ω dada, somente um número limitado de modos contribuirá significativamente para o resíduo, tipicamente um ou dois. Assim, no caso de estrutura levemente amortecida, a densidade espectral de resposta, pode ser escrita, escolhendo conjunto dos modos interesse, denominado $\text{Sub}(\omega)$.

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k \in \text{Sub}(\omega)} \frac{d_k \varphi_k \varphi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\varphi}_k \bar{\varphi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (3.22)$$

Esta é a decomposição modal da matriz espectral. A expressão fornece resultados semelhantes aos obtidos diretamente pela equação 3.14, sob a suposição de um ruído branco de entrada, isto é a diagonal da matriz espectral de entrada.

3.3.1. Determinação dos modos de vibração e amortecimento

No modo de decomposição no domínio da frequência, o primeiro passo para determinar os parâmetros modais é estimar a matriz de densidade espectral. A estimativa da matriz de resposta G_{yy} deve ser conhecida para valores discretos

de frequência $\omega = \omega_i$ e então decomposta em valores singulares (BRINKER *et al.*, 2001).

$$\widehat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^H \quad (3.23)$$

Sendo que $U_i = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}]$ é a matriz unitária formada pelos vetores singulares u_{ij} e S_i é a matriz diagonal contendo os valores singulares s_{ij} da matriz de densidade espectral de saída nas proximidades de um pico correspondente ao k -ésimo modo. Assim de acordo com a teoria do método de decomposição no domínio da frequência, o primeiro vetor singular u_{i1} é uma estimativa para o primeiro modo.

$$\widehat{\phi} = u_{i1} \quad (3.24)$$

e o correspondente valor singular representa a função de densidade espectral de um sistema de um grau de liberdade (1 GL) do correspondente modo. Esta função de densidade espectral é identificada em torno do pico comparando o modo estimado ϕ com os vetores singulares para as frequências em torno do pico para cada linha de frequência.

Quando o vetor singular apresenta uma alta correlação com modo o identificado, este pertence à função densidade do sistema 1 GL. Uma vez identificado à frequência em que nenhum vetor singular possui MAC-valores (ALEMANG, 2003), acima de um dado valor pré-definido, a procura por partes coincidentes com a função de densidade espectral é terminada e as linhas de frequências restantes são completadas com zeros (BORGES, 2006).

A partir de toda ou partes da função de densidade espectral de 1 grau de liberdade, pode-se identificar a frequência natural e o amortecimento do referido modo de vibração, fazendo a transformação da função de densidade espectral do domínio da frequência para o domínio do tempo através da transformada inversa de Fourier.

A partir da identificação da função de densidade espectral de um grau de liberdade correspondente ao k-ésimo modo, pode-se então obter o coeficiente de amortecimento utilizando o conceito decremento logaritmo. Primeiro, são encontrados todos os extremos r_k que correspondem aos picos e vales da função de autocorrelação.

O decremento logaritmo δ é então dado por:

$$\delta = \frac{2}{k} \ln \left(\frac{r_0}{|r_k|} \right) \quad (3.25)$$

no qual r_0 é o valor inicial da função de autocorrelação e r_k é o k-ésimo extremo.

Assim, o decremento logaritmo pode ser obtido por regressão linear, e a taxa de amortecimento pode ser encontrada pela fórmula.

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \quad (3.26)$$

Um procedimento parecido pode ser adotado para a identificação das frequências naturais não amortecidas. Com o uso da regressão linear, obtida a partir de vales e picos obtidos da função de autocorrelação de um grau de liberdade construída para o cálculo do fator de amortecimento, é permitido o cálculo do período e assim a frequência natural amortecida.

De posse do valor da frequência amortecida e do amortecimento é possível encontrar as frequências naturais não amortecidas.

$$f = \frac{f_d}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.27)$$

O fluxograma mostrado na Figura 3.3 resume todas as etapas do método FDD.

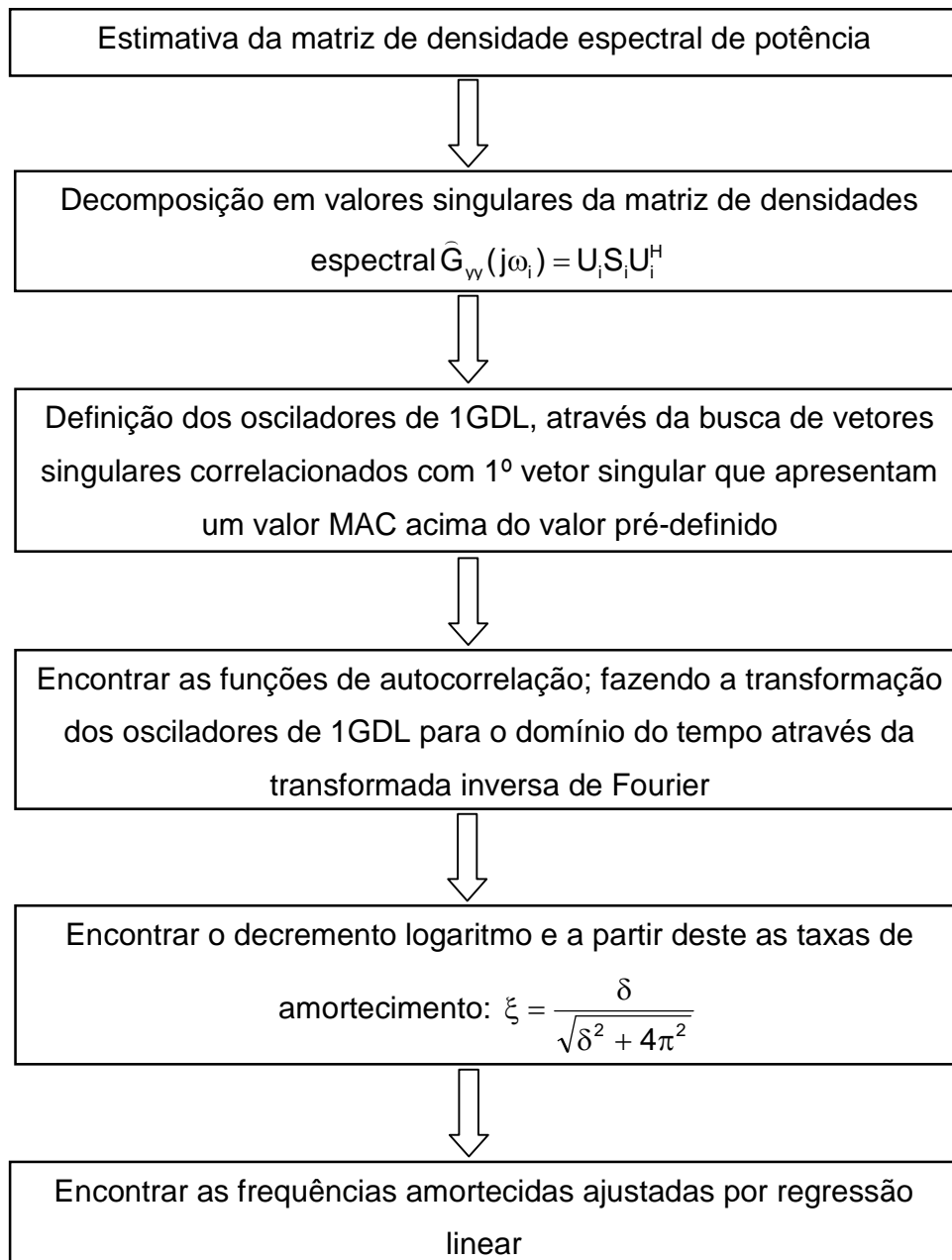


Figura 3.3 Fluxograma do Método da Decomposição no Domínio da Frequência

CAPÍTULO 4

APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

Para a identificação das características modais de uma estrutura, isto é, as frequências naturais, os modos de vibração e as taxas de amortecimento, devem ser admitidas, de acordo com ALVANDI (2003), quatro hipóteses básicas:

- i. A estrutura apresenta comportamento linear, o que implica a existência de funções de transferência;
- ii. Invariância temporal: os parâmetros físicos e modais são constantes;
- iii. Há quantidade suficiente de informações, ou seja, todos os modos são possíveis de serem medidos;
- iv. Observável: é condicionado pelas propriedades dos sinais de excitação.

Tendo como ponto de partida essas hipóteses básicas foram implementados o Método Básico no Domínio da Frequência e o Método de Decomposição no Domínio da Frequência através de rotinas desenvolvidas em ambiente *Matlab*, os quais tiveram seus principais aspectos teóricos explicados na seção anterior.

Com o intuito de demonstrar as potencialidades e aplicações de cada método foram avaliados 3 exemplos. O primeiro exemplo foi um pórtico plano apresentado por MENDES e OLIVEIRA (2008), no qual as respostas em aceleração foram simuladas por modelos de espaço de estados. O segundo exemplo foi uma estrutura de viga bi-engastada de aço instrumentada com acelerômetros, e por fim uma viga de alumínio estudada como uma estrutura do tipo engastada-livre.

4.1. Exemplo 1 - Pórtico Plano de Três Pisos

Esta seção mostra a aplicação dos dois métodos de identificação modal, PP e FDD, através de um exemplo de pórtico proposto por MENDES e OLIVEIRA (2008). As propriedades dinâmicas foram calculadas analiticamente através de elementos finitos (problema de autovalor e autovetor) para serem tomadas como referência e comparadas com os valores encontrados pelos métodos de identificação modal apresentados neste trabalho. Além disso, ainda foram analisadas situações em que foram incorporados níveis de ruído de 10 e 20% nas respostas em aceleração.

Esses níveis de ruído foram quantificados através da equação 4.1, que estabelece o nível de ruído (NR), através da relação entre a raiz média quadrática do ruído adicionado e a raiz média quadrática da resposta.

$$NR = \frac{\text{RMS}(\text{ruído})}{\text{RMS}(\text{resposta})} \quad (4.1)$$

4.1.1. Descrição da Estrutura Estudada e Resultados Analíticos

O modelo de pórtico plano de três pisos apresentado neste trabalho está mostrado na Figura 4.1. Este é analisado como uma estrutura discreta de três graus de liberdade, pois nos pisos há uma maior concentração de massas, quando comparados aos pilares.

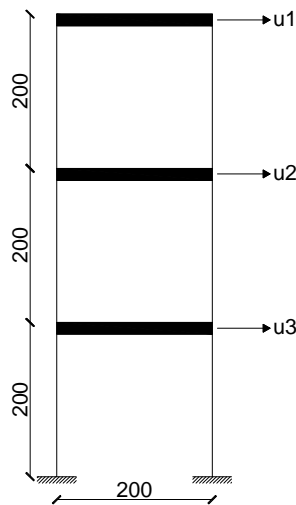


Figura 4.1 Pórtico Plano de Três Pisos (medidas em milímetros)

Primeiramente foram encontradas as características dinâmicas de formas analítica considerando os três graus de liberdade na direção horizontal como mostrado na Figura 4.1, para que os valores encontrados sejam tomados como referência.

As matrizes de massa (**M**) e rigidez (**K**) do pórtico plano são:

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} (\text{kg}) \quad K = \begin{bmatrix} 20833,33 & -20833,33 & 0 \\ -20833,33 & 41666,67 & -20833,33 \\ 0 & -20833,33 & 41666,67 \end{bmatrix} (\text{N/m})$$

Resolvendo o problema de autovalor e autovetor utilizando a função *eig* do *Matlab*, pode-se obter as frequências naturais não-amortecidas (f_i) e modos de vibração (Φ).

$$F = \begin{bmatrix} 4,57 \\ 12,81 \\ 18,51 \end{bmatrix} (\text{Hz}) \quad \Phi = \begin{bmatrix} -0,3296 & -0,2643 & 0,1467 \\ -0,2643 & 0,1467 & -0,3296 \\ -0,1467 & 0,3296 & 0,2643 \end{bmatrix}$$

A Figura 4.2 apresenta os modos de vibração obtidos analiticamente, normalizados.

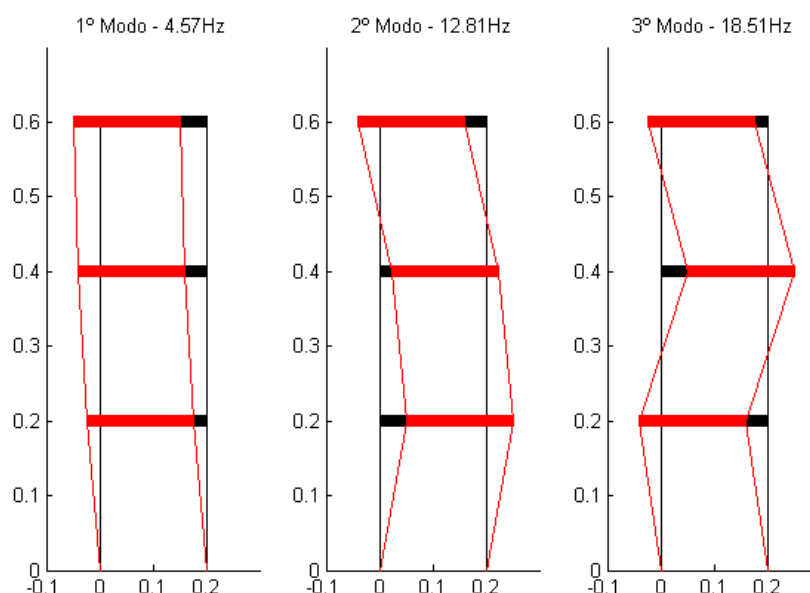


Figura 4.2 - Modos de vibração obtidos analiticamente

Através da formulação de Rayleigh da equação 2.5 (CLOUGH e PENZIEN, 1993) na qual a matriz de amortecimento (C) é considerada proporcional as matrizes de massa e rigidez, pode-se obter a matriz de amortecimento e então a partir da equação 2.6 na qual ω_n representa as frequências naturais em radianos por segundo, pode-se obter as taxas de amortecimento ξ .

Para a obtenção da matriz de amortecimento considerou-se $\alpha=0,05$ e $\beta=0,0001$. Desta forma, as taxas de amortecimento são:

4.1.2. Simulação das respostas em aceleração

O pórtico de três pisos foi excitado em todos os graus de liberdade analisados por um ruído branco gaussiano utilizando a função *randn* do *Matlab*, e para a simulação das respostas em aceleração foi utilizado um modelo de espaço de estado, muito utilizado na engenharia de controle (GAWRONSKI, 2004). O

modelo de espaço de estado é representado pelo sistema de equações mostrado pela equação 4.2 e pode ser facilmente resolvido pela implementação em *Matlab* através da função *lsim*.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) + D_c u(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Em que $u(t)$ e $y(t)$ são respostas e excitações respectivamente.

Pode-se definir também:

x - Vetor de estado:

A_c - Matriz de estado do sistema contínuo;

B_c - Matriz de entrada do sistema contínuo;

C - Matriz de observação ou saída;

D - Matriz transmissão direta.

As matrizes necessárias para aplicação do modelo de espaço de estado são:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1} \cdot B_f \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -C_a \cdot M^{-1} \cdot K & -C_a \cdot M^{-1} \cdot C \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$D_c = \begin{bmatrix} -C_a \cdot M^{-1} \cdot B_f \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

em que \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{K} a matriz de rigidez, \mathbf{C} a matriz de amortecimento, I é uma matriz identidade, B_f é uma matriz composta por zeros e

uns posicionados nos graus de liberdade que indicam os graus de liberdade os quais as excitações estão sendo aplicadas e, por fim, a matriz \mathbf{C}_a é formada por zeros e uns que indica os graus de liberdade os quais se quer obter as respostas.

Na Figura 4.3 estão apresentadas as respostas em aceleração para o pórtico de três pisos, para amostras de 100 segundos com taxa de amostragem de 50 Hertz, totalizando 5000 pontos.

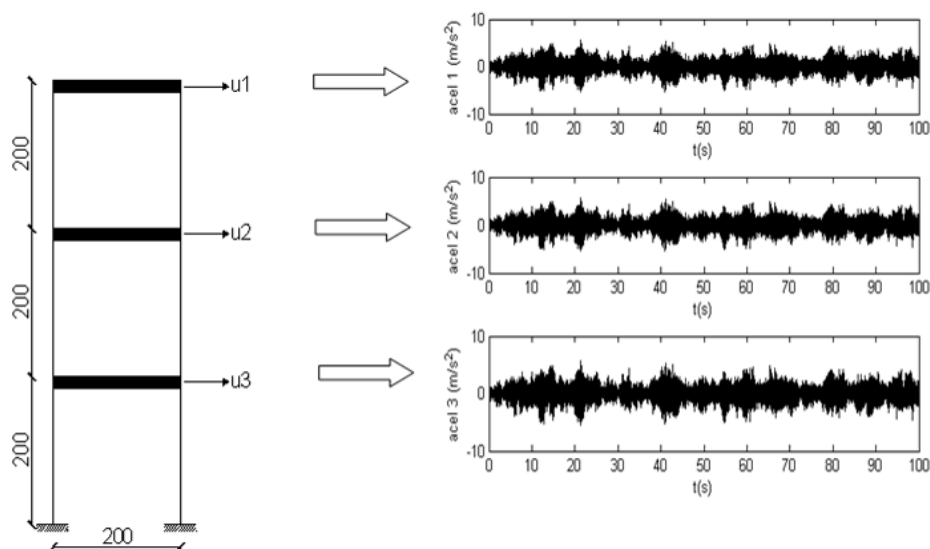


Figura 4.3 - Respostas em aceleração simuladas para Pórtico de Três Pisos sem ruído.

4.1.3. Resultados Obtidos pelo Método Básico no Domínio da Frequência (PP)

A matriz de densidade espectral foi obtida para valores discretos de frequência utilizando uma frequência de amostragem (F_s) de 50 Hertz, nas quais foram utilizadas janelas Hanning de 1024 pontos com sobreposição de 2/3.

Na matriz de densidade espectral os auto-espectros foram obtidos utilizando a função *pwelch* e os espectros cruzados através da função *cpsd*, ambas funções do *Matlab*. Assim, na Figura 4.4 apresenta-se a matriz das funções

de densidade espectral representadas por amplitude (preto) e fase (cinza), na qual pode-se observar que na diagonal principal onde estão representados os auto-espectros o ângulo de fase é sempre zero pois a densidade espectral está relacionada a dois graus de liberdade iguais, enquanto que nas demais componentes da matriz a fase ora é zero ora é 180, indicando para os graus de liberdade envolvidos oposição de movimento.

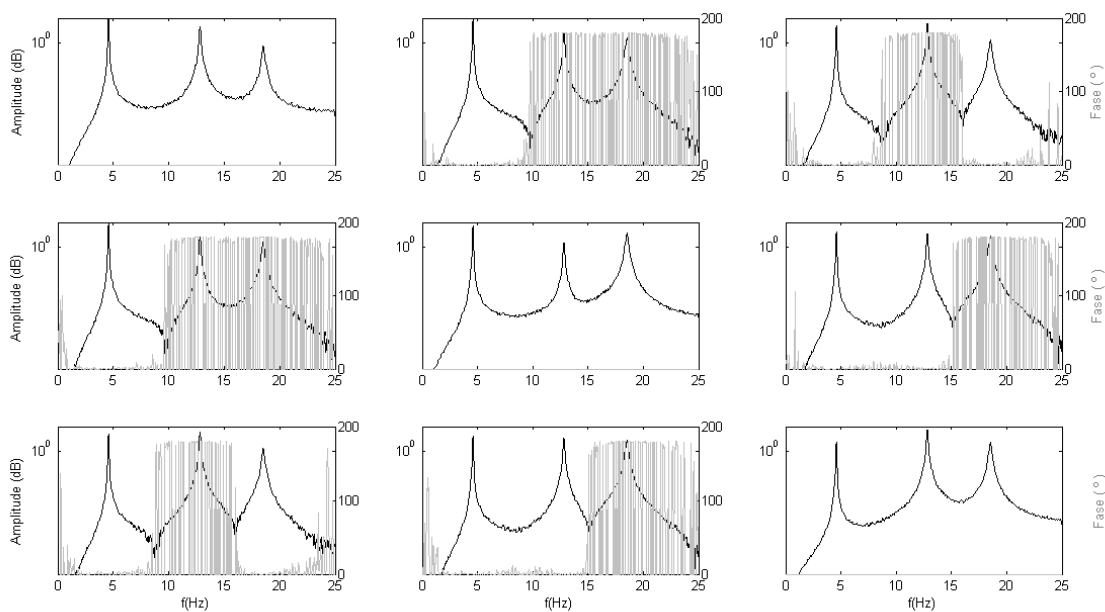


Figura 4.4 - Matriz das Funções de Densidade Espectral – Amplitude e Fase

A partir da Matriz das Funções de Densidade Espectral pode-se obter o Espectro Normalizado Médio (ANPSD) como explicado no CAPÍTULO 3. Na Figura 4.5 apresenta-se o espectro normalizado médio sem a incorporação de ruído obtido através da matriz das funções de densidade espectral de potência apresentada na Figura 4.3. Na Figura 4.6 é apresentado o ANPSD com a incorporação de 10% de ruído e, na Figura 4.7, o ANPSD com a incorporação 20% de ruído na resposta em aceleração.

