

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO
CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS E A INSTABILIDADE
ESTRUTURAL

JOSIMAR PEREIRA FREITAS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

DEZEMBRO – 2010

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO
CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS E A INSTABILIDADE
ESTRUTURAL

JOSIMAR PEREIRA FREITAS

Dissertação apresentada ao Centro de
Ciência e Tecnologia, da Universidade
Estadual do Norte Fluminense, como
parte das exigências para obtenção de
título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Gines Arturo Santos Falcón
Co – orientador: Prof. José Guilherme Santos da Silva

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
DEZEMBRO – 2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT / UENF**

46/2010

Freitas, Josimar Pereira

Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semi-rígidas e a instabilidade estrutural / Josimar Pereira Freitas. – Campos dos Goytacazes, 2010.

xxii, 113f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) --Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil. Campos dos Goytacazes, 2010.

Orientador: Gines Arturo Santos Falcón.

Co-orientador: José Guilherme Santos da Silva.

Área de concentração: Estruturas.

Bibliografia: f. 109-113.

1. Ligações semi-rígidas 2. Instabilidade estrutural 3. Projeto ótimo
4. Pórticos planos metálicos I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil II. Título.

CDD 624.1773

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO
CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS E A INSTABILIDADE
ESTRUTURAL

JOSIMAR PEREIRA FREITAS

Dissertação apresentada ao Centro de
Ciência e Tecnologia, da Universidade
Estadual do Norte Fluminense, como
parte das exigências para obtenção de
título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovada em 14 de Dezembro de 2010

Comissão Examinadora:

Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro (PhD, Engenharia Mecânica) –
FEN/UERJ

Prof. Vânia José Karam (DSc, Engenharia Civil) – LECIV/UENF

Prof. José Guilherme Santos da Silva (DSc, Engenharia Civil) – FEN/UERJ
Co-Orientador

Prof. Gines Arturo Santos Falcón (DSc, Engenharia Mecânica) – LECIV/UENF
Orientador

Ao meu amado avô Helson Batista Pereira (*in memoriam*) que voltou para casa de Deus enquanto eu terminava de escrever esta dissertação.

AGRADECIMENTOS

Neste momento em que concluo mais esta importante etapa da minha vida, eu agradeço a Deus, por ser Deus e por ser meu melhor amigo. Porque Ele esteve junto de mim em todos os dias que trabalhei nesta dissertação e se a concluo agora, é graças a Ele. Agradeço porque Ele permitiu que eu tropeçasse e encontrasse muitas barreiras no caminho, mas sempre me ajudou a ultrapassá-las e me impulsionou com o seu braço forte quando foi preciso.

Agradeço a Santa Maria, mãe de Deus, por ter voltado seu doce olhar para mim nos momentos de maior agonia e ter vindo em meu socorro. Por nunca ter me desamparado e ter estado junto de mim em todos os momentos, me protegendo por onde eu andei e iluminando minha inteligência para alcançar os resultados necessários.

Em seguida, eu agradeço a minha família, a minha mãe, Elzi Benevenuta Batista Pereira Freitas, ao meu pai, Jocimar da Costa Freitas, a minha avó Elzira Pereira Neves e aos demais familiares que participaram do meu crescimento e contribuíram na minha formação humana e profissional. Agradeço, especialmente, aos três primeiros que sempre estiveram ao meu lado e me acompanharam, foram meus principais incentivadores e me ajudaram em tudo o que foi preciso, sempre com o maior amor e compreensão. Agradeço por todo o aconselhamento dado, com a sinceridade de quem eu sei que quer sempre o melhor para mim, seja qual for a situação.

Faço uma menção especial ao meu avô Helson Batista Pereira que agora está junto de Deus. Sempre foi um homem simples, mas sempre demonstrou muito orgulho do seu neto mais velho de quem gostava de falar a todos do quanto este estudava e trabalhava. Sei que ele sempre teve alegria por ter um neto engenheiro e, mesmo não estando aqui ao meu lado, eu o agradeço, porque sei que demonstrava do seu jeito que me amava, assim como eu o amo muito.

Agradeço a todos os meus professores, dos colégios em que estudei desde a infância, por minha formação escolar, em especial aos do Colégio João Paulo II e aos do Instituto Dom Bosco Salesiano. Agradeço a Universidade Estadual do Norte Fluminense – Darcy Ribeiro, a todos os funcionários e aos professores e mestres que tive do Laboratório de Engenharia Civil, por terem me ensinado a amar a Engenharia, ter me dado condições de me tornar mestre e, dentre outras coisas, ser

aprovado num concurso público de nível nacional. Pela bolsa de mestrado concedida, eu agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES.

Faço um especial agradecimento ao meu orientador Gines Arturo Santos Falcón, pelos cinco anos de orientação, desde a iniciação científica, por ter me ajudado muito a amadurecer, sempre corrigindo onde precisava e elogiando e incentivando quando necessário. Agradeço a ele por ter sido meu mestre no sentido pleno, sempre com os conselhos mais sensatos e as exigências rígidas de quem quer que seu aluno cresça e melhore. Agradeço-o, principalmente, por ter sabido criar uma relação de amigo, cobrando bastante e chamando a atenção, mas ajudando muito e sempre trabalhando junto comigo e por, através de sua experiência, sempre indicar os passos certos a seguir para que eu errasse o menos possível no caminho que ele já havia percorrido.

Agradeço ao meu orientador José Guilherme Santos da Silva, pela incrível boa vontade que teve de me ajudar sem mesmo me conhecer e por já ter me dado as primeiras ajudas antes de nos termos visto. Sou grato pela confiança que depositou em mim, apesar do pouco contato que tínhamos inicialmente e depois, numa segunda etapa em que pudemos estar mais próximos no Rio de Janeiro. Por todo o ensinamento que me transmitiu e pela amizade construída, demonstrada, dentre outras formas, pela sua solicitude em orientar um aluno de outra Universidade.

Agradeço a professora Vânia José Karam, pelo ensinamento transmitido em todas as disciplinas ministradas, tanto na graduação como na pós-graduação, por ter aceitado o convite de participar da minha banca de mestrado e pela contribuição dada neste trabalho.

Agradeço também ao professor Francisco José da Cunha Pires Soeiro, por ter me auxiliado bastante todas as vezes em que estive na UERJ, sempre com muito boa vontade e por, de certa forma, ter colaborado na minha orientação e ajudado a dirimir muitas dúvidas com suas aulas extra-oficiais.

A partir deste parágrafo não citarei nomes, pois cada um sabe exatamente onde se enquadra. Agradeço muito a minha turma da graduação, por toda a amizade construída, principalmente fora da sala de aula. Sou muito grato a todos por terem deixado um pouquinho de cada um em mim. Saudades dos anos em que passamos juntos e de todas as gargalhadas desmedidas que demos. O que fica no

final das contas é a lembrança, a gratidão e a certeza de que, quando e onde nos encontrarmos o tratamento será o mesmo dos velhos tempos.

Agradeço aos meus colegas da pós-graduação pelas horas compartilhadas no laboratório de informática e pelo incentivo mútuo. Parabeno a todos os que bravamente chegaram até aqui onde estou agora e agradeço a estes e também aos que ficaram pelo caminho, desejo que todos tenham muito boa sorte em suas vidas profissionais e igual sucesso.

Agradeço aos meus amigos da minha cidade do coração, Campos dos Goytacazes, pelo seu companheirismo e ajuda dispensada, pelas risadas e choros partilhados, porque sei que sempre poderei contar com eles e que sua amizade é verdadeira.

Agradeço aos novos amigos da cidade maravilhosa, Rio de Janeiro, pelos profundos laços criados em tão pouco tempo que já demonstram que a amizade perdurará.

Por fim, agradeço a todos os colegas do Departamento de Engenharia e Gestão de Obras de Geração e dos demais setores da Eletrobras, empresa em que me alegro por trabalhar. Agradeço a eles pelo incentivo à conclusão do mestrado e pela confiança que demonstram e, em particular, ao meu chefe Ângelo Carillo, pela compreensão das vezes em que precisei ser liberado a título de treinamento, que me permitiram concluir esta dissertação.

SUMÁRIO

Capítulo 1: Introdução.....	1
1.1 Revisão Bibliográfica.....	2
1.2 Motivação e Justificativa	7
1.3 Objetivos	8
1.4 Metodologia e Escopo do Trabalho.....	8
Capítulo 2: Ligações Semi-rígidas e sua Influência no Comportamento Estrutural	10
2.1 Classificação das Ligações.....	10
2.2 Modelagem das Ligações Semi-rígidas	15
2.3 Influência da Ligação no Comportamento Estrutural	17
Capítulo 3: Análise Estrutural.....	20
3.1 Análise Não-linear.....	25
3.1.1 Não-linearidade geométrica.....	26
3.1.2 Não-linearidade física	27
3.2 Análise Estática Não-linear	27
3.2.1 Método incremental	28
3.2.2 Método iterativo	29
3.2.3 Método incremental-iterativo.....	30
3.3 Aplicações da Análise Estática Não-Linear em Pórticos de Aço.....	30
3.3.1 Análise estática – pórtico 1	30
3.3.2 Análise estática – pórtico 2	32
3.3.3 Análise estática – pórtico 3	34
3.4 Análise de Instabilidade	40
3.4.1 O problema da flambagem	43
3.4.2 Influência da flambagem em peças comprimidas	44
3.5 Análise de Flambagem	45
3.5.1 Análise de flambagem não-linear.....	46
3.5.2 Análise de flambagem por autovalores.....	46
3.6 Aplicações da Análise de Flambagem em Pórticos de Aço	47
3.6.1 Análise de flambagem – pórtico 1	48
3.6.2 Análise de flambagem – pórtico 2.....	49
3.6.3 Análise de flambagem – pórtico 3.....	50
Capítulo 4: Otimização Estrutural.....	53

4.1	Programação Matemática	54
4.2	Dimensionamento Ótimo de Pórticos Planos Semi-Rígidos	59
4.3	Projeto Ótimo – Pórtico 1	66
4.3.1	Pórtico 1 – problema 1	68
4.3.2	Pórtico 1 – problema 2	69
4.3.3	Pórtico 1 – problema 3	71
4.3.4	Pórtico 1 – problema 4	73
4.3.5	Pórtico 1 – resumo dos resultados	74
4.4	Projeto Ótimo – Pórtico 2	76
4.4.1	Pórtico 2 – problema 1	78
4.4.2	Pórtico 2 – problema 2	79
4.4.3	Pórtico 2 – problema 3	82
4.4.4	Pórtico 2 – problema 4	84
4.4.5	Pórtico 2 – resumo dos resultados	86
4.5	Projeto Ótimo – Pórtico 3	87
4.5.1	Pórtico 3 – problema 0	90
4.5.2	Pórtico 3 Config. 2 – problema 1	94
4.5.3	Pórtico 3 Config. 2 – problema 2	96
4.5.4	Pórtico 3 Config. 2 – problema 3	99
4.5.5	Pórtico 3 Config. 2 – problema 4	100
4.5.6	Pórtico 3 – resumo dos resultados	102
Capítulo 5:	Considerações Finais	106
Referências Bibliográficas		109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Classificação das ligações por sua rigidez (Lopes, 2008).....	11
Figura 2 - Rigidez inicial à rotação como função do momento solicitante na ligação (CEN, 2005)	13
Figura 3 - Classificação nominal das ligações por sua rigidez (Castro, 2006)	13
Figura 4 - Momento <i>versus</i> rotação relativa de ligações usuais (Lopes, 2008).....	14
Figura 5 - Ligações viga-coluna usuais (Chan e Chui, 2000; Rodrigues, 2009).....	14
Figura 6 - Representações matemáticas da curva momento <i>versus</i> rotação relativa (Castro, 2006)	16
Figura 7 - Pórtico 1 (van Keulen et al., 2003).....	18
Figura 8 – Pórtico 1: diagramas de momento fletor (kN.m).....	18
Figura 9 – Elemento de pórtico BEAM 23 (ANSYS, 2007) – geometria	21
Figura 10 – Elemento de mola COMBIN 39 (ANSYS, 2007) – curva característica..	22
Figura 11 – Definição de pontos de controle	23
Figura 12 – Criação de linha através da ligação de pontos de controle	23
Figura 13 – Definição dos elementos finitos e das condições de contorno	23
Figura 14 – Definição de carregamento	24
Figura 15 – Diagrama de momentos fletores (N.m)	24
Figura 16 - Curva tensão <i>versus</i> deformação do aço.....	28
Figura 17 – Pórtico 1: curva da ligação viga-coluna semi-rígida	31
Figura 18 – Pórtico 1: malha de elementos finitos.....	32
Figura 19 - Pórtico 2 (Sekulovic et al., 2002).....	33
Figura 20 – Pórtico 2: curva da ligação viga-coluna semi-rígida	33
Figura 21 – Pórtico 2: malha de elementos finitos.....	34
Figura 22 - Pórtico 3 (Vogel, 1985)	35
Figura 23 - Pórtico 3: curva da ligação viga-coluna semi-rígida.....	36
Figura 24 – Pórtico 3: malha de elementos finitos.....	37
Figura 25 - Pórtico 3 Configs. 1, 2, 3 e 4.....	38
Figura 26 - Formas de flambagem	41
Figura 27 – Fenômeno de flambagem	42
Figura 28 - Seções com boa resistência à flambagem.....	43
Figura 29 - Dados do perfil W 150 x 37,1 kg/m	45
Figura 30 – Curva de flambagem não-linear (ANSYS, 2007).....	46

Figura 31 – Curva de flambagem linear – autovalores (ANSYS, 2007)	47
Figura 32 – Pórtico 1: modos de flambagem.....	48
Figura 33 – Pórtico 1: curva fator de carga crítica (α) <i>versus</i> rigidez inicial (S_i)	48
Figura 34 - Pórtico 2: modos de flambagem	49
Figura 35 - Pórtico 2: curva fator de carga crítica (α) <i>versus</i> rigidez inicial (S_i).....	49
Figura 36 - Pórtico 3 Config. 0: curva fator de carga crítica (α) <i>versus</i> rigidez inicial (S_i).....	50
Figura 37 - Pórtico 3 Configs. 0, 1 e 2: modos de flambagem	51
Figura 38 - Pórtico 3 Configs. 3 e 4: modos de flambagem	52
Figura 39 - Esquema geral de projeto ótimo	56
Figura 40 – Fluxograma do modelo de projeto ótimo proposto	64
Figura 41 - Pórtico 1 – problema 1: variação do volume	69
Figura 42 - Pórtico 1 – problema 2: variação de S_{12} e S_{13}	71
Figura 43 - Pórtico 1 – problema 3: variação do volume	72
Figura 44 - Pórtico 1 – problema 4: variação do volume	74
Figura 45 - Pórtico 1 – problema 4: variação de S_{12} e S_{13}	75
Figura 46 - Pórtico 2 – problema 1: variação do volume	80
Figura 47 - Pórtico 2 – problema 2: variação do volume	81
Figura 48 - Pórtico 2 – problema 2: variação de S_{25} , S_{26} , S_{27} e S_{28}	82
Figura 49 - Pórtico 2 – problema 3: variação do volume	83
Figura 50 - Pórtico 2 – problema 4: variação do volume	85
Figura 51 - Pórtico 2 – problema 4: variação de S_{25} , S_{26} , S_{27} e S_{28}	85
Figura 52 - Pórtico 3 Config. 0 – problema 0: variação do volume.....	92
Figura 53 - Pórtico 3 Config. 1 – problema 0: variação do volume.....	92
Figura 54 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 0: variação do volume.....	93
Figura 55 - Pórtico 3 Config. 3 – problema 0: variação do volume.....	93
Figura 56 - Pórtico 3 Config. 4 – problema 0: variação do volume.....	94
Figura 57 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: variação do volume.....	96
Figura 58 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: variação do volume.....	98
Figura 59 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: variação de S_{139} , S_{140} , S_{141} , S_{142} , S_{143} e S_{144}	98
Figura 60 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: variação do volume.....	100
Figura 61 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: variação do volume.....	102

Figura 62 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: variação de S_{139} , S_{140} , S_{141} , S_{142} , S_{143} e S_{144}103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Pórtico 1: fatores de carga crítica para ligações flexíveis e rígidas	18
Tabela 2 – Deslocamentos nos nós (cm)	24
Tabela 3 – Pórtico 1: características geométricas	31
Tabela 4 – Pórtico 2: características geométricas	33
Tabela 5 – Pórtico 3: características geométricas	35
Tabela 6 – Pórtico 3 Config. 1: características geométricas	39
Tabela 7 - Pórtico 3 Config. 2: características geométricas	39
Tabela 8 - Pórtico 3 Config. 3: características geométricas	40
Tabela 9 - Pórtico 3 Config. 4: características geométricas	40
Tabela 10 - Coeficiente de esbeltez (K) para diferentes condições de apoio (ABNT, 2008)	44
Tabela 11 – Pórtico 3 Configs. 1, 2, 3 e 4: fatores de carga crítica	51
Tabela 12 – Definição das variáveis de projeto	65
Tabela 13 – Definição das restrições de projeto	65
Tabela 14 – Definição da função objetivo	65
Tabela 15 – Resumo dos problemas de otimização estudados	66
Tabela 16 – Pórtico 1: valores iniciais e limites das variáveis de projeto	67
Tabela 17 – Pórtico 1: valores iniciais e limites das restrições de projeto	68
Tabela 18 – Pórtico 1: valor inicial da função objetivo	68
Tabela 19 – Pórtico 1 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	68
Tabela 20 – Pórtico 1 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	68
Tabela 21 – Pórtico 1 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo	69
Tabela 22 – Pórtico 1 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	70
Tabela 23 – Pórtico 1 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	70
Tabela 24 – Pórtico 1 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo	70
Tabela 25 – Pórtico 1 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	71

Tabela 26 – Pórtico 1 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	72
Tabela 27 – Pórtico 1 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo	72
Tabela 28 – Pórtico 1 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	73
Tabela 29 – Pórtico 1 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	73
Tabela 30 – Pórtico 1 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo	73
Tabela 31 - Pórtico 1: resumo dos resultados	75
Tabela 32 – Pórtico 2: valores iniciais e limites das variáveis de projeto	77
Tabela 33 – Pórtico 2: valores iniciais e limites das restrições de projeto	78
Tabela 34 – Pórtico 2: valor inicial da função objetivo.....	78
Tabela 35 – Pórtico 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	79
Tabela 36 – Pórtico 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	79
Tabela 37 – Pórtico 2 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo	79
Tabela 38 – Pórtico 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	80
Tabela 39 – Pórtico 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	80
Tabela 40 – Pórtico 2 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo	81
Tabela 41 – Pórtico 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	82
Tabela 42 – Pórtico 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	83
Tabela 43 – Pórtico 2 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo	83
Tabela 44 – Pórtico 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	84
Tabela 45 – Pórtico 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	84
Tabela 46 – Pórtico 2 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo	84
Tabela 47 - Pórtico 2: resumo dos resultados	87
Tabela 48 – Pórtico 3: valores iniciais e limites das dimensões transversais.....	89

Tabela 49 – Pórtico 3: valores iniciais e limites da rigidez inicial das ligações.....	89
Tabela 50 – Pórtico 3: valores iniciais e limites das restrições de projeto.....	90
Tabela 51 – Pórtico 3: valores iniciais da função objetivo	90
Tabela 52 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos das variáveis de projeto.....	91
Tabela 53 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos da restrição de projeto.....	91
Tabela 54 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos da função objetivo	91
Tabela 55 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	95
Tabela 56 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	95
Tabela 57 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo	95
Tabela 58 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	97
Tabela 59 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	97
Tabela 60 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo	97
Tabela 61 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	99
Tabela 62 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	100
Tabela 63 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo	100
Tabela 64 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto	101
Tabela 65 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto	102
Tabela 66 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo	102
Tabela 67 - Pórtico 3 – problema 0: resumo dos resultados.....	103
Tabela 68 - Pórtico 3 Config. 2: resumo dos resultados.....	104
Tabela 69 - Pórtico 3 Config. 2: resumo dos resultados da rigidez inicial das ligações	105

NOMENCLATURAS

- d^k – direção de busca do otimizador na iteração k
- $f(x)$ – função objetivo
- f_0 – valor de referência da função objetivo
- f_y – tensão de escoamento
- $g_i(x)$ – restrição de desigualdade
- $h_j(x)$ – restrição de igualdade
- h_p – altura do andar para um pilar
- i_x – raio de giração em torno do eixo x
- i_y – raio de giração em torno do eixo y
- i – nó inicial da barra
- j – nó final da barra
- k – iteração
- l – comprimento da barra
- l_{fl} – comprimento de flambagem
- m_0 – número de variáveis de projeto
- m_1 – número de restrições de desigualdade
- m_2 – número de restrições de igualdade
- n – número de barras
- q – parâmetro de superfície de resposta que verifica se as restrições estão satisfeitas
- t – tamanho do passo andado na direção de busca
- t^* – maior tamanho de passo possível na direção de busca para a iteração atual
- tol – tolerância de convergência
- u – deslocamento no eixo x
- w – deslocamento no eixo z
- x – variáveis de projeto
- B_j – base da barra j
- D_j – deslocamento máximo na barra j
- D_{adm} – deslocamento máximo admissível
- E – módulo de elasticidade do aço
- F_{ext} – vetor de cargas externas aplicadas
- F_{int} – vetor de forças nodais devido aos esforços internos

H – altura total do pilar
 H_j – altura da barra j
 I – momento de inércia
 I_p – momento de inércia de um pilar no plano da estrutura
 I_v – momento de inércia da seção transversal de uma viga no plano da estrutura
 K_T – matriz de rigidez tangente global da estrutura
 K_p – valor médio de I_p / L_p para todos os pilares no topo do andar;
 K_v – valor médio de I_v / L_v para todas as vigas no topo do andar
 LI_{Bj} – limite inferior para base da barra j
 LI_{Hj} – limite inferior para altura da barra j
 L_v – comprimento da viga conectada à ligação de centro a centro dos pilares
 P_0 – carga inicial aplicada na estrutura
 P_{cr} – carga crítica de flambagem
 P_x, P_g e P_h – penalidades aplicadas às variáveis de projeto e restrições de projeto
 Q – função objetivo não-restrita
 S_i – rigidez inicial da ligação
 T_{max} – tamanho de passo máximo na direção de busca
 U_x – deslocamento na direção x
 U_y – deslocamento na direção y
 Vol – volume
 X – vetor em que constam as variáveis de projeto
 X^0 – configuração inicial
 X^1 – configuração da primeira iteração
 X^k – configuração da iteração atual
 X^{k+1} – próxima configuração do projeto
 X^{k-1} – configuração da iteração anterior
 X^b – melhor configuração
 α – fator de carga crítica
 α_{adm} – fator de carga admissível
 ε – deformação
 θ – ângulo de rotação
 σ – tensão
 σ_{adm} – tensão máxima admissível
 σ_j – tensão máxima na barra j

ΔU – vetor de deslocamentos incrementais

ΔR – vetor de desequilíbrio nodal

$\Delta\theta$ – rotação relativa

Resumo

Este trabalho estuda a influência das ligações semi-rígidas no problema de instabilidade estrutural e seu aproveitamento ótimo no dimensionamento de pórticos de aço planos.

Nos projetos de Estruturas Metálicas, o comportamento das ligações viga-coluna, tradicionalmente, é considerado como rígido ou flexível. Contudo, é sabido que a grande maioria dessas ligações não tem um comportamento rígido nem flexível, mas sim semi-rígido, ou seja, um comportamento intermediário entre os dois primeiros casos.

A escolha do modelo de ligação influencia na resposta estrutural, isto é, nas tensões internas, nos deslocamentos e na instabilidade da estrutura. Conseqüentemente, a determinação de valores ótimos da rigidez das ligações torna-se de fundamental importância.

Nos últimos anos, devido a forte competição industrial, a redução de custos de fabricação propiciou a utilização de elementos estruturais cada vez mais esbeltos, ocasionando valores menores das cargas críticas. Em alguns casos deste tipo, a estrutura pode perder o seu equilíbrio devido ao fenômeno de flambagem local ou global ou ainda, devido à interação destes.

Neste contexto, a primeira etapa deste trabalho visa estudar a influência do modelo de ligação viga-coluna no valor da carga crítica de flambagem de pórticos planos de aço. Em seguida, dando continuidade ao projeto de pesquisa, desenvolve-se uma metodologia para projeto ótimo desses pórticos.

Com a otimização, procura-se definir estruturas mais leves e mecanicamente mais eficientes, que mantenham, entretanto, o mesmo valor inicial da carga crítica da estrutura. Para isso, propõe-se uma metodologia para definição de valores ótimos da rigidez das ligações e das seções transversais dos elementos de pórticos de aço. Nesta metodologia, considera-se o comportamento não-linear dos pórticos e o cálculo de autovalores para análise de instabilidade da estrutura.

Palavras-chave: Ligações Semi-rígidas, Instabilidade Estrutural, Projeto Ótimo, Pórticos Planos Metálicos.

Abstract

This research work studies the influence of semi-rigid connections in the structural instability problem and its optimum use in the designs of plane steel frames.

In designs of metallic structures, the behavior of beam-column connections is traditionally considered as rigid or flexible. However, it is known that most of these connections does not have neither a rigid behavior nor a flexible one, but has semi-rigid one, i.e. an intermediary behavior between these first and second cases.

The choose of the connection model influences the structural response, i.e. in internal stresses, displacements and structural instability. Consequently, the optimum value determination of connections stiffness has a great importance.

In the last years, due to industrial competition, the reduction in the manufacturing costs has propitiated the use of more and more slender structural elements and, in consequence, causing lower values of critical loads. In some cases like these, the structure can loose its equilibrium due to the local or global buckling or also due to the interaction of both of them.

In this context, the first step of this work is to study the influence of beam-column connection model in the buckling critical load value of plane steel frames. In following, an optimum design methodology for these frames is developed.

By using optimization, it is possible to define lighter and more efficient structures which keep their initial critical load values. To this purpose a methodology is presented to define optimum values for the connections stiffness and the cross sections of elements. This methodology considers the non linear behavior of frames and the calculation of eigenvalues for structural instability analysis.

Keywords: Semi-rigid Connections, Structural Instability, Optimum Design, Metallic Plane Frames.

*Cumpra o pequeno dever de cada momento
Faz o que deves e está no que fazes*

Josemaría Escrivá

Capítulo 1: Introdução

Este trabalho consiste no estudo da influência de ligações semi-rígidas no problema de instabilidade estrutural e o seu aproveitamento ótimo no dimensionamento de pórticos de aço planos.

O aperfeiçoamento do projeto de estruturas de aço é objeto de diversas pesquisas em diversos países do mundo e, em particular, no Brasil. Em diversos centros de pesquisa e desenvolvimento, procura-se por melhores técnicas de análise e de projeto estrutural.

Buscam-se técnicas mais apuradas de análise estrutural, através do emprego de técnicas que consideram os efeitos não-lineares de segunda ordem, ou o estudo da seqüência de formação de rótulas plásticas que definem o mecanismo de colapso estrutural, bem como, ultimamente, a consideração de ligações semi-rígidas entre os elementos dos pórticos.

Nos projetos de estruturas de aço, o comportamento das ligações viga-coluna tradicionalmente é considerado como rígido ou flexível. O caso rígido considera que não ocorre rotação relativa entre a viga e a coluna. Desta forma, os esforços normais e cortantes e o momento fletor atuantes na extremidade da viga também atuam na coluna. O caso flexível considera apenas a transmissão de esforços normais e cortantes da viga para a coluna, pois a rotação relativa entre elas não é restringida. Contudo, é sabido que, na grande maioria das estruturas reais, essas ligações não têm um comportamento rígido nem flexível, e sim semi-rígido, ou seja, um comportamento intermediário entre os dois primeiros casos.

Por outro lado, outro problema de grande importância na análise de pórticos de aço é o da Instabilidade Estrutural. Este problema consiste na perda de equilíbrio da estrutura, que pode ser gerada pela flambagem global ou local da mesma. Nos últimos anos, devido à utilização de elementos estruturais cada vez mais esbeltos, se torna ainda mais importante uma adequada análise de instabilidade nos pórticos de aço.

De acordo com as considerações feitas anteriormente, para se obter projetos mais eficientes, é de grande importância a consideração do problema de instabilidade estrutural e da semi-rigidez das ligações.

Por outro lado, no dimensionamento ótimo de estruturas, existem diversos modelos de otimização que buscam minimizar o custo de fabricação ou melhorar a

eficiência do comportamento estrutural, dentre outros objetivos. A modelagem matemática do problema de otimização se inicia pela definição de uma função objetivo que sirva de parâmetro de avaliação da qualidade de uma dada estrutura, pela adequada escolha de variáveis que podem ser alteradas arbitrariamente no projeto e de restrições que limitam as soluções possíveis do projeto.

Neste trabalho, visando à definição de pórticos de aço mais econômicos e eficientes, propõe-se uma metodologia para dimensionamento ótimo da rigidez das ligações viga-coluna e das seções transversais dos elementos constitutivos, sem que haja redução da capacidade resistente da estrutura. Este trabalho é realizado de acordo com as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) e também do Eurocode 3 (CEN, 2005).

1.1 Revisão Bibliográfica

Neste item, é apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos referentes aos temas aqui abordados. Procura-se mostrar o estado da arte dos assuntos principais, Instabilidade Estrutural, Ligações Semi-Rígidas e Otimização Estrutural, a fim de mostrar a relevância e o contexto em que se insere esta dissertação de mestrado.

Em relação ao tema de ligações semi-rígidas, tem-se o trabalho pioneiro de Wilson e Moore (1917), que realizaram ensaios experimentais para determinação da rigidez de ligações viga-coluna rebitadas de estruturas metálicas. Como destaque atual sobre este tema, por ser citado na maioria dos trabalhos desenvolvidos, tem-se o livro de Chan e Chui (2000) sobre análise estática com cargas cíclicas para pórticos de aço com ligações semi-rígidas.

Saldanha (1997), assim como Romanholo (2001), estudou o comportamento de estruturas planas mediante análise não-linear com ligações semi-rígidas. Galvão (2000) estudou formulações para não-linearidade geométrica, o que possibilitou a determinação direta da matriz de rigidez e do vetor de forças internas, que podem ser utilizados em qualquer estratégia de solução não-linear. Avaliou a eficiência das formulações propostas nesse trabalho através da análise de problemas estruturais não-lineares encontrados na literatura. A estratégia de solução não-linear proposta no trabalho, com incremento de carga e iterações, mostrou-se eficiente.

Sekulovic e Salatic (2001) consideraram os efeitos de flexibilidade e de excentricidade nas ligações nodais em pórticos planos para desenvolver um modelo numérico que incluía comportamento não-linear das ligações e não-linearidade geométrica das estruturas. Os modelos de análise apresentados tinham o mesmo número de graus de liberdade do modelo correspondente na análise convencional, usado para os pórticos com ligações perfeitamente rígidas. Foram considerados dois tipos de análise não-linear geométrica, com e sem a influência dos efeitos de arco. A matriz de rigidez para as vigas com ligações excêntricas flexíveis foi desenvolvida com base na solução analítica das equações de análise de segunda ordem.

Cerqueira (2001) propôs uma metodologia para projeto ótimo de torres metálicas de telecomunicações utilizando técnicas de programação não-linear. A função objetivo considerada foi o peso da estrutura e as variáveis de projeto foram as áreas das seções transversais. Adotou restrições de projeto para prevenir a instabilidade global da estrutura. Foram utilizados dados de torres de aço de projetos reais e foi feita a verificação de restrições mecânicas e geométricas de acordo com normas técnicas nacionais, como limites máximos das tensões nas barras e deslocamentos limites no topo da torre. Adicionalmente, incluiu restrições de projeto com base na relação mínima admissível entre as duas primeiras cargas críticas de flambagem, impedindo a instabilidade global das estruturas. Foram implementados módulos computacionais independentes para análise do comportamento estrutural, análise de sensibilidade e algoritmo de otimização.

Brito Jr. (2001) fez um estudo paramétrico de pórticos de uma edificação de quatro pavimentos. Foram consideradas ligações viga-coluna semi-rígidas no dimensionamento segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005). O estudo foi feito para estruturas de aço e mistas e considerou efeitos de não-linearidade geométrica, comportamento elástico-plástico e a estabilidade lateral dos pórticos, tendo utilizado como ferramenta de implementação o programa ANSYS (ANSYS, 2007). Observou que a consideração da semi-rigidez nas ligações influencia significativamente a distribuição de esforços internos na estrutura os deslocamentos e a sua estabilidade. Os resultados obtidos mostraram que a utilização das ligações semi-rígidas foi bastante vantajosa em edifícios de aço de pequena altura, levando a uma economia de peso de aço de, pelo menos, 10% quando comparado com outros edifícios estudados no trabalho.

Pereira (2002) estudou a otimização dimensional de estruturas através de programação matemática. O problema de instabilidade foi considerado através da não-linearidade geométrica e incluindo a carga de colapso como restrição de projeto. As variáveis de projeto foram as alturas das seções transversais dos elementos. Foram utilizados elementos finitos reticulados planos e o método de Newton-Raphson foi adotado com diferentes estratégias de incremento de carga e de iteração.

Pinheiro (2003) desenvolveu e implementou computacionalmente uma metodologia para análise não-linear geométrica de pórticos planos com ligações semi-rígidas através do Método dos Elementos Finitos (MEF). Foram apresentadas as matrizes de rigidez dos elementos com ligações semi-rígidas e os métodos para modelagem do comportamento não-linear destas. Foi observado que o procedimento de análise não-linear sugerido por Chan e Chui (2000) para modificação da matriz de rigidez de um elemento semi-rígido foi implementado com sucesso e se mostrou bastante preciso. Através de exemplos de pórticos de quadros simples com ligações semi-rígidas, foi observado que o momento fletor na base e o deslocamento horizontal no topo decrescem na mesma proporção em que se aumenta a rigidez da ligação em uma análise linear. Já para uma análise não-linear com níveis de carga maiores, há uma tendência de ocorrerem valores de momentos e deslocamentos maiores e de que a carga crítica varie quase linearmente com o aumento do fator de rigidez para pórticos com maior número de pavimentos, o que não ocorre com um número de pavimentos menor. Concluiu, por fim, que a consideração da não-linearidade da rigidez leva a maiores deslocamentos e que, por outro lado, para deslocamentos pequenos em ligações mais rígidas, quase não há diferença entre os tipos de análise, linear ou não-linear.

Van Keulen et al. (2003) demonstraram que a aplicação da técnica de aproximação da metade da rigidez secante inicial representa uma alternativa prática interessante para atender a necessidade de consistência entre a representação do comportamento da ligação e a aproximação de análise de todo o pórtico, como enfatiza o Eurocode 3 (CEN, 2005). Isto foi observado pela avaliação completa que foi feita da capacidade que uma técnica simplificada como essa tem de fornecer soluções aceitáveis com um esforço computacional significativamente reduzido. Porém, ressaltaram que os resultados obtidos nesse artigo são relevantes apenas para pórticos com poucos números de pavimentos.

