

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL UTILIZANDO
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ALGORITMOS GENÉTICOS**

Laura Rebel Moreira Alves

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
Campos dos Goytacazes – RJ
27 de Setembro, 2013.

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL UTILIZANDO
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ALGORITMOS GENÉTICOS**

Laura Rebel Moreira Alves

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Civil.”

Orientador: Sergio Luis González Garcia
Campos dos Goytacazes – RJ
27 de Setembro, 2013.

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ALGORITMOS GENÉTICOS

Laura Rebel Moreira Alves

“Dissertação apresentada ao Centro de
Ciência e Tecnologia, da Universidade
Estadual do Norte Fluminense, como parte das
exigências para a obtenção de título de Mestre
em Engenharia Civil.”

Comissão examinadora:

Prof. Patrícia Habib Hallak, D. Sc. UFJF

Prof. Aldo Durand Farfán, D. Sc. UENF

Prof. Vânia José Karam, D.Sc. UENF

Prof. Sergio Luis González Garcia, D.Sc. UENF

Orientador

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, acima de tudo, por ter me dado forças para superar todas as barreiras e chegar até aqui.

Ao meu orientador, o professor D. Sc. Sérgio Luis González Garcia, por todo o apoio dedicado durante a minha dissertação, sempre me ajudando a contornar a falta de tempo por estar trabalhando durante o dia.

Ao meu co-orientador, o professor D. Sc. Gines Arturo Santos Falcon, pela motivação para sempre seguir em frente e pelos conhecimentos passados, que foram fundamentais no desenvolvimento deste trabalho.

À minha mãe, Regina, por sempre ter acreditado em mim e ter me feito perceber, desde cedo, o quanto o estudo engrandece o ser humano.

À minha avó, Marlene, que foi para o encontro de Deus no final de 2012, mas que acompanhou parte desta minha luta enquanto ela esteve aqui na Terra, sempre acreditando em mim, em tudo o que fiz nesta vida.

A toda a minha família pelo apoio e também pela compreensão nos momentos de afastamento durante o período.

Aos professores do LECIV que contribuíram para a minha formação acadêmica e que me apoiaram em mais esta batalha.

Aos amigos da UENF, por todo o apoio e incentivo que me deram, para sempre seguir em frente.

Aos amigos da Falcão Bauer e do Porto do Açú, que sempre acreditaram em mim e me deram motivação para continuar neste projeto até o fim, mesmo com esta dupla empreitada de trabalhar e desenvolver a dissertação.

Não citarei nomes para não acabar sendo injusta, mas durante esta minha caminhada sempre encontrei forças para superar todas as dificuldades que encontrei através do apoio destas pessoas, que sempre se fizeram presentes, me motivando a chegar até aqui.

RESUMO

Nos últimos anos, o mercado da construção civil encontra-se em crescimento acelerado e requer novas propostas para o aproveitamento eficiente dos materiais empregados. Neste contexto, a presente dissertação desenvolve metodologias práticas e eficientes para o dimensionamento ótimo de seções transversais de pilares de concreto armado. Assim, neste trabalho, é proposta uma metodologia para a otimização de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal e, concomitantemente, um programa para verificação estrutural de pilares de concreto armado, que calcula a posição da linha neutra e os esforços resistentes do pilar. Parte importante deste trabalho se refere à revisão dos principais conceitos teóricos e práticos necessários para os cálculos dos esforços resistentes que regem o dimensionamento de pilares. Foram implementados códigos computacionais de verificação estrutural de pilares e de otimização, que possibilitam a utilização de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos no ambiente computacional MATLAB[®], visando à identificação da técnica numérica mais eficiente e que proporcione uma maior economia neste tipo de dimensionamento. No projeto ótimo, foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e as áreas de aço. As restrições de projeto foram definidas de acordo com a capacidade resistente do pilar e seu funcionamento em domínios eficientes, considerando a posição da linha neutra e a melhor condição de ruptura de acordo com os materiais empregados. Foram adotados, também, limites geométricos sobre as variáveis de projeto, decorrentes de normas de projeto locais. Os resultados obtidos demonstraram a grande vantagem na utilização de ferramentas de otimização estrutural no projeto de pilares de concreto armado. A otimização estrutural foi realizada de forma eficaz nas duas metodologias, apresentando custos mínimos relativamente próximos nas diversas aplicações verificadas. A utilização destas metodologias apresentou uma economia de até 25,1%, se comparado à literatura.

ABSTRACT

In recent years, building industry is growing rapidly and requires new proposals for efficient utilization of the materials employed. In this context, the present dissertation develops a practical and efficient methodology for the optimum design of cross sections of reinforced concrete columns. Thus, in this study, a methodology is proposed for the optimization of reinforced concrete columns subjected to normal compression-flexion and, concomitantly, a program for structural analysis of reinforced concrete columns, which calculates the position of the neutral line and columns efforts resistant. Important part of this study refers to the review of the main theoretical and practical concepts required for the calculation of the resistant that govern the design of columns. Computer codes that enable the use of Mathematical Programming and Genetic Algorithms were implemented in MATLAB[®] computing environment, in order to identify the most efficient numerical technique and to provide economy in this type of design. In the optimal design, were considered as the design variables the cross section dimensions and the areas of steel. The design constraints were defined according to the load capacity of the column and it's functioning in efficient domains, considering the position of the neutral line and the best condition of rupture according to the materials employed. Geometric limits for the design variables were also adopted, arising from local design standards. The results showed the great advantage in using optimization tools in the design of structural concrete columns. The structural optimization was performed effectively in both methods, presenting minimal costs relatively close in the various applications. The use of these methodologies showed savings of up to 25,1%, compared to literature.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO.....	20
3.1. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	23
3.2. ALGORITMOS GENÉTICOS.....	24
3.2.1. REPRESENTAÇÃO DO CROMOSSOMO.....	25
3.2.2. OPERADORES GENÉTICOS.....	25
3.2.3. MEDIDAS DE DESEMPENHO.....	28
3.2.4. ESTRUTURA BÁSICA DE UM ALGORITMO GENÉTICO.....	28
4. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DO PILAR.....	32
4.1. SITUAÇÕES BÁSICAS DE PROJETO.....	33
4.2. MÓDULO DE VERIFICAÇÃO ESTRUTURAL.....	35
4.2.1. CASOS DE PEQUENA EXCENTRICIDADE.....	36
4.2.2. CASOS DE GRANDE EXCENTRICIDADE.....	36
• Domínio 2.....	38
• Domínio 3.....	40
• Domínio 4.....	41
5. DIMENSIONAMENTO ÓTIMO.....	44
5.1. VARIÁVEIS DE PROJETO.....	44
5.2. FUNÇÃO OBJETIVO.....	44
5.3. RESTRIÇÕES DE PROJETO.....	45
6. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	48
6.1. MÓDULO RESISTENTE DE PILARES.....	48
6.2. MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	61
6.3. MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE ALGORITMO GENÉTICO.....	62
7. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	64
7.1. RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	64
7.2. RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO.....	69

7.3. COMPARATIVO COM A LITERATURA.....	72
7.4. COMPARATIVO ENTRE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ALGORITMO GENÉTICO	79
8. CONCLUSÕES.....	88
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	90

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Esquema de otimização estrutural.	21
Figura 3.2 – Fluxograma da Otimização Estrutural através de Programação Matemática.	24
Figura 3.3 – Representação de um cromossomo.....	25
Figura 3.4 – Representação de um cromossomo.....	26
Figura 3.5 – Cruzamento entre cromossomos.	27
Figura 3.6 – Fluxograma da Otimização Estrutural através de Algoritmo Genético. .	30
Figura 4.1 – Tipos de solicitações nos pilares (Adaptado de SMANIOTTO, 2005)...	33
Figura 4.2 – Compressão simples.....	34
Figura 4.3 – Flexo-compressão normal (a); Flexo-compressão oblíqua (b).	34
Figura 4.4 – Modelo Resistente para casos de pequena excentricidade.	36
Figura 4.5 – Modelo Resistente para casos de Grande Excentricidade.....	37
Figura 4.6 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 2.....	39
Figura 4.7 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 3.....	40
Figura 4.8 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 4.....	42
Figura 4.9 – Fluxograma da Verificação Estrutural de Pilares.....	43
Figura 5.1 – Variáveis de Projeto a serem otimizadas.	44
Figura 6.1 – Gráfico correlacionando Domínio vs h, para $A_{s1}=7,2\text{cm}^2$, $A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$	49
Figura 6.2 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h, para $A_{s1}=7,2\text{cm}^2$, $A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$	50
Figura 6.3 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h, para $A_{s1}=7,2\text{cm}^2$, $A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$	50
Figura 6.4 – Gráfico correlacionando Domínio vs h, para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$	51
Figura 6.5 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h, para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.	51
Figura 6.6 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h, para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$	52
Figura 6.7 – Gráfico correlacionando Domínio vs h, para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$	52

Figura 6.8 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h, para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	53
Figura 6.9 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h, para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	53
Figura 6.13 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	54
Figura 6.14 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	55
Figura 6.15 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	55
Figura 6.16 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.	56
Figura 6.17 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.	57
Figura 6.18 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.	57
Figura 6.19 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	58
Figura 6.20 – Gráfico b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	59
Figura 6.21 – Gráfico b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.	59
Figura 7.1 – Convergência do problema para $N_{sd}=400\text{ kN}$ e $M_{sd}=2800\text{ kNcm}$.	67
Figura 7.2 – Convergência do problema para $N_{sd}=400\text{ kN}$ e $M_{sd}=5600\text{ kNcm}$.	68
Figura 7.3 – Convergência do problema para $N_{sd}=500\text{ kN}$ e $M_{sd}=5000\text{ kNcm}$.	68
Figura 7.4 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 1 cm).	73
Figura 7.5 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 2 cm).	73
Figura 7.6 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 3 cm).	74
Figura 7.7 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 1 cm).	77
Figura 7.8 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 2 cm).	77
Figura 7.9 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 3 cm).	78
Figura 7.10 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=500\text{ kN}$).	81

Figura 7.11 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).	82
Figura 7.12 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).	82
Figura 7.13 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).	83
Figura 7.14 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=500$ kN).....	83
Figura 7.15 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).....	84
Figura 7.16 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).....	84
Figura 7.17 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).....	85
Figura 7.18 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=500$ kN).....	85
Figura 7.19 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).....	86
Figura 7.20 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).....	86
Figura 7.21 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1– Faixas de variação das variáveis de projeto.....	49
Tabela 6.2– Comparativo 1.	60
Tabela 6.3 – Comparativo 2.	61
Tabela 7.1 – Problema 1 resolvido através de Programação Matemática.	64
Tabela 7.2 – Problema 2 resolvido através de Programação Matemática.	65
Tabela 7.3 – Problema 3 resolvido através de Programação Matemática.	65
Tabela 7.4 – Problema 4 resolvido através de Programação Matemática.	65
Tabela 7.5 – Problema 5 resolvido através de Programação Matemática.	66
Tabela 7.6 – Problema 6 resolvido através de Programação Matemática.	66
Tabela 7.7 – Problema 7 resolvido através de Programação Matemática.	66
Tabela 7.8 – Problema 1 resolvido através de Algoritmo Genético.....	69
Tabela 7.9 – Problema 2 resolvido através de Algoritmo Genético.....	70
Tabela 7.10 – Problema 3 resolvido através de Algoritmo Genético.....	70
Tabela 7.11 – Problema 4 resolvido através de Algoritmo Genético.....	70
Tabela 7.12 – Problema 5 resolvido através de Algoritmo Genético.....	71
Tabela 7.13 – Problema 6 resolvido através de Algoritmo Genético.....	71
Tabela 7.14 – Problema 7 resolvido através de Algoritmo Genético.....	71
Tabela 7.15 – Comparativo entre VIANNA (2003) e Programação Matemática (PM).	72
Tabela 7.16 – Comparativo com a literatura (Algoritmo Genético).....	76
Tabela 7.17 – Comparativo entre Programação Matemática e Algoritmo Genético..	80
Tabela 7.18 – Comparativo entre Programação Matemática e Algoritmo Genético..	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Abreviaturas:

- **AG:** Algoritmo Genético;
- **PM:** Programação Matemática;
- **ABNT:** Associação Brasileira de Normas Técnicas;
- **ELU:** Estado Limite Último;
- **ELS:** Estado Limite de Serviço.

Símbolos:

- A_{s1} : área de aço menos comprimida (ou tracionada);
- A_{s2} : área de aço comprimida;
- f_{yd} : tensão de escoamento do aço;
- f_{cd} : resistência à compressão de cálculo do concreto;
- ϵ_c : deformação do concreto;
- ϵ_{s1} : deformação do aço menos comprimido (ou tracionado);
- ϵ_{s2} : deformação do aço comprimido;
- ϵ_{yd} : deformação de escoamento do aço;
- $f(x)$: função objetivo;
- $g(x)$: restrição de desigualdade;
- $h(x)$: restrição de igualdade;
- **CG:** centro geométrico da peça;
- N_u : esforço normal resistente;
- x : posição da linha neutra;
- b : largura da seção transversal do pilar;
- h : altura da seção transversal do pilar;
- d : altura útil da seção transversal do pilar;
- M_u : momento fletor resistente;
- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto;
- f_{yk} : resistência característica à tração do aço;
- σ_1 : tensão no aço menos comprimido (ou tracionado);
- σ_2 : tensão no aço mais comprimido;
- e : excentricidade de aplicação da carga no pilar;

- E_s : módulo de elasticidade do aço;
- C_c : custo do concreto;
- C_s : custo do aço;
- C_f : custo da forma;
- N_{sd} : esforço normal solicitante;
- M_{sd} : momento fletor solicitante;
- **vs**: Versus;
- **2D**: 2 dimensões;
- **3D**: 3 dimensões;
- x_r : vetor com as variáveis de projeto;
- I_b : condições de contorno inferiores para cada variável de projeto.

1. INTRODUÇÃO

Na construção civil, nos últimos anos, tem-se observado a crescente demanda por redução de custos e prazos de execução das obras.

O crescente aumento populacional tem originado uma tendência na verticalização das construções nas cidades, onde as antigas casas estão sendo aos poucos substituídas por edifícios residenciais e comerciais, aumentando o coeficiente de aproveitamento do terreno. Desta forma, existe uma grande quantidade de concreto, aço e formas sendo empregados em construções feitas em concreto armado. Muitas vezes, o emprego destes materiais é feito de forma ineficiente, agregando um maior valor ao preço final do empreendimento, devido à não utilização de projetos mais refinados. Quanto maior for o prédio, maior será o custo final com relação aos gastos na confecção dos pilares, sendo de fundamental importância a sua otimização estrutural.

Os computadores modernos permitem a redução significativa do tempo de cálculo e o uso de processos numéricos mais refinados, baseados em modelos que possibilitam uma melhor representação do comportamento real da estrutura.

No dimensionamento tradicional de seções de concreto armado, são utilizados ábacos que foram desenvolvidos para condições já pré-estabelecidas. Desta maneira, caso se queira encontrar a solução mais econômica, há a necessidade de se realizar inúmeros cálculos na base da tentativa e erro, com diferentes configurações de seção. Contudo, muito dificilmente será encontrada a solução ótima do problema, sendo mais provável se dimensionar a seção com grande folga na armadura.

Neste contexto, a otimização estrutural auxilia o engenheiro projetista através da utilização de ferramentas numéricas e computacionais, na determinação da alternativa de melhor comportamento estrutural para uma determinada aplicação.

A junção de concreto e aço em uma estrutura de concreto armado traz uma série de benefícios, pois são elementos que apresentam um comportamento não-linear, devido à associação de ambos os materiais. Enquanto o concreto apresenta boa resistência à compressão e baixa resistência à tração (em torno de 10% da resistência à compressão), o aço possui boa resistência tanto à tração quanto à compressão. Porém, o aço é um material mais nobre, e o seu emprego sozinho traria um custo final para a estrutura que invalidaria a sua consolidação. Como o

concreto apresenta um custo menor, a associação dos dois materiais se torna uma das maiores invenções da engenharia de todos os tempos.

A otimização de peças estruturais tem sido estudada há décadas, existindo uma diversidade de trabalhos publicados neste sentido. No entanto, na maioria dos trabalhos, as formulações utilizadas no dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado são realizadas através de métodos aproximados, como o método do pilar padrão, da curvatura aproximada e da rigidez aproximada. A NBR 6118 (ABNT, 2007) apresenta as formulações básicas a serem utilizadas nestes processos aproximados para o dimensionamento à flexo-compressão normal, sendo necessária também a utilização de um ábaco complementar para a obtenção de parâmetros a serem utilizados em equações desenvolvidas.

A verificação estrutural que se propõe neste trabalho segue a metodologia completa, que consiste na obtenção dos momentos e esforços axiais internos – esforços resistentes – de uma seção transversal para dimensões e áreas de aço quaisquer do pilar. Estes esforços são determinados após o conhecimento da posição da linha neutra. A linha neutra, por sua vez, é determinada através de uma sequência iterativa, considerando-se o equilíbrio entre as forças normais resistentes com o nível da força normal solicitante.

Em função da posição da linha neutra, previamente calculada, definem-se os diagramas de deformação da seção e o domínio de trabalho da mesma. Desta forma, se torna possível o cálculo da força resistente do concreto e da deformação de cada barra de aço. De posse destes resultados, encontram-se as tensões nas armaduras, o momento e o esforço normal resistentes do pilar.

De forma geral, o modelo matemático do problema de otimização é composto por uma função objetivo que depende das variáveis de projeto arbitrariamente escolhidas, e é sujeita a restrições que garantam que todas as especificações exigidas pelo projetista sejam satisfeitas.

Foi desenvolvida a função objetivo que representa o custo linear do pilar, restrições de projeto que seguem normas regulamentadas e variáveis de projeto que representam as dimensões da seção transversal do pilar e as áreas de aço empregadas. O processo de otimização foi realizado através da utilização de Programação Matemática e Algoritmo Genético, a partir de tendências apresentadas por BASTOS (2004) e SILVA (2011).

Portanto, a finalidade deste trabalho foi o desenvolvimento da ferramenta de otimização, mais amigável, que demande um menor consumo de memória do computador e que possa ser utilizado facilmente por outros usuários. No presente trabalho, todo o problema de otimização foi implementado em ambiente computacional MATLAB®.

Os resultados obtidos mostram um melhor aproveitamento da capacidade resistente de pilares com relação à literatura comparada, proporcionando uma redução no custo final da estrutura.

Neste primeiro capítulo foi realizada uma introdução com a abordagem geral do assunto, destacando a relevância do desenvolvimento do trabalho, além de expor a justificativa e os objetivos buscados através da elaboração deste trabalho. Os demais capítulos foram organizados de forma a promover um maior conhecimento sobre o dimensionamento estrutural de pilares submetidos à flexo-compressão normal e a utilização de metodologias de otimização que permitam o desenvolvimento de um processo eficaz no dimensionamento ótimo de pilares.

No segundo capítulo encontra-se a revisão bibliográfica, etapa que aprofundou e expandiu os conhecimentos essenciais para nortear a realização de todas as etapas deste trabalho. Nesse capítulo, é apresentado o histórico do dimensionamento estrutural de diversas peças estruturais, sendo elas pilares, vigas e pórticos, além de metodologias de otimização estrutural, que auxiliaram na escolha dos dois métodos que foram utilizados neste trabalho: Programação Matemática e Algoritmo Genético.

No terceiro capítulo está apresentada a modelagem do problema de projeto ótimo através da demonstração de técnicas de otimização estrutural – Programação Matemática e Algoritmo Genético – que permitem desenvolver ferramentas numéricas para a determinação das melhores estruturas possíveis, para uma determinada aplicação na engenharia. O problema de otimização consiste na minimização do custo de fabricação de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, envolvendo os custos associados ao volume de concreto, à área de aço e às formas a serem utilizados na construção do pilar.

No quarto capítulo encontra-se a etapa de verificação do comportamento estrutural do pilar, cuja finalidade é apresentar o procedimento utilizado no processo de dimensionamento da armadura longitudinal de pilares submetidos à flexo-compressão normal. Inicialmente, são apresentados alguns conceitos necessários

ao desenvolvimento do projeto, que servem como base para a definição do modelo de verificação. Posteriormente, é definido um algoritmo iterativo para o cálculo das respostas mecânicas da estrutura, considerando-se as diversas situações de projeto que podem ocorrer em um processo iterativo de otimização estrutural.

No quinto capítulo é apresentado o detalhamento do modelo de otimização adotado através da definição das formulações referentes à função objetivo e às restrições do problema, no procedimento de dimensionamento ótimo.

No sexto capítulo é verificada a implementação computacional da metodologia proposta, sendo desenvolvidos módulos computacionais em linguagem de programação Matlab[®]. Dentre os módulos desenvolvidos estão o de verificação estrutural para a verificação da resistência de pilares de concreto armado, além dos módulos otimizadores, compostos por algoritmos de programação matemática e algoritmos genéticos. Complementarmente, foram desenvolvidas interfaces computacionais auxiliares que mostram os resultados obtidos no módulo de verificação estrutural em gráficos 2D e 3D, que correlacionam as dimensões da seção transversal com o domínio de trabalho do pilar e com as tensões atuantes nas armaduras.

No sétimo capítulo estão presentes os resultados obtidos na otimização estrutural por meio de Programação Matemática e Algoritmo Genético, sendo também comparados com a literatura. Também é apresentado um comparativo entre os dois módulos implementados, cuja finalidade foi identificar o algoritmo de otimização mais eficaz no dimensionamento ótimo de seções transversais de pilares de concreto armado.

No oitavo capítulo são apresentadas as conclusões dos resultados alcançados, analisando-os sob o ponto de vista da economia que a otimização estrutural representa. Foram realizados também comparativos com as informações obtidas através da literatura.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um problema de otimização estrutural constitui uma questão de minimização de uma função objetivo sujeita a restrições. Desta maneira, o projeto estrutural ótimo é obtido a partir de uma sequência iterativa de verificações, levando-se em consideração as inúmeras possibilidades de valores das variáveis de projeto dentro de um conjunto viável de soluções, condicionado às restrições de norma e de desempenho.

Os algoritmos utilizados para a solução de um problema de otimização podem ser basicamente determinísticos ou probabilísticos. Os métodos de otimização determinísticos, também denominados métodos clássicos, são em geral baseados nos cálculos de derivadas de primeira ordem ou no cálculo de derivadas parciais de segunda ordem. Enquanto isso, os métodos baseados nos algoritmos probabilísticos introduzem no processo de otimização, dados e parâmetros estocásticos, resolvendo o problema do ponto de vista probabilístico.

São exemplos de Algoritmos Clássicos de Programação Matemática (determinísticos) os métodos de Newton-Raphson, Quase-Newton, Lagrangiano, Pontos Interiores, Programação Quadrática Sequencial, dentre outros. Ultimamente, o método de Programação Quadrática Sequencial vem sendo utilizado com sucesso na resolução de problemas de engenharia, principalmente devido a sua simplicidade com relação a outros algoritmos, boa velocidade de convergência e abrangência na solução de diversos tipos de problemas. Por este motivo, esta técnica foi a adotada neste trabalho.

São exemplos de Algoritmos Probabilísticos os Algoritmos Genéticos, o de Colônia de Formigas e o de Enxame de Abelhas.

O algoritmo de otimização por Colônia de Formigas segue o padrão de funcionamento semelhante ao comportamento de uma colônia de formigas em busca de alimento. As formigas definem gradualmente o caminho mais curto que as leva até a comida desejada. A escolha do caminho ótimo é influenciada pela intensidade do cheiro deixado pelas formigas que ali passaram anteriormente. Já o algoritmo do Enxame de Abelhas é baseado no comportamento das abelhas, também em busca de alimento, que usualmente se espalham em um raio de 10 km para que seja explorado um maior número de fontes de comida.

Já os Algoritmos Genéticos são considerados algoritmos evolucionistas, que se baseiam, de forma simplificada, no modelo de reprodução existente na natureza como modelo de evolução. A seleção natural proposta por Darwin é um processo pelo qual características hereditárias que contribuem para a sobrevivência e a reprodução das espécies se tornam mais comuns em uma população, enquanto que características prejudiciais tornam-se mais raras. Isto acontece devido ao fato de indivíduos com características vantajosas terem mais sucesso na reprodução, de modo que mais indivíduos na próxima geração herdem estas características. Este tipo de algoritmo tem mostrado resultados satisfatórios no que diz respeito à otimização de problemas de engenharia e, por este motivo, esta técnica foi adotada neste trabalho.

Existem diversos trabalhos publicados na literatura que buscam o dimensionamento ótimo de estruturas de concreto armado, onde os cálculos são desenvolvidos utilizando-se diversas técnicas de otimização, cujo objetivo é minimizar os custos dos materiais empregados na confecção dos elementos estruturais, atendendo a restrições baseadas em normas de cálculo e aos critérios de resistência.

A seguir, são apresentados diversos trabalhos já desenvolvidos, procurando-se descrever, de forma sucinta, as características da verificação e do problema de otimização, assim como a formulação empregada, os objetivos a serem alcançados e os resultados obtidos.

ARAÚJO (1984) propôs o dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado, submetidos a diversos tipos de carregamentos, baseado em uma análise das deformações dos mesmos, através de metodologias simplificadas dispostas em norma vigente. Foram apresentados três algoritmos numéricos para a obtenção das relações momento fletor vs esforço normal vs curvatura de uma seção arbitrária de concreto armado, sob flexo-compressão normal. Incluem-se as deformações específicas de fluência e retração do concreto na verificação, através de uma alteração nas referidas relações.

Foram apresentados alguns critérios normativos, relativos ao dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado e uma comparação entre si e com o algoritmo numérico desenvolvido. Diversas tabelas foram desenvolvidas para o dimensionamento de pilares esbeltos com seção transversal retangular e armadura simétrica.

Com relação à verificação estrutural, observou-se a eficiência e precisão do algoritmo de aproximações sucessivas. Este algoritmo é especialmente indicado para pilares isostáticos e fornece uma solução realística do problema. Para o cálculo das curvaturas do eixo do pilar, necessárias para a avaliação dos deslocamentos, pode-se utilizar o algoritmo com rigidez tangente, que se mostrou bem eficiente do ponto de vista do tempo de processamento. O algoritmo desenvolvido para pilares tem como principal atrativo o fato de se poder analisar a estrutura hiperestática sem a utilização dos tradicionais métodos matriciais, os quais requerem uma considerável disponibilidade de memória computacional, além de difícil programação para a época em que foi desenvolvida a pesquisa.

Em se tratando de dimensionamento, verificou-se a grande dificuldade na inclusão simultânea das duas não-linearidades, física e geométrica. Isto só poderia ser realizado através de vários dimensionamentos sucessivos, através de uma análise global da estabilidade do pilar. É um processo trabalhoso e que somente se torna viável com a utilização de um computador. Em função disto, foram admitidos processos simplificados, os quais têm precisão constatada para casos particulares de geometria e carregamento. Observa-se que este trabalho foi limitado pela época em que foi elaborado, com dificuldades na implementação de métodos automatizados e eficientes.

HARIDAS E RULE (1997) utilizaram um algoritmo de penalidade interna modificado através de Programação Matemática para a otimização de vigas de concreto armado submetidas a diferentes casos de carregamentos múltiplos independentes. Esse algoritmo foi proposto com a finalidade de testar diferentes tipos de carregamentos que ocorrerão na estrutura durante toda a sua vida útil. Esta técnica foi elaborada através da utilização de um algoritmo modificado de penalidade na função objetivo. É criado um vetor “pseudo-restrições” que transforma os carregamentos múltiplos em carregamentos simples equivalentes.

O problema equivalente pode ser resolvido utilizando qualquer técnica de programação matemática conveniente, e o processo de otimização no início de cada novo dimensionamento não é iniciado até que o vetor das pseudo-restrições tenha sido avaliado. Isto implica na obrigatoriedade da estrutura ter que ser analisada para todos os casos de carga, toda vez que o vetor de restrições tiver que ser calculado, porque contém informações de todas as condições de carregamento. O esquema prático pode ser feito através de diversos métodos, sendo adotado neste trabalho o

método da penalidade na função objetivo, por apresentar um comportamento mais satisfatório neste tipo de problema. Este método de penalidade transforma um problema de otimização com restrições em um problema sem restrições, onde os resultados insatisfatórios são eliminados por terem o seu custo final aumentado e, portanto, invalidado no problema de minimização.

O algoritmo foi implementado em linguagem de programação C++ e foi validado através do sucesso obtido na otimização de uma viga em concreto armado, que tinha como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e a área de aço. Foram adicionados diversos carregamentos e, através de comparações com resultados da literatura, observou-se que o método atingiu resultados satisfatórios e com um aceitável tempo de processamento do programa.

RAFIQ E SOUTHCOMBE (1998) introduziram uma abordagem ao dimensionamento e detalhamento automático de pilares de concreto armado utilizando-se algoritmos genéticos, cuja finalidade foi determinar as dimensões da seção transversal e as áreas de aço ideais que satisfaçam às solicitações de projeto, com mínimo custo.

A solução é obtida através de equações de equilíbrio que exigem um processo iterativo que determina a posição da linha neutra e as tensões no aço, calculando-se o momento resistente, que posteriormente é comparado com o solicitante, de projeto. O processo iterativo segue até que se tenha uma convergência aceitável.

Para a solução deste problema via Algoritmo Genético a representação de dados adotada foi a binária, para variáveis discretas. O tamanho da população foi de 50 indivíduos e o critério de parada adotado foi atingir 50 gerações. Ao detalhar os arranjos de barras de aço na seção transversal do pilar, são seguidos os requisitos básicos do padrão britânico (BS 8110:1985), para garantir que tanto o estado limite último (ELU) quanto a facilidade de construção do pilar sejam satisfeitos.

As normas britânicas adotam uma série de simplificações para facilitar o dimensionamento e detalhamento de pilares de concreto armado, através do apoio de gráficos e tabelas. Esta abordagem simplificada é mais adequada para pequenas seções transversais com barras de aço situadas nos quatro cantos da seção. Para os demais casos, a utilização desta metodologia não é válida.

Dentre as vantagens do procedimento descrito estão a redução no código de programação necessário para a resolução do problema, o programa produzido é

simples e pode ser compreendido e modificado facilmente, além de ter apresentado bons resultados, levando à economia de armadura de até 18%, se comparado com o dimensionamento manual.

SILVA (2001) constatou que, dentre os diversos processos de otimização, os Algoritmos Genéticos (AGs) tem se mostrado extremamente eficazes na resolução de problemas de engenharia estrutural, pois se adaptam bem a problemas com variáveis discretas, funções objetivo complicadas, e restrições diversas. Foi constatado também que, pelas suas características de robustez, flexibilidade e relativa facilidade de implementação, os AGs irão ganhar maior atenção com o decorrer do tempo, principalmente pela rápida evolução dos computadores que tornarão suas aplicações cada vez mais viáveis e engenhosas. Foi observado também que a otimização de estruturas é variável no tempo, pois a estrutura mais econômica hoje não é necessariamente a mesma em outro momento, pela variação nos preços dos materiais empregados e nas normas vigentes.

Foram utilizados algoritmos genéticos e de programação matemática para a otimização de pórticos (vigas e pilares) em concreto armado. A função objetivo visou reduzir o custo dos elementos estruturais na minimização dos gastos com concreto, aço, formas e mão de obra. As variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal e a área de aço empregada, sendo as restrições consideradas de acordo com normas de concreto armado vigentes.

Para a validação do problema proposto, foram feitas algumas aplicações. Através delas, concluiu-se que a estratégia de enumerar todos os indivíduos da população que já satisfaziam a certo número de restrições não foi eficaz, pois pode resultar em funções objetivo extremamente descontínuas e com diversos pontos de mínimo local, o que dificultaria bastante a pesquisa do ponto extremo da função objetivo pelo AG. A estratégia de penalização dos indivíduos não aptos mostrou-se mais eficiente do que a eliminação dos indivíduos da população. Outra vantagem do processo de penalização consistiu na facilidade em ser acoplado aos AGs, somando-se diretamente à função objetivo, não influenciando nas etapas de verificação das seções transversais.