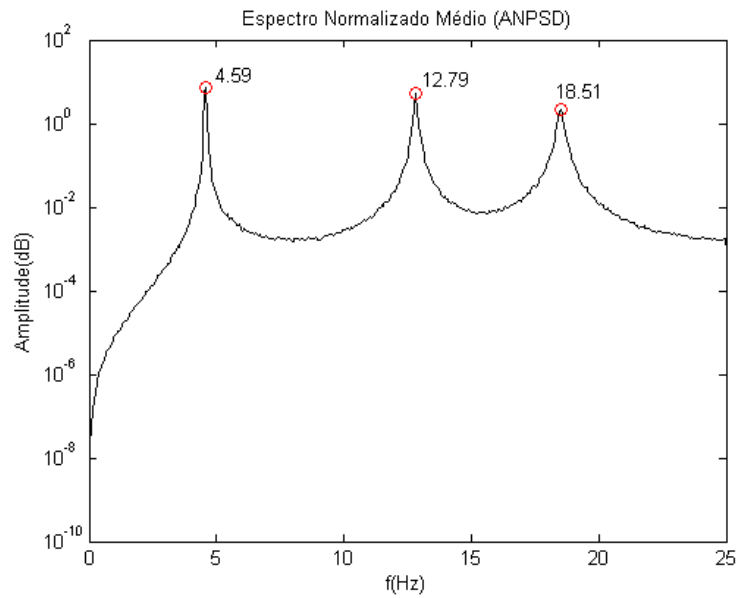


Figura 4.5 - Espectro Normalizado Médio (sem ruído)

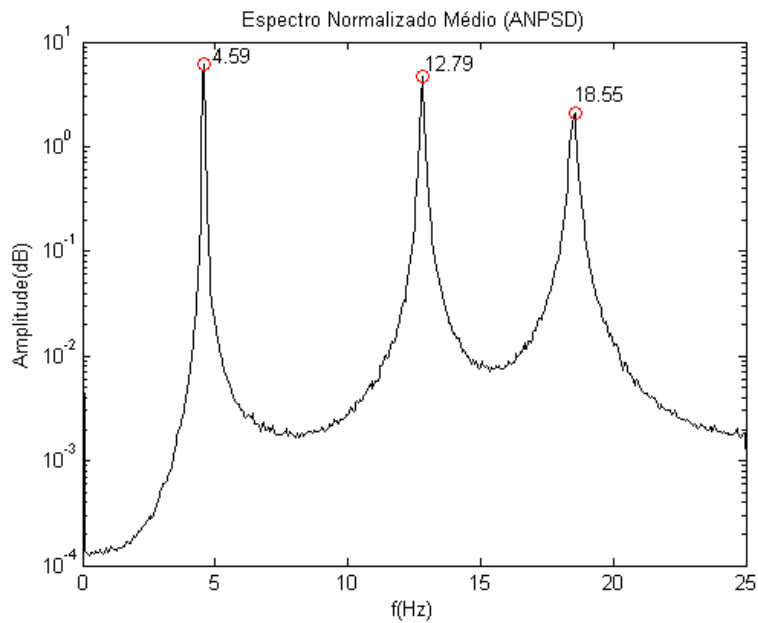


Figura 4.6 - Espectro Normalizado Médio (10% de ruído)

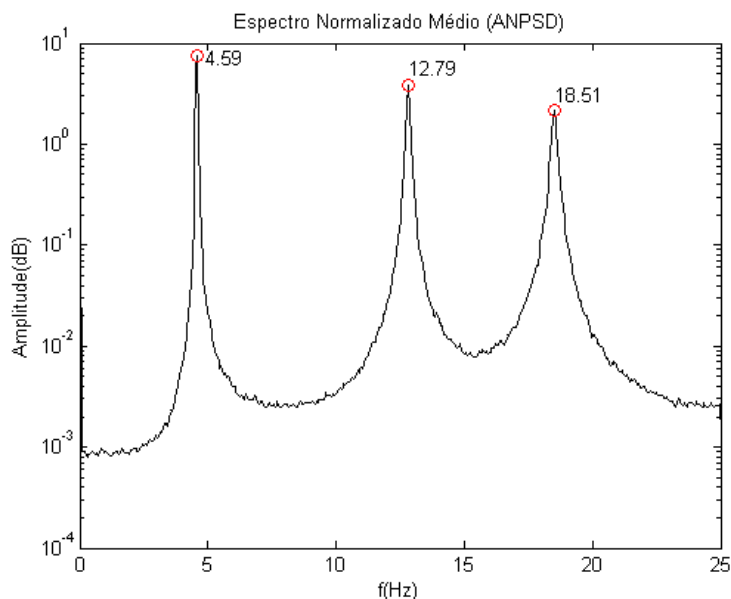


Figura 4.7 - Espectro Normalizado Médio (20% de ruído)

Através dos picos dos espectros normalizados médios encontrados para cada caso analisado obtiveram-se as frequências naturais de vibração do pórtico de três pisos. Estes resultados estão apresentados na Tabela 4.1, juntamente com os resultados analíticos e os resultados obtidos por MENDES e OLIVEIRA (2008) quando estes utilizaram amostras de 20.48s totalizando 1024 pontos com sobreposição de 2/3 e a aplicação de janelas *Hanning*.

Tabela 4.1 - Frequências obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência

	Teórico (Hz)	Mendes e Oliveira (2008) (Hz)	Sem ruído (Hz)	10% ruído (Hz)	20% ruído (Hz)
1º Modo	4,57	4,59	4,59	4,59	4,59
2º Modo	12,81	12,79	12,79	12,79	12,79
3º Modo	18,51	18,55	18,51	18,55	18,51

Nota-se na tabela anterior que o algoritmo identificou as frequências naturais de vibração e que esta identificação não foi comprometida com a presença de ruídos na resposta do sistema.

A fim de confirmar se os picos identificados no ANPSD são realmente frequências de modos de vibração da estrutura são utilizadas as funções de coerência, que estão representadas em forma de matriz como mostrado na Figura 4.8. Estas funções revelam elevado grau de linearidade na região próxima as frequências identificadas no ANPSD, confirmando que as frequências identificadas são realmente modos de vibração da estrutura.

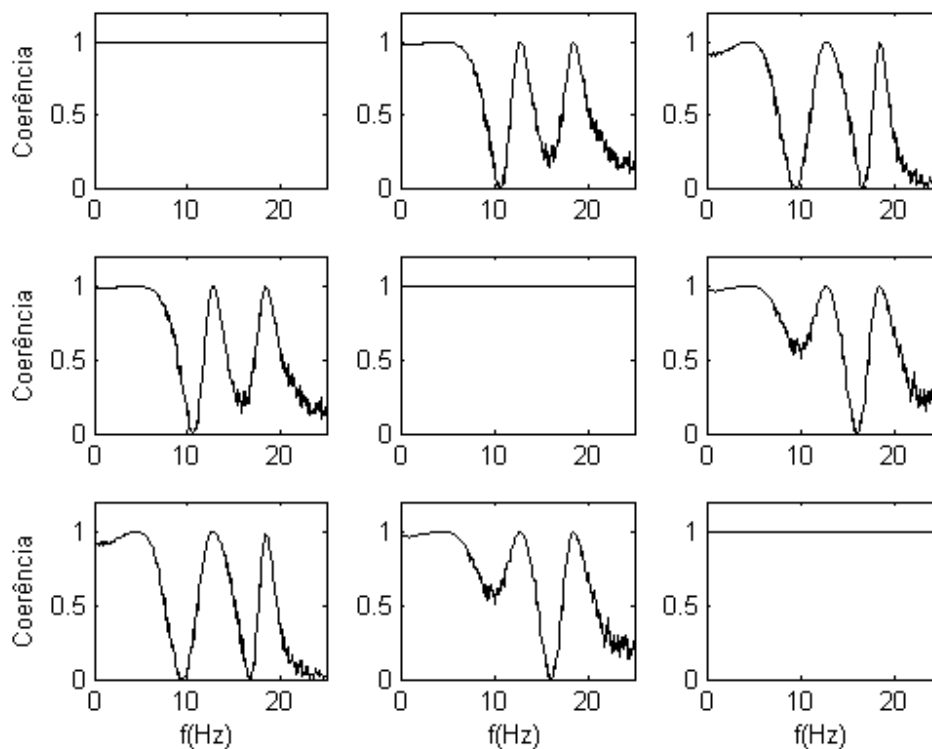


Figura 4.8 - Matriz das Funções de Coerência (sem ruído)

Os modos de vibração podem ser identificados através de qualquer uma das colunas da matriz das funções de transferência que está mostrada na Figura 4.9. Para este exemplo escolheu-se a primeira coluna da matriz das funções de transferência.

Como as funções de transferência são funções complexas, estas podem ser representadas por amplitude e fase. Assim, os modos de vibração são identificados da seguinte forma: as amplitudes das funções de transferência para as frequências identificadas são tomadas como a amplitude do modo de vibração e a fase define o sentido, se for 0° o sinal da amplitude é positivo e se for 180° o sinal é negativo.

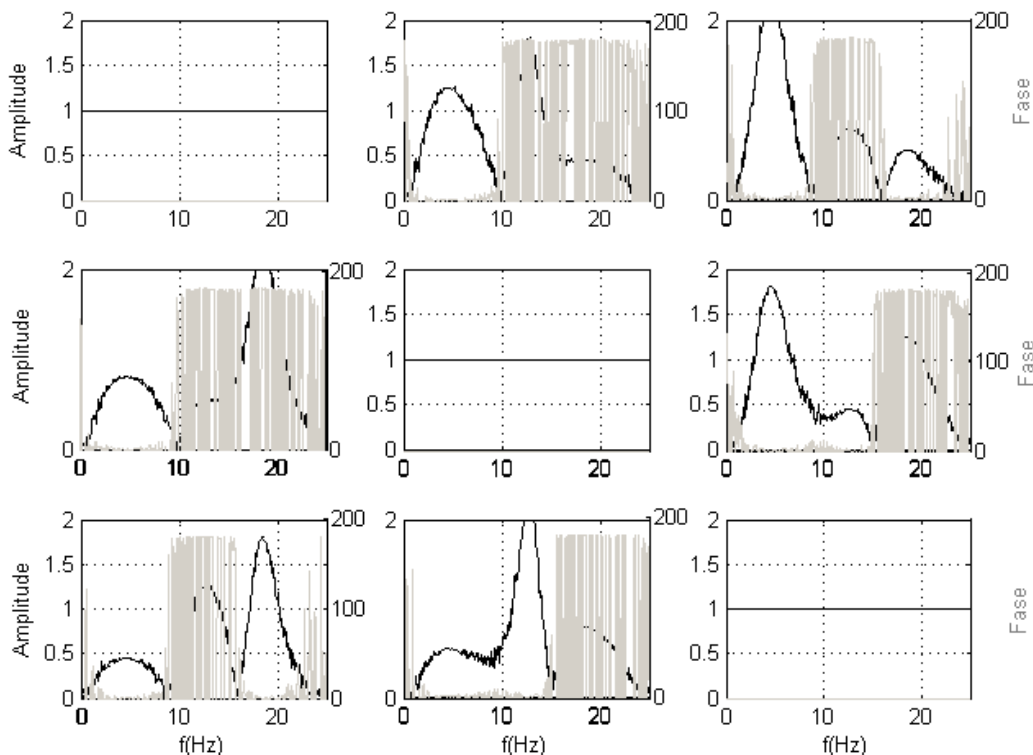


Figura 4.9 - Matriz das Funções de Transferência

Na Tabela 4.2 estão apresentados os valores encontrados a partir da primeira coluna da matriz das funções de transferência. Nesta a primeira coluna representa os valores de amplitude, a segunda os valores de fase, a terceira os valores de amplitude já com o sinal adequado ponderado pela fase e a quarta coluna representa o valor de amplitude multiplicado por um fator de escala para melhorar a visualização da configuração deformada, que neste caso foi de 0.05.

Tabela 4.2 - Modos de vibração obtidos pela primeira coluna da matriz das funções de densidade espectral. (sem ruído)

1º modo [f = 4,59Hz]				2º modo [f = 12,79Hz]				3º modo [f = 18,51Hz]			
T	$\varphi(T) (^{\circ})$	$\Phi_{i,1}$	Φ (esc.)	T	$\varphi(T) (^{\circ})$	$\Phi_{i,2}$	Φ (esc.)	T	$\varphi(T) (^{\circ})$	$\Phi_{i,3}$	Φ (esc.)
1	0	1	0,05000	1	0	0,8019	0,04010	1	0	0,4454	0,02227
0,8023	0,005581	0,8023	0,04012	0,5551	179,9	-0,4451	-0,02226	2,245	179,9	-1,0000	-0,05000
0,4453	-0,01275	0,4453	0,02227	1,247	179,9	-1,0000	-0,05000	1,801	-0,06416	0,8022	0,04011

A Figura 4.10 mostra as configurações modais obtidas através da Tabela 4.2. Nesta figura em vermelho estão representadas as configurações modais deformadas e em preto a estrutura indeformada.

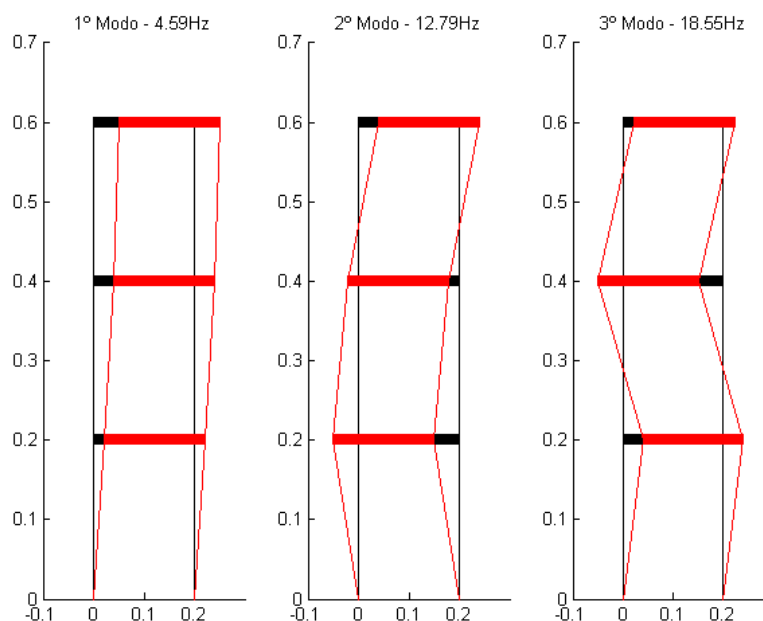


Figura 4.10 - Modos de vibração obtidos pelo método básico no domínio da frequência (sem ruído)

As taxas de amortecimento foram obtidas através do método de meia potência, explicado no Capítulo 3. Neste são selecionados três pontos, o primeiro referente aos picos de ressonância do ANPSD, o segundo e o terceiro possuem a metade do valor da ordenada do pico de ressonância, porém um é anterior e o

outro posterior a este. A partir da identificação do valor de cada um destes picos pode-se então obter o valor da taxa de amortecimento utilizando equação 3.14.

Na Figura 4.11 apresenta-se a seleção destes picos para a primeira frequência de ressonância do ANPSD sem ruído, neste caso 4.59Hz. Para os outros picos de ressonância o procedimento é feito de forma análoga.

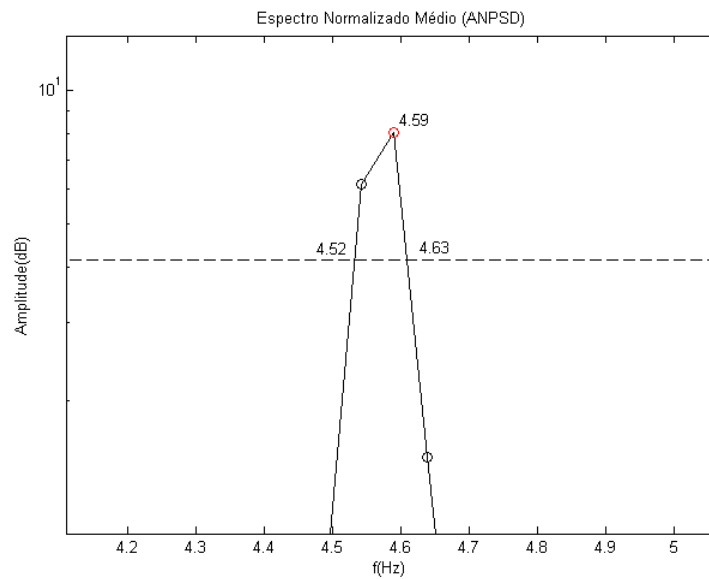


Figura 4.11 - Identificação das frequências necessárias para aplicação do método de meia potencia para a primeira frequência de ressonância

Na Tabela 4.3 estão apresentadas as taxas de amortecimento encontradas analiticamente, os resultados obtidos por (MENDES e OLIVEIRA, 2008) e os resultados obtidos pelo Método Básico no Domínio da Frequência deste trabalho.

Tabela 4.3 - Taxas de amortecimento obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência

Teórico (%)	Mendes e Oliveira (2008) (%)	Sem ruído (%)	10% ruído (%)	20% ruído (%)
0,23	1,10	1,09	0,98	1,20
0,43	0,56	0,55	0,55	0,55
0,60	0,71	0,57	0,70	0,57

4.1.4. Resultados Obtidos pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência

O primeiro passo no Método da Decomposição no Domínio da Frequência é a estimativa da função de densidade espectral para valores discretos de ω_n , assim como no Método Básico no Domínio da Frequência. Logo após, pode-se proceder fazendo a decomposição em valores singulares desta matriz. A Figura 4.12 mostra a decomposição em valores singulares para o caso em que as respostas em aceleração foram simuladas sem a presença de ruído.

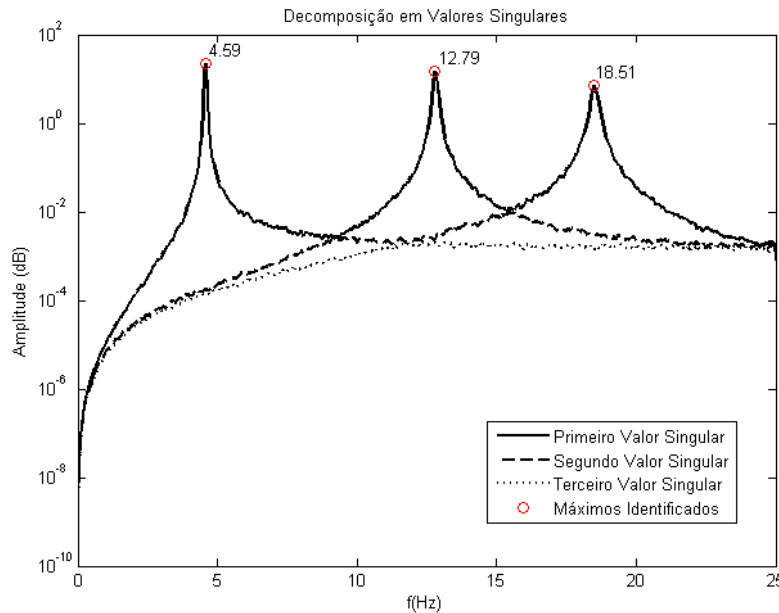


Figura 4.12 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral para o sistema sem ruído

A Figura 4.13 e a Figura 4.14 mostram a decomposição em valores singulares para os casos em que as respostas foram adicionados 10 e 20% de ruído respectivamente.

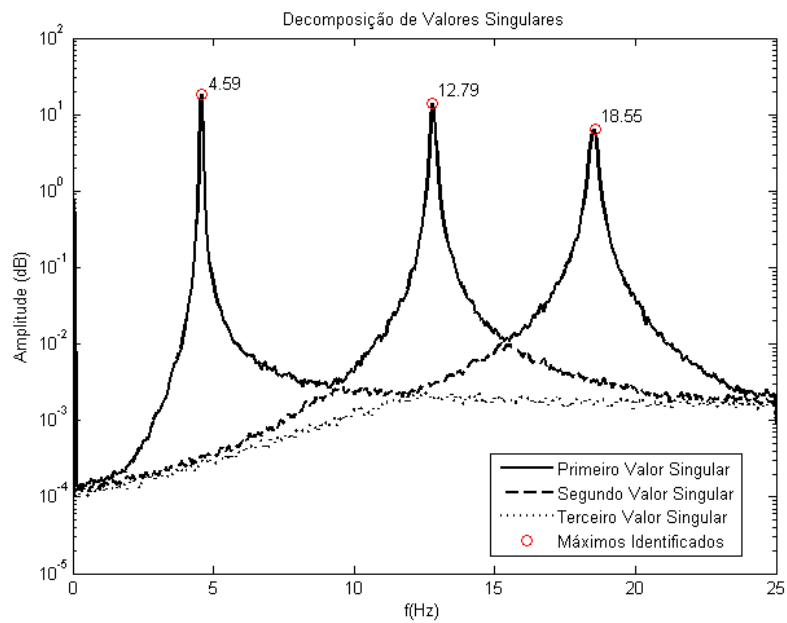


Figura 4.13 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral com 10% de ruído

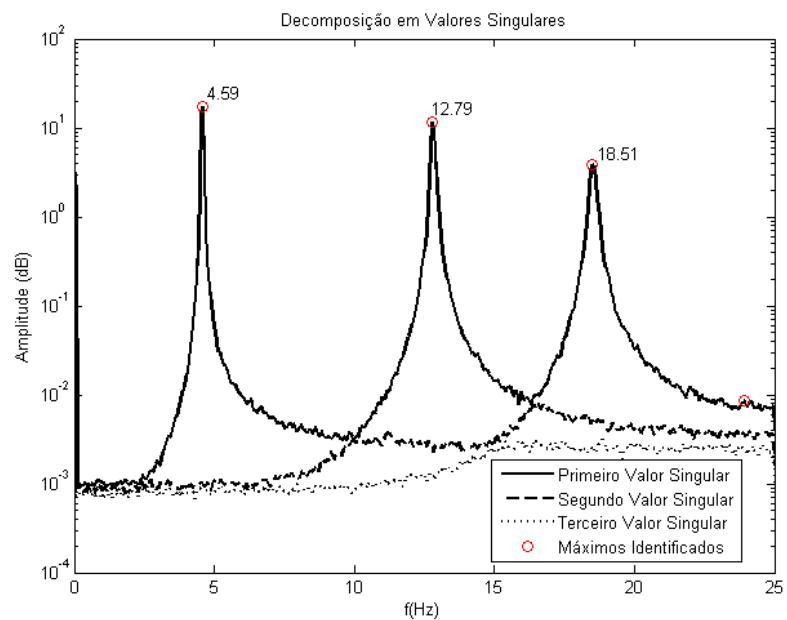


Figura 4.14 - Decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral com 20% de ruído

Pode-se observar pelo espectro de valores singulares que os picos de ressonância são os mesmos identificados no espectro normalizado médio das Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 respectivamente. Não obstante, alguns autores, apresentam a identificação dos picos através do espectro normalizado médio.