Del Savio (2004) implementou um novo elemento finito para ligações semi-rígidas, adequado a qualquer tipo de carregamento e possível de ser utilizado em uma análise elástico-plástica. Implementou um elemento híbrido (Chan e Chui, 2000) para análise não-linear. Procurou validar as formulações implementadas de análise linear para o elemento híbrido, e de análises linear e não-linear para o elemento de ligação, bem como as implementações computacionais realizadas para essa metodologia. Desenvolveu um sistema chamado FTOOL/SRC (Del Savio, 2004) a partir do programa já existente FTOOL (Martha, 1999) para pré-processamento e pós-processamento de pórticos planos com ligações semi-rígidas e utilizou o programa FEMOOP (Martha e Parente, 2002) para análise estrutural não-linear via MEF. Também desenvolveu um programa em C++ que mostra graficamente a variação do fator de carga em relação aos deslocamentos. Observou, através dos exemplos, que, para pequenos deslocamentos, a consideração da rigidez como linear ou não-linear foi quase equivalente.

Galvão (2004) desenvolveu um programa computacional para análise não-linear estática e dinâmica de pórticos planos com ligações semi-rígidas. Foram estudados vários exemplos de sistemas estruturais estáticos com caminhos de equilíbrio fortemente não-lineares, com a finalidade de testar os programas implementados. O sistema computacional desenvolvido foi validado através da modelagem de vários sistemas estruturais planos com comportamento não-linear. Com os resultados obtidos, foram analisados alguns fenômenos importantes de instabilidade estática e dinâmica, possíveis mecanismos de colapso e a influência de parâmetros físicos e geométricos no comportamento da estrutura.

Pinheiro e Silveira (2005) desenvolveram procedimentos computacionais para análise não-linear de pórticos com conexões semi-rígidas. Rocha (2006) deu continuidade a esse estudo utilizando o método da rótula plástica nas ligações semi-rígidas.

Del Savio et al. (2005) desenvolveram uma metodologia para otimização da flexão de estruturas de aço com ligações semi-rígidas que objetiva definir uma melhor distribuição dos momentos fletores. As variáveis de projeto consideradas foram as constantes de rigidez das ligações. No esquema de otimização estrutural proposto, foi utilizado um algoritmo genético para otimização, em associação com o programa FTOOL/SRC (Del Savio, 2004) para análise estrutural.

Raftoyiannis (2005) desenvolveu uma técnica para análise linear e de estabilidade estrutural para estudo do efeito combinado da flexibilidade das ligações e de sistemas de contraventamento na determinação da carga crítica de flambagem para pórticos planos de aço. Foram usados programas de manipulação simbólica para análise da estabilidade estrutural e determinação da carga de flambagem. Este estudo mostrou que a flexibilidade das ligações é um parâmetro muito importante, que precisa ser considerado na análise de estabilidade de pórticos, pois sempre leva a uma redução da carga de flambagem se comparada com pórticos onde as ligações são consideradas perfeitamente rígidas.

Castro (2006) modelou e implementou códigos computacionais para análise de pórticos planos com ligações semi-rígidas e verificou sua influência na resposta dinâmica não-linear.

Dória (2007) desenvolveu a análise da estabilidade de pórticos planos de aço através do conceito de forças horizontais fictícias, que contabiliza efeitos desestabilizantes, tais como imperfeições geométricas iniciais e tensões residuais, e que não considera, ao contrário das principais normas mundiais, o procedimento de cálculo do comprimento efetivo de flambagem.

Lopes (2008) propôs uma metodologia de análise estrutural através do MEF que representa apropriadamente a influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna simétricas e assimétricas sobre a resposta dinâmica linear e não-linear de estruturas de aço. Foram analisados pórticos contraventados e não-contraventados. Considerou os efeitos de segunda ordem da não-linearidade geométrica, o comportamento não-linear das placas de base e das ligações viga-coluna e o efeito de histerese devido às cargas cíclicas na estrutura, ressaltando suas importâncias em uma análise estrutural mais confiável. Foi utilizado o programa ANSYS (ANSYS, 2007), sendo as ligações semi-rígidas modeladas com o elemento de mola COMBIN 39 (ANSYS, 2007). O modelo computacional implementado foi calibrado através de aplicações obtidas da literatura técnica disponível. Concluiu que as placas de base e as ligações viga-coluna influenciam muito nos esforços internos, principalmente nos deslocamentos laterais, e que a variação da rigidez das mesmas influencia bastante o comportamento global da estrutura.

Silva et al. (2008) realizaram análise dinâmica não-linear de pórticos semi-rígidos e propuseram uma estratégia de modelagem do comportamento dinâmico de

ligações semi-rígidas implementada no programa ANSYS (ANSYS, 2007). O desenvolvimento do modelo incluiu a não-linearidade geométrica com a utilização da formulação Lagrangeana e considerou a influência do comportamento não-linear da rigidez das ligações. Observaram que a consideração da não-linearidade da rigidez das ligações é muito importante para a precisão e avaliação confiável dessas estruturas, já que a maioria das ligações em estruturas de aço são semi-rígidas. O modelo computacional apresentado foi capaz de simular satisfatoriamente os efeitos de diferentes tipos de ligações viga-coluna e baseou-se na utilização de um elemento de mola rotacional não-linear para representar a ligação semi-rígida.

Freitas et al. (2009) realizaram uma modelagem de pórticos de aço, com enfoque principal na simulação numérico-computacional da rigidez das ligações viga-coluna e no estudo da instabilidade global dos modelos estruturais. Perceberam ao final do trabalho que o valor do fator de carga crítica de flambagem foi sensivelmente modificado pela mudança da rigidez das ligações estruturais. E observaram que a escolha da rigidez da ligação viga-coluna, a ser adotada no momento do planejamento dos pórticos de aço é bastante relevante, pois influencia diretamente na distribuição dos esforços internos na estrutura e, conseqüentemente, no dimensionamento desta.

1.2 Motivação e Justificativa

Nos projetos de pórticos metálicos modernos, observa-se uma forte tendência a entender e simular melhor o comportamento estrutural. Isto se reflete em cálculos mais precisos e confiáveis, isto é, que considerem as características de comportamento real da estrutura.

Usualmente, as ligações viga-coluna de pórticos de aço são consideradas perfeitamente rígidas ou perfeitamente flexíveis. No primeiro caso, não ocorre rotação relativa entre os elementos, que neste trabalho são vigas e colunas. Desta forma, o momento fletor e os esforços normais e cortantes atuantes na extremidade da viga também atuam na coluna. No segundo caso ocorre transmissão apenas de esforços cortante e normal da viga para a coluna, já que a rotação relativa entre estes elementos não é restringida. Entretanto, percebe-se que é extremamente difícil a execução de ligações perfeitamente rígidas e, mais ainda, a de ligações perfeitamente flexíveis, sendo o caso mais freqüente, na prática, a adoção de

ligações semi-rígidas, ou seja, aquelas que não se classificam como rígidas nem como flexíveis (Castro, 2006; Lopes, 2008). A consideração da semi-rigidez nessas ligações é uma forma de se tornar mais realista um projeto estrutural de aço.

A arquitetura das estruturas modernas, progressivamente, tem desafiado a Engenharia com colunas mais esbeltas e, conseqüentemente, estruturas mais susceptíveis ao problema de flambagem. Por isso, também é de grande importância a consideração do problema de instabilidade estrutural.

Por outro lado, tem-se que a busca pela redução do custo através da utilização mais eficiente dos materiais utilizados é uma das diretrizes motivadoras deste trabalho de pesquisa. Desta forma, se considera a influência das ligações semi-rígidas na instabilidade estrutural e seu dimensionamento ótimo no projeto de pórticos de aço planos.

1.3 Objetivos

Esta dissertação de mestrado tem por objetivo a definição de uma metodologia de projeto ótimo de pórticos planos de edificações em aço, considerando o dimensionamento ótimo da rigidez das ligações e das dimensões das seções transversais das barras. Neste estudo, considera-se o comportamento não-linear da estrutura e restrições de projeto que evitem a perda de resistência mecânica e da estabilidade estrutural.

1.4 Metodologia e Escopo do Trabalho

Para desenvolvimento desta dissertação de mestrado, foi realizada uma ampla pesquisa bibliográfica sobre os principais temas abordados a fim de estabelecer o estado da arte e agregar o máximo conhecimento possível no tema em estudo. Foram feitas pesquisas e implementações computacionais de três pórticos para os diversos módulos referentes a cada tema desenvolvido no trabalho. O Capítulo 2, inicialmente, faz uma apresentação teórica dos conceitos relacionados às ligações semi-rígidas e da classificação das ligações quanto à rigidez. Mostra-se como é feita a modelagem das ligações e, em seguida, faz-se uma análise de como as mesmas influenciam no comportamento estrutural.

O Capítulo 3 trata de toda a análise estrutural realizada. Apresentam-se os conceitos de análise não-linear e faz-se a apresentação do módulo de análise estática com seus resultados. São apresentados os conceitos de análise de instabilidade e o módulo de análise de flambagem com os seus resultados. Em toda a implementação, são consideradas as ligações semi-rígidas representadas através de molas rotacionais com comportamento não-linear geométrico. Todos os modelos e análises realizadas são implementados utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

No Capítulo 4 é desenvolvida uma metodologia de projeto ótimo através de minimização dimensional considerando a otimização da rigidez. Desta forma busca-se determinar o projeto economicamente ótimo. São consideradas restrições mecânicas e de flambagem, definidas no Capítulo 3, são apresentados os resultados finais da otimização e feitas comparações diversas.

As conclusões do trabalho de pesquisa são feitas no Capítulo 5, englobando as principais constatações levantadas e observações inferidas ao longo do trabalho. No Capítulo 6 são apresentadas as referências bibliográficas.

Capítulo 2: Ligações Semi-rígidas e sua Influência no Comportamento Estrutural

Como apontado no capítulo anterior, neste trabalho, procura-se quantificar a influência do grau de rigidez das ligações no comportamento real da estrutura e seu aproveitamento ótimo no dimensionamento de pórticos planos.

Segundo Lopes (2008) a escolha do tipo de ligação a ser utilizada determina a distribuição dos esforços internos nos elementos, e o conhecimento do comportamento real da ligação possibilita dimensionamentos mais adequados dos elementos constitutivos do pórtico, gerando conseqüente economia de materiais e, especialmente, maior segurança do projeto.

Usualmente, na análise estrutural clássica, a modelagem das ligações viga-coluna é feita considerando-se que uma ligação é infinitamente rígida (modelagem rígida) ou perfeitamente rotulada (modelagem flexível). No entanto, o Eurocode 3 (CEN, 2005) recomenda uma modelagem semi-contínua, na qual a ligação viga-coluna é modelada por um elemento de mola rotacional caracterizado por uma curva não-linear de momento (M) em função da rotação relativa ($\Delta\theta$).

2.1 Classificação das Ligações

Na análise tradicional de estruturas de barras, as ligações são classificadas quanto às rotações relativas entre os elementos e à transmissão do momento fletor entre estes.

Ligações flexíveis são aquelas que não transmitem momento fletor e nas quais não há continuidade rotacional entre os elementos. Seu esquema representativo pode ser visto na Fig. 1 (a).

Ligações rígidas são aquelas em que os nós mantêm a continuidade rotacional não modificando o ângulo relativo entre os elementos, φ e transmitindo totalmente o momento fletor após o carregamento, como pode ser visto na Fig.1 (b).

Devido à grande diversidade de ligações usualmente utilizadas em estruturas de aço, a simples classificação das ligações como flexíveis ou rígidas não reflete bem a realidade, sendo necessária a consideração de um tipo intermediário de ligação, ligações semi-rígidas, que têm comportamento intermediário ao dos nós

rígidos e dos rotulados, como pode ser observado na Fig. 1 (c), onde ϕ' é o ângulo entre viga e coluna.

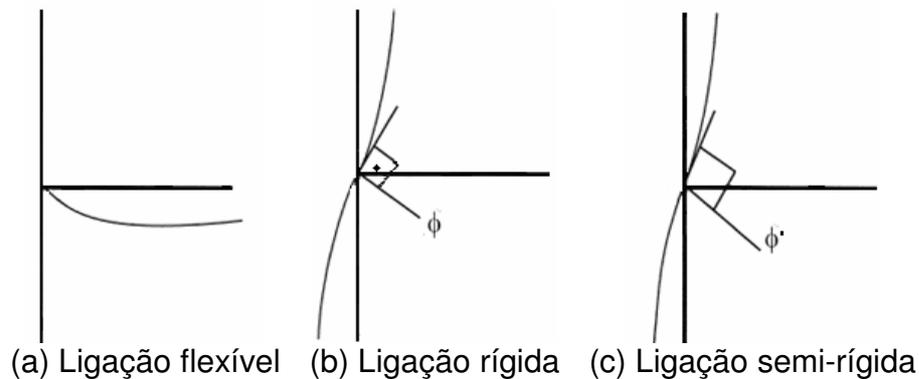


Figura 1 - Classificação das ligações por sua rigidez (Lopes, 2008)

As ligações, quanto à rigidez à rotação dos seus nós, podem ser classificadas em rotuladas, rígidas ou semi-rígidas.

Para facilitar esta classificação, é adotada uma classificação nominal para diferenciá-las. Pois, como é sabido, na prática, é difícil a execução de ligações perfeitamente rotuladas ou perfeitamente rígidas.

As ligações nominalmente flexíveis, ou rotuladas, são capazes de transferir as forças cortantes e eventualmente forças normais provenientes da ligação entre viga e coluna e devem ser capazes de se deformarem sem desenvolver momentos significativos, que possam afetar a resistência das peças estruturais a elas conectadas.

As ligações nominalmente rígidas transmitem todos os esforços que sofrem com deformações rotacionais das ligações praticamente insignificantes, pois estas não influenciam a distribuição de esforços na estrutura nem sua deformação total. De acordo com o Eurocode 3 (CEN, 2005) estas deformações podem ser desprezadas, pois as mesmas reduzem a resistência da estrutura em menos de 5%.

De acordo com NBR 8800 (ABNT, 2008), o limite que determina a classificação das ligações viga-coluna como nominalmente flexível é determinado pela Eq. 1.

$$S_i \leq \frac{0,5EI_v}{L_v} \quad (1)$$

onde:

S_i – rigidez inicial da ligação, corresponde a 2/3 do momento resistente ($M_{j,Rd}$);

E – módulo de elasticidade do aço;

I_v – momento de inércia da seção transversal de uma viga no plano da estrutura;

L_v – comprimento da viga conectada à ligação de centro a centro dos pilares.

E como nominalmente rígida pela Eq. 2.

$$S_i \geq \frac{25EI_v}{L_v} \quad (2)$$

O limite da Eq. 2 pode ser usado somente para estruturas nas quais, em cada andar do pórtico, é satisfeita a relação da Eq. 3.

$$\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1 \quad (3)$$

onde:

K_v – valor médio de I_v / L_v para todas as vigas no topo do andar;

K_p – valor médio de I_p / L_p para todos os pilares no topo do andar;

I_p – momento de inércia de um pilar no plano da estrutura;

L_p – altura do andar para um pilar.

As ligações são classificadas como semi-rígidas quando não atendem aos critérios nem de rígidas, nem de flexíveis. Desta forma, a ligação deve ser considerada como semi-rígida no caso em que a Eq. 2 é satisfeita, porém não atendendo a condição expressa na Eq. 3.

Estas ligações devem ser projetadas com base na curva momento *versus* rotação para um grau intermediário de interação entre os elementos da estrutura. Esta classificação é feita pela magnitude da rigidez inicial (S_i). Neste caso, tanto o Eurocode 3 (CEN, 2005) quanto a NBR 8800 (ABNT, 2008) indicam a utilização da rigidez inicial como a própria rigidez da ligação desde que o valor do momento solicitado na ligação ($M_{j,sd}$) não ultrapasse 2/3 do seu momento resistente de cálculo ($M_{j,Rd}$), como pode ser visto na Fig. 2. Cabe destacar aqui que os casos estudados nesta dissertação obedecem a este limite.

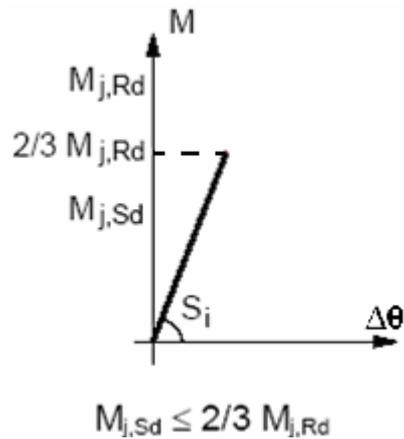


Figura 2 - Rigidez inicial à rotação como função do momento solicitante na ligação (CEN, 2005)

Na Fig. 3, é mostrada a curva momento *versus* rotação relativa, com a classificação nominal das ligações quanto à rigidez inicial (S_i), de acordo com o Eurocode 3 (CEN, 2005).

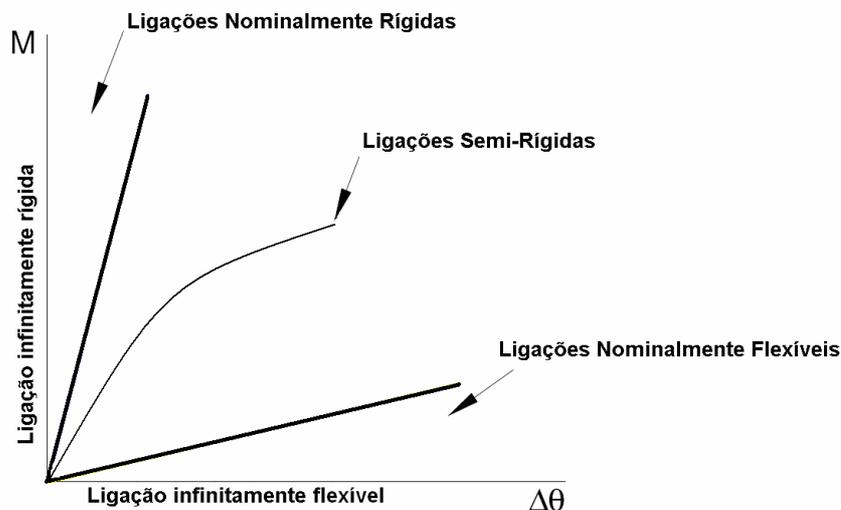


Figura 3 - Classificação nominal das ligações por sua rigidez (Castro, 2006)

Na Fig. 4, apresentam-se curvas momento *versus* rotação para diferentes tipos de ligações usuais em estruturas metálicas. Como visto na mesma figura, ligações compostas por peças simplificadas, como a número 1, resultam mais flexíveis, ao contrário de ligações complexas, como a número 5, ou robustas como a número 7, que se resultam mais engastadas e rígidas.

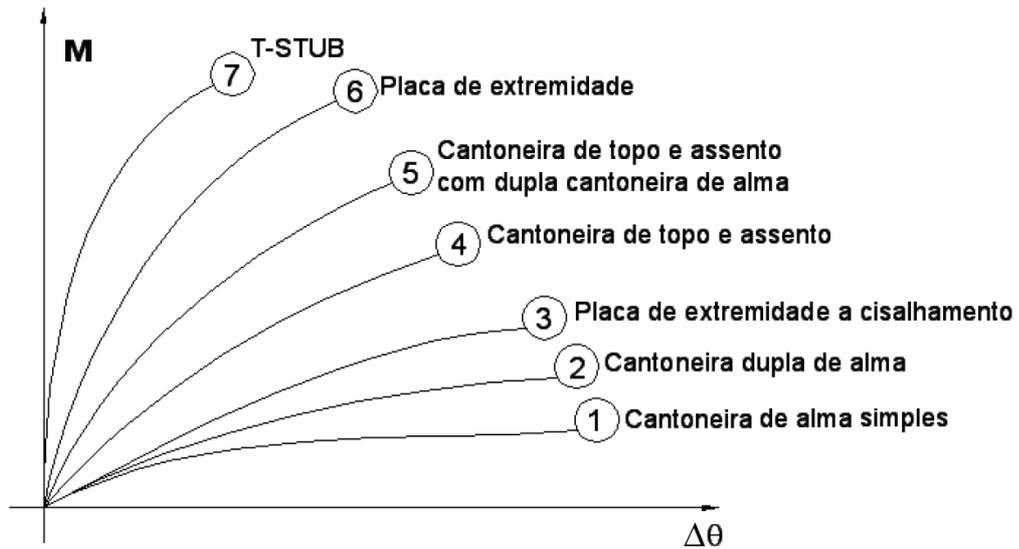


Figura 4 - Momento *versus* rotação relativa de ligações usuais (Lopes, 2008)

Na Fig. 5, pode-se ver o detalhamento da topologia de algumas dessas configurações.

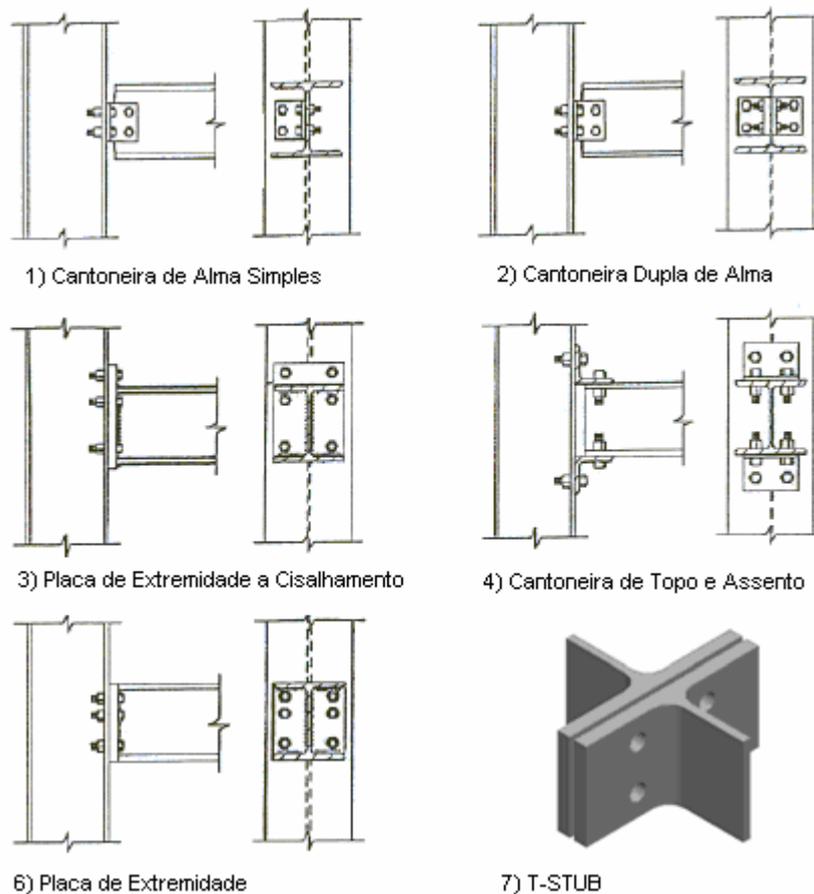


Figura 5 - Ligações viga-coluna usuais (Chan e Chui, 2000; Rodrigues, 2009)

2.2 Modelagem das Ligações Semi-rígidas

Neste trabalho, a modelagem do comportamento estrutural das ligações é realizada utilizando-se técnicas de elementos finitos. As ligações semi-rígidas são representadas como sendo molas rotacionais não-lineares com dois graus de liberdade restringidos, sendo estes as rotações nos eixos x e y , e um livre, a rotação no eixo z . Os elementos finitos tipo mola permitem simular o comportamento mecânico das ligações semi-rígidas possibilitando incluir os efeitos de não-linearidade geométrica através da definição de sua curva característica.

O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas: momento resistente ($M_{j,Rd}$), rigidez inicial à rotação (S_i) e capacidade de rotação (θ_{cd}). Seu comportamento pode ser simplificado por um conjunto de relações aproximadas do momento (M) com a rotação relativa ($\Delta\theta$), que definem exatamente a sua curva característica. Esta curva característica aproximada pode ser representada através de um modelo analítico, matemático ou misto.

No modelo analítico, a relação momento-rotação se baseia nas características físicas das ligações. Ele é utilizado para prever a rigidez da ligação com base na disposição das componentes e nas propriedades geométricas das ligações. O comportamento mecânico da ligação pode ser modelado por métodos numéricos como o dos elementos finitos, para, então, determinar a deformação das componentes e o momento resistente das ligações e, assim, obter a relação momento-rotação das ligações. Como desvantagem deste modelo, tem-se que as incertezas inerentes às ligações podem afetar significativamente a rigidez da articulação computada pelos modelos. Além disso, manuseios adicionais de dados são necessários para incorporar os resultados analíticos dentro da análise de pórticos semi-rígidos.

No modelo matemático, a relação momento-rotação é expressa por uma função matemática em que os parâmetros são determinados por uma curva ajustada a resultados experimentais. Eles relacionam diretamente a curva momento-rotação das ligações por funções matemáticas com o uso de constantes de ajustes de curvas, que podem ser determinadas diretamente por dados experimentais, o que possibilita a realização direta da análise estrutural. Os modelos matemáticos são mais simples que os analíticos e para funcionarem melhor, devem necessitar de poucos parâmetros e garantir a geração de uma curva suave com primeiras

derivadas positivas e que englobe uma grande quantidade de tipos de ligações (Chan e Chui, 2000).

A representação matemática pode ser feita por diferentes formas, desde a mais simples, a linear, que superestima a rigidez da ligação para grandes rotações, ou a bi-linear, recomendada pelo Eurocode 3 (CEN, 2005), que representa uma melhora significativa, apesar de não ser capaz de considerar mudanças contínuas de rigidez na curva. Para melhores aproximações, utilizam-se modelos multilineares, ou, até mesmo, pode ser usada uma curva não-linear. Entretanto, os modelos mais sofisticados, muitas vezes, são inviáveis e desnecessários. Na Fig. 6, podem-se ver graficamente os tipos de aproximações dos modelos matemáticos descritos acima.

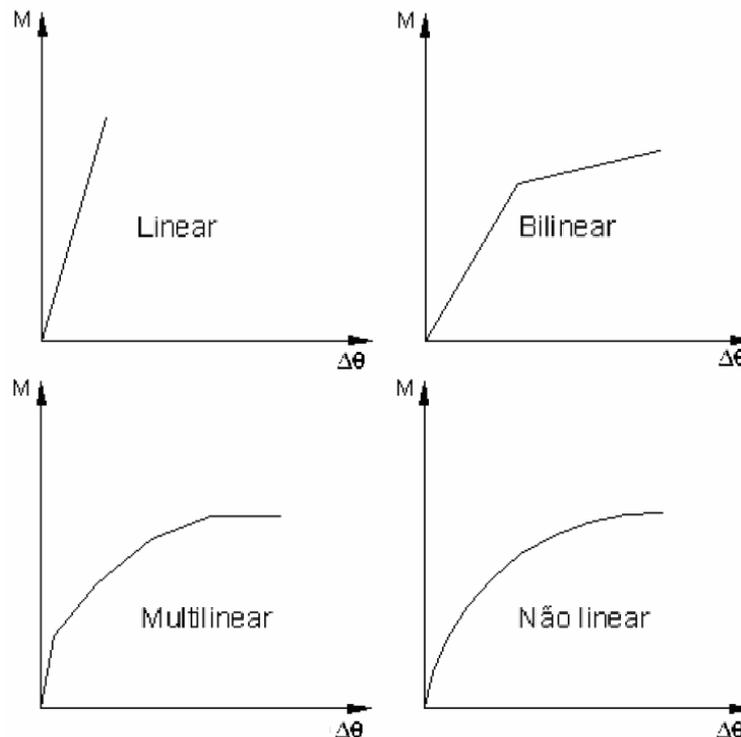


Figura 6 - Representações matemáticas da curva momento *versus* rotação relativa (Castro, 2006)

O modelo utilizado neste trabalho emprega curvas multilineares justamente por fornecer uma melhor aproximação da curva momento *versus* rotação relativa e por estar disponível no programa de análise utilizado nesta dissertação, ANSYS (ANSYS, 2007).

O modelo misto, por sua vez, combina os dois modelos descritos acima. As curvas momento *versus* rotação são expressas pelas constantes de ajustes de curvas e pelos parâmetros geométricos. Por conveniência, as funções são padronizadas, as constantes de ajustes de curvas são determinadas por técnicas de aproximação e os parâmetros geométricos são baseados na geometria dos componentes da articulação.

2.3 Influência da Ligação no Comportamento Estrutural

Conforme pesquisa bibliográfica feita pode-se observar que a consideração da semi-rigidez nas ligações viga-coluna influencia significativamente a distribuição dos esforços internos na estrutura, conduzindo a soluções estruturais bastante distintas em relação aos casos rígidos e flexíveis. A seguir destacam-se alguns resultados importantes encontrados na revisão bibliográfica.

Para pórticos de aço, considerando a não-linearidade geométrica, o comportamento elástico-plástico e a estabilidade lateral dos pórticos, foi observado que a consideração da semi-rigidez nas ligações influencia significativamente a distribuição de esforços internos da estrutura, os deslocamentos e a sua estabilidade, porém sem alterar o modo de flambagem (Brito Jr., 2001; Freitas et al., 2009). Resultados mostram que a utilização das ligações semi-rígidas leva a economia de aço em edifícios de pequena altura.

Pinheiro (2003) mostra que o momento fletor na base e o deslocamento horizontal no topo decrescem na mesma proporção em que se aumenta o fator de rigidez em uma análise linear. Já para uma análise não-linear com níveis de carga maiores, há uma tendência de ocorrerem valores de momentos e deslocamentos maiores e de que a carga crítica varie quase linearmente com o aumento do fator de rigidez para pórticos com maior número de pavimentos. Por fim, foi observado que a consideração da não-linearidade da rigidez leva a maiores deslocamentos e que, por outro lado, para deslocamentos pequenos em ligações mais rígidas, quase não há diferença entre os tipos de análise, linear ou não-linear.

Neste trabalho, são estudados três pórticos para validação de modelos de análise estrutural, dentre estes, um pórtico de um pavimento apresentado na Fig. 7 e denominado pórtico 1 (van Keulen et al., 2003). A fim de exemplificar a influência da ligação no comportamento estrutural são mostrados na Fig. 8 os diagramas de momento fletor, obtidos de análise linear desse pórtico com ligações rígidas e

flexíveis e, na Tab. 1, os valores do fator de carga crítica obtidos de análise de flambagem linear, também para os dois casos.

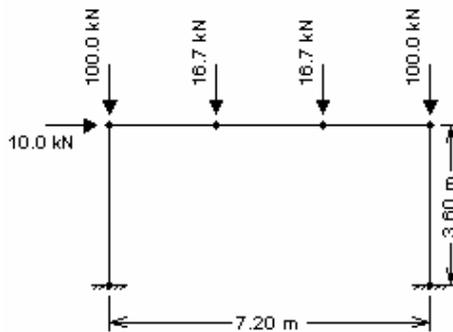
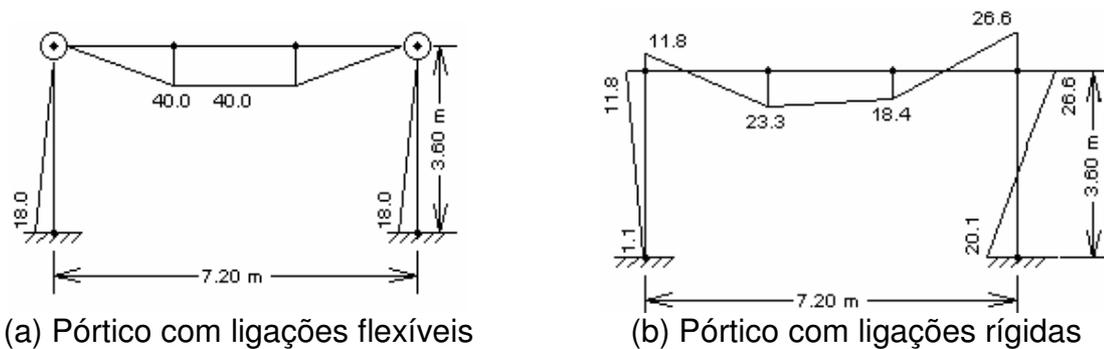


Figura 7 - Pórtico 1 (van Keulen et al., 2003)



(a) Pórtico com ligações flexíveis

(b) Pórtico com ligações rígidas

Figura 8 – Pórtico 1: diagramas de momento fletor (kN.m)

Tabela 1 – Pórtico 1: fatores de carga crítica para ligações flexíveis e rígidas

	Rigidez da ligação (kN.m/rad)	Fator de carga
Pórtico flexível	$5,00 \cdot 10^2$	36,36
Pórtico rígido	10^{10}	97,81

De acordo com os diagramas de momentos fletores mostrados nas Fig. 8 (a) e 8 (b), pode-se verificar como a mudança da rigidez da ligação viga-coluna modifica nitidamente a distribuição de esforços internos no pórtico. No caso do pórtico com ligação flexível, o momento fletor máximo atuante é de 40 kN.m, enquanto que no caso do pórtico com ligação rígida o momento fletor máximo é de apenas 26,6 kN.m, observando-se uma diferença de 33,5% entre estes valores.

Adicionalmente, na Tab. 1 mostra-se resultados obtidos através de uma análise de instabilidade por autovalores. No caso do pórtico com ligação flexível o

valor do fator de carga é de 36,36, enquanto que no caso do pórtico com ligação rígida é de 97,81, configurando-se em um valor equivalente a mais que o dobro do caso flexível, o que indica que a instabilidade estrutural do pórtico diminui consideravelmente. Observa-se então, que há infinitas possibilidades para a rigidez das ligações com valores intermediários entre esses dois casos, rígido e flexível, e que configuram diferentes soluções de instabilidade o que consiste em objeto de estudo deste trabalho.

A utilização dessas ligações intermediárias, semi-rígidas, em pórticos indeslocáveis ou rígidos, mostra que os esforços na viga tornam-se menores. E, no caso de pórticos deslocáveis ou flexíveis, estas contribuem com uma parcela da rigidez necessária à estabilidade do mesmo.

Na grande maioria dos casos, as ligações semi-rígidas são mais leves e envolvem menos componentes como soldas e parafusos quando comparadas com a solução rígida tradicional. Já quando comparadas com as ligações flexíveis, elas consideram uma parcela significativa de resistência que, ao ser considerada, pode minimizar o custo global da estrutura. Embora as ligações possuam uma parcela pouco significativa do peso total da estrutura, o preço para a sua fabricação e montagem é elevado (Del Savio, 2004).

Capítulo 3: Análise Estrutural

O foco principal deste trabalho é o dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço. Uma das etapas principais desta metodologia de projeto é a análise estrutural, que deve ser realizada de maneira eficiente, precisa e adequada para que o dimensionamento ocorra de forma satisfatória, de acordo com os objetivos propostos neste estudo.