Nos exemplos de otimização de pórticos de concreto, constatou-se que os AGs são bastante eficientes na busca de soluções, mesmo para problemas complexos. Embora tenha sido realizada a otimização de estruturas de concreto a partir de uma análise linear, observou-se uma economia de 22,7% em relação ao

resultado obtido através do programa comercial EBERICK[®], mostrando o quão promissor é o método.

VIANNA (2003) propôs a automatização do cálculo de pré-dimensionamento de edifícios em concreto armado, mediante a minimização dos custos da seção transversal de pilares e vigas, através da aplicação a pórticos. Uma rotina foi aplicada a um programa de cálculo de esforços para pórticos planos. O processo foi repetido até que não houvesse mais redistribuição significativa dos esforços. Uma vez atingida esta situação, considerou-se que a estrutura como um todo se encontrava próxima da configuração ótima, utilizando método de aproximações combinadas.

Na função objetivo utilizada no modelo de otimização, foram considerados os custos referentes ao concreto, ao aço e às formas. As variáveis de projeto foram a largura e a altura da seção transversal, a área de aço longitudinal e a posição da linha neutra. Foram utilizados métodos de aproximações combinadas.

Para os pilares, as restrições laterais adotadas foram a garantia da seção totalmente comprimida e as limitações de ordem prática das dimensões da seção transversal e da taxa de armadura. Foi constatado que, quando não atuam restrições sobre o processo de otimização, as seções ótimas encontradas tendem a se manter com uma taxa de armadura próxima à taxa mínima permitida pela norma. Este fato se explica pela configuração das seções adotadas na prática e pelo domínio de trabalho destas seções. O fato de se trabalhar com a seção de concreto totalmente comprimida, situação onde este material é mais eficiente, e com disposição de armaduras simétricas, fez com que os esforços fossem mais bem combatidos através da utilização de uma seção com maior área de concreto.

Foi realizada também a comparação entre diferentes configurações de distribuição de armadura para atender às prescrições das normas, e verificou-se que quanto mais camadas de armadura são colocadas na seção, mais elevado será o custo da mesma, como já era de se esperar. Uma vez definidas as seções transversais de todos os elementos previstos para serem otimizados, o programa foi realimentado com as características geométricas e os carregamentos finais da estrutura, assim como os esforços finais existentes em todos os elementos e as reações de apoio.

BASTOS (2004) desenvolveu um programa para o dimensionamento ótimo de seções retangulares de concreto armado submetidas a esforços de flexo-

compressão oblíqua, utilizando algoritmos genéticos. A escolha deste tipo de algoritmo de otimização se deve ao fato da crescente popularidade e conseqüente empregabilidade deste método, que está atribuída à facilidade de aplicação e à robustez quanto à questão de otimização de funções, principalmente em problemas mais complexos, nos quais muitos métodos clássicos de programação matemática falham ou requerem que o problema em análise sofra certo grau de simplificação. Dentre as vantagens do método constatadas estão o fato de não requererem que a função objetivo seja contínua ou diferenciável, trabalham adequadamente tanto com parâmetros contínuos como discretos, não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema, não há restrição quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução, realizam buscas simultâneas no espaço de possíveis soluções através de uma população de indivíduos, otimizam um grande número de variáveis, são de fácil implementação computacional, entre outras vantagens, fatos que também haviam sido constatados anteriormente por SILVA (2001).

Apesar das inúmeras vantagens apresentadas com relação aos métodos clássicos, os algoritmos genéticos têm uma grande desvantagem, no que diz respeito ao tempo de processamento. A programação em algoritmo genético tem um custo elevado com relação ao tempo despendido, principalmente na questão da avaliação dos indivíduos pela função objetivo, chegando por diversas vezes a serem “caros” computacionalmente, processo este que irá melhorar com o passar do tempo, acompanhando o desenvolvimento dos computadores.

Neste processo de otimização, as variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal e a área de aço empregada, e as restrições seguiram os critérios definidos pelas normas vigentes.

A fim de comprovar a eficiência da técnica utilizada no dimensionamento ótimo, alguns exemplos foram analisados e os resultados obtidos foram comparados com os encontrados por outros autores através de técnicas de otimização, assim como o método de dimensionamento convencional. Também foi realizado um estudo de sensibilidade dos custos dos materiais, a fim de avaliar o impacto no custo final da solução ótima.

Com base nos resultados obtidos, constatou-se que o dimensionamento tradicional com o emprego de ábacos de iteração não é indicado quando o objetivo é de encontrar a solução mais econômica, uma vez que este processo só obtém a

solução ótima eventualmente. Através do dimensionamento ótimo, o processo de tentativa e erro é eliminado na obtenção da solução ótima, de menor custo.

Com base nos exemplos comparativos realizados com outros trabalhos que utilizaram diferentes técnicas de otimização, ficaram comprovadas a robustez e a eficiência dos algoritmos genéticos, principalmente na questão do tratamento das restrições, onde foi utilizada a técnica da função de penalização. No estudo de sensibilidade dos preços de materiais, chegou-se à conclusão de que o custo ótimo da seção é mais influenciado pela variação do preço da forma, neste caso específico.

A técnica dos algoritmos genéticos se mostrou bastante eficiente na aplicação do dimensionamento ótimo desenvolvido neste trabalho, uma vez que foi possível integrar um cálculo de análise não-linear, inclusive para concretos de alta resistência, e a consideração de um detalhamento prático da seção. O emprego deste processo de otimização também é bastante vantajoso, já que se trata de uma técnica cujo embasamento teórico e matemático já estão bastante desenvolvidos e com sua validade comprovada. Se comparado com outras técnicas de otimização, o algoritmo genético apresenta uma grande desvantagem com relação ao tempo de processamento, uma vez que há a necessidade de se processar um elevado número de avaliações das possíveis soluções do problema. Entretanto, apesar do grande número de análises comparativas a serem realizadas e do tempo de processamento ser elevado, o algoritmo genético mostrou-se extremamente robusto e eficaz na busca de soluções ótimas.

SMANIOTTO (2005) estudou os procedimentos utilizados no dimensionamento e detalhamento automático de pilares individuais de concreto armado, submetidos à flexo-compressão normal. Foram estudados pilares retangulares com armaduras distribuídas de forma simétrica ao longo das faces, para várias combinações de carregamento. O procedimento utilizado no programa consistiu em calcular a bitola necessária para resistir aos esforços aplicados, sendo que as dimensões da seção transversal e o arranjo das armaduras eram previamente definidos. O programa também tinha a opção de busca pela melhor solução, porém, sendo testadas apenas as combinações de arranjo de armadura possíveis para a seção dada. As restrições utilizadas seguiram os critérios adotados pela NBR 6118 (ABNT, 2003). Para isto, foi desenvolvido um programa no *Visual Basic 6.0*, denominado PDOP (Programa para Dimensionamento Ótimo de Pilares),

que busca a solução ótima através de interpolação linear. Foi escolhido o *Visual Basic* por possibilitar a criação de aplicativos usando uma linguagem de programação compreensível e fácil de escrever. A linguagem *Basic* é muito parecida com um algoritmo escrito em inglês, onde os comandos são simples e diretos.

Foram apresentadas todas as etapas de dimensionamento que vêm depois da obtenção dos esforços solicitantes em cada lance de pilar de uma estrutura, incluindo: cálculo de carregamentos, cálculo das excentricidades, verificação da resistência e detalhamento das armaduras longitudinais e estribos. Foram desenvolvidas também ferramentas gráficas de visualização dos resultados através da construção de diagramas bi e tridimensionais de esforços vs número de iterações, com o objetivo de realizar estudos comparando o tempo de processamento e a precisão dos resultados no processo de dimensionamento.

As principais vantagens encontradas foram: com a utilização do PDOP, o projetista pode obter a solução “ótima” da armadura automaticamente ou interagindo com o computador de maneira simples e rápida, é possível testar todos os arranjos de armadura possíveis para um pilar retangular com as dimensões previamente fixadas, apresenta resultados em forma gráfica que facilitam a compreensão dos resultados, entre outras vantagens.

Porém, existe uma grande desvantagem, pelo fato de não serem otimizadas as dimensões da seção transversal. Neste quesito, pesquisas realizadas por outros autores saem em vantagem, visto que existe a preponderância de compensação de gastos com concreto, aço e formas.

RODRIGUES (2005) propôs uma formulação para o projeto ótimo de pilares de edifícios altos de concreto armado utilizando como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal, a armadura longitudinal dos pilares e a resistência característica do concreto. A função objetivo do problema de otimização foi o custo total das colunas do edifício, sendo estes modelados como pórticos espaciais, e a não-linearidade geométrica foi considerada na análise estrutural. Cargas permanentes, acidentais e devidas ao vento foram aplicadas ao modelo, e as restrições relativas ao Estado Limite Último (ELU) e ao Estado Limite de Serviço (ELS), bem como as restrições referentes aos limites máximos e mínimos atribuídos a cada variável de projeto, foram impostas ao problema de otimização.

O problema de otimização proposto foi resolvido empregando-se técnicas de programação matemática. Constatou-se que o projeto ótimo de edifícios altos em

concreto armado pode levar a estruturas muito flexíveis, mesmo que o deslocamento horizontal no topo do edifício atenda aos limites estabelecidos em normas vigentes, apresentando elevados efeitos de segunda ordem. Observou-se também que a utilização de modelos de análise mais precisos para se levar em conta a não linearidade geométrica mostrou-se necessária, não apenas com a finalidade de melhorar a qualidade da análise dentro do processo ótimo, mas também para buscar soluções além dos limites impostos ao modelo simplificado de análise. Os pilares retangulares, na solução ótima, apresentaram uma tendência de assumir, em alguns casos, as dimensões da seção transversal, largura e altura, muito próximas.

Em função do elevado custo do aço em relação ao concreto, os pilares, na solução ótima, tenderam a apresentar baixas taxas de armadura. A taxa máxima observada foi de 2,008%, enquanto a taxa média de armadura manteve-se entre 0,494% e 0,563%. Outra observação foi que a solução ótima mostrou-se pouco sensível a variações no preço do concreto. Variações de 20% no valor de venda do concreto pouco alteraram as dimensões das seções transversais dos pilares na solução ótima.

O modelo implementado mostrou-se capaz de auxiliar um projetista na tomada de decisões, na busca por projetos mais eficientes e econômicos, permitindo explorar de forma mais consistente e rápida as plantas de forma idealizadas pelo projetista.

BANDEIRA et al. (2006) apresentaram uma proposta de dimensionamento de elementos estruturais de vigas e pilares em concreto armado, utilizando o método do Lagrangiano Aumentado. Todas as imposições da NBR 6118 (ABNT, 2003) concernentes ao ELU e ao ELS foram atendidas, uma vez que estas foram as restrições da equação de equilíbrio a ser otimizada. Caso o pré-dimensionamento não fosse atendido era realizada uma alteração no projeto, como por exemplo, o aumento das dimensões da seção transversal. Em seguida, o procedimento de cálculo era refeito. A função objetivo minimiza o custo de concreto, aço, forma e mão de obra, e as variáveis de projeto são compostas pela área da seção transversal e pela área de aço, sendo as restrições referentes às limitações impostas pela norma vigente de estruturas de concreto armado.

Apesar da filosofia de dimensionamento não diferir daquela utilizada tradicionalmente para o concreto armado, algumas adaptações foram feitas de modo a atender às condições de Kuhn-Tucker, necessárias para a utilização das técnicas

de otimização. Foi apresentada a formulação para o dimensionamento das peças de concreto armado através do método simplificado para flexo-compressão normal, que atende também às situações de compressão centrada.

Pôde-se concluir que o método do Lagrangiano Aumentado foi eficiente, uma vez que ele já calcula e verifica todas as restrições do sistema, gerando assim o melhor resultado. Este fato acaba com a necessidade de uma série de iterações para a busca do melhor resultado.

CHAVES e EL DEBS (2008) desenvolveram uma formulação para a minimização do custo da seção transversal retangular de pilares de concreto armado para a obtenção do mínimo custo, além da determinação do índice de confiabilidade desta estrutura para um estado limite.

Incertezas são inevitáveis no projeto estrutural, pois há variações tanto nos carregamentos quanto na capacidade resistente e na rigidez da estrutura. Portanto, os autores previram a inclusão de métodos e conceitos para a avaliação de sua importância no desempenho e no projeto do sistema. Com esta consideração, os princípios de probabilidade, estatística e teoria da decisão oferecem a base matemática para a modelagem da incerteza e análise dos seus efeitos no projeto.

Com isso, o esquema do projeto estrutural está melhorado no que se refere à introdução de novos modelos nas normas. Deste modo, modelos de cálculo que se baseavam em hipóteses bastante simplificadoras estão sendo substituídos por modelos que consideram as variabilidades dos parâmetros estruturais e das solicitações, conseqüentemente, obtendo-se uma avaliação mais confiável e realista da capacidade última da estrutura.

Atualmente, busca-se a minimização dos custos para uma estrutura que satisfaça a princípios de segurança, com respeito aos estados limites de ruptura e de utilização, e as imposições de normas técnicas. Entretanto, em estruturas que atendem aos requisitos básicos de segurança, dificilmente o grau de economia é verificado. Assim, através de técnicas de otimização matemática e de conceitos estatísticos, um programa computacional foi desenvolvido para a determinação da seção transversal de pilares de concreto armado de forma a terem custo mínimo, além do cálculo da confiabilidade desta estrutura para um estado limite.

As variáveis a serem otimizadas são as dimensões da seção transversal do pilar, as áreas de aço e a posição da linha neutra. Apesar da posição da linha neutra não estar relacionada diretamente na função objetivo como variável a ser otimizada,

esta é necessária para o equilíbrio da seção, sendo por isso inclusa como variável de projeto. A função objetivo é a de menor custo por metro linear de pilar, levando-se em consideração os gastos com concreto, aço, formas e mão-de-obra para a execução do pilar. As restrições englobam as limitações impostas por normas.

Na implementação deste trabalho, observou-se que os valores das variáveis de projeto adotadas como dados de entrada da estrutura têm pouco significado na seção ótima dos elementos estruturais. O fato de se aplicar um valor inicial muito diferente da realidade pode ser prejudicial apenas na velocidade de convergência do programa, pois irão ocorrer grandes variações ao longo das primeiras iterações, de forma a provocar uma grande redistribuição de esforços, fazendo com que sejam necessárias mais iterações a fim de se chegar à seção otimizada.

Uma vez que as perturbações provocadas pelas grandes variações das dimensões se dissipem, a estrutura tende a convergir rapidamente para os valores ótimos. Devido a estas variações, é recomendável que se defina um número máximo de iterações compatível com as incertezas quanto à proximidade dos dados de entrada em relação aos valores ótimos da estrutura.

Uma das vantagens é a possibilidade em o modelo poder quantificar a confiabilidade de estruturas no ELU e no ELS, garantindo assim uma probabilidade de falha pré-definida. Outro aspecto importante é com relação ao modelo mecânico, onde as condições de equilíbrio e de compatibilidade geométrica devem ser satisfeitas junto com os modelos adotados para descrever o comportamento dos materiais. O modelo mecânico deve ser escolhido de tal forma que represente o mais fielmente possível o comportamento real da estrutura.

Por outro lado, o modelo de confiabilidade deve ser escolhido para estimar precisamente probabilidades de falha, levando-se em consideração o aspecto computacional que pode restringir a sua aplicabilidade. Além de estimar a confiabilidade das estruturas, verificou-se que os métodos adotados também podem ser utilizados para otimizar a estrutura, garantindo um mínimo de segurança.

O Método de Superfícies de Respostas conduz a excelentes resultados, com rápida convergência e consistência. No entanto, este método tem as suas desvantagens, onde a principal delas é a extrema dependência do plano de experiência adotado para o desenvolvimento. Outra desvantagem para o engenheiro projetista é a exigência do emprego de conhecimentos matemáticos mais complexos.

LEE et al. (2009) desenvolveram um método geral para a determinação da distribuição de barras de aço em seções retangulares de pilares de concreto armado, sujeitas a múltiplas combinações de carregamentos. O dimensionamento é formulado a partir de um problema de otimização não linear com restrições e é resolvido tanto matematicamente quanto graficamente. O procedimento segue as disposições do código ACI 318, que proporciona uma abordagem simplificada para a determinação das dimensões da seção transversal e áreas de aço ideais, sujeitas a múltiplos carregamentos.

A formulação matemática determina o dimensionamento ótimo a partir da verificação de variáveis de projeto avaliadas na equação que representa a função objetivo, de minimização de custo do pilar. Esta função objetivo está sujeita a restrições de igualdade e de desigualdade.

O problema foi formulado através da utilização de Programação Matemática em ambiente computacional Matlab[®]. É utilizada a regra de Kuhn-Tucker para garantir a otimalidade, e o processo é encerrado quando a tolerância especificada é respeitada.

Através desta pesquisa, observou-se que as soluções ótimas geralmente não coincidem com armaduras simétricas e que, através dos diagramas de dimensionamento, o projetista consegue controlar explicitamente o modo de ruptura da seção.

SILVA (2011) propôs uma metodologia para o dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seções T, submetidas à flexão simples. Foi apresentada uma comparação dos resultados obtidos utilizando Algoritmos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, visando à identificação da técnica numericamente mais eficiente e que proporcione uma maior economia. As variáveis de projeto utilizadas foram as dimensões da seção transversal e as áreas das armaduras nas zonas de tração e de compressão da viga. As restrições utilizadas foram referentes à capacidade resistente da viga e ao seu funcionamento no Domínio 3, considerando a posição ótima da linha neutra e as condições de ruptura de acordo com os materiais empregados. Foram adotadas também restrições geométricas sobre as variáveis de projeto decorrentes da NBR 6118 (ABNT, 2007).

Adicionalmente, foi proposta uma metodologia para a verificação estrutural da seção baseada no ELU, o que tornou possível o cálculo da posição da linha neutra, das tensões nas armaduras de tração e de compressão e do momento

resistente do concreto no custo de fabricação da viga. Os resultados mostraram a grande vantagem na utilização de ferramentas de otimização estrutural no projeto de vigas de concreto armado, uma vez que houve uma economia significativa no custo de fabricação da viga, quando comparado aos valores obtidos através do dimensionamento convencional, atendendo a todas as restrições impostas ao problema. Além disto, os programas desenvolvidos foram amigáveis e de fácil compreensão, e os limites de projeto podem ser facilmente modificados pelo usuário.

A cada iteração, as dimensões da seção transversal da viga são melhoradas e os programas são capazes de fornecer as dimensões ótimas da seção e o custo ótimo de fabricação da viga para um momento solicitante qualquer fornecido pelo usuário.

Observou-se que os resultados alcançados com o emprego da Programação Quadrática Sequencial foram bastante sensíveis à configuração inicial e às restrições geométricas impostas ao modelo de otimização. Acredita-se que isto ocorra devido ao fato de que o problema tenha inúmeros mínimos locais que satisfaçam plenamente ao modelo de otimização proposto neste trabalho.

No dimensionamento utilizando Programação Matemática, como previsto, a área de aço comprimida assumiu o valor mínimo em todos os casos, por ser a solução mais econômica. Já no dimensionamento utilizando Algoritmo Genético, houve um aumento na armadura de compressão para que a seção saísse do domínio 4 de deformação para o domínio 3 (domínio mais eficiente), o que contribuiu para um custo mais elevado da seção.

Analisando a influência da resistência do concreto no custo de fabricação da viga, comprovou-se a inviabilidade em aumentar a resistência do concreto no intuito de reduzir o custo de fabricação da viga. Foi verificado que, para maiores valores de f_{ck} , os custos de fabricação também são maiores.

Concluiu-se também que o algoritmo de otimização mais eficiente para o dimensionamento ótimo de vigas armadas é o da Programação Matemática, visto que os custos alcançados foram relativamente menores que os obtidos por meio de Algoritmos Genéticos, além de ter apresentado um esforço computacional muito menor do que o AG.

O presente projeto foi traçado a partir da pesquisa bibliográfica realizada, cuja ideia geral foi a de propor o dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado, conforme foi realizado por ARAÚJO (1984), HARIDAS e RULE (1997),

RAFIQ E SOUTHCORBE (1998), SILVA (2001), VIANNA (2003), BASTOS (2004), SMANIOTTO (2005), BANDEIRA et al. (2006), CHAVES e EL DEBS (2008), e LEE et al. (2009), cada um com suas particularidades e aplicações. Eles realizaram a verificação estrutural seguindo os procedimentos descritos em normas vigentes. Vale ressaltar que ARAÚJO (1984) constatou que a metodologia desenvolvida por ele na época foi simplificada e bem limitada, devido às dificuldades em acesso a meios computacionais, fato que foi sendo melhorado com o passar dos anos.

A utilização de Programação Matemática e Algoritmo Genético foi estabelecida através da observação do sucesso na aplicação destas técnicas em outros trabalhos. Porém, SILVA (2001), BASTOS (2004) e SILVA (2011) constataram que, apesar das inúmeras vantagens na aplicação de AGs, este método apresenta uma grande desvantagem no que diz respeito ao tempo de processamento. Portanto, uma das finalidades foi desenvolver um novo modelo de otimização, mais amigável, que possa ser utilizado facilmente por outros usuários.

No próximo capítulo é apresentada a modelagem do problema de projeto ótimo através da demonstração de técnicas de otimização estrutural – Programação Matemática e Algoritmo Genético – que permitem desenvolver ferramentas numéricas para a determinação das melhores estruturas possíveis, para uma determinada aplicação na engenharia.

3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO

As técnicas de otimização estrutural permitem desenvolver ferramentas numéricas para a determinação das melhores estruturas possíveis, para uma determinada aplicação na engenharia. O desejo de se obter o projeto ideal, considerando-se aspectos relacionados ao consumo dos materiais, desempenho ou eficiência, sempre foi um dos principais objetivos da engenharia estrutural. Tarefa esta tornada cada vez mais difícil frente aos projetos atuais, com estruturas cada vez mais esbeltas e complexas, onde apenas a experiência e o bom senso do projetista já não permitem mais alcançá-la.

O problema de otimização proposto neste trabalho consiste na minimização do custo de fabricação de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, envolvendo os custos associados ao volume de concreto, à área de aço e às formas a serem utilizados na construção do pilar.

Nesta busca por um custo mínimo o projetista procura, frequentemente, apenas ajustar as dimensões dos elementos estruturais, de modo a garantir o atendimento aos estados limites, sem considerar o quanto poderia ser melhorada a configuração final. Tal conduta se deve quase que exclusivamente às limitações impostas pelo processo de dimensionamento tradicional, pois a busca do projeto ótimo à base de tentativa e erro, mesmo partindo de um modelo estrutural pré-estabelecido, é certamente uma tarefa inviável.

Com o objetivo de transpor as barreiras impostas pelo processo de projeto tradicional na busca pelo projeto ótimo, as técnicas de otimização mostram-se como ferramentas extremamente valiosas. São colocadas à disposição do projetista estrutural com o objetivo de suprir as suas naturais limitações, inerentes aos projetos estruturais, frente a modelos cada vez mais complexos.

De forma geral, o problema de minimização de uma determinada função objetivo sujeita a restrições é dada por:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x); \\ &\text{sujeito a } g_i(x) \leq 0; i=1, \dots, m \quad \text{e} \\ & \quad h_j(x) = 0; j=1, \dots, p \end{aligned} \tag{1}$$

onde x representa o vetor de variáveis, reais ou discretas, sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), $f(x)$ representa a função objetivo, adotada como medida quantitativa do desempenho do sistema analisado, $g(x)$ são as restrições de desigualdade e $h(x)$ são as de igualdade. Estas são funções não necessariamente lineares. A região viável do problema é definida através das configurações que atendam às restrições de igualdade e de desigualdade.

A Figura 3.1 apresenta o esquema geral de otimização utilizado no presente trabalho.



Figura 3.1 – Esquema de otimização estrutural.

Inicia-se com uma configuração inicial (x^k) que é melhorada (x^{k+1}) por meio de um processo iterativo. No módulo de verificação estrutural, a cada iteração são calculadas as respostas mecânicas da estrutura associadas à configuração corrente. No módulo de otimização, a cada iteração, são propostas novas configurações (x^{k+1}) que visam à redução do valor da função objetivo, respeitando-se as restrições impostas ao modelo. O processo é repetido até que a tolerância admitida seja satisfeita tanto para o valor da posição da linha neutra x quanto para o valor da função objetivo $f(x)$. Esta tolerância foi fixada no programa através de uma ordem de grandeza igual a 10^{-8} .

Os métodos clássicos de programação matemática são geralmente baseados em estratégias que visam ao decréscimo da função objetivo e o atendimento às restrições de projeto. Nestas, a partir de uma solução inicial, denominada solução básica, e com base no cálculo de derivadas para indicar a

direção na qual se deve caminhar, uma nova solução é gerada. O processo é então repetido até que nenhuma melhora seja verificada no valor da função objetivo.

São algoritmos considerados rápidos e eficientes. Porém, a solução encontrada é extremamente dependente do ponto inicial de partida, podendo conduzir à obtenção de uma melhor solução nas vizinhanças da solução inicial, não necessariamente obtendo a solução ótima global. A estratégia usual para melhorar a solução obtida consiste na análise do problema a partir de diversas soluções iniciais. Adicionalmente, estes métodos têm dificuldade em analisar problemas quando estes envolvem variáveis discretas.

Os métodos probabilísticos são classificados como métodos de ordem zero, por não empregarem o cálculo de derivadas, mas sim atuarem diretamente na busca de soluções no espaço viável. Além disso, estes métodos trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos como discretos, ou ainda com uma combinação deles.

Os métodos probabilísticos não se estabilizam tão facilmente a extremos locais, uma vez que a busca é realizada dentro de toda a região viável disponível, sendo, por esta razão, considerados algoritmos de otimização globais. Estes métodos, entretanto, exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo e das restrições, sendo considerados métodos computacionalmente caros, caso a avaliação da função objetivo e das restrições demandem um tempo computacional considerável.

Existem diversos tipos de algoritmos, cada um com suas particularidades, de modo que a definição de um único algoritmo universal de otimização seria totalmente impossível. Cada problema possui características próprias que devem ser analisadas para uma boa escolha do algoritmo ou método adequado.

Neste trabalho, são apresentadas contribuições relativas à modelagem do problema de otimização e ao módulo de verificação estrutural para o problema em questão.

3.1. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

As técnicas de otimização estrutural permitem desenvolver ferramentas numéricas para a determinação das melhores estruturas possíveis, para uma determinada aplicação na engenharia. Os algoritmos de programação não-linear podem não ter solução em um número finito de passos, mas espera-se que a sequência gerada convirja para um mínimo local. Portanto, um problema adicional no processo de otimização ocorre quando a função objetivo e as restrições são funções não-lineares do vetor de variáveis de projeto.

Nos métodos de programação não-linear, é construída uma sequência de soluções aproximadas x^k , convergentes à solução ótima a partir de um ponto inicial x^0 . As variáveis de projeto são atualizadas através da regra de recorrência:

$$x^{k+1} = x^k + td^k \quad (2)$$

onde d^k é uma direção de busca e t , um escalar positivo, calculados convenientemente visando a um decréscimo da função objetivo e à viabilidade das restrições.

Assim, os algoritmos podem ser divididos em duas etapas principais: a primeira etapa é a determinação da direção de busca d e a segunda é a avaliação do parâmetro escalar t , que representa o tamanho do passo a ser dado ao longo da direção de busca. A partir daí, diversos algoritmos podem ser construídos, utilizando-se diferentes técnicas para a determinação da direção de busca e do tamanho do passo.

Geralmente, os algoritmos globalmente convergentes definem, a cada ponto, uma direção de busca e procuram por uma configuração melhor nesta direção.

A condição que determina o decréscimo da função objetivo é:

$$f(x^{k+1}) \leq f(x^k) \quad (3)$$

O vetor d é uma direção viável desde que contenha um segmento não nulo na região viável. No interior de uma região viável, qualquer direção é viável. No contorno desta região, as direções viáveis formam um cone chamado cone das

direções viáveis. A condição que determina a viabilidade das restrições de desigualdade é:

$$g(X^{k+1}) \leq 0 \quad (4)$$

Na busca, o subproblema é achar t que minimiza $f(X+td)$.

O fluxograma da otimização estrutural através de Programação Matemática está apresentado na Figura 3.2.

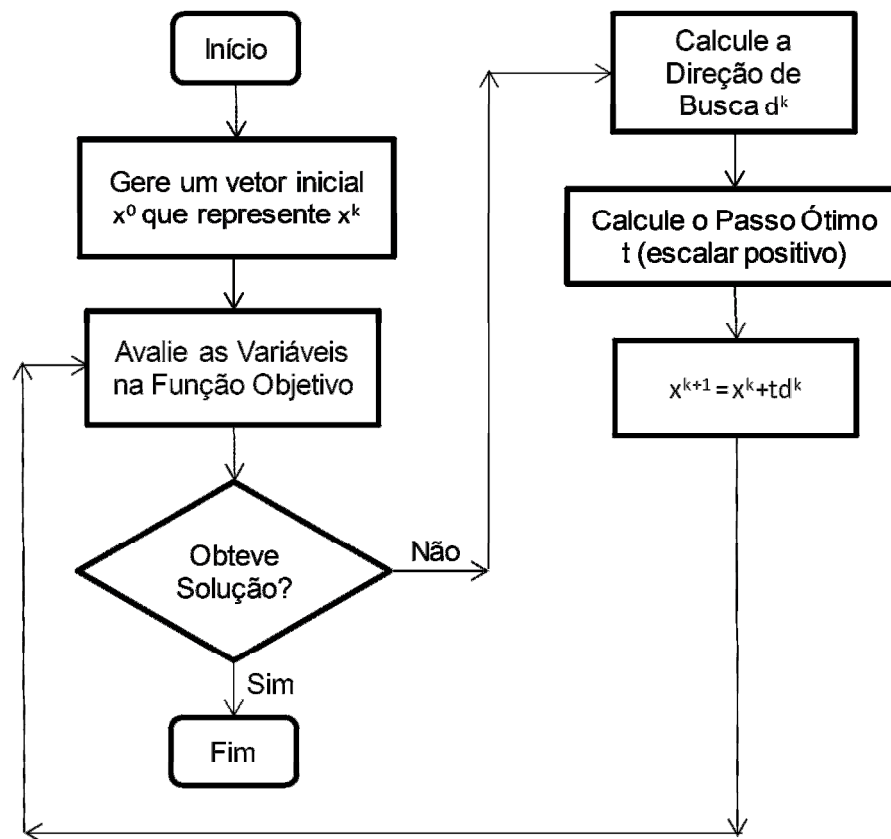


Figura 3.2 – Fluxograma da Otimização Estrutural através de Programação Matemática.

3.2. ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmo Genético é uma técnica de busca aleatória direcionada capaz de obter a solução ótima global em um espaço de busca complexo multidirecional. Os AGs são baseados na evolução natural das espécies, utilizando operadores inspirados no processo de evolução natural. Estes operadores genéticos manipulam

indivíduos de uma população, por meio de gerações, para melhorar a adaptação gradativamente.

3.2.1. REPRESENTAÇÃO DO CROMOSSOMO

A representação do indivíduo por meio de cromossomo (Figura 3.3) comumente é feita através de um vetor, cuja cadeia de caracteres representa informações relativas às variáveis de projeto do problema. Desta forma, os elementos do vetor do cromossomo são denominados genes.

Inicialmente os cromossomos (indivíduos) são gerados aleatoriamente. Após a sua criação, as suas características são avaliadas, cuja finalidade é a verificação da capacidade de prover uma solução para o problema, capacitando a geração de descendentes mais aptos.

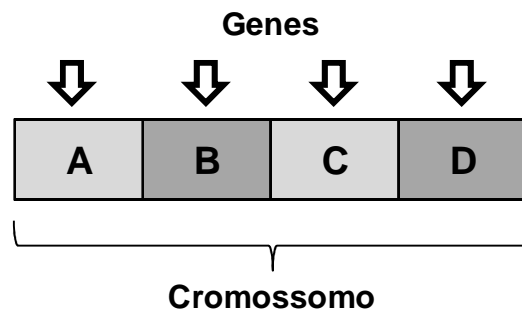


Figura 3.3 – Representação de um cromossomo.