Os modos de vibração podem ser identificados utilizando um conceito análogo ao aplicado às funções de transferência no Método Básico no Domínio da Frequência.

A partir da primeira coluna da matriz de vetores singulares, que é uma função complexa, são identificados os valores de amplitude para as frequências dos picos de ressonância do primeiro valor singular e estes valores de amplitude são valores de amplitude dos modos de vibração. O sentido da amplitude é dado pela fase do primeiro vetor singular, se a fase é um valor próximo de zero o sinal da amplitude é positivo e se a fase é um valor próximo de 180, o sinal da amplitude é negativo.

A Figura 4.15 mostra a primeira coluna da matriz de vetores singulares, na qual são encontrados três valores de amplitude para cada um dos elementos desta coluna, a fim de se realizar a identificação dos modos de vibração do pórtico de três pisos.

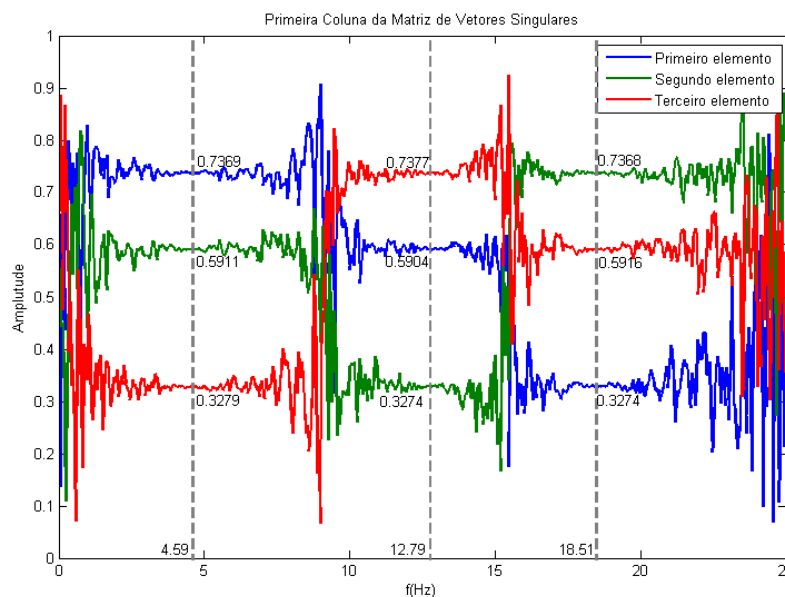


Figura 4.15 - Primeira coluna da matriz de vetores singulares

Na Tabela 4.4 a primeira coluna representa os valores de amplitude para cada uma das frequências encontradas, a segunda os valores de fase, a terceira os valores de amplitude já com o sinal adequado ponderado pela fase e a quarta coluna representa o valor de amplitude multiplicado por um fator de escala para melhorar a visualização da configuração deformada, que neste caso foi de 0.05.

Tabela 4.4 - Modos de vibração obtidos pela primeira coluna da matriz de vetores singulares

1º modo [f = 4.59Hz]				2º modo [f = 12.79Hz]				3º modo [f = 18.51Hz]			
U1	$\varphi (U1) (^{\circ})$	$\Phi_{i,1}$	$\Phi (esc.)$	U1	$\varphi (U1) (^{\circ})$	$\Phi_{i,2}$	$\Phi (esc.)$	U1	$\varphi (U1) (^{\circ})$	$\Phi_{i,3}$	$\Phi (esc.)$
0,7369	180	-1	-0,0500	0,5911	180	-0,8023	-0,0401	0,3279	180	-0,4445	-0,0222
0,5904	180	-0,801	-0,0401	0,3274	0	0,4444	0,0222	0,7377	0	1,0000	0,0500
0,3274	180	-0,444	-0,0222	0,7368	0	1,0000	0,0500	0,5916	180	-0,8020	-0,0401

A Figura 4.16 mostra as configurações modais obtidas através da Tabela 4.4, nesta figura em vermelho estão representadas as configurações modais deformadas e em preto a estrutura indeformada.

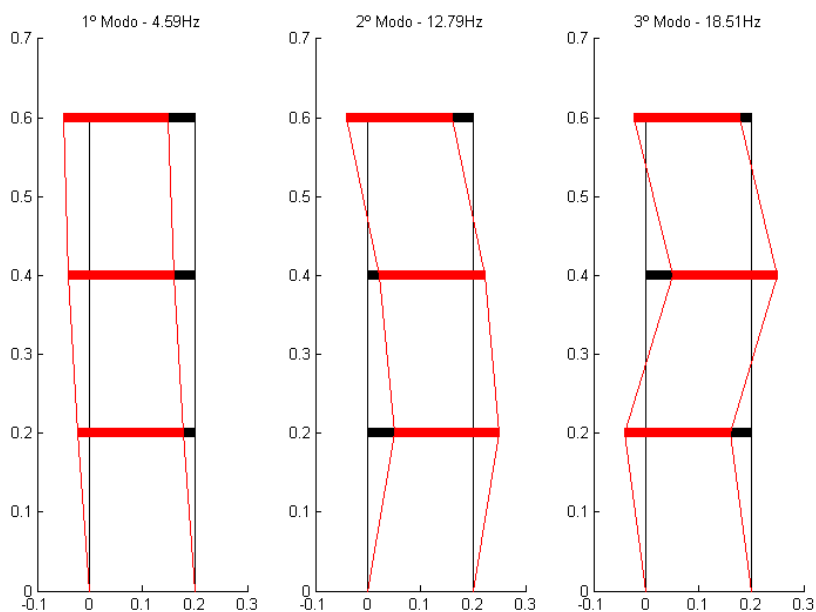


Figura 4.16 - Modos de vibração identificados pelo método de decomposição no domínio da frequência

A fim de se obter as frequências naturais ajustadas e as taxas de amortecimento, são encontradas as funções de densidade espectral dos osciladores de um grau de liberdade, utilizando o conceito de coeficientes MAC como explicado na seção 3.3.1 do CAPÍTULO 3. Neste caso, por se tratar de um exemplo com dados simulados, foi adotado um coeficiente MAC de 0.99. Os osciladores de um grau de liberdade estão apresentados na Figura 4.17.

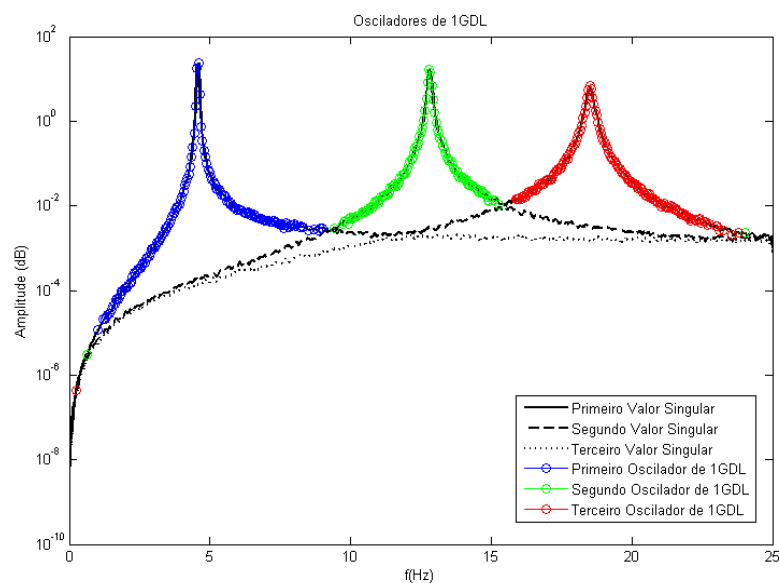


Figura 4.17 - Osciladores de 1GDL

A Figura 4.18 mostra os coeficientes MAC para cada um dos osciladores de um grau de liberdade, pode-se perceber os osciladores de um grau de liberdade ocorrem justamente na região a qual os coeficientes MAC são maiores que 0.99.

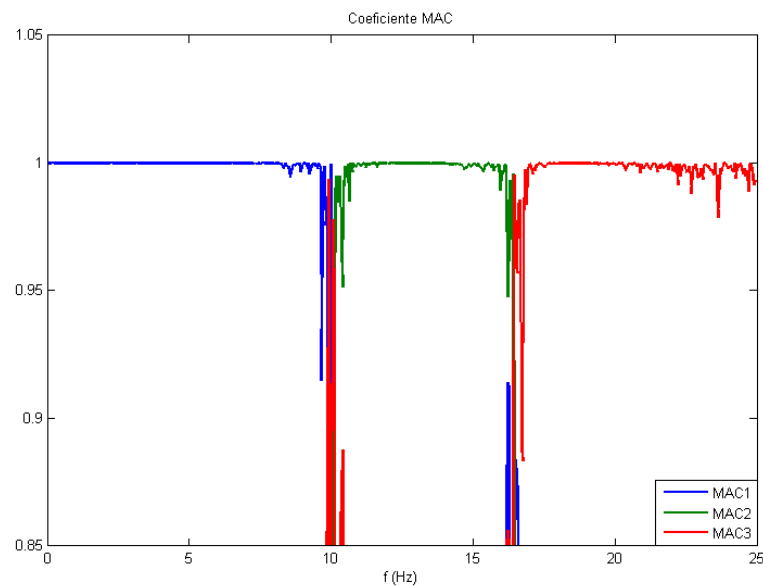


Figura 4.18 - Coeficientes MAC do pórtico de três pisos

As taxas de amortecimento podem ser identificadas transformando as funções de densidade espectral dos osciladores de um grau de liberdade para o domínio do tempo através da transformada inversa de Fourier, encontrando-se assim as funções de autocorrelação.

A partir do conceito do decremento logarítmico, as taxas de amortecimento podem ser identificadas pela equação 3.27. O decremento logarítmico foi identificado pela inclinação da reta ajustada, considerando apenas os pontos considerados mais relevantes do logaritmo de todos os máximos e mínimos da função de autocorrelação pelo número de semi-ciclos. A Figura 4.18 mostra as funções de autocorrelação dos três osciladores de um grau de liberdade nos quais foram identificados todos os máximos e mínimos para o sinal sem ruído. E a Figura 4.19 mostra a reta que ajusta o logaritmo de todos os máximos e mínimos das funções de autocorrelação dos osciladores de um grau de liberdade, também para o sinal sem ruído.

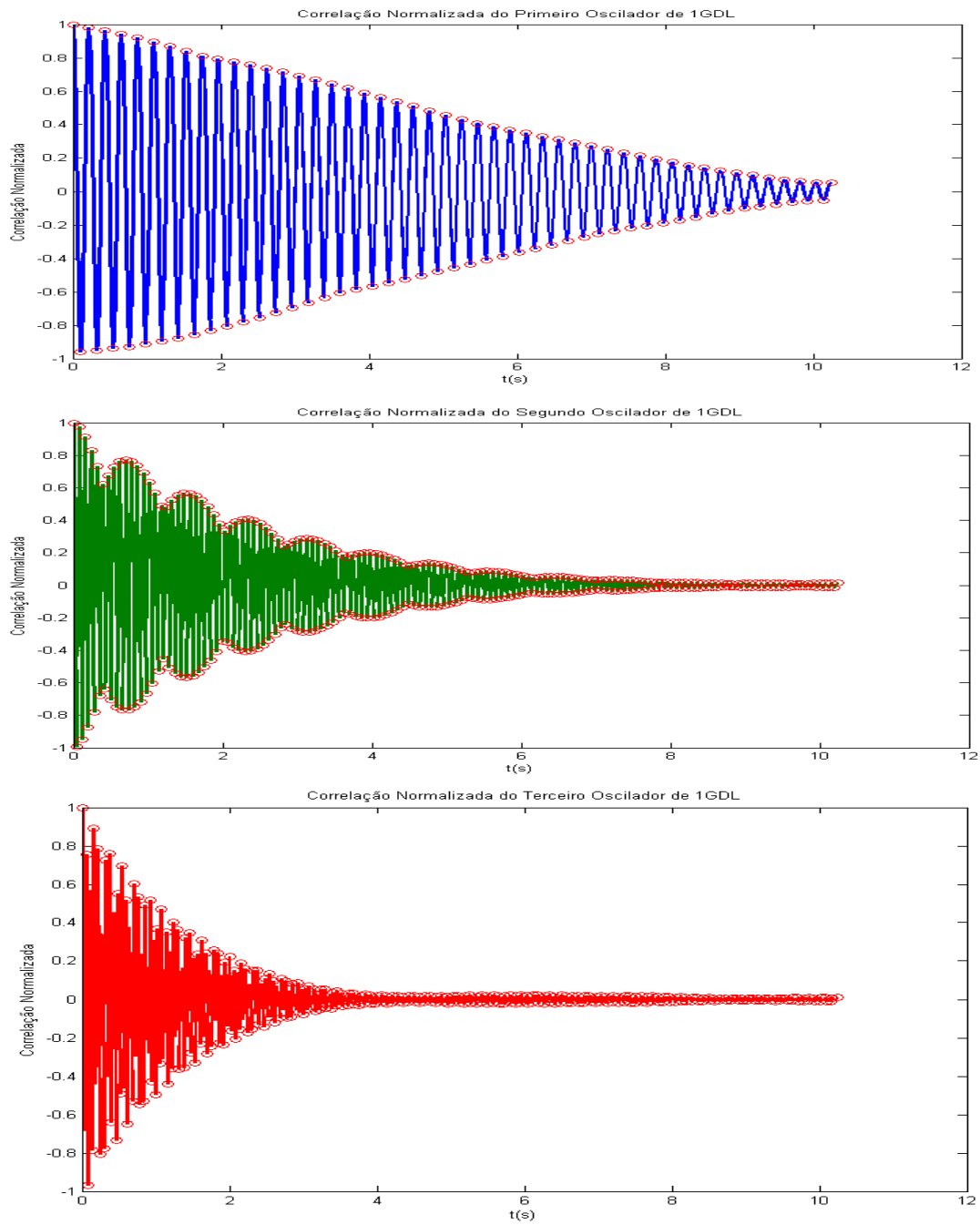


Figura 4.19 - Funções de autocorrelação dos três osciladores de 1GDL

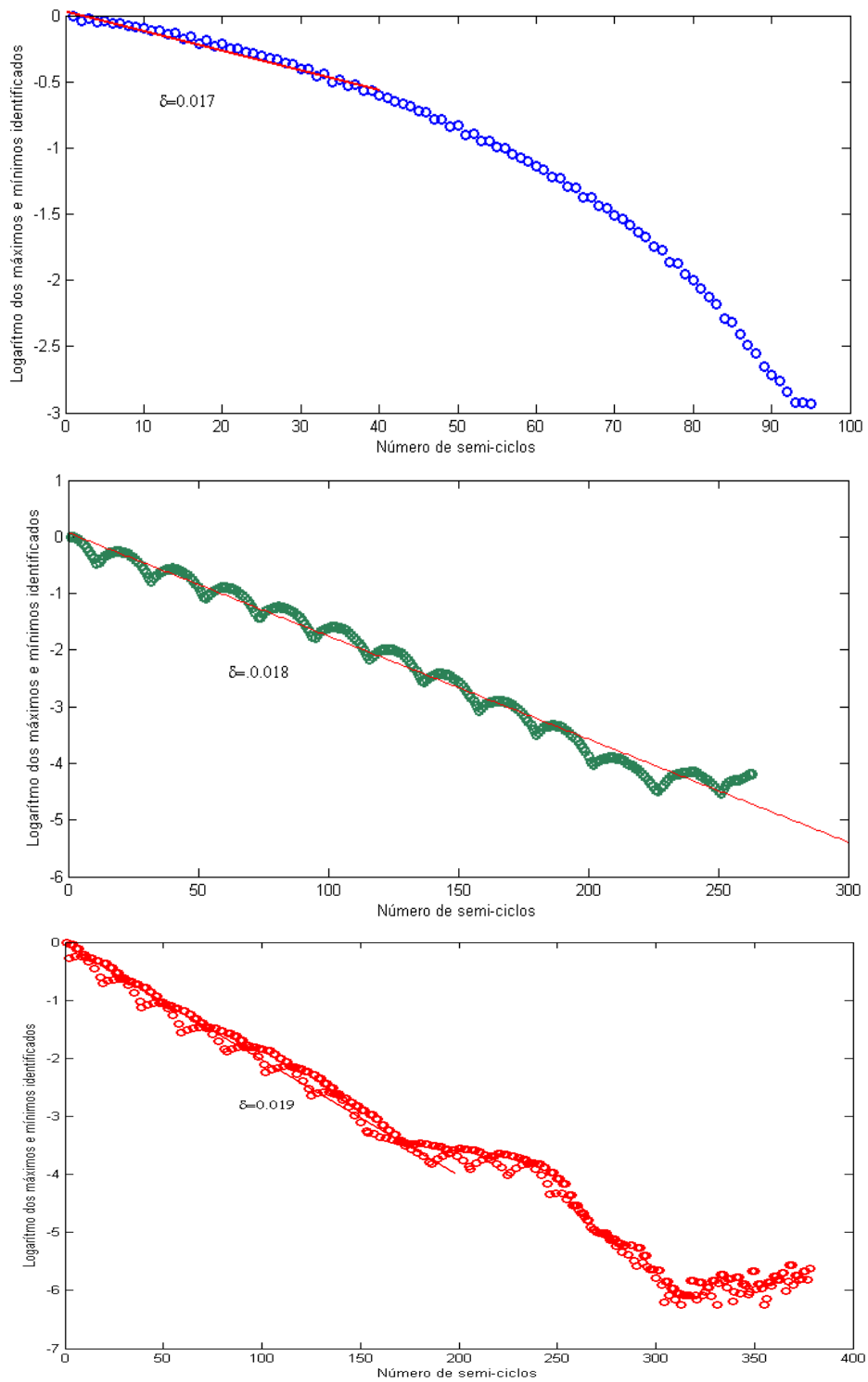


Figura 4.20 - Ajuste do logaritmo de todos os máximos e mínimos das funções de autocorrelação para a identificação do decremento logaritmo

Na Tabela 4.5 estão apresentadas as taxas de amortecimento encontradas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência para o pórtico plano de três pisos sem a presença de ruído, com 10% e 20% de ruído, além dos resultados apresentados por MENDES e OLIVEIRA (2008) e os resultados obtidos de forma analítica.

Tabela 4.5 - Taxas de Amortecimento obtidas através do Método da Decomposição no Domínio da Frequência

Teórico (%)	Mendes e Oliveira (2008) (%)	Sem ruído (%)	10% ruído (%)	20% ruído (%)
0,23	0,23	0,27	0,24	0,26
0,43	0,25	0,28	0,28	0,31
0,60	0,36	0,31	0,31	0,34

Pode-se observar pela Tabela 4.5 que apesar de os resultados de taxa de amortecimento não serem idênticos aos teóricos obtidos de forma analítica, que os resultados obtidos pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência são melhores do que os do Método Básico no Domínio da Frequência o que já era de certa forma esperado de acordo com a literatura.

Para encontrar as frequências amortecidas ajustadas pode-se utilizar um procedimento semelhante ao do amortecimento. Neste caso uma reta ajusta o número de máximos pelos instantes de tempo de ocorrência dos máximos. Assim, a inclinação desta reta é a frequência ajustada como mostrado na Figura 4.21. Para se obter as frequências não-amortecidas utiliza-se a equação 3.28 em que a taxa de amortecimento é a previamente calculada.