No presente trabalho, a análise estrutural compreende o cálculo das respostas mecânicas clássicas, como tensões e deslocamentos e, adicionalmente, o cálculo da carga crítica. Todas as implementações computacionais relativas à análise estrutural foram realizadas com base no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Neste capítulo, são apresentadas as técnicas utilizadas na análise estrutural não-linear estática, para obtenção das tensões e deslocamentos, e na análise de instabilidade, para cálculo da carga crítica. O MEF surgiu no começo da década de 50, como ferramenta numérica para a solução aproximada de problemas de análise na indústria aeroespacial. Devido a sua generalidade e versatilidade sua utilização foi abrangendo todas as áreas da Engenharia. Em particular, permite a modelagem e solução de diversos problemas de Engenharia estrutural.

O MEF consiste, basicamente, em dividir o domínio do problema a ser analisado em partes discretas menores, ou elementos finitos, processo este chamado de discretização, e em considerar funções aproximadoras nesses elementos.

Nesta dissertação, para os problemas abordados de análise estrutural e de projeto ótimo, foi adotado o programa comercial ANSYS (ANSYS, 2007). São utilizados dois tipos de elementos finitos: um elemento do tipo barra e um elemento do tipo mola rotacional.

Os elementos tipo barra são utilizados para representação de vigas e colunas. O programa utilizado disponibiliza o elemento de pórtico plástico bidimensional BEAM 23 (ANSYS, 2007), sendo este um elemento uniaxial que suporta esforços de tração-compressão e de flexão. Ele tem 3 graus de liberdade em cada nó: translação nas direções locais x e y e rotação em torno do eixo nodal z .

Na Fig. 9, é mostrada a geometria e os graus de liberdade associados ao elemento finito BEAM 23 (ANSYS, 2007), utilizado neste trabalho.

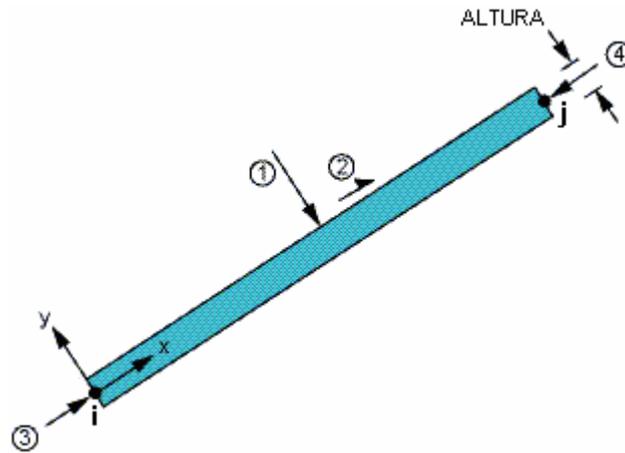


Figura 9 – Elemento de pórtico BEAM 23 (ANSYS, 2007) – geometria

onde:

i – nó inicial da barra;

j – nó final da barra;

1 – carga superficial na direção normal y;

2 – carga superficial na direção tangencial x;

3 – carga superficial na direção axial x;

4 – carga superficial na direção axial x (sentido negativo).

O elemento de mola é utilizado nas ligações viga-coluna para simulação do comportamento semi-rígido dessas ligações. Essa modelagem é feita por elementos de mola rotacional não-linear que são implementados nos pontos dos nós coincidentes de vigas e colunas. Para isto, é utilizado o elemento COMBIN 39 (ANSYS, 2007), que tem sua curva característica da rigidez definida como mostrado na Fig 10. Esta curva é definida por N pontos numerados positiva e negativamente. Os pontos nessa curva $(\theta_1, M_1), \dots, (\theta_N, M_N)$ podem representar momento *versus* rotação relativa ou, equivalentemente, força *versus* deslocamento relativo. O elemento tem 3 graus de liberdade, sendo os deslocamentos nas direções locais x e y restringidos, pelo acoplamento desses graus de liberdade nos nós coincidentes das barras, e a rotação na direção z livre. A rigidez inicial da ligação (S_i) é determinada pela inclinação do trecho inicial da curva momento *versus* rotação relativa, como visto na mesma Fig. 10, e é de acordo com esta inclinação que a ligação é classificada como rígida, semi-rígida ou flexível.

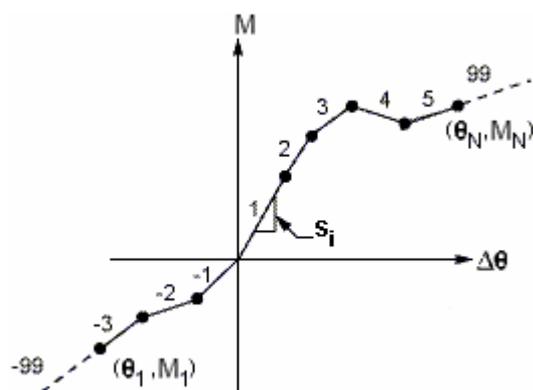


Figura 10 – Elemento de mola COMBIN 39 (ANSYS, 2007) – curva característica

onde:

1 – índice do primeiro ponto da curva;

N – índice referente ao número de pontos da curva;

-3, -2, ..., 4, 5 – são pontos intermediários da curva.

O modelo estrutural que se utiliza na simulação computacional do projeto, geralmente, é uma representação simplificada do sistema estrutural real. Pórticos, por exemplo, podem representar prédios ou galpões e treliças podem representar torres, pontes ou coberturas de telhados.

Em geral, uma solução pelo MEF pode ser dividida em três etapas principais, sendo estas o pré-processamento, a solução e o pós-processamento. A seguir, são apresentadas, através de exemplo do pórtico 1 já apresentado na Fig. 7, cada uma destas etapas, a modelagem e a análise.

O pré-processamento é a etapa dedicada à modelagem do problema. Primeiramente, é preciso decidir quais os tipos de elementos finitos que serão utilizados e definir suas constantes reais e propriedades geométricas, como área e inércia, por exemplo, e as propriedades dos materiais. Essa decisão tem que levar em consideração a dimensão do problema e o grau de refinamento que se quer dos resultados. Em seguida, são definidos os pontos de controle do pórtico, números de 1 a 6 na Fig. 11, e são criadas as linhas, áreas ou volume que definem o entorno do modelo, linhas vistas na Fig. 12. Depois, é feita a discretização do domínio em elementos finitos e definem-se as condições de contorno, como exemplificado na Fig. 13, onde os triângulos representam os graus de liberdade restritos.

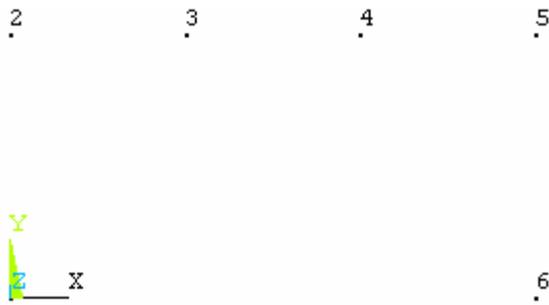


Figura 11 – Definição de pontos de controle

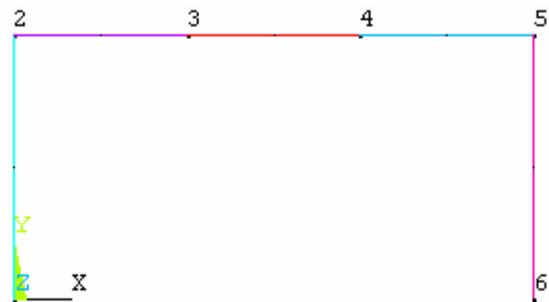


Figura 12 – Criação de linha através da ligação de pontos de controle

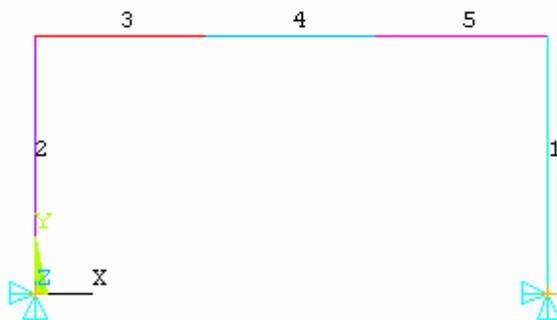


Figura 13 – Definição dos elementos finitos e das condições de contorno

Em particular, no presente trabalho, ainda na etapa do pré-processamento, são feitas outras operações, como a criação de ligações nos nós para definição de elementos de mola.

A solução é a etapa onde são definidos os carregamentos aplicados na estrutura, como mostrado na Fig. 14. Adicionalmente, é realizado o cálculo dos deslocamentos através da resolução de um sistema linear de equações, definido pela matriz de rigidez global da estrutura e pelo vetor de carregamentos. Os deslocamentos são calculados em coordenadas globais e para todos os graus de liberdade da estrutura.

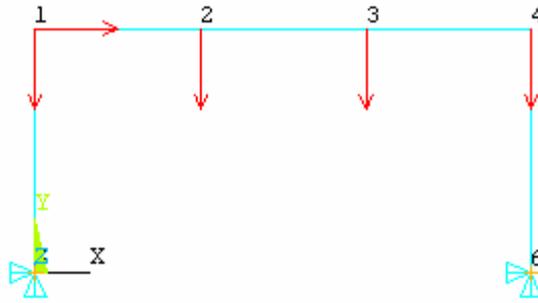


Figura 14 – Definição de carregamento

O pós-processamento é a etapa de cálculo dos esforços internos atuantes na estrutura e da visualização de resultados, como o campo de tensões da estrutura e a deformada da mesma. Nesta etapa, o programa utiliza o arquivo de deslocamentos gerados na etapa de solução e cria diversos resultados de saída, que podem ser de forma gráfica ou tabelada. Na Fig. 15, é mostrado um resultado em forma gráfica, e, na Tab. 2, em forma tabelada.

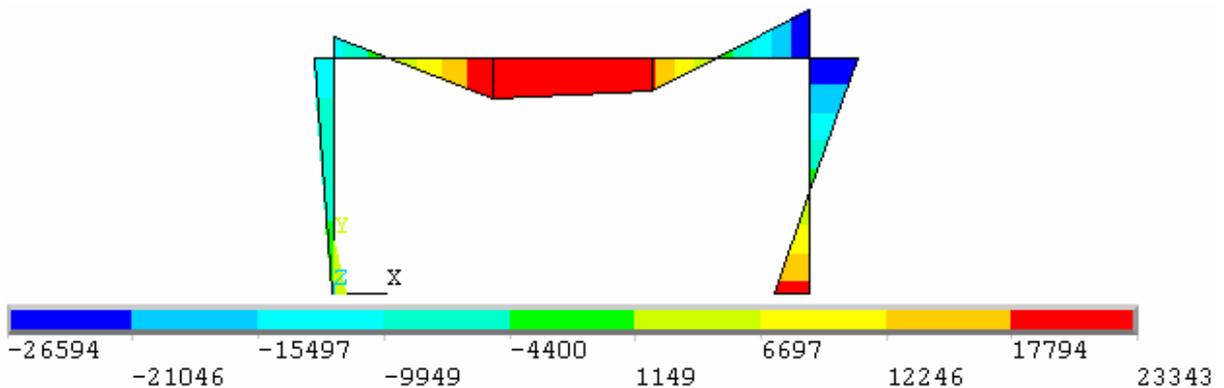


Figura 15 – Diagrama de momentos fletores (N.m)

Tabela 2 – Deslocamentos nos nós (cm)

Nó	U_x	U_y
1	0,14	-0,01
2	0,14	-0,27
3	0,14	-0,24
4	0,14	-0,01
5	0	0
6	0	0

onde:

U_x – deslocamento na direção x;

U_y – deslocamento na direção y.

Cabe destacar ainda, a importância da fase de interpretação e validação dos resultados, quando é feita a análise dos resultados obtidos, a fim de verificar se são satisfatórios ou não. Nesta etapa são fundamentais os conhecimentos teóricos, bem como a experiência do projetista.

3.1 Análise Não-linear

Os diversos modelos de análise estrutural podem ser classificados de acordo com o comportamento do material adotado ou com o comportamento dos deslocamentos observados.

Quanto ao comportamento do material, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), as análises se classificam em análise elástica, com diagrama tensão-deformação elástico-linear, e análise plástica, com diagrama tensão-deformação rígido-plástico, elástico-plástico perfeito ou elástico-plástico não-linear. Neste trabalho, é realizada análise plástica que considera o comportamento não-linear elástico-plástico do material.

Quanto aos deslocamentos, a análise para obtenção dos esforços internos pode ser classificada como análise linear, também chamada teoria de primeira ordem, ou não-linear, considerando a geometria deformada da estrutura. Neste trabalho, também é utilizada a análise não-linear para os deslocamentos, pois estes afetam significativamente os esforços internos e são chamados efeitos globais de segunda ordem.

No caso de pórticos de aço, tradicionalmente, a análise estrutural é realizada com base no comportamento elástico linear das estruturas. Contudo, é de conhecimento geral que este tipo de análise não representa o comportamento real das estruturas. Ultimamente, vêm-se desenvolvendo estudos relativos ao comportamento não-linear de diversos sistemas estruturais utilizados na Engenharia Civil. Os estudos objetivam a definição de técnicas de análise que possibilitem uma melhor representação do comportamento estrutural e o cálculo de respostas mecânicas cada vez mais confiáveis, isto é, mais próximas do real comportamento das estruturas.

A necessidade deste tipo de análise se insere no contexto atual, onde várias normas mundiais utilizam análise não-linear com o cálculo dos efeitos de segunda ordem. A nova NBR 8800 (ABNT, 2008) recomenda que a análise não-linear deve ser usada sempre que os deslocamentos afetarem de forma significativa os esforços internos. Essa análise pode ter como base teorias geometricamente exatas, teorias aproximadas ou adaptações a resultados da teoria de primeira ordem.

Isto em sintonia com o Eurocode 3 (CEN, 2005), que também recomenda análise estrutural não-linear, indica, por exemplo, uma curva bi-linear para aproximação da curva momento *versus* rotação das ligações metálicas. A seguir, são apresentados alguns dos principais tipos de não-linearidade considerados nos projetos estruturais.

3.1.1 Não-linearidade geométrica

Este tipo de não-linearidade considera os efeitos de mudanças na configuração geométrica da estrutura sob a ação de cargas ou outros tipos de solicitações e efeitos de imperfeições iniciais, como desvios da geometria idealizada e excentricidade das cargas aplicadas. Neste caso, o comportamento da estrutura é caracterizado por grandes deslocamentos, pequenas deformações específicas e mudanças de curvatura.

No presente trabalho, é considerada a não-linearidade geométrica no comportamento das molas rotacionais utilizadas para representação computacional das ligações viga-coluna.

Na teoria linear da elasticidade, admitem-se, para uma barra, expressões aproximadas para as relações deformações-deslocamentos e curvatura, como nas Eqs. 4 e 5.

$$\text{Deformação específica axial: } \varepsilon_x \cong \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

$$\text{Curvatura: } \chi_x \cong \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (5)$$

onde:

u – deslocamento na direção do eixo x;

w – deslocamento na direção do eixo z.

Entretanto, a expressão exata da curvatura é não-linear, como se observa na Eq. 6.

$$\chi_x = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d^2w/dx^2}{\left[1 + \left|\frac{dw}{dx}\right|^2\right]^{3/2}} \quad (6)$$

onde:

θ – ângulo de rotação.

3.1.2 Não-linearidade física

A não-linearidade física considera o comportamento elástico-plástico de materiais como o aço e seus efeitos ocorrem, por exemplo, em vigas simples bi apoiadas sob carga axial ou de flexão e em colunas sob efeito da interação entre flexão e força axial.

A curva característica do aço tem uma parte elástica linear, seguida de outra parte de considerável escoamento. O diagrama tensão-deformação pode ser aproximado por duas retas, com boa precisão. É suposto que o material obedece à lei de Hooke até iniciar o escoamento e, após o início do escoamento, apresenta tensão constante. O aço tem comportamento considerado perfeitamente elástico-plástico e sua curva característica é apresentada na Fig. 16. Quando o valor da tensão atinge o da tensão de escoamento, a deformação continua a crescer e torna-se tão grande que a estrutura já não tem mais serviço, mesmo que não tenha atingido o colapso.

3.2 Análise Estática Não-linear

Em estruturas estaticamente indeterminadas, o cálculo dos deslocamentos depende da relação tensão-deformação do sistema estrutural. Para realização desses cálculos usam-se métodos incrementais ou iterativos, como descritos a seguir.

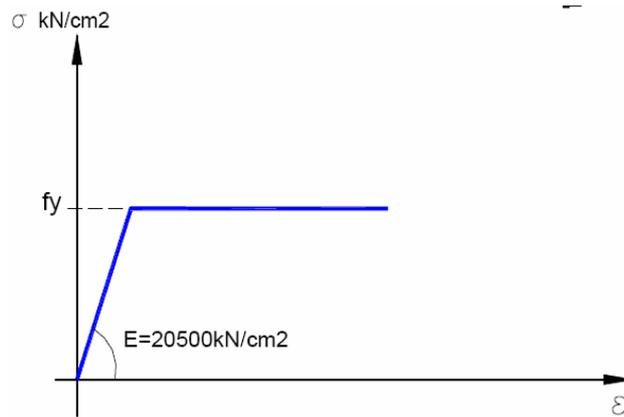


Figura 16 - Curva tensão *versus* deformação do aço

onde:

σ – tensão;

ε – deformação;

f_y – tensão de escoamento;

3.2.1 Método incremental

No processo incremental, o carregamento total da estrutura é aplicado em incrementos (ou etapas) de carga, correspondendo, a cada etapa, uma configuração de equilíbrio diferente. A cada etapa, os incrementos de tensões e deformações são computados considerando-se um comportamento linear. Os deslocamentos e esforços totais ao final de cada etapa de carga são obtidos pelo somatório dos deslocamentos e esforços incrementais já computados até esta etapa. Desta forma, o processo consiste em resolver uma seqüência de problemas lineares correspondentes às etapas de carga, onde, em cada etapa, a matriz de rigidez da estrutura é atualizada, levando-se em conta a geometria determinada no final da etapa anterior. De forma análoga, o vetor de desequilíbrio nodal é atualizado pelo cálculo da diferença entre as cargas externas aplicadas e os esforços internos resistentes.

A equação de equilíbrio em forma incremental é dada pela Eq. 7.

$$K_T^K \Delta U^K = \Delta R^K \quad (7)$$

sendo:

$$\Delta U^k = U^k - U^{k-1} \quad (8)$$

$$\Delta R^k = F_{\text{ext}}^k - F_{\text{int}}^k \quad (9)$$

onde:

K_T – matriz de rigidez tangente global da estrutura;

ΔU – vetor de deslocamentos incrementais;

ΔR – vetor de desequilíbrio nodal;

F_{ext} – vetor de cargas externas aplicadas;

F_{int} – vetor de forças nodais devido aos esforços internos;

k – número da iteração.

3.2.2 Método iterativo

No processo iterativo, como o próprio nome já indica, a solução do sistema de equações não-lineares é obtida por iterações sucessivas. O processo consiste em resolver um sistema de equações algébricas não-lineares $G_i(V)=0$, $i = 1,2,\dots,n$, com um vetor de cargas V que se incrementa, a cada iteração, a partir de um vetor de cargas iniciais V_0 . A resolução se dá diferindo $\Delta V = V - V_0$ da solução de $G_i(V)$.

Se $G(V)$ é diferenciável em V , pode-se escrever $G_i(V) = G_i(V_0 + \Delta V)$. Tomando-se uma aproximação linear em V para $G_i(V_0 + \Delta V)$, tem-se $\Delta V = (V - V_0)$. Então, a solução do sistema de n equações não-lineares pode ser obtida por iterações sucessivas.

Um dos métodos iterativos mais usados na solução de problemas não-lineares na análise estrutural é o de Newton-Raphson. Sua grande utilização se deve à precisão e à rápida convergência numérica, desde que o processo iterativo seja iniciado próximo da solução. A equação de equilíbrio, em forma iterativa, é dada pela Eq. 10.

$$K_T^{k-1} \Delta U^k = \Delta R^{k-1} \quad (10)$$

sendo:

$$\Delta R^{k-1} = F_{\text{ext}} - F_{\text{int}}^{k-1} \quad (11)$$

Inicialmente, são consideradas as condições $U^0 = 0$ e $F_{int}^0 = 0$. O processo é repetido até que o resíduo ou força não-equilibrada esteja dentro de uma tolerância definida *a priori*.

3.2.3 Método incremental-iterativo

No processo incremental-iterativo, como seu nome indica, o carregamento é aplicado por partes, sendo efetuadas iterações dentro de cada incremento. Este método encontra-se disponível no programa de análise do ANSYS (ANSYS, 2007).

3.3 Aplicações da Análise Estática Não-Linear em Pórticos de Aço

A seguir são apresentados os resultados obtidos na análise estática não-linear de três pórticos de aço planos que serão utilizados ao longo desta dissertação.

Nos três pórticos estudados, as seções I, H e W das vigas e dos pilares foram aproximadas para seções retangulares equivalentes. Este procedimento tem como finalidade facilitar a implementação computacional no programa ANSYS (ANSYS, 2007), que se tornaria bastante complicada no caso de se implementar as seções em perfis originais das estruturas. A aproximação para seções retangulares é feita mantendo-se os valores do momento de inércia e da altura da seção, porém, variando a área da seção transversal.

Cabe destacar aqui que, de acordo com o programa ANSYS (ANSYS, 2007) utilizado, a tensão máxima obtida nesta análise estrutural, corresponde à soma da tensão axial com a tensão devida ao momento fletor solicitante.

3.3.1 Análise estática – pórtico 1

O primeiro modelo estrutural analisado é um pórtico de aço de um pavimento, com três barras, que foi estudado por van Keulen et al. (2003), Del Savio et al. (2005) e Freitas et al. (2009).

É considerado o aço MR-250, com módulo de elasticidade de 205 GPa, densidade de 7800 kg/m³ e coeficiente de Poisson de 0,3. O sistema estrutural investigado é o mesmo já apresentado na Fig. 7.

As propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais, já com as seções aproximadas para um retângulo equivalente, são dadas na Tab. 3.

Portanto, a área apresentada é correspondente ao produto da base com a altura das seções transversais retangulares.

Tabela 3 – Pórtico 1: características geométricas

Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
Viga IPE 360	150,65	16270,00	36,00
Colunas HEA 260	200,64	10450,00	25,00

A Fig. 17 mostra a curva momento *versus* rotação, que define o comportamento mecânico das ligações viga-coluna semi-rígidas usadas para este pórtico. Esta curva corresponde a um valor da rigidez inicial de 30.626,73 kN.m/rad. Destaca-se que este valor respeita os limites apresentados nas Eqs. 1 e 2 e a relação $\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1$.

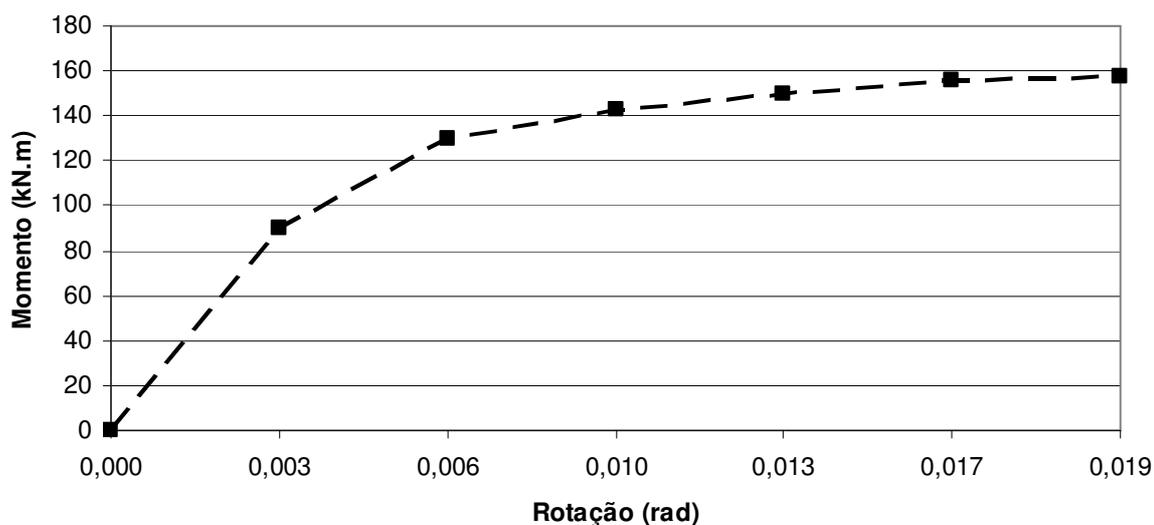


Figura 17 – Pórtico 1: curva da ligação viga-coluna semi-rígida

Na Fig. 18, é mostrada a discretização em elementos finitos. Os elementos finitos numerados de 1 a 11 representam as barras da viga e das colunas e os elementos finitos 12 e 13 representam as molas rotacionais do pórtico em questão.

A análise estática não-linear é feita de modo incremental-iterativo, com 10 subpassos realizados para cada passo ou etapa de carga e incluindo os efeitos de grandes deformações no pórtico. Neste procedimento, é calculada a tensão máxima

no pórtico e o deslocamento máximo ocorrido em todo o pórtico, cujos valores são, respectivamente, 28,28 MPa e 17,22 mm

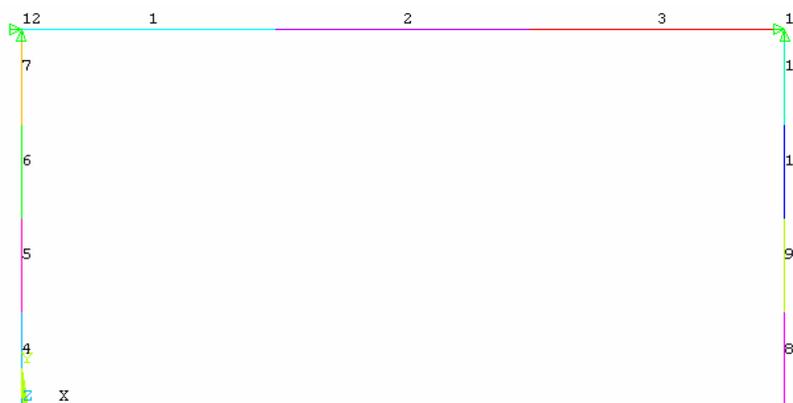


Figura 18 – Pórtico 1: malha de elementos finitos

3.3.2 Análise estática – pórtico 2

O segundo modelo estrutural analisado é um pórtico de aço de dois pavimentos, com seis barras, que foi estudado por Sekulovic et al. (2002) e Freitas et al. (2009). O aço considerado é o MR-250, com módulo de elasticidade de 205 GPa, densidade de 7800 kg/m³ e coeficiente de Poisson de 0,3. O sistema estrutural investigado é apresentado na Fig. 19.

As propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais, já com as seções aproximadas para um retângulo equivalente, são dadas na Tab. 4 e a curva momento *versus* rotação que define as ligações viga-coluna semi-rígidas usadas para este pórtico, na Fig. 20. Em particular, observa-se que a rigidez inicial utilizada é de 6.508,03 kN.m/rad.

Na Fig. 21, é mostrada a discretização em elementos finitos. Os elementos finitos de 1 a 24 representam as barras das vigas e colunas e os elementos finitos 25 a 28 correspondem às molas rotacionais do pórtico.

A análise estática não-linear é feita de modo incremental-iterativo, com 10 subpassos realizados para cada passo de carga e incluindo os efeitos de grandes deslocamentos no pórtico. Neste procedimento, é calculada a tensão máxima no pórtico e o deslocamento máximo ocorrido em todo o pórtico. Estes valores são, respectivamente, 81,36 MPa e 7,16 mm.

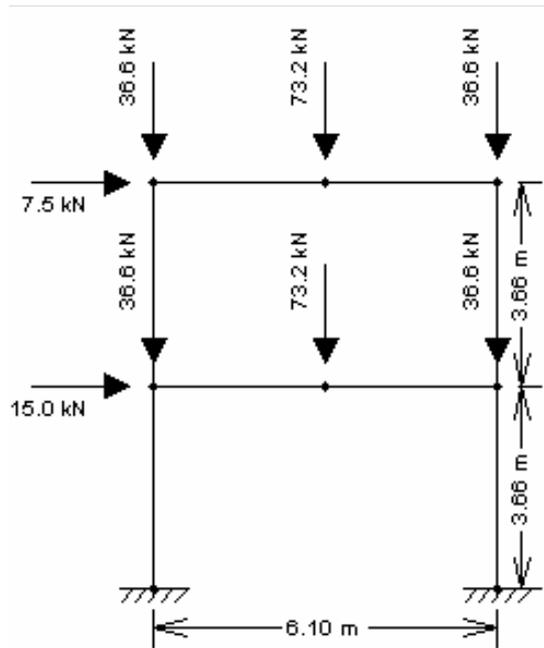


Figura 19 - Pórtico 2 (Sekulovic et al., 2002)

Tabela 4 – Pórtico 2: características geométricas

Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
Viga W 14 x 48	197,45	20187,22	35,03
Colunas W 12 x 96	767,48	34672,08	23,28

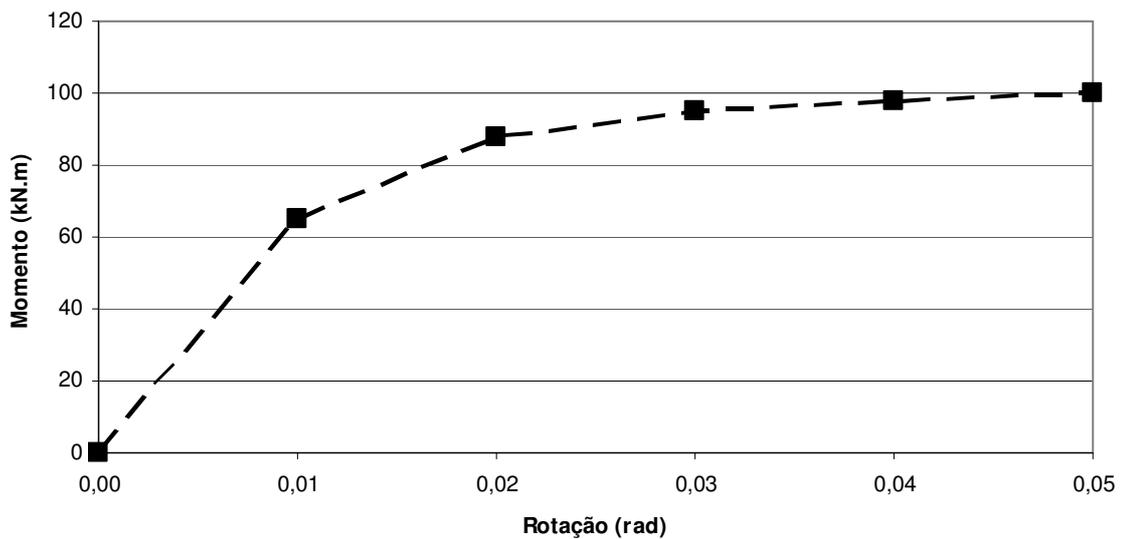


Figura 20 – Pórtico 2: curva da ligação viga-coluna semi-rígida

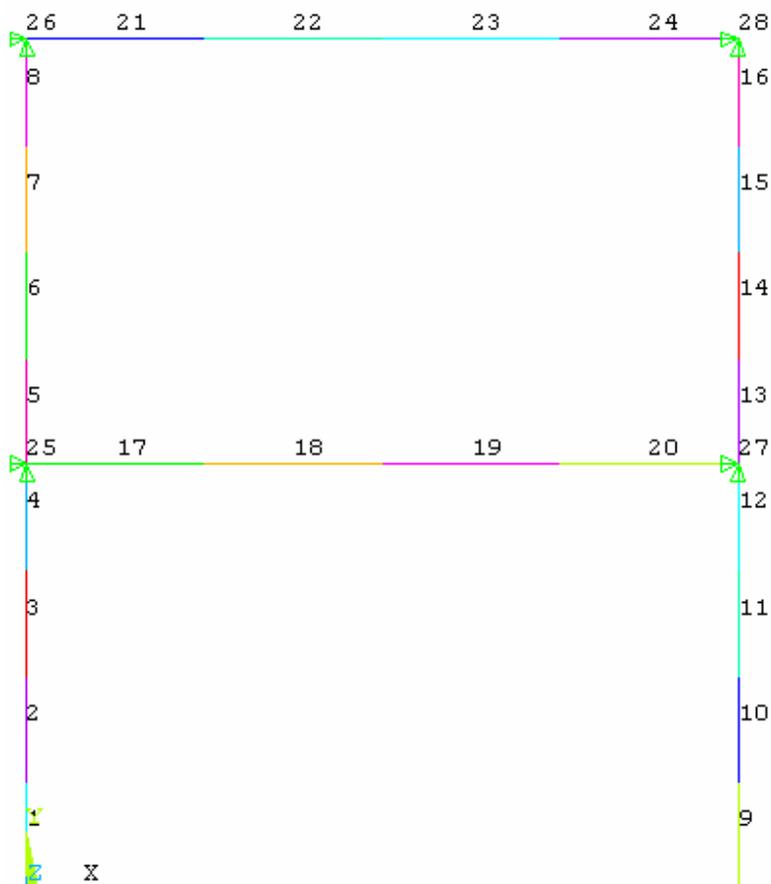


Figura 21 – Pórtico 2: malha de elementos finitos

3.3.3 Análise estática – pórtico 3

O terceiro modelo estrutural analisado trata-se de um pórtico de aço bastante usado na calibração de programas computacionais para análise de instabilidade associada a ligações semi-rígidas e à análise inelástica. É um pórtico duplo de seis pavimentos com 30 barras, que foi estudado por Vogel (1985), Chan e Chui (2000) e Machado e Silveira (2005), dentre outros. O aço considerado é o MR-250 com módulo de elasticidade de 205 GPa, densidade de 7800 kg/m³ e coeficiente de Poisson de 0,3. O sistema estrutural investigado é apresentado na Fig. 22.

As propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais, já com as seções aproximadas para um retângulo equivalente, são dadas na Tab. 5 e a curva momento *versus* rotação semi-rígida que define as ligações viga-coluna usadas para este pórtico estão na Fig. 23, que mostra um valor de 2.388,80 kN.m/rad para a rigidez inicial.