3.2.2. OPERADORES GENÉTICOS

3.2.2.1. SELEÇÃO

A seleção é o processo de escolha dos indivíduos mais aptos da população, sendo esta avaliação realizada através das variáveis de projeto avaliadas na função objetivo do problema. O operador de seleção torna-se responsável por selecionar os melhores indivíduos da população corrente.

Assim, os indivíduos com maior aptidão possuem maiores chances de se reproduzirem, descartando naturalmente os menos aptos. A seleção então prioriza o

processo de reprodução para gerações futuras de indivíduos com as características medidas como mais aptas à resolução do problema.

O método de seleção utilizado é o da roleta, onde os indivíduos da população recebem uma porção da roleta proporcional à sua medida de aptidão. Assim sendo, os indivíduos com aptidão maior terão uma proporção maior da roleta, enquanto os indivíduos menos aptos possuem proporção menor. Após esta definição, será rodada a roleta para a seleção dos indivíduos capazes de criar descendentes mais aptos. Evidentemente, os cromossomos com maior proporção da roleta terão maiores chances de serem selecionados para estarem nas próximas gerações (Figura 3.4).

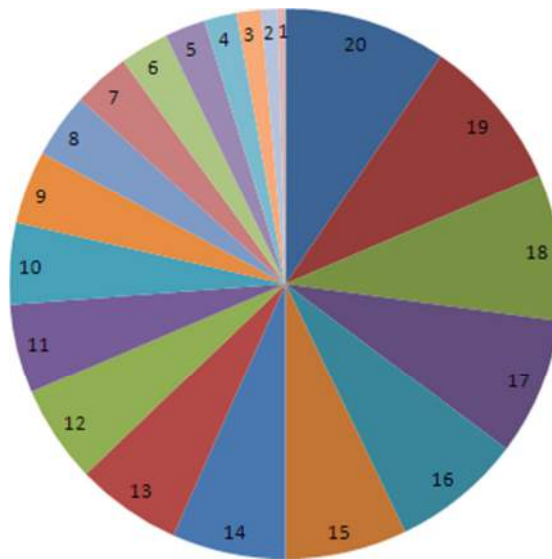


Figura 3.4 – Representação de um cromossomo.

3.2.2.2. CRUZAMENTO

O cruzamento é o operador que diferencia os Algoritmos Genéticos com relação às outras técnicas. A troca de genes é realizada entre cromossomos da geração atual, que por sua vez gera cromossomos descendentes – filhos – semelhantes aos cromossomos dos pais. A aplicação do cruzamento ocorre após a seleção dos indivíduos em uma população corrente através de um operador de seleção.

Estes cruzamentos auxiliam na propagação das características dos indivíduos mais aptos para as gerações futuras. A ideia geral é gerar descendentes mais aptos a cada geração.

A aplicação do operador de cruzamento depende da probabilidade de ocorrência especificada. Caso o cruzamento não ocorra, os cromossomos filhos serão cópias dos pais selecionados. Na Figura 3.5 está representado um processo de cruzamento.

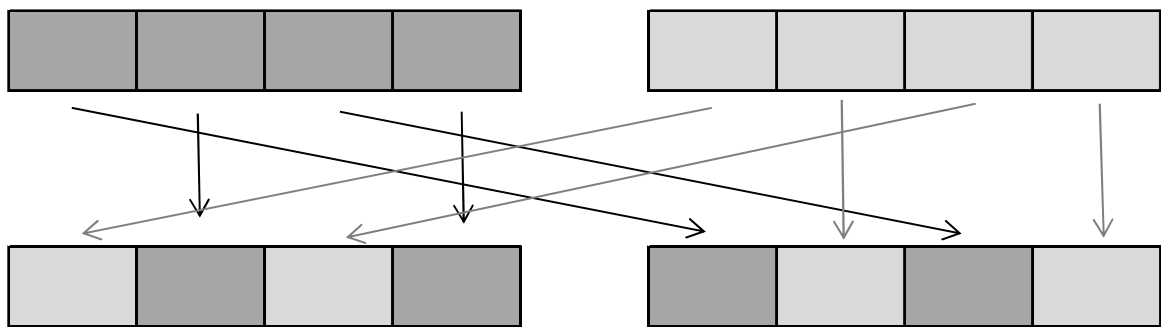


Figura 3.5 – Cruzamento entre cromossomos.

3.2.2.3. MUTAÇÃO

A mutação é o operador capaz de gerar uma modificação arbitrária em um ou mais genes nos cromossomos escolhidos, sendo responsável pela diversidade genética dos indivíduos da população. É realizada através da troca de um dos genes do cromossomo por outro selecionado aleatoriamente, respeitando-se os valores admissíveis. Cada novo indivíduo gerado tem uma probabilidade de sofrer mutação, cuja intenção é prevenir que todas as soluções do problema desta população cheguem a um ponto ótimo local. A operação de mutação muda aleatoriamente a descendência criada pelo cruzamento e a sua probabilidade indica com qual frequência os genes dos cromossomos sofrerão mutação.

3.2.2.4. ELITISMO

Quando uma nova população é gerada por cruzamento e mutação, os melhores cromossomos podem ser perdidos. Esta função serve para copiar os indivíduos com melhores valores da função objetivo para a geração seguinte, sem

alterações, garantindo assim que a melhor solução encontrada em qualquer uma das gerações seja mantida até o final do processo. Esta opção ocasiona um aumento no desempenho do algoritmo, já que previne a perda da melhor solução já encontrada.

Por isso esta técnica é muito importante, pois mesmo considerando-se que o algoritmo genético possui característica evolutiva no sentido de trazer melhoria a cada iteração, uma solução satisfatória poderá ser descartada em uma geração e não reaparecer nas futuras, ou seja, na última geração poderá ocorrer desta solução ótima não estar presente.

3.2.3. MEDIDAS DE DESEMPENHO

A função objetivo serve para medir o desempenho de um cromossomo como solução do problema, isto é, mede a capacidade desta solução para resolver o problema e se tornar a solução ótima. Esta função auxilia também no processo de seleção que, por sua vez, tende a evoluir com soluções capazes de gerar descendentes viáveis, mesmo que no momento de sua seleção esse cromossomo represente uma solução inviável ao problema proposto.

Assim, os Algoritmos Genéticos modificam a população a cada geração de novos indivíduos, pela capacidade de adaptabilidade medida pela função objetivo do problema. Isto é, novas gerações de indivíduos são geradas utilizando-se dos princípios básicos de Darwin de reprodução e sobrevivência dos mais aptos. Por sua vez, estas novas gerações são criadas a partir de operações genéticas de cruzamento e mutação, aplicadas aos indivíduos mais aptos selecionados.

3.2.4. ESTRUTURA BÁSICA DE UM ALGORITMO GENÉTICO

A estrutura geral de um Algoritmo Genético pode ser descrita abaixo:

- 1- Geração da população inicial de cromossomos;
- 2- Avaliação da aptidão de cada cromossomo da população;
- 3- Seleção dos cromossomos que produzirão descendentes;
- 4- Cruzamento dos pais para formar uma nova geração, seguindo a probabilidade;

- 5- Mutação, seguindo a probabilidade, alterando os cromossomos da nova geração nos *locus* (posição nos cromossomos);
- 6- Aceitação, através da substituição da população atual pela nova população. A nova população gerada será utilizada na próxima iteração do algoritmo;
- 7- Se o teste de parada for satisfeito, pare e retorne à melhor solução da população atual.

A eficiência e o funcionamento do Algoritmo Genético são dependentes diretamente dos parâmetros de controle utilizados. É importante que seja feita a realização de uma calibração por simulação do algoritmo testando estes aspectos, onde o equilíbrio entre intensificação da busca e diversificação das soluções possa gerar soluções satisfatórias e provavelmente evolucionárias a cada geração.

É necessário definir uma representação do cromossomo a ser utilizado para cada indivíduo de maneira que uma solução completa possa ser representada por ele. As estratégias de evolução dos indivíduos também devem ser fixadas, como seleção, cruzamento e mutação. O tamanho da população, a probabilidade de cruzamento e de mutação e o número de gerações são parâmetros que devem ser definidos previamente. A eficácia de um Algoritmo Genético depende muito de uma representação adequada do cromossomo para a solução de um problema. O tipo de implementação do algoritmo deve ser eficaz no ponto de vista de respeitar as restrições do problema, onde as estratégias empregadas de seleção, cruzamento e mutação não destruam as soluções, mas sim promovam uma evolução nas gerações futuras.

Aparentemente uma grande população parece ser o caminho a ser seguido, pois apresentará uma grande cobertura do espaço de soluções. No entanto, os custos computacionais se elevam com essa condição. Já a manipulação através de uma pequena população favorece a complexidade computacional, mas pode ser falha na cobertura do espaço de soluções.

A taxa de cruzamento é um parâmetro no qual se define a probabilidade de haver cruzamento na geração de descendentes. Quanto maior for esta taxa, mais rapidamente novos indivíduos aparecerão na população, substituindo assim boa parte, ou a totalidade, desta. Esta característica pode ressaltar indivíduos de

avaliação excelente. Entretanto, uma baixa taxa pode resultar em uma convergência muito lenta.

O parâmetro de taxa de mutação indica a probabilidade de ocorrência de mutações nas estruturas dos cromossomos gerados. Um valor baixo servirá como mecanismo para evitar que as soluções continuem aparecendo ao longo das gerações. Por outro lado, um valor alto na taxa poderá fazer com que o algoritmo se comporte de maneira bastante aleatória.

O parâmetro de número de gerações serve para definir o tamanho do espaço de busca a ser coberto. Este valor possui influência na quantidade de indivíduos a serem substituídos até o final das iterações do algoritmo, sendo que uma grande quantidade de gerações poderá substituir a maior parte da população, favorecendo a busca.

Como a pesquisa retrata o elitismo, não se torna problema a perda dos indivíduos mais aptos, pois estes são armazenados e comparados com os novos descendentes gerados a cada iteração.

O fluxograma da otimização estrutural através de Algoritmo Genético está apresentado na Figura 3.6.

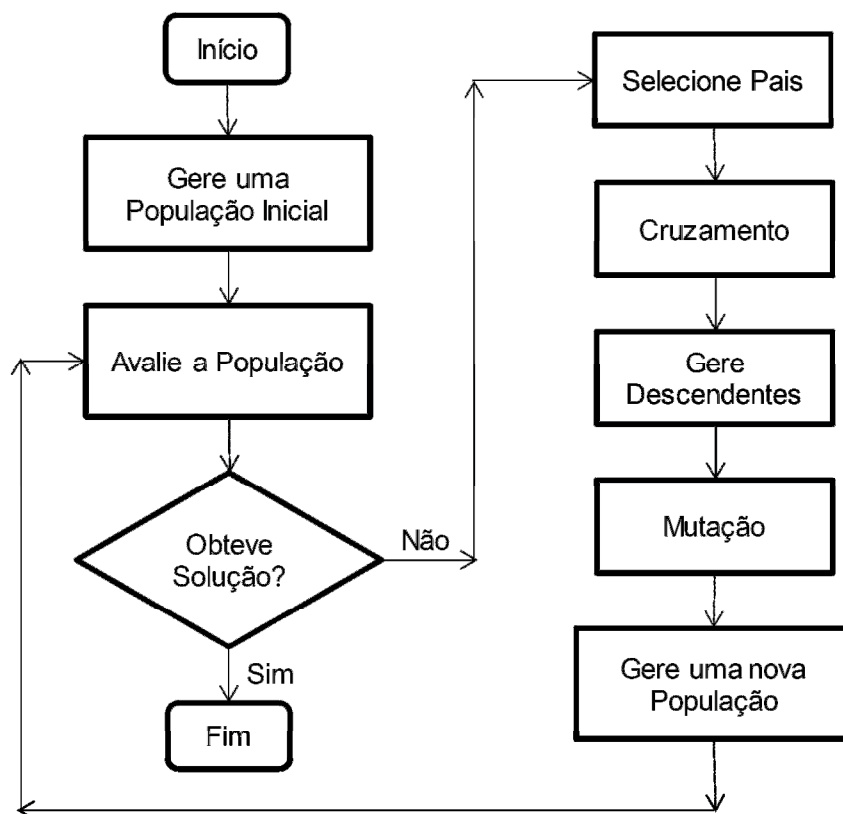


Figura 3.6 – Fluxograma da Otimização Estrutural através de Algoritmo Genético.

No próximo capítulo é apresentada a etapa de verificação do comportamento estrutural do pilar, cuja finalidade é demonstrar o procedimento utilizado no processo de dimensionamento da armadura longitudinal de pilares submetidos à flexo-compressão normal. Inicialmente, são apresentados alguns conceitos necessários ao desenvolvimento do projeto, que servem como base para a definição do modelo de verificação estrutural. Posteriormente, é definido um algoritmo iterativo para o cálculo das respostas mecânicas da estrutura, considerando-se as diversas situações de projeto que podem ocorrer em um processo iterativo de otimização estrutural.

4. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DO PILAR

Este capítulo tem a finalidade de apresentar o procedimento utilizado em todo o processo de dimensionamento da armadura longitudinal de pilares submetidos à flexo-compressão normal, além dos cálculos para a verificação do comportamento mecânico do pilar.

Os pilares são elementos estruturais responsáveis pela transmissão das cargas provenientes das vigas para a fundação, e estão submetidos a diversos tipos de solicitações decorrentes de várias combinações de carregamentos, tais como o esforço do vento, o peso próprio, as cargas variáveis, a retração do concreto, a variação da temperatura, os efeitos de segunda ordem, entre outros fatores. Podem ser classificados como elementos lineares de eixos retos, usualmente dispostos na vertical, nos quais as forças normais de compressão são preponderantes.

Inicialmente são apresentados alguns conceitos necessários para a definição do modelo de verificação estrutural. Em seguida, é definido um algoritmo iterativo para o cálculo das respostas mecânicas da estrutura, considerando-se todas as situações de projeto que podem ocorrer em um processo iterativo de otimização estrutural.

São atuantes nos pilares solicitações de compressão, flexão, esforço cortante e momento torsor, sendo estes dois últimos relativamente pequenos na grande maioria dos casos usuais, podendo ser constantemente desprezados. A flexão pode ocorrer pela mudança no prumo dos pilares ou pelo momento causado pelas vigas adjacentes, se estas forem solidárias aos pilares. Porém, os momentos considerados dependem basicamente do modelo de verificação estrutural adotado e da disposição da armadura nas ligações vigas-pilares.

A verificação estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos em uma parte ou em toda a estrutura. Para que a verificação seja realizada, deve-se construir um modelo de estrutura que inclua a definição das seções transversais dos elementos. Calculados os valores dos esforços solicitantes em cada elemento isolado, pode-se partir para o dimensionamento.

Podem ocorrer situações em que as dimensões pré-estabelecidas não tenham resistência suficiente ou capacidade de acomodar armadura suficiente para

que o elemento tenha um desempenho adequado, sendo necessário redimensionar os elementos nestes casos.

Nos pilares de edifícios, em geral, o esforço predominante é a força normal de compressão. Enquanto que nas construções térreas sem paredes internas, como por exemplo, nos galpões industriais, as forças verticais nos pilares são de pequena intensidade, predominando as forças horizontais devidas ao vento. Nestes casos, o esforço principal é o momento fletor, com os pilares funcionando como contrafortes.

4.1. SITUAÇÕES BÁSICAS DE PROJETO

De modo geral, os pilares podem ser divididos em três grupos básicos, como mostra a Figura 4.1. Cada um destes grupos possui uma metodologia e parâmetros específicos a se considerar.

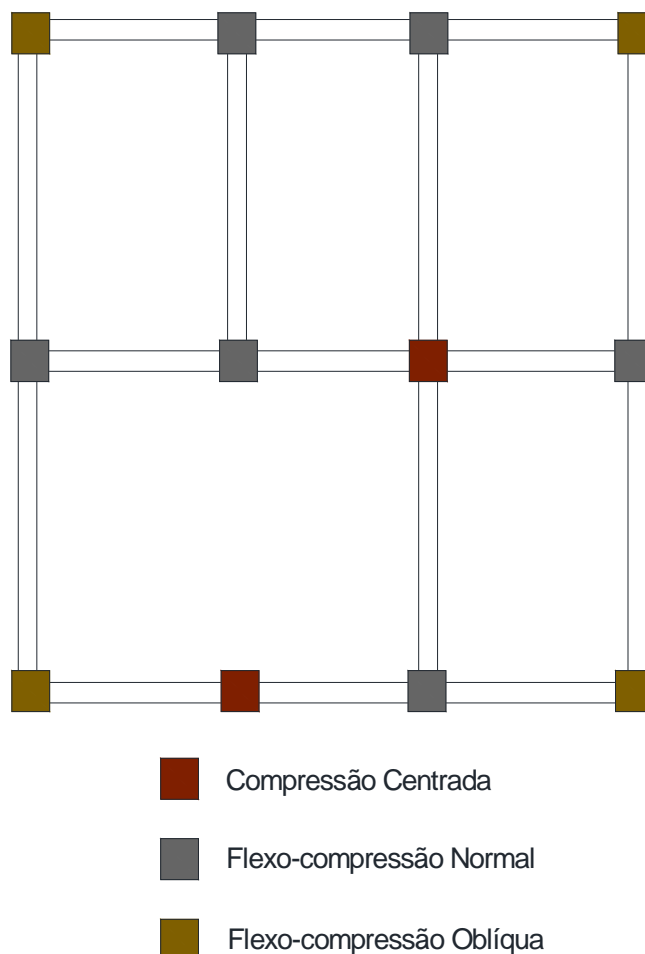


Figura 4.1 – Tipos de solicitações nos pilares (Adaptado de SMANIOTTO, 2005).

Os pilares poderão estar sob os casos de solicitação identificados abaixo:

a) Compressão Simples

A compressão simples é também denominada compressão centrada ou uniforme. A força normal de cálculo N_{sd} é aplicada no centro geométrico (C.G.) da peça, cujas tensões na seção transversal são uniformes (Figura 4.2).

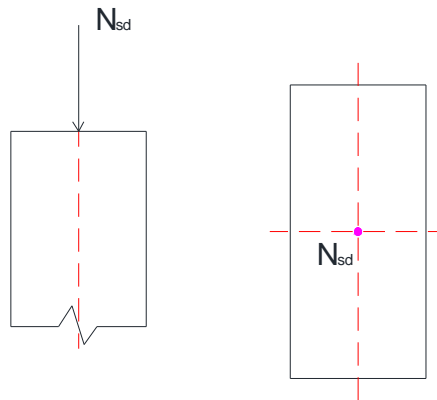


Figura 4.2 – Compressão simples.

b) Flexo-compressão

Na flexo-compressão ocorre a atuação de força normal e de momento fletor, simultaneamente, sobre a peça. Existem dois casos, que são a flexo-compressão normal, onde existe a força normal e um momento fletor em uma direção (Figura 4.3 (a)) e a flexo-compressão oblíqua, onde além da força normal existem dois momentos fletores atuantes em duas direções (Figura 4.3 (b)).

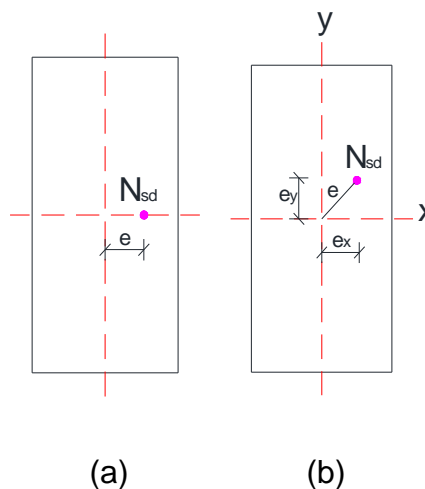


Figura 4.3 – Flexo-compressão normal (a); Flexo-compressão oblíqua (b).

Neste trabalho foi estudada a flexo-compressão normal, onde existem dois esforços a considerar: o momento fletor que atua no plano vertical coincidente com a direção de um dos eixos principais de inércia da seção transversal, e o esforço normal de compressão (pilar de extremidade).

Os pilares de extremidade, de modo geral, encontram-se posicionados nas bordas dos edifícios, vindo daí o termo “pilar de extremidade”. Porém, também podem existir pilares de extremidade no interior de estruturas, se por algum motivo existirem vigas sem continuidades.

4.2. MÓDULO DE VERIFICAÇÃO ESTRUTURAL

O programa de Análise Estrutural desenvolvido calcula os esforços resistentes, N_u e M_u . Para isso, são necessários todos os dados que definem a geometria e a resistência dos materiais utilizados, tais como o cobrimento nominal d' , o valor da resistência à compressão do concreto f_{ck} , o valor da resistência à tração do aço f_{yk} e o módulo de elasticidade do concreto E_c . Os valores de f_{cd} e f_{yd} , que representam as resistências de cálculo à compressão do concreto e à tração do aço, respectivamente, são obtidos através da divisão dos seus valores característicos pelos coeficientes de segurança correspondentes. As tensões no aço menos comprimido (ou tracionado) e do aço mais comprimido, respectivamente, são designados por σ_1 e σ_2 . Em determinadas situações, que serão vistas adiante, estas tensões assumem valores iguais a f_{yd} .

De acordo com as solicitações externas do problema estudado, o programa de verificação estrutural segue através de duas vertentes, sendo elas pequena ou grande excentricidade. Por aproximação, se a excentricidade for maior que $h/6$, o caso é de grande excentricidade. Caso contrário, trata-se de um problema de pequena excentricidade.

4.2.1. CASOS DE PEQUENA EXCENTRICIDADE

O modelo resistente na flexo-compressão normal para casos de pequena excentricidade pode ser observado na Figura 4.4.

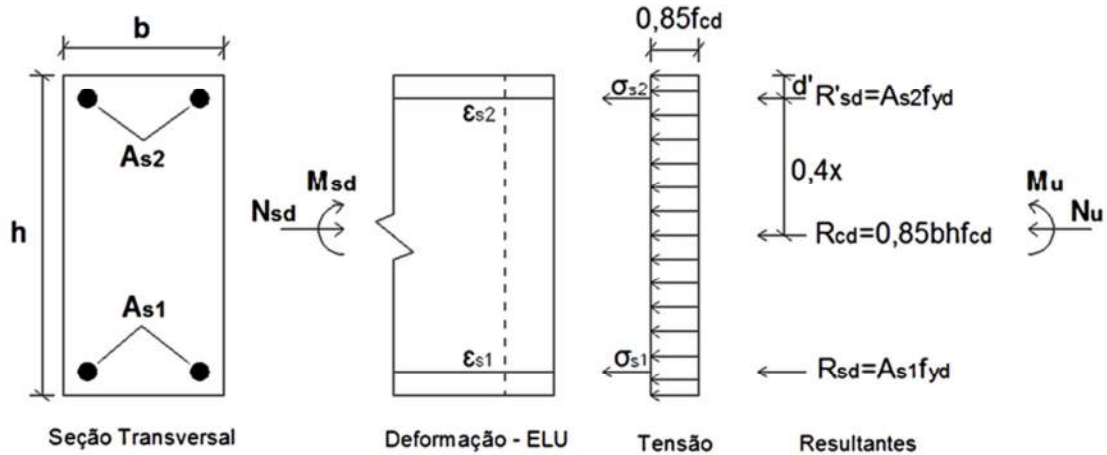


Figura 4.4 – Modelo Resistente para casos de pequena excentricidade.

Aplicando-se as condições de equilíbrio, tem-se:

- Equilíbrio de forças: $N_{sd} \leq N_u$

$$N_{sd} \leq N_u = R_{cd} + R'_{sd} + R_{sd} \quad \therefore N_{sd} \leq N_u = 0,85bhf_{cd} + f_{yd}(A_{s1} + A_{s2}) \quad (5)$$

- Equilíbrio de momentos: $M_{sd} \leq M_u$

$$M_{sd} \leq M_u = f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) (A_{s2} - A_{s1}) \quad (6)$$

Neste caso, observa-se que o esforço axial resistente N_u e o momento fletor resistente M_u são obtidos diretamente, desprezando-se a excentricidade e . Esta situação é estabelecida no Domínio de trabalho 5, com a seção totalmente comprimida.

4.2.2. CASOS DE GRANDE EXCENTRICIDADE

O modelo resistente na flexo-compressão normal para casos de grande excentricidade pode ser observado na Figura 4.5.

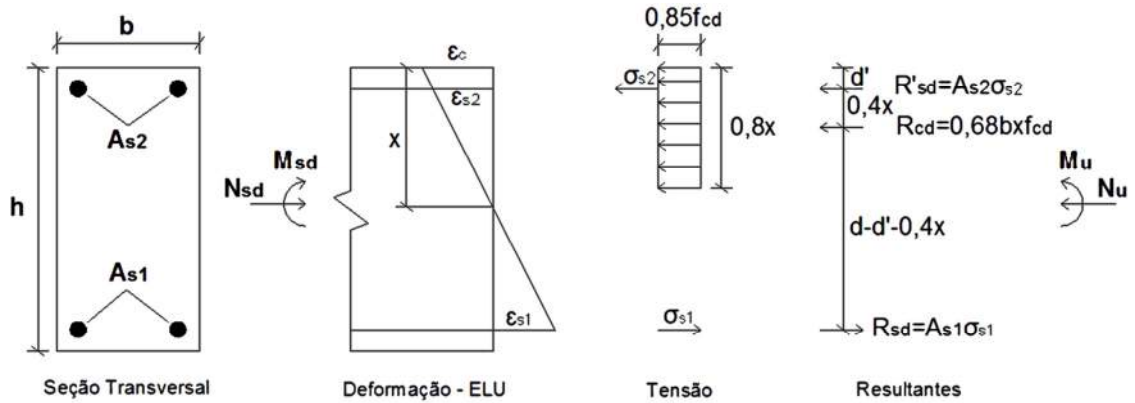


Figura 4.5 – Modelo Resistente para casos de Grande Excentricidade.

Aplicando-se as condições de equilíbrio, tem-se:

- Equilíbrio de forças: $N_{sd} \leq N_u$

$$R_{sd} = R_{cd} + R'_{sd} - N_u \therefore A_{s1}\sigma_{s1} = 0,68bxf_{cd} + A_{s2}\sigma_{s2} - N_u \quad (7)$$

- Equilíbrio de momentos: $M_{sd} \leq M_u$

$$M_u = R_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + R_{sd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + R'_{sd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (8)$$

$$M_u = 0,68bxf_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + A_{s1}\sigma_{s1} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_{s2}\sigma_{s2} \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (9)$$

Neste caso, o esforço normal resistente N_u e o momento fletor resistente M_u são obtidos através do cálculo da posição da linha neutra x e, conseqüentemente, são dependentes do domínio de trabalho em que se encontre a seção.

As equações que estão descritas acima foram necessárias para o desenvolvimento da equação geral de verificação de pilares em casos de grande excentricidade. Tal processo foi fundamental para que o programa realizasse o cálculo iterativo da posição da linha neutra. O desenvolvimento da equação geral pode ser observado através das Equações (10), (11), (12) e (13).

$$N_u = 0,68bxf_{cd} + A_{s2}\sigma_{s2} - A_{s1}\sigma_{s1} \quad (10)$$

$$M_u = 0,68bxf_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + A_{s1}\sigma_{s1} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_{s2}\sigma_{s2} \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad (11)$$

$$e = \frac{M_u}{N_u} \quad (12)$$

$$0,272bf_{cd}x^2 + \left(0,68ebf_{cd} - 0,68bf_{cd}\frac{h}{2} \right)x + A_{s2}\sigma_{s2} \left(e - \left(\frac{h}{2} - d' \right) \right) - A_{s1}\sigma_{s1} \left(e + \left(\frac{h}{2} - d' \right) \right) = 0 \quad (13)$$

A partir do desenvolvimento da Equação Geral (13), têm-se os coeficientes a, b e c necessários para o cálculo do discriminante Δ através da utilização de Báscara, na resolução da equação de 2º grau. Com posse do valor da posição da linha neutra x, sabe-se o domínio de trabalho do pilar através das verificações abaixo:

$$\text{Domínio 2} \rightarrow x \leq 0,259d \quad (14)$$

$$\text{Domínio 3} \rightarrow 0,259d \leq x \leq \frac{0,0035d}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad (15)$$

$$\text{Domínio 4} \rightarrow x > \frac{0,0035d}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad (16)$$

- **Domínio 2**

Este domínio é caracterizado pelo último caso em que a ruína acontece com deformação plástica excessiva do aço, podendo ocorrer flexão simples ou composta, sem ruptura à compressão do concreto simples. Neste domínio, o aço tracionado (ou menos comprimido) apresenta a deformação e a tensão dispostas abaixo:

$$\varepsilon_{s1} = 1\% \quad (17)$$

$$\sigma_1 = f_{yd} \quad (18)$$

O aço comprimido, por sua vez, apresenta deformação igual a:

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0,01(x - d')}{(d - x)} \quad (19)$$

A sua tensão no aço mais comprimido depende de um comparativo do valor desta deformação com a razão entre f_{yd} e E_s .

$$Se \varepsilon_{s2} < \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2} \quad (20)$$

$$Se \varepsilon_{s2} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = f_{yd} \quad (21)$$

A partir da 2ª iteração, é calculado somente o valor do coeficiente de Bascara c , porque os demais independem dos valores de σ_2 , que são alterados a cada iteração. As mesmas verificações são feitas até ocorrer a convergência e o erro se tornar menor do que o estipulado inicialmente no programa.

Na Figura 4.6 está representado o Estado Deformacional Último referido ao Domínio 2.

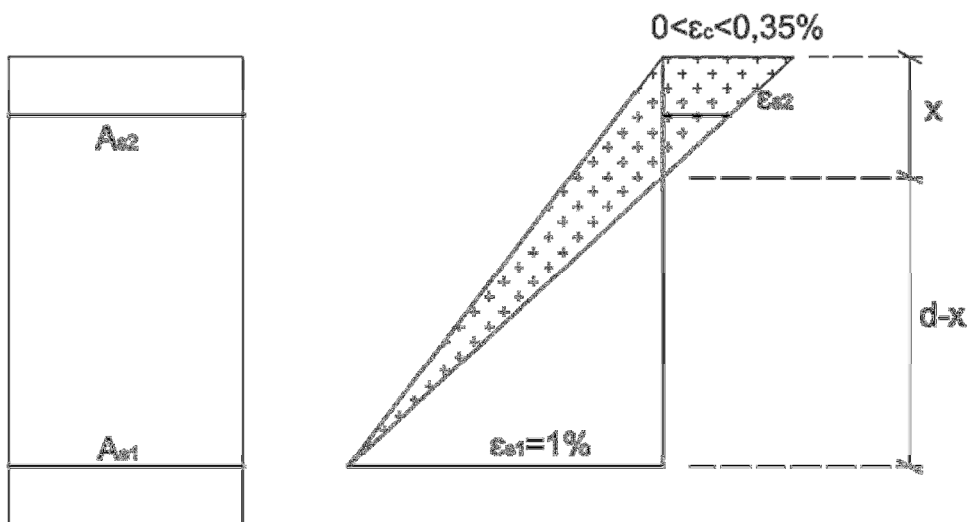


Figura 4.6 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 2.

- **Domínio 3**

Este domínio é caracterizado pelo caso em que a ruína acontece com aviso prévio: a peça apresenta fissuras e deslocamentos visíveis antes de atingir a ruptura.

Neste domínio, o aço tracionado (ou menos comprimido) apresenta a deformação e a tensão apresentadas a seguir:

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{s1} \leq 1\% \quad (22)$$

$$\sigma_1 = f_{yd} \quad (23)$$

O aço comprimido, por sua vez, apresenta deformação igual a:

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0,0035(x - d')}{x} \quad (24)$$

A sua tensão no aço depende de um comparativo do valor desta deformação com a razão entre f_{yd} e E_s .

$$Se \ \varepsilon_{s2} < \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2} \quad (25)$$

$$Se \ \varepsilon_{s2} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = f_{yd} \quad (26)$$

A partir da 2ª iteração, se faz o mesmo processo que foi realizado no Domínio 2. Na Figura 4.7 está representado o Estado Deformacional Último referido ao Domínio 3.