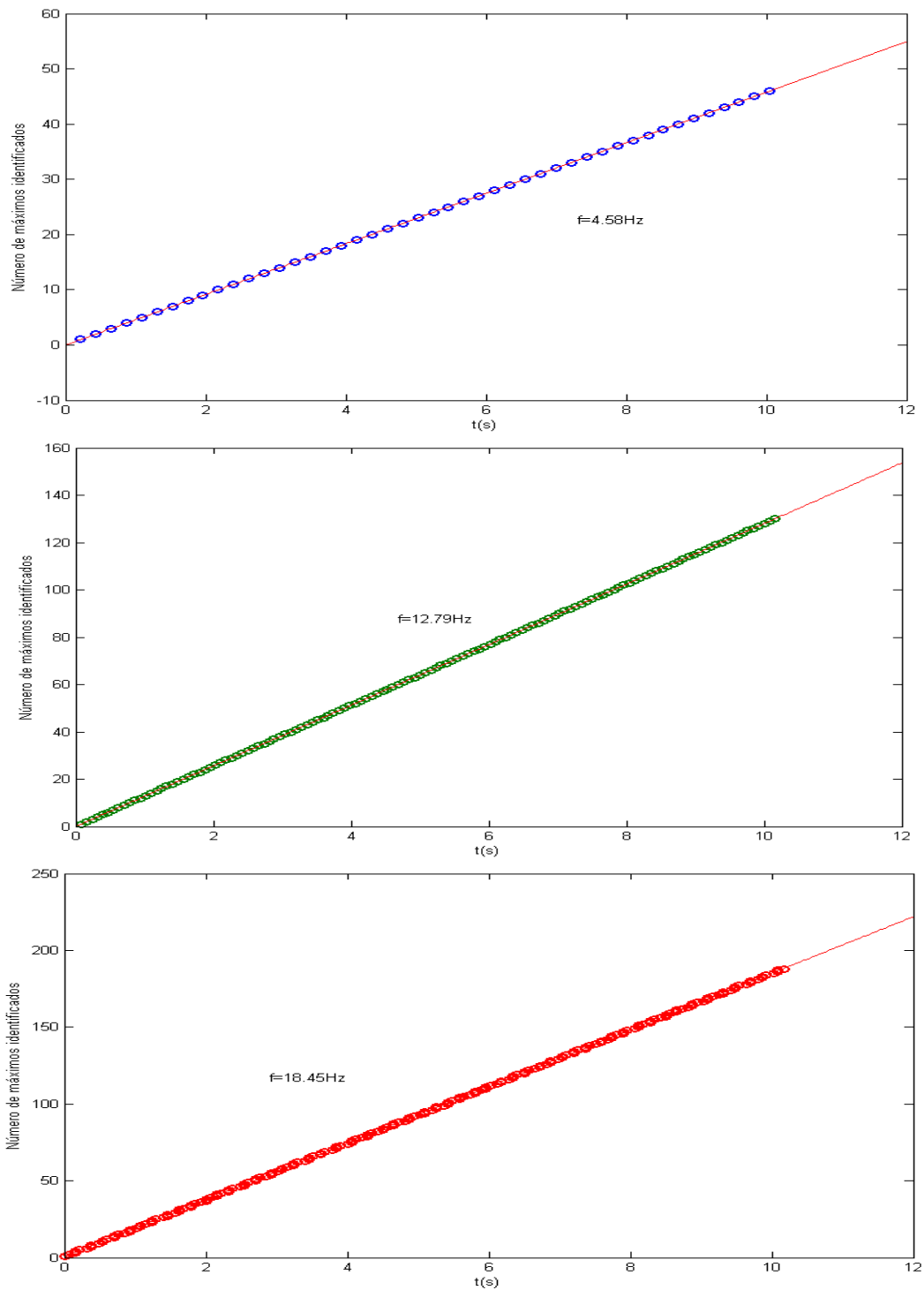


Figura 4.21 - Ajuste do número de máximos identificados pelos instantes de tempo em que estes ocorrem

Na Tabela 4.6 estão apresentadas as frequências encontradas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência. Observa-se que foram obtidos resultados satisfatórios e que estes praticamente não foram afetados devido a incorporação de ruído aos sinais analisados.

Tabela 4.6 - Frequências ajustadas obtidas através do Método da Decomposição no Domínio da Frequência

	Teórico (Hz)	Mendes e Oliveira (2008) (Hz)	Sem ruído (Hz)	10% ruído (Hz)	20% ruído (Hz)
1º Modo	4,57	4,59	4,58	4,58	4,58
2º Modo	12,81	12,79	12,79	12,84	12,80
3º Modo	18,51	18,55	18,45	18,49	18,59

Diante dos resultados obtidos para o pórtico plano de três pisos utilizando respostas em aceleração simuladas por modelos de espaço pode-se concluir que as rotinas implementadas para os dois métodos foram bastante confiáveis, pois apresentaram valores muito próximos aos valores encontrados analiticamente e também aos valores da literatura (MENDES e OLIVEIRA, 2008), devendo a partir de então serem testadas com valores de ensaios reais de vibração para uma avaliação mais realística destas rotinas computacionais, o que é demonstrado nas próximas seções deste capítulo.

4.2. Exemplo 2 - Viga Engastada-Engastada

Nesta seção apresenta-se a aplicação dos métodos PP e FDD a uma viga de aço bi-engastada instrumentada com 4 acelerômetros. Foram feitos 3 tipos de carregamentos: carregamento aleatório; carregamento com pulsos intercalados; e único pulso. Os resultados encontrados são analisados ao longo das próximas seções.

4.2.1. Instrumentação Utilizada

Para realização dos ensaios foram necessários os seguintes equipamentos:

- Sistema de aquisição de dados Lynx ADS 2000, que faz a aquisição, condicionamento e tratamento dos sinais (Figura 4.22);
- 4 acelerômetros PCB *Piezotronics* que captam acelerações na faixa de 0 a 100 g, mostrado na Figura 4.23(a);
- Martelo de borracha (Figura 4.23(b));
- Microcomputador (Figura 4.22).

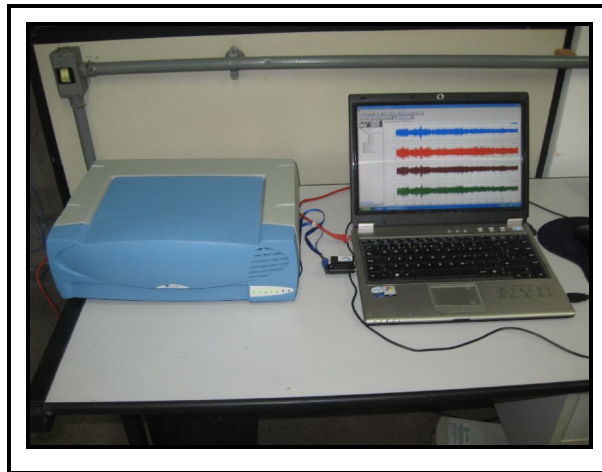


Figura 4.22 - Sistema de aquisição de dados Lynx e microcomputador

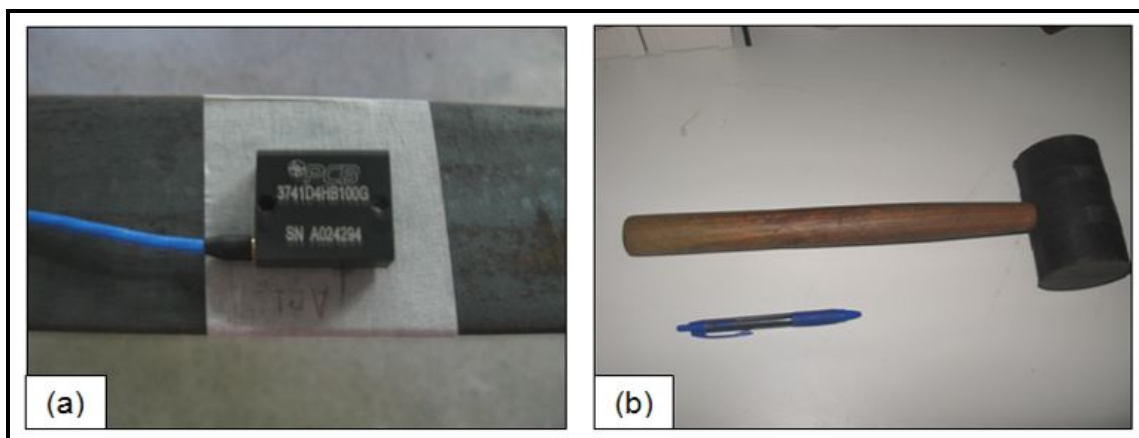


Figura 4.23 - (a) Acelerômetro PCB *Piezotronics*; (b) Martelo de Borracha

4.2.2. Descrição da estrutura

A estrutura utilizada para a aplicação dos métodos PP e FDD foi uma viga de aço cujas propriedades estão apresentadas na Tabela 4.13.

Tabela 4.7 - Propriedade da viga de aço

Material	Aço ABNT 1010
Módulo de Elasticidade (E)	205 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,30
Massa específica (μ)	7850 kg/m ³
Área da Seção Transversal (A)	3,22.10 ⁻⁴ m ²
Momento de Inércia (I)	1,10.10 ⁻⁹ m ⁴

A viga possui 2 metros de vão livre e foi engastada nas extremidades com o auxílio de grampos metálicos e com a intenção de diminuir o nível de ruído a viga foi apoiada sobre uma fina borracha como mostrado no detalhe da Figura 4.24(b).

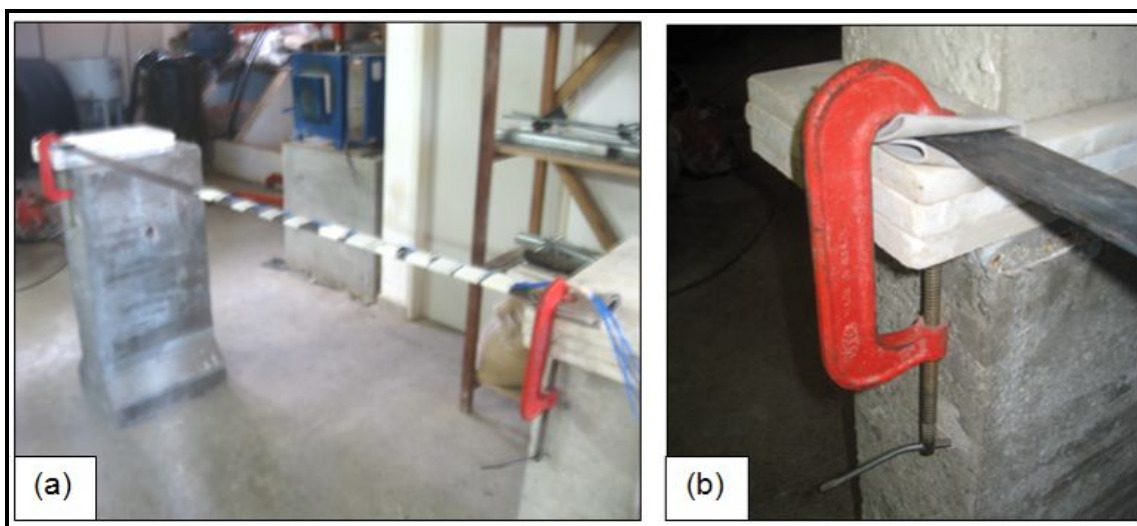


Figura 4.24 - (a) Viga bi-engastada; (b) Detalhe da viga engastada pelo "sargento"

4.2.3. Procedimento dos Ensaios

A montagem do programa experimental consistiu em colar os acelerômetros com fita adesiva nas posições com as maiores amplitudes de deslocamento em uma viga bi-engastada quando esta é excitada. Essas posições foram definidas de acordo com as formas modais dos 4 primeiros modos de vibração da viga que são muito conhecidos na literatura e foram $L/2$, $L/3$, $L/4$ e $L/8$, sendo $L = 2$ m. Estas posições correspondem aos acelerômetros A01, A03, A02 e A04, respectivamente, tomando como referência a distância ao apoio da direita. A Figura 4.25 mostra as posições e as denominações dos acelerômetros.

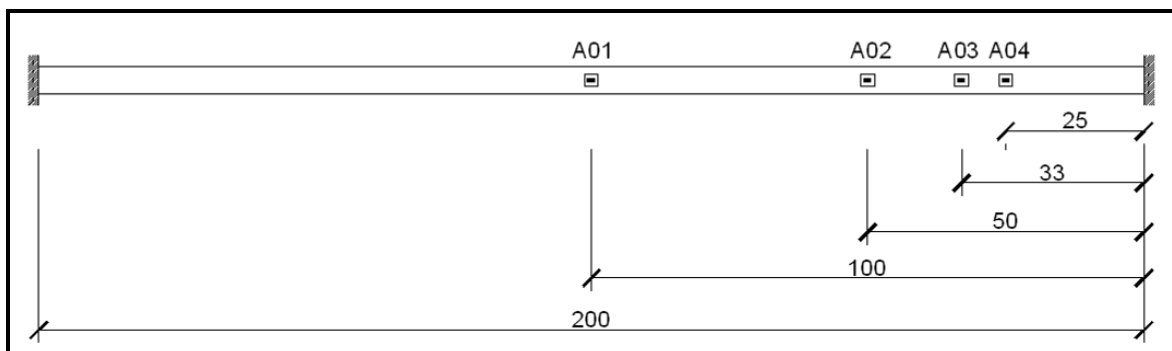


Figura 4.25 - Esquema de instrumentação da viga bi-engastada em planta (medidas em centímetros)

A fim de testar se os métodos implementados são eficientes a diferentes tipos de carregamento, foram efetuados 3 tipos de carregamentos aplicados com o auxílio do martelo de borracha e que foram denominados segundo a Tabela 4.8.

Tabela 4.8 - Tipos de Carregamentos Testados

Nomenclatura	Tipo de Carregamento
C1	Carregamento Aleatório
C2	Pulsos Intercalados
C3	Um único pulso

As Figura 4.26, 4.46 e 4.47 mostram os sinais dos carregamentos C1, C2 e C3 respectivamente para o acelerômetro A01, que está posicionado no meio do vão da viga.

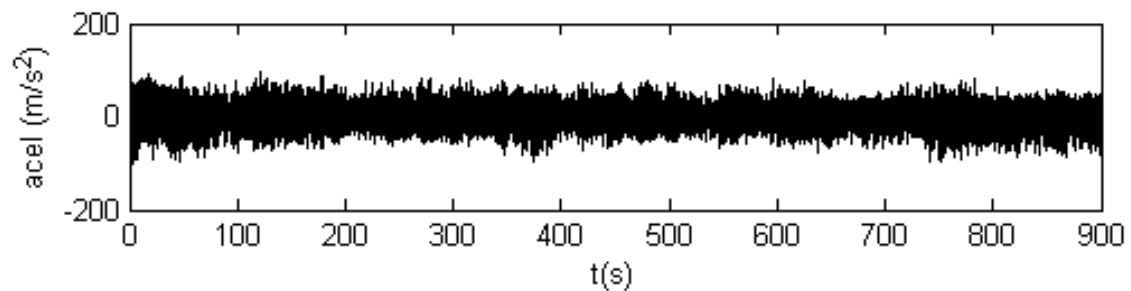


Figura 4.26 - Sinal do carregamento C1 para o acelerômetro A01

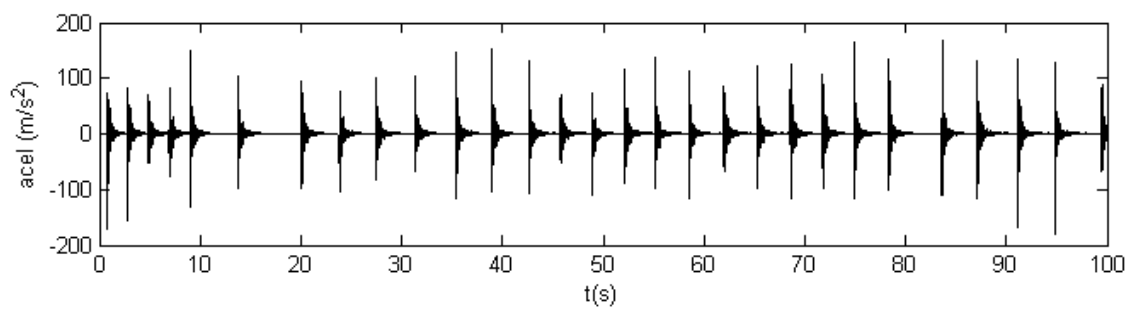


Figura 4.27 - Sinal do carregamento C2 para o acelerômetro A01

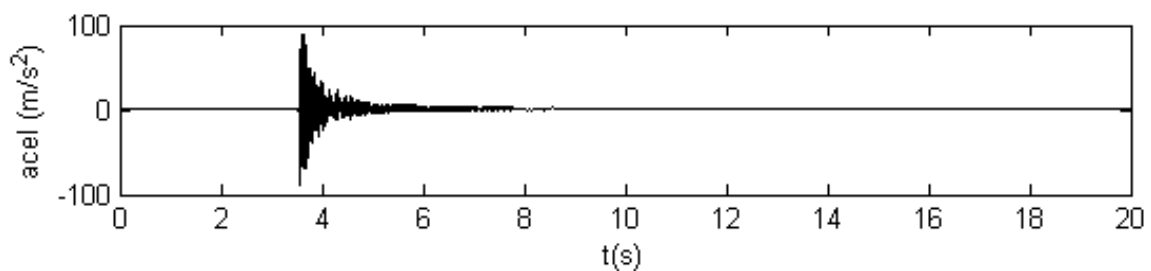


Figura 4.28 - Sinal do carregamento C3 para o acelerômetro A01

4.2.4. Método Básico no Domínio da Frequência

A fim de obter as frequências naturais pelo Método Básico no Domínio da Frequência são obtidos os espectros normalizados médios para cada tipo de carregamento, mostrados nas Figura 4.29, 4.30 e 4.31.

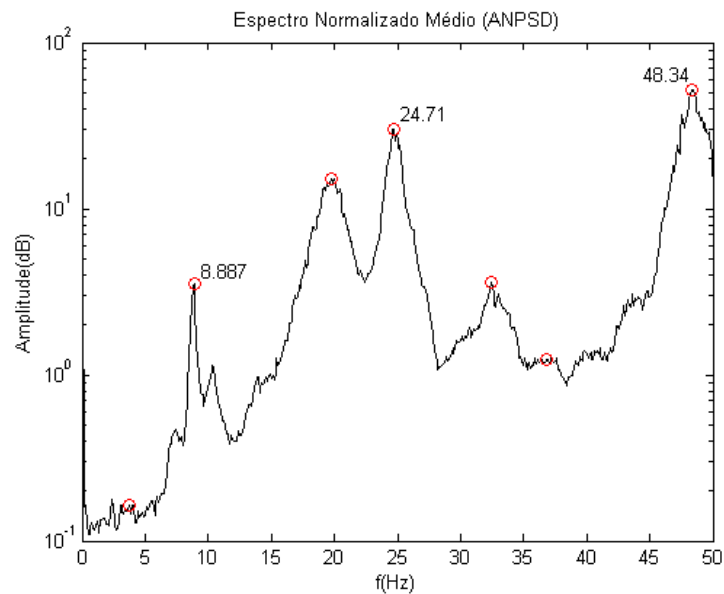


Figura 4.29 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C1

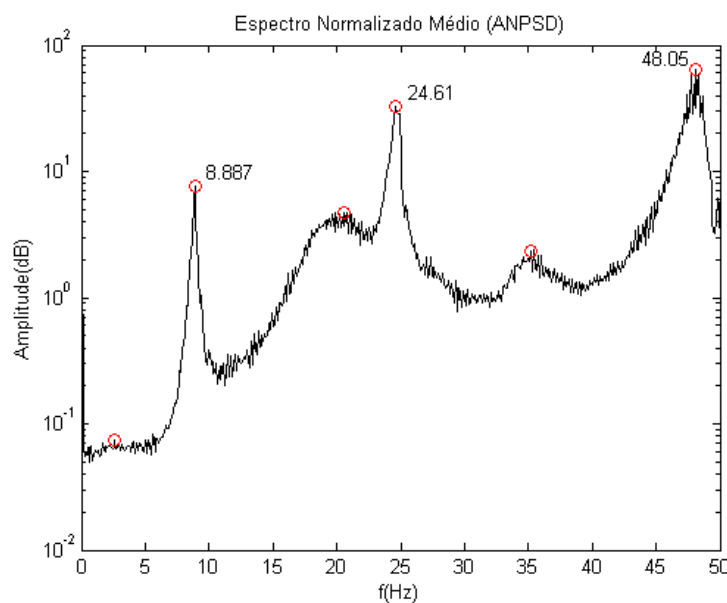


Figura 4.30 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C2

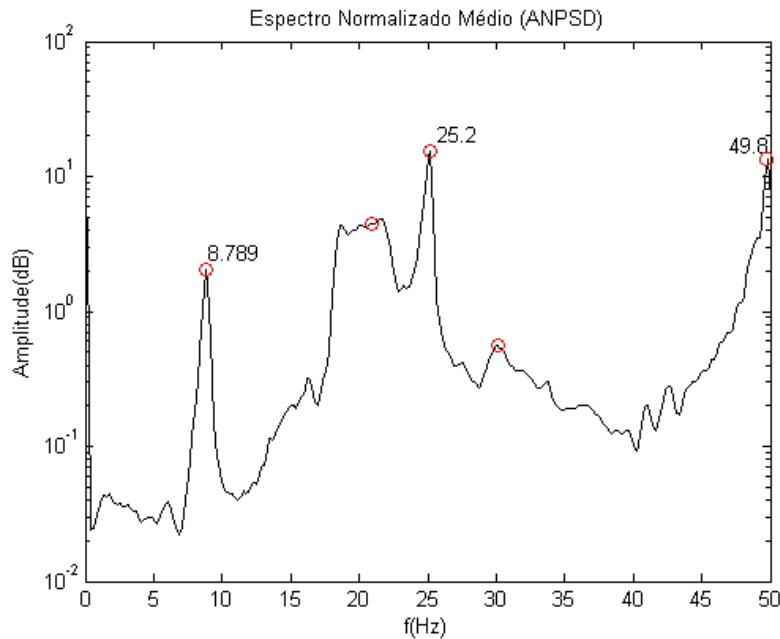


Figura 4.31 - Espectro Normalizado Médio para carregamento C3

Observa-se nestas figuras que as frequências naturais de flexão são identificadas. Além disso, aparece também uma frequência próxima a 20 Hz que pode ser uma frequência torcional induzidas por excentricidade na aplicação da carga.