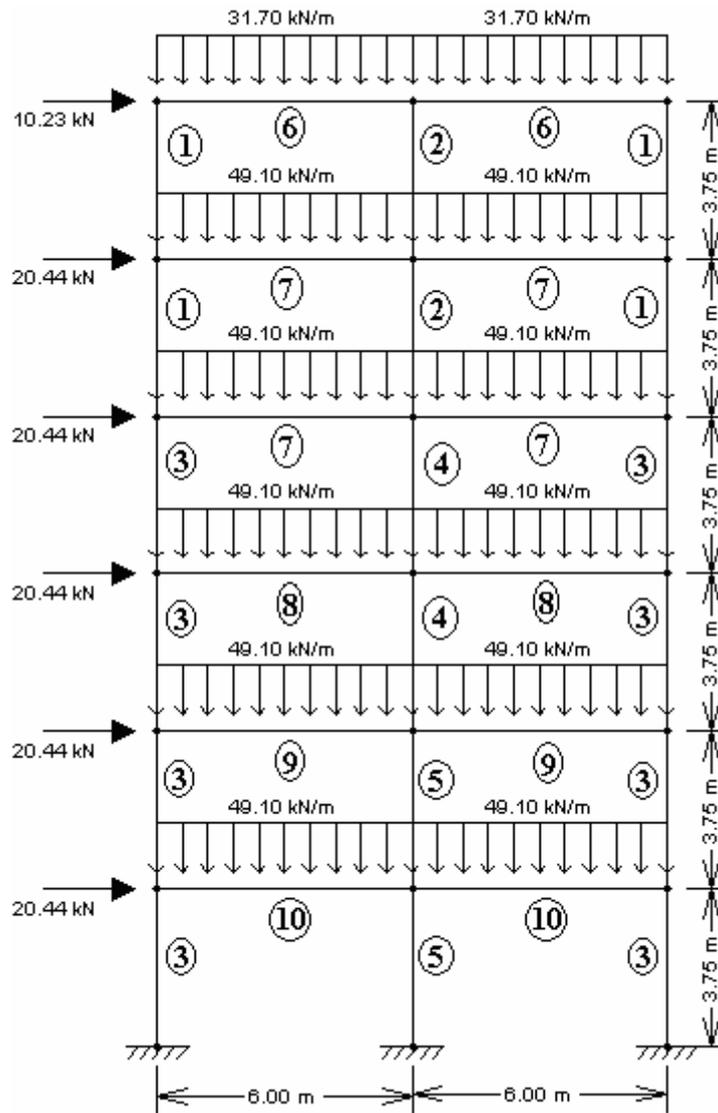


Figura 22 - Pórtico 3 (Vogel, 1985)

Tabela 5 – Pórtico 3: características geométricas

	Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
1	HEB 160	116,72	2490,00	16,00
2	HEB 200	171,00	5700,00	20,00
3	HEB 220	200,58	8090,00	22,00
4	HEB 240	234,58	11260,00	24,00
5	HEB 260	264,85	14920,00	26,00
6	IPE 240	81,04	3890,00	24,00
7	IPE 300	111,47	8360,00	30,00
8	IPE 330	129,70	11770,00	33,00
9	IPE 360	150,65	16270,00	36,00
10	IPE 400	173,48	23130,00	40,00

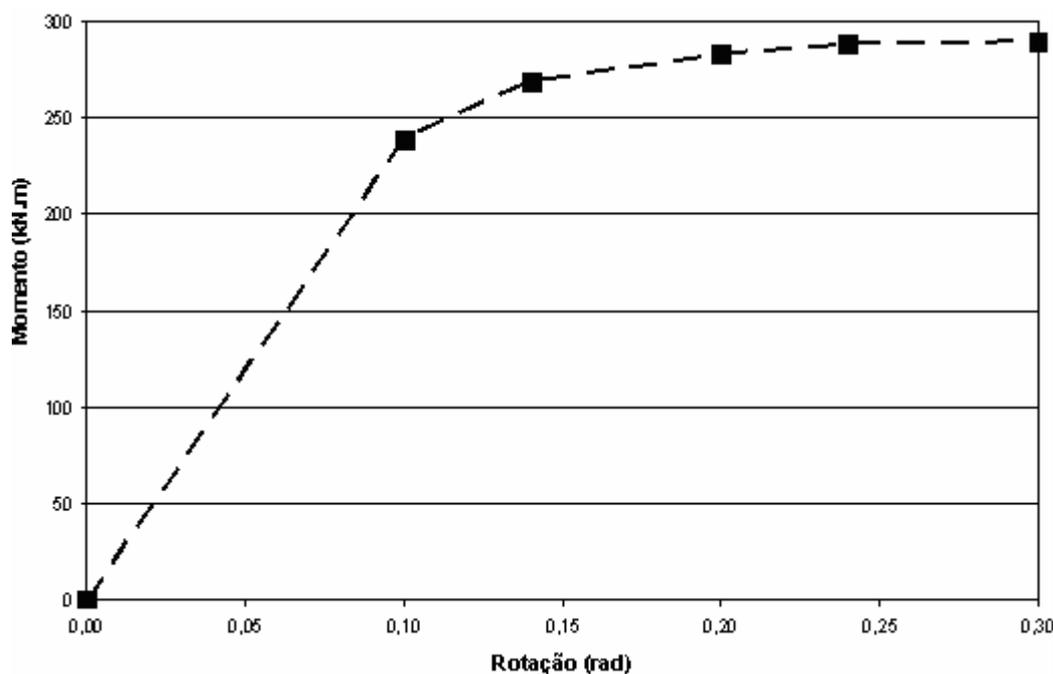


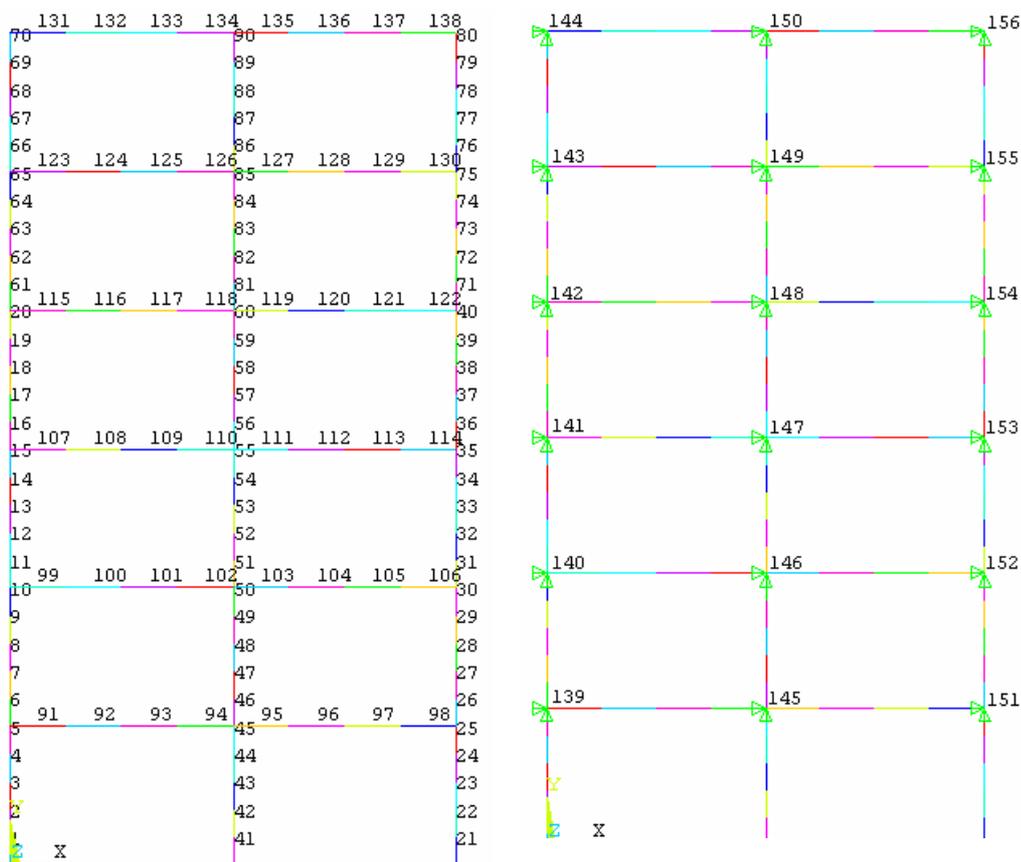
Figura 23 - Pórtico 3: curva da ligação viga-coluna semi-rígida

A modelagem é realizada com a discretização em elementos finitos, sendo os elementos de barras das vigas e colunas numerados de 1 a 138 e indicados na Fig. 24(a), e os das molas rotacionais, numerados de 139 a 156 e indicados na Fig. 24(b).

A análise estática não-linear é feita de modo incremental-iterativo, com 10 subpassos em cada passo de carga e incluindo os efeitos de grandes deformações no pórtico. Neste procedimento, é calculada a tensão máxima no pórtico e o deslocamento máximo ocorrido em todo o pórtico. Estes valores são, respectivamente, 595,63 MPa e 1853,45 mm.

Observa-se que a tensão máxima no pórtico é muito superior à resistência do aço MR-250, que é de 250 MPa. Além disso, o deslocamento máximo apresenta um valor muito alto, o que mostra que o modelo está subdimensionado.

Desta forma, foram adotadas, além da configuração inicial, outras quatro configurações de perfis para este pórtico, a fim de referendar seu subdimensionamento e essas configurações alternativas para os perfis são avaliadas neste trabalho. A configuração já apresentada na Tab. 5 é chamada a partir de então de configuração zero, Config. 0, e para as demais será usada a denominação Config. n, sendo n o número da configuração.



(a) Elementos de barra

(b) Elementos de mola

Figura 24 – Pórtico 3: malha de elementos finitos

Todas as configurações apresentadas a seguir utilizam a curva da Fig. 23 nas ligações viga-coluna e a mesma malha de elementos finitos. A partir da numeração da Fig. 22, é proposta uma nova numeração das barras para as configurações, apresentada a seguir. Isto é feito tomando as barras de número 5 iguais às de número 4 e as barras de números 9 e 10 iguais às de número 8, o que resulta, portanto, em 7 barras distintas, numeradas conforme a Fig. 25.

As propriedades geométricas das quatro novas configurações de perfis a serem avaliadas e os resultados da análise estática para cada uma delas são apresentadas a seguir.

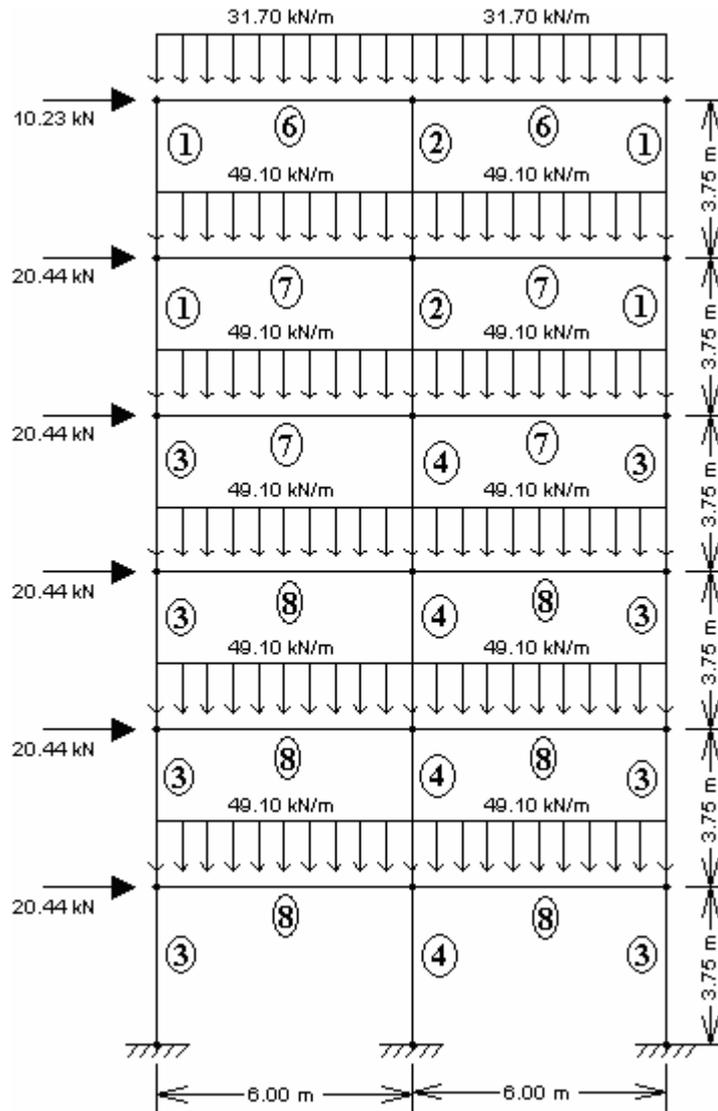


Figura 25 - Pórtico 3 Configs. 1, 2, 3 e 4

Configuração 1

Para a Config. 1, as propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais com as seções aproximadas para um retângulo equivalente são dadas na Tab. 6.

Na análise não-linear desta configuração, é encontrado o valor de 266,72 MPa para a tensão máxima no pórtico e de 803,16 mm para o deslocamento máximo.

Tabela 6 – Pórtico 3 Config. 1: características geométricas

	Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
1	HEB 220	200,58	8090,00	22,00
2	HEB 260	264,85	14920,00	26,00
3	HEB 280	294,95	19270,00	28,00
4	HEB 300	335,60	25170,00	30,00
6	IPE 330	129,70	11770,00	33,00
7	IPE 400	173,48	23130,00	40,00
8	IPE 450	199,94	33740,00	45,00

Configuração 2

Para a Config. 2, as propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais com as seções aproximadas para um retângulo equivalente são dadas na Tab. 7.

Tabela 7 - Pórtico 3 Config. 2: características geométricas

	Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
1	HEB 280	294,95	19270,00	28,00
2	HEB 320	361,17	30820,00	32,00
3	HEB 340	380,55	36660,00	34,00
4	HEB 360	399,91	43190,00	36,00
6	IPE 330	129,70	11770,00	33,00
7	IPE 400	173,48	23130,00	40,00
8	IPE 450	199,94	33740,00	45,00

Na análise não-linear desta configuração é encontrado o valor de 219,54 MPa para a tensão máxima no pórtico e de 494,72 mm para o deslocamento máximo.

Configuração 3

Para a Config. 3, as propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais com as seções aproximadas para um retângulo equivalente são dadas na Tab. 8.

Na análise não-linear desta configuração é encontrado o valor de 207,32 MPa para a tensão máxima no pórtico e de 256,57 mm para o deslocamento máximo.

Tabela 8 - Pórtico 3 Config. 3: características geométricas

	Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
1	HEB 340	380,55	36660,00	34,00
2	HEB 400	432,60	57680,00	40,00
3	HEB 450	473,42	79890,00	45,00
4	HEB 500	514,56	107200,00	50,00
6	IPE 330	129,70	11770,00	33,00
7	IPE 400	173,48	23130,00	40,00
8	IPE 450	199,94	33740,00	45,00

Configuração 4

Para a Config. 4, as propriedades geométricas dos perfis utilizados nas barras estruturais com as seções aproximadas para um retângulo equivalente são dadas na Tab. 9.

Tabela 9 - Pórtico 3 Config. 4: características geométricas

	Propriedades da seção	A (cm ²)	I (cm ⁴)	h (cm)
1	HEB 360	399,91	43190,00	36,00
2	HEB 450	473,42	79890,00	45,00
3	HEB 500	514,56	107200,00	50,00
4	HEB 550	542,28	136700,00	55,00
6	IPE 360	150,65	16270,00	36,00
7	IPE 450	199,94	33740,00	45,00
8	IPE 500	231,36	4,82,00	50,00

Na análise não-linear desta configuração é encontrado o valor de 161,11 MPa para a tensão máxima no pórtico e de 202,37 mm para o deslocamento máximo.

3.4 Análise de Instabilidade

Nas estruturas modernas de aço, a análise da instabilidade tem-se tornado de grande relevância, isto porque o aço, como material de construção, usualmente é utilizado em estruturas que têm necessidade de um pé-direito maior e para vencer grandes vãos, ou seja, estruturas mais esbeltas, como galpões industriais, pontes suspensas e pórticos prediais.

No entanto, nas peças submetidas a esforços de compressão, aparecem deslocamentos laterais e, com isso, sua resistência mecânica pode ser reduzida significativamente. Nestes casos, o colapso estrutural pode ocorrer por instabilidade. Na análise de estabilidade clássica não se consideram as imperfeições iniciais nem

uma possível excentricidade de carga nos pilares. Com este procedimento, a estrutura sofre apenas deslocamentos axiais.

O problema de instabilidade estrutural pode ser avaliado de duas formas. Pela teoria clássica da estabilidade elástica ou através de uma análise estrutural de segunda ordem que considere estes efeitos.

A instabilidade estrutural ocorre por flambagem quando uma peça do sistema estrutural perde sua estabilidade antes que o material atinja sua tensão de escoamento, f_y , diminuindo a resistência mecânica à compressão da peça. Quando a flambagem ocorre em apenas um componente do perfil metálico, seja o flange ou a alma, é chamada de flambagem local. Já quando todo o sistema estrutural está instável, é chamada de flambagem global. Na Fig. 26, são ilustrados esses casos de flambagem.

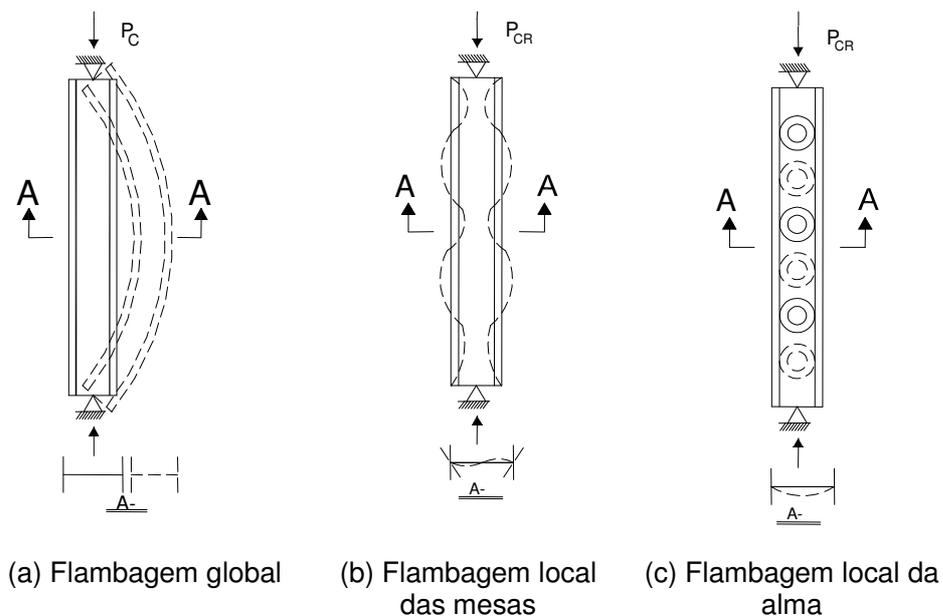


Figura 26 - Formas de flambagem

Basicamente, a instabilidade ocorre quando o esforço (P) aplicado no sistema é maior do que o valor da carga crítica do mesmo (P_{cr}), observando-se grandes deslocamentos laterais, como mostrado na Fig. 27. A flambagem ocorre na direção do eixo de menor momento de inércia da seção transversal.

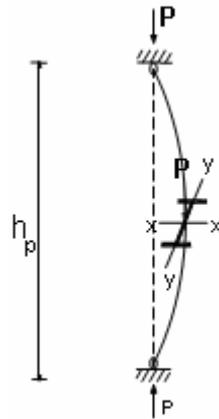


Figura 27 – Fenômeno de flambagem

A carga crítica de flambagem, P_{cr} , pode ser calculada pela Eq. 12.

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

onde:

P_{cr} – carga crítica de flambagem;

n – define o modo de flambagem;

I – momento de inércia da seção transversal;

l – comprimento da barra.

As cargas críticas são valores de referência, que indicam diversas possibilidades de flambagem, que tornam determinados tipos de estrutura instáveis. Cada carga faz com que a estrutura assuma uma forma diferente, de acordo com o modo de flambagem associado.

O menor valor de P_{cr} é obtido quando $n=1$. Neste caso, tem-se:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (13)$$

As seções mais eficientes para resistir à flambagem são as que têm maiores raio de giração com menor área, como as mostradas na Fig. 28, por exemplo.



(a) Seção circular (b) Seção quadrangular

Figura 28 - Seções com boa resistência à flambagem

3.4.1 O problema da flambagem

As peças estruturais mais susceptíveis à flambagem são as colunas dos pórticos, que são classificadas em curtas, intermediárias e longas, de acordo com a sua esbelteza.

Para avaliação da estabilidade de pórticos de aço, necessita-se do cálculo do comprimento efetivo de flambagem, que consiste na consideração de um fator de equivalência (K) que iguala a resistência de uma peça em compressão com uma peça equivalente bi-articulada, com isto tem-se o comprimento de flambagem (l_{fl}) expresso conforme Eq. 14.

$$l_{fl} = K.l \quad (14)$$

Os valores teóricos e recomendados de K para diferentes condições de apoio das colunas podem ser vistos na Tab. 10.

No caso dos pórticos em que as forças distribuídas são aplicadas diretamente nas vigas, transferindo esforços de flexão aos pilares, os efeitos de flexão e as imperfeições iniciais geram excentricidades que associadas às forças de compressão provocam a amplificação dos momentos fletores e deslocamentos laterais. Neste caso, a instabilidade é caracterizada quando pequenos incrementos de força produzem grandes incrementos de deslocamentos, ou seja, a rigidez da estrutura torna-se insuficiente para sua sustentação (Kanchanalai e Le-Wu, 1979). Então, pode-se substituir o problema da flambagem clássica por um problema de flexo-compressão, considerando os efeitos de segunda ordem.

Tabela 10 - Coeficiente de esbeltez (K) para diferentes condições de apoio (ABNT, 2008)

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha pontilhada indica a forma da coluna flambada						
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valores de projeto recomendados quando se têm condições próximas das ideais	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0

3.4.2 Influência da flambagem em peças comprimidas

A necessidade da análise de instabilidade se intensifica progressivamente, pois os projetos arquitetônicos são cada vez mais ousados e desafiadores, com colunas mais esbeltas a serem executadas. Com isso, se faz imprescindível a adoção de medidas restritivas à flambagem dos pórticos, como a colocação de peças de contenção lateral e contraventamentos, baseadas em uma análise de instabilidade.

A fim de exemplificar a influência do problema de flambagem, é apresentado a seguir um problema retirado de Pfeil e Pfeil (2009), com os resultados do cálculo de resistência à compressão de uma colunade 3m, de aço ASTM A36, com perfil W 150 x 37,1 kg/m, com e sem contenção lateral. Consideram-se as extremidades rotuladas. Na Fig. 29 são apresentados os dados deste perfil.

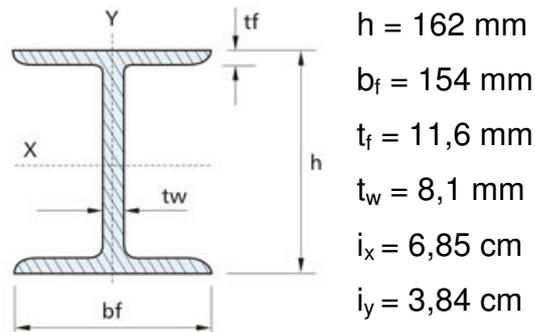


Figura 29 - Dados do perfil W 150 x 37,1 kg/m

onde:

i_x – raio de giração em torno do eixo x;

i_y – raio de giração em torno do eixo y.

Para a coluna com contenção lateral, é impedida a flambagem em torno do eixo y, com isso, a flambagem só pode ocorrer em torno do eixo x. Neste caso, a resistência de cálculo à compressão, $N_{d,res}$, é de 982 kN.

Para a coluna sem contenção lateral, podendo flambar nos dois eixos, a resistência de cálculo à compressão, $N_{d,res}$, é de 786 kN.

Observa-se, com esses valores, que, devido ao problema de flambagem, tem-se uma diminuição de, aproximadamente, 20% (196 kN) na resistência mecânica da peça.

3.5 Análise de Flambagem

Nos itens a seguir, são apresentados os dois principais métodos para análise de instabilidade estrutural, a análise de flambagem não-linear e a análise de flambagem por autovalores. Estes métodos possibilitam a identificação dos fatores de carga crítica de flambagem e os modos de flambagem correspondentes. Ambos os métodos estão disponíveis no programa ANSYS (ANSYS, 2007).

O fator de carga crítica representa quantas vezes podem ser multiplicadas todas as cargas iniciais aplicadas na estrutura para atingir o estado de colapso estrutural.

3.5.1 Análise de flambagem não-linear

O procedimento da análise de flambagem não-linear considera um aumento gradual da carga aplicada sobre o modelo até que um determinado nível de carga é encontrado, no qual a estrutura torna-se instável, ou seja, qualquer aumento de carga, mesmo muito pequeno, causa uma deformação muito grande. Esta análise se caracteriza por fornecer resultados mais precisos. Na Fig. 30, pode-se ver a curva momento *versus* rotação relativa, para este método. Como se pode observar, a curva apresenta comportamento de ruptura por flambagem, não-linear.

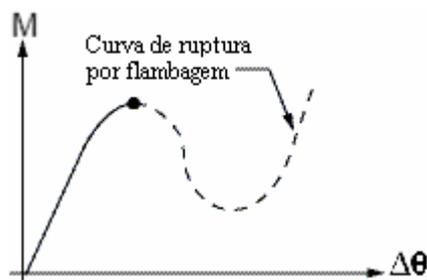


Figura 30 – Curva de flambagem não-linear (ANSYS, 2007)

3.5.2 Análise de flambagem por autovalores

A análise clássica de instabilidade por flambagem a partir da obtenção dos autovalores também é conhecida como análise de flambagem de Euler. Ela prediz a carga de flambagem teórica pelo cálculo de autovalores e seu modo de flambagem pela determinação do seu respectivo autovetor. Esta análise considera comportamento elástico ideal da estrutura, ou seja, trata-se de uma análise linear.

Inicialmente, são calculados os autovalores do sistema para uma determinada configuração de carregamento e restrições. Este cálculo é feito para a determinação do fator de carga crítica, α , que corresponde à ocorrência da flambagem global. Com isso, pode-se tomar este fator e multiplicá-lo pela carga inicial, P_0 , para obter a carga crítica da estrutura, P_{cr} , como mostrado na Eq. 15.

$$P_{cr} = \alpha P_0 \quad (15)$$

onde:

α – fator de carga crítica;

P_0 – carga inicial aplicada na estrutura.

Posteriormente, é determinado o autovetor que fornece o modo de flambagem da estrutura. Cada fator de carga (autovalor), portanto, possui um modo de flambagem (autovetor) associado a ele. A Fig. 31 mostra a curva da análise de flambagem não-linear e a curva linear, da análise de flambagem por autovalores. Nota-se que o ponto de bifurcação da análise de flambagem por autovalores é superior, o que equivale a um maior valor da carga crítica.

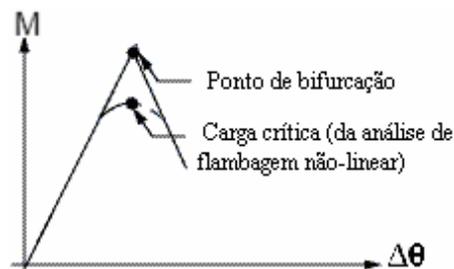


Figura 31 – Curva de flambagem linear – autovalores (ANSYS, 2007)

Comparando os dois procedimentos de análise de instabilidade percebe-se que o cálculo por autovalores fornece valores ligeiramente superiores aos do cálculo através de análise não-linear. Por outro lado, este procedimento resulta mais rápido em relação ao método de análise de flambagem não-linear no ANSYS (ANSYS, 2007). Neste trabalho, levando-se em conta que essa análise encontra-se inserida dentro de um processo iterativo de otimização, é realizada a análise de instabilidade por autovalores.

3.6 Aplicações da Análise de Flambagem em Pórticos de Aço

A seguir, são apresentados os resultados obtidos na análise de flambagem para os autovalores dos três pórticos de aço planos estudados nesta dissertação. São apresentados os três primeiros fatores de carga (autovalores) calculados para os pórticos e os três primeiros modos de flambagem (autovetores) correspondentes.

3.6.1 Análise de flambagem – pórtico 1

O primeiro fator de carga é 79,35, o segundo, 312,99 e o terceiro, 374,68. Os três primeiros modos de flambagem correspondentes a esses fatores são mostrados na Fig. 32.

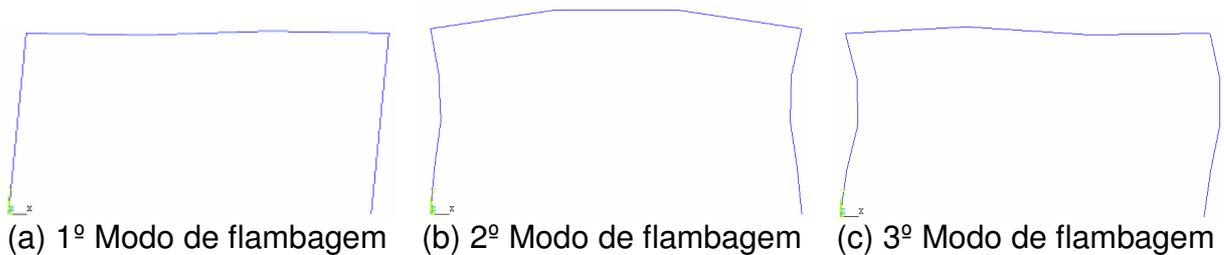


Figura 32 – Pórtico 1: modos de flambagem

Na Fig. 33, é mostrada, para a configuração inicial do pórtico, uma curva baseada em implementações feitas com diferentes coeficientes de rigidez, que descreve a variação do primeiro fator de carga em relação à variação dessa rigidez das ligações viga-coluna.

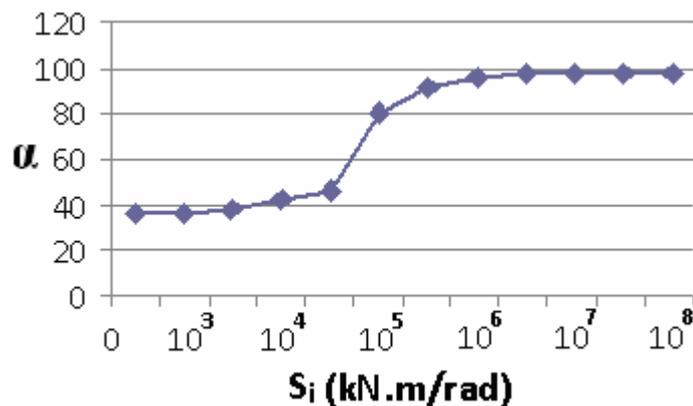


Figura 33 – Pórtico 1: curva fator de carga crítica (α) versus rigidez inicial (S_i)

Como visto na Fig. 33, há uma grande diferença nos valores dos fatores de carga crítica na medida em que a rigidez das ligações estruturais é modificada. Pode-se observar, também na mesma figura, que, para valores de S_i menores que $5 \cdot 10^2$ e maiores que 10^7 kN.m/rad, o fator de carga é praticamente constante. Vale ainda destacar que, para qualquer S_i , o modo de flambagem é sempre o mesmo, ou

seja, o primeiro modo de flambagem, independentemente, de S_i , é sempre o da Fig. 32(a) e, assim, sucessivamente.

3.6.2 Análise de flambagem – pórtico 2

O primeiro fator de carga é 61,25, o segundo, 282,89 e o terceiro, 739,18. Os três primeiros modos de flambagem correspondentes a esses fatores são mostrados na Fig. 34.

Na Fig. 35, é mostrada, para a configuração inicial do pórtico, uma curva baseada em implementações feitas com diferentes coeficientes de rigidez, que descreve a variação do primeiro fator de carga em relação à variação dessa rigidez das ligações viga-coluna.

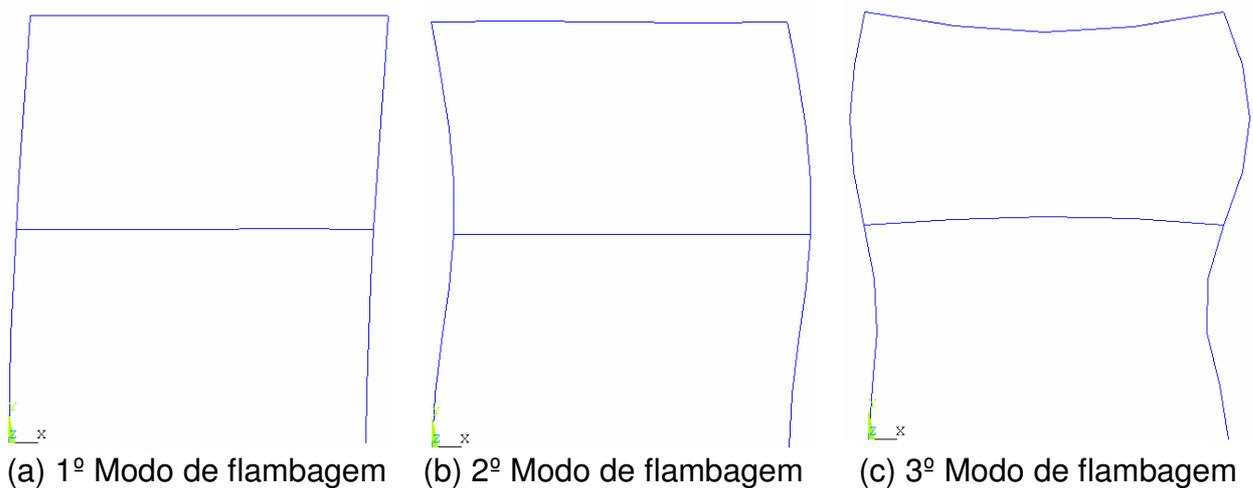


Figura 34 - Pórtico 2: modos de flambagem

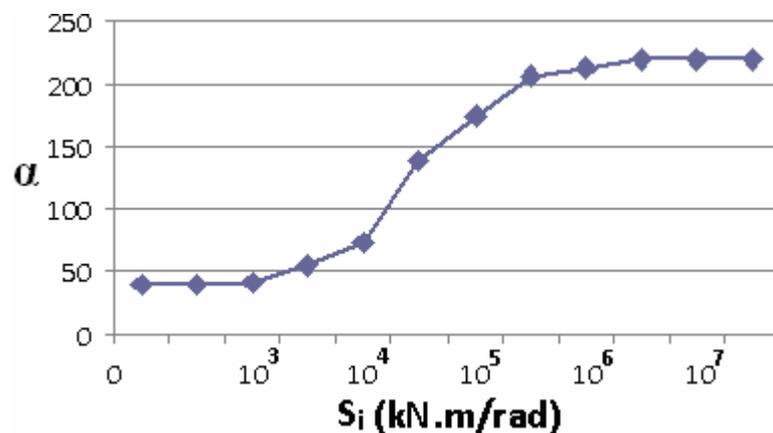


Figura 35 - Pórtico 2: curva fator de carga crítica (α) versus rigidez inicial (S_i)

Como visto na Fig. 35, há uma grande diferença nos valores dos fatores de carga crítica de flambagem na medida em que a rigidez das ligações estruturais é modificada. Pode-se observar, também na mesma figura, que, para valores S_i menores que 10^3 e maiores que 10^7 , o valor do fator de carga se mantém praticamente constante. Vale destacar também que, para qualquer S_i , o primeiro modo de flambagem é sempre o mesmo, ou seja, o da Fig. 34(a) e, assim, sucessivamente.