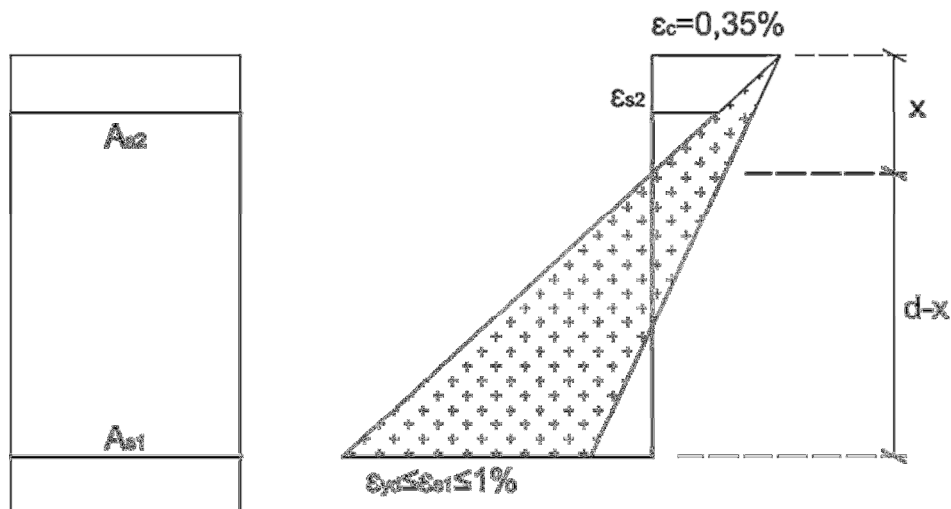


Figura 4.7 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 3.

- **Domínio 4**

Este domínio é caracterizado pelo caso em que a ruína acontece sem aviso prévio.

Neste domínio, o aço tracionado (ou menos comprimido) apresenta a deformação apresentada abaixo:

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0,0035(d - x)}{x} \quad (27)$$

A sua tensão depende de um comparativo do valor desta deformação com a razão entre f_{yd} e E_s .

$$Se \varepsilon_{s1} < \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s1} = E_s \varepsilon_{s1} \quad (28)$$

$$Se \varepsilon_{s1} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s1} = f_{yd} \quad (29)$$

O aço comprimido, por sua vez, apresenta deformação igual a:

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0,0035(x - d')}{x} \quad (30)$$

A sua tensão depende de um comparativo do valor desta deformação com a razão entre f_{yd} e E_s .

$$Se \varepsilon_{s2} < \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2} \quad (31)$$

$$Se \varepsilon_{s2} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \therefore \sigma_{s2} = f_{yd} \quad (32)$$

A partir da 2ª iteração, se faz o mesmo processo que foi realizado nos Domínios 2 e 3.

Na Figura 4.8 está representado o Estado Deformacional Último referido ao Domínio 4.

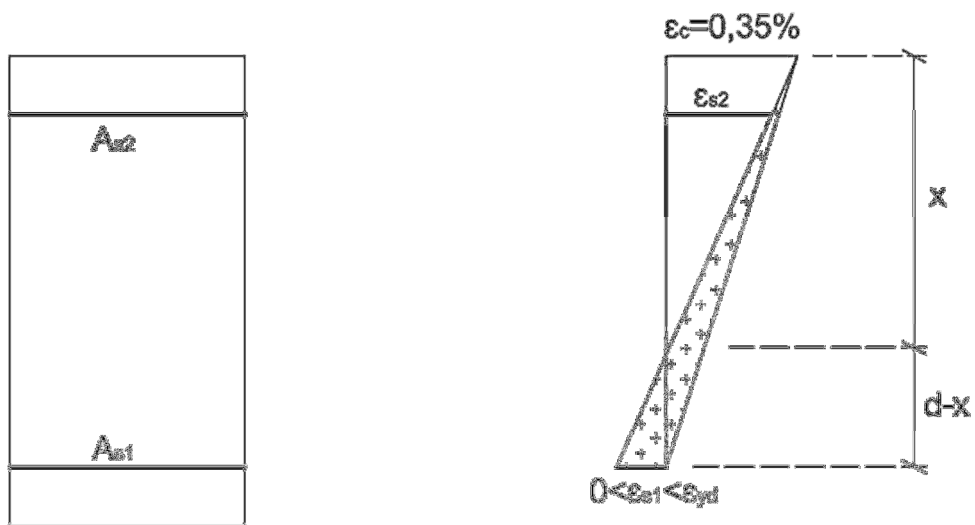


Figura 4.8 – Estado Deformacional Último referido ao Domínio 4.

Ao final do cálculo da posição da linha neutra e dos valores de σ_1 e σ_2 , o momento fletor resistente M_u e o esforço normal resistente N_u são calculados diretamente através das Equações (10) e (11), que foram demonstradas anteriormente.

O fluxograma com a representação da verificação estrutural de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal está apresentado na Figura 4.9.

No próximo capítulo é apresentado o detalhamento do modelo de otimização adotado através da definição das formulações referentes à função objetivo e às restrições do problema, no procedimento de dimensionamento ótimo.

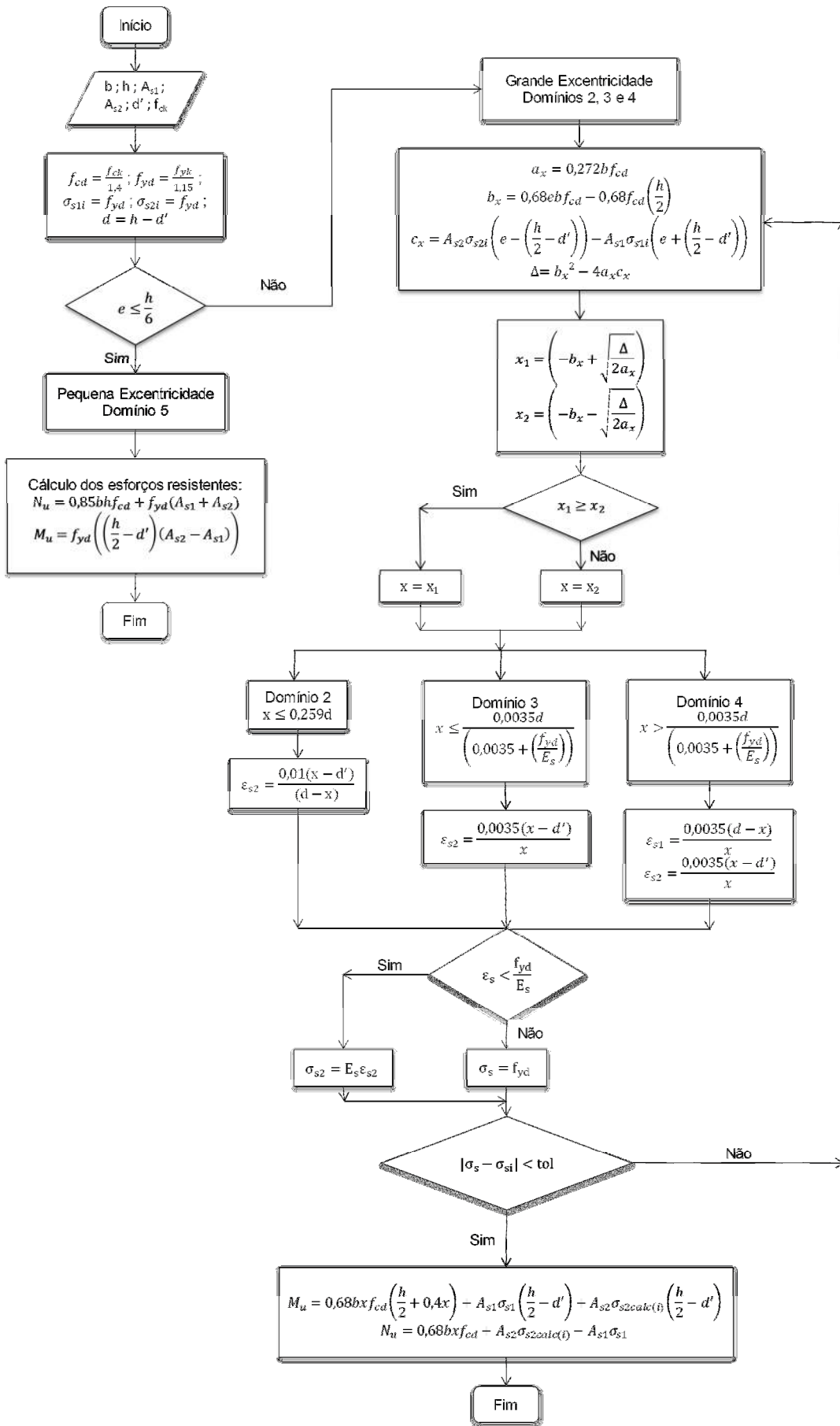


Figura 4.9 – Fluxograma da Verificação Estrutural de Pilares.

5. DIMENSIONAMENTO ÓTIMO

Neste capítulo é apresentado o detalhamento do modelo de otimização proposto. Para isso, são definidas as variáveis de projeto adotadas e as formulações referentes à função objetivo e às restrições do problema.

5.1. VARIÁVEIS DE PROJETO

As variáveis de projeto escolhidas neste estudo são as dimensões da seção transversal do pilar b e h , e as áreas de aço A_{s1} e A_{s2} , que estão representadas na Figura 5.1. A área de aço A_{s1} representa o aço tracionado (ou menos comprimido), e a área de aço A_{s2} representa o aço mais comprimido.

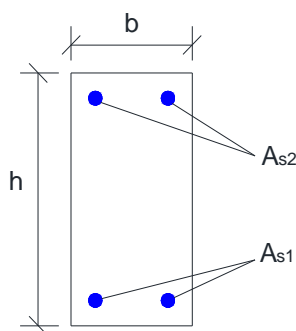


Figura 5.1 – Variáveis de Projeto a serem otimizadas.

Nos exemplos que serão dispostos posteriormente, foram considerados aço CA-50 e concreto C40. Os custos utilizados estão apresentados abaixo:

Custo do concreto: R\$ 204,20 / m³;

Custo do aço: R\$ 3,80 / kg

Custo da forma: R\$ 49,00 / m²

5.2. FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo, que deverá ser minimizada, representa o custo de fabricação de pilares de concreto armado levando-se em consideração os custos

referentes aos materiais: concreto, aço e formas. No modelo de otimização adotado, considera-se o custo de fabricação do pilar por unidade de comprimento (R\$/cm):

$$f(x) = bhC_c + (A_{s1} + A_{s2})C_s + 2(b + h)C_f \quad (33)$$

onde:

b – largura da seção (cm)

h – altura da seção (cm)

C_c – custo do concreto (R\$)

C_s – custo do aço (R\$)

C_f – custo da forma (R\$)

A_{s1} – área de aço tracionada, ou menos comprimida (cm²)

A_{s2} – área de aço comprimida (cm²)

5.3. RESTRIÇÕES DE PROJETO

As restrições de projeto referentes ao modelo de otimização adotado foram definidas de acordo com recomendações existentes na NBR 6118 (ABNT, 2007), e podem ser observadas abaixo:

$$A_s \leq 0,08A_c \quad (34)$$

$$A_s \geq 0,004A_c \quad (35)$$

$$A_s \geq A_{s\min} = 0,15 \left(\frac{N_u}{f_{yd}} \right) \quad (36)$$

$$A_c \geq 360\text{cm}^2 \quad (37)$$

$$h \leq 5b \quad (38)$$

$$b < h \quad (39)$$

$$h < 60\text{cm} \quad (40)$$

$$M_{sd} \leq M_u \quad (41)$$

$$N_{sd} \leq N_u \quad (42)$$

onde:

A_s – soma das áreas de aço A_{s1} e A_{s2} (cm²)

A_{s1} – área de aço tracionada, ou menos comprimida (cm²)

A_{s2} – área de aço comprimida (cm²)

A_c – área de concreto (cm²)

b – largura da seção (cm)

h – altura da seção (cm)

M_{sd} – momento fletor solicitante (kNcm)

M_u – momento fletor resistente (kNcm)

N_{sd} – esforço normal solicitante (kN)

N_u – esforço normal resistente (kN)

De acordo com as exigências da NBR 6118 (ABNT, 2007), a restrição apresentada na Equação (34) evidencia que a maior armadura possível em pilares deve ser de 8% da seção de concreto, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda. Esta área de aço também deve ser maior ou igual a 15% da razão entre N_u e f_{yd} , de acordo com a Equação (36). Além disto, a área da seção transversal de concreto deve ser maior ou igual a 360 cm².

Com relação às dimensões da seção transversal do pilar, o valor de h deve ser menor ou igual a 5 vezes a menor dimensão b , para que não se tenha o comportamento de um pilar-parede, e a sua maior dimensão h deve ser inferior a 60 cm para que não seja necessária armadura de pele.

As restrições apresentadas nas Equações (41) e (42) garantem que os esforços resistentes do pilar sejam sempre superiores aos solicitantes.

As restrições correspondentes na forma normalizada, $g(x) \leq 0$, estão representadas abaixo:

$$g_1(x) = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{0,08bh} - 1 \quad (43)$$

$$g_2(x) = 1 - \frac{A_{s1} + A_{s2}}{0,004bh} \quad (44)$$

$$g_3(x) = 1 - \frac{A_s}{0,15 \left(\frac{N_u}{f_{yd}} \right)} \quad (45)$$

$$g_4(x) = 1 - \frac{bh}{360} \quad (46)$$

$$g_5(x) = \frac{h}{b} - 5 \quad (47)$$

$$g_6(x) = \frac{b}{h} - 1 \quad (48)$$

$$g_7(x) = \frac{h}{60} - 1 \quad (49)$$

$$g_8(x) = \frac{M_{sd}}{M_u} - 1 \quad (50)$$

$$g_9(x) = \frac{N_{sd}}{N_u} - 1 \quad (51)$$

Observa-se que tanto a função objetivo quanto as restrições são funções lineares.

No próximo capítulo é apresentada a implementação computacional da metodologia proposta. Foram desenvolvidos módulos computacionais para verificação estrutural e projeto em linguagem de programação Matlab[®].

6. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a implementação computacional da metodologia proposta, foram desenvolvidos módulos computacionais em linguagem de programação Matlab[®]. Dentre os módulos desenvolvidos estão o de verificação estrutural para a verificação da resistência de pilares de concreto armado, além dos módulos otimizadores, compostos por algoritmos de programação matemática e algoritmos genéticos.

Adicionalmente, visando verificar o comportamento mecânico do pilar com relação a determinados parâmetros de projeto, foram desenvolvidas interfaces computacionais auxiliares que mostram os resultados obtidos no módulo de verificação estrutural em gráficos 2D e 3D, que correlacionam as dimensões da seção transversal com o domínio de trabalho do pilar e com as tensões atuantes nas armaduras.

6.1. MÓDULO RESISTENTE DE PILARES

Com a finalidade da verificação da resistência estrutural de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, foi desenvolvido um módulo computacional em linguagem de programação Matlab[®]. Neste módulo, têm-se como dados de entrada as dimensões da seção transversal b e h e as áreas de aço A_{s1} e A_{s2} , que são as áreas de aço menos comprimida (ou tracionada) e a mais comprimida, respectivamente. Como dados de saída do programa, tem-se o momento fletor resistente M_u e o esforço normal resistente N_u .

Foi implementado um programa auxiliar que promove o *loop* automático com diferentes combinações de valores de dados de entrada, cuja finalidade foi a realização de uma bateria de testes para a validação do programa de verificação estrutural. Nestes testes realizados, foram utilizadas como variáveis os valores das dimensões da seção transversal b e h , a excentricidade de aplicação da carga e as áreas de aço A_{s1} e A_{s2} . Na Tabela 6.1 observam-se as faixas de variação utilizadas para cada variável.

A partir de diferentes simulações de dados de entrada no programa, foram realizados gráficos em duas dimensões que correlacionam Domínio vs h , σ_1 vs h e

σ_2 vs h, para realizar uma análise geral do comportamento destas variáveis em função das demais.

Também foram confeccionados gráficos que mostram superfícies em três dimensões, correlacionando b vs h vs Domínio, b vs h vs σ_1 e b vs h vs σ_2 . Estes gráficos em 3D apresentam o comportamento do domínio da estrutura, de σ_1 e de σ_2 , em função das dimensões da seção transversal do pilar.

Tabela 6.1– Faixas de variação das variáveis de projeto.

Variáveis	Mínimo	Máximo	Total
b (cm)	20	60	40
h (cm)	20	60	40
e (cm)	2	25	24
A_{s1} (cm ²)	2	20	19
A_{s2} (cm ²)	2	20	19

Através da utilização de dados de entrada tais como $A_{s1}=7,2$ cm², $A_{s2}=7,2$ cm² e e=10 cm, variando-se b e h entre 19 e 40 cm, obtêm-se os gráficos apresentados nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 para a representação geral de gráficos 2D do caso proposto.

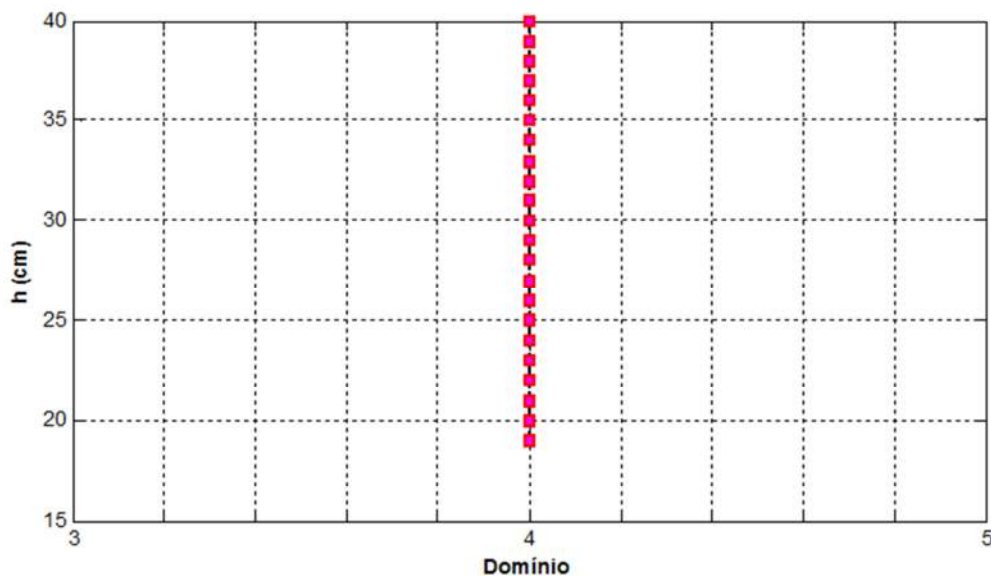


Figura 6.1 – Gráfico correlacionando Domínio vs h, para $A_{s1}=7,2$ cm², $A_{s2}=7,2$ cm² e e=10cm.

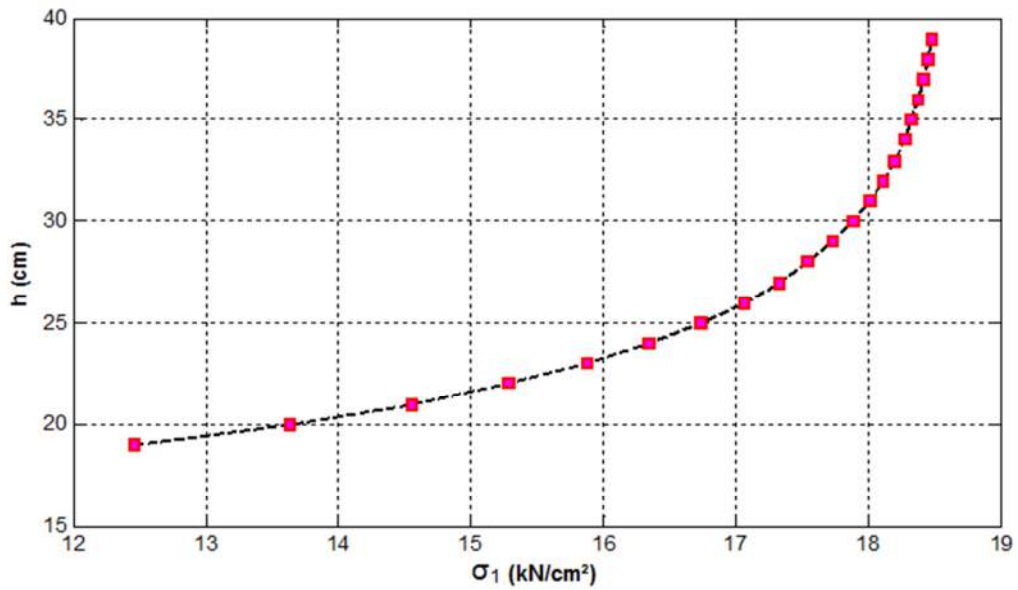


Figura 6.2 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h , para $A_{s1}=7,2\text{cm}^2$, $A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

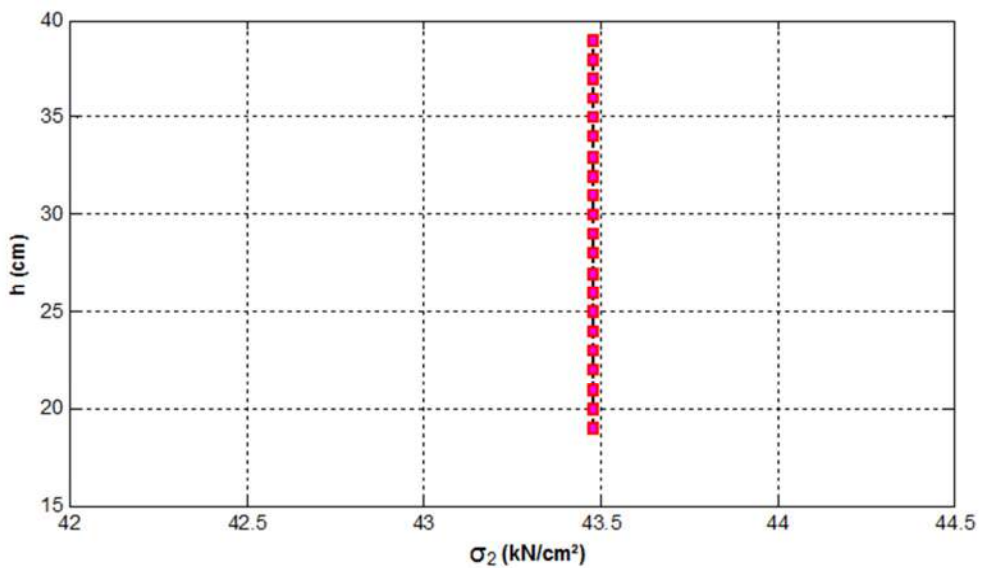


Figura 6.3 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h , para $A_{s1}=7,2\text{cm}^2$, $A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

Na Figura 6.1, observa-se que, para dimensões da seção transversal do pilar variando de 20 a 41 cm, o domínio de trabalho permanece constante sendo igual a 4. O valor da tensão no aço menos comprimido (ou tracionado) σ_1 segue em forma de uma parábola crescente, sendo tão maior o valor de σ_1 quanto maior for a altura h do pilar. Já o valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 permanece constante, sendo igual a f_{yd} .

Utilizando-se dados de entrada tais como $A_{s1}=12\text{ cm}^2$, $A_{s2}=12\text{ cm}^2$ e $e=7\text{ cm}$, e variando-se b e h entre 19 e 40 cm, obtêm-se os gráficos apresentados nas Figuras 6.4, 6.5 e 6.6, para a representação geral de gráficos 2D do caso proposto.

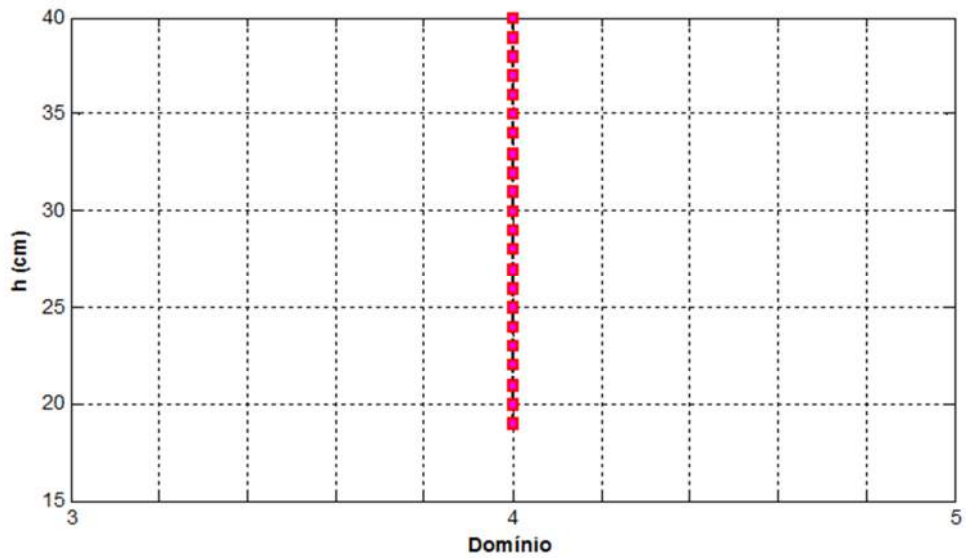


Figura 6.4 – Gráfico correlacionando Domínio vs h, para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

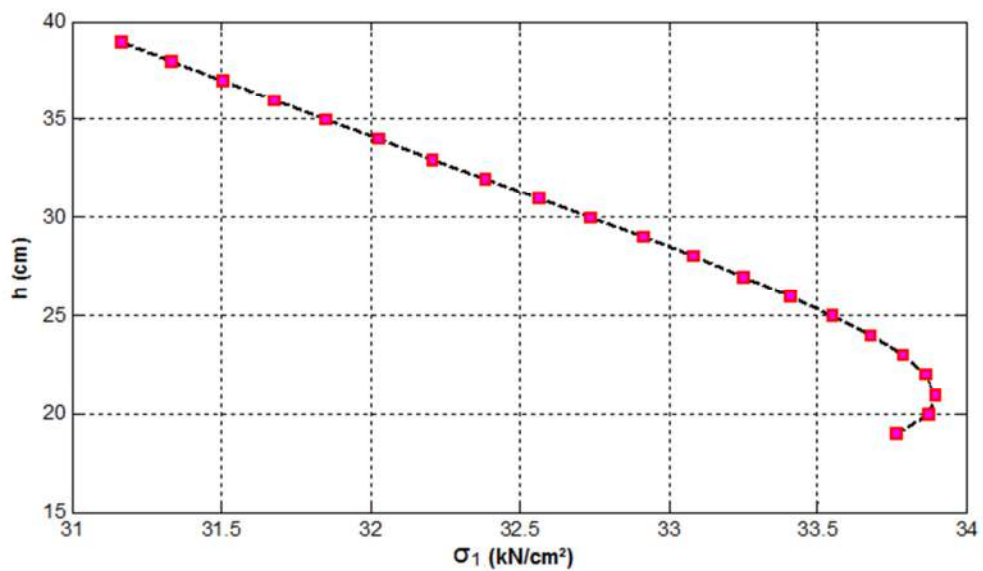


Figura 6.5 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h, para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

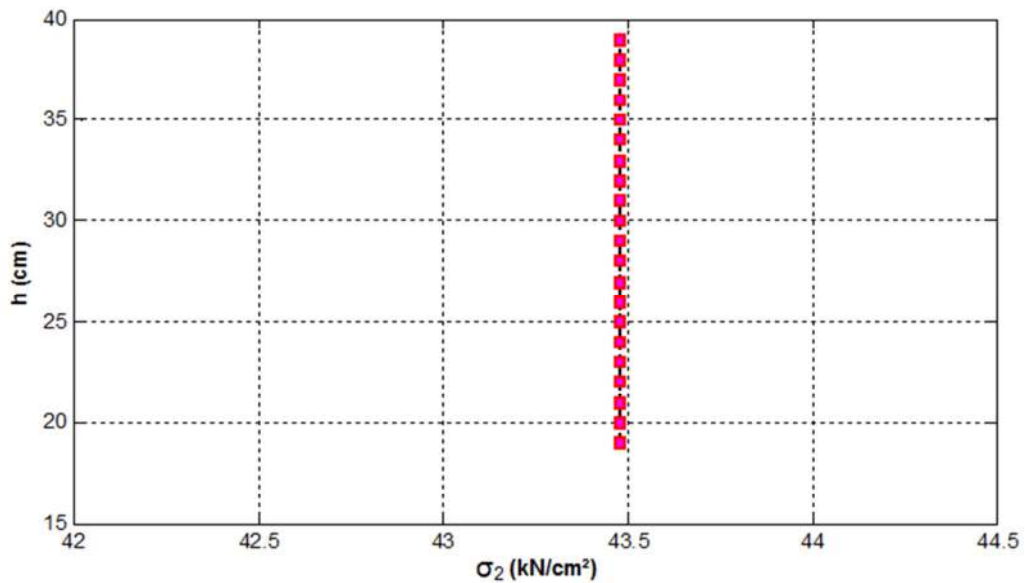


Figura 6.6 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h , para $A_{s1}=12\text{cm}^2$, $A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

Da mesma forma que a apresentada no caso anterior, o domínio de trabalho permanece constante, igual a 4, e o valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 permanece constante, sendo igual a f_{yd} . Porém, o valor da tensão no aço menos comprimido (ou tracionado) σ_1 segue em forma de uma parábola, com tensão máxima quando a altura do pilar h é de 21 cm.

Em outra configuração proposta, foram variados os valores de b entre 12 e 33 cm e os de h entre 19 e 40 cm, tendo-se como dados fixos $A_{s1}=18\text{ cm}^2$, $A_{s2}=8\text{ cm}^2$ e $e=10\text{ cm}$. As Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 apresentam os resultados obtidos para estas configurações propostas.