A Tabela 4.15 mostra os resultados das frequências para cada um dos tipos de carregamentos analisados e os resultados teóricos calculados pela teoria apresentada em CLOUGH e PENZIEN (1993), além dos respectivos erros em porcentagens.

Tabela 4.9 - Frequências obtidas pelo Método Básico no Domínio da Frequência

	Teórico (Hz)	C1(Hz)	Erro(%)	C2(Hz)	Erro(%)	C3(Hz)	Erro(%)
1º Modo	8,41	8,887	5,672	8,887	5,672	8,789	4,507
2º Modo	23,18	24,71	6,601	24,61	6,169	25,20	8,714
3º Modo	45,45	48,34	6,359	48,05	5,721	49,80	9,571

A partir da Tabela 4.9 pode-se observar que as frequências encontradas para os três tipos de carregamento estão próximas aos valores teóricos.

As taxas de amortecimento foram encontradas utilizando o método de meia potência e estão apresentadas na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Taxas de amortecimento obtidas pelo método de meia potencia

	C1(%)	C2(%)	C3(%)
1º Modo	2,729	1,407	2,753
2º Modo	2,752	1,503	1,111
3º Modo	2,410	0,260	0,492

Os modos de vibração foram identificados através da primeira coluna da matriz de transferência. Na Figura 4.32 em vermelho estão representadas as formas deformadas dos três primeiros modos de vibração encontrados para o carregamento C1.

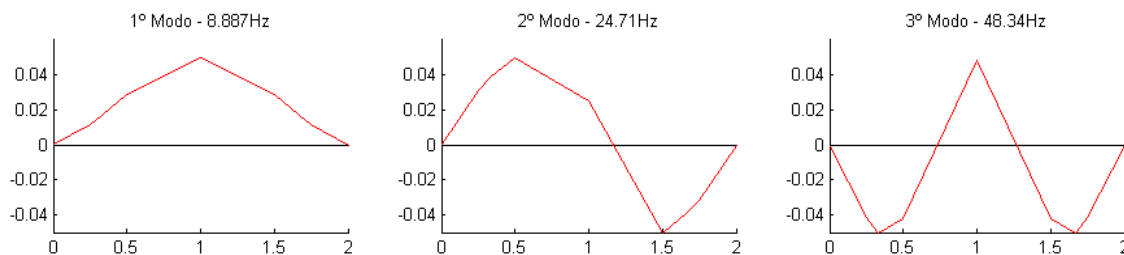


Figura 4.32 - Modos de vibração identificados pelo método básico no domínio da frequência

4.2.5. Método da Decomposição no Domínio da Frequência

O primeiro passo para a obtenção das características modais no Método da Decomposição no Domínio da Frequência é a decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral na qual os picos de ressonância podem ser tomados como uma estimativa inicial das frequências naturais, como mostrado nas Figura 4.33, 4.34 e 4.35.

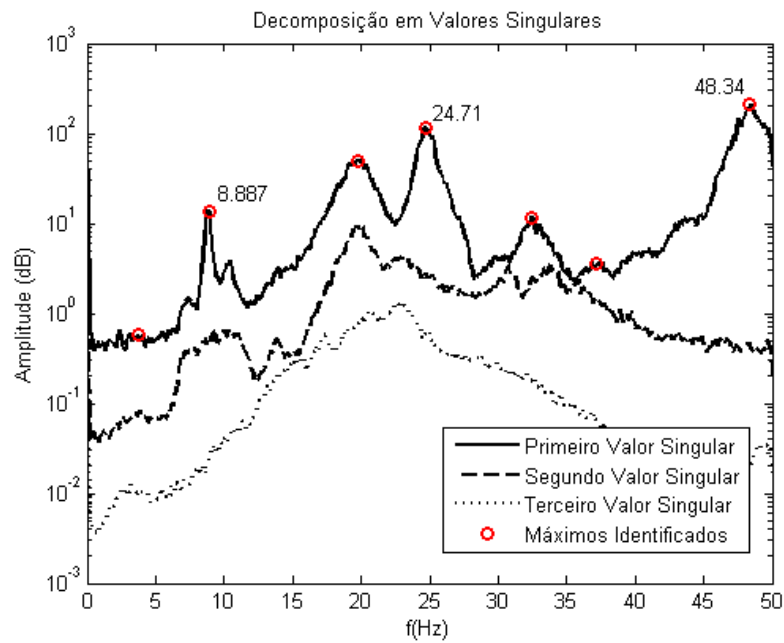


Figura 4.33 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C1

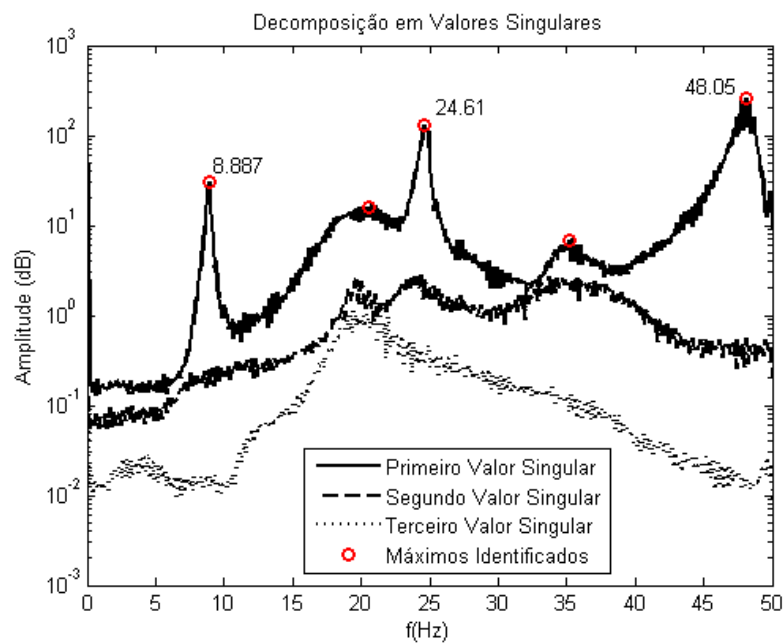


Figura 4.34 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C2

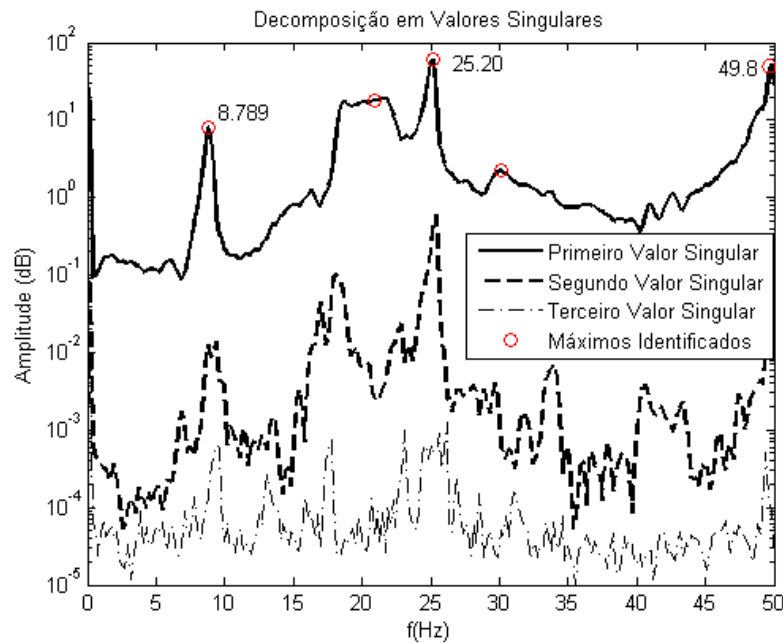


Figura 4.35 - Decomposição em valores singulares para o carregamento C3

Depois de efetuada a decomposição em valores singulares da matriz de densidade espectral deve-se proceder fazendo identificação dos osciladores de 1GDL para que, a partir destes, possam ser identificadas as taxas de amortecimento e as frequências ajustadas. Os osciladores de 1GDL (Figura 4.36) são identificados fazendo a comparação dos modos de vibração previamente identificados com o primeiro vetor singular para cada linha de frequência através do coeficiente MAC (Figura 4.37).

Foram utilizados coeficientes MAC de 0.99. Desta forma observa-se na Figura 4.37 que os osciladores de 1GDL estão presentes exatamente nas regiões que apresentam valores acima de 0.99.

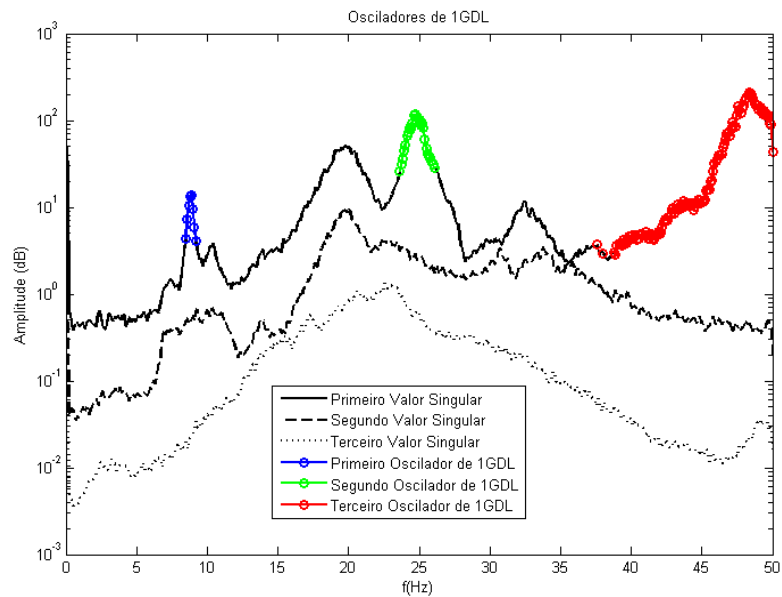


Figura 4.36 - Osciladores de 1GDL para o carregamento C1

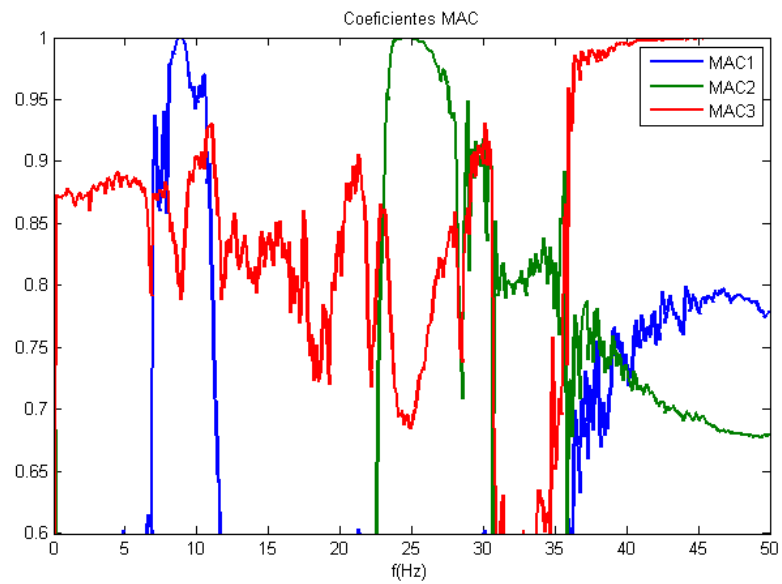


Figura 4.37 - Coeficientes MAC para o carregamento C1

Os modos de vibração identificados, através da primeira coluna da matriz de vetores singulares, estão apresentados na Figura 4.38.

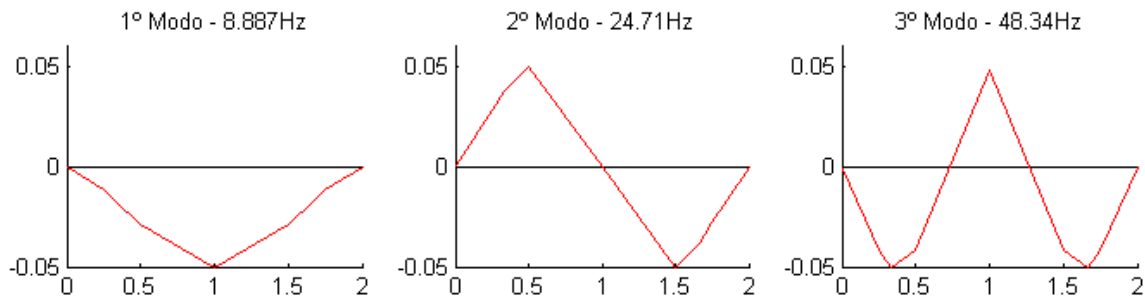


Figura 4.38 - Modos de vibração identificados pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência

Transformando os osciladores de 1GDL para o domínio do tempo através da transformada inversa de Fourier, obtêm-se as funções de autocorrelação nas quais aplicando o conceito de decremento logaritmo como explicado anteriormente pode-se identificar as taxas de amortecimento e por um procedimento semelhante no qual se avalia a inclinação da reta formada pelo máximos identificados nas funções de autocorrelação obtêm-se as frequências ajustadas.

As Figura 4.39, 4.40 e 4.41 mostram respectivamente a função de autocorrelação, a reta ajustada ao logaritmo de todos os máximos e mínimos a fim de se encontrar o decremento logarítmico e a reta que ajusta os máximos do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1.

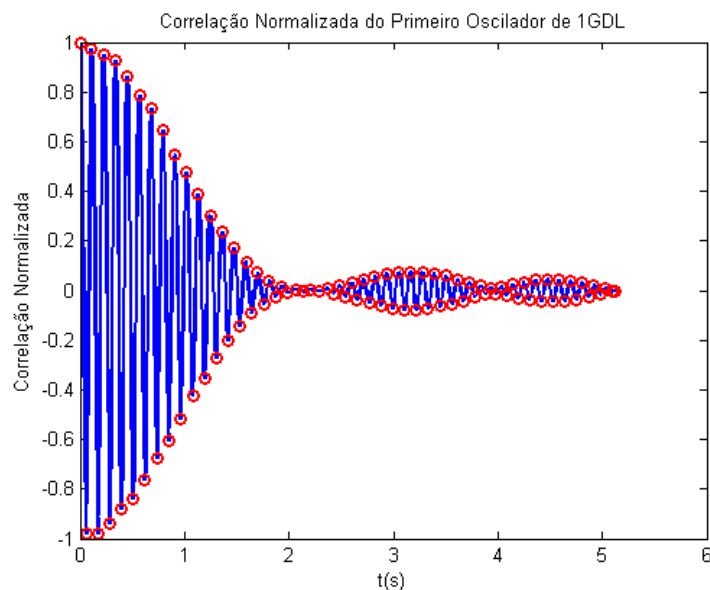


Figura 4.39 - Correlação do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1

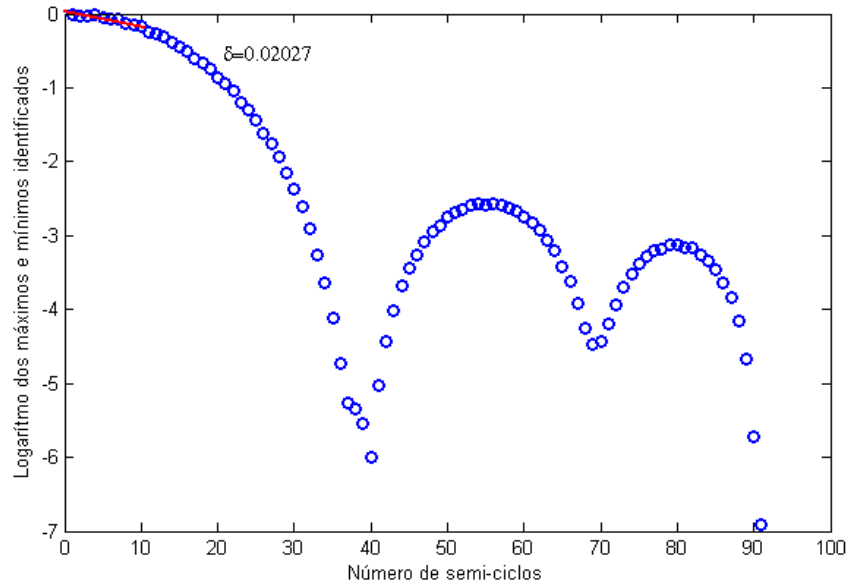


Figura 4.40 - Regressão linear do logaritmo de todos os máximos e mínimos do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1

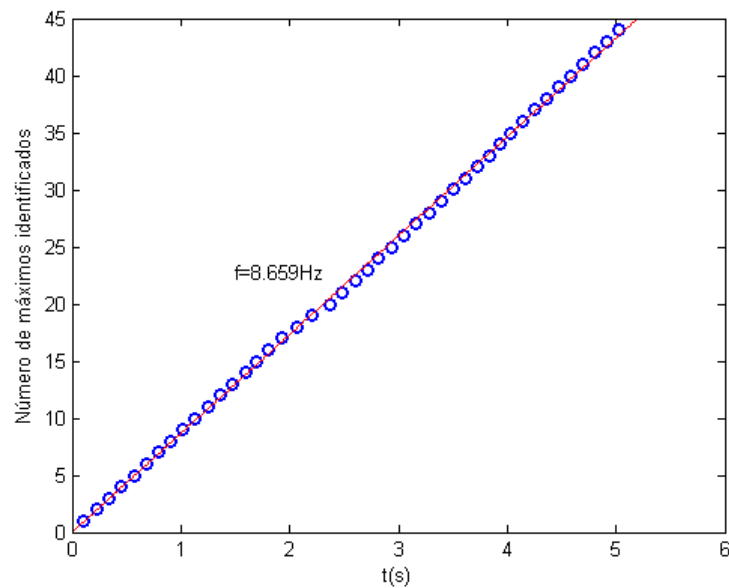


Figura 4.41 - Frequência ajustada do primeiro oscilador de 1GDL do carregamento C1

A Tabela 4.11 mostra as frequências naturais ajustadas encontrada para cada um dos tipos de carregamento e também os valores teóricos e a Tabela 4.12 as taxas de amortecimento para cada tipo de carregamento.

Tabela 4.11 - Frequência obtidas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência

	Teórico (Hz)	C1(Hz)	Erro(%)	C2(Hz)	Erro(%)	C3(Hz)	Erro(%)
1º Modo	8,41	8,659	2,961	8,862	5,375	8,791	4,530
2º Modo	23,18	24,67	6,428	24,89	7,377	25,14	8,456
3º Modo	45,45	48,21	6,073	48,21	6,073	48,04	5,699

Tabela 4.12 - Taxas de amortecimento obtidas pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência

	C1(%)	C2(%)	C3(%)
1º Modo	3,220	1,080	1,115
2º Modo	0,652	0,639	0,138
3º Modo	1,416	4,648	0,714

Depois de apresentados os resultados para o exemplo da viga bi-engastada pode-se concluir que os resultados são satisfatórios, pois as frequências naturais e os modos de vibração estão muito coerentes e com pouca diferença em relação ao teórico. Todavia os valores de amortecimento não foram exatamente os mesmos para os métodos PP e FDD, o que não é incomum de se encontrar na literatura mundial, pois o método de meia potência por vezes superestima as taxas de amortecimento.

4.3. Exemplo 3 - Viga Engastada-Livre

Apresenta-se nesta seção a aplicação dos métodos de identificação modal PP e FDD a uma estrutura de viga engastada e livre. Primeiramente os dados de entrada em termos de respostas em aceleração da estrutura foram simulados numericamente com auxílio de uma rotina *Matlab* em elementos finitos. Após a validação dos resultados obtidos com os analíticos encontrados na literatura, apresentam-se os resultados obtidos quando se utiliza dados experimentais. Nesta seção apresenta-se um ensaio com a instrumentação feita com a utilização de extensômetros, como uma alternativa de maior viabilidade econômica.

4.3.1. Resultados Obtidos com Respostas Simuladas Numericamente

4.3.1.1. Aplicação dos Esforços e Obtenção das Respostas

Para que se pudesse fazer uma posterior comparação entre os resultados numéricos e experimentais, foi feita a simulação das respostas em aceleração de uma viga com as mesmas propriedades físicas e geométricas da viga ensaiada em laboratório, quando submetida a um ruído branco gaussiano. A escolha deste tipo de estrutura se deve ao fato de que as suas características modais podem ser facilmente obtidas da literatura (CLOUGH e PENZIEN, 1993).

A Figura 4.42 apresenta as dimensões da viga engastada-livre e a Tabela 4.13 as propriedades físicas e geométricas da viga.