3.6.3 Análise de flambagem – pórtico 3

Neste item, são apresentados os resultados da análise de flambagem por autovalores para as configurações que estão em estudo para o pórtico 3 e foram apresentadas no item 3.2.6.

Na Fig. 36, é apresentada uma curva que mostra a variação do primeiro fator de carga em relação à rigidez inicial da ligação para a Config. 0. O primeiro fator de carga obtido com esta configuração é 1,26, o segundo, 2,88 e o terceiro, 5,03. Os três primeiros modos de flambagem correspondentes a esses fatores são mostrados na Fig. 37.

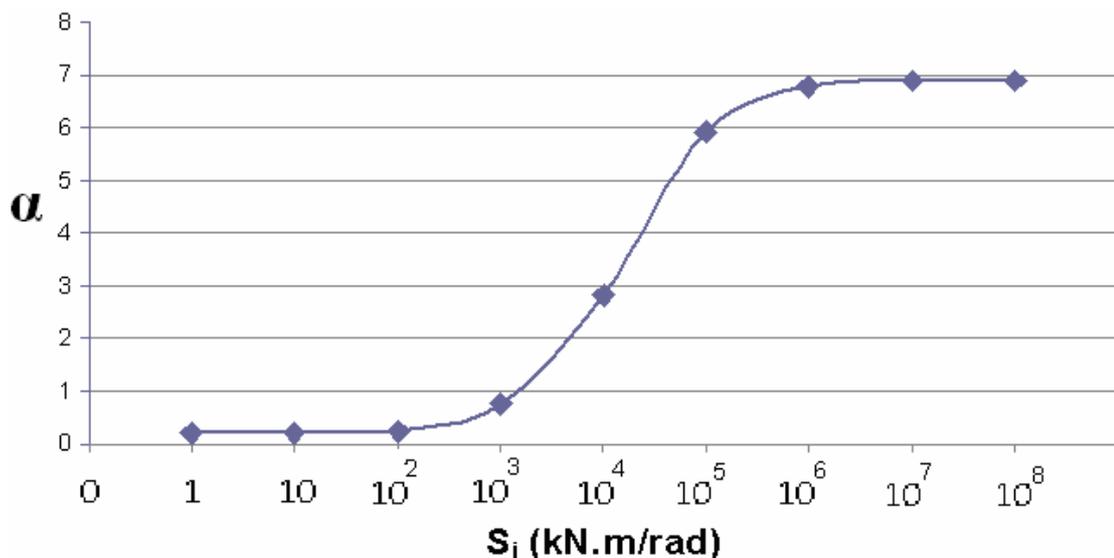
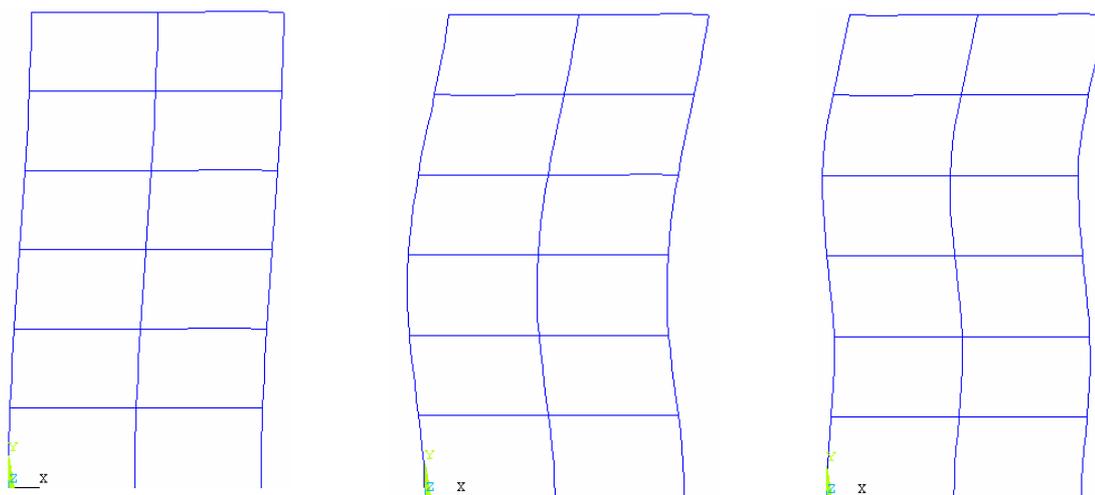


Figura 36 - Pórtico 3 Config. 0: curva fator de carga crítica (α) versus rigidez inicial (S_i)



(a) 1º Modo de flambagem (b) 2º Modo de flambagem (c) 3º Modo de flambagem

Figura 37 - Pórtico 3 Configs. 0, 1 e 2: modos de flambagem

Como visto na Fig. 36, há uma grande diferença nos valores dos fatores de carga crítica de flambagem na medida em que a rigidez das ligações estruturais é modificada. Pode-se observar também, na mesma figura, que, para valores de S_i menores que 10^3 e maiores que 10^7 , assim como para os dois primeiros pórticos, o fator de carga se mantém constante. Vale ainda informar que, independentemente de S_i , os modos de flambagem de cada configuração são sempre os mesmos.

Os valores dos fatores de carga obtidos com as quatro configurações alternativas do pórtico 3 são mostrados na Tab. 11. Os três primeiros modos de flambagem correspondentes aos fatores de carga das Configs. 1 e 2 são os mesmos mostrados na Fig. 37 e os correspondentes aos fatores de carga das Configs. 3 e 4 são mostrados na Fig. 38.

Tabela 11 – Pórtico 3 Configs. 1, 2, 3 e 4: fatores de carga crítica

	Config. 1	Config. 2	Config. 3	Config. 4
Primeiro fator de carga	1,57	2,39	3,74	4,48
Segundo fator de carga	4,24	8,28	16,20	20,54
Terceiro fator de carga	7,99	17,34	35,73	45,70

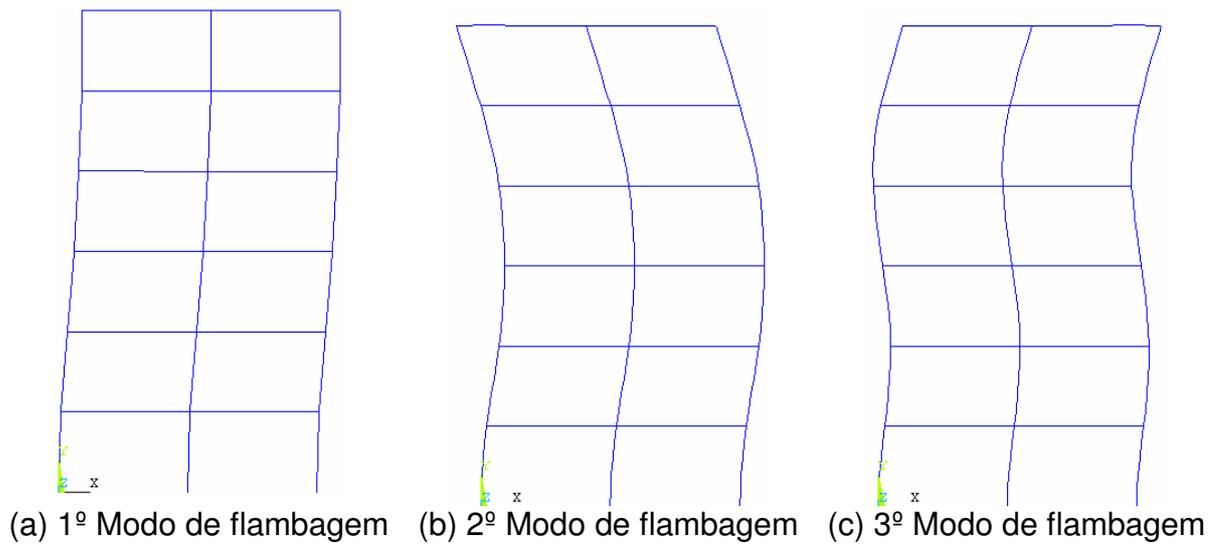


Figura 38 - Pórtico 3 Configs. 3 e 4: modos de flambagem

Capítulo 4: Otimização Estrutural

As técnicas de otimização estrutural possibilitam o uso mais racional e eficiente dos recursos materiais disponíveis, através da condução eficiente de esforços mecânicos na estrutura. Assim, podem ser determinados valores ótimos de parâmetros importantes do projeto estrutural como, por exemplo, o custo de fabricação da estrutura ou a confiabilidade estrutural.

Para uma correta definição do modelo de otimização a ser adotado, é de fundamental importância o conhecimento pleno do problema em questão e, só a partir de então, definir as variáveis de projeto, as restrições de projeto e a função objetivo. No modelo de otimização estrutural são definidos os parâmetros fixos e os que podem ser alterados arbitrariamente.

O comportamento da estrutura é representado por expressões matemáticas que dependem das variáveis de projeto. Desta forma, cada conjunto de valores dessas variáveis define uma configuração diferente para o projeto, elas devem ter influência direta na função objetivo e são alteradas arbitrariamente em busca da solução ótima do problema.

A função objetivo depende das variáveis de projeto e representa quantitativamente a qualidade do projeto. Esta função pode ser minimizada ou maximizada a fim de se obter a solução ótima do problema. O custo de fabricação, a confiabilidade estrutural e a estabilidade estrutural, são exemplos de funções objetivo usualmente utilizadas.

O projeto estrutural deve respeitar algumas restrições que garantam uma solução viável e exeqüível. Essas restrições também devem ser dependentes das variáveis de projeto e podem ser definidas por propriedades mecânicas dos materiais utilizados, normas técnicas, limitações tecnológicas, geométricas, de estabilidade ou de outra natureza, de acordo com critérios considerados necessários ao projeto.

O problema geral de otimização restrita pode ser definido como as Eqs. 16.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & f(x) \\
 \text{Sujeito a} & \\
 & g_i(x) \leq 0 \quad , \quad i=1, \dots, m_1 \\
 & h_j(x) = 0 \quad , \quad j=1, \dots, m_2
 \end{array} \quad (16)$$

onde:

x – variáveis de projeto;

$f(x)$ – função objetivo;

$g_i(x)$ – restrição de desigualdade;

$h_j(x)$ – restrição de igualdade;

m_1 – número de restrições de desigualdade;

m_2 – número de restrições de igualdade.

Uma restrição de desigualdade é ativa se $g_i(x) = 0$ e uma de igualdade, se $h_j(x) = 0$. Estas restrições são inativas se $g_i(x) < 0$ e $h_j(x) \neq 0$. Na solução, todas as restrições de igualdade devem ser necessariamente ativas, enquanto as restrições de desigualdade devem ser viáveis e podem estar ou não ativas.

4.1 Programação Matemática

Neste trabalho, o processo de otimização é realizado utilizando-se algoritmos advindos de métodos de programação matemática.

A programação matemática estuda a extremização (minimização ou maximização) de uma função ou conjunto de funções. A programação matemática é um tema bastante estudado nas últimas cinco décadas, principalmente por matemáticos, economistas e engenheiros. Novos métodos e algoritmos são desenvolvidos constantemente. No entanto, há ainda muitos problemas que precisam ser estudados visando resolver novos problemas e aprimorar a eficiência dos algoritmos existentes, o que requer pesquisas constantes deste tema.

Os problemas resolvidos utilizando-se estas técnicas podem ser lineares ou não-lineares. Os primeiros ocorrem quando as relações matemáticas de um problema são todas lineares, tanto nas restrições como na função objetivo, e os segundos ocorrem quando a função objetivo e/ou alguma das restrições são não-lineares.

Dada uma configuração inicial, X^0 , o projeto é melhorado iterativamente até alcançar um valor mínimo do objetivo ou um valor suficientemente próximo deste, ou seja, dentro do limite de tolerância pré-estabelecido. Para tal, utiliza-se uma expressão recursiva do tipo da Eq. 17.

$$X^{k+1} = X^k + t.d^k \quad (17)$$

onde:

X^k – configuração da iteração atual;

X^{k+1} – próxima configuração do projeto;

t – tamanho do passo na direção d^k ;

d^k – direção de busca na iteração k.

Um esquema generalizado do procedimento iterativo de otimização estrutural é mostrado no fluxograma da Fig. 39. Como se pode ver, a primeira etapa consiste em modelar o problema matemático através da definição das variáveis de projeto, da função a ser extremizada e das restrições que serão limitantes no projeto. A definição dos valores iniciais para todas as variáveis de projeto define o projeto inicial (X^0). A cada iteração (X^k) são realizados os cálculos das restrições e da função objetivo e verifica-se a convergência do projeto a um mínimo local do problema até que os critérios de parada adotados sejam satisfeitos.

Em estruturas formadas por barras, que são estruturas naturalmente discretas, podem ser abordados os problemas de otimização dimensional, geométrica e topológica.

Na otimização dimensional, as variáveis de projeto são as dimensões principais das seções transversais. Já na otimização geométrica, as variáveis de projeto são as coordenadas dos nós e, assim, a geometria é controlada através de relações de dependência entre elementos da estrutura como simetrias, alinhamentos ou outras condições geométricas. A otimização topológica consiste na redistribuição do material utilizado na estrutura, podendo-se, assim, eliminar barras, ou proceder à definição e localização ótima de furos e a forma ótima dos contornos, em estruturas ditas contínuas.

A técnica de programação matemática se utiliza do cálculo do gradiente, que fornece a sensibilidade das funções envolvidas no modelo de otimização através de pequenas perturbações das variáveis de projeto, sendo uma ferramenta bastante usada na solução de problemas não-lineares. Com base nesta informação, é obtida, a cada iteração, uma direção de busca, d^k , viável e de redução do objetivo que encaminha à solução ótima do problema.

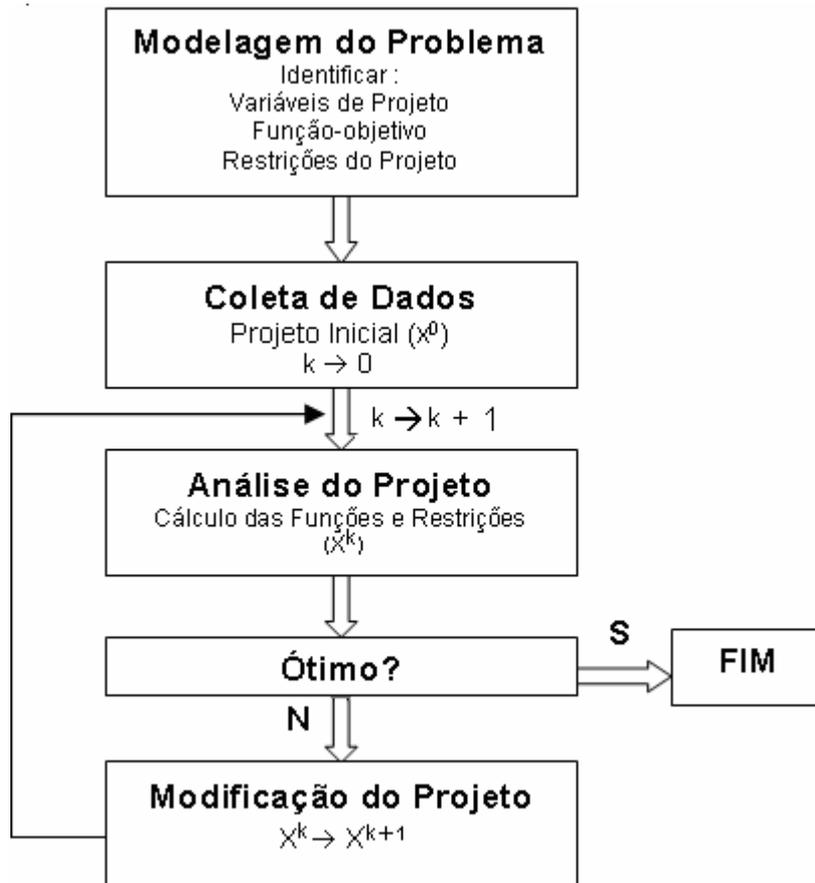


Figura 39 - Esquema geral de projeto ótimo

Entre os algoritmos de otimização mais utilizados, tem-se o algoritmo de direções viáveis, o algoritmo de gradiente reduzido, o método de programação seqüencial quadrática e o algoritmo de pontos interiores, dentre outros.

Para otimização estrutural, o programa computacional ANSYS (ANSYS, 2007) disponibiliza dois algoritmos de otimização: os métodos de aproximação por subproblema e o algoritmo de primeira ordem. Ainda há a opção de se utilizar um otimizador definido pelo próprio usuário.

Neste trabalho, é usado o método de primeira ordem que, em comparação com o método do subproblema, é considerado mais preciso, porém de uma exigência computacional maior. Este método necessita do cálculo de derivadas, e cada iteração é composta de subiterações que incluem o cálculo da direção de busca e dos gradientes, ou seja, em cada iteração são realizados vários ciclos de análise (ANSYS, 2007).

Para o método de primeira ordem, o otimizador do ANSYS (ANSYS, 2007) possui um algoritmo que transforma um problema de otimização restrita em um

problema sem restrições através de funções de penalidade. Esta transformação se processa de acordo com a Eq. 18.

$$Q(X, q) = \frac{f(x)}{f_0} + \sum_{n=1}^{m_0} P_x(x_n) + q \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{j=1}^{m_2} P_h(h_j) \right) \quad (18)$$

onde:

Q – função objetivo não-restrita, escalar adimensional;

X – vetor que contém as variáveis de projeto x_n ;

q – parâmetro de superfície de resposta que verifica se as restrições estão satisfeitas;

P_x , P_g e P_h – penalidades aplicadas às variáveis de projeto e restrições de projeto;

f_0 – valor de referência da função objetivo, definido para X^0 ;

m_0 – número de variáveis de projeto.

Funções de penalidade exterior (P_x) são aplicadas às variáveis de projeto e funções de penalidade interior estendida (P_g e P_h) são aplicadas às restrições de projeto.

A cada iteração (k), um vetor de direção de busca (d^k) é determinado de acordo com a Eq. 17, onde o tamanho do passo (t) corresponde ao valor mínimo de Q na direção d^k . O cálculo de t usa uma combinação de um algoritmo *golden-section* e uma técnica quadrática local apropriada. O intervalo de variação de t é limitado pela Eq. 19.

$$0 \leq t \leq \frac{T_{\max}}{100} t^* \quad (19)$$

onde:

T_{\max} – tamanho de passo máximo na direção de busca;

t^* – maior tamanho de passo possível na direção de busca para a iteração atual (valor computado internamente no otimizador).

A minimização global da Eq. 18 baseia-se na geração seqüencial de direções de busca e em ajustes internos de q. Para a iteração inicial, a direção de busca é

assumida como o gradiente da função objetivo não-restrita com sinal negativo, Eq. 20.

$$d^0 = -\nabla Q(X^0, q) = d_f^0 + d_p^0 \quad (20)$$

na qual $q=1$ e

$$d_f^0 = -\nabla \frac{f}{f_0} \quad (21)$$

$$d_p^0 = -\nabla \left[\sum_{n=1}^{m_0} P_x(x_n) + q \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{j=1}^{m_2} P_h(h_j) \right) \right] \quad (22)$$

Como mencionado anteriormente, para a iteração inicial o método de busca é o do gradiente. Para as iterações subsequentes ($k>0$), são formadas direções conjugadas de acordo com a fórmula de Polak-Ribiere (More e Wright, 1993), Eq. 23.

$$d^k = -\nabla Q(X^k, q) + r_{k-1} d^{(k-1)} \quad (23)$$

onde:

$$r_{k-1} = \frac{[\nabla Q(X^k, q) - \nabla Q(X^{k-1}, q)]^T \nabla Q(X^k, q)}{|\nabla Q(X^{k-1}, q)|^2}$$

O algoritmo pode ser ocasionalmente reiniciado pela determinação de $r_{k-1} = 0$, forçando uma iteração pelo cálculo do gradiente. O reinício é empregado sempre que uma condição desfavorável é detectada, quando a convergência é quase alcançada ou quando a satisfação de uma restrição de projeto crítica é muita conservadora.

As iterações de primeira ordem continuam até que a convergência seja alcançada ou o número de iterações máximas é atingido. Essas duas condições são verificadas ao final de cada iteração.

A convergência da solução é verificada e o processo iterativo encerrado através dos critérios definidos nas Eqs. 24 e 25.

$$|X^k - X^{k-1}| \leq tol \quad (24)$$

e

$$|X^k - X^b| \leq tol \quad (25)$$

onde:

tol – tolerância de convergência;

X^{k-1} - configuração da iteração anterior;

X^b - melhor configuração até o momento.

É também uma exigência que a iteração final de encerramento da otimização use uma busca por determinação do gradiente, caso contrário iterações adicionais são realizadas.

Segundo Marinho (2002), este algoritmo aqui apresentado possui desempenho satisfatório.

4.2 Dimensionamento Ótimo de Pórticos Planos Semi-Rígidos

Nestes itens são apresentadas as otimizações do pórtico 1 (van Keulen et al., 2003), do pórtico 2 (Sekulovic e Salatic, 2005) e do pórtico 3 (Vogel, 1985) com suas configurações 0, 1, 2, 3 e 4. São consideradas as ligações semi-rígidas e os pórticos são os mesmos apresentados no Capítulo 3.

Uma consideração importante na metodologia proposta neste trabalho se refere a que as seções tipo I, H ou W das vigas e das colunas usualmente estão associadas a valores padronizados do mercado e gabaritos dos fabricantes. Por tanto, na prática corrente, estas são variáveis discretas de acordo com a oferta ou a disponibilidade do produto no mercado. No entanto, neste trabalho, visando à utilização de algoritmos para variáveis contínuas, as seções das barras são aproximadas como sendo seções retangulares equivalentes, mantendo-se, contudo, as alturas e os momentos de inércia das seções originais e, com isso, possibilitando a variação contínua das áreas das seções transversais.

Assim, com a utilização desta metodologia de otimização para variáveis contínuas, busca-se facilitar a implementação computacional, que se tornaria excessivamente complicada no caso de se implementar as seções em perfis I, H ou W originais. Desta forma, é utilizado o algoritmo de otimização para variáveis

contínuas, usado pelo método de primeira ordem (*first order*) do ANSYS (ANSYS, 2007).

De acordo com os problemas estruturais abordados no presente trabalho, dois tipos de análise estrutural são necessárias: a análise linear de instabilidade por flambagem implementada através do método dos autovalores e a análise estática que inclui não-linearidades físicas através da consideração de efeitos de grandes deformações e não-linearidades geométricas através da modelagem das molas rotacionais semi-rígidas nas ligações viga-coluna.

A metodologia de dimensionamento ótimo proposta nesta dissertação é exemplificada pela aplicação a cinco problemas estruturais. Os problemas considerados possuem complexidade crescente associada ao acréscimo de variáveis de projeto ou de restrições ao modelo de otimização.

As variáveis de projeto são as dimensões transversais das barras e a rigidez inicial das ligações viga-coluna dos pórticos, caracterizando, desta forma, uma otimização dimensional.

O projeto ótimo considera duas restrições mecânicas obtidas da análise estática não-linear, a tensão máxima e o deslocamento máximo do pórtico, e uma restrição obtida da análise de instabilidade, o fator de carga crítica de flambagem global. Neste caso, todas as restrições são de desigualdade.

A função objetivo é o peso da estrutura, buscando-se desta forma, a minimização do volume de material e, com isso, a economia máxima possível do projeto.

No programa utilizado nesta dissertação (ANSYS, 2007), é necessário que se estabeleça, pelo menos, o limite superior para as variáveis de projeto e o limite inferior ou o superior, ou ainda, ambos, entre os quais se deseja delimitar a variação das restrições. Além dessas considerações, é preciso configurar os critérios de parada do algoritmo otimizador. São adotadas tolerâncias para os valores das variáveis de projeto, das restrições e da função objetivo. As tolerâncias podem ser calculadas automaticamente pelo programa ou definidas pelo usuário.

Os cinco problemas de otimização estudados são numerados como 0, 1, 2, 3 e 4 e sua modelagem matemática é abordada da forma que se segue.

O problema 0 considera o dimensionamento ótimo das seções transversais das barras adotando apenas a tensão máxima nas barras como restrição. Este é o

caso mais clássico em otimização estrutural e seu modelo matemático é representado pelas Eqs. 26 a 29, seguintes.

$$\text{Minimizar} \quad Vol = \sum_{j=1}^n B_j H_j l_j \quad (26)$$

Sujeito a

$$\sigma_j \leq \sigma_{adm} \quad (27)$$

$$LI_{B_j} \leq B_j \leq LS_{B_j} \quad (28)$$

$$LI_{H_j} \leq H_j \leq LS_{H_j} \quad (29)$$

onde:

Vol – volume;

n – número de barras: vigas ou colunas;

B_j – base da barra j;

H_j – altura da barra j;

l_j – comprimento da barra j;

σ_j – tensão máxima na barra j

σ_{adm} – tensão máxima admissível;

LI_{B_j} – limite inferior para base da barra j;

LS_{B_j} – limite superior para base da barra j;

LI_{H_j} – limite inferior para altura da barra j.

LS_{H_j} – limite superior para altura da barra j.

A tensão máxima σ_j é a soma da tensão gerada pelo momento fletor com a tensão axial, podendo ocorrer como flexo-tração ou flexo-compressão.

O problema 1 também considera o dimensionamento ótimo das seções transversais das barras. Neste caso, são consideradas para a otimização, as restrições mecânicas, ou seja, o deslocamento e a tensão máxima nas barras, que são restrições não-lineares clássicas. O modelo matemático deste problema é representado pelas Eqs. 30 a 34, seguintes.

$$\text{Minimizar} \quad Vol = \sum_{j=1}^n B_j H_j l_j \quad (30)$$

Sujeito a

$$\sigma_j \leq \sigma_{adm} \quad (31)$$

$$D_j \leq D_{adm} \quad (32)$$

$$LI_{Bj} \leq B_j \leq LS_{Bj} \quad (33)$$

$$LI_{Hj} \leq H_j \leq LS_{Hj} \quad (34)$$

onde:

D_j – deslocamento máximo na barra j ;

D_{adm} – deslocamento máximo admissível.

O problema 2 considera o dimensionamento ótimo das seções transversais das barras e da rigidez das ligações viga-coluna considerando apenas restrições mecânicas. O modelo matemático deste problema é representado pelas Eqs. 35 a 40, seguintes.

$$\text{Minimizar} \quad Vol = \sum_{j=1}^n B_j H_j l_j \quad (35)$$

Sujeito a

$$\sigma_j \leq \sigma_{adm} \quad (36)$$

$$D_j \leq D_{adm} \quad (37)$$

$$LI_{Bj} \leq B_j \leq LS_{Bj} \quad (38)$$

$$LI_{Hj} \leq H_j \leq LS_{Hj} \quad (39)$$

$$LI_{Si} \leq S_i \leq LS_{Si} \quad (40)$$

onde:

LI_{Si} – limite inferior da rigidez inicial;

LS_{Si} – limite superior da rigidez inicial.

O problema 3 considera o dimensionamento ótimo das seções transversais das barras. Neste caso consideram-se além das restrições mecânicas, uma restrição

que evite o colapso por flambagem, que é uma restrição linear calculada através de instabilidade por flambagem. O modelo matemático deste problema é representado pelas Eqs. 41 a 46, seguintes.

$$\text{Minimizar} \quad Vol = \sum_{j=1}^n B_j H_j L_j \quad (41)$$

Sujeito a

$$\sigma_j \leq \sigma_{adm} \quad (42)$$

$$D_j \leq D_{adm} \quad (43)$$

$$\alpha \geq \alpha_{adm} \quad (44)$$

$$LI_{B_j} \leq B_j \leq LS_{B_j} \quad (45)$$

$$LI_{H_j} \leq H_j \leq LS_{H_j} \quad (46)$$

onde:

α_{adm} – fator de carga admissível.

No problema 4, o último estudado e o mais completo, todas as restrições de projeto já citadas são consideradas. Neste caso, o projeto de menor custo também é determinado através da consideração do dimensionamento ótimo das ligações. O modelo matemático deste problema é representado pelas Eqs. 47 a 53, seguintes.

$$\text{Minimizar} \quad Vol = \sum_{j=1}^n B_j H_j L_j \quad (47)$$

Sujeito a

$$\sigma_j \leq \sigma_{adm} \quad (48)$$

$$D_j \leq D_{adm} \quad (49)$$

$$\alpha \geq \alpha_{adm} \quad (50)$$

$$LI_{B_j} \leq B_j \leq LS_{B_j} \quad (51)$$

$$LI_{H_j} \leq H_j \leq LS_{H_j} \quad (52)$$

$$LI_{S_i} \leq S_i \leq LS_{S_i} \quad (53)$$

O fluxograma mostrado na Fig. 40 apresenta a visão geral do processo de otimização proposto.

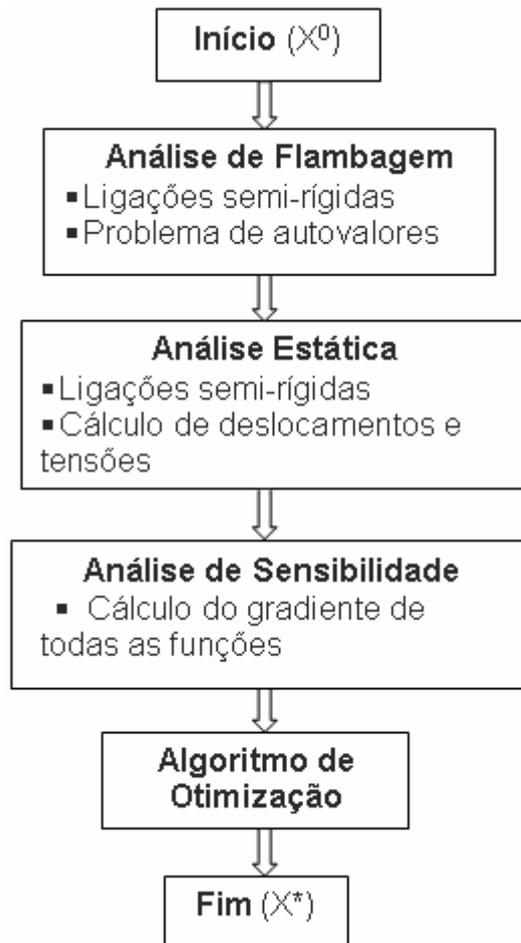


Figura 40 – Fluxograma do modelo de projeto ótimo proposto

O processo de otimização começa com os valores iniciais das variáveis de projeto do problema (X^0), que servem como dados de entrada para os módulos de análise de flambagem e de análise estática, que consideram as ligações semi-rígidas em seus respectivos cálculos. Então, é feita análise de sensibilidade com o cálculo do gradiente de todas as funções consideradas no modelo.

A partir desses cálculos, o problema com restrições é transformado em um problema sem restrições e, a cada iteração, a viabilidade e a convergência são verificadas até que se atinja a configuração ótima (X^*).

No processo de otimização do fluxograma da Fig 40, a análise estrutural, a análise de sensibilidade e o algoritmo de otimização são realizados dentro do ambiente computacional do programa comercial ANSYS (ANSYS, 2007). Além

disso, todas as etapas da modelagem através do MEF (pré-processamento, solução e pós-processamento) são realizadas através de sua interface gráfica e/ou de programação em linguagem APDL (ANSYS, 2007).

Na análise estrutural através do MEF, são utilizados elementos finitos de barra do tipo BEAM 23 (ANSYS, 2007) para modelagem das vigas e dos pilares e elementos finitos de mola do tipo COMBIN 39 (ANSYS, 2007) para modelagem das ligações viga-coluna.

Na Tab. 12, são definidas as variáveis de projeto, na Tab. 13, as restrições de projeto e na Tab. 14, a função objetivo. Todos os parâmetros definidos nas Tabs. 12 a 14 são considerados nos problemas de otimização estudados.

Tabela 12 – Definição das variáveis de projeto

Variável	Descrição	Unidade
B_j	Base da seção transversal	cm
H_j	Altura da seção transversal	cm
S_i	Rigidez inicial da ligação viga-coluna	kN.m/rad

Tabela 13 – Definição das restrições de projeto

Restrição	Descrição	Unidade
σ	Tensão máxima	MPa
D	Deslocamento máximo	mm
α	Fator de carga crítica	-

Tabela 14 – Definição da função objetivo

Função	Descrição	Unidade
Vol	Volume	m ³

Na Tab. 15 é apresentado um resumo com as variáveis consideradas em cada problema para os pórticos estudados na otimização, cujos resultados são apresentados a partir do próximo item.

Tabela 15 – Resumo dos problemas de otimização estudados

	Problema 0	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
f(x)	Vol	Vol	Vol	Vol	Vol
x	B_j, H_j	B_j, H_j	B_j, H_j, S_i	B_j, H_j	B_j, H_j, S_i
g(x)	σ	σ, D	σ, D	σ, D, α	σ, D, α

4.3 Projeto Ótimo – Pórtico 1

Neste item, é apresentado o dimensionamento ótimo do pórtico 1 (van Keulen et al., 2003), de um pavimento. A otimização é realizada considerando-se os problemas 1, 2, 3 e 4 definidos no item 4.2.

Como passo prévio à realização do processo de otimização, é necessário que se definam os valores iniciais das variáveis de projeto. Como explicado anteriormente, os valores iniciais das variáveis de projeto associadas às seções transversais retangulares equivalentes são determinados de acordo com as propriedades geométricas dos perfis I ou H reais do pórtico, enquanto que os valores das variáveis de projeto associadas à rigidez inicial das molas são determinados pela curva momento *versus* rotação da ligação e têm valores semi-rígidos. As características geométricas e a curva semi-rígida são as já apresentadas no item 3.3.1.

Os limites para as dimensões transversais são adotados por critérios geométricos, a fim de se manter dimensões construtivas e uma proporcionalidade mínima entre a base e a altura das barras. Desta forma, o limite inferior adotado para as dimensões transversais é igual a 50 % dos seus tamanhos originais. O limite superior é uma exigência do programa (ANSYS, 2007) e neste caso adotado igual a 100 cm. Para a rigidez das molas, são adotados, como limites inferior e superior, valores de rigidez correspondentes a ligações flexíveis e rígidas, respectivamente, $5 \cdot 10^2$ kN.m/rad e 10^7 kN.m/rad, de acordo com as faixas de classificação. Os valores iniciais e limites das variáveis de projeto são apresentados na Tab. 16, onde o sub-índice 'v' representa viga e o sub-índice 'c', colunas. Os sub-índices 12 e 13 são correspondentes aos elementos finitos de mola vistos na Fig. 18.