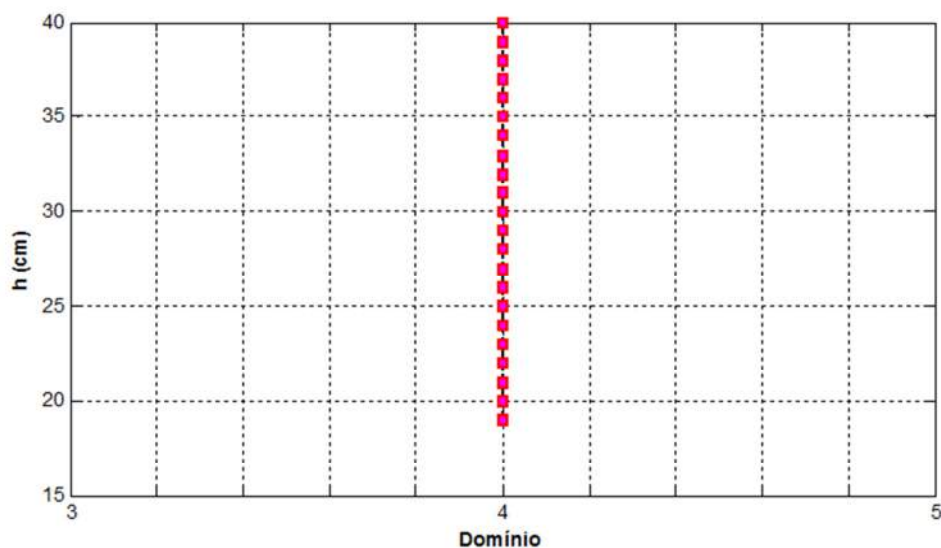


Figura 6.7 – Gráfico correlacionando Domínio vs h , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

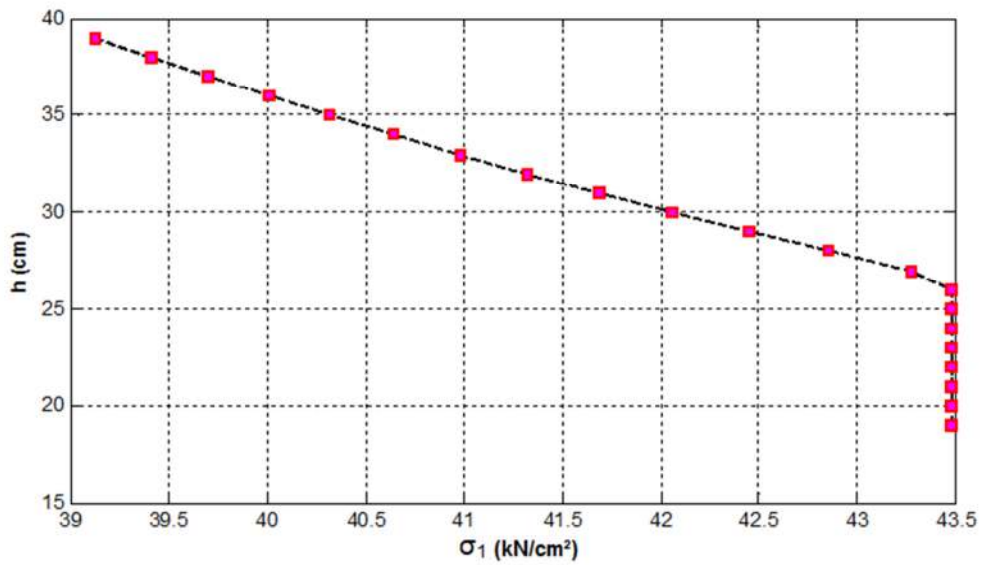


Figura 6.8 – Gráfico correlacionando σ_1 vs h , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

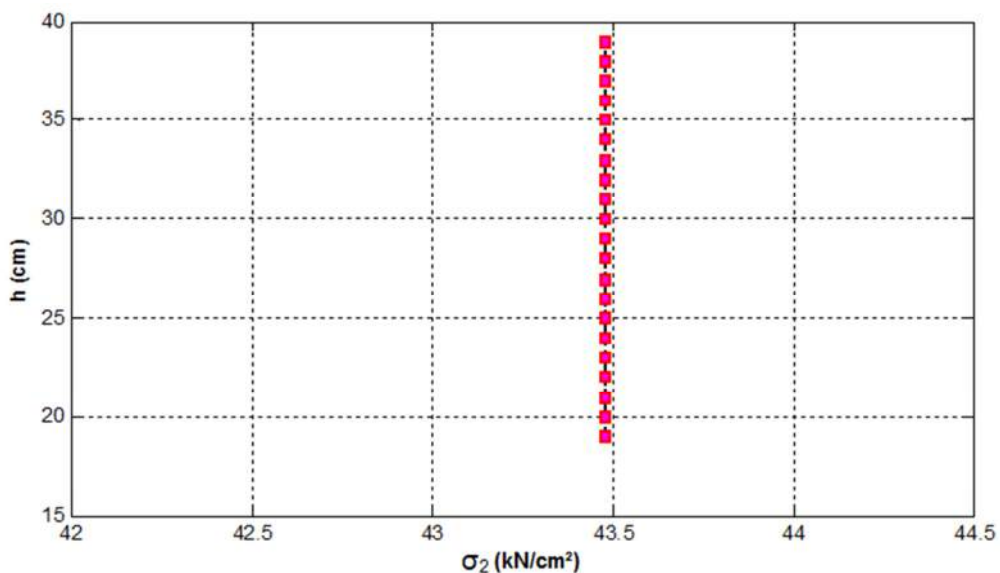


Figura 6.9 – Gráfico correlacionando σ_2 vs h , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

Através do gráfico apresentado na Figura 6.8, percebe-se que o valor da tensão no aço menos comprimido (ou tracionado) σ_1 decresce a partir de $h=26\text{cm}$, apresentando uma forma quase linear. Para alturas do pilar inferiores a 26 cm, esta tensão se iguala a f_{yd} . Para este problema, o domínio 4 permanece constante, além do valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 também permanecer igual a f_{yd} , para diferentes valores de dimensões da seção transversal.

Conforme mencionado anteriormente, também foram desenvolvidos gráficos em 3D para apresentar a variação de b e h com o domínio de trabalho do pilar e as tensões σ_1 e σ_2 .

Através da utilização de dados de entrada tais como $A_{s1}=7,2 \text{ cm}^2$, $A_{s2}=7,2 \text{ cm}^2$ e $e=10 \text{ cm}$, variando-se b e h entre 19 e 40 cm, obtêm-se os gráficos apresentados nas Figuras 6.13, 6.14 e 6.15 para a representação geral de gráficos 3D do problema proposto.

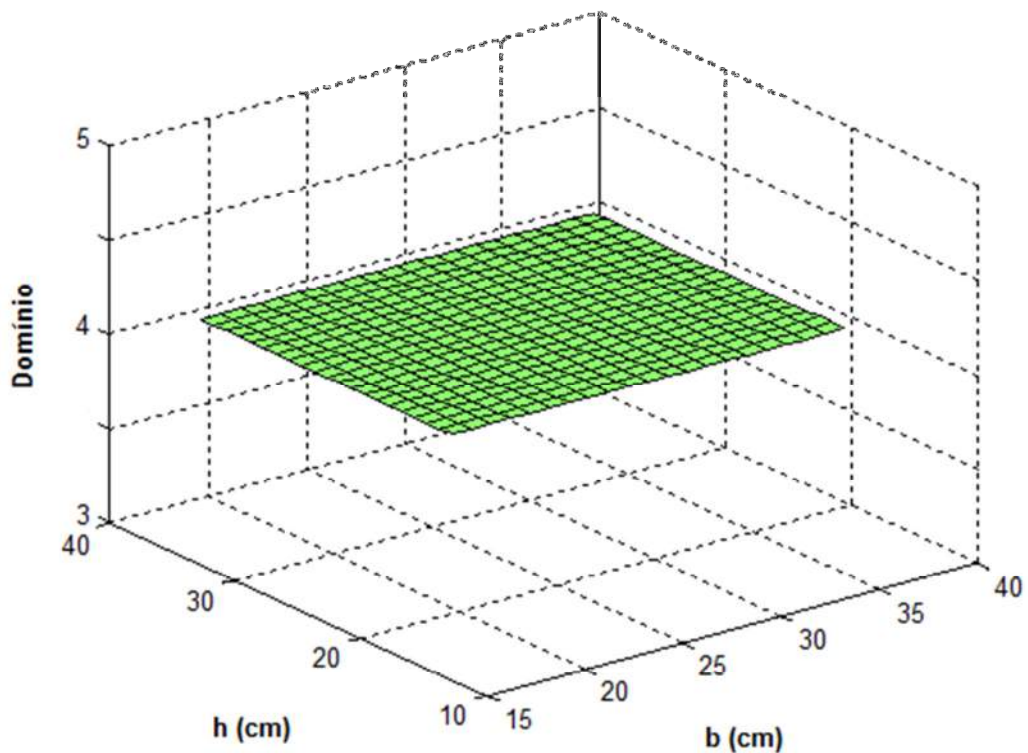


Figura 6.10 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

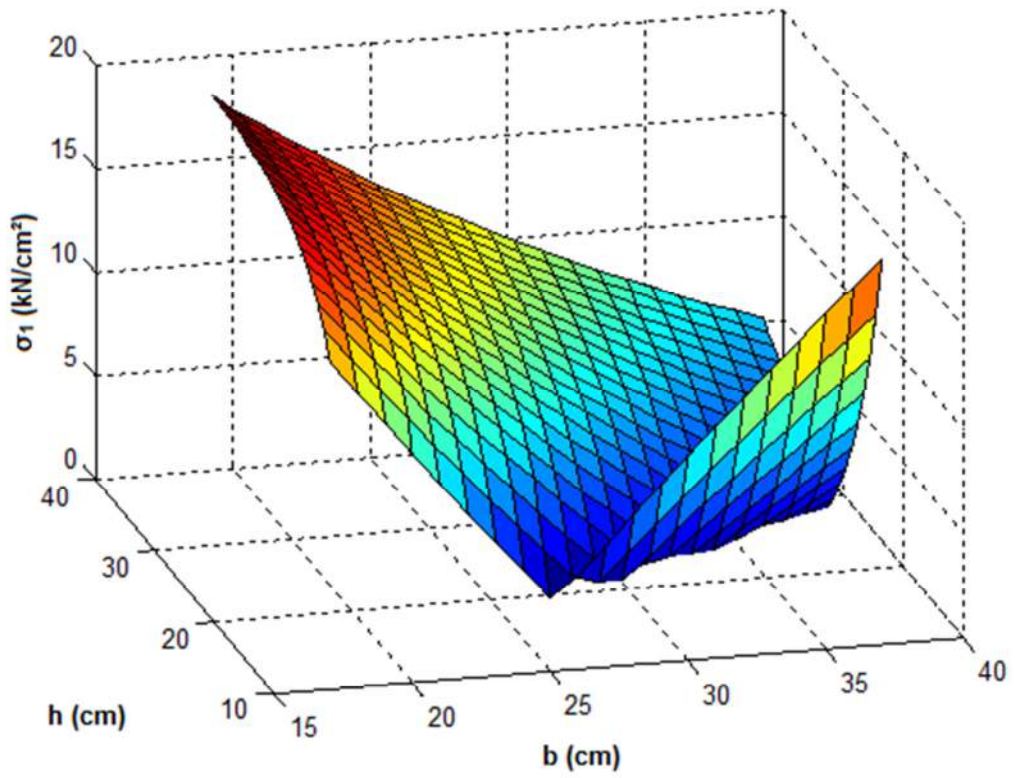


Figura 6.11 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

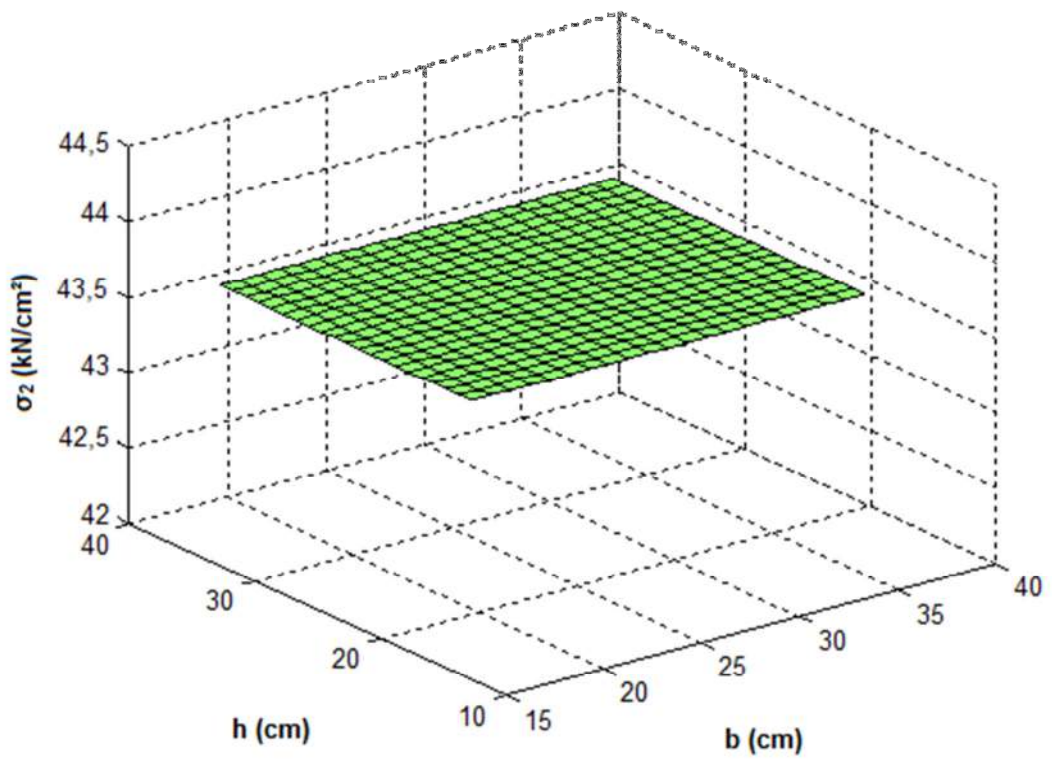


Figura 6.12 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=A_{s2}=7,2\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

Através da visualização dos resultados gráficos que foram apresentados, observa-se que o domínio de trabalho do pilar permanece constante igual a 4 para as diferentes combinações das dimensões da seção transversal do pilar, b e h , e o valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 permanece constante para todas as variações de b e h , sendo igual a f_{yd} . Já a representação de σ_1 em função de b e h está apresentada na Figura 6.11, através de uma superfície.

Utilizando-se dados de entrada tais como $A_{s1}=12\text{ cm}^2$, $A_{s2}=12\text{ cm}^2$ e $e=7\text{ cm}$, variando-se b e h entre 19 e 40 cm, obtêm-se os gráficos apresentados nas Figuras 6.16, 6.17 e 6.18 para a representação geral de gráficos 3D do problema proposto.

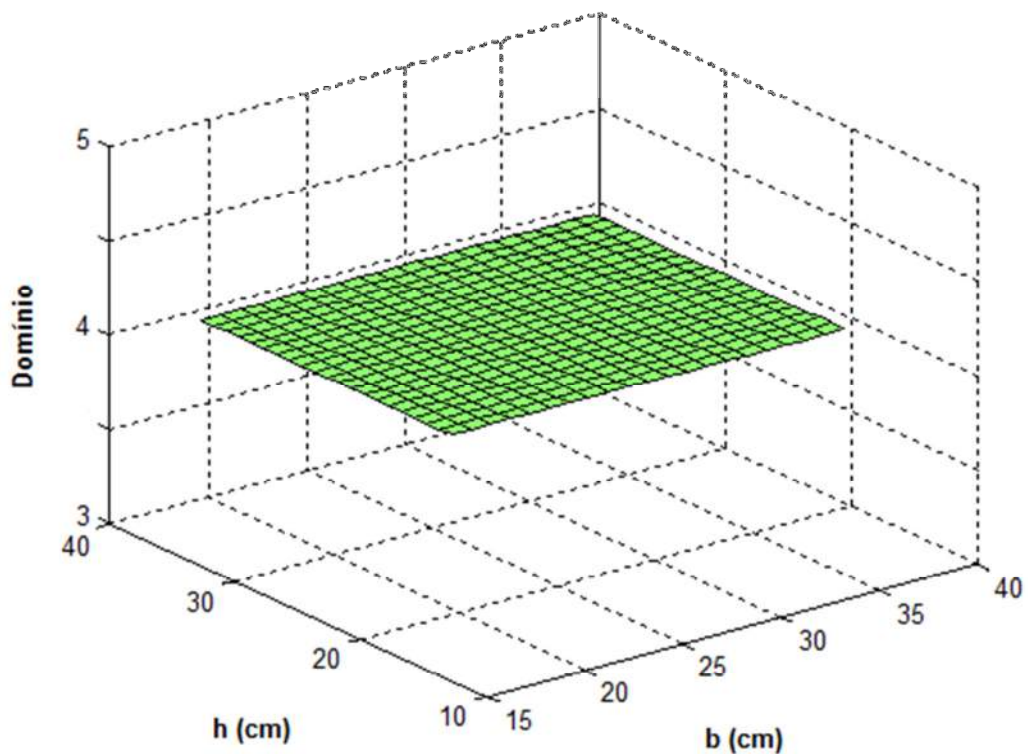


Figura 6.13 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

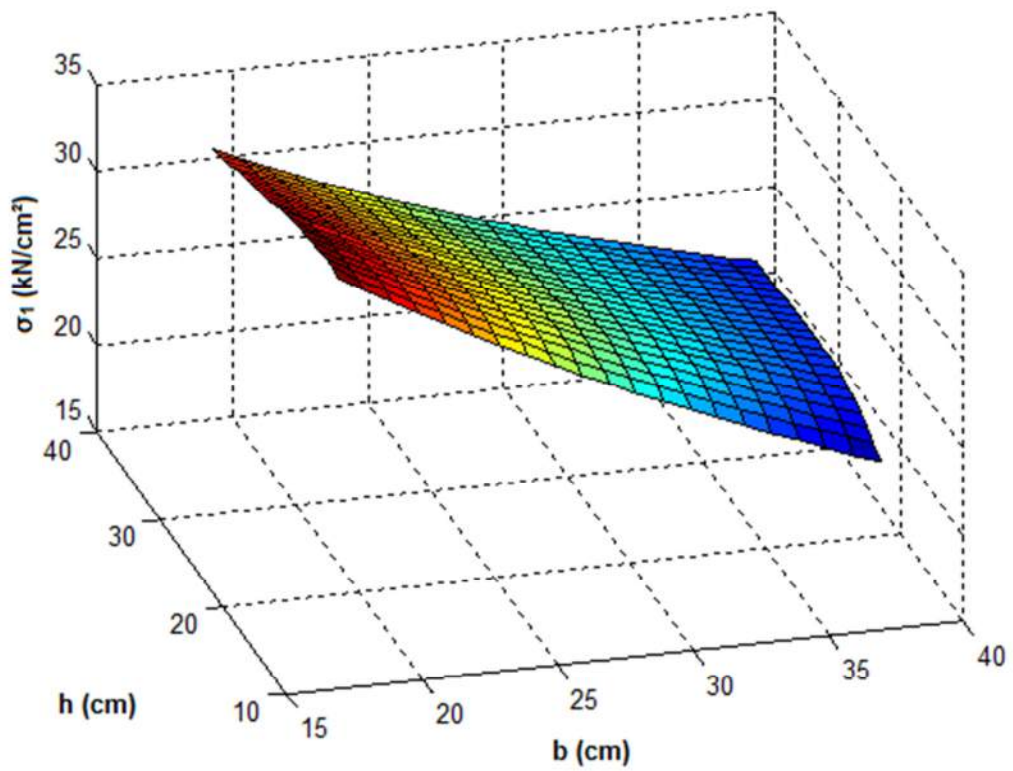


Figura 6.14 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

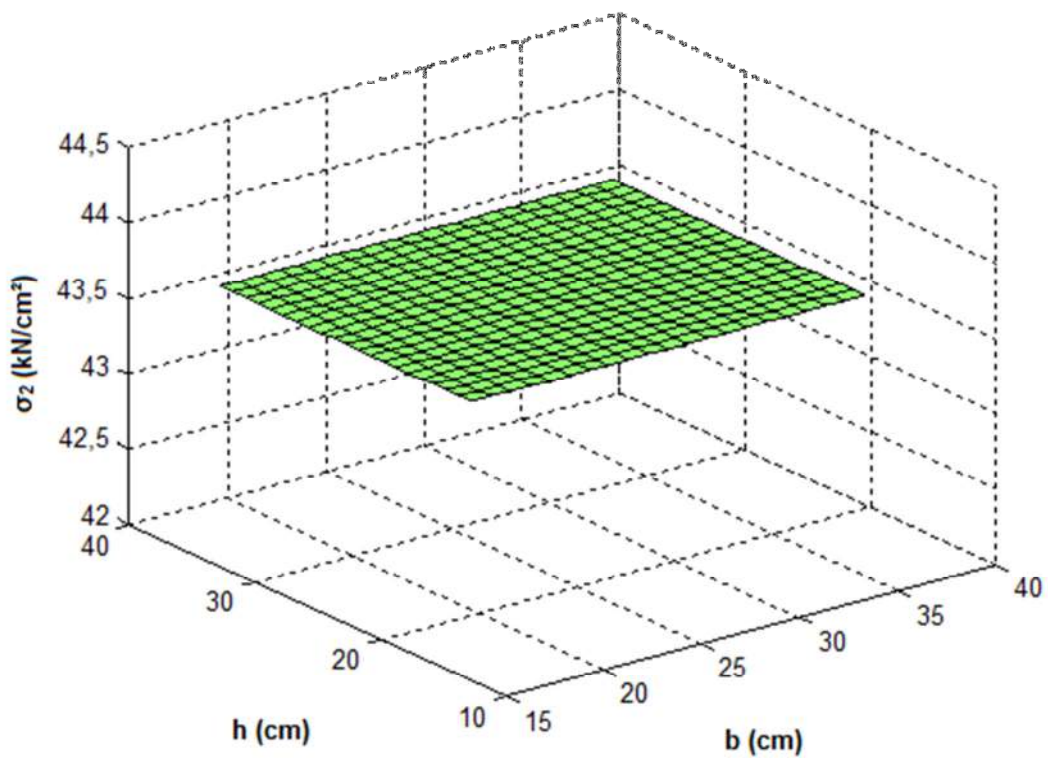


Figura 6.15 – Gráfico correlacionando b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=A_{s2}=12\text{cm}^2$ e $e=7\text{cm}$.

Observando-se os gráficos que foram apresentados, tem-se que o domínio de trabalho do pilar permanece constante igual a 4 para as diferentes combinações das dimensões da seção transversal do pilar, b e h , e o valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 permanece constante para todas as variações de b e h , sendo igual a f_{yd} . Já a representação de σ_1 em função de b e h está apresentada na Figura 6.14, através de uma superfície praticamente linear, onde o valor de σ_1 aumenta a medida que o valor da largura b do pilar diminui.

Utilizando-se dados de entrada tais como $A_{s1}=18 \text{ cm}^2$, $A_{s2}=8 \text{ cm}^2$ e $e=10 \text{ cm}$, variando-se b entre 12 e 33 cm e h entre 19 e 40 cm, obtêm-se os gráficos apresentados nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 para a representação geral de gráficos 3D do problema proposto.

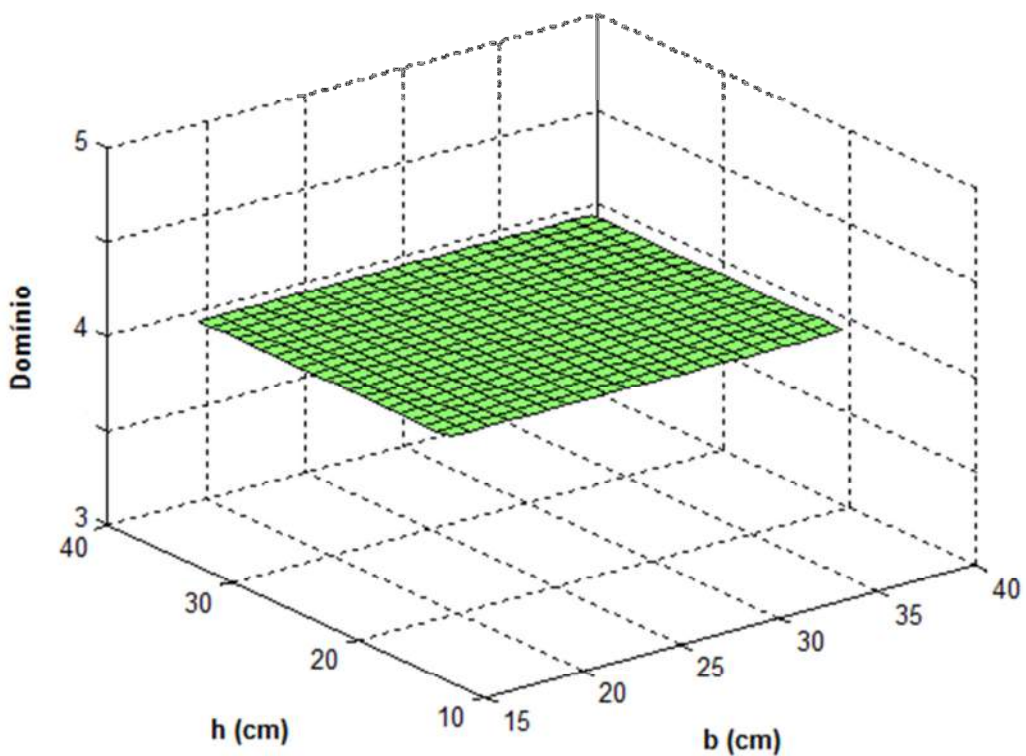


Figura 6.16 – Gráfico correlacionando b vs h vs Domínio, para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

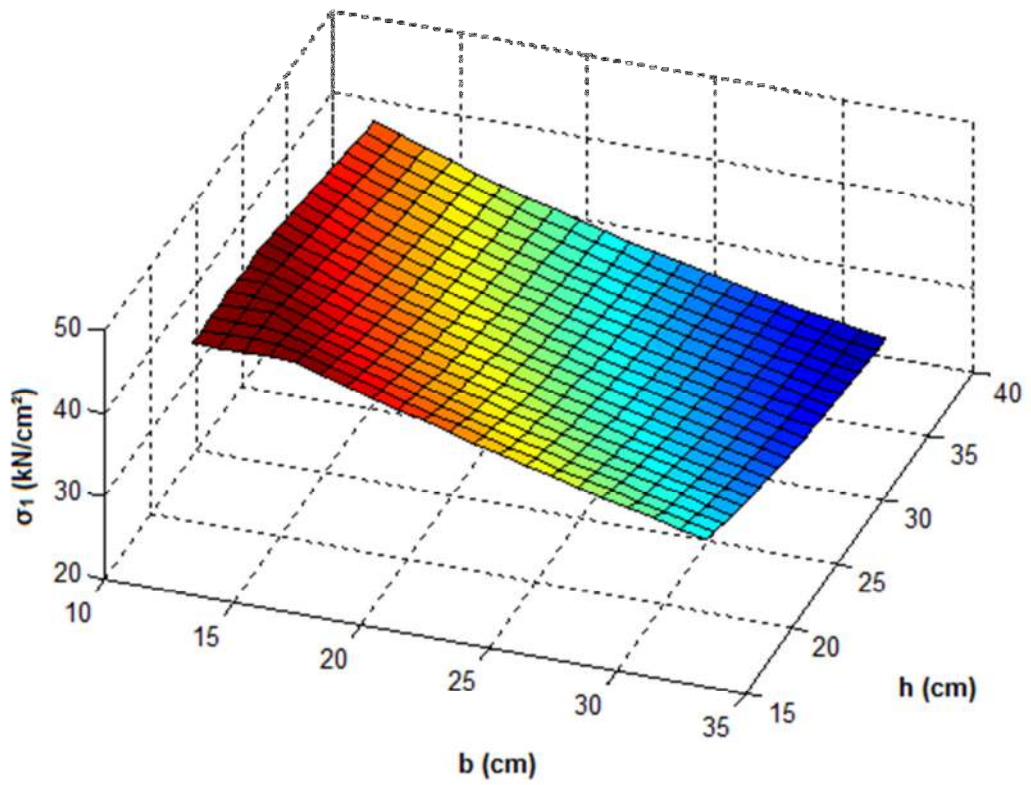


Figura 6.17 – Gráfico b vs h vs σ_1 , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

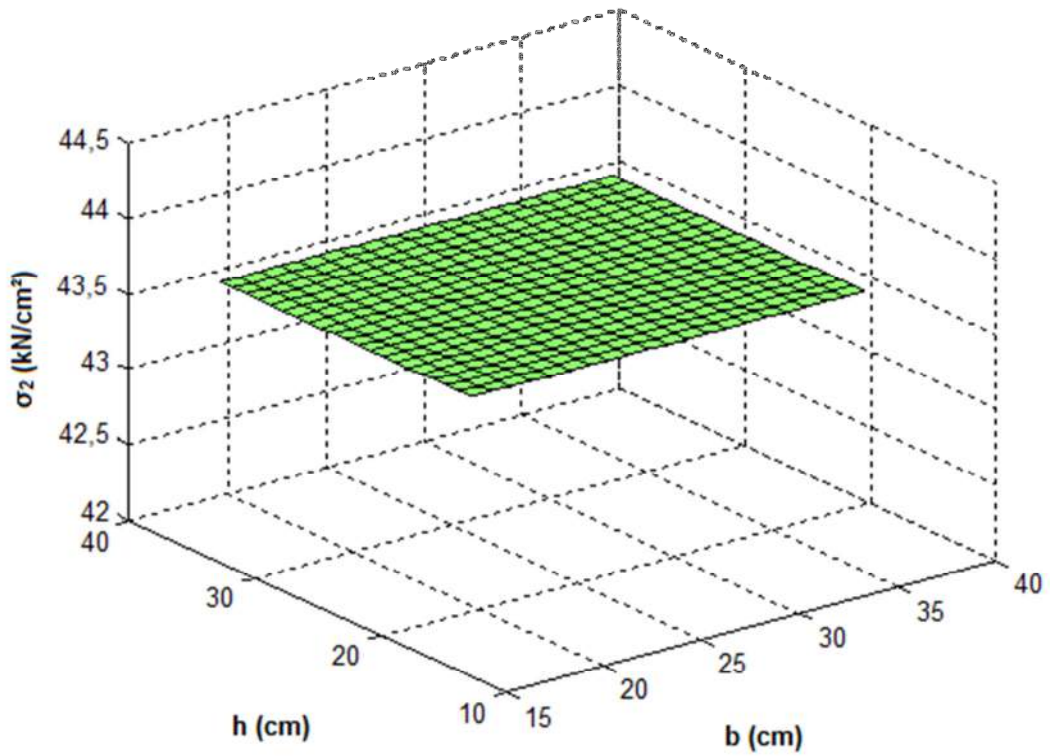


Figura 6.18 – Gráfico b vs h vs σ_2 , para $A_{s1}=18\text{cm}^2$, $A_{s2}=8\text{cm}^2$ e $e=10\text{cm}$.

Notou-se nos gráficos apresentados que o domínio de trabalho do pilar permanece constante igual a 4 para as diferentes combinações das dimensões da seção transversal do pilar, b e h , e o valor da tensão no aço mais comprimido σ_2 permanece constante para todas as variações de b e h , sendo igual a f_{yd} . Já a representação de σ_1 em função de b e h está apresentada na Figura 6.17, através de uma superfície praticamente linear, onde o valor de σ_1 aumenta a medida que o valor da largura b do pilar diminui.

Com a finalidade de validação do módulo de verificação da resistência de pilares submetidos à flexo-compressão normal, foram realizados comparativos de resultados obtidos através do programa desenvolvido nesta pesquisa, em confronto com os resultados obtidos em exemplos desenvolvidos por FILHO (2011), na Escola de Engenharia da Faculdade Federal do Rio Grande do Sul.

Adotando-se como dados fixos as dimensões da seção transversal do pilar b e h , a excentricidade e as áreas de aço A_{s1} e A_{s2} , obtêm-se o momento fletor resistente M_u e o esforço normal resistente N_u . Os resultados obtidos são observados nas Tabelas 6.2 e 6.3.

Tabela 6.2– Comparativo 1.

Dados de Entrada		
b	25	cm
h	50	cm
e	70	cm
A_{s1}	3,77	cm ²
A_{s2}	3,78	cm ²
Dados de Saída	FILHO (2011)	Programa
M_u (kNm)	98,00	97,25
N_u (kN)	140,00	136,31
Domínio	2	2

Tabela 6.3 – Comparativo 2.

Dados de Entrada		
b	25	cm
h	50	cm
e	2,4	cm
A_{s1}	23,26	cm ²
A_{s2}	23,26	cm ²
Dados de Saída	FILHO (2011)	Programa
M_u (kNm)	84,00	70,57
N_u (kN)	3.500,00	3.619,90
Domínio	5	5

Com base nos resultados obtidos no módulo de verificação de resistência de pilares, comparando-se com os resultados obtidos nos exemplos desenvolvidos por FILHO (2011), percebe-se que os programas apresentam resultados similares. Nos dois exemplos comparados, foram obtidos os mesmos domínios de trabalho do pilar para cada problema estudado.

As diferenças obtidas são intrínsecas à metodologia de cálculo adotada. Neste trabalho foi desenvolvida a metodologia completa, enquanto no trabalho de FILHO (2011) a verificação estrutural do pilar foi realizada através de método simplificado (rigidez aproximada).

6.2. MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Neste trabalho, a otimização estrutural de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal foi realizada através da utilização do *software* de programação Matlab[®]. As etapas de otimização referentes à Programação Matemática são realizadas a partir do apoio do *Toolbox* de otimização com a utilização do algoritmo *fmincon*, cujo método utilizado foi o de Programação Quadrática Sequencial.