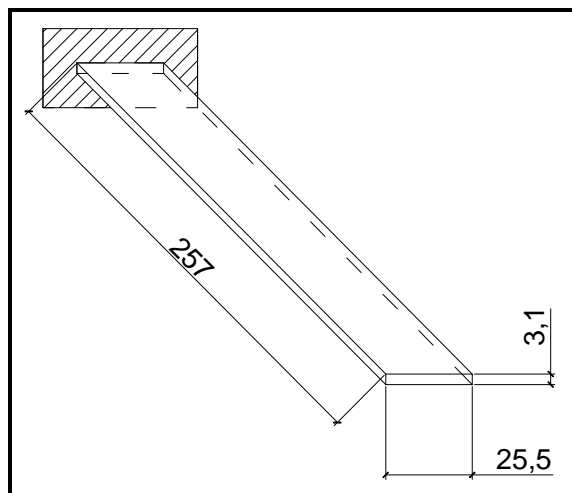


Figura 4.42 - Viga Engastada-Livre (Medidas em Milímetros)

Tabela 4.13 - Propriedades Físicas e Geométricas da Viga Engastada-Livre

Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade (E)	70,3 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,34
Massa específica (μ)	2600 kg/m ³
Área da Seção Transversal (A)	7,91.10 ⁻⁵ m ²
Momento de Inércia (I)	6,33.10 ⁻¹¹ m ⁴

Para a simulação das respostas dinâmicas da viga foi utilizado um programa de análise dinâmica desenvolvido em ambiente *Matlab* e que é baseado no método dos elementos finitos. A viga foi dividida em 4 elementos finitos de barra no qual são considerados 3 graus de liberdade por nó, translação vertical, horizontal e também a rotação no plano. O amortecimento foi considerado proporcional a massa e a rigidez com taxa de amortecimento igual a 5% para os três primeiros modos de vibração. A viga foi excitada em todos os seus graus de liberdade por um ruído branco gaussiano. Porém, para diminuir o esforço computacional e simplificar o problema, foram considerados apenas os deslocamentos verticais nos nós mostrados na Figura 4.43. As séries temporais de deslocamento foram derivadas para se obter as respostas em aceleração.

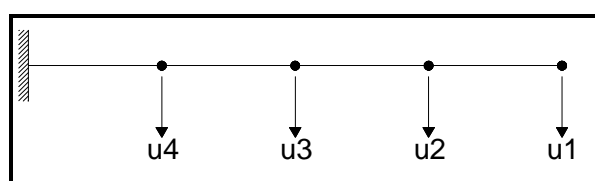


Figura 4.43 - Viga engastada-livre dividida em elementos finitos

As séries temporais de aceleração encontradas estão apresentadas na Figura 4.44.

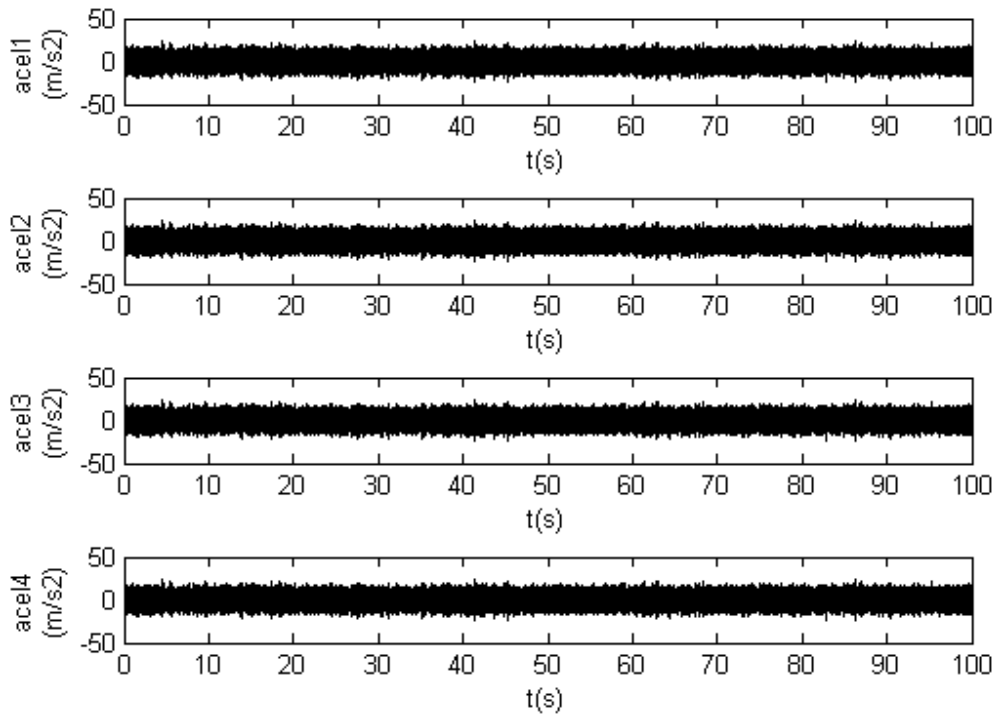


Figura 4.44 - Série temporal de aceleração da viga engastada-livre

4.3.1.2. Método Básico no Domínio da Frequência

O primeiro passo no Método Básico no Domínio da Frequência é a estimativa da matriz de densidade espectral, como mostrado na Figura 4.45, que foram geradas a partir das séries temporais de 100s com janelas de 1024 pontos e sobreposição de 2/3.

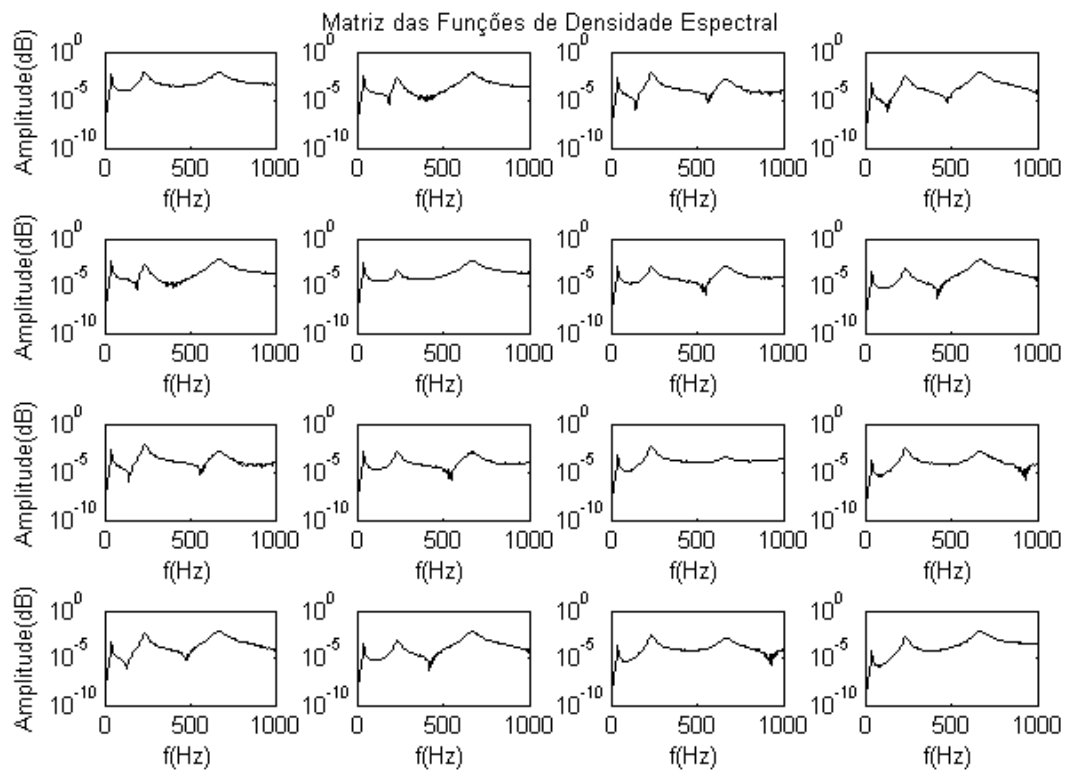


Figura 4.45 - Matriz das funções de densidade espectral

A partir da Matriz das Funções de Densidade Espectral obteve-se o espectro normalizado médio apresentado na Figura 4.46. Neste pode-se identificar as frequências naturais através dos picos de ressonância.

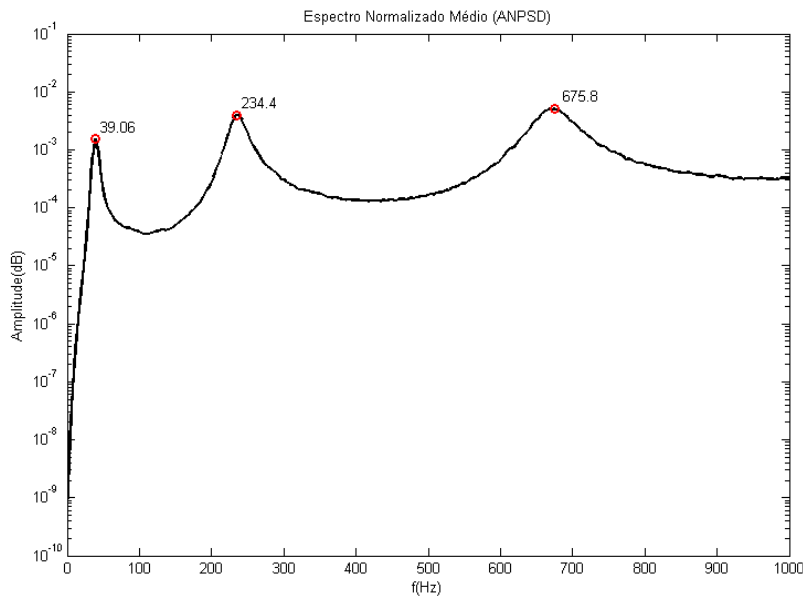


Figura 4.46 - Espectro Normalizado Médio (ANPSD)

Pode-se observar pela matriz das funções de coerência da Figura 4.47 que na região das frequências identificadas os valores estão próximos a unidade, o que indica que estas são frequências que representam modos de vibração da estrutura. Neste caso o resultado já era esperado por se tratar de um exemplo com dados simulados, nos quais não existe a presença de ruídos.

Os modos de vibração são identificados a partir de qualquer uma das colunas da matriz das funções de transferência, mostradas na Figura 4.48, na qual as curvas em preto representam amplitude e as curvas em cinza representam fase. Neste caso optou-se pela primeira coluna da matriz das funções de transferência, na qual os valores de amplitude indicam a amplitude do modo de vibração e o valor da fase fornece o sentido da amplitude, ou seja, se a fase for 0° a amplitude tem valor positivo mas se a fase for 180° , o valor da amplitude é negativo.

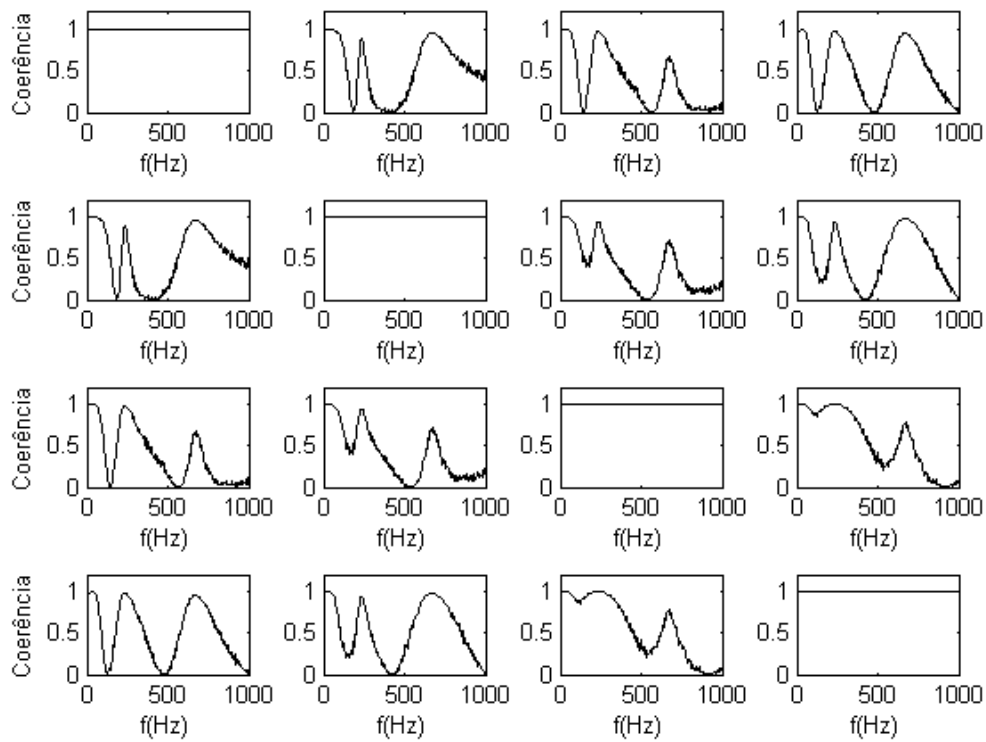


Figura 4.47 - Matriz das Funções de Coerência

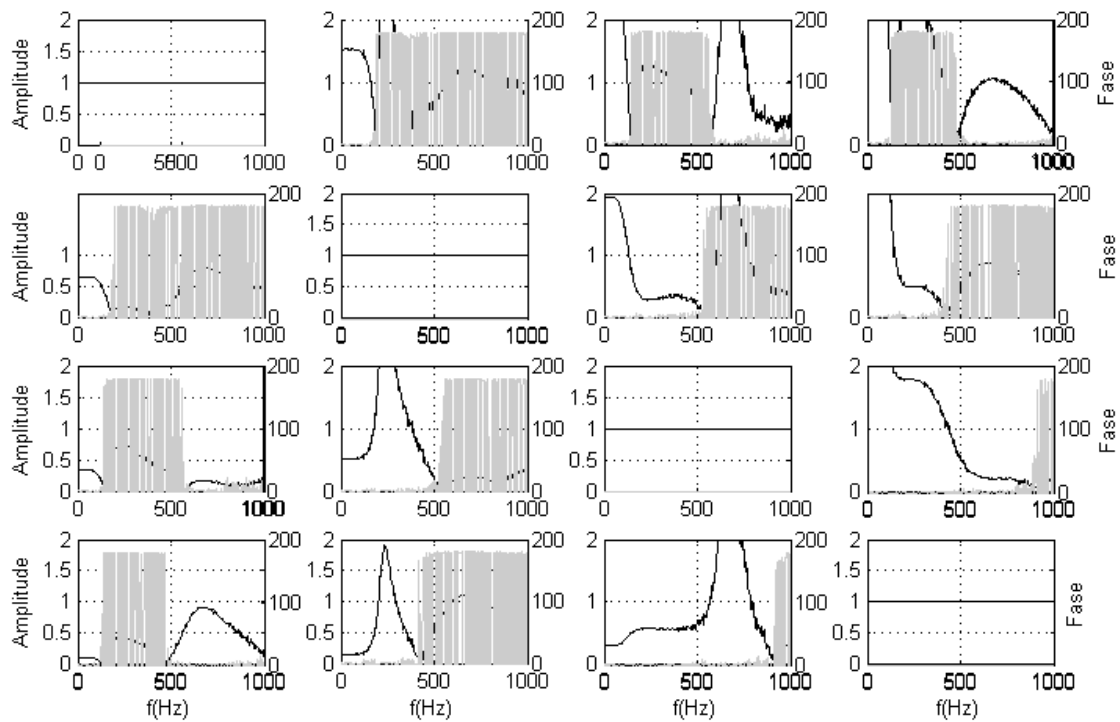


Figura 4.48 - Matriz das Funções de Transferência

Os modos de vibração obtidos para as 3 primeiras frequências naturais são apresentados na Figura 4.49.

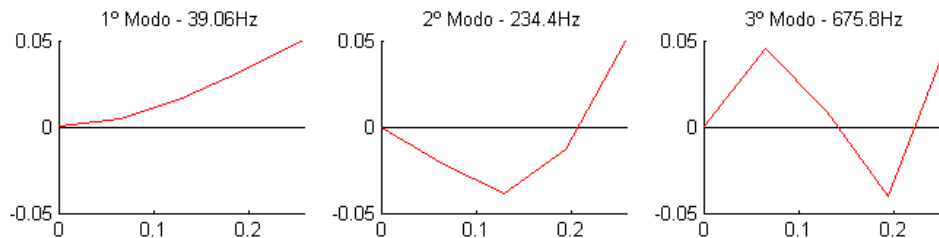


Figura 4.49 - Modos de vibração obtidos pelo Método Básico no Domínio da Frequência

Para o cálculo da taxa de amortecimento foi utilizado o método de meia potência. Neste utiliza-se dois valores na vizinhança das frequências naturais identificadas no espectro normalizado médio, um posterior e um anterior ambos com a metade do valor de ordenada do pico de frequências, quando então aplica-se a equação (3.14). Os valores das taxas de amortecimento encontradas pelo método básico no domínio da frequência estão apresentadas na Tabela 4.14.

Tabela 4.14 - Taxas de amortecimento identificadas utilizando método de meia potência

modo / frequência	f_2	f_1	f_i	$\xi(\%)$
1º modo, $f = 39,06$ Hz	43,23	36,42	39,06	8,72
2º modo, $f = 234,4$ Hz	249,00	223,50	234,40	5,44
3º modo, $f = 675,8$ Hz	705,90	642,90	675,80	4,66

Na Tabela 4.15 são apresentados os valores das frequências naturais e taxas de amortecimento calculados pelo Método Básico no Domínio da Frequência, representados pela sigla PP, os valores teóricos calculados pela teoria apresentada em CLOUGH E PENZIEN (1993) além dos respectivos erros, dados em porcentagem. Pode-se observar que os valores obtidos foram satisfatórios em relação aos valores teóricos no que diz respeito às frequências naturais, porém no que diz respeito às taxas de amortecimento observa-se uma

dispersão maior com o valor de erro chegando a 74% para a taxa de amortecimento do primeiro modo de vibração.

Tabela 4.15 - Comparação entre valores teóricos e o Método Básico no Domínio da Frequência

	Frequência (Hz)			Taxa de Amortecimento (%)		
	Teórico	PP	Erro (%)	Teórico	PP	Erro (%)
1º Modo	39,47	39,06	1,039	5	8,72	74,4
2º Modo	246,69	234,4	4,982	5	5,44	8,8
3º Modo	691,85	675,8	2,320	5	4,66	6,8

4.3.1.3. Método da Decomposição no Domínio da Frequência

Assim como no Método Básico no Domínio da Frequência, o primeiro passo no Método da Decomposição no Domínio da Frequência é estimar a matriz de densidade espectral de potência. Esta matriz é decomposta em valores singulares, como mostrado na Figura 4.50. A partir dos picos do primeiro valor singular podem ser identificadas as frequência naturais de vibração.

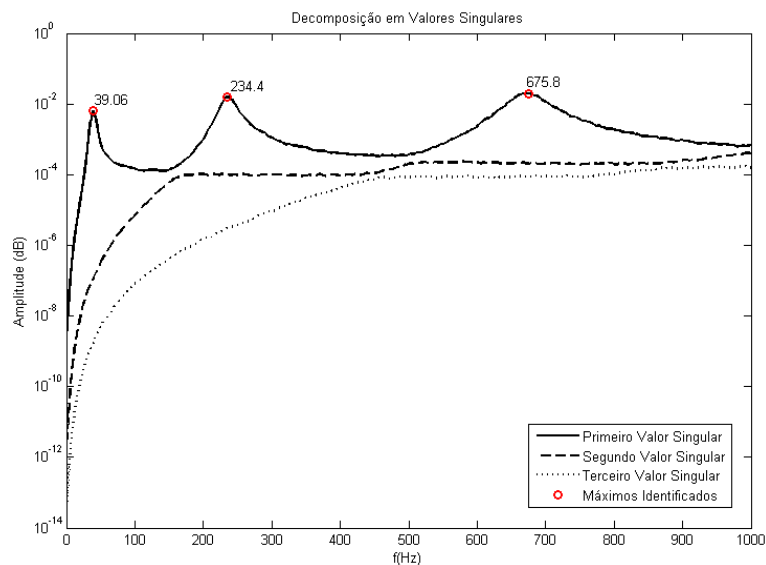


Figura 4.50 - Decomposição em valores singulares

Os modos de vibração obtidos a partir da primeira coluna da matriz de vetores singulares estão apresentados na Figura 4.51.

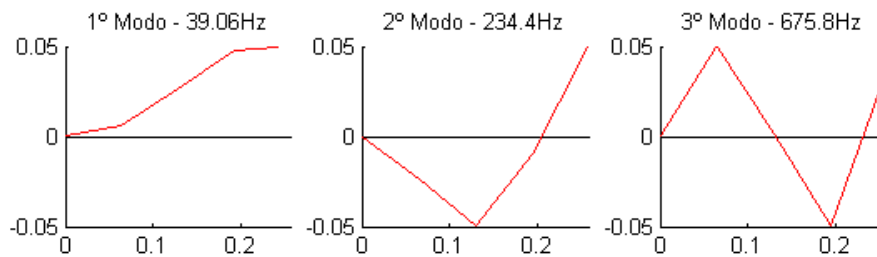


Figura 4.51 - Modos de vibração identificados pelo Método da Decomposição no Domínio da frequência

Depois de feita a decomposição em valores singulares, utilizou-se o coeficiente MAC para a identificação dos osciladores de um grau de liberdade relacionado a cada modo de vibração. Neste exemplo foi utilizado um coeficiente MAC de 0.95. Na Figura 4.52 os osciladores de um grau de liberdade relativos a cada modo de vibração estão destacados azul, verde e vermelho.

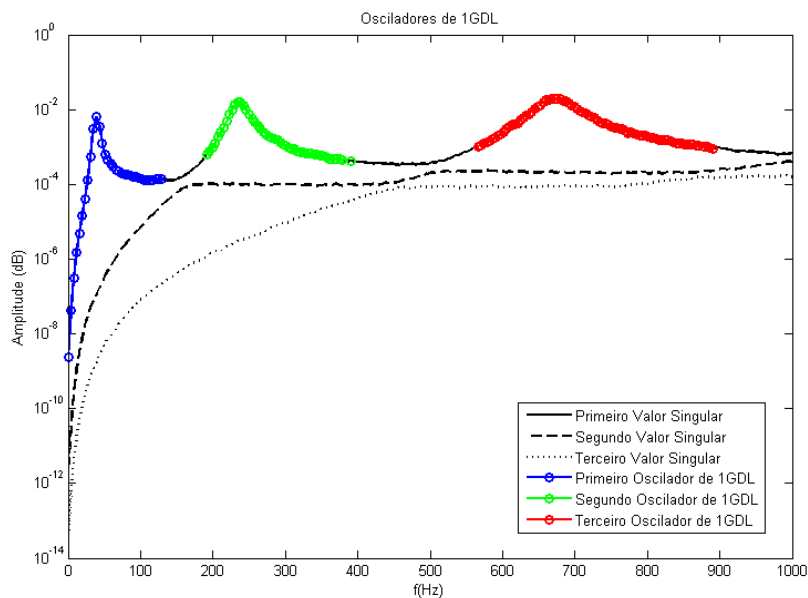


Figura 4.52 - Densidade espectral dos valores singulares com os osciladores de um grau de liberdade

Fazendo a transformação dos espectros dos osciladores de um grau de liberdade para o domínio do tempo através da transformada inversa de Fourier pode-se obter as funções de autocorrelação e, a partir destas, utilizando o conceito de decremento logarítmico é possível encontrar as taxas de amortecimento de cada modo de vibração. O decremento logarítmico foi obtido avaliando-se a inclinação da reta do ajuste linear do logarítmico de todos os máximos e mínimos da função de autocorrelação com o número de meio ciclos correspondentes, onde foram tomados apenas os pontos mais importantes. Está mostrado na Figura 4.53 a função de autocorrelação dos três osciladores de um grau de liberdade e na Figura 4.54 a reta que ajusta os pontos considerados mais relevantes das funções de autocorrelação dos três osciladores de um grau de liberdade, nestas o coeficiente angular da reta representa o decremento logarítmico.

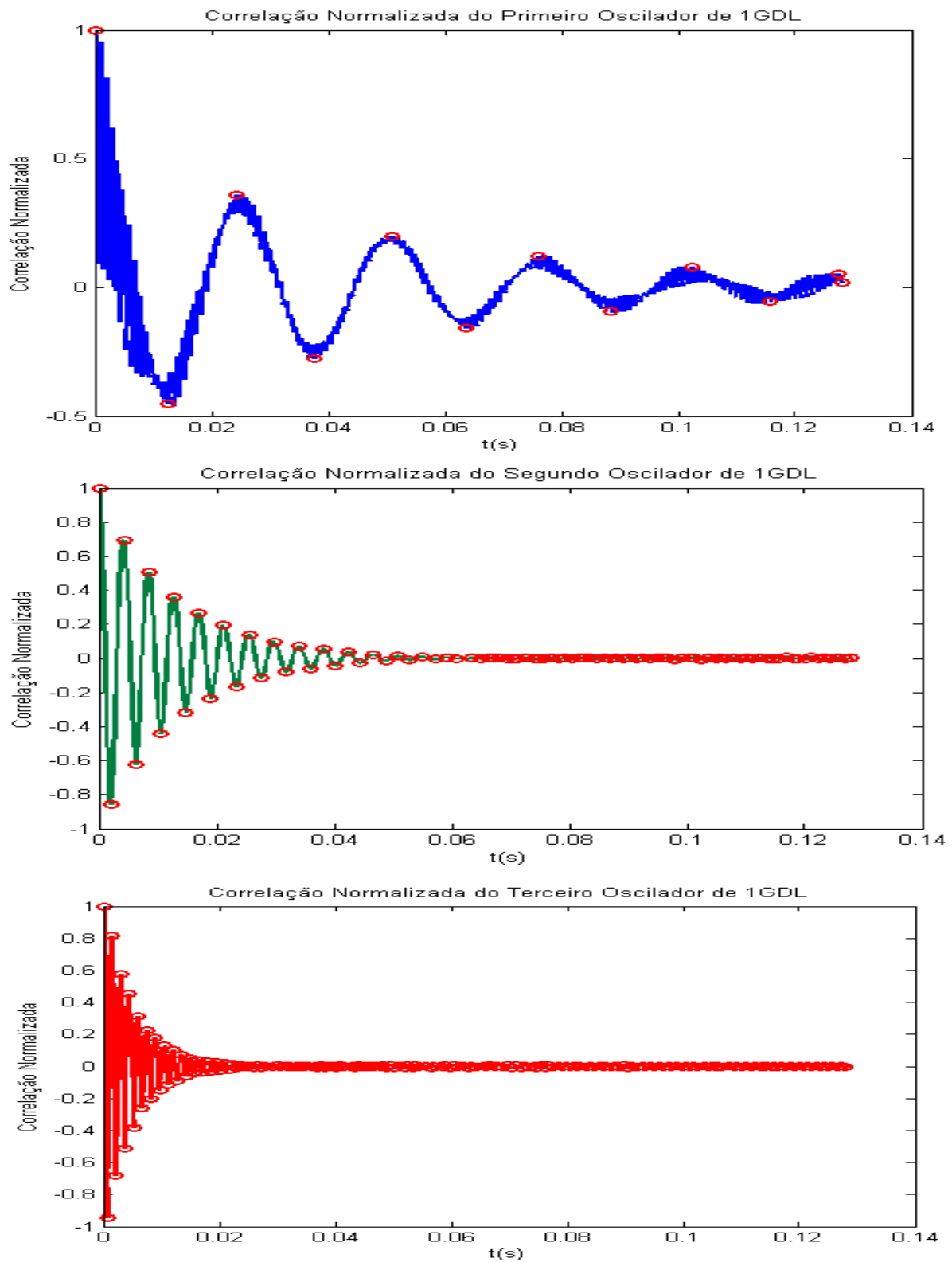


Figura 4.53 - Funções de autocorrelação da dos três osciladores de um grau de liberdade

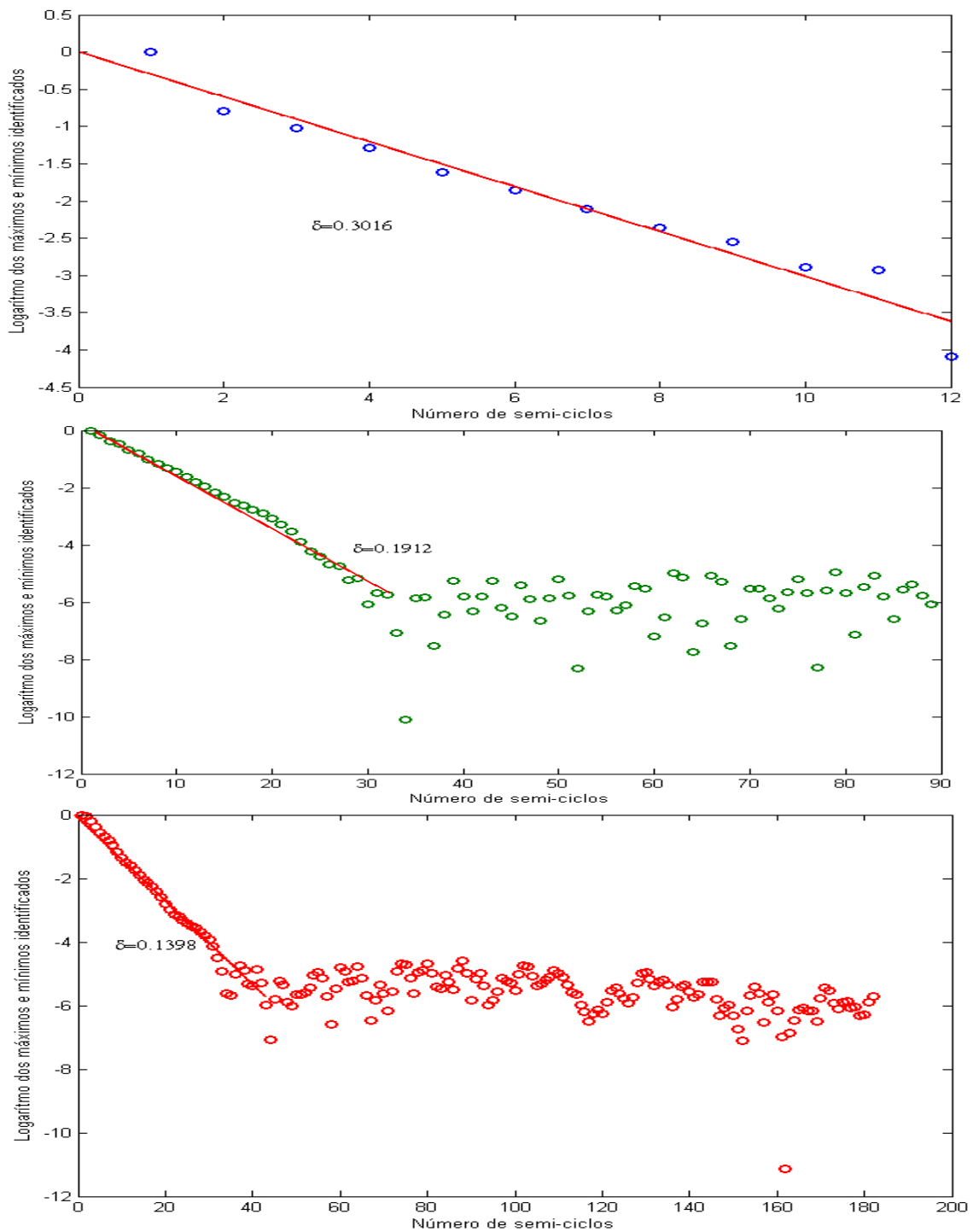


Figura 4.54 - Ajuste do logaritmo de todos os máximos e mínimos das funções de autocorrelação para a identificação do decaimento logarítmico

A fim de se obter as frequências naturais ajustadas, é realizado um procedimento análogo ao realizado para o cálculo do decremento logarítmico. Neste procedimento uma reta ajusta o número de máximos pelos instantes de tempo de ocorrência dos máximos, assim a inclinação da reta é a frequência ajustada.

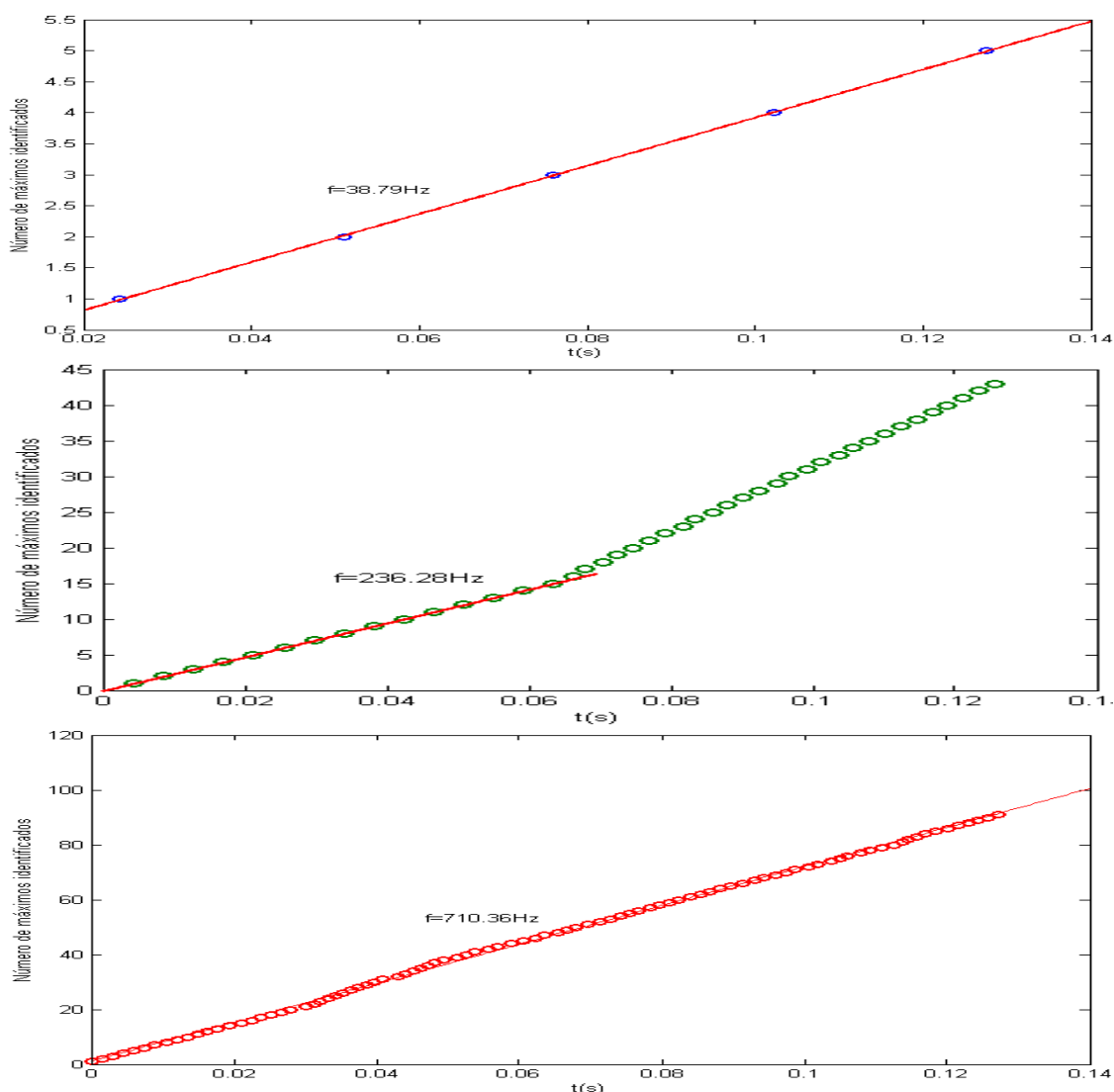


Figura 4.55 - Frequência ajustada dos três osciladores de 1GDL

Na Tabela 4.16 são apresentados os valores de frequências calculados pelo Método da Decomposição no Domínio da Frequência (FDD) a partir de dados simulados,

comparados aos valores teóricos calculados pela teoria apresentada em CLOUGH E PENZIEN (1993) e valores de erro dados em porcentagem. Ainda na Tabela 4.16 se apresentam os valores das taxas de amortecimento e os valores de erro apresentados em porcentagem.

Tabela 4.16 - Comparação entre valores teóricos e o Método de Decomposição no Domínio da Frequência

	Frequência (Hz)			Taxa de Amortecimento (%)		
	Teórico	FDD	Erro (%)	Teórico	FDD	Erro (%)
1º Modo	39,47	38,79	1,723	5	4,79	4,108
2º Modo	246,69	236,28	4,220	5	3,04	39,167
3º Modo	691,85	710,36	2,675	5	2,22	55,511

Pode-se observar na Tabela 4.16 a estimativa das frequências apresentam erros relativamente baixos, porém a estimativa do amortecimento se encontra com uma dispersão um pouco grande. Apesar disso consideram-se resultados coerentes.

4.3.2. Ensaio Experimental

4.3.2.1. Descrição da Estrutura e Instrumentação Utilizada

A estrutura escolhida para a aplicação dos algoritmos foi uma viga tipo engastada-livre e com as mesmas características da viga simulada numericamente na seção anterior (Tabela 4.13). Para a montagem desta estrutura, a viga de alumínio foi engastada a uma mesa com o auxílio de um grampo metálico, como mostra a Figura 4.56(a).

A fim de realizar os ensaios experimentais na estrutura sem ter que avaliar qual seria a influência da massa de transdutores como acelerômetros, foram escolhidos extensômetros. Estes são de fácil aplicação e, por serem leves, não necessitam de uma avaliação da influência de massa. Além disso, estes

dispositivos podem se tornar alternativas economicamente mais viáveis do que acelerômetros.

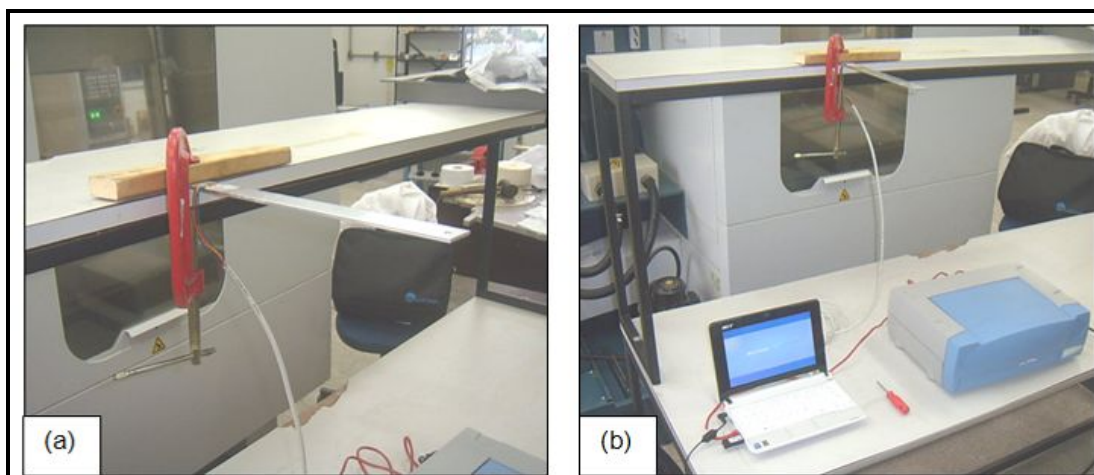


Figura 4.56 - (a) Detalhe da viga engastada-livre presa pelo “sargento”, (b) Sistema de aquisição de dados Lynx ADS 2000 e microcomputador

Dois extensômetros foram colados perpendicularmente posicionados um em relação ao outro na face superior da viga como mostrado no esquema da Figura 4.57. O extensômetro colado na direção longitudinal da viga foi chamado de “extensômetro 1” e o outro de “extensômetro 2”. Estes foram então conectados ao sistema de aquisição, armazenamento e processamento de dados ADS-2000 da empresa Lynx e este a um microcomputador como mostrado na Figura 4.56(b).

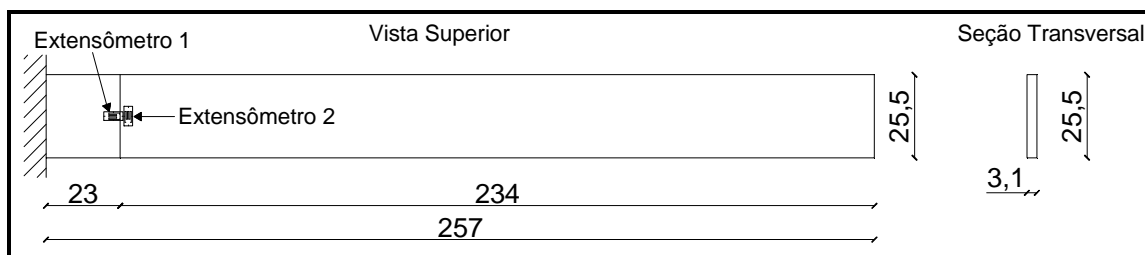


Figura 4.57 - Esquema de posicionamento dos extensômetros (Medidas em milímetros)

A estrutura foi excitada através de pulsos feitos aleatoriamente com as mãos ao longo de todo o comprimento da viga. Na Figura 4.58 é mostrado o sinal que foi captado pelo sistema de aquisição de dados. No gráfico superior em azul o sinal do “extensômetro 1” e no outro em vermelho o sinal do “extensômetro 2”.

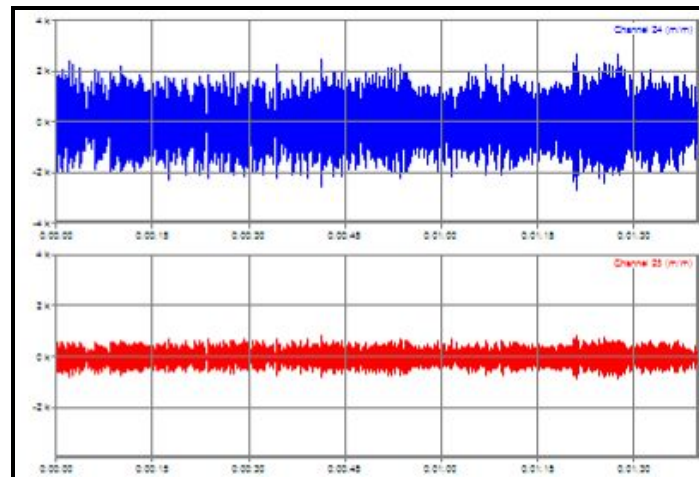


Figura 4.58 - Sinal captado pelo sistema de aquisição de dados

Após terem sido gravados pelo sistema de aquisição, os dados de deformação foram transformados em deslocamento para os mesmos quatro pontos do modelo numérico apresentado na seção anterior. Para tal foram utilizadas expressões que relacionam a deformação específica do ponto de medida com deslocamento e estão apresentadas no Apêndice A. Estes deslocamentos foram derivados e então se puderam obter as séries temporais em aceleração.

4.3.2.2. Método Básico no Domínio da Frequência para o ensaio

A partir das séries temporais de aceleração foi obtida a matriz de densidade espectral de potência. Foram considerados 100s com janelas de 1024 pontos e uma sobreposição 2/3. Na Figura 4.59 é mostrado o espectro normalizado médio

no qual se podem identificar as frequências naturais de vibração da viga através dos picos de ressonância.

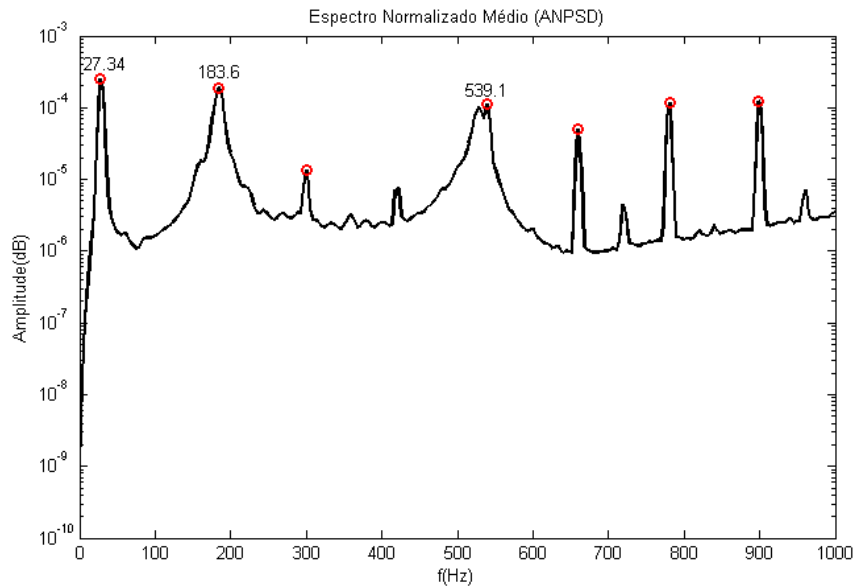


Figura 4.59 - Espectro normalizado médio

Os valores de taxa de amortecimento mostrados na Tabela 4.17 foram calculados pelo Método de Meia Potência explicado anteriormente.

Tabela 4.17 - Taxas de amortecimento identificadas utilizando método de meia potência para o ensaio

modo / frequência	f_2	f_1	f_i	$\xi(\%)$
1º modo, $f = 27,36$ Hz	32,51	25,05	27,36	13,63
2º modo, $f = 183,6$ Hz	190,3	178,1	183,6	3,32
3º modo, $f = 539,1$ Hz	543,2	521,7	539,1	1,99

Na Tabela 4.12 estão apresentados os resultados obtidos pelo Método de Seleção de Picos, quando da utilização de série temporais obtidos experimentalmente, os valores teóricos e os respectivos erros em porcentagem.

Tabela 4.18 - Comparação entre valores teóricos e o Método Básico no Domínio da Frequência para o ensaio

	Frequência (Hz)		
	Teórico	PP	Erro (%)
1º Modo	39,47	27,34	30,732
2º Modo	246,69	183,6	25,575
3º Modo	691,85	539,1	22,078

Observando a Tabela 4.12 concluímos que os resultados tiveram uma grande variação. Para as frequências naturais o erro foi da faixa de 30%. Acredita-se que os resultados tenham sido afetados devido ao nível excessivo de ruído no local e também ao tipo de instrumentação utilizando extensômetros, em seguida fazendo a conversão das deformações em deslocamentos e então os derivando para a obtenção das acelerações.

4.3.2.3. Método de Decomposição no Domínio da Frequência

A Figura 4.60 mostra a matriz de densidade espectral decomposta em valores singulares e também os picos de ressonância que correspondem às mesmas frequências de vibração encontradas no Método da Decomposição no Domínio da Frequência.

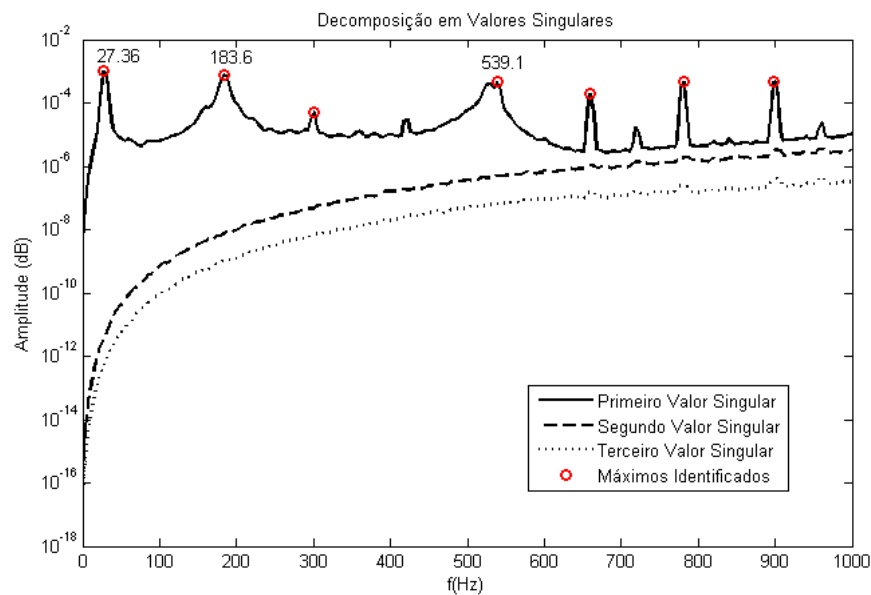


Figura 4.60 - Decomposição em valores singulares.

Procedendo com a utilização do coeficiente MAC, neste caso foi utilizado um MAC igual 0.9 para a identificação dos osciladores de um grau de liberdade relacionado a cada modo de vibração, pode-se ver na Figura 4.61 que houve correlação com apenas um oscilador de um grau de liberdade, o que pode ter sido provocado pelas dimensões da estrutura analisada ou pela excitação efetuada com as mãos tenha sido insuficiente para excitar os modos necessários. Além disso as expressões utilizadas para transformação das deformações em deslocamento estão correlacionadas com a flecha de uma viga engastada-livre a qual coincide com o primeiro modo de vibração. Assim sendo, pode-se explicar o não desacoplamento do problema em três osciladores de 1GL, como efetuado no caso em as respostas foram simuladas numericamente.

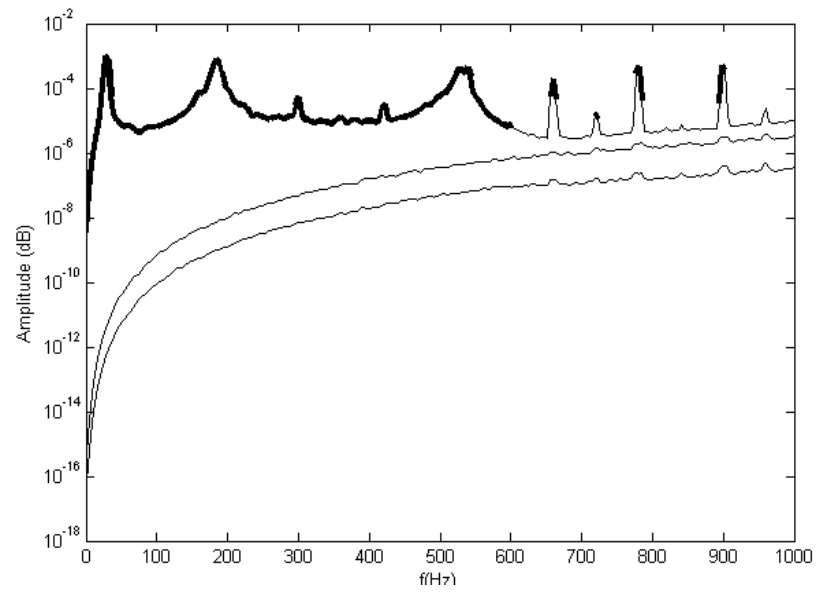


Figura 4.61 - Densidade espectral dos valores singulares com os osciladores de um grau de liberdade do ensaio

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1. Conclusões

O presente trabalho apresentou os fundamentos teóricos, a simulação numérica e também a avaliação experimental de dois métodos de identificação modal baseados apenas nas respostas das estruturas. O Método de Básico no Domínio da Frequência e o Método da Decomposição no Domínio da Frequência são fundamentados na utilização das densidades espectrais de potência das respostas em aceleração de uma estrutura.

O primeiro foi um pórtico plano de três pisos apresentado por MENDES e OLIVEIRA (2008). Neste exemplo, as respostas em aceleração foram simuladas através de um modelo de espaço de estado. Além disso, respostas em aceleração contaminadas com 10% e 20% de ruído foram testadas e observou-se que as frequências naturais e os modos de vibração praticamente não foram alterados. Já no que diz respeito às taxas de amortecimento pode-se dizer que os valores encontrados pelo Método de Meia Potência apresentaram diferenças em relação à taxa utilizada na simulação dos dados numéricos de entrada em termos de aceleração. Estas diferenças podem estar ligadas a baixa resolução em frequência dos sinais e também à sua discretização. No Método da Decomposição no Domínio da Frequência foram encontradas as frequências ajustadas e as taxas de amortecimento. Neste método a diferença das taxas de amortecimento encontradas em relação aos valores teóricos podem ter erros induzidos nas transformadas de Fourier, na qual os sinais se apresentam discretizados.

O segundo exemplo de aplicação foi uma viga de aço biengastada instrumentada com 4 acelerômetros, em que foram testados três diferentes tipos de carregamentos aplicados com o auxílio de um martelo de borracha, sendo

estes, um carregamento aleatório, um carregamento com pulsos intercalados e o último um carregamento com um único pulso. Neste exemplo foram encontrados resultados coerentes quando comparados com os valores de referência, que foram os obtidos analiticamente no que diz respeito a frequências naturais de vibração e modos de vibração. Em relação a taxas de amortecimento, os resultados foram pouco coerentes entre os tipos de carregamento e também pela comparação dos dois métodos. Os erros verificados podem ter sido induzidos pela presença de ruídos.

O terceiro exemplo foi uma viga engastada livre. Neste caso, as respostas em aceleração foram obtidas de formas diferentes. Na primeira forma utilizou-se um programa de análise dinâmica baseado em elementos finitos e na segunda utilizou-se uma instrumentação alternativa com extensômetros. Nas simulações com dados numéricos as respostas em aceleração foram obtidas através de um programa de análise dinâmica baseado em elementos finitos. Os resultados encontrados para frequências naturais e modos de vibração para os dois métodos foram bastante coerentes com os valores tomados como referência. Já no que diz respeito a taxas de amortecimento, obteve-se uma estimativa com uma elevada diferença para no primeiro modo utilizando o Método de Meia Potência

Nos ensaios experimentais da viga engastada-livre, acredita-se que uma série de fatores tenham influenciado nos resultados tais como: nível elevado de ruído no local, as dimensões da estrutura analisada, a utilização de extensômetros o que levava a medidas indiretas e a excitação efetuada com as mãos que, apesar de ser aleatória, talvez tenha sido insuficiente para excitar eficientemente a estrutura. Apesar de todos esses inconvenientes pode-se considerar que os valores encontrados para as frequências naturais de vibração no ensaio são razoavelmente aceitáveis, considerando a utilização de extensômetros como transdutores alternativos.

Após os testes realizados através dos três exemplos com a utilização dos dois métodos, Método Básico no Domínio da Frequência e Método da Decomposição no Domínio da Frequência, pode-se observar que para as duas

rotinas implementadas foram obtidos resultados coerentes quando comparados com valores de referência levando-se em conta os valores dos modos de vibração e das frequências naturais de vibração. No que diz respeito às taxas de amortecimento pôde-se confirmar a tendência do Método de Meia Potência em superavaliar as estimativas. Já o Método da Decomposição no Domínio tende a subestimar as taxas de amortecimento.

Analisando de uma forma geral as rotinas implementadas cumpriram com o objetivo principal que consistiu na identificação modal, apesar de pequenas incoerências de resultados no que diz respeito a estimativa das taxas de amortecimento.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos posteriores tem-se que seja feita uma melhor avaliação na identificação das taxas de amortecimento, que as rotinas implementadas sejam melhoradas com a utilização, por exemplo, de entrada de dados com o auxílio de uma interface gráfica e que com os resultados obtidos espera-se que seja possível a identificação modal de estruturas reais, com base apenas nas respostas utilizando o Método Básico no Domínio da Frequência e o Método de Decomposição no Domínio da Frequência. Pois as rotinas apresentadas se mostraram bastante confiáveis no que diz respeito à identificação modal.

BIBLIOGRAFIA

Abdel-Ghaffar, A.M. (1978) Vibration Studies and Tests of a Suspension Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.6, pp. 473-496.

Allemang, R., (2003) The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse, Journal of Sound and Vibration, August, 2003, 8 p.

Allemang, R. J.; Brown, D. L. (1987) Modal parameter estimation. Experimental modal analysis and dynamic component synthesis, USAF technical report, Contract No.F33615-83-C-3218, AFWAL-TR-87-3069, 3.

Allemang, R. J.; Brown, D. L. (1998) A Unified Matrix Polynomial Approach to Modal Identification, Journal of Sound and Vibration 211(3), pp. 301-302.

Alvandi, A. (2003) Contribution à l'Utilisation Pratique de l'Évaluation Dynamique pour la Détection d'Endommagements dans les Ponts, Tese (Doutorado), Ecole National de Ponts et Chaussées, Paris, França, 207 p.

Aragão Filho, L. A. C. A. M. (2008) Identificação de Estruturas em Operação Através de Análise Modal Híbrida, (Tese) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Engenharia Civil, 297 p.

ARTeMIS Extractor Pro, Structural Vibration Solutions, Aalborg, Denmark

Asmussen, J. C. (1997) Modal Analysis Based on the Random Decrement Technique – Application to Civil Engineering Structures, Ph.D Thesis , Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 227 p.

- Borges, A. S. (2006) Análise Modal baseada apenas na Resposta – Decomposição no Domínio da Frequência. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Ilha Solteira – SP, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 104 p.
- Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P. (2000) Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition, Proc. 18th Int. Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL.
- Brincker, R., Ventura, C., and Andersen, P. (2001) Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition, Proc. 19th Int. Modal Analysis Conference, San Antonio, TX.
- Crawford, R. e Ward, H.S. (1964) Determination of the Natural Period of Buildings, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.54, No.6, pp.1743-1756.
- Clough, R., Penzien, J. (1993) Dynamics of Structures, McGraw-Hill International Editions, 2 ed, 730 p.
- Cremona, C., Barbosa, F.S. (2002) Structural Dynamic Monitoring under Ambient Vibration, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France, 8 p.
- Cremona, C., Barbosa, F.S. (2001), Identification Modale sous Excitation Ambiante – Application aux Ponts, Analyse modale expérimentale sous l'égide de l'AFM, Blois, 29-30 novembre.
- Cunha, A., Caetano, E., Magalhães, F., Moutinho, C. (2006) From Input-Output To Output-Only Modal Identification of Civil Engineering Structures, Structural Assessment, Monitoring and Control, (Samco)

- Cury, A. A. (2008). MIDaS – Um Sistema computacional baseado em aplicações web para identificação modal de sistemas dinâmicos deformáveis. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Juiz de Fora, 144 p.
- Ewins, D. J. (1984) Modal Testing: Theory and Practice, John Wiley & Sons Inc, New York, 138 p.
- Felber, A.J. (1993) Development of a Hybrid Bridge Evaluation System, Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Freitas, T. C. (2008) Identificação de parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura – Identificação estocástica de Subespaço e decomposição no domínio da frequência, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Ilha Solteira – SP, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 125 p.
- Gawronski, W.K. (2004) Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures ,Springer-Verlag, New York, 419 p.
- He, J. e Fu Z. F.(2001) Modal Analysis, Butterworth-Heinemann, Oxford, 291 p.
- James III, G.,H.; Carne, T., G.; Lauffer, J., P. (1993) The natural excitation technique (NEXt) for modal parameters extraction from Wind Turbines. Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico and Livermore, California United States Department of Energy under Contract DE-AC04-76DPO0789 SF2W)OQ, 46 p.

- Maia, N. M. M. e Silva, J. M. M. (1997) Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press Ltd. 1 ed, 488 p.
- Mc Lamore, V.R., Hart, G., Stubbs, I.R. (1971) Ambient Vibration of Two Suspension Bridges, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.97, N.ST10, pp. 2567-2582,
- Mendes, P., Oliveira, S. (2008) Análise Dinâmica de Estruturas - Utilização Integrada de Modelos de Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos. Lisboa, Portugal: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 169 p.
- Midas – Um Sistema Computacional Baseado em Aplicações web – www.midas.ufjf.br, Março/2009.
- Nunes Jr., O. A. (2006) Identificação dos Parâmetros Modais Utilizando apenas as Respostas da Estrutura – Identificação no Domínio do Tempo -. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Ilha Solteira – SP, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 122 p.
- Peeters, B. (2000) System Identification and Damage Detection in CivilEngineering, Ph.D. Thesis, K. U. Leuven, Belgium, 256 p.
- Peeters, B., Ventura, C. E. (2003) Comparative Study of Modal Analysis Techniques for Bridge Dynamic Characteristics, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 17(5), pp. 965-988.
- Peeters, B., De Roeck, G. (2001) Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review, J. of Dynamic System, Measurement and Control, V. 123, Dec. 200, 9 p.

Rao, S. S. (2009) *Vibrações Mecânicas - Quarta Edição*, Pearson Prentice Hall, 448 p.

Rodrigues, J. (2004) *Stochastic Modal Identification. Methods and Applications in Civil Engineering Structures*, Ph.D. Thesis Universidade do Porto (FEUP/LNEC), Porto, Portugal

Trifunac, M.D. (1972) *Comparison Between Ambient and Forced Vibration Experiments*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.1, pp.133-150.

Van Overschee, P., De Moor, B. (1996) *Subspace Identification for Linear Systems — Theory, Implementation, Applications*, Kruwer Academic Publishers.

Welch, P.D. (1967) *The use of Fast Fourier Transform for the estimation of Power Spectra: a Method based on the averaging over short modified periodograms*", *IEEE Transation on Audio and Electro-Acoustics*, AU-15(2).

Zhang, L.-M., Brincker, R., Andersen, P. (2005) *An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues*, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, China.

APENDICE A

Este apêndice tem por finalidade principal demonstrar como foram encontrados os deslocamentos para a viga engastada-livre do exemplo 2 desta dissertação que foram subseqüentemente derivados e transformados em aceleração.

Assim sendo, para tal explicação considera-se a viga engastada-livre da Figura 1 .na qual uma força F está aplicada na extremidade livre e tem-se um extensômetro colado a uma distância x da extremidade engastada.

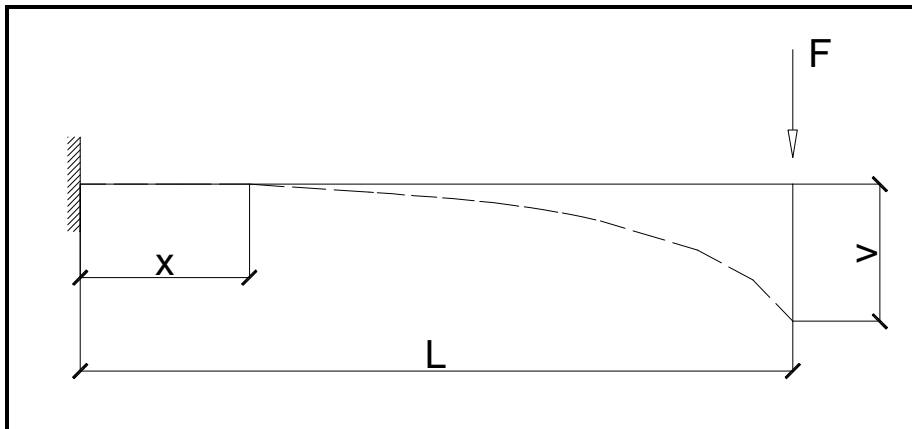


Figura A.1 - Viga engastada-livre

Considerando os princípios da Resistência dos Materiais o deslocamento elástico (v) na extremidade da viga é proporcional às deformações específicas nas faces superior e inferior a uma distancia x do engaste. Então para uma seção próxima ao engaste tem-se:

$$M_{(x)} = k \cdot EI \quad (A.1)$$

Desta resulta a equação de deslocamentos da viga

$$v(x) = \frac{FLx^2}{2EI} - \frac{Fx^3}{6EI} \quad (A.2)$$

Substituindo x por L e o produto de rigidez a flexão EI , com uma carga F aplicada na extremidade livre, tem-se a expressão do deslocamento:

$$v_{(x=L)} = \frac{FL^3}{3EI} \quad (A.3)$$

O momento fletor para uma seção distante de x da seção engastada é dado por:

$$M_{(x)} = F(L - x) = k \cdot EI \quad (A.4)$$

Sendo $k = 1/r = (\varepsilon_1 / + \varepsilon_2) / h$ e h a altura da viga, tem-se:

$$F = \frac{(\varepsilon_1 / + \varepsilon_2)EI}{(h \cdot (L - x))} \quad (A.5)$$

Substituindo o valor F na expressão do deslocamento, tem-se:

$$v_{(x=L)} = \frac{(\varepsilon_1 / + \varepsilon_2)L^3}{(3h \cdot (L - x))} \quad (A.6)$$

onde ε_i são as deformações específicas, determinadas nas superfícies superior e inferior da peça, numa seção distante $(L-x)$ do ponto de aplicação da força, como no caso deste trabalho foram medidas apenas deformações na face superior da viga considerou-se $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ na Equação acima.

De forma análoga foram encontradas as expressões de deslocamentos para outros pontos da viga, mostradas nas equações a seguir.

$$v_{(x=L/2)} = \frac{5}{16} \cdot \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)L^3}{(3h \cdot (L-x))} \quad (\text{A.7})$$

$$v_{(x=L/4)} = \frac{11}{128} \cdot \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)L^3}{(3h \cdot (L-x))} \quad (\text{A.8})$$

$$v_{(x=3L/4)} = \frac{81}{128} \cdot \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)L^3}{(3h \cdot (L-x))} \quad (\text{A.9})$$

Dessa forma é possível relacionar diretamente a deformação específica medida de um ponto a uma distancia x do engaste com deslocamentos em qualquer ponto da viga.