Tabela 16 – Pórtico 1: valores iniciais e limites das variáveis de projeto

	Valor inicial	Limite inferior	Limite superior
B_v (cm)	4,18	2,09	100,00
H_v (cm)	36,00	18,00	100,00
B_c (cm)	8,03	4,01	100,00
H_c (cm)	25,00	12,50	100,00
S_{12} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$5,00 \cdot 10^2$	10^7
S_{13} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$5,00 \cdot 10^2$	10^7

A obtenção dos valores iniciais das restrições mecânicas e da carga crítica do pórtico é feita conforme já explicado nos itens 3.2.4 e 3.4.3. Para tensão máxima, o limite é definido pela tensão admissível do aço MR-250, cujo valor é de 250 MPa, enquanto que para o deslocamento o limite é dado por norma (ABNT, 2008), conforme a Eq. 54 que determina o deslocamento máximo no estado limite de serviço para pórticos de um pavimento.

$$D = \frac{H}{300} \quad (54)$$

onde:

H – altura total do pilar.

Neste caso, tem-se:

$$D = \frac{3600}{300} \text{ mm}$$

$$D = 12 \text{ mm}$$

Para o caso da restrição de instabilidade, o critério adotado consiste em, pelo menos, manter o mesmo nível de carga crítica inicial do pórtico. Portanto, o valor mínimo admissível do fator de carga é adotado como 79,35, de acordo com a análise de instabilidade inicial realizada. Esses valores iniciais e os limites das restrições de projeto são apresentados na Tab. 17.

Tabela 17 – Pórtico 1: valores iniciais e limites das restrições de projeto

	Valor inicial	Limite inferior	Limite superior
σ (MPa)	28,51	-	250,00
D (mm)	1,73	-	12,00
α	79,35	79,35	-

A função objetivo a ser otimizada no pórtico 1, que representa o volume do mesmo, tem o valor apresentado na Tab. 18 para sua configuração inicial.

Tabela 18 – Pórtico 1: valor inicial da função objetivo

	Valor inicial
Vol (m ³)	0,2529

4.3.1 Pórtico 1 – problema 1

Os resultados obtidos para o Pórtico 1 considerando o problema 1 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 19, das restrições de projeto, na Tab. 20 e da função objetivo, na Tab. 21.

Tabela 19 – Pórtico 1 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B _v (cm)	4,18	2,09
H _v (cm)	36,00	31,15
B _c (cm)	8,03	4,01
H _c (cm)	25,00	14,77

Tabela 20 – Pórtico 1 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	28,51	118,91
D (mm)	1,73	11,88

Tabela 21 – Pórtico 1 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	0,2529	0,0896

Ao longo do processo, foram realizadas cinco iterações, obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 35,42 % do volume inicial. A variação do valor do volume ao longo das iterações pode ser vista na Fig. 41, onde se observa uma curva monotonicamente decrescente.

Ao final da otimização, a restrição de projeto do deslocamento máximo ficou ativa, pois atingiu valor de 11,88 mm, praticamente seu limite de 12,00 mm, enquanto que a restrição de tensão máxima ficou distante de atingir a condição de restrição ativa.

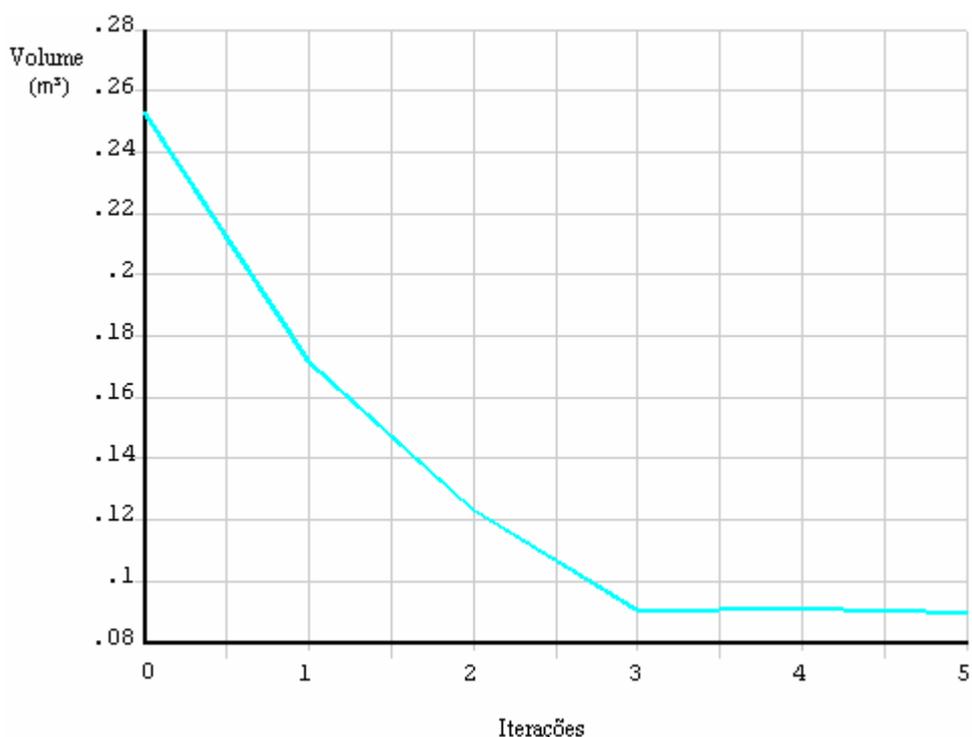


Figura 41 - Pórtico 1 – problema 1: variação do volume

4.3.2 Pórtico 1 – problema 2

Os resultados obtidos para o Pórtico 1 considerando o problema 2 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no

ótimo, são apresentados na Tab. 22, das restrições de projeto, na Tab. 23 e da função objetivo, na Tab. 24.

Tabela 22 – Pórtico 1 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	4,18	2,09
H_v (cm)	36,00	31,16
B_c (cm)	8,03	4,01
H_c (cm)	25,00	14,76
S_{12} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$3,06 \cdot 10^4$
S_{13} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$8,06 \cdot 10^4$

Tabela 23 – Pórtico 1 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	28,51	121,40
D (mm)	1,73	11,57

Tabela 24 – Pórtico 1 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	0,2529	0,0896

Com o acréscimo da rigidez inicial das molas como variáveis de projeto também, foram realizadas cinco iterações no processo, obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 35,42 % do volume inicial, ou seja, foi obtida a mesma redução de volume do problema 1. Novamente, a restrição de projeto ativa foi o deslocamento máximo, que atingiu o valor de 11,57 mm.

Na Fig. 42, pode ser vista a variação da rigidez inicial iniciais das molas. Como visto, S_{12} permanece com seu valor inicial até a iteração ótima, enquanto que S_{13} tem seu valor aumentado rapidamente da terceira para a quarta iteração.

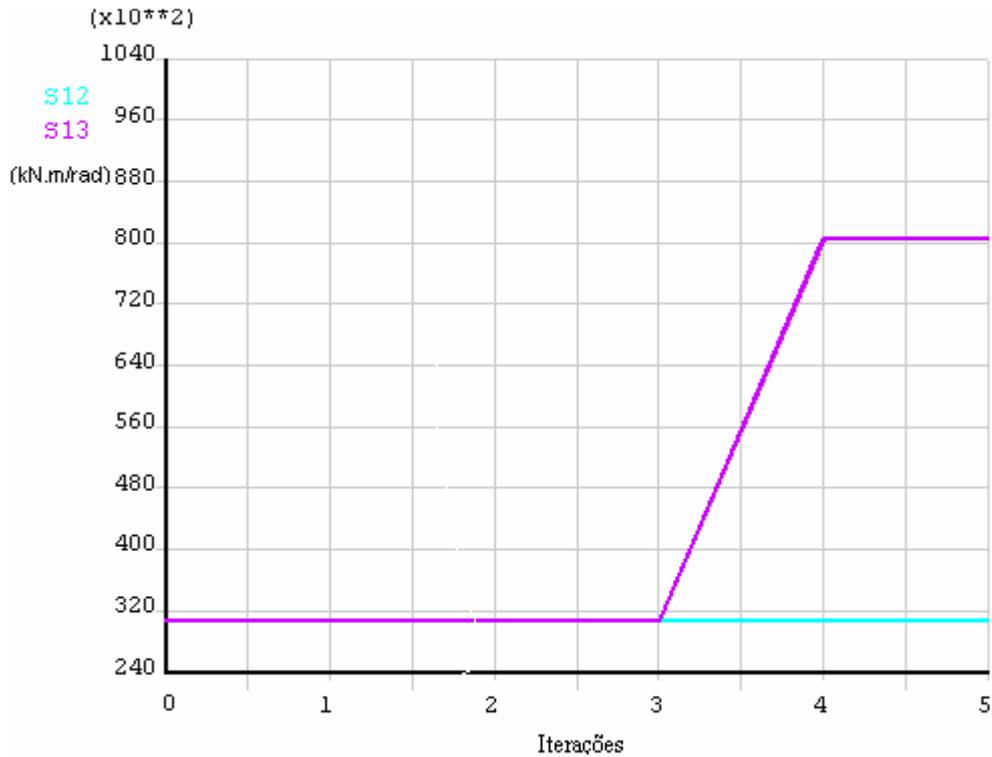


Figura 42 - Pórtico 1 – problema 2: variação de S_{12} e S_{13}

4.3.3 Pórtico 1 – problema 3

Os resultados obtidos para o Pórtico 1 considerando o problema 3 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 25, das restrições de projeto, na Tab. 26 e da função objetivo, na Tab. 27.

Para este problema 3, foram realizadas sete iterações até a convergência do resultado. O valor ótimo obtido da função objetivo é equivalente a 64,52 % do inicial e sua variação ao longo das iterações é apresentada na Fig. 43.

Tabela 25 – Pórtico 1 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	4,18	2,52
H_v (cm)	36,00	37,31
B_c (cm)	8,03	4,01
H_c (cm)	25,00	33,05

Tabela 26 – Pórtico 1 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	28,51	40,30
D (mm)	1,73	1,71
α	79,35	79,93

Tabela 27 – Pórtico 1 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	0,2529	0,1632

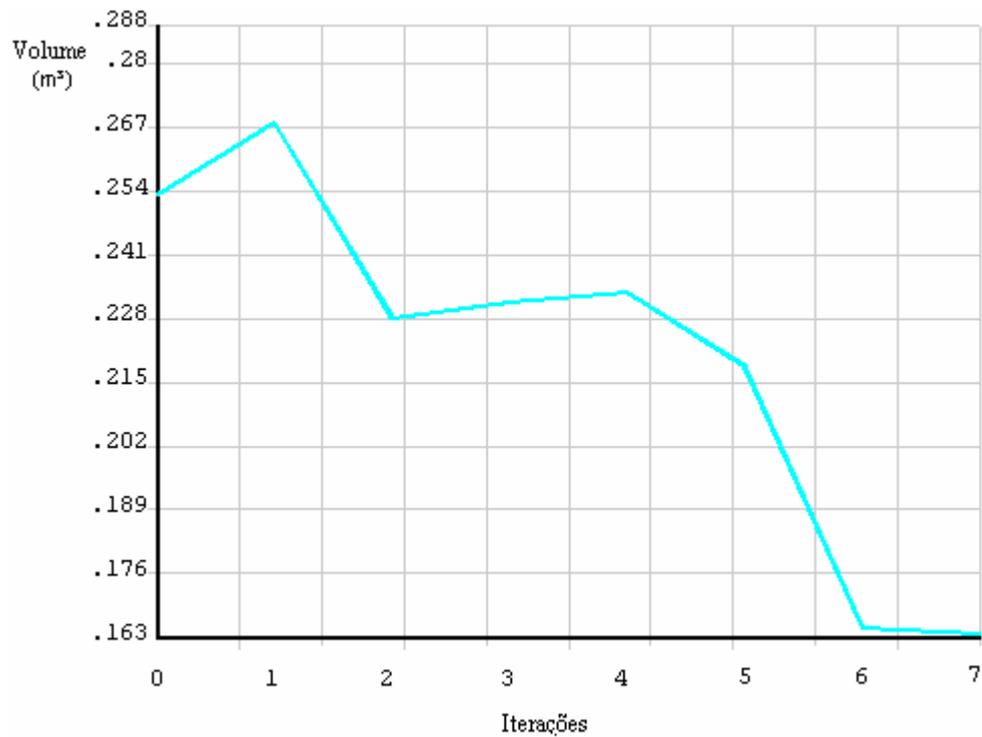


Figura 43 - Pórtico 1 – problema 3: variação do volume

Com a consideração do problema de instabilidade no modelo matemático, a restrição que ficou ativa foi exatamente o fator de carga.

4.3.4 Pórtico 1 – problema 4

Os resultados obtidos para o Pórtico 1 considerando o problema 4 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 28, das restrições de projeto, na Tab. 29 e da função objetivo, na Tab. 30.

Tabela 28 – Pórtico 1 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	4,18	2,81
H_v (cm)	36,00	36,70
B_c (cm)	8,03	4,01
H_c (cm)	25,00	30,48
S_{12} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$2,96 \cdot 10^6$
S_{13} (kN.m/rad)	$3,06 \cdot 10^4$	$2,95 \cdot 10^6$

Tabela 29 – Pórtico 1 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	28,51	41,64
D (mm)	1,73	1,72
α	79,35	79,93

Tabela 30 – Pórtico 1 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	0,2529	0,1623

Ao longo do processo, foram realizadas 13 iterações, tendo sido ótima a 12^a. Ao final destas, foi obtido o valor ótimo da função objetivo, equivalente a 64,18 % do inicial. A variação do volume ao longo das 13 iterações é apresentada na Fig. 44.

A restrição de projeto ativa ao final da otimização é, novamente, o fator de carga que atingiu, praticamente, seu valor mínimo admissível ao final das iterações.

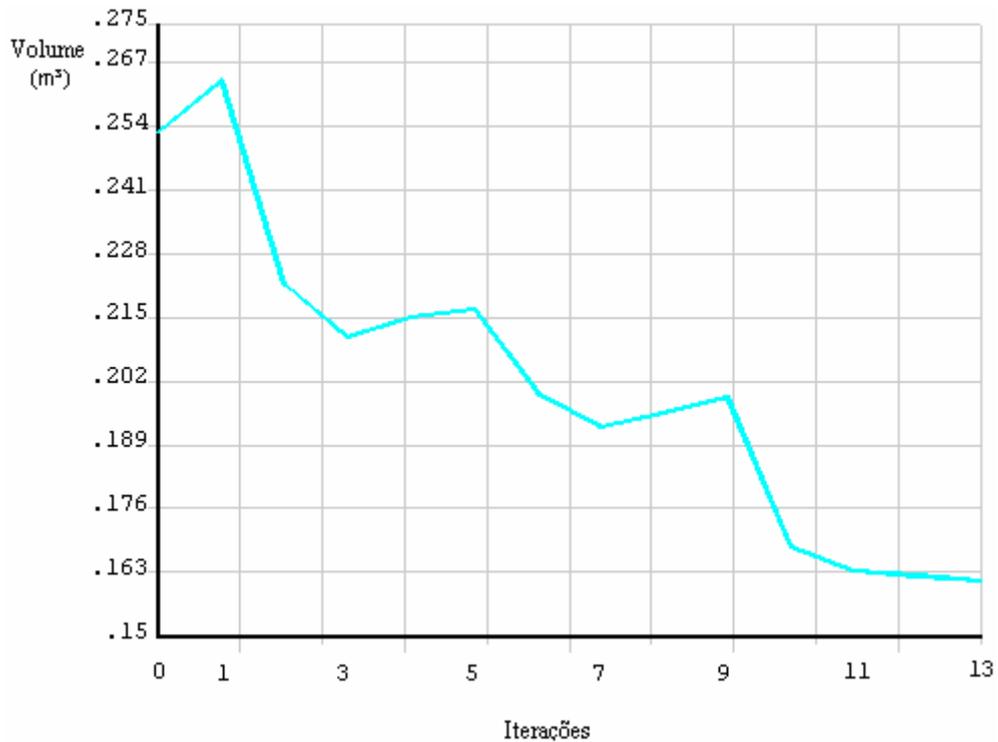


Figura 44 - Pórtico 1 – problema 4: variação do volume

A variação da rigidez inicial das ligações para este problema é mostrada na Fig. 45, onde se observa que S_{12} e S_{13} variam praticamente da mesma forma e, ao final da otimização, possuem um valor bem maior que o inicial, caracterizando-se como ligações rígidas.

4.3.5 Pórtico 1 – resumo dos resultados

Neste item, é apresentado um resumo dos resultados obtidos com a modelagem dos quatro problemas para o pórtico 1. Na Tab. 31, é mostrado, na segunda coluna, o número de iterações realizadas até a convergência do resultado. Na terceira coluna, tem-se o valor proporcional entre o volume ótimo obtido e o volume inicial. E, na quarta coluna, são mostradas quais foram as restrições ativas ao final da otimização.

Na quinta e sexta colunas são mostradas as classificações da rigidez inicial das molas no projeto ótimo de acordo com as Eqs. 1, 2 e 3, lembrando que elas somente são consideradas como variáveis nos problemas 2 e 4 e, por isso, permanecem com sua classificação inicial semi-rígida nos problemas 1 e 3.

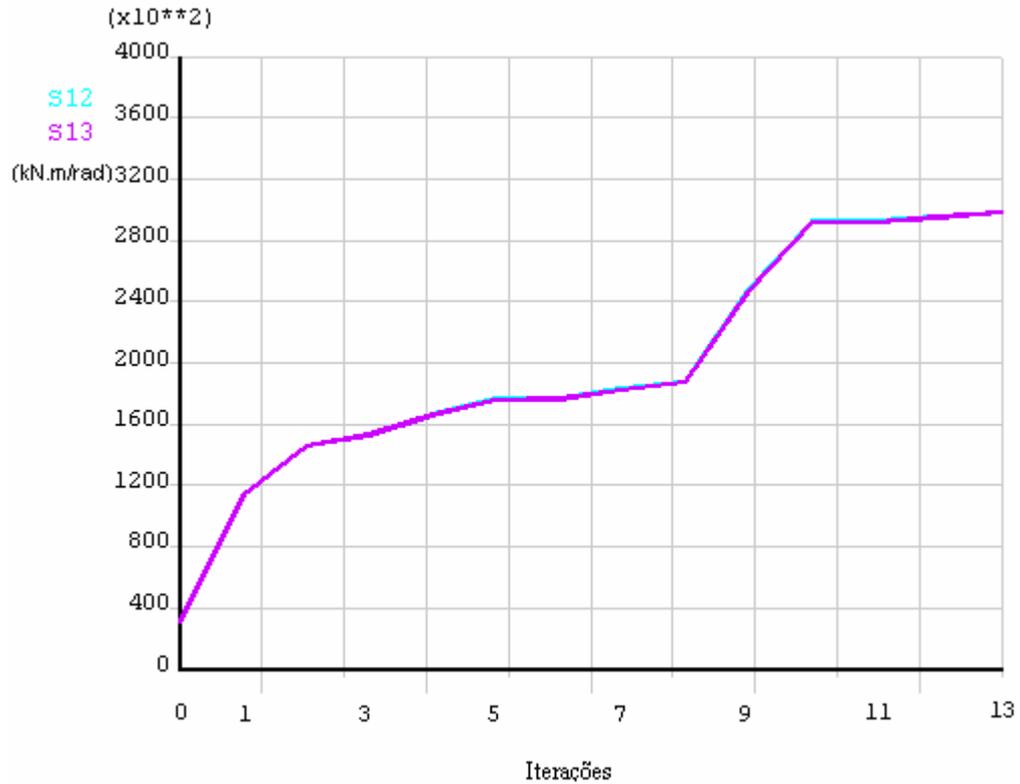


Figura 45 - Pórtico 1 – problema 4: variação de S_{12} e S_{13}

Tabela 31 - Pórtico 1: resumo dos resultados

Iterações	$Vol_{ótimo}/Vol_{inicial}$ (%)	Restrição ativa	S_{12}	S_{13}
Problema 1	5	D	Semi-rígido	Semi-rígido
Problema 2	5	D	Semi-rígido	Semi-rígido
Problema 3	7	α	Semi-rígido	Semi-rígido
Problema 4	13	α	Rígido	Rígido

Como visto na terceira coluna da Tab. 31 com os resultados dos problemas 3 e 4, a consideração da restrição de instabilidade limita o espaço das soluções viáveis, tornando mais demorado o processo de otimização e, conseqüentemente, resultando em valores maiores do volume.

Na quarta coluna, observa-se que, nos problemas 1 e 2, que consideram apenas restrições mecânicas, a restrição que fica ativa é o deslocamento máximo, sendo mais restritivo que a tensão máxima. Já nos problemas 3 e 4, nos quais também é considerada a restrição de instabilidade, o fator de carga é que fica ativo, sendo, portanto, determinante para o encerramento da otimização, ao contrário das

restrições mecânicas, que se tornam menos restritivas que nos dois primeiros problemas.

Com a classificação de S_{12} e S_{13} nas duas últimas colunas, observa-se que, no problema 2, o resultado ótimo é obtido com molas semi-rígidas, enquanto que no problema 4, considerando restrição de instabilidade, as molas passam a ter classificação rígida.

Comparando o problema 2 com o 1, percebe-se que foi obtida a mesma redução de volume. No entanto, houve uma distribuição de material diferente na estrutura. Fazendo-se o cálculo do volume a partir dos valores ótimos das bases e vigas obtidos, observa-se que, com esse aumento da rigidez, o peso ficou mais concentrado nas vigas, 52,39%, e menos nas colunas, 47,61%, em relação ao problema 1, que teve o peso percentual distribuído nas vigas e nas colunas de 50,73% e 49,27%, respectivamente. Ou seja, no problema 2, com a mudança do valor da rigidez S_{13} , houve uma distribuição de material diferente na estrutura, apesar do volume final obtido ter sido o mesmo. Observa-se, também, que a rigidez S_{13} , apesar de se manter semi-rígida, teve seu valor aumentado.

Comparando o problema 4 com o 3, percebe-se que houve uma pequena redução do volume ótimo e, por outro lado, a rigidez inicial das ligações aumentou, passando a se classificar como rígidas. Com isto, observa-se que a adição da rigidez inicial das ligações como variáveis de projeto no problema 4 leva a um resultado um pouco mais econômico no que se refere ao volume de material em relação ao problema 3, pois o aumento da rigidez inicial permitiu uma melhor redistribuição do material na estrutura, assim como no problema 2.

4.4 Projeto Ótimo – Pórtico 2

Neste item, é apresentado o dimensionamento ótimo do pórtico 2 (Sekulovic et al., 2002), de dois pavimentos. De forma análoga ao caso do pórtico 1, o dimensionamento é realizado considerando-se os problemas 1, 2, 3 e 4 definidos no item 4.2.

Como passo prévio à realização do processo de otimização, é necessário que se definam os valores iniciais das variáveis de projeto e que sejam calculados os das restrições de projeto consideradas. Os valores iniciais das variáveis associadas às seções transversais são determinados de acordo com as propriedades

geométricas dos perfis já aproximadas para um retângulo equivalente, enquanto que os valores das variáveis associadas à rigidez inicial das molas são determinados pela curva momento *versus* rotação da ligação. As características geométricas e a curva semi-rígida são as já apresentadas no item 3.3.2.

Os limites para as dimensões transversais são adotados por critérios geométricos, a fim de se manter dimensões construtivas e uma proporcionalidade mínima entre a base e a altura das barras. Desta forma, o limite inferior imposto para as dimensões transversais é igual a 40 % dos seus tamanhos originais. O limite superior é uma exigência do algoritmo utilizado e, neste caso, adotado igual a 100 cm. Para a rigidez das molas, são adotados, como limites inferior e superior, valores de ligações flexíveis e rígidas, respectivamente, iguais a 50 kN.m/rad e 10^7 kN.m/rad, de acordo com as faixas de classificação. Os valores iniciais e limites das variáveis de projeto são apresentados na Tab. 32. Os sub-índices 25, 26, 27 e 28 vistos nesta última, são correspondentes aos elementos finitos de mola vistos na Fig. 21.

Tabela 32 – Pórtico 2: valores iniciais e limites das variáveis de projeto

	Valor inicial	Limite inferior	Limite superior
B_v (cm)	5,64	2,25	100,00
H_v (cm)	35,03	14,01	100,00
B_c (cm)	32,96	13,18	100,00
H_c (cm)	23,28	9,31	100,00
S_{25} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{26} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{27} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{28} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	50	10^7

Os valores iniciais das restrições são obtidos conforme já explicado nos itens 3.2.5 e 3.4.4. Quanto às restrições, a tensão máxima tem seu limite definido pela tensão admissível do aço MR-250, cujo valor é 250 MPa, enquanto que para o deslocamento, o limite é dado por norma (ABNT, 2008), conforme a Eq. 55, que determina o deslocamento máximo no estado limite de serviço para pórticos de mais de um pavimento.

$$D = \frac{H}{400} \quad (55)$$

$$D = \frac{7320}{400} \text{ mm}$$

$$D = 18,3 \text{ mm}$$

Para a restrição de instabilidade, o critério é manter o nível de carga crítica do pórtico com o mesmo valor da configuração inicial, portanto, o mínimo admissível do fator de carga é adotado como sendo 61,25. Os valores iniciais e os limites das restrições de projeto são apresentados na Tab. 33.

Tabela 33 – Pórtico 2: valores iniciais e limites das restrições de projeto

	Valor inicial	Limite inferior	Limite superior
σ (MPa)	81,36	-	250,00
D (mm)	7,16	-	18,30
α	61,25	61,25	-

O valor inicial da função objetivo, a ser otimizada no pórtico 2 para sua configuração inicial, é o apresentado na Tab. 34.

Tabela 34 – Pórtico 2: valor inicial da função objetivo

Valor inicial	
Vol (m ³)	1,3645

4.4.1 Pórtico 2 – problema 1

Os resultados obtidos para o Pórtico 2 considerando o problema 1 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 35, das restrições de projeto, na Tab. 36 e da função objetivo, na Tab. 37.

Tabela 35 – Pórtico 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	5,64	2,25
H_v (cm)	35,03	38,69
B_c (cm)	32,96	13,18
H_c (cm)	23,28	18,79

Tabela 36 – Pórtico 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	81,36	157,31
D (mm)	7,16	18,29

Tabela 37 – Pórtico 2 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m^3)	1,3645	0,4691

Ao longo do processo, foram realizadas sete iterações, tendo sido ótima a 6ª e obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 34,38 % do volume inicial. A variação do volume é apresentada na Fig. 46.

Na iteração ótima, a restrição de projeto do deslocamento máximo ficou ativa, pois atingiu, nesta iteração, seu limite superior.

4.4.2 Pórtico 2 – problema 2

Os resultados obtidos para o Pórtico 2 considerando o problema 2 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 38, das restrições de projeto, na Tab. 39 e da função objetivo, na Tab. 40.

Ao longo do processo, foram realizadas cinco iterações, obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 34,11 % do volume inicial. Sua variação pode ser vista na Fig. 47.

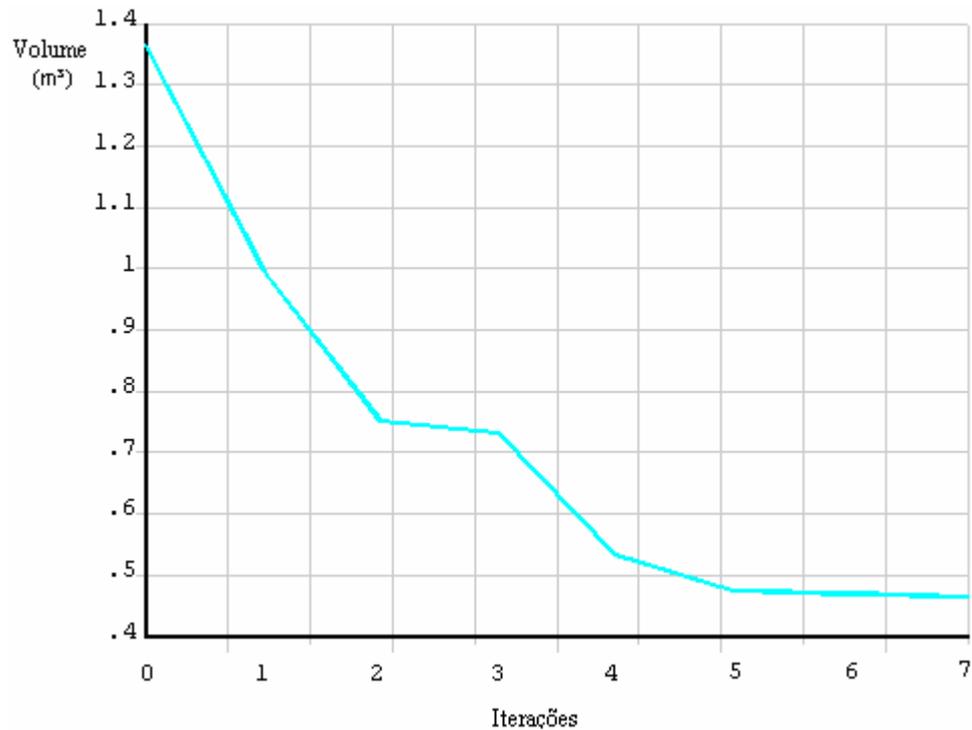


Figura 46 - Pórtico 2 – problema 1: variação do volume

Tabela 38 – Pórtico 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	5,64	2,25
H_v (cm)	35,03	34,07
B_c (cm)	32,96	24,99
H_c (cm)	23,28	10,16
S_{25} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$6,51 \cdot 10^3$
S_{26} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$6,51 \cdot 10^3$
S_{27} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$1,79 \cdot 10^5$
S_{28} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$1,53 \cdot 10^5$

Tabela 39 – Pórtico 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	81,36	191,76
D (mm)	7,16	18,13

Tabela 40 – Pórtico 2 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	1,3645	0,4654

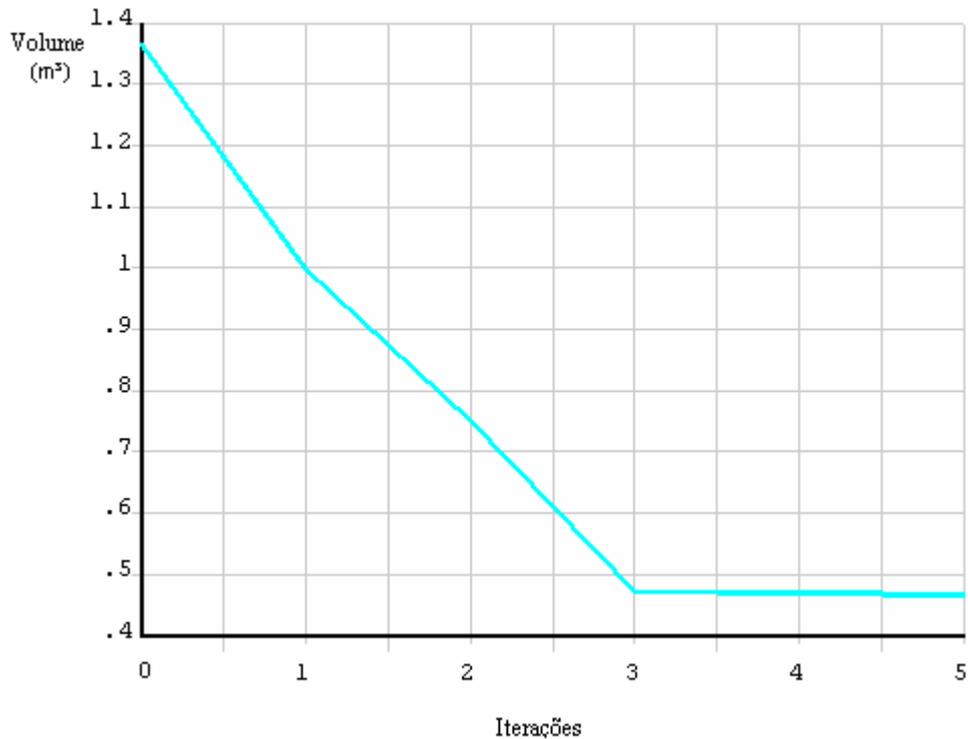


Figura 47 - Pórtico 2 – problema 2: variação do volume

A restrição de projeto ativa ao final da otimização é o deslocamento máximo, que atingiu praticamente o seu limite superior.

As variáveis associadas à rigidez inicial das ligações têm sua variação mostrada na Fig. 48, onde se pode observar que a rigidez S_{25} e a rigidez S_{26} , praticamente, permaneceram com seus valores iniciais, enquanto que a rigidez S_{27} e a S_{28} tiveram seus valores bastante aumentados.

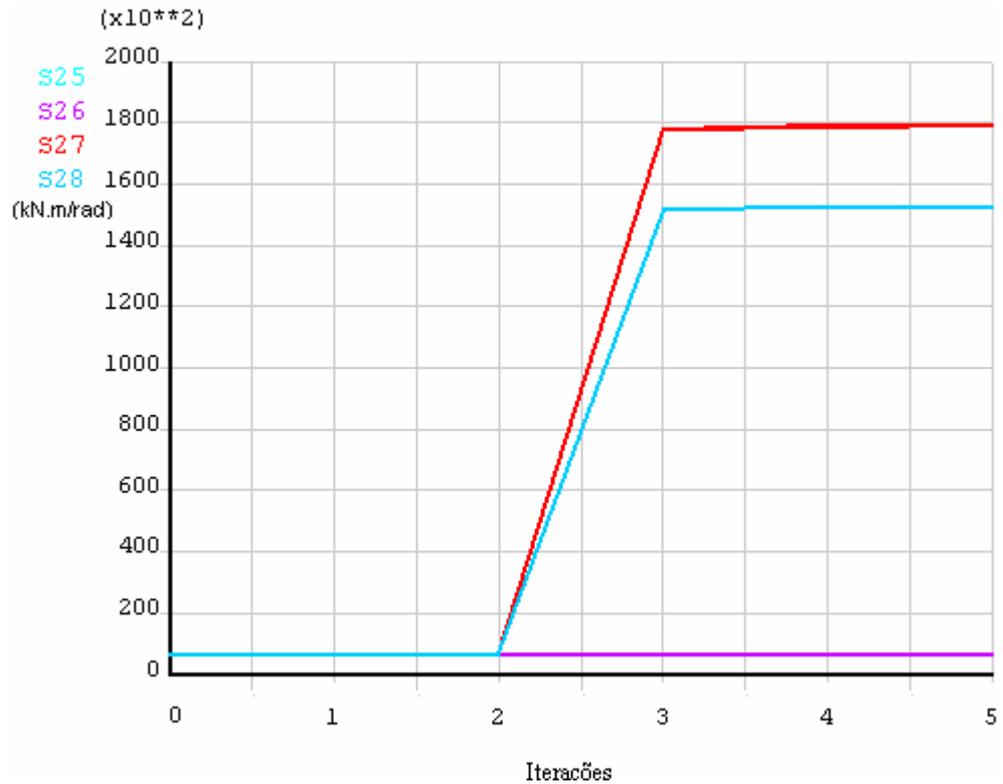


Figura 48 - Pórtico 2 – problema 2: variação de S_{25} , S_{26} , S_{27} e S_{28}

4.4.3 Pórtico 2 – problema 3

Os resultados obtidos para o Pórtico 2 considerando o problema 3 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 41, das restrições de projeto, na Tab. 42 e da função objetivo, na Tab. 43.