Este programa inicia-se a partir de dados de entrada obrigatórios, tais como o momento fletor solicitante (M_{sd}), o esforço normal solicitante (N_{sd}), o custo do concreto (C_c), do aço (C_s) e das formas (C_f), entre outros fatores. Para a realização

do processo iterativo de otimização, é necessário um vetor inicial que contenha estimativas iniciais da solução para cada variável de projeto (x_r).

No programa, o vetor lb apresenta as condições de contorno inferiores para cada variável. As opções de otimização são selecionadas através do programa *optimset*, acionando, em seguida, o algoritmo de otimização através do *fmincon*. Após o processamento, são obtidos os valores da configuração ótima das variáveis de projeto b , h , A_{s1} e A_{s2} , fornecendo, assim, o custo mínimo da peça estrutural, em R\$/cm do pilar.

6.3. MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE ALGORITMO GENÉTICO

As etapas de otimização por Algoritmo Genético são realizadas com o apoio do *Toolbox* de otimização correspondente, existente no software Matlab[®]. Este pacote fornece algoritmos que resolvem diversos tipos de problemas.

Da mesma forma que o programa de otimização desenvolvido através de Programação Matemática, este de Algoritmo Genético inicia-se a partir de dados de entrada obrigatórios, tais como o momento fletor solicitante (M_{sd}), o esforço normal solicitante (N_{sd}), o custo do concreto (C_c), do aço (C_s) e das formas (C_f), entre outros fatores. Para a realização da otimização, é necessário um vetor inicial que contenha estimativas iniciais para cada variável de projeto (x_r). O vetor lb apresenta as condições de contorno inferiores para cada variável de projeto.

Posteriormente, são selecionadas as opções de otimização através do programa *gaoptimset* e são definidos os parâmetros de controle do algoritmo de otimização, acionando, em seguida, este algoritmo através do programa *ga*. Após o processamento, são obtidos os valores da configuração ótima das variáveis de projeto b , h , A_{s1} e A_{s2} , fornecendo, assim, o custo mínimo da peça estrutural, em R\$/cm do pilar.

Com a finalidade da definição dos parâmetros mais propícios a produzirem um custo mínimo da peça estrutural, foram realizados 50 testes, variando as taxas de mutação, cruzamento e tamanho da população.

Inicialmente, foram fixados a taxa de cruzamento e o tamanho da população, variando a taxa de mutação entre 0,7 e 1,7%. Posteriormente foram fixados os

demais parâmetros e a taxa de cruzamento foi variada entre 50 e 96%. E por fim, foi variado o tamanho da população entre 20 e 190 cromossomos. Os melhores resultados foram obtidos com uma taxa de mutação de 1,2%, taxa de cruzamento de 95% e tamanho da população de 160 cromossomos. Para verificar se a calibração foi realizada adequadamente, o mesmo problema foi processado 10 vezes e foi obtido um desvio padrão de 0,0024, que é considerado satisfatório (Tabela 6.4). Foi selecionado o método da roleta e, no processo do elitismo, foram preservados os melhores indivíduos para serem repassados para a próxima geração. Notou-se que a etapa do programa que dispense um maior consumo de memória do computador e tempo de processamento foi a de cruzamento, devido à alta taxa aplicada. O tempo de processamento também está diretamente ligado à população, sendo este tão maior quanto maior for o tamanho da população.

Tabela 6.4 – Calibração dos Parâmetros (AG).

M_{sd} (kNcm)	N_{sd} (kN)	Taxa de Mutação	Taxa de Cruzamento	Tamanho da População
600	400	1,2%	95%	160
Custo Mínimo (R\$/cm)				
0,5545	0,5531	0,5538	0,5580	0,5541
0,5576	0,5584	0,5575	0,5557	0,5516
Média:			0,5554	
Desvio Padrão:			0,0024	
Valor Máximo:			0,5584	
Valor Mínimo:			0,5516	

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, os resultados obtidos através da otimização estrutural por meio de Programação Matemática e Algoritmo Genético são apresentados e comparados com resultados existentes na literatura. Visando identificar o algoritmo de otimização mais eficaz para o dimensionamento ótimo de seções transversais de pilares de concreto armado, também foi realizado um comparativo entre os dois programas implementados.

7.1. RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Com a finalidade de validação do programa de otimização estrutural através da utilização de Programação Matemática em Matlab[®], foram realizados diversos testes. Foram considerados valores do esforço normal solicitante (N_{sd}) variando entre 400 e 1000 kN, para excentricidades de aplicação da carga no pilar entre 7 e 15 cm. Estes problemas que foram processados no programa de otimização estrutural produziram como resultados de saída os valores das variáveis de projeto ótimas e o custo mínimo da estrutura para cada solicitação e excentricidade utilizada. Os resultados obtidos estão apresentados nas Tabelas 7.1 a 7.7.

Tabela 7.1 – Problema 1 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	400								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200	5600	6000
b (cm)	18,97	18,97	17,93	16,36	15,29	14,64	13,79	13,03	12,34
h (cm)	18,97	18,97	20,08	22,01	23,55	24,59	26,11	30,01	29,16
A_c (cm ²)	360	360	360	360	360	360	360	360	360
A_{s1} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2
A_{s2} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4
x (cm)	15,01	11,08	10,31	11,36	13,03	11,99	10,27	7,12	6,89
Domínio	4	4	3	3	3	3	3	2	2
Custo (R\$/cm)	0,5403	0,5403	0,5403	0,5407	0,5411	0,5415	0,5422	0,5429	0,5437

Tabela 7.2 – Problema 2 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	500								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
b (cm)	18,51	17,04	15,78	14,68	13,72	12,87	12,12	12	12
h (cm)	19,45	21,12	22,81	24,52	26,24	27,97	29,7	30,8	31,79
A_c (cm ²)	360	360	360	360	360	360	360	369,59	381,42
A_{s1} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,39	7,63
A_{s2} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,39	7,63
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,78	15,26
x (cm)	16,31	17,40	18,51	19,65	20,79	15,98	16,82	16,27	18,27
Domínio	4	4	4	4	4	3	3	3	3
Custo (R\$/cm)	0,5403	0,5405	0,5409	0,5415	0,5422	0,5431	0,5441	0,5584	0,5759

Tabela 7.3 – Problema 3 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	600								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
b (cm)	15	13,81	12,79	12	12	12	12	12	12
h (cm)	24	26,06	28,15	30,1	30,93	31,79	32,67	33,56	34,48
A_c (cm ²)	360	360	360	361,14	371,17	381,45	391,98	402,76	413,79
A_{s1} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,22	7,42	7,63	7,84	8,06	8,28
A_{s2} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,22	7,42	7,63	7,84	8,06	8,28
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,4	14,4	14,4	14,45	14,85	15,26	15,68	16,11	16,55
x (cm)	27,32	29,33	31,38	33,09	32,23	31,40	30,53	29,66	28,78
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,5413	0,5421	0,5432	0,5459	0,5607	0,576	0,5915	0,6075	0,6238

Tabela 7.4 – Problema 4 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	700								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	4900	5600	6300	7000	7700	8400	9100	9800	10500
b (cm)	12	12	12	12	12	12	12	12	12
h (cm)	30,83	31,6	32,37	33,16	33,97	34,79	35,63	36,49	37,36
A_c (cm ²)	369,99	379,15	388,47	397,97	407,64	417,51	427,57	437,84	448,32
A_{s1} (cm ²)	7,4	7,58	7,77	7,96	8,15	8,35	8,55	8,76	8,97
A_{s2} (cm ²)	7,4	7,58	7,77	7,96	8,15	8,35	8,55	8,76	8,97
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,8	15,17	15,54	15,92	16,31	16,7	17,1	17,51	17,93
x (cm)	42,33	42,07	40,77	39,97	39,15	38,32	37,48	36,65	38,68
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,559	0,5725	0,5863	0,6004	0,6147	0,6293	0,6442	0,6594	0,6749

Tabela 7.5 – Problema 5 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	800								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	5600	6400	7200	8000	8800	9600	10400	11200	12000
b (cm)	12	12	12	12	12	12	12	12	12
h (cm)	33,98	34,74	35,5	36,28	37,06	37,86	38,68	39,5	40,34
A_c (cm ²)	407,79	416,84	426,01	435,32	444,76	454,35	464,11	474,03	484,12
A_{s1} (cm ²)	8,16	8,34	8,52	8,71	8,9	9,09	9,28	9,48	9,68
A_{s2} (cm ²)	8,16	8,34	8,52	8,71	8,9	9,09	9,28	9,48	9,68
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	16,31	16,67	17,04	17,41	17,79	18,17	18,56	18,96	19,36
x (cm)	49,08	48,34	47,56	46,80	46,00	45,20	44,38	43,55	42,71
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,6149	0,6283	0,6419	0,6556	0,6696	0,6838	0,6982	0,7129	0,7278

Tabela 7.6 – Problema 6 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	900								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	6300	7200	8100	9000	9900	10800	11700	12600	13500
b (cm)	12	12	12	12	12	12	12	12	12
h (cm)	37,15	37,89	38,65	39,41	40,19	40,97	41,77	42,57	43,39
A_c (cm ²)	445,75	454,73	463,8	472,97	482,26	491,67	501,2	510,88	520,69
A_{s1} (cm ²)	8,92	9,09	9,28	9,46	9,65	9,83	10,02	10,22	10,41
A_{s2} (cm ²)	8,92	9,09	9,28	9,46	9,65	9,83	10,02	10,22	10,41
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	17,83	18,19	18,55	18,92	19,29	19,67	20,05	20,44	20,83
x (cm)	55,80	55,03	54,32	53,55	52,80	51,99	51,21	50,42	49,59
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,6711	0,6843	0,6977	0,7113	0,7251	0,739	0,7531	0,7674	0,7819

Tabela 7.7 – Problema 7 resolvido através de Programação Matemática.

N_{sd} (kN)	1000								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000
b (cm)	12	12	12	12	12	12	12	12	12
h (cm)	40,32	41,06	41,81	42,57	43,33	44,11	44,89	45,68	46,48
A_c (cm ²)	483,8	492,73	501,73	510,82	519,99	529,27	538,65	548,15	557,76
A_{s1} (cm ²)	9,68	9,85	10,03	10,22	10,4	10,59	10,77	10,96	11,16
A_{s2} (cm ²)	9,68	9,85	10,03	10,22	10,4	10,59	10,77	10,96	11,16
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	19,35	19,71	20,07	20,43	20,8	21,17	21,55	21,93	22,31
x (cm)	62,47	61,74	61,01	60,30	59,54	58,80	58,00	57,22	56,45
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,7273	0,7405	0,7539	0,7673	0,7809	0,7946	0,8085	0,8225	0,8367

Para a visualização do processo iterativo, foram confeccionados gráficos que correlacionam a iteração do programa e o valor da função objetivo, além da violação das restrições de projeto. A análise gráfica facilita a visualização da convergência do problema para a solução ótima (custo mínimo), conforme pode ser observado nos gráficos apresentados nas Figuras 7.1, 7.2 e 7.3.

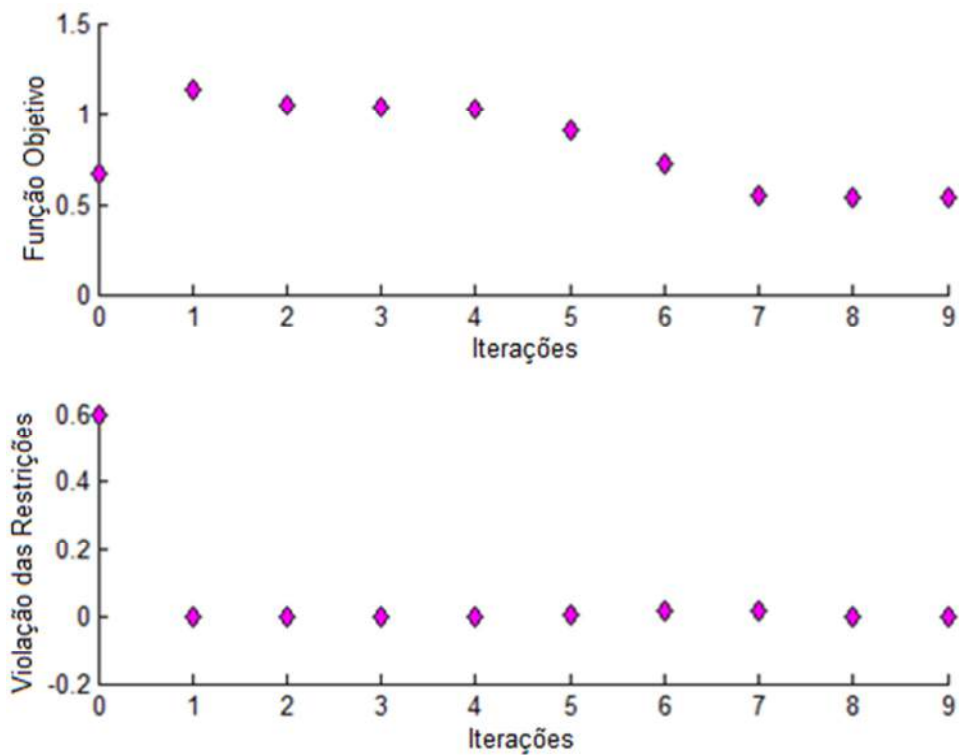


Figura 7.1 – Convergência do problema para $N_{sd}=400$ kN e $M_{sd}=2800$ kNcm.

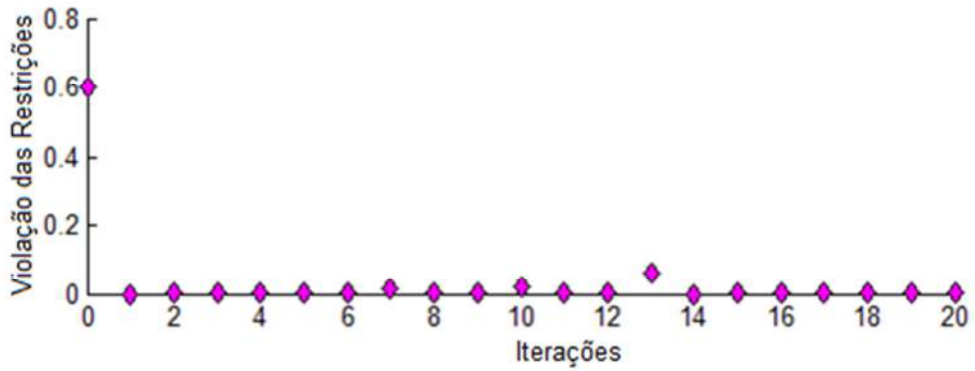
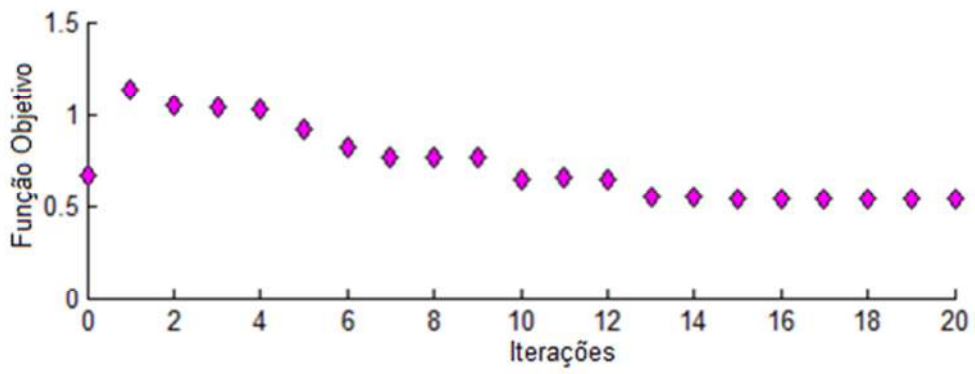


Figura 7.2 – Convergência do problema para $N_{sd}=400$ kN e $M_{sd}=5600$ kNcm.

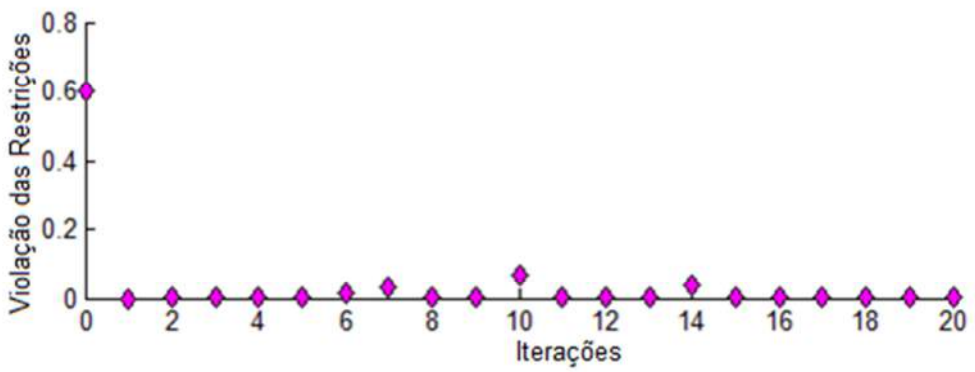
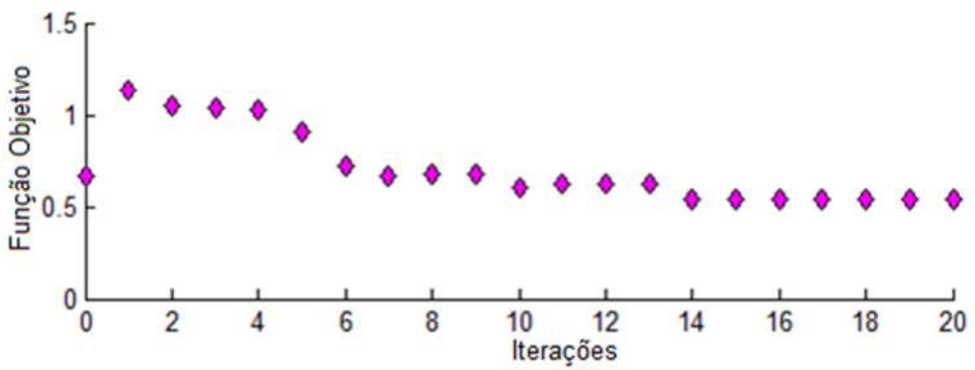


Figura 7.3 – Convergência do problema para $N_{sd}=500$ kN e $M_{sd}=5000$ kNcm.

Observa-se que os problemas demonstraram uma boa convergência, apresentando redução do valor da função objetivo paralelamente à redução de violações nas restrições de projeto. Para pequenas solicitações e excentricidades baixas, verifica-se a tendência em o programa adotar a área de concreto mínima de 360 cm².

7.2. RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Com a finalidade de validação do programa de otimização estrutural através da utilização de Algoritmo Genético em Matlab[®], foram realizados diversos testes. Da mesma forma que o realizado para Programação Matemática, também foram considerados valores do esforço normal solicitante (N_{sd}) variando entre 400 e 1000 kN, para excentricidades de aplicação da carga no pilar entre 7 e 15 cm. Estes problemas processados no programa de otimização estrutural produziram como dados de saída os valores das variáveis de projeto e o custo mínimo da estrutura para cada solicitação e excentricidade utilizada. Os resultados obtidos estão apresentados nas Tabelas 7.8 a 7.14.

Tabela 7.8 – Problema 1 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	400								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200	5600	6000
b (cm)	18,8	18,67	17,55	12,45	12,21	12,22	12,53	12,48	12,3
h (cm)	19,15	19,29	20,52	28,93	29,49	29,45	28,82	28,9	29,45
A_c (cm ²)	360	360,01	360,01	360,02	360,03	360,01	361,24	360,74	362,11
A_{s1} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,21	7,26	7,24	7,34
A_{s2} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,21	7,24	7,22
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,41	14,47	14,48	14,55
x (cm)	15,04	11,13	10,38	11,33	13,04	11,95	10,33	7,09	6,93
Domínio	4	4	4	3	3	3	3	3	3
Custo (R\$/cm)	0,5403	0,5403	0,5404	0,5437	0,544	0,5443	0,5459	0,5461	0,549

Tabela 7.9 – Problema 2 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	500								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
b (cm)	18,08	17,03	15,32	14,21	13,73	12,42	12,01	12,07	12,09
h (cm)	19,91	21,14	23,5	25,34	26,23	28,99	29,97	30,73	31,7
A_c (cm ²)	360,04	360,01	360,02	360,01	360,19	360,02	360,01	370,93	383,15
A_{s1} (cm ²)	7,2	7,21	7,21	7,2	7,21	7,21	7,2	7,44	7,76
A_{s2} (cm ²)	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,4	7,58
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,4	14,41	14,41	14,41	14,42	14,41	14,4	14,84	15,35
x (cm)	16,28	17,35	18,44	19,62	20,78	15,02	15,64	16,11	16,42
Domínio	4	4	4	4	4	3	3	3	3
Custo (R\$/cm)	0,5404	0,5408	0,5413	0,542	0,5427	0,544	0,5443	0,5604	0,579

Tabela 7.10 – Problema 3 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	600								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
b (cm)	14,87	13,8	12,6	12,05	12,03	12,01	12,04	12,04	12,12
h (cm)	24,2	26,09	28,59	30	30,89	31,78	32,63	33,52	34,33
A_c (cm ²)	360	360	360,23	361,42	371,48	381,71	392,75	403,57	415,99
A_{s1} (cm ²)	7,22	7,21	7,22	7,26	7,44	7,64	7,88	8,08	8,32
A_{s2} (cm ²)	7,21	7,2	7,21	7,25	7,44	7,63	7,84	8,08	8,32
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,42	14,41	14,43	14,51	14,87	15,27	15,72	16,16	16,64
x (cm)	27,35	29,38	31,45	33,06	32,24	31,36	30,59	29,63	28,82
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,542	0,5425	0,5444	0,5479	0,5616	0,5763	0,593	0,609	0,6269

Tabela 7.11 – Problema 4 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	700								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	4900	5600	6300	7000	7700	8400	9100	9800	10500
b (cm)	12,16	12,24	12,07	12,28	12,39	12,02	12,03	12,04	12,02
h (cm)	30,55	31,19	32,29	32,7	33,33	34,76	35,56	36,43	37,34
A_c (cm ²)	371,36	381,69	389,81	401,41	412,95	417,93	427,66	438,58	448,99
A_{s1} (cm ²)	7,44	7,66	7,83	8,05	8,32	8,36	8,82	8,77	9
A_{s2} (cm ²)	7,43	7,66	7,82	8,02	8,24	8,36	8,64	8,77	8,96
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	14,88	15,32	15,65	16,06	16,56	16,72	17,45	17,54	17,96
x (cm)	42,36	42,12	40,84	39,94	39,16	38,28	37,54	36,62	38,72
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,5615	0,5774	0,59	0,6052	0,623	0,6301	0,6545	0,6604	0,6759

Tabela 7.12 – Problema 5 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	800								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	5600	6400	7200	8000	8800	9600	10400	11200	12000
b (cm)	12,31	12,38	12,21	12,2	12,4	12,39	12,25	12,05	12,18
h (cm)	33,49	33,96	35,07	35,92	36,27	37,2	38,18	39,47	40,11
A_c (cm ²)	412,36	420,34	428,28	438,36	449,79	461	467,89	475,43	488,41
A_{s1} (cm ²)	8,29	8,42	8,58	8,81	9,01	9,29	9,38	9,58	9,8
A_{s2} (cm ²)	8,21	8,42	8,57	8,74	9	9,17	9,35	9,48	9,75
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	16,5	16,84	17,15	17,55	18,01	18,45	18,73	19,05	19,55
x (cm)	49,11	48,39	47,63	46,77	46,01	45,16	44,44	43,52	42,75
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,6213	0,6336	0,6452	0,6601	0,6769	0,6932	0,7036	0,716	0,7341

Tabela 7.13 – Problema 6 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	900								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	6300	7200	8100	9000	9900	10800	11700	12600	13500
b (cm)	12,16	12,33	12,36	12,26	12,08	12,39	12,32	12,25	12,13
h (cm)	36,8	37,19	37,82	38,79	40,2	40,23	41,05	42,1	43,15
A_c (cm ²)	447,44	458,33	467,53	475,59	485,56	498,32	505,67	515,78	523,56
A_{s1} (cm ²)	8,96	9,2	9,38	9,53	9,86	10,05	10,13	10,42	10,54
A_{s2} (cm ²)	8,96	9,16	9,37	9,53	9,63	9,89	10,11	10,26	10,45
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	17,92	18,35	18,75	19,07	19,48	19,95	20,24	20,68	20,99
x (cm)	55,83	55,08	54,39	53,52	52,81	51,95	51,27	50,39	49,63
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,6739	0,6896	0,7039	0,7159	0,7316	0,7483	0,7594	0,7755	0,7872

Tabela 7.14 – Problema 7 resolvido através de Algoritmo Genético.

N_{sd} (kN)	1000								
e (cm)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
M_{sd} (kNcm)	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000
b (cm)	12,59	12,96	12,97	12,72	12,29	12,58	12,2	12,11	12,03
h (cm)	38,84	38,78	39,45	40,86	42,57	42,64	44,36	45,42	46,75
A_c (cm ²)	488,98	502,64	511,82	519,74	523,28	536,46	541,24	550,18	562,27
A_{s1} (cm ²)	9,83	10,11	10,25	10,44	10,48	10,74	10,88	11,05	11,44
A_{s2} (cm ²)	9,82	10,03	10,24	10,37	10,48	10,74	10,87	11	11,08
$A_{s\ Total}$ (cm ²)	19,65	20,14	20,49	20,81	20,96	21,49	21,75	22,05	22,52
x (cm)	62,50	61,79	61,08	60,27	59,55	58,76	58,06	57,19	56,49
Domínio	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Custo (R\$/cm)	0,7365	0,7541	0,767	0,7795	0,7859	0,8047	0,8148	0,8264	0,8442

7.3. COMPARATIVO COM A LITERATURA

A fim de validar os resultados obtidos pelos programas desenvolvidos, foram realizadas comparações por meio de técnica de otimização publicada em VIANNA (2003), para esforços solicitantes N_{sd} variando entre 2000 e 10000 kN, com excentricidades de 1, 2 e 3 cm (Tabela 7.15), cuja representação gráfica está presente nas Figuras 7.4, 7.5 e 7.6. Para efeito comparativo, foram utilizadas as mesmas características e custos dos materiais empregados, além dos mesmos parâmetros como, por exemplo, área máxima de aço de 4% da área de concreto.

Tabela 7.15 – Comparativo entre VIANNA (2003) e Programação Matemática (PM).

Excentricidade (cm)	N_{sd} (kN)	M_{sd} (kNcm)	Custo (R\$/m)		Economia (%)
			VIANNA (2003)	PM	
1	2000	2000	99,36	90,11	9,3
	3000	3000	134,87	118,22	12,3
	4000	4000	165,83	143,74	13,3
	5000	5000	199,33	167,78	15,8
	6000	6000	233,14	194,26	16,7
	7000	7000	266,85	233,64	12,4
	8000	8000	300,56	282,93	5,9
	9000	9000	338,15	332,22	1,8
	10000	10000	386,42	381,52	1,3
2	2000	4000	109,83	92,81	15,5
	3000	6000	147,84	121,74	17,7
	4000	8000	180,86	147,91	18,2
	5000	10000	216,89	172,51	20,5
	6000	12000	247,3	196,32	20,6
	7000	14000	280,44	233,64	16,7
	8000	16000	310,82	282,93	9,0
	9000	18000	345,6	332,22	3,9
	10000	20000	394,67	381,52	3,3
3	2000	6000	120,3	95,48	20,6
	3000	9000	159,18	125,17	21,4
	4000	12000	195,4	151,95	22,2
	5000	15000	231,62	177,09	23,5
	6000	18000	269,31	201,79	25,1
	7000	21000	297,74	233,64	21,5
	8000	24000	331,07	282,93	14,5
	9000	27000	360,81	332,22	7,9
	10000	30000	402,92	381,52	5,3

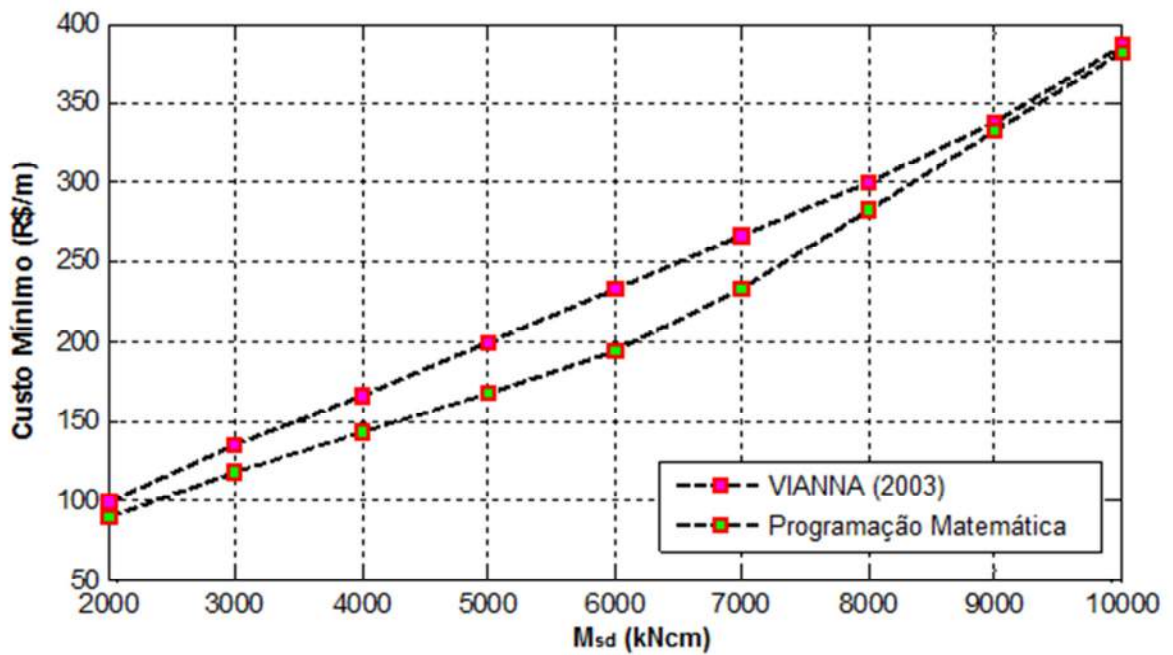


Figura 7.4 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 1 cm).

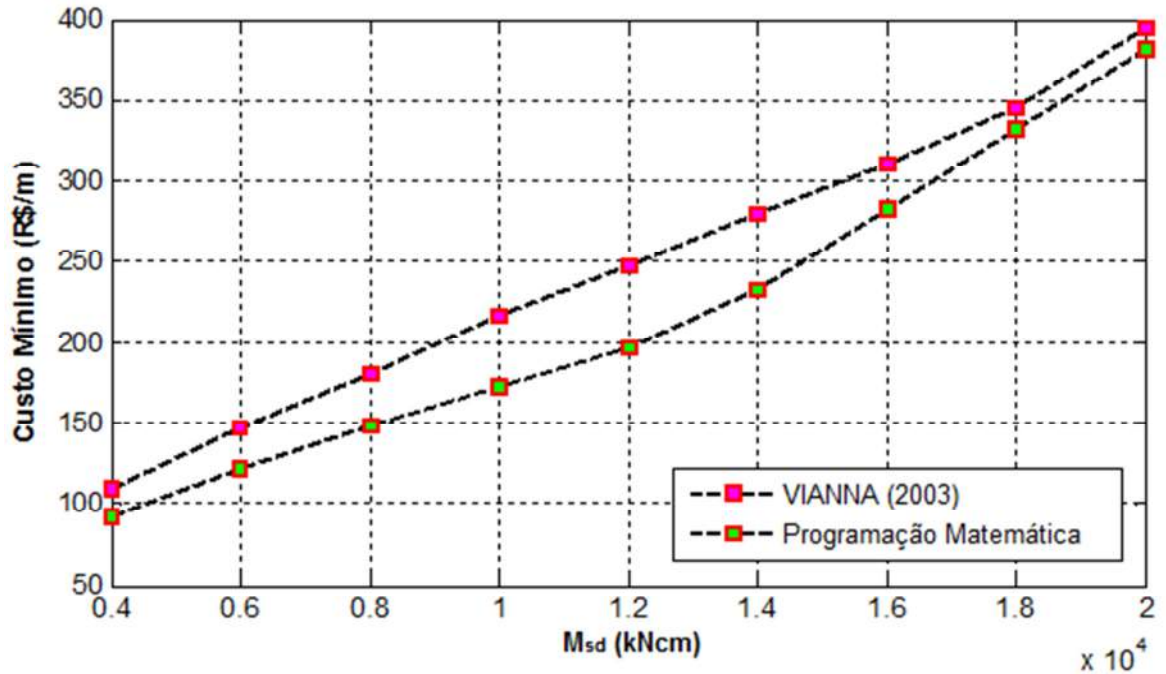


Figura 7.5 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 2 cm).

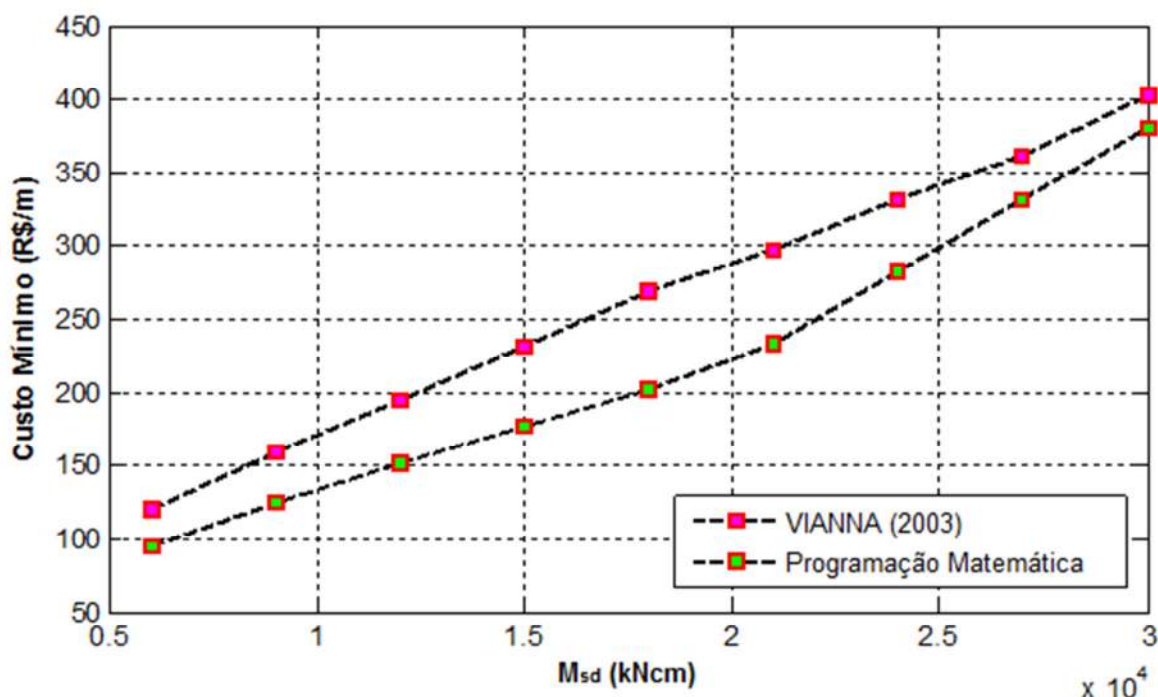


Figura 7.6 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e PM (Excentricidade = 3 cm).

A partir da análise da Tabela 7.15 e das Figuras 7.4, 7.5 e 7.6 verifica-se que, em todos os problemas, a utilização de Programação Matemática ofereceu vantagens com relação à economia no custo de fabricação do pilar, comparando-se com os valores de referência, obtendo uma redução neste custo de até 25,1%. Tal economia pode ser explicada devido ao fato de VIANNA (2003) utilizar metodologia simplificada (método do pilar padrão) e restrição para garantir o domínio 5, enquanto neste trabalho foi utilizado um método completo, com cálculo iterativo da posição da linha neutra, além de ter a possibilidade de atuar em todos os domínios de trabalho. Em VIANNA (2003), a própria posição da linha neutra já se encontrava como uma variável de projeto, tornando o programa muito mais aleatório.

Observa-se também que, para pequenas solicitações, a economia com relação à referência é maior do que quando predominam grandes solicitações. Tal situação se justifica pelo fato de que quando as solicitações são grandes, para baixas excentricidades, existe a tendência em o pilar permanecer totalmente comprimido (Domínio 5), em ambos os problemas. Para pequenas solicitações, este trabalho permite que o pilar se encontre nos demais domínios de trabalho, enquanto VIANNA (2003) restringe ao Domínio 5, em qualquer situação.

O mesmo processo comparativo foi realizado utilizando o método de Algoritmo Genético, cujos resultados estão apresentados na Tabela 7.16. Nas Figuras 7.7, 7.8 e 7.9 pode-se observar graficamente este processo que foi realizado.

Tabela 7.16 – Comparativo com a literatura (Algoritmo Genético).

Excentricidade (cm)	N _{sd} (kN)	M _{sd} (kNcm)	Custo (R\$/m)		Economia (%)
			VIANNA (2003)	PM	
1	2000	2000	99,36	94,9	4,5
	3000	3000	134,87	121,01	10,3
	4000	4000	165,83	145,85	12,0
	5000	5000	199,33	167,78	15,8
	6000	6000	233,14	194,31	16,7
	7000	7000	266,85	233,76	12,4
	8000	8000	300,56	282,98	5,8
	9000	9000	338,15	332,35	1,7
	10000	10000	386,42	381,64	1,2
2	2000	4000	109,83	98,89	10,0
	3000	6000	147,84	125,53	15,1
	4000	8000	180,86	156,63	13,4
	5000	10000	216,89	189,72	12,5
	6000	12000	247,3	203,84	17,6
	7000	14000	280,44	233,67	16,7
	8000	16000	310,82	282,94	9,0
	9000	18000	345,6	332,23	3,9
	10000	20000	394,67	381,52	3,3
3	2000	6000	120,3	101,34	15,8
	3000	9000	159,18	128,7	19,1
	4000	12000	195,4	159,79	18,2
	5000	15000	231,62	179,86	22,3
	6000	18000	269,31	205,12	23,8
	7000	21000	297,74	233,66	21,5
	8000	24000	331,07	282,94	14,5
	9000	27000	360,81	332,23	7,9
	10000	30000	402,92	381,51	5,3

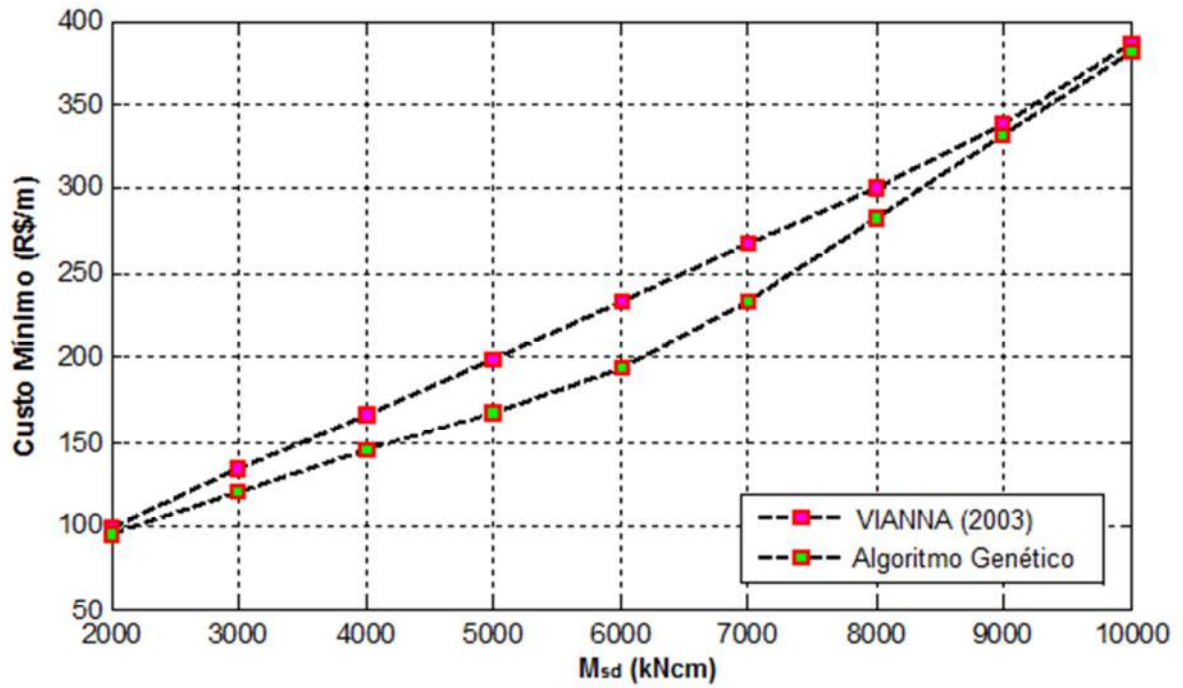


Figura 7.7 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 1 cm).

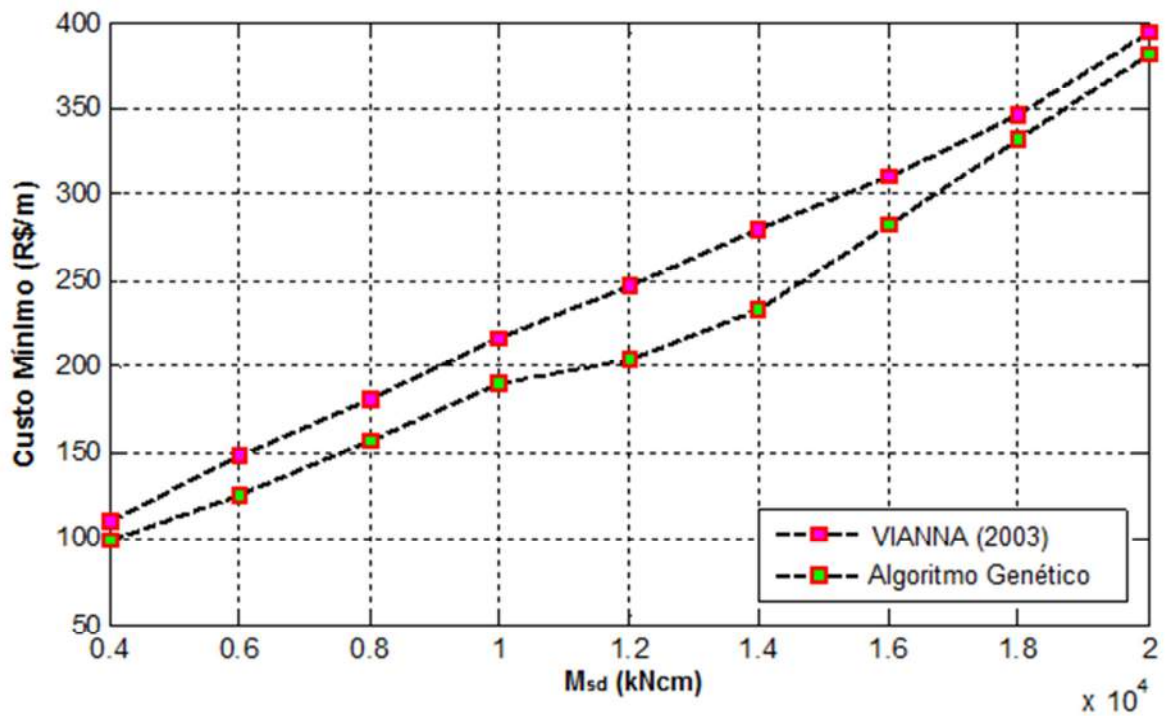


Figura 7.8 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 2 cm).

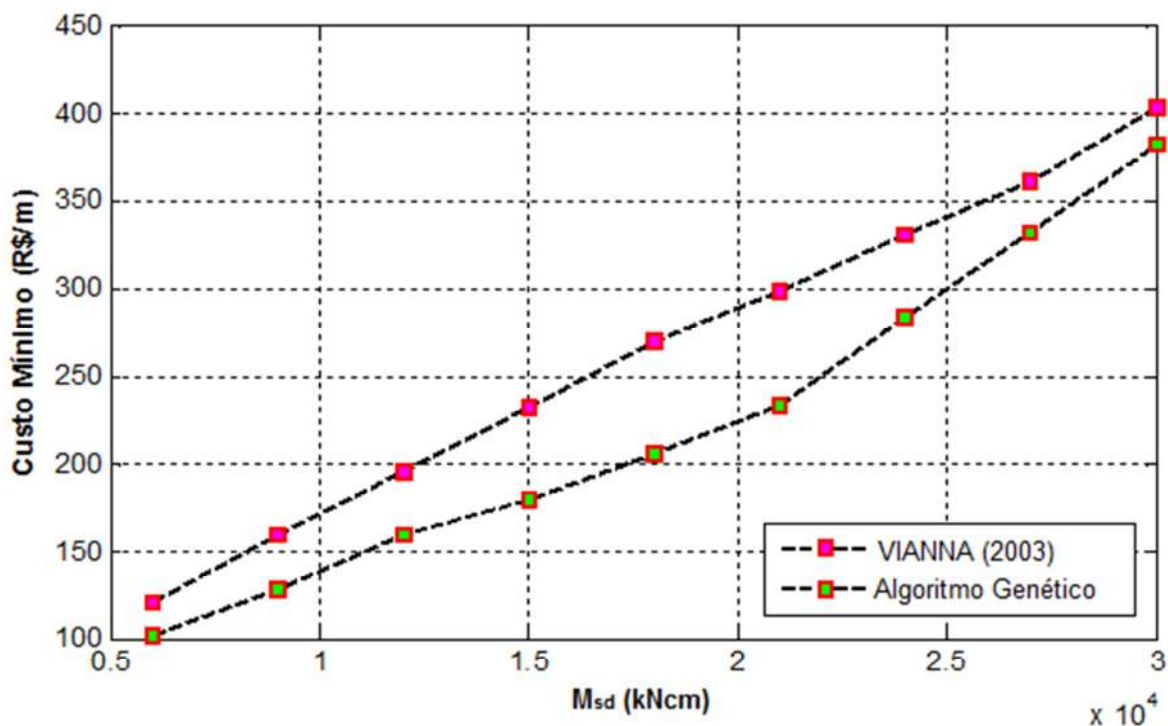


Figura 7.9 – Momento Fletor vs Custo Mínimo – Comparativo entre VIANNA (2003) e AG (Excentricidade = 3 cm).

A partir da análise da Tabela 7.16 e das Figuras 7.7, 7.8 e 7.9 verifica-se que, em todos os problemas, a utilização de Algoritmo Genético ofereceu vantagens com relação à economia no custo de fabricação do pilar, comparando-se com os valores de referência, obtendo uma redução neste custo de até 23,8%.

A utilização de Algoritmo Genético também propiciou economia frente a VIANNA (2003), embora seja relativamente menos eficaz do que a otimização por Programação Matemática, conforme demonstrado anteriormente.

7.4. COMPARATIVO ENTRE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ALGORITMO GENÉTICO

Na obtenção do projeto ótimo, foram utilizados Algoritmos de Programação Matemática e Algoritmos Genéticos, o que permitiu a realização de um comparativo entre os módulos implementados, levando-se em consideração o custo mínimo obtido através das duas metodologias empregadas, as dimensões da seção transversal e a área de aço utilizada. Com posse dos dados contidos nas tabelas de resultados que foram apresentadas anteriormente, foram confeccionados gráficos que correlacionam o momento solicitante M_{sd} com a área de aço total A_s , a área de concreto A_c e o custo mínimo do pilar.

Nas Tabelas 7.17 e 7.18 são apresentadas as configurações ótimas e os custos mínimos para cada método, variando-se o momento solicitante M_{sd} e o esforço solicitante N_{sd} . Nestas tabelas também estão apresentadas as relações entre os custos obtidos através de Programação Matemática (PM) e Algoritmo Genético (AG).

Analisando-se os resultados obtidos, observa-se que, para pequenos esforços solicitantes (N_{sd}) e momentos fletores solicitantes (M_{sd}), existe a tendência em a configuração ótima apresentar área total de concreto igual a 360 cm^2 , que é a área mínima exigida em norma.

É possível notar também que as áreas de concreto (A_c) e as áreas de aço totais (A_s) obtidas apresentam a tendência em terem valores próximos, se comparadas as 2 metodologias impostas.

A otimização estrutural através de Programação Matemática e Algoritmo Genético foi realizada de forma eficaz nas 2 metodologias, apresentando custos mínimos similares para diversas aplicações verificadas. Observando-se a relação entre custos PM/AG, nota-se que o coeficiente proveniente desta divisão é sempre muito próximo de 1, indicando que os resultados obtidos em ambos os casos apresentam a tendência em serem muito próximos um do outro.

Tabela 7.17 – Comparativo entre Programação Matemática e Algoritmo Genético.

N _{sd} (kN)	M _{sd} (kNcm)	b (cm)		h (cm)		Ac (cm ²)		As1 (cm ²)		As2 (cm ²)		As (cm ²)		Custo (R\$/cm)		Relação entre custos (PM/AG)
		PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	
400	2.800	19,0	18,8	19,0	19,2	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5403	0,5403	1,000
400	3.200	19,0	18,7	19,0	19,3	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5403	0,5403	1,000
400	3.600	17,9	17,5	20,1	20,5	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5403	0,5404	1,000
400	4.000	16,4	12,4	22,0	28,9	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5407	0,5437	0,994
400	4.400	15,3	14,6	23,5	29,5	360,0	431,8	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5411	0,5440	0,995
400	4.800	14,6	12,2	24,6	29,5	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5415	0,5443	0,995
400	5.200	13,8	12,5	26,1	28,8	360,0	361,2	7,2	7,3	7,2	7,2	14,4	14,5	0,5422	0,5459	0,993
400	5.600	13,0	12,5	27,6	28,9	360,0	360,7	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,5	0,5429	0,5461	0,994
400	6.000	12,3	12,3	29,2	29,5	360,0	362,1	7,2	7,3	7,2	7,2	14,4	14,6	0,5437	0,5490	0,990
500	3.500	18,5	18,1	19,4	19,9	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5403	0,5404	1,000
500	4.000	17,0	17,0	21,1	21,1	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5405	0,5408	0,999
500	4.500	15,8	15,3	22,8	23,5	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5409	0,5413	0,999
500	5.000	14,7	14,2	24,5	25,3	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5415	0,5420	0,999
500	5.500	13,7	13,7	26,2	26,2	360,0	360,2	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5422	0,5427	0,999
500	6.000	12,9	12,4	28,0	29,0	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5431	0,5440	0,998
500	6.500	12,1	12,0	29,7	30,0	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5441	0,5443	1,000
500	7.000	12,0	12,1	30,8	30,7	369,6	370,9	7,4	7,4	7,4	7,4	14,8	14,8	0,5584	0,5604	0,996
500	7.500	12,0	12,1	31,8	31,7	381,4	383,1	7,6	7,8	7,6	7,6	15,3	15,3	0,5759	0,5790	0,995
600	4.200	15,0	14,9	24,0	24,2	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5413	0,5420	0,999
600	4.800	13,8	13,8	26,1	26,1	360,0	360,0	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5421	0,5425	0,999
600	5.400	12,8	12,6	28,1	28,6	360,0	360,2	7,2	7,2	7,2	7,2	14,4	14,4	0,5432	0,5444	0,998
600	6.000	12,0	12,0	30,1	30,0	361,1	361,4	7,2	7,3	7,2	7,3	14,4	14,5	0,5459	0,5479	0,996
600	6.600	12,0	12,0	30,9	30,9	371,2	371,5	7,4	7,4	7,4	7,4	14,8	14,9	0,5607	0,5616	0,998
600	7.200	12,0	12,0	31,8	31,8	381,5	381,7	7,6	7,6	7,6	7,6	15,3	15,3	0,5760	0,5763	0,999
600	7.800	12,0	12,0	32,7	32,6	392,0	392,8	7,8	7,9	7,8	7,8	15,7	15,7	0,5915	0,5930	0,997
600	8.400	12,0	12,0	33,6	33,5	402,8	403,6	8,1	8,1	8,1	8,1	16,1	16,2	0,6075	0,6090	0,998
600	9.000	12,0	12,1	34,5	34,3	413,8	416,0	8,3	8,3	8,3	8,3	16,6	16,6	0,6238	0,6269	0,995
700	4.900	12,0	12,2	30,8	30,5	370,0	371,4	7,4	7,4	7,4	7,4	14,8	14,9	0,5590	0,5615	0,996
700	5.600	12,0	12,2	31,6	31,2	379,1	381,7	7,6	7,7	7,6	7,7	15,2	15,3	0,5725	0,5774	0,992
700	6.300	12,0	12,1	32,4	32,3	388,5	389,8	7,8	7,8	7,8	7,8	15,5	15,7	0,5863	0,5900	0,994
700	7.000	12,0	12,3	33,2	32,7	398,0	401,4	8,0	8,0	8,0	8,0	15,9	16,1	0,6004	0,6052	0,992
700	7.700	12,0	12,4	34,0	33,3	407,6	413,0	8,2	8,3	8,2	8,2	16,3	16,6	0,6147	0,6230	0,987
700	8.400	12,0	12,0	34,8	34,8	417,5	417,9	8,4	8,4	8,4	8,4	16,7	16,7	0,6293	0,6301	0,999
700	9.100	12,0	12,0	35,6	35,6	427,6	427,7	8,6	8,8	8,6	8,6	17,1	17,5	0,6442	0,6545	0,984
700	9.800	12,0	12,0	36,5	36,4	437,8	438,6	8,8	8,8	8,8	8,8	17,5	17,5	0,6594	0,6604	0,998
700	10.500	12,0	12,0	37,4	37,3	448,3	449,0	9,0	9,0	9,0	9,0	17,9	18,0	0,6749	0,6759	0,999
800	5.600	12,0	12,3	34,0	33,5	407,8	412,4	8,2	8,3	8,2	8,2	16,3	16,5	0,6149	0,6213	0,990
800	6.400	12,0	12,4	34,7	34,0	416,8	420,3	8,3	8,4	8,3	8,4	16,7	16,8	0,6283	0,6336	0,992
800	7.200	12,0	12,2	35,5	35,1	426,0	428,3	8,5	8,6	8,5	8,6	17,0	17,1	0,6419	0,6452	0,995
800	8.000	12,0	12,2	36,3	35,9	435,3	438,4	8,7	8,8	8,7	8,7	17,4	17,5	0,6556	0,6601	0,993
800	8.800	12,0	12,4	37,1	36,3	444,8	449,8	8,9	9,0	8,9	9,0	17,8	18,0	0,6696	0,6769	0,989
800	9.600	12,0	12,4	37,9	37,2	454,4	461,0	9,1	9,3	9,1	9,2	18,2	18,5	0,6838	0,6932	0,986
800	10.400	12,0	12,3	38,7	38,2	464,1	467,9	9,3	9,4	9,3	9,4	18,6	18,7	0,6982	0,7036	0,992
800	11.200	12,0	12,0	39,5	39,5	474,0	475,4	9,5	9,6	9,5	9,5	19,0	19,1	0,7129	0,7160	0,996
800	12.000	12,0	12,2	40,3	40,1	484,1	488,4	9,7	9,8	9,7	9,7	19,4	19,5	0,7278	0,7341	0,991
900	6.300	12,0	12,2	37,1	36,8	445,8	447,4	8,9	9,0	8,9	9,0	17,8	17,9	0,6711	0,6739	0,996
900	7.200	12,0	12,3	37,9	37,2	454,7	458,3	9,1	9,2	9,1	9,2	18,2	18,4	0,6843	0,6896	0,992
900	8.100	12,0	12,4	38,6	37,8	463,8	467,5	9,3	9,4	9,3	9,4	18,6	18,7	0,6977	0,7039	0,991
900	9.000	12,0	12,3	39,4	38,8	473,0	475,6	9,5	9,5	9,5	9,5	18,9	19,1	0,7113	0,7159	0,994
900	9.900	12,0	12,1	40,2	40,2	482,3	485,6	9,6	9,9	9,6	9,6	19,3	19,5	0,7251	0,7316	0,991
900	10.800	12,0	12,4	41,0	40,2	491,7	498,3	9,8	10,1	9,8	9,9	19,7	19,9	0,7390	0,7483	0,988
900	11.700	12,0	12,3	41,8	41,1	501,2	505,7	10,0	10,1	10,0	10,1	20,0	20,2	0,7531	0,7594	0,992
900	12.600	12,0	12,3	42,6	42,1	510,9	515,8	10,2	10,4	10,2	10,3	20,4	20,7	0,7674	0,7755	0,990
900	13.500	12,0	12,1	43,4	43,2	520,7	523,6	10,4	10,5	10,4	10,5	20,8	21,0	0,7819	0,7872	0,993

Tabela 7.18 – Comparativo entre Programação Matemática e Algoritmo Genético.

N _{sd} (kN)	M _{sd} (kNcm)	b (cm)		h (cm)		Ac (cm ²)		As1 (cm ²)		As2 (cm ²)		As (cm ²)		Custo (R\$/cm)		Relação entre custos (PM/AG)
		PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG	PM	AG			
1.000	7.000	12,0	12,6	40,3	38,8	483,8	489,0	9,7	9,8	9,7	9,8	19,4	19,7	0,7273	0,7365	0,988
1.000	8.000	12,0	13,0	41,1	38,8	492,7	502,6	9,9	10,1	9,9	10,0	19,7	20,1	0,7405	0,7541	0,982
1.000	9.000	12,0	13,0	41,8	39,4	501,7	511,8	10,0	10,2	10,0	10,2	20,1	20,5	0,7539	0,7670	0,983
1.000	10.000	12,0	12,7	42,6	40,9	510,8	519,7	10,2	10,4	10,2	10,4	20,4	20,8	0,7673	0,7795	0,984
1.000	11.000	12,0	12,3	43,3	42,6	520,0	523,3	10,4	10,5	10,4	10,5	20,8	21,0	0,7809	0,7859	0,994
1.000	12.000	12,0	12,6	44,1	42,6	529,3	536,5	10,6	10,7	10,6	10,7	21,2	21,5	0,7946	0,8047	0,987
1.000	13.000	12,0	12,2	44,9	44,4	538,7	541,2	10,8	10,9	10,8	10,9	21,5	21,8	0,8085	0,8148	0,992
1.000	14.000	12,0	12,1	45,7	45,4	548,1	550,2	11,0	11,0	11,0	11,0	21,9	22,0	0,8225	0,8264	0,995
1.000	15.000	12,0	12,0	46,5	46,8	557,8	562,3	11,2	11,4	11,2	11,1	22,3	22,5	0,8367	0,8442	0,991

Apesar de apresentarem valores de custo mínimo do pilar muito próximos, a otimização através de Programação Matemática se mostrou sutilmente mais eficaz, visto que os coeficientes obtidos através da razão dos custos entre PM e AG foram sempre menores ou iguais a 1.

Para a fácil visualização dos resultados obtidos, foram confeccionados os gráficos que estão apresentados nas Figuras 7.10 a 7.21, que mostram um comparativo entre as duas metodologias utilizadas.

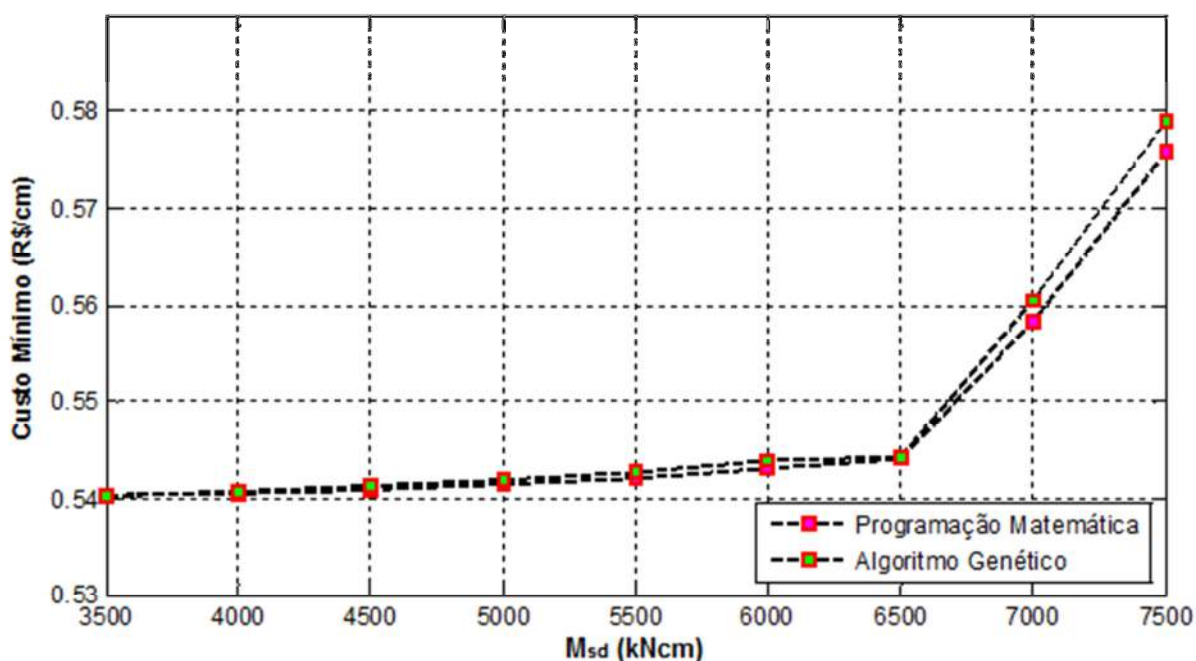


Figura 7.10 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG (N_{sd}=500 kN).

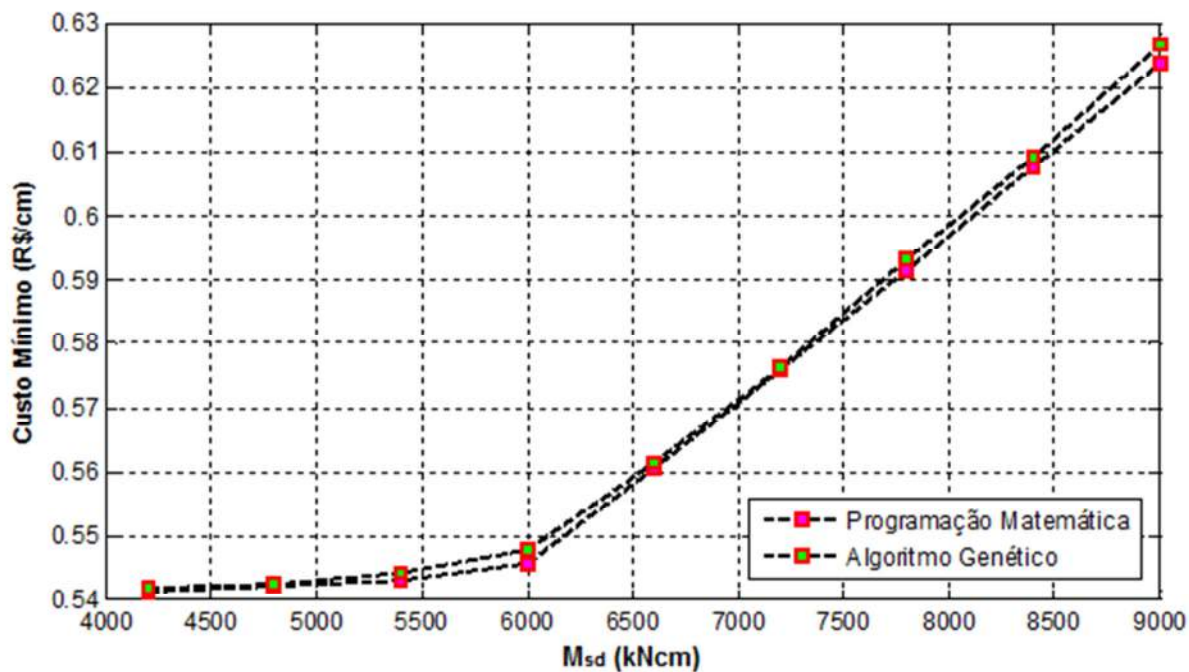


Figura 7.11 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).