Ao longo do processo, foram realizadas sete iterações, obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 53,10% do volume inicial. A variação do volume é apresentada na Fig. 49.

Tabela 41 – Pórtico 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	5,64	2,25
H_v (cm)	35,03	36,39
B_c (cm)	32,96	13,19
H_c (cm)	23,28	32,35

Tabela 42 – Pórtico 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	81,36	167,34
D (mm)	7,16	7,22
α	61,25	60,72

Tabela 43 – Pórtico 2 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	1,3645	0,7245

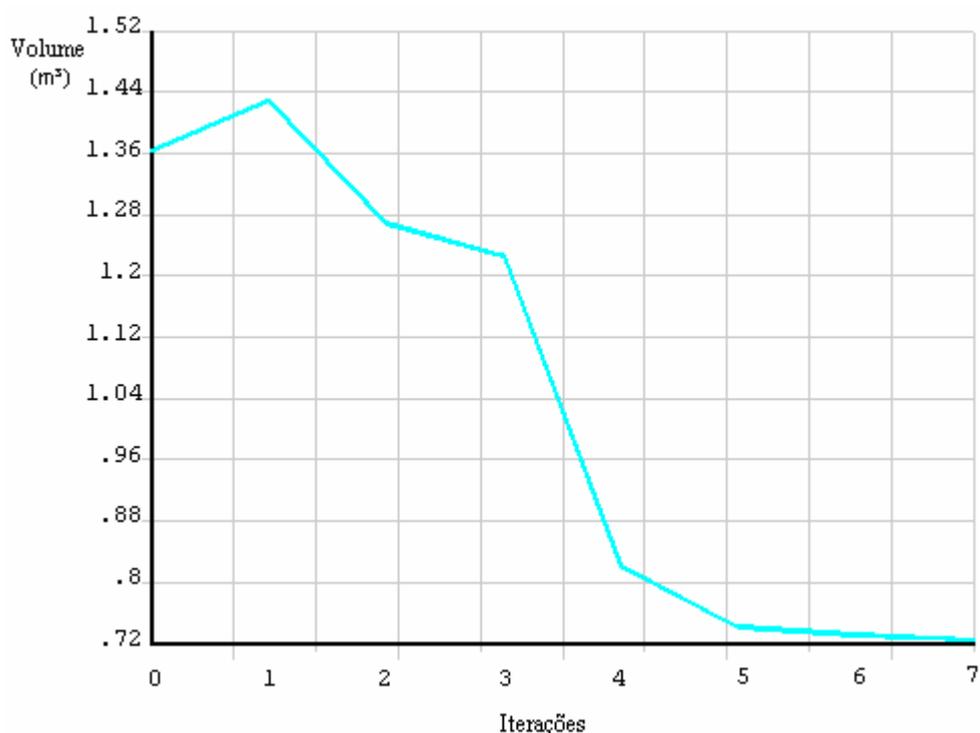


Figura 49 - Pórtico 2 – problema 3: variação do volume

A restrição de projeto ativa ao final da otimização foi o fator de carga, que atingiu um valor um pouco abaixo do seu limite inferior, porém, dentro da tolerância que, para esta restrição, é de 0,6125.

4.4.4 Pórtico 2 – problema 4

Os resultados obtidos para o Pórtico 2 considerando o problema 4 são apresentados neste item. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 44, das restrições de projeto, na Tab. 45 e da função objetivo, na Tab. 46.

Tabela 44 – Pórtico 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B_v (cm)	5,64	3,45
H_v (cm)	35,03	37,09
B_c (cm)	32,96	22,04
H_c (cm)	23,28	16,70
S_{25} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$9,55 \cdot 10^5$
S_{26} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$1,16 \cdot 10^6$
S_{27} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$9,55 \cdot 10^5$
S_{28} (kN.m/rad)	$6,51 \cdot 10^3$	$1,16 \cdot 10^6$

Tabela 45 – Pórtico 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	81,36	89,84
D (mm)	7,16	7,15
α	61,25	62,04

Tabela 46 – Pórtico 2 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	1,3645	0,6950

Ao longo do processo, foram realizadas 17 iterações, tendo sido ótima a 16^a e obtendo-se o valor ótimo da função objetivo equivalente a 50,93% do valor inicial. A variação do volume é apresentada na Fig. 50.

A variação da rigidez das ligações pode ser vista na Fig. 51, onde S_{25} e S_{27} têm suas curvas de variação sobrepostas, assim como S_{26} e S_{28} . Todas essas são

classificadas como rígidas ao final das iterações, no projeto ótimo, ao contrário da classificação inicial semi-rígida.

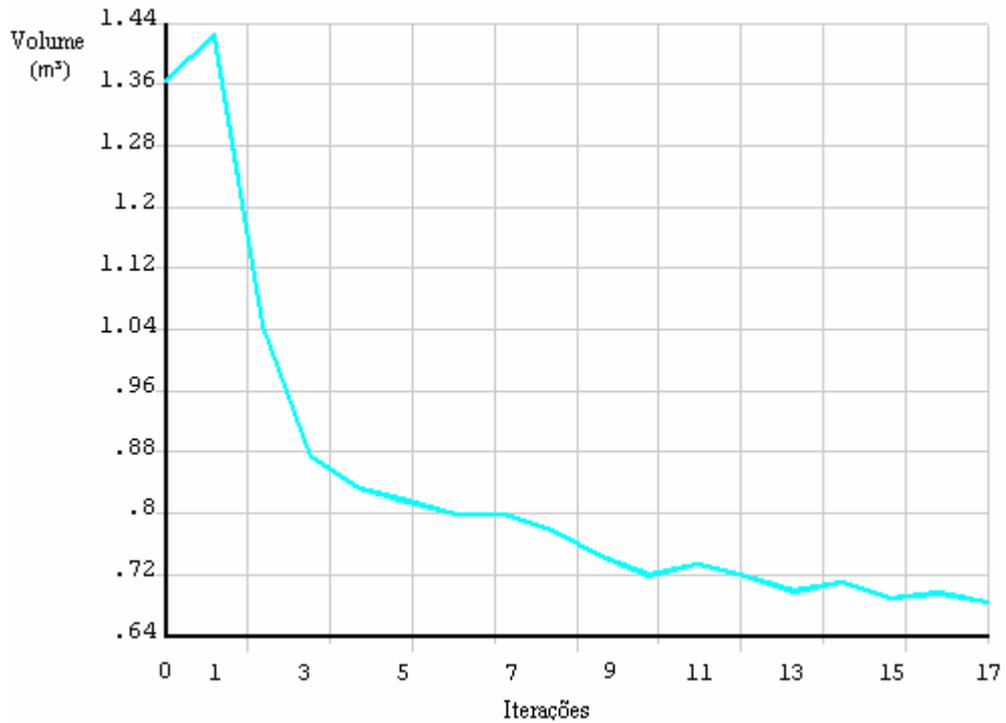


Figura 50 - Pórtico 2 – problema 4: variação do volume

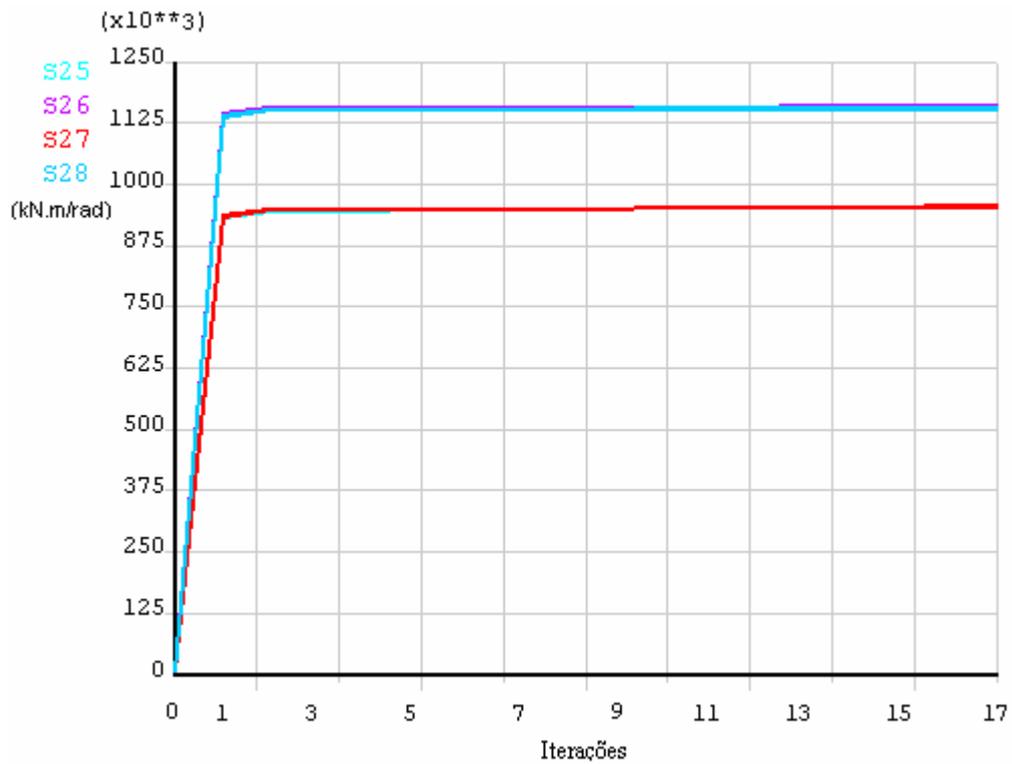


Figura 51 - Pórtico 2 – problema 4: variação de S_{25} , S_{26} , S_{27} e S_{28}

4.4.5 Pórtico 2 – resumo dos resultados

Neste item, é apresentado um resumo dos resultados obtidos com a modelagem dos quatro problemas para o pórtico 2. Na Tab. 47, é mostrada, na segunda coluna, o número de iterações realizadas até a convergência. Na terceira coluna, tem-se o valor proporcional entre o volume ótimo obtido e o volume inicial. E na quarta coluna, são mostradas quais foram as restrições ativas ao final da otimização.

Na quinta, sexta, sétima e oitava colunas são mostradas as classificações da rigidez inicial das molas no projeto ótimo de acordo com as Eqs. 1, 2 e 3, lembrando que elas somente são consideradas como variáveis nos problemas 2 e 4 e, por isso, permanecem com sua classificação inicial semi-rígida nos problemas 1 e 3.

Pode-se observar, com os resultados dos problemas 3 e 4 na terceira coluna da Tab. 47, que a consideração da restrição de instabilidade resulta em volumes ótimos maiores.

Na quarta coluna, observa-se que, nos problemas 1 e 2, que consideram apenas restrições mecânicas, a restrição que fica ativa é o deslocamento máximo e não a tensão máxima. Enquanto isso, nos problemas 3 e 4, que consideram também a restrição de instabilidade, o fator de carga é que fica ativo, sendo, portanto, mais limitante que as restrições de tensões e deslocamentos.

Com a classificação da rigidez inicial das molas nas quatro últimas colunas da Tab. 47, observa-se que, para o problema 2, o resultado ótimo é obtido com S_{25} , S_{26} e S_{28} semi-rígidas e S_{27} rígida. Comparando este problema com o problema 1, percebe-se que a redução de volume obtida é quase a mesma, porém, ao fazer-se o cálculo do volume a partir dos valores ótimos das bases e vigas apresentados nas Tabs. 35 e 38, percebe-se que, para o problema 2, o peso ficou mais concentrado nas colunas, 79,90%, e menos nas vigas, 20,10%, em relação ao problema 1, que teve, como peso percentual distribuído nas colunas e nas vigas, 77,16% e 22,84%, respectivamente. Ou seja, para o problema 2, houve uma distribuição de material diferente na estrutura com o aumento da rigidez de algumas ligações.

Quando se compara o problema 3 com o 4, percebe-se que, neste último, foi obtido um volume ótimo menor e, por outro lado, a rigidez inicial das ligações aumentou, passando a se classificar como rígidas. Com isto, constata-se que a redução do volume no problema 4 é ocasionada pelo aumento da rigidez inicial das ligações, resultando em seções menores na estrutura, pois se passa a ter maior

transferência de esforços entre vigas e colunas com as ligações rígidas. Portanto, o projeto ótimo do problema 4 fornece um resultado mais econômico para o material, mas, por outro lado, seria necessário maior investimento com a execução de ligações rígidas.

Tabela 47 - Pórtico 2: resumo dos resultados

	Iterações	Vol _{ótimo} /Vol _{inicial} (%)	Restrição ativa	S ₂₅	S ₂₆	S ₂₇	S ₂₈
Problema 1	7	34,38	D	Semi-rígido	Semi-rígido	Semi-rígido	Semi-rígido
Problema 2	5	34,11	D	Semi-rígido	Semi-rígido	Rígido	Semi-rígido
Problema 3	7	53,10	α	Semi-rígido	Semi-rígido	Semi-rígido	Semi-rígido
Problema 4	17	50,93	α	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido

4.5 Projeto Ótimo – Pórtico 3

Neste item, é apresentado o dimensionamento ótimo do pórtico 3 (Vogel, 1985), de seis pavimentos. A configuração original obtida da literatura, viola as restrições de tensão e deslocamento e, portanto, é uma configuração inviável, sendo necessário definir uma configuração viável para este problema. Desta forma, são apresentadas a configuração original e as outras quatro configurações propostas neste trabalho. Primeiramente, no item 4.5.1, é feita a otimização considerando o problema 0 para todas as cinco configurações. Nos itens seguintes, é realizada a otimização considerando os problemas 1, 2, 3 e 4 somente para a Config. 2.

Assim como foi feito para os pórticos 1 e 2, inicialmente são definidos os valores iniciais das variáveis de projeto e os valores das restrições de projeto consideradas.

Os valores iniciais das variáveis associadas às seções transversais são determinados de acordo com as propriedades geométricas dos perfis, conforme o apresentado no item 3.3.3. Os valores iniciais das variáveis associadas à rigidez inicial das molas são determinados pela curva momento *versus* rotação associada às ligações do pórtico, apresentada também no mesmo item.

Os limites para as dimensões transversais são adotados por critérios geométricos, os limites inferiores são impostos como valores iguais a 40 % dos tamanhos originais da Config. 0 e os limites superiores adotados iguais a 100 cm. Para a rigidez das molas, são adotados, como limites inferior e superior, valores de ligações flexíveis e rígidas, respectivamente, de $5 \cdot 10^2$ kN.m/rad e 10^8 kN.m/rad, que estão dentro de suas faixas de classificação.

Os valores iniciais e os limites das variáveis associadas às dimensões transversais, para cada uma das configurações, são apresentados na Tab. 48. Os valores iniciais das variáveis associadas à rigidez inicial das ligações, aplicados a todas as configurações e os seus limites são apresentados na Tab. 49, onde os sub-índices correspondem aos elementos finitos, de acordo com a Fig. 24. As seis molas das ligações viga-coluna foram agrupadas de acordo com os seis pavimentos do pórtico.

A obtenção dos valores iniciais das restrições mecânicas e de instabilidade é feita segundo os itens 3.2.6 e 3.4.5, respectivamente.

Quanto às restrições mecânicas, o limite para tensão é definido pela tensão admissível do aço MR-250, cujo valor é 250 MPa e para o deslocamento, o limite é dado por norma (ABNT, 2008), conforme a Eq. 56, que determina o deslocamento máximo no estado limite de serviço para pórticos de mais de um pavimento.

$$D = \frac{H}{400} \quad (56)$$

Neste caso, tem-se:

$$D = \frac{22500}{400} mm$$

$$D = 56,25 mm$$

Para a restrição de instabilidade, o critério é manter o nível de carga crítica do pórtico, pelo menos, no mesmo valor da situação inicial. Para a Config. 2, o fator de carga calculado foi de 2,39, portanto, este é adotado como o limite desta restrição.

Na Tab. 50, são apresentados os valores iniciais e limites das restrições de projeto para cada uma das configurações e, na Tab. 51, são apresentados os valores iniciais da função objetivo volume.

Tabela 48 – Pórtico 3: valores iniciais e limites das dimensões transversais

Config.	Valor inicial					Limite inferior	Limite superior
	0	1	2	3	4		
B1 (cm)	7,29	9,12	10,53	11,19	11,11	2,92	100,00
H1 (cm)	16,00	22,00	28,00	34,00	36,00	6,40	100,00
B2 (cm)	8,55	10,19	11,29	10,82	10,52	3,42	100,00
H2 (cm)	20,00	26,00	32,00	40,00	45,00	8,00	100,00
B3 (cm)	9,12	10,53	11,19	10,52	10,29	3,65	100,00
H3 (cm)	22,00	28,00	34,00	45,00	50,00	8,80	100,00
B4 (cm)	9,77	11,19	11,11	10,29	9,86	3,91	100,00
H4 (cm)	24,00	30,00	36,00	50,00	55,00	9,60	100,00
B5 (cm)	10,19	-	-	-	-	4,07	100,00
H5 (cm)	26,00	-	-	-	-	10,40	100,00
B6 (cm)	3,38	3,93	3,93	3,93	4,18	1,35	100,00
H6 (cm)	24,00	33,00	33,00	33,00	36,00	9,60	100,00
B7 (cm)	3,72	4,34	4,34	4,34	4,44	1,49	100,00
H7 (cm)	30,00	40,00	40,00	40,00	45,00	12,00	100,00
B8 (cm)	3,93	4,44	4,44	4,44	4,63	1,57	100,00
H8 (cm)	33,00	45,00	45,00	45,00	50,00	13,20	100,00
B9 (cm)	4,18	-	-	-	-	1,67	100,00
H9 (cm)	36,00	-	-	-	-	14,40	100,00
B10 (cm)	4,34	-	-	-	-	1,73	100,00
H10 (cm)	40,00	-	-	-	-	16,00	100,00

Tabela 49 – Pórtico 3: valores iniciais e limites da rigidez inicial das ligações

	Valor inicial	Limite inferior	Limite superior
S_{139} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{140} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{141} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{142} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{143} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7
S_{144} (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	50	10^7

Tabela 50 – Pórtico 3: valores iniciais e limites das restrições de projeto

Config.	Valor inicial					Limite inferior	Limite superior
	0	1	2	3	4		
σ (MPa)	595,63	266,72	219,54	207,32	161,11	-	250,00
D (mm)	1853,45	803,16	494,72	256,57	202,37	-	56,25
α	1,26	1,57	2,39	3,74	4,48	2,39	-

Tabela 51 – Pórtico 3: valores iniciais da função objetivo

Config.	Valor inicial				
	0	1	2	3	4
Vol (m ³)	2,1890	3,1795	3,7466	4,3793	4,8056

4.5.1 Pórtico 3 – problema 0

Neste item, são apresentados os resultados da otimização com a modelagem do problema 0 para todas as configurações do pórtico 3.

Os valores das variáveis de projeto no projeto ótimo são apresentados na Tab. 52, da restrição de tensão máxima, na Tab. 53 e da função objetivo, na Tab. 54.

A variação do volume ao longo do processo iterativo é apresentada nas figuras que seguem. Na Fig. 52, é apresentada a variação do volume para a Config. 0, na Fig. 53, para a Config. 1, na Fig. 54, para a Config. 2, na Fig. 55, para a Config. 3 e na Fig. 56, para a Config. 4.

Vale observar que para a Config. 3, conforme visto na Fig. 55, foram realizadas 9 iterações, porém a ótima foi a 6^a.

Tabela 52 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos das variáveis de projeto

Valor ótimo					
Config.	0	1	2	3	4
B1 (cm)	2,92	8,94	10,10	10,53	8,75
H1 (cm)	18,52	22,00	27,85	33,80	35,37
B2 (cm)	6,18	10,09	11,04	10,43	9,05
H2 (cm)	22,47	26,00	31,92	39,91	44,70
B3 (cm)	3,72	11,45	10,18	8,81	4,20
H3 (cm)	32,01	28,61	33,72	44,67	49,08
B4 (cm)	4,50	11,83	10,55	9,33	6,30
H4 (cm)	23,59	30,91	35,86	49,84	54,52
B5 (cm)	45,81	-	-	-	-
H5 (cm)	38,15	-	-	-	-
B6 (cm)	14,05	3,74	3,69	3,43	3,14
H6 (cm)	29,51	33,04	33,01	32,96	36,10
B7 (cm)	6,45	4,01	3,75	3,37	2,76
H7 (cm)	30,89	40,17	40,01	39,96	45,18
B8 (cm)	9,16	3,23	2,96	2,65	2,40
H8 (cm)	35,08	44,93	44,93	44,97	49,65
B9 (cm)	4,67	-	-	-	-
H9 (cm)	36,29	-	-	-	-
B10 (cm)	3,41	-	-	-	-
H10 (cm)	40,29	-	-	-	-

Tabela 53 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos da restrição de projeto

Valor ótimo					
Config.	0	1	2	3	4
σ (MPa)	248,86	237,40	245,65	248,97	248,12

Tabela 54 – Pórtico 3 – problema 0: valores ótimos da função objetivo

Valor ótimo					
Config.	0	1	2	3	4
Vol (m ³)	3,6618	3,0802	3,2677	3,6768	2,7658

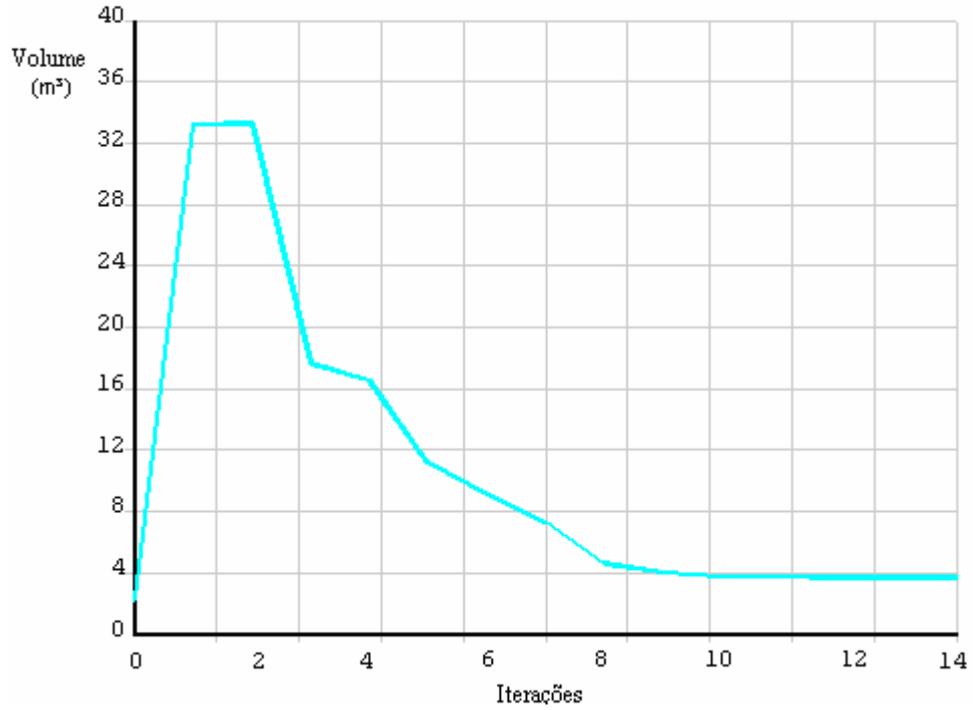


Figura 52 - Pórtico 3 Config. 0 – problema 0: variação do volume

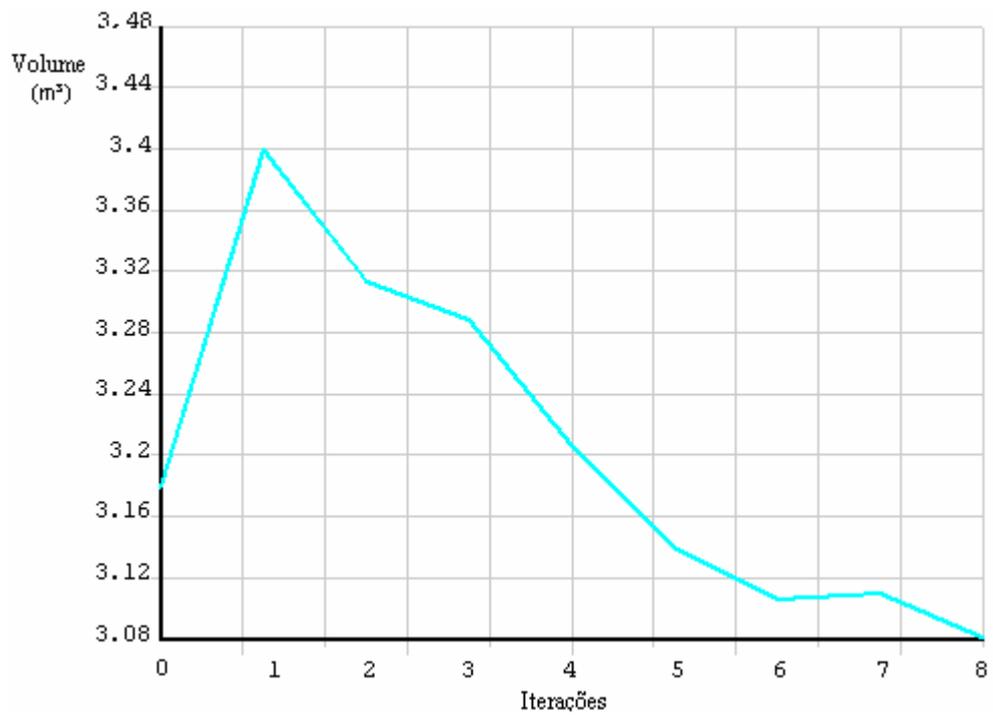


Figura 53 - Pórtico 3 Config. 1 – problema 0: variação do volume

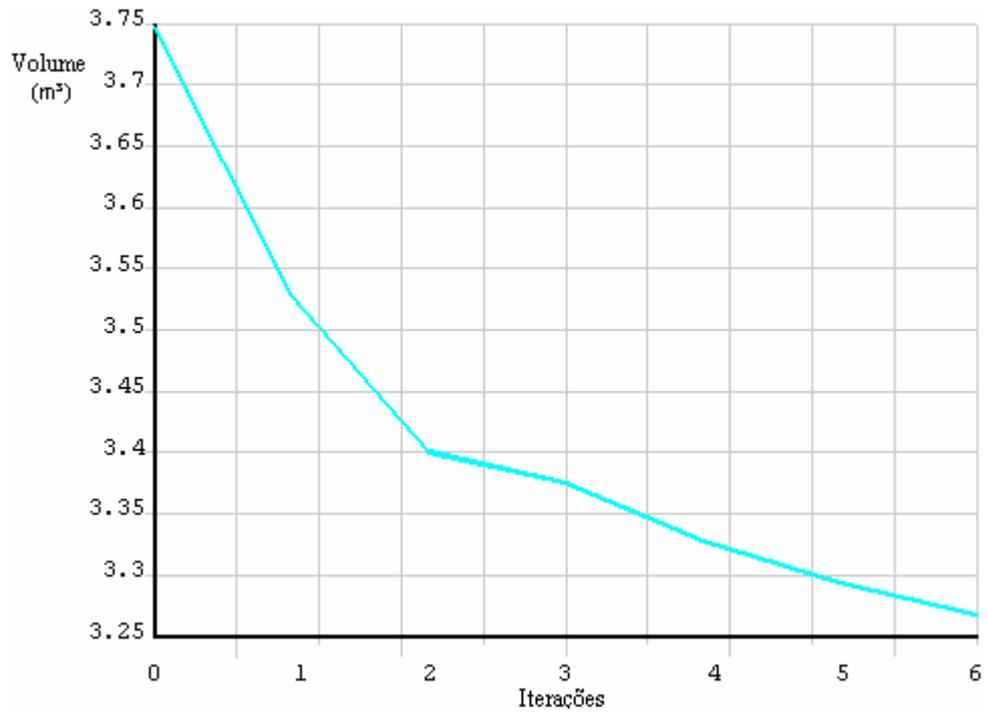


Figura 54 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 0: variação do volume

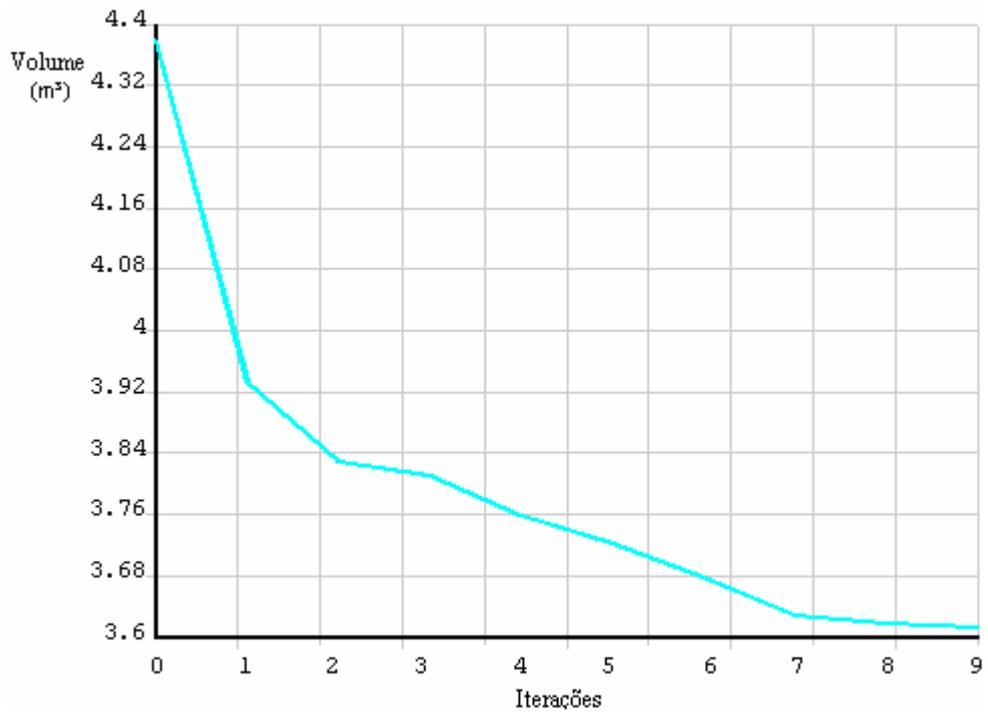


Figura 55 - Pórtico 3 Config. 3 – problema 0: variação do volume

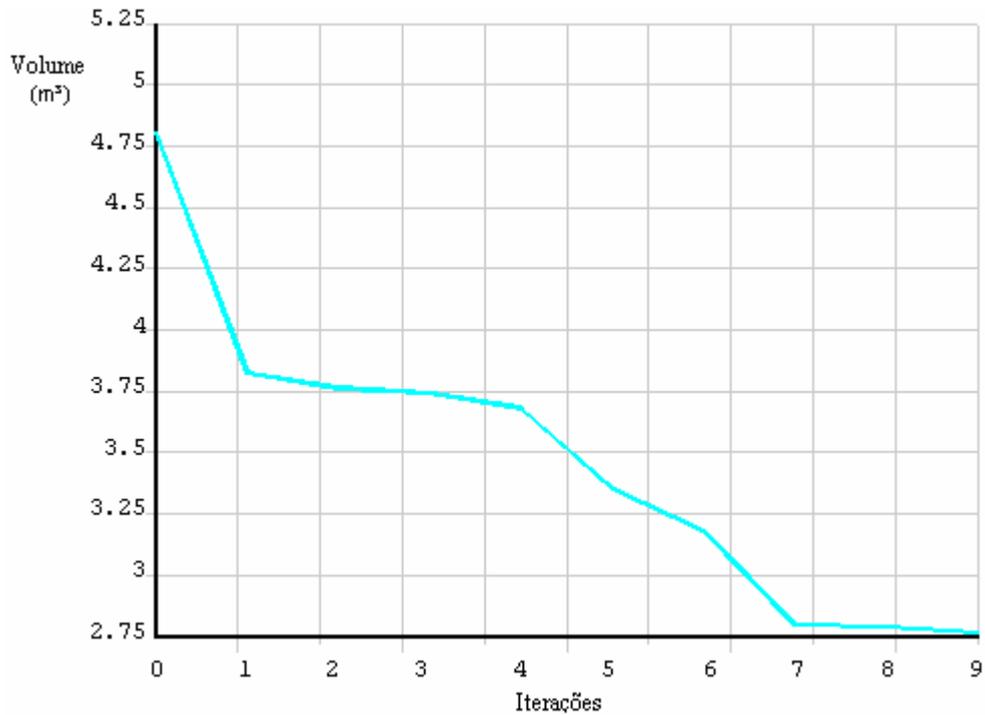


Figura 56 - Pórtico 3 Config. 4 – problema 0: variação do volume

4.5.2 Pórtico 3 Config. 2 – problema 1

A partir deste item, são apresentados os resultados da otimização do pórtico 3 com a Config. 2 para os demais problemas estudados. Esta configuração foi escolhida para ser otimizada por ser uma das configurações viáveis com modelagem do problema 0 e, assim, permitir uma melhor comparação com os pórticos 1 e 2.

Inicialmente, são apresentados os resultados considerando o problema 1. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 55, das restrições de projeto, na Tab. 56 e da função objetivo, na Tab. 57.

Ao final da otimização, a restrição de projeto da tensão máxima atingiu valor equivalente a 92,74% do seu limite e o deslocamento máximo, equivalente a 88,12% do seu limite. Portanto, o resultado ótimo encontrado não teve nenhuma de suas restrições plenamente ativas. A variação do volume é apresentada na Fig. 57.

Tabela 55 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B1 (cm)	10,53	11,22
H1 (m)	28,00	30,18
B2 (cm)	11,29	11,75
H2 (cm)	32,00	33,18
B3 (cm)	11,19	37,50
H3 (cm)	34,00	64,10
B4 (cm)	11,11	26,74
H4 (cm)	36,00	50,90
B6 (cm)	3,93	4,43
H6 (cm)	33,00	33,52
B7 (cm)	4,34	3,47
H7 (cm)	40,00	40,42
B8 (cm)	4,44	2,74
H8 (cm)	45,00	45,33

Tabela 56 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	219,54	229,58
D (mm)	494,72	49,78

Tabela 57 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	3,7466	11,0150

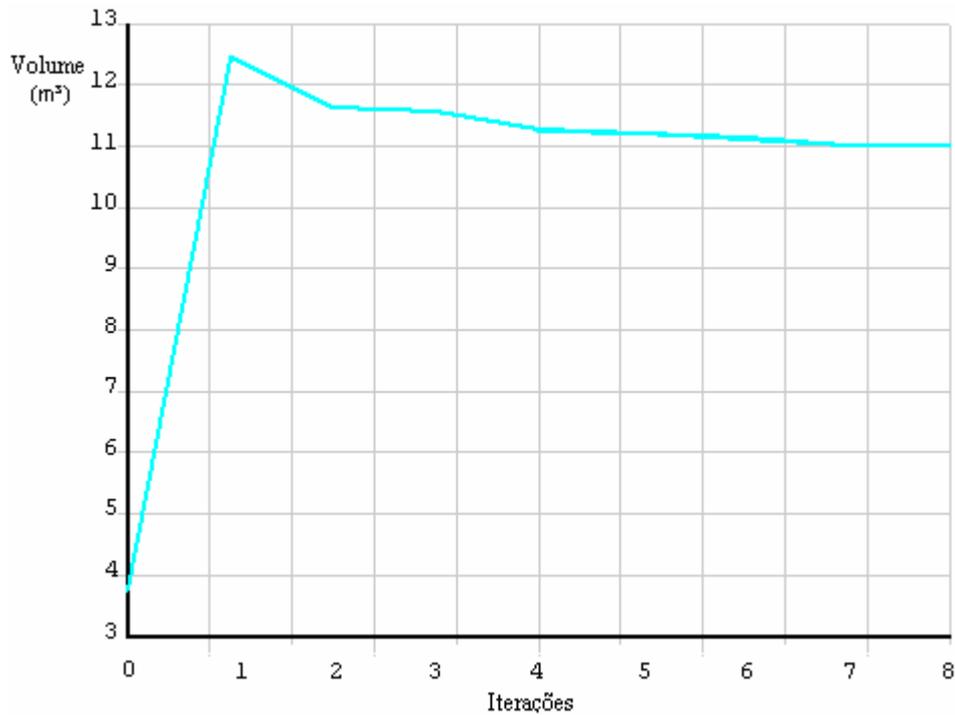


Figura 57 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 1: variação do volume

4.5.3 Pórtico 3 Config. 2 – problema 2

Neste item, são apresentados os resultados para a Config. 2 considerando o problema 2. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 58, das restrições de projeto, na Tab. 59 e da função objetivo, na Tab. 60.

Ao final da otimização, a restrição de projeto da tensão máxima ficou ativa, pois praticamente atingiu seu valor limite de 250 MPa. A variação do volume é apresentada na Fig. 58 e a variação da rigidez inicial das ligações consideradas neste problema, na Fig. 59.

Tabela 58 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B1 (cm)	10,53	8,49
H1 (m)	28,00	27,46
B2 (cm)	11,29	10,12
H2 (cm)	32,00	31,71
B3 (cm)	11,19	6,97
H3 (cm)	34,00	33,46
B4 (cm)	11,11	8,72
H4 (cm)	36,00	35,77
B6 (cm)	3,93	3,01
H6 (cm)	33,00	33,04
B7 (cm)	4,34	2,75
H7 (cm)	40,00	41,20
B8 (cm)	4,44	2,78
H8 (cm)	45,00	45,74
S139 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$6,17 \cdot 10^5$
S140 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$1,21 \cdot 10^6$
S141 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$1,46 \cdot 10^6$
S142 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$1,37 \cdot 10^6$
S143 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$1,10 \cdot 10^6$
S144 (kN.m/rad)	$2,39 \cdot 10^3$	$7,29 \cdot 10^5$

Tabela 59 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	219,54	248,19
D (mm)	494,72	39,68

Tabela 60 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	3,7466	2,6073

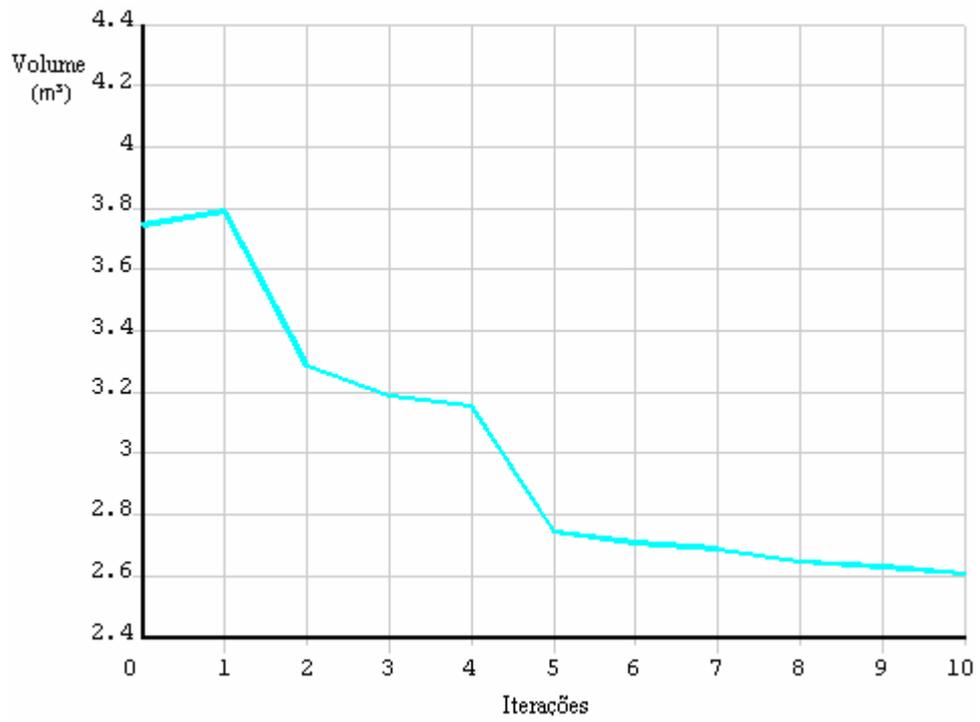


Figura 58 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: variação do volume

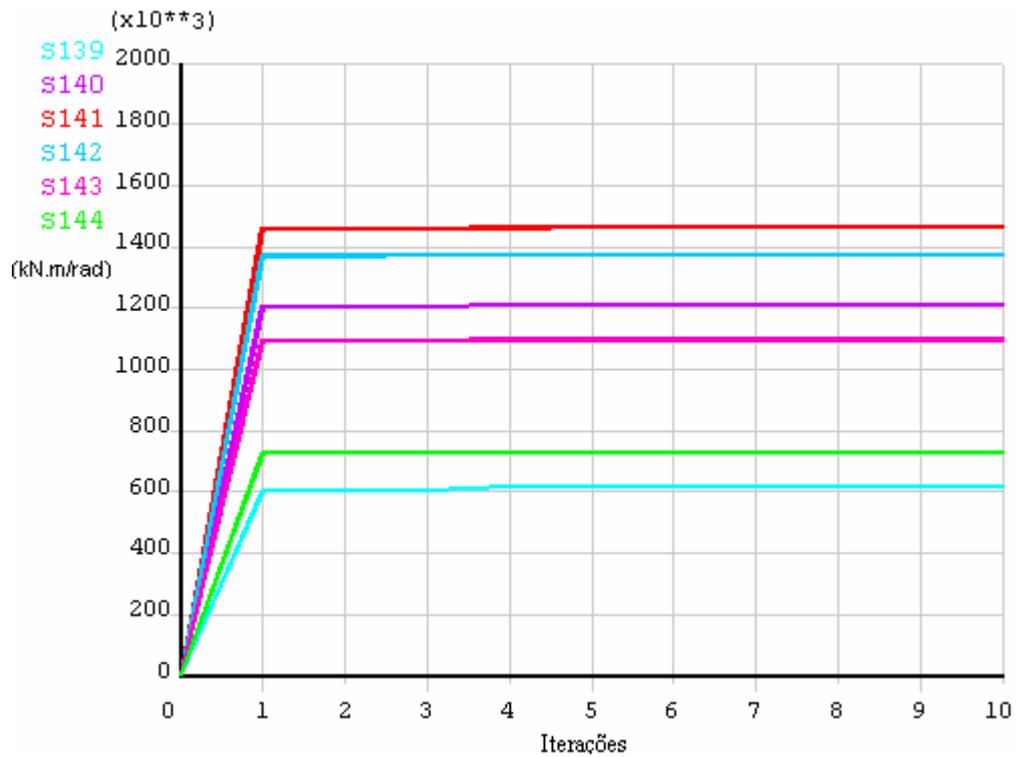


Figura 59 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 2: variação de S_{139} , S_{140} , S_{141} , S_{142} , S_{143} e S_{144}

4.5.4 Pórtico 3 Config. 2 – problema 3

Neste item, são apresentados os resultados para a Config. 2 considerando o problema 3. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 61, das restrições de projeto, na Tab. 62 e da função objetivo, na Tab. 63.

Ao final da otimização, a restrição de projeto da tensão máxima atingiu valor equivalente a 92,90 % do seu limite, o deslocamento máximo, equivalente a 88,14 % do seu limite e o fator de carga ficou bem a cima de seu limite inferior. Portanto, o resultado ótimo encontrado não teve nenhuma de suas restrições plenamente ativas.

A variação do volume para este problema é apresentada na Fig. 60.

Tabela 61 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B1 (cm)	10,53	11,22
H1 (m)	28,00	30,18
B2 (cm)	11,29	11,75
H2 (cm)	32,00	33,18
B3 (cm)	11,19	37,50
H3 (cm)	34,00	64,10
B4 (cm)	11,11	26,74
H4 (cm)	36,00	50,90
B6 (cm)	3,93	4,43
H6 (cm)	33,00	33,52
B7 (cm)	4,34	3,47
H7 (cm)	40,00	40,42
B8 (cm)	4,44	2,74
H8 (cm)	45,00	45,33

Tabela 62 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	219,54	229,58
D (mm)	494,72	49,78
α	2,39	14,07

Tabela 63 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	3,7466	11,0150

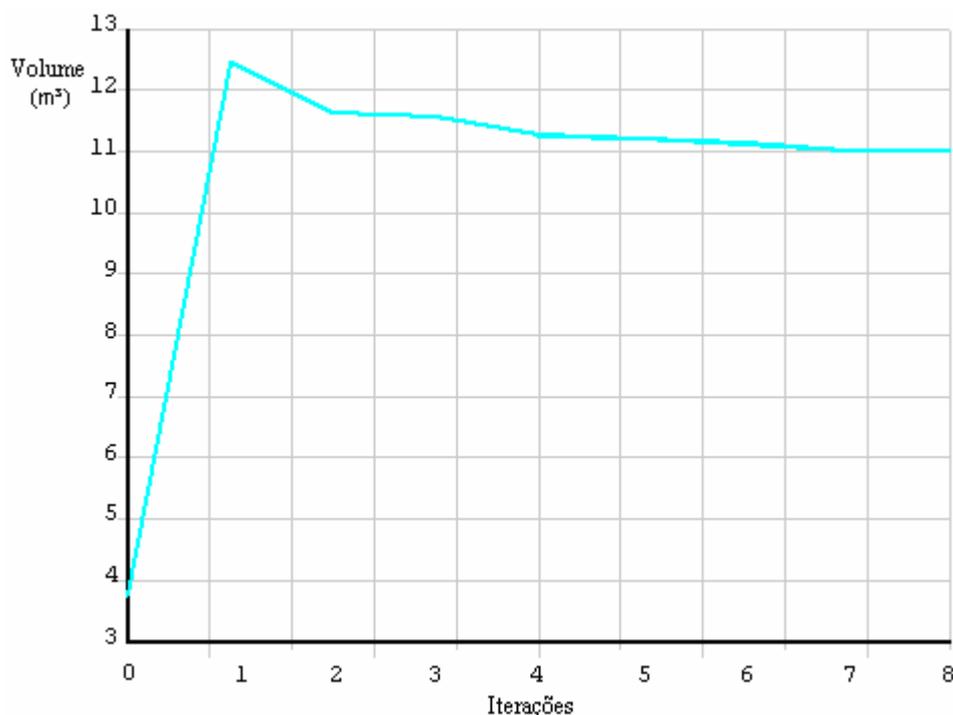


Figura 60 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 3: variação do volume

4.5.5 Pórtico 3 Config. 2 – problema 4

Neste item, são apresentados os resultados para a Config. 2 considerando o problema 4. Os valores das variáveis de projeto, no projeto inicial e no projeto ótimo, são apresentados na Tab. 64, das restrições de projeto, na Tab. 65 e da função objetivo, na Tab. 66.

Ao final da otimização, a restrição de projeto da tensão máxima atingiu valor equivalente a 99,28 % do seu limite, o deslocamento máximo equivalente a 70,54 % do seu limite e o fator de carga ficou bem a cima de seu limite inferior. Portanto, para este problema 4, a restrição mais próxima de seu limite foi a tensão máxima.

A variação do volume é apresentada na Fig. 61 e a variação da rigidez inicial das ligações na Fig. 62.

Tabela 64 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das variáveis de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
B1 (cm)	10,53	8,49
H1 (m)	28,00	27,46
B2 (cm)	11,29	10,12
H2 (cm)	32,00	31,71
B3 (cm)	11,19	6,97
H3 (cm)	34,00	33,46
B4 (cm)	11,11	8,72
H4 (cm)	36,00	35,77
B6 (cm)	3,93	3,01
H6 (cm)	33,00	33,04
B7 (cm)	4,34	2,75
H7 (cm)	40,00	41,20
B8 (cm)	4,44	2,78
H8 (cm)	45,00	45,74
S139 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$6,17.10^5$
S140 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$1,21.10^6$
S141 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$1,46.10^6$
S142 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$1,37.10^6$
S143 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$1,10.10^6$
S144 (kN.m/rad)	$2,39.10^3$	$7,29.10^5$

Tabela 65 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valores iniciais e ótimos das restrições de projeto

	Valor inicial	Valor ótimo
σ (MPa)	219,54	248,19
D (mm)	494,72	39,68
α	2,39	15,06

Tabela 66 – Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: valor inicial e ótimo da função objetivo

	Valor inicial	Valor ótimo
Vol (m ³)	3,7466	2,6073

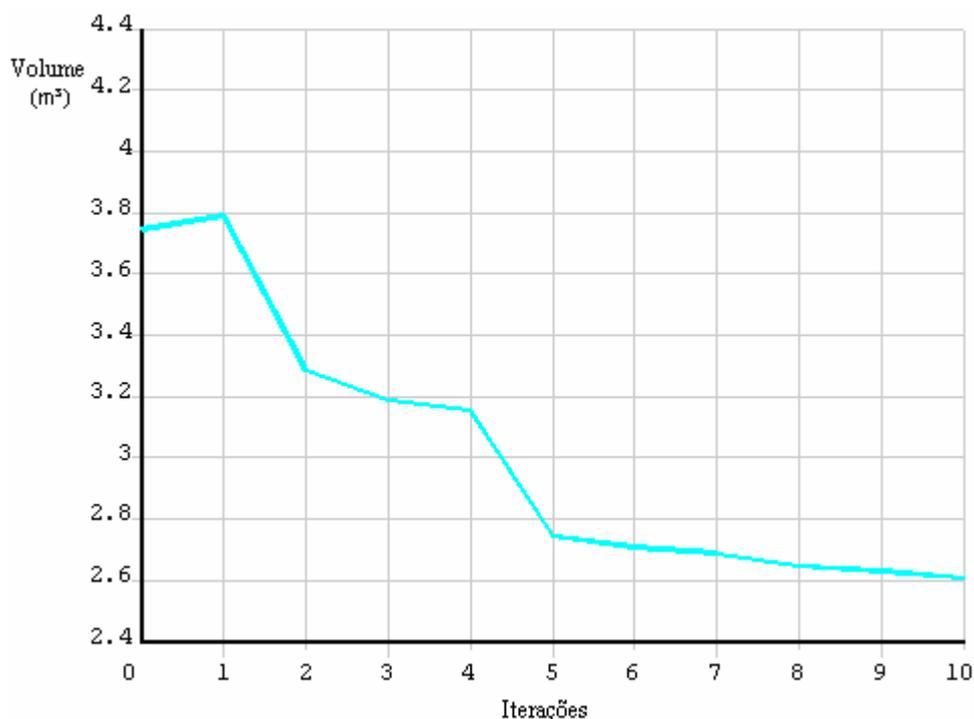


Figura 61 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: variação do volume

4.5.6 Pórtico 3 – resumo dos resultados

Neste item, é apresentado um resumo dos resultados obtidos com a modelagem dos cinco problemas para o pórtico 3. Primeiramente, é feita uma abordagem dos resultados obtidos no item 4.5.1 com a implementação do problema 0 para as cinco configurações estudadas deste pórtico.

Na Tab. 67, é mostrada, na segunda coluna, o número de iterações realizadas com cada configuração. Na terceira coluna, tem-se o valor inicial do volume, na quarta coluna, o valor proporcional entre o volume ótimo obtido e o inicial correspondente e, na quinta coluna, é mostrado o valor inicial da tensão máxima.

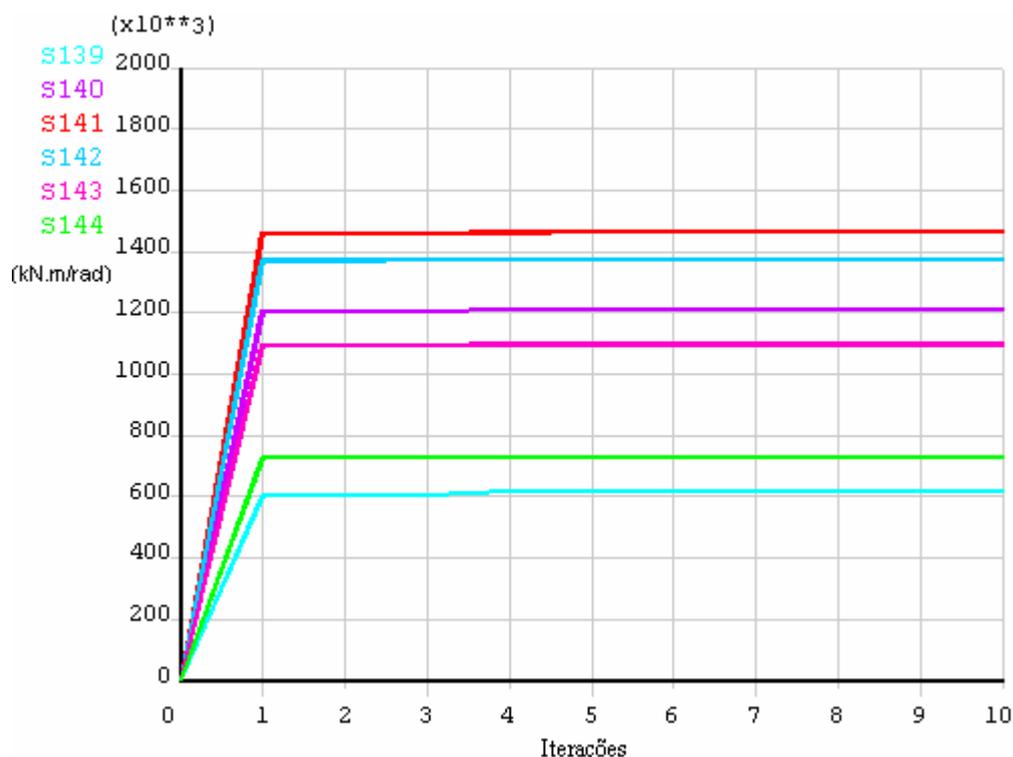


Figura 62 - Pórtico 3 Config. 2 – problema 4: variação de S_{139} , S_{140} , S_{141} , S_{142} , S_{143} e S_{144}

Tabela 67 - Pórtico 3 – problema 0: resumo dos resultados

	Iterações	$Vol_{inicial}$ (m^3)	$Vol_{ótimo}/Vol_{inicial}$ (%)	$\sigma_{inicial}$
Config. 0	14	2,19	167,28	595,63
Config. 1	8	3,18	96,88	266,72
Config. 2	6	3,75	87,22	219,54
Config. 3	9	4,38	83,96	207,32
Config. 4	9	4,81	57,55	161,11

Como se observa na segunda coluna da Tab. 67, a Config. 0 teve um número maior de iterações em relação às outras configurações. Isto pode ser explicado,

hipoteticamente, pelo fato de a primeira ter 20 variáveis de projeto, ao contrário das demais, que têm 14, o que exige um cálculo computacional maior.

Na quarta coluna, pode-se observar a evolução percentual do volume ótimo obtido em relação aos valores iniciais da terceira coluna. Observa-se, na quinta coluna, que, considerando apenas a restrição da tensão máxima, as Configs. 0 e 1 não são viáveis inicialmente, pois suas tensões máximas são maiores que o limite de 250 MPa.

Na Tab. 68, apresentam-se os resultados de todos os problemas para a implementação com a Config. 2. Na segunda coluna desta tabela, é mostrado o número de iterações realizadas até a convergência. Na terceira coluna, tem-se o valor proporcional entre o volume ótimo e o inicial. Na quarta, quinta e sexta colunas têm-se a proporção entre os valores ótimos e os admissíveis para as restrições. Vale ressaltar que, para a restrição α , o limite estabelecido é inferior e, portanto, o mínimo possível a ser apresentado na Tab. 68 seria 1.

Tabela 68 - Pórtico 3 Config. 2: resumo dos resultados

	Iterações	$Vol_{\text{ótimo}}/Vol_{\text{inicial}}$ (%)	$\sigma_{\text{ótimo}}/\sigma_{\text{adm}}$ (%)	$D_{\text{ótimo}}/D_{\text{adm}}$ (%)	$\alpha_{\text{ótimo}}/\alpha_{\text{adm}}$
Problema 0	6	83,96	98,26	-	-
Problema 1	8	251,53	91,83	88,50	-
Problema 2	10	59,54	99,28	70,54	-
Problema 3	8	251,53	91,83	88,50	5,89
Problema 4	10	59,54	99,28	70,54	6,30

Na Tab. 69, é mostrada a classificação da rigidez inicial das molas no projeto ótimo de acordo com as Eqs. 1, 2 e 3. Vale lembrar que elas somente são consideradas como variáveis nos problemas 2 e 4 e, portanto, permanecem com sua classificação inicial nos problemas 0, 1 e 3.

Como visto com os resultados apresentados na terceira coluna da Tab. 68, a otimização do problema 0 gerou um projeto ótimo com 83,96% do volume inicial. Com o acréscimo do deslocamento máximo nas restrições no problema 1, o volume ótimo foi mais que dobrado em relação ao inicial, mostrando que o deslocamento máximo é muito restritivo para este pórtico. Este resultado é, novamente, diminuído no problema 2, com o acréscimo da rigidez inicial das molas como variáveis de

projeto, o que permitiu a obtenção de um volume ótimo melhor ainda. Na mesma coluna, observa-se, com os resultados dos problemas 3 e 4, que consideram o fator de carga, que esta restrição praticamente não modifica os resultados da otimização do pórtico 3.

Tabela 69 - Pórtico 3 Config. 2: resumo dos resultados da rigidez inicial das ligações

	S_{139}	S_{140}	S_{141}	S_{142}	S_{143}	S_{144}
Problema 0	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Semi-rígido
Problema 1	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Semi-rígido
Problema 2	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido
Problema 3	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Flexível	Semi-rígido
Problema 4	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido	Rígido

Nas três últimas colunas, observa-se que a tensão máxima, no projeto ótimo, sempre ficou próxima do seu limite e foi mais restritiva mesmo quando o deslocamento máximo e o fator de carga foram considerados. Também se atenta ao fato de o fator de carga ter sido sempre maior que o seu limite inferior e, portanto, no projeto ótimo, é resolvido o problema do fator de carga inicial ser baixo, 2,39. Com isso, constata-se que, para o pórtico 3, as restrições mecânicas são mais relevantes que a de instabilidade.

Quando se observam os problemas 2 e 4, verifica-se que, nestes, as variáveis de rigidez inicial praticamente atingem seus limites superiores, classificando-se como rígidas, como pode ser visto na Tab. 69. Em relação aos problemas 1 e 3, foi obtido um volume ótimo bastante menor. Com isto, constata-se que o menor volume obtido nos problemas 2 e 4 são ocasionados pelo aumento da rigidez inicial das ligações, resultando em seções menores na estrutura, pois se passa a ter maior transferência de esforços entre vigas e colunas com as ligações rígidas.

Capítulo 5: Considerações Finais

Foi desenvolvida uma metodologia para dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço, considerando as dimensões transversais das barras e a rigidez inicial das ligações. Pode-se observar que vários resultados vão ao encontro de trabalhos disponíveis na literatura e estudados durante a revisão bibliográfica, assim como novas contribuições são dadas aos assuntos aqui abordados.

Verificou-se a importância da consideração da semi-rigidez nas ligações estruturais em lugar da adoção usual simplificada de ligações flexíveis ou rígidas. Esta consideração intermediária altera significativamente a distribuição de tensões no pórtico, seus deslocamentos e sua instabilidade, o que leva a diferentes dimensionamentos das estruturas.

A consideração da rigidez inicial das ligações como variáveis de projeto altera a configuração final, obtida no projeto ótimo. Isto é observado tanto no problema 2 como no problema 4. Esta alteração se verifica com os três pórticos onde a consideração da rigidez inicial das ligações como variável fornece resultados mais otimizados para a função objetivo, demonstrando, desta forma, que se obtém economia de material. Por outro lado, é verificado sempre um aumento da rigidez das ligações, o que pode representar menos economia.

O fator de carga é influenciado diretamente pelo tipo de ligação. Ligações mais flexíveis fazem com que o pórtico tenha menores cargas críticas de flambagem enquanto ligações mais rígidas geram maiores cargas críticas nos pórticos. Portanto, é importante uma adequada calibração da semi-rigidez das ligações de acordo com o grau de instabilidade desejado.

Os resultados obtidos neste trabalho mostram que a utilização de ligações semi-rígidas, quando comparadas com as ligações flexíveis, gera fatores de carga crítica maiores nos pórticos, contribuindo, desta forma, para diminuir o problema de flambagem, pois consideram uma maior rigidez nas ligações. Quando comparadas com ligações rígidas, representam uma economia para a estrutura, pois uma modelagem rígida muitas vezes considera uma rigidez maior do que a necessária no caso de ser feito um dimensionamento mais realista da ligação. A economia é devida ao fato de que as ligações semi-rígidas, geralmente, são mais leves e envolvem menos componentes como soldas e parafusos do que ligações rígidas, além de serem de mais simples execução.

Quanto ao otimizador utilizado pelo programa computacional (ANSYS, 2007) e seu algoritmo, faz-se uma boa avaliação. Mesmo nos casos em que a solução inicial é inviável, como para algumas configurações do pórtico 3, em que o algoritmo encaminhou as iterações no sentido de buscar o espaço viável da solução até a sua convergência, portanto, sua utilização foi satisfatória. Como limitação, ele apresentou número máximo, recomendado pelo próprio programa (ANSYS, 2007), de vinte variáveis de projeto, o que impossibilitou, por exemplo, a implementação de um maior número de molas rotacionais no pórtico 3 com a Config 0.

Conforme demonstrado ao longo do trabalho, o pórtico 3 tem algumas peculiaridades. Para sua Config. 0 com ligações semi-rígidas, ele apresenta fator de carga pouco maior que 1 e, quando é avaliado com ligações flexíveis, seu fator de carga fica abaixo de 1, ou seja, tem-se uma situação instável. Da mesma forma, numa análise mecânica, ele apresenta tensões acima da admissível para o aço MR-250. Com a proposição de novas configurações para o pórtico 3, resolveu-se o problema das altas tensões. Porém, os deslocamentos no pórtico ficavam acima do permitido pela NBR 8800 (ABNT, 2008) e todos esses problemas juntos só foram solucionados quando se fez a otimização impondo restrições a todas essas respostas da estrutura, e melhorado com a consideração da rigidez inicial das ligações como variáveis na otimização para a Config. 2.

Observando os projetos ótimos encontrados, verifica-se que, para os pórticos menores, 1 e 2, sempre que foi considerado o problema de instabilidade na restrição, o fator de carga ficou ativo, demonstrando que, para estes pórticos, o problema de flambagem é mais relevante.

Como proposta para trabalhos futuros, tem-se a sugestão de desenvolver metodologias que co-relacionem os coeficientes de rigidez obtidos nos projetos ótimos, com ligações usuais na prática. Essa proposta tem como finalidade definir a ligação a ser executada para uma determinada rigidez inicial. Alternativamente, pode-se realizar, a partir de perfis comerciais tabelados, uma otimização discreta para as seções transversais das barras.

Sugere-se, também, que, além da análise estrutural, seja feita uma análise econômica dos resultados encontrados para a rigidez das ligações. Esta proposta tem como finalidade avaliar, se a execução de ligações com rigidez maiores, conforme obtido neste trabalho, é melhor economicamente.

Visando uma melhor investigação do pórtico 3, pode-se fazer uma modelagem tridimensional e realizar uma análise deste modelo a partir das novas configurações de perfis propostas neste trabalho.

Referências Bibliográficas

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios: NBR 8800. Rio de Janeiro.
- ANSYS (2007), Release 11.0 Documentation for ANSYS – Guide to the ANSYS Documentation. Estados Unidos da América.
- Brito Jr., O. F. (2001) Desenvolvimento de Sistemas Estruturais Semi-Rígidos em Aço e Mistos para Edificações Residenciais Multi-familiares. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC, 163 pp.
- Castro, R. A. de (2006) Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidas e sua influência Na Resposta Dinâmica Não-Linear de Pórticos de Aço. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, 118 pp.
- CEN - Comité Européen de Normalisation (2005). Design of steel structures: Eurocode 3. Bruxelas.
- Cerqueira, N. A. (2001) Projeto Ótimo de Torres Metálicas de Telecomunicações. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense - UENF, 123 pp.
- Chan, S. L., Chui, P. P. T. (2000) Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections. Reino Unido: Elsevier Science Ltd, Ed. Oxford, 336 pp.
- Degée, H., Detzel, A., Kuhlmann U (2008) Interaction of Global and Local Buckling in Welded RHS Compression Members, *Journal of Structural Steel Research* 64 – Elsevier: 755 - 765.

- Del Savio, A. A. (2004) Modelagem Computacional de Estruturas de Aço com Ligações Semi-rígidas. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC, 152 pp.
- Del Savio, A. A., Pacheco M. A. C., de Andrade S. A. L., Vellasco P. C. G. da S., Martha L. F. (2005) Otimização da Flexão em Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas através de Algoritmos Genéticos.
- Dória, A. S. (2007) Análise da Estabilidade de Pórticos Planos de Aço com Base no Conceito de Forças Horizontais Fictícias. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – São Carlos – SP – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo – USP, 119 pp.
- Freitas, J. P., Falcón, G. A. S., Silva, J. G. S. (2009) Influência das Ligações Semi-rígidas na Instabilidade Global de Pórticos Planos de Aço. Anais do XXX Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, Armação dos Búzios.
- Galvão, A. S. (2000) Formulações Não-lineares de Elementos Finitos para Análise. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ouro Preto – MG – Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 241 pp.
- Galvão, A. S. (2004) Instabilidade Estática e Dinâmica de Pórticos Planos com Ligações Semi-Rígidas. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC, 245 pp.
- Kanchanalai, T. e Le-Wu, L. (1979) Analysis and Design of Framed Columns Under Minor Axis Bending. Engineering Journal, AISC, v. 16, no. 2: 29-41.
- Lopes, F. R. C. (2008) Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, 164 pp.

Machado, F. C. S. e Silveira, R. A. de M. (2005) Formulação Inelástica de Segunda Ordem para Sistemas Estruturados em Aço. *REM R. Esc. Minas*, Ouro Preto, 58(3): 267-277.

Mageirou, G. E., Gantes, C. J. (2006) Buckling Strength of Multi-story Sway, Non-sway and Partially-sway Frames with Semi-rigid Connections, *Journal of Structural Steel Research* 62 – Elsevier: 893 - 905.

Marinho, I. J. P. (2002) Projeto Ótimo de Estruturas Metálicas de Arquibancadas Reutilizáveis via ANSYS. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC, 198 pp.

Martha, L. F. (1999) FTOOL: A Structural Analysis Educational Interactive Tool. Proceedings in the *Workshop multimedia computer techniques in Engineering Education*, Technical University of Graz, Austria: Institute for Structural Analysis., pp. 51-65.

Martha, L. F. e Parente, E. Jr. (2002) An Object-Oriented Framework for Finite Element Programming. WCCM V – *Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, Austria.

More, J.J. e Wright, S.J. (1993), Optimization Software Guide. Philadelphia: SIAM, p. 13.

Pereira, A. Projeto Ótimo de Pórticos Planos com Restrição à Flambagem. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC, 99 pp.

Pfeil, W. e Pfeil, M. (2009), Estruturas de Aço - Dimensionamento Prático. 8ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 357 pp.

- Pinheiro, L. (2003) Análises Não-lineares de Sistemas Estruturais Metálicos Rotulados e Semi-rígidos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ouro Preto – MG – Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 263 pp.
- Pinheiro L., Silveira R. A. M. (2005) Computational Procedures for Nonlinear Analysis of Frames with Semi-rigid Connections. *Latin American Journal of Solids and Structures*: 339 - 367.
- Raftoyiannis, I. G. (2005) The Effect of Semi-rigid Joints and an Elastic Bracing System on the Buckling Load of Simple Rectangular Steel Frames. *Journal of Structural Steel Research* 61 – Elsevier: 1205 - 1225.
- Rocha, P. A. S. (2006) Análise Inelástica de Segunda Ordem de Estruturas Metálicas com Ligações Semi-Rígidias. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ouro Preto – MG – Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 129 pp.
- Rodrigues, M. C. (2009) Modelagem numérica de ligações viga-coluna em aço sob momento fletor e força normal. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, 178 pp.
- Romanholo, G. A. (2001) Análise das Ligações Semi-rígidias em Estruturas Planas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ilha Solteira – SP – Universidade Estadual Paulista – UNESP, 150 pp.
- Saldanha A. C. (1997) Análise Não-linear do Comportamento de Pórticos Planos Metálicos com Ligações Semi-rígidias. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ouro Preto – MG – Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 100 pp.
- Sekulovic, M., Salatic, R. (2001) Nonlinear analysis of frames with semi-rigid connections. *Computers and Structures* 79: 1097 – 1107.

- Sekulovic, M., Salatic, R., Nefovska, M., (2002) Dynamic Analysis of steel frames with flexible connections. *Computers and Structures* 80: 935 – 955.
- Silva, J. G. S. da, Lima, L. R. O. de, Vellasco, P. G. C. S., Andrade, S. A. L. de, Castro R. A. de (2008) Nonlinear Dynamic Analysis of Steel Portal Frames with Semi-rigid Connections. *Engineering Structures* 30 – Elsevier: 2566 - 2579.
- van Keulen, D.C., Nethercot, D.A., Snijder, H.H., Bakker, M.C.M (2003) Frame analysis incorporating semi-rigid joint action: Applicability of the half initial secant stiffness approach. *Journal of Constructional Steel Research* 59 – Elsevier: 1083 - 1100.
- Vogel, U. (1985) Calibrating frames. *Stahlbau* 54: 295 - 311.
- Wilson, W. M. and Moore, H. F. (1917) Tests to Determine the Rigidity of Riveted Joints in Steel Structures. Engineering Experiment Station Bulletin n^o 104, University of Illinois, Urban, IL.