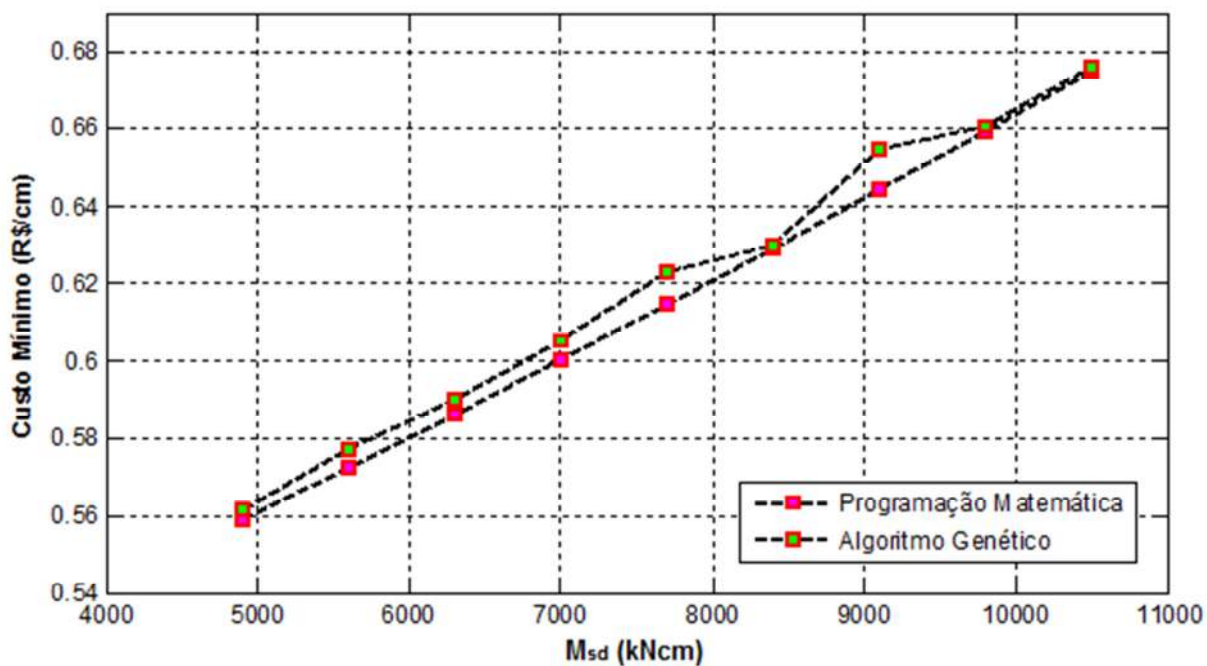


Figura 7.12 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).

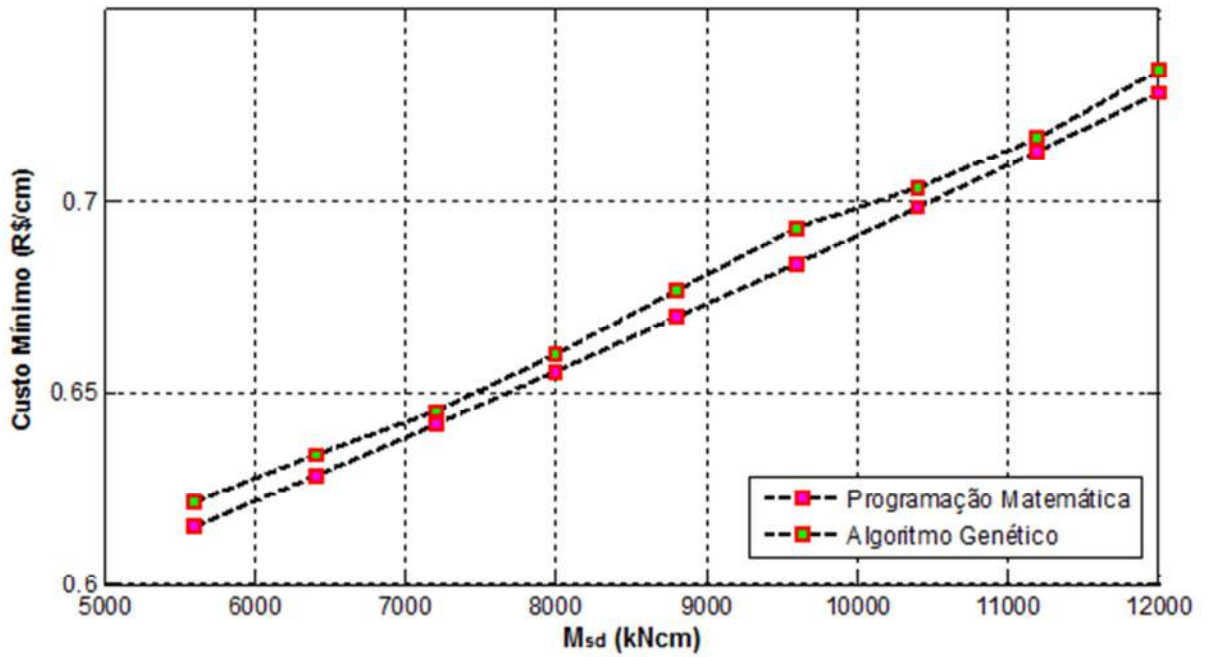


Figura 7.13 – Custo Mínimo – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).

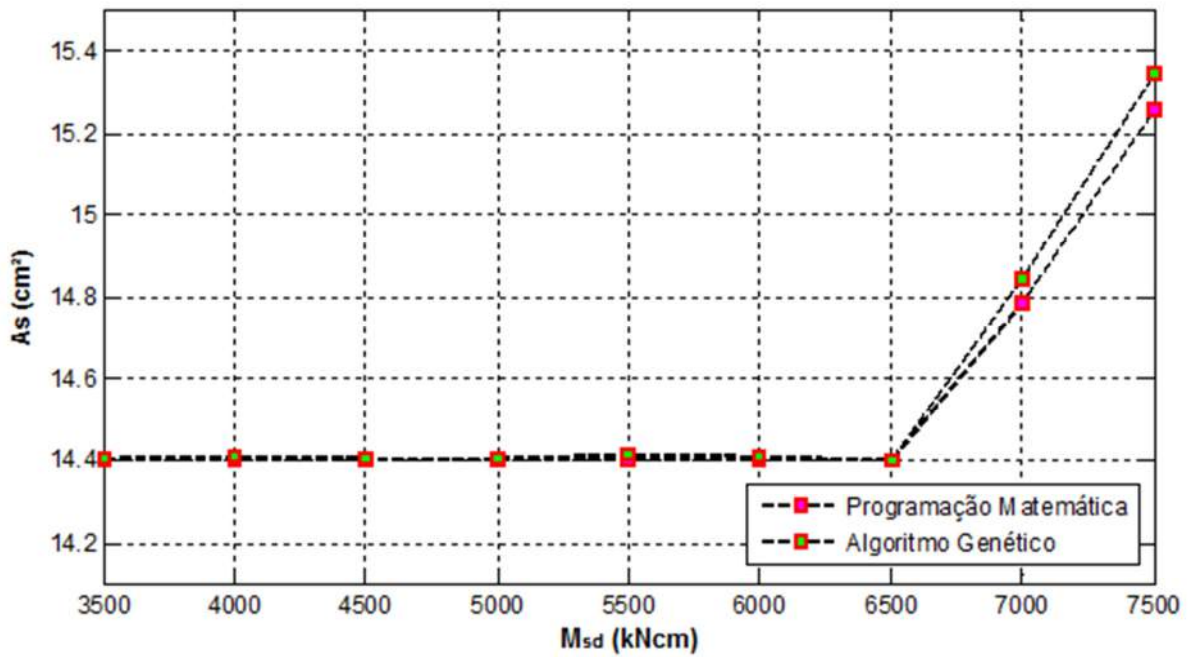


Figura 7.14 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=500$ kN).

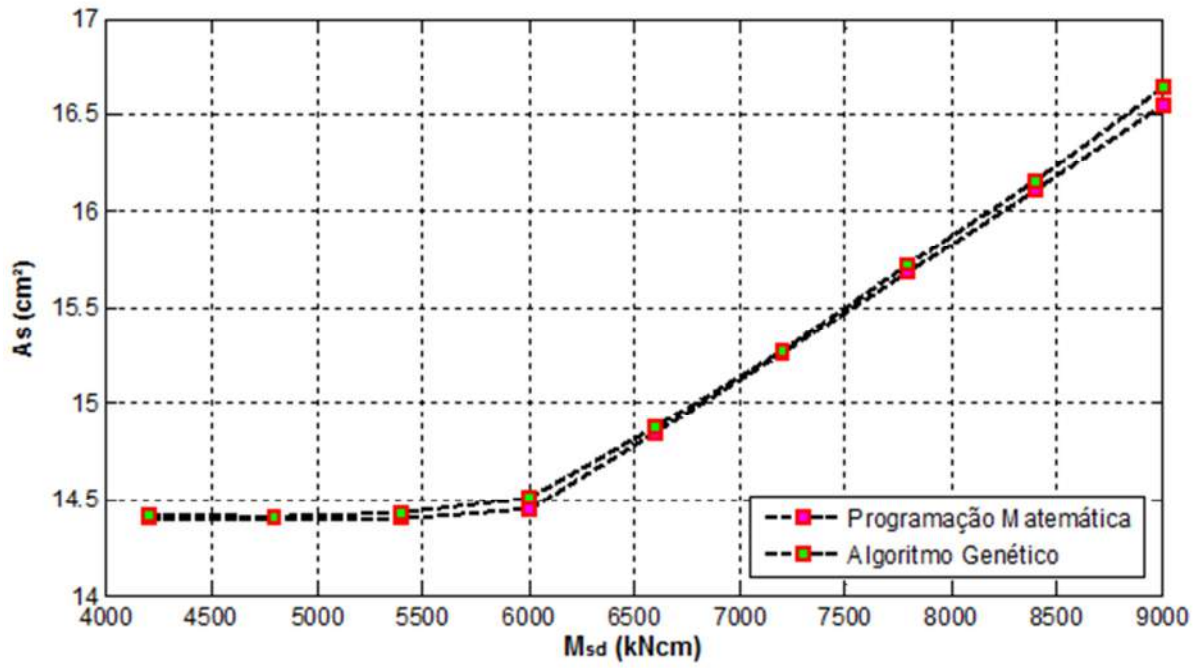


Figura 7.15 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).

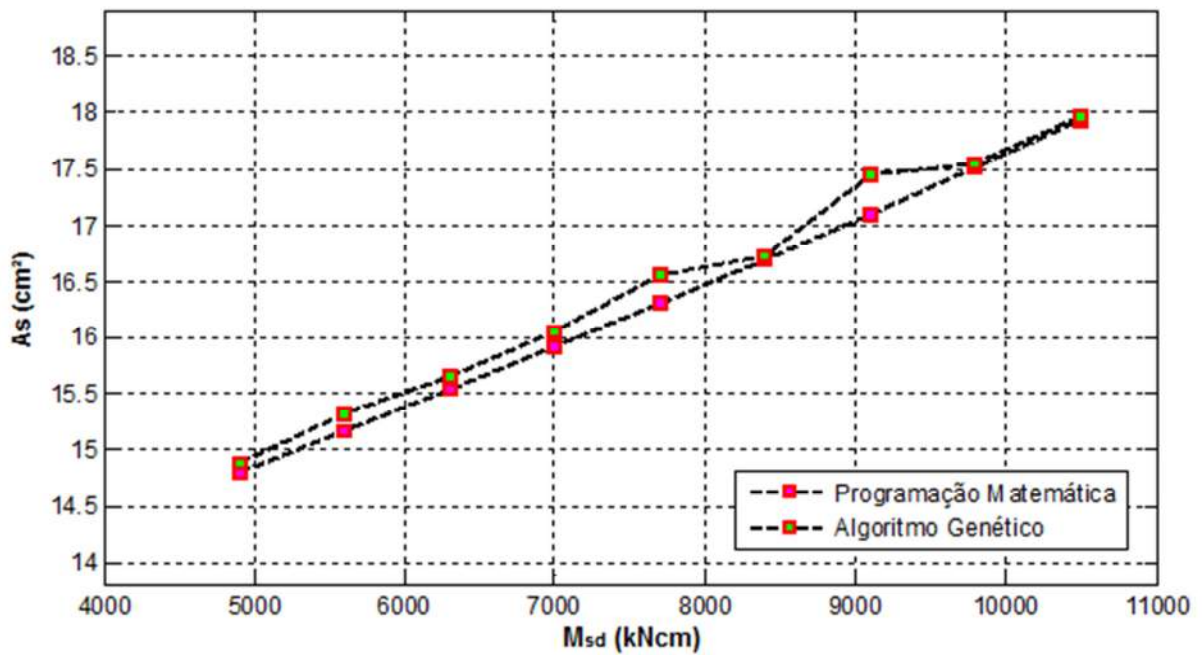


Figura 7.16 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).

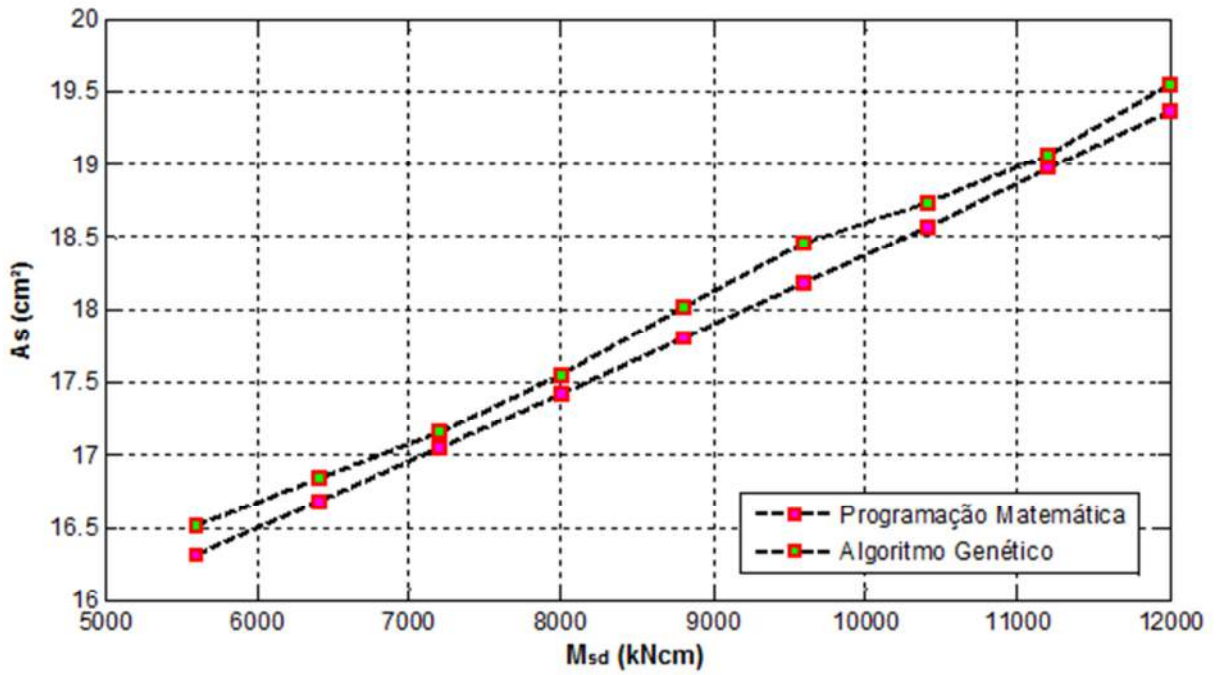


Figura 7.17 – Momento Fletor vs Área de Aço Total – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).

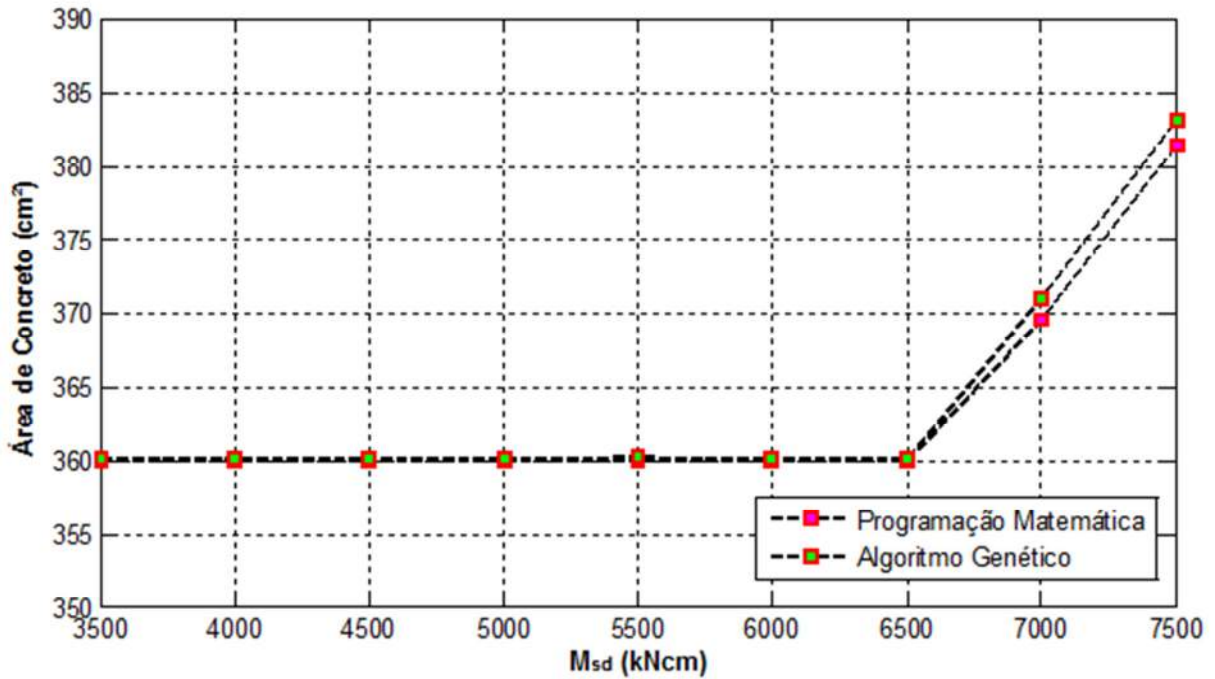


Figura 7.18 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=500$ kN).

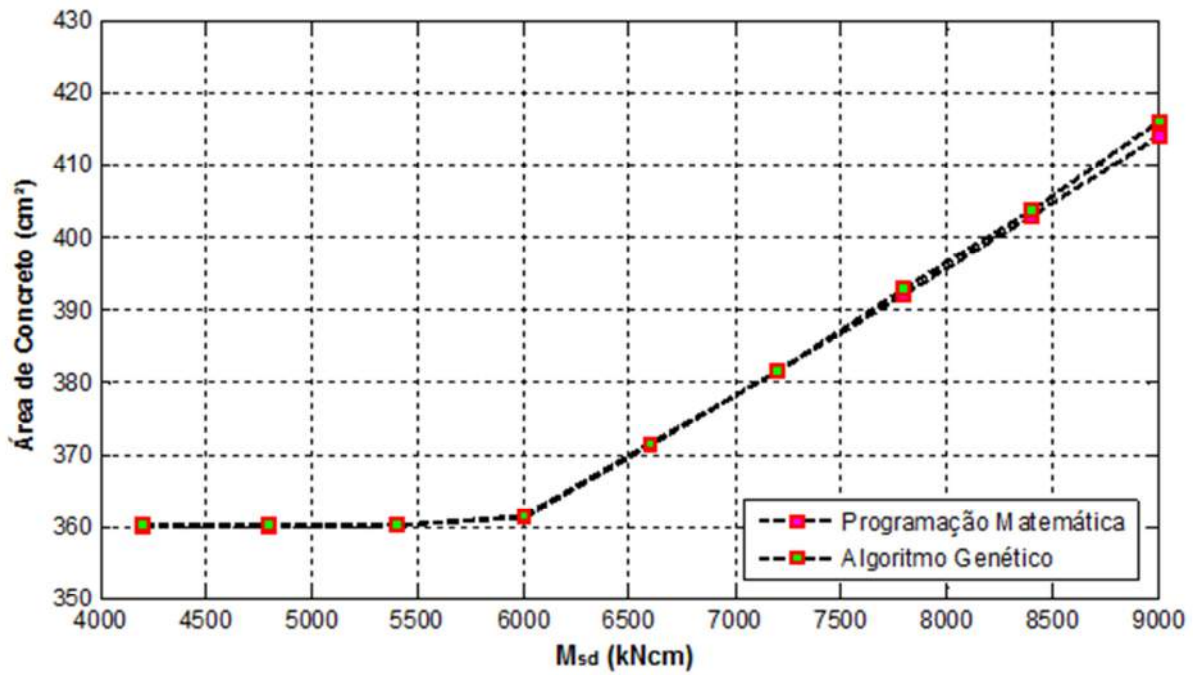


Figura 7.19 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=600$ kN).

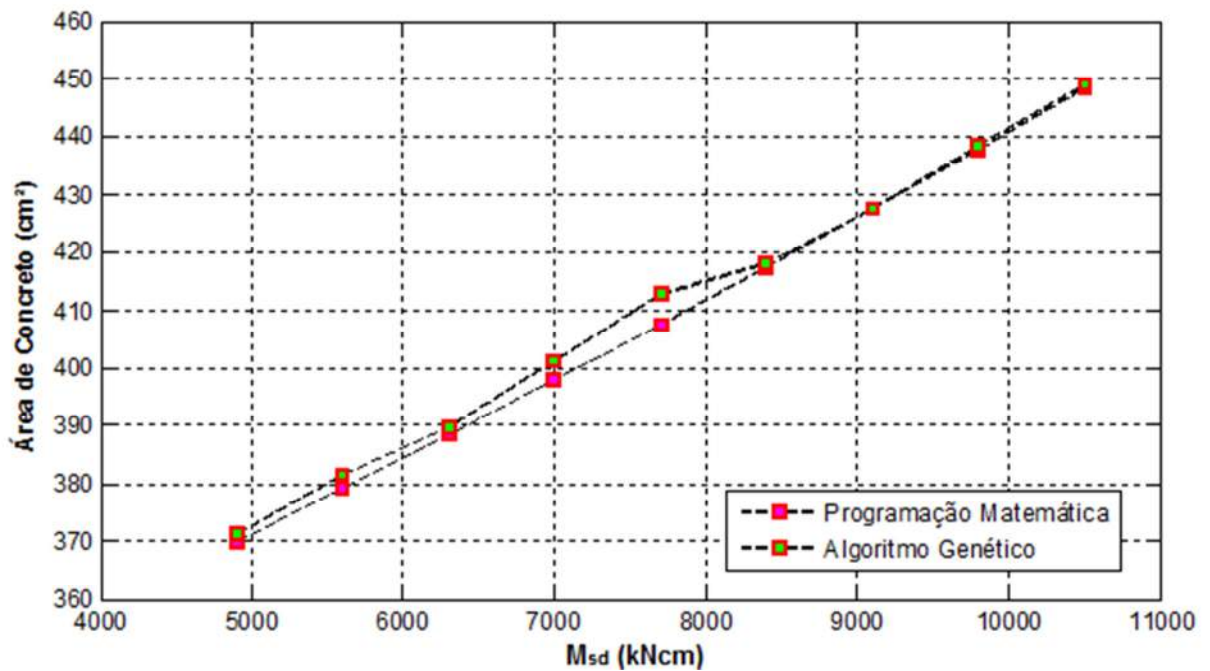


Figura 7.20 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=700$ kN).

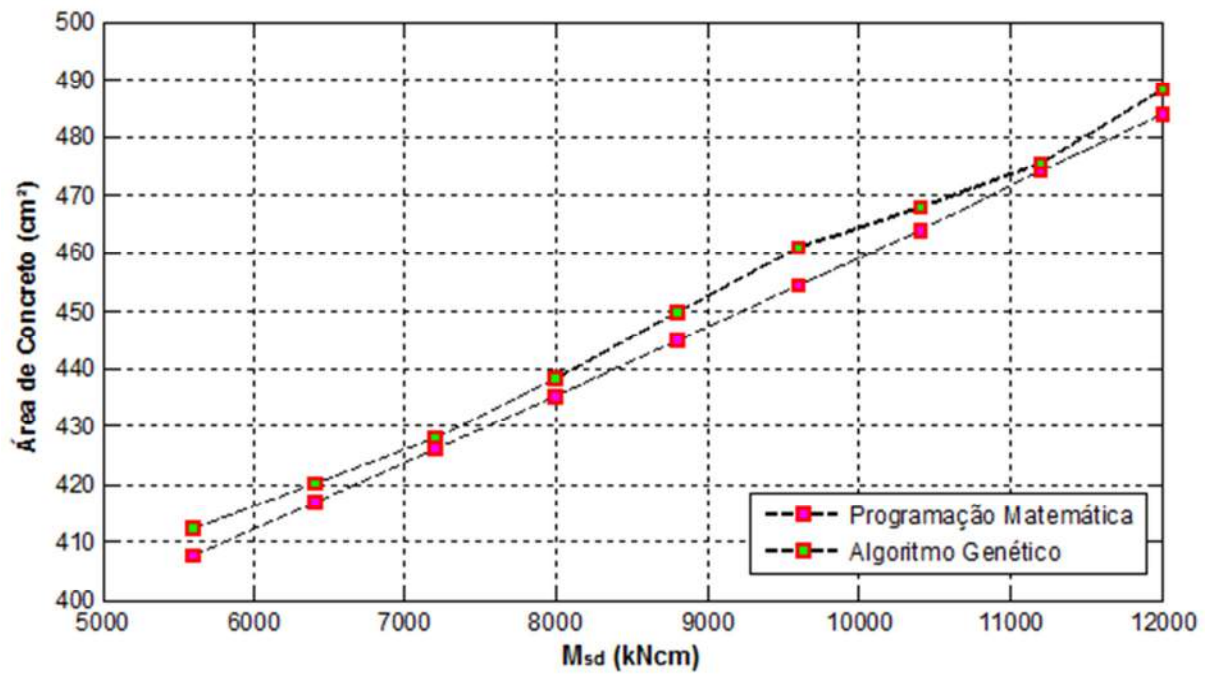


Figura 7.21 – Momento Fletor vs Área de Concreto – Comparativo entre PM e AG ($N_{sd}=800$ kN).

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões dos resultados alcançados, analisando-os sob o ponto de vista da economia que a otimização estrutural representa.

8. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi proposta uma metodologia para a otimização estrutural de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando Programação Matemática e Algoritmos Genéticos.

O programa de verificação estrutural desenvolvido é robusto e eficiente. Com base nos resultados obtidos quando comparado com FILHO (2011), percebeu-se que o programa apresenta resultados similares, se adotarmos como dados fixos as dimensões da seção transversal do pilar, a excentricidade de aplicação da carga, as áreas de aço, o momento fletor e o esforço normal, obtendo-se, também, o mesmo domínio de serviço da estrutura.

A otimização estrutural através das duas metodologias apresentou resultados muito satisfatórios, se comparados aos resultados obtidos por VIANNA (2003), apresentando uma economia de até 25,1% no custo do pilar utilizando Programação Matemática e 23,8% utilizando-se Algoritmo Genético.

O módulo computacional de otimização estrutural através da utilização de Programação Matemática ocasionou um bom aproveitamento da capacidade resistente dos materiais constituintes dos pilares, reduzindo o custo final da estrutura. Esta metodologia apresentou resultados bem atrativos, atendendo a todas as restrições de projeto e normativas impostas ao problema.

O módulo computacional de otimização estrutural através da utilização de Algoritmo Genético também apresentou resultados satisfatórios e relativamente próximos aos obtidos através de Programação Matemática. Porém, o seu custo computacional é mais elevado do que o do módulo de PM, devido ao fato de ser necessária uma população de 160 cromossomos por geração para que se tenha um programa eficaz. Este tempo de processamento pode ser reduzido através da diminuição do número de cromossomos, mas isto implica em uma redução da eficácia do programa.

Vale ressaltar que a utilização de Programação Matemática foi mais favorável do que a utilização de Algoritmo Genético, para o problema em estudo (otimização estrutural de pilares). Isto se deve ao fato de a função objetivo e as restrições de projeto serem equações lineares. Caso fossem não-lineares, provavelmente AG se sairia melhor, produzindo resultados mais favoráveis do que PM.

Além disto, os programas desenvolvidos são amigáveis e de fácil compreensão, onde os dados de entrada e os limites de projeto podem ser facilmente modificados pelo usuário. A cada iteração, as dimensões da seção transversal do pilar são aperfeiçoadas e os programas são capazes de fornecer as dimensões da seção transversal e as áreas ótimas que produzem o custo mínimo de fabricação do pilar, para qualquer esforço normal e momento fletor solicitante, fornecidos pelo projetista.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2007), Projeto de estruturas de concreto – Procedimento: NBR 6118. Rio de Janeiro.

ARAÚJO, J. M. (1984), Dimensionamento de Pilares Esbeltos de Concreto Armado, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BANDEIRA, A. A. et al. (2006), Otimização de Vigas e Pilares em Concreto Armado Utilizando o Método do Lagrangiano Aumentado, Universidade Presbiteriana Mackenzie, Escola de Engenharia.

BASTOS, E. A. (2004), Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Coppe, 133p.

BORGES, A. C. L. (1999), Análise de Pilares Esbeltos de Concreto Armado Solicitados a Flexo-compressão Oblíqua, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas.

CHAVES e EL DEBS (2008), Otimização de Pilares de Concreto Armado Mediante Uniformização do Índice de Confiabilidade, Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 10, n. 45, p. 1-22.

FILHO, A. C. (2011), Dimensionamento de Seções Retangulares de Concreto Armado à Flexão Composta Normal, Escola de Engenharia da Faculdade Federal do Rio Grande do Sul.

GOVINDARAJ, V. e RAMASAMY, J. V. (2005), Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms, Department of Civil Engineering, Kumaraguru College of Technology, TamilNadu, India, 34-48.

HARIDAS e RULE (1995), A Modified Interior Penalty Algorithm for the Optimization of Structures Subjected to Multiple Independent Load Cases, v. 65, n. 1, p. 69-81.

LEE, H. J. et al. (2009), Optimum RC column reinforcement considering multiple load combinations, *Struct Multidisc Optim*, 39:153-170.

MATLAB® (2012), Optimization Toolbox User's Guide.

MOURA, J. G. et al. (2009), *Uso de Algoritmos Evolutivos Híbridos em Problemas de Otimização Estrutural de Trelças*, MG, Belo Horizonte, Brasil.

NINA, T. C. (2006), *Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado: Aplicação a Pórticos Planos*, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas.

RAFIQ, M. T e SOUTHCOMBE, C. (1998), Genetic Algorithm in Optimal Design and Detailing of Reinforced Concrete Biaxial Columns Supported by Declarative Approach for Capacity Checking, *Computers & Structures*, v. 69, n. 4, pp. 443-457.

RODRIGUES, S. J. (2005), *Otimização de Pilares de Edifícios Altos de Concreto Armado*, Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 154p.

SANTOS, L. M. (1983), *Cálculo de Concreto Armado*, Vol. 1, São Paulo: LMS.

SCANDELAI, M. A. (2004), *Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR 6118:2003*, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas.

SILVA, A. B. C. (2011), *Dimensionamento Ótimo de Seções de Vigas T em Concreto Armado*, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 66p.

SILVA, E. E. (2001), *Otimização de Estruturas de Concreto Armado Utilizando Algoritmos Genéticos*. Tese – São Paulo – SP, Universidade de São Paulo - USP, 131p.

SMANIOTTO, A. (2005), *Dimensionamento e Detalhamento Automático de Pilares Retangulares Submetidos à Flexão Composta Oblíqua*, Florianópolis, 120p.

VIANNA, L. C. C. (2003), Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado: Aplicação a Pórticos, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas.