

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE PARA LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS ENGRAXADAS.

- ESTUDO DE CASOS -

SANDRO COLONESE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

DEZEMBRO – 2008

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE PARA LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS ENGRAXADAS.

- ESTUDO DE CASOS -

SANDRO COLONESE

Projeto de Dissertação apresentado ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. SERGIO LUIS GONZÁLEZ GARCIA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

DEZEMBRO – 2008

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE PARA LAJES LISAS
PROTENDIDAS COM CORDOALHAS ENGRAXADAS.

- ESTUDO DE CASOS -

SANDRO COLONESE

Projeto de Dissertação apresentado ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Civil.

Comissão Examinadora:

Prof. Paulo Roberto Lopes Lima (D. Sc. Eng. Civil) - UEFS

Prof. Guilherme Chagas Cordeiro (D. Sc. Eng. Civil) - UENF

Prof. Patrícia Habib Hallak (D. Sc. Eng. Civil) - UENF

Prof. Sergio Luis González Garcia (D. Sc. Eng. Civil) - UENF

Orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho à minha amada família:
minha esposa, filho e filhas que entenderam a minha ausência;
meus pais pelo apoio incondicional em toda minha vida;
meus irmãos por assumirem compromissos que horas eram meus;
ao "GRANDE ENGENHEIRO DO UNIVERSO".*

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao estimado professor Sergio Garcia González pela amizade e orientação no decorrer deste trabalho.

A todos os funcionários e professores da UENF que bem me receberam em sua casa.

Ao amigo Pierre Deleze, pela sua amizade e companheirismo que tornaram a árdua tarefa de estudos e pesquisas concomitante com a vida profissional em momentos agradáveis e de muito aprendizado.

Ao amigo José Deguchi Júnior, meu primeiro orientador na área de estruturas.

Aos amigos de profissão Giordano Loureiro, Eugênio Luiz Cauduro e Marcelo Silveira pelos materiais cedidos, aconselhamentos e disponibilidade.

Novamente ao amigo Giordano Loureiro, representante nacional dos Softwares da ADAPT® – *Structural Concrete Software*, pela assistência e liberação do uso dos softwares.

A comunidade de estruturistas [calculistas-ba](#), na figura de seu moderador o Professor Antonio Carlos Reis Laranjeiras, pela fonte inesgotável de informações técnicas e exemplo de bom convívio entre seus pares.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE SIMBOLOS E ABREVIATURAS	xi
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
1 – INTRODUÇÃO	01
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	03
2.1 – Breve histórico	03
2.2 – Conceitos da protensão	08
2.3 – Métodos de aplicação de protensão	10
2.3.1 – Pré Tração	10
2.3.2 – Pós Tração	10
2.4 – Considerações dos efeitos de protensão	11
2.4.1 – Método das seções	12
2.4.2 – Método das Cargas Equivalentes e o conceito da carga balanceada	13
2.4.3 – Cargas Equivalentes em uma viga contínua	15
2.5 – Perdas de protensão	17
2.6 - Ensaio experimentais de lajes protendidas – (Flexão)	18
2.6.1 - Scordelis, Pister e Lin – 1956	18
2.6.2 - Scordelis, Lin e Itaya – 1959	19
2.6.3 - Gamble – 1964	19
2.6.4 - Brotchie e Beresford – 1967	19
2.6.5 - Odello e Mehta – 1967	19
2.6.6 - Muspratt – 1969	20
2.6.7 - Hondros e Smith – 1969	20
2.6.8 - Burns, Hemakom e Winter – 1973	20
2.6.9 - Hemakom e Gerbre-Michael – 1970	21
2.6.10 - Vines e Charney – 1975	21

2.7 – Pesquisa numérica sobre comparação entre os métodos de análises de lajes lisas protendidas – (Flexão)	22
3 – PROJETO DE LAJES PROTENDIDAS	23
3.1 – Considerações sobre projeto de lajes protendidas	23
3.2 – Principais esquemas estruturais em lajes protendidas	24
3.3 – Análise estrutural de lajes protendidas	29
3.3.1 – Método dos Pórticos Equivalentes (MPE)	35
3.3.2 – Método dos elementos finitos (MEF)	39
4 – CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS PROTENDIDAS	43
4.1 – Decisões iniciais	43
4.2 – Critérios básicos de projeto	45
4.3 – Combinações de carregamentos	48
4.4 – Tensões admissíveis	49
4.4.1 – Concreto	49
4.4.2 – Armadura ativa	50
4.4.3 – Armadura passiva	51
4.4.3.1 – Armadura Passiva Positiva mínima	51
4.4.3.2 – Armadura Passiva Negativa mínima	51
4.5 – Estado Limite Último à flexão	52
5 – ESTUDO DE CASOS	53
5.1 – Programas utilizados	54
5.1.1 – Características do programa de Método de Pórtico Equivalente ou Simples (ADAPT PT®)	54
5.1.2 – Programa para análise através do Método dos Elementos Finitos (ADAPT-FLOOR PRO®)	56
5.2 – Materiais utilizados	57
5.3 – Carregamentos considerados	59
5.4 – Condições de contorno	60
5.5 – Considerações sobre a modelagem	60
5.6 – Organização para apresentação da fôrma e resultados	61
5.7 – Apresentação das fôrmas e resultados	64

5.7.1 – FÔRMA_1	64
5.7.2 – FÔRMA_2	68
5.7.3 – FÔRMA_3	71
5.7.4 – FÔRMA_4	76
5.7.5 – FÔRMA_5	83
5.7.6 – FÔRMA_6	87
5.7.7 – FÔRMA_7	95
5.7.8 – FÔRMA_8	103
5.7.9 – FÔRMA_9	111
5.7.10 –FÔRMA_10	115
6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES	120
6.1 – Conclusões	120
6.2 – Sugestões	122
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
ANEXO A	127
1 – Memória de Cálculo – FÔRMA_1 – ADAPT FLOOR-PRO	128
2 – Memória de Cálculo – FÔRMA_1 – ADAPT PT	131
ANEXO B	138
1 – Dados da Faixa de Projeto	139
2 – Cálculo da Resistência Última da Seção	140
ANEXO C	141
Citação AALAMI (2008) - <i>ADAPT Discussion Forum</i>	142
ANEXO D	144
Exemplo Numérico 01	145
Exemplo Numérico 02	147

LISTA DE FIGURAS

Figura	2.1	Comparação entre as tensões e perdas de tensão para os aços usados nas primeiras tentativas da protensão e os atuais.	03
Figura	2.2	Ancoragem típica Freyssinet.	04
Figura	2.3	Museu de Arte Contemporânea de Niterói.	06
Figura	2.4	Museu Nacional de Brasília.	06
Figura	2.5	Monocordoalha engraxada e plastificada com 7 fios.	06
Figura	2.6	Montagem típica de uma laje com monocordoalhas engraxadas.	07
Figura	2.7	Placas de Ancoragem	08
Figura	2.8	Comportamento de uma viga bi-apoiada	09
Figura	2.9	Seção transversal e diagrama de tensões	09
Figura	2.10	Viga Protendida e Esforços Individualizados atuantes na viga e no cabo.	12
Figura	2.11	Seção da viga protendida e esforços individualizados atuantes na viga e no cabo.	12
Figura	2.12	Força equivalente de protensão na seção $S(x)$.	13
Figura	2.13	Esquema da Viga de concreto com o cabo de protensão.	14
Figura	2.14	Esquema da Viga de concreto com o cabo de protensão. Diagrama da Viga de concreto, como corpo rígido, sob efeito do cabo. Diagrama do cabo, como corpo rígido, sob efeito da viga de concreto e protensão.	16
Figura	2.15	Trecho ampliado da viga protendida entre o ponto de inflexão do cabo e o vértice inferior da parábola.	16
Figura	2.16	Divisão da carga em função dos pontos notáveis	17
Figura	3.1	Laje Lisa (Laje Plana).	25
Figura	3.2	Laje com engrossamento na região dos pilares (capitéis).	25
Figura	3.3	Laje nervurada com faixas protendidas.	25
Figura	3.4	Laje nervurada com capitéis.	25
Figura	3.5	Laje Unidirecional (one-way system)	27
Figura	3.6	Planta da Laje	30
Figura	3.7	Descrição das linhas de suporte na direção X.	30
Figura	3.8	Descrição das linhas de suporte na direção Y.	30
Figura	3.9	Marcação dos pontos para delimitação das tributárias (faixas de projeto)	30
Figura	3.10	Tributárias para faixas de projeto na direção X.	31
Figura	3.11	Tributárias para faixas de projeto na direção Y.	31
Figura	3.12	Definições das seções de projeto para as faixas B e E.	31
Figura	3.13	Construção da faixa de projeto em planta.	31
Figura	3.14	Visão parcial dos momentos de serviço 'My' para dimensionamento da Faixa B,	32
Figura	3.15	Tributárias naturais na direção Y.	33

Figura	3.16	Faixas de projeto na direção X superposta a tributaria Natural.	34
Figura	3.17	Diagrama do caminho das cargas até os apoios.	34
Figura	3.18	Pilar equivalente (pilar mais elementos de torção).	36
Figura	3.19	Pilar equivalente	37
Figura	3.20	Elevação do pórtico da faixa B da laje. Pórtico plano retificado.	38
Figura	3.21	Discretização da Laje em Elementos Finitos.	39
Figura	3.22	Elemento finito para placas fletidas.	40
Figura	3.23	Ações de membrana e flexão para elementos em lajes protendidas.	40
Figura	3.24	Geometria de seguimento de cabo de protensão passando através de um elemento finito.	42
Figura	3.25	Integral de momentos nas faixas de projeto na direção X.	43
Figura	4.1	Layout de distribuição de Cabos em Laje Lisa. Concentrada na Longitudinal e distribuída na transversal.	46
Figura	4.2	Perfil parabólico dos cabos de protensão.	47
Figura	4.3	Ancoragem no centro da laje.	47
Figura	5.1	Gráfica do Diagrama de Momentos obtidos pelo MPE.	62
Figura	5.2	Gráfica do Diagrama de Momentos obtidos pelo MEF.	62
Figura	5.3	Planta baixa e elevação da FÔRMA_1	64
Figura	5.4	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	64
Figura	5.5	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_1.	65
Figura	5.6	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_1.	66
Figura	5.7	Planta baixa e elevação da FÔRMA_2	68
Figura	5.8	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	68
Figura	5.9	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_2.	69
Figura	5.10	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_2.	70
Figura	5.11	Planta baixa e elevação da FÔRMA_3	71
Figura	5.12	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	72
Figura	5.13	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_3.	72
Figura	5.14	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_3.	73
Figura	5.15	Planta baixa e elevação da FÔRMA_4	76
Figura	5.16	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	76
Figura	5.17	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_4.	77
Figura	5.18	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_4.	78
Figura	5.19	Planta baixa e elevação da FÔRMA_5	83

Figura	5.20	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	84
Figura	5.21	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_5.	85
Figura	5.22	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_5.	85
Figura	5.23	Planta baixa e elevação da FÔRMA_6	88
Figura	5.24	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	89
Figura	5.25	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_6.	90
Figura	5.26	Faixas de projeto na direção Y identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_6.	90
Figura	5.27	Planta baixa e elevação da FÔRMA_7	95
Figura	5.28	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	96
Figura	5.29	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_7.	97
Figura	5.30	Faixas de projeto na direção Y identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_7.	98
Figura	5.31	Planta baixa e elevação da FÔRMA_8	103
Figura	5.32	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	104
Figura	5.33	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_8.	104
Figura	5.34	Faixas de projeto na direção Y identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_8.	105
Figura	5.35	Planta baixa e elevação da FÔRMA_9	111
Figura	5.36	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	112
Figura	5.37	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_9.	112
Figura	5.38	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_9.	113
Figura	5.39	Planta baixa e elevação da FÔRMA_10	115
Figura	5.40	Vista espacial da estrutura, indicação de carregamentos.	116
Figura	5.41	Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_10.	117
Figura	5.42	Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas <i>support lines</i> , para a FÔRMA_10.	117

LISTA DE TABELAS

Tabela	3.1	Espessura de laje lisa protendida com cordoalha engraxada	28
Tabela	3.2	Recomendações de Vão/Espessura – (PTI)	28
Tabela	4.1	Tabela de comparação ACI 318 (2005) e NBR 6118 (2004)	44
Tabela	4.2	Tensões Admissíveis para o Concreto	50
Tabela	4.3	Tensões admissíveis na armadura de protensão	50
Tabela	5.1	Tensões Admissíveis para o Concreto	58
Tabela	5.2	Tensões admissíveis para CP 190 RB – Cordoalha	58
Tabela	5.3	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF (Exemplo extraído da FÔRMA_3, Support Line 1).	63
Tabela	5.4	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	63
Tabela	5.5	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 2, 3 e 4.	66
Tabela	5.6	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	67
Tabela	5.7	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 2, 3 e 4.	70
Tabela	5.8	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	71
Tabela	5.9	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 3, 4 e 6.	74
Tabela	5.10	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	74
Tabela	5.11	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 5.	75
Tabela	5.12	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	75
Tabela	5.13	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1.	78
Tabela	5.14	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	79
Tabela	5.15	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2.	79
Tabela	5.16	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	79
Tabela	5.17	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 3.	80
Tabela	5.18	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	80
Tabela	5.19	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 4 e 6.	80

Tabela	5.20	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	81
Tabela	5.21	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5.	81
Tabela	5.22	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	81
Tabela	5.23	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 4, 5 e 8.	86
Tabela	5.24	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	86
Tabela	5.25	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2, 3, 6 e 7.	87
Tabela	5.26	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	87
Tabela	5.27	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1 e 4.	91
Tabela	5.28	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	91
Tabela	5.29	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 3.	92
Tabela	5.30	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	92
Tabela	5.31	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5 e 10.	93
Tabela	5.32	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	93
Tabela	5.33	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 6 e 9.	93
Tabela	5.34	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	94
Tabela	5.35	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7 e 8.	94
Tabela	5.36	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	94
Tabela	5.37	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1 e 4.	99
Tabela	5.38	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	99
Tabela	5.39	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 3.	100
Tabela	5.40	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	100
Tabela	5.41	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7, 8, 11 e 12.	100

Tabela	5.42	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	101
Tabela	5.43	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5 e 6.	101
Tabela	5.44	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	102
Tabela	5.45	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 9 e 10.	102
Tabela	5.46	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	102
Tabela	5.47	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1.	105
Tabela	5.48	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	106
Tabela	5.49	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7.	106
Tabela	5.50	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	107
Tabela	5.51	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2.	107
Tabela	5.52	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	107
Tabela	5.53	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 3.	108
Tabela	5.54	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	108
Tabela	5.55	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 4.	109
Tabela	5.56	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	109
Tabela	5.57	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5.	109
Tabela	5.58	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	110
Tabela	5.59	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 6.	110
Tabela	5.60	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	111
Tabela	5.61	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 3, 4 e 6.	113
Tabela	5.62	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	114
Tabela	5.63	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 5.	114

Tabela	5.64	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	114
Tabela	5.65	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 4, 5 e 8.	118
Tabela	5.66	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	118
Tabela	5.67	Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2, 3, 6 e 7.	119
Tabela	5.68	Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.	119

LISTA DE SIMBOLOS E ABREVIATURAS

A_{cf}	Maior seção transversal das duas faixas que se cruzam sobre o apoio
ACI	American Concrete Institute
A_s	Armadura passiva
b_c	Largura da mesa de compressão
BS	British Standard
c	Coeficiente de fluência
C.P.	Carga permanente
c_2	Dimensão do pilar na direção transversal à faixa de projeto
cm	Centímetro
d_p	Altura útil referida à armadura ativa.
e	Excentricidade do cabo
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
EUA	Estados Unidos da America
f	Projeção vertical da flecha do cabo
ϕ	Coeficiente de Majoração
f'_c	Resistência específica característica do concreto a compressão aos 28 dias
f'_{ci}	Resist. específica caract. do concreto a compressão no ato da protensão
FDA Dir.	Momento atuante na face do apoio direito do vão considerado
FDA Esq.	Momento atuante na face do apoio esquerdo do vão considerado
f_{pu}	Resistência à tração da cordoalha
f_{py}	Tensão de escoamento da cordoalha
f_t	Resistência à tração no concreto
f_y	Tensão de escoamento da armadura passiva
γ	Fator de redução
γ_{esp}	Peso específico do concreto
h	Altura da laje
HYP	Parcela de carga referente aos hiperestáticos da protensão
K_{ep}	Rigidez do Pilar Equivalente
K_{pt}	Soma das rigidezes à flexão dos pilares no nó considerado
K_t	Rigidez dos membros submetidos à torção
L	Vão entre apoios
l_2	Média dos vãos adjacentes na direção transversal (largura da faixa)
LL	Carga accidental devido à utilização da estrutura;
m	Metro
M. Total	Momento Total
M. Vão	Momento máximo no vão considerado
MEF	Método dos Elementos Finitos
MPE	Método dos Pórticos Equivalentes
MPS	Método dos Pórticos Simples
NBR	Normas Brasileiras
N_c	Força equivalente à cunha de tração no concreto
P	Carga aplicada de protensão

P/A	Pré-compressão
PT	Carga de protensão
PTI	Post-Tensioning Institute
R_d	Capacidade Resistente
s	Projeção horizontal do cabo no trecho considerado
S_d	Solicitação devido aos Carregamentos
SDL	Carga permanente cargas impostas
SW	Carga permanente devido ao peso próprio da estrutura
tan	Tangente
w	Cargas equivalentes
w_b	Carga balanceada
w_g	Carga permanente
w_i	Carga equivalente no trecho considerado;
x	Menor dimensão do retângulo considerado, que compõe o membro submetido à torção;
X	Carga devido a outros carregamentos na estrutura;
y	Maior dimensão do retângulo considerado, que compõe o membro submetido à torção.
α	Ângulo formado entre a força P e o cabo
ρ_p	Taxa geométrica da armadura ativa

RESUMO

A protensão é um artifício empregado em peças de concreto, fazendo-o trabalhar predominantemente à compressão e em regime elástico, controlando as tensões de tração e por conseqüência as fissuras que nelas se manifestam. A protensão com monocordoalhas não aderentes trouxe para as pequenas e médias edificações o estado da arte antes aplicado somente em obras de grande porte, com a vantagem de sua fácil manipulação e aplicação. Dentre os diversos sistemas de protensão em pisos de edifícios destacam-se as lajes lisas protendidas com monocordoalhas engraxadas, não só pela beleza e esbeltez de sua estrutura, como também, pela flexibilidade arquitetônica, agilidade de execução e custos competitivos. O presente trabalho destina-se ao estudo e comparação dos dois métodos mais utilizados para a determinação de esforços em pisos de edifícios com a aplicação da protensão que são: o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Admitindo-se os mesmos critérios de projeto, para ambos os métodos de análise, são apresentados e comparados os esforços últimos de projeto devido à flexão das lajes em estudo e o consumo de armaduras passivas. Na conclusão deste trabalho apresentam-se as características necessárias das lajes lisas analisadas para que ocorram a convergência ou divergência entre os dois métodos.

ABSTRACT

Post-tension is used on concrete pieces in order to it work predominantly under compression and elastic scheme controlling traction and consequently the cracks on them. Post-tension with unbounded strands brought small and medium buildings the state of the art only before applied to mega structures with the advantage of its easy handling and application. Among the various slabs post-tension system the flat slabs with unbounded strands are used do not only to its superior and thickness structures, but also for its architectural flexibility, speed of execution and competitive costs. This research aim to study and compare the two most used determination calculating flat slabs effort: Equivalent Frame Method (EFM) and Finite Element Method (FEM). Using the same design criteria to both methods of analysis the strengths due to slabs bending and the concrete reinforced. In the conclusion of this research, the necessary characteristics of the analyzed flat slabs are presented so that the convergence or divergence between the two methods occurs.

Capítulo I – INTRODUÇÃO

O homem, desde os primórdios, se empenha no desenvolvimento de suas moradias. No início, eram formações naturais adaptadas; com o passar dos tempos, novos materiais surgiram e com estes novas técnicas de construir, deixando para trás a soma singela de paredes e cobertura para suas construções. No século passado o concreto armado é aperfeiçoado a partir de estudos e compreensão de seu comportamento. Somado a isto, a introdução das técnicas de protensão trazem novas possibilidades e dimensões para as edificações, tornando assim o concreto armado e protendido uma das técnicas mais empregadas em construções.

Dentre as técnicas de protensão destaca-se a protensão em pisos de edifícios com cordoalhas não aderentes, não só pela beleza e esbeltez de sua estrutura, como também, pela flexibilidade arquitetônica, agilidade de execução e custos competitivos.

O objetivo do presente trabalho consiste no estudo e comparação dos dois métodos mais utilizados para a determinação de esforços em pisos de edifícios com a aplicação da protensão que são: o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) e o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MPE é um método de análise utilizado a mais de meio século e na década de 70 teve sua eficiência comprovada por ensaios na Universidade do Texas, *POST-TENSIONING INSTITUTE* (1995). É um método de análise indicado pelo ACI 318 (2005) e consiste, basicamente, em subdividir a estrutura em pórticos planos na direção longitudinal e transversal, aplicando correções na rigidez dos elementos deste pórtico.

O MEF é um método numérico onde, diferentemente do MPE, a laje inteira é subdividida em pequenos elementos e é analisada de uma única vez. Trata-se de uma ferramenta poderosa para resolução numérica de um sistema de equações diferenciais e problemas de contorno. Para isto, demanda considerável

esforço computacional. Devido à popularização e da utilização de computadores pessoais nos escritórios de cálculo, permitiu-se aos engenheiros o uso desta ferramenta para a análise de estruturas e a transformou num procedimento mais usual.

A motivação para o presente trabalho deve-se ao crescimento da utilização da protensão não aderente em lajes lisas em pisos de edifícios e, ainda, pela necessidade de confronto destes dois métodos de análises distintos verificando suas convergências e divergências.

O trabalho é fundamentado em um estudo numérico do comportamento de pisos de edifícios protendidos. Para isto no capítulo II são apresentados os princípios básicos de protensão e os principais ensaios de lajes à flexão.

No capítulo III são apresentadas considerações para projetos de lajes protendidas, os principais esquemas estruturais e os métodos de análise para estas.

No capítulo IV descrevem-se os principais critérios de projeto para as lajes lisas.

No capítulo V são apresentadas as plantas de fôrmas para pisos de edificações comerciais e residenciais tipificadas com suas geometrias e carregamentos característicos para posterior análise. Na modelagem, considera-se o comportamento dos materiais elástico-linear. A análise numérica dos modelos é realizada através do Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) utilizando-se o software ADAPT-PT[®] e para o Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando-se o programa ADAPT FLOOR-PRO[®]. Ainda no capítulo V, são apresentados os resultados das análises de cada fôrma e suas faixas de projeto com comentários individualizados.

No capítulo VI descrevem-se as conclusões e recomendações do trabalho apresentando as possíveis convergências e divergências entre os métodos. Também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Breve Histórico

Segundo AALAMI (2007), em 1872 P. Jackson, um engenheiro da Califórnia – Estados Unidos da América (EUA), conseguiu a patente para protensão e usou tirantes para a construção de vigas e arcos de blocos individuais. Seu esforço foi seguido em 1888 por C.W. Doehring que obteve uma patente na Alemanha de lajes protendidas com fios de metal. No entanto estas primeiras tentativas não lograram êxito devido as características dos aços empregados com tensões de tração da ordem de 400 MPa e os efeitos ainda desconhecidos das perdas de protensão, imediatas e progressivas. Observa-se na Figura 2.1 um quadro comparativo com as características dos primeiros tipos de aços empregados para a protensão e os atualmente em uso.

Marco fundamental no sentido de tornar a prática da protensão um procedimento de sucesso deveu-se à adoção de aços com elevada resistência. Entre 1926 e 1928, Eugene Freyssinet reconhece os efeitos de perdas de tensão no processo da protensão e utiliza um novo aço de alta resistência para construir com êxito peças protendidas na França.

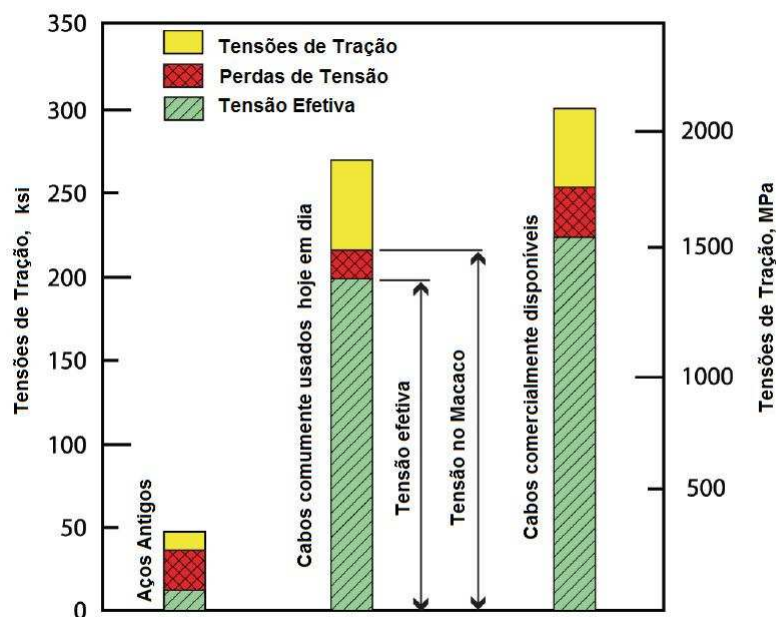


Figura 2.1 – Comparação entre as tensões e perdas de tensão para os aços usados nas primeiras tentativas da protensão e os atuais, AALAMI (2007).

Ainda, Segundo AALAMI (2007), em 1940 Eugene Freyssinet introduziu o conhecido e bem aceito sistema Freyssinet composto por dispositivos mecânicos e cunhas cônicas de ancoragens, exposto na Figura 2.2, para cabos desenvolvidos com aços de alta resistência de 12 fios. Embora muitos proeminentes engenheiros da época, incluindo Magnel na Bélgica, Guyon na França, Leonhardt na Alemanha e Mikhailov na Rússia, continuavam a desenvolver a protensão o foco permaneceu na construção de pontes e estruturas especiais. Pouca atenção foi dada à protensão para sua utilização em construções de edifícios.

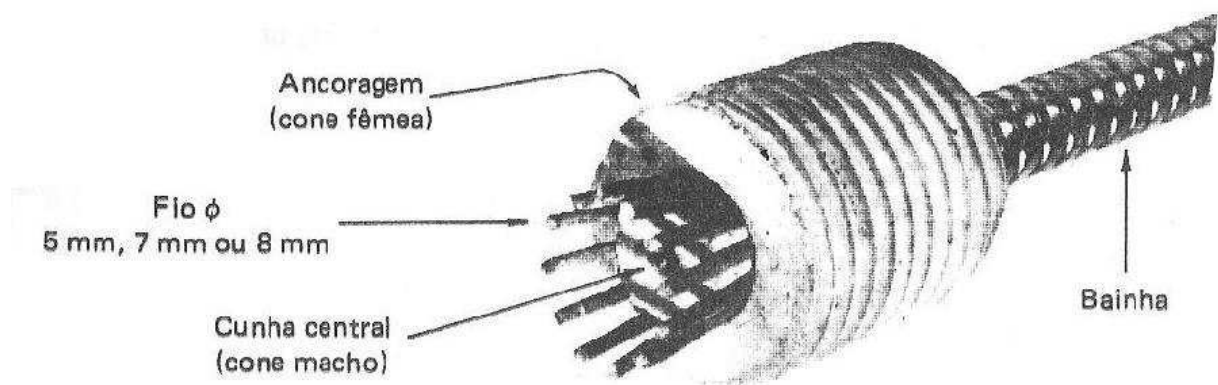


Figura 2.2 – Ancoragem típica Freyssinet, PFEIL (1988)

Cita ainda, que antes de 1950 e da introdução do sistema construtivo “*lift slab*” – (lajes içadas) - construtores e engenheiros dos EUA foram pioneiros na aplicação de protensão para eliminar fissuras e reduzir deformações em lajes planas delgadas em edificações. Apesar dos créditos aos inovadores engenheiros o grande avanço na aplicação da protensão é devido à introdução dos métodos de projeto apresentados por T.Y. Lin através do conceito do balanceamento das cargas. Na sua forma básica o balanceamento das cargas permitiu aos engenheiros visualizarem os efeitos de protensão como a redução das cargas permanentes. Devido à simplicidade no entendimento do conceito do balanceamento das cargas e às economias advindas da protensão, este país impulsionou o crescimento das construções. Ao contrário de outros processos de construção onde uma tecnologia introduzida na indústria é muitas vezes o resultado de trabalhos em pesquisa e investigação dentro de universidades, a prática da engenharia de protensão na construção de edifícios foi desenvolvida no âmbito dos esforços dos pioneiros

engenheiros e profissionais da construção. Apenas em 1963, o concreto protendido foi introduzido pela primeira vez no ACI 318, código regulador de construção norte americano.

Deve-se salientar que com o aumento da aplicação da protensão em todo o mundo tem havido um claro interesse na sua aplicação em construções de obras de arte, como também, em edificações para fins comerciais e residências. Há o claro interesse em se detalhar os procedimentos de projeto e os detalhes de sua aplicação nos códigos reguladores de diversos países.

Segundo MENEZES (2002), no Brasil pode-se destacar em 1949 a construção da Ponte do Galeão que foi realizada utilizando-se a protensão não aderente, sendo na época a maior ponte em concreto protendido do mundo, com 380m de comprimento. Uma das primeiras realizações da patente Freyssinet no mundo, com a presença marcante do próprio Eugene Freyssinet orientando o projeto. Ressalta ainda a utilização do concreto protendido no Brasil com a grande colaboração de José E. Rudloff Manns e do Eng. José Carlos de Figueiredo Ferraz que, entre 1953 e 1973, desenvolveu um sistema de protensão. Dentre suas obras, pode-se destacar o Museu de Arte de São Paulo – MASP, a ponte da Cidade Universitária e o Viaduto da Beneficência Portuguesa.

Destacam-se ainda pelo domínio da técnica do concreto protendido no Brasil os engenheiros A.C. Vasconcelos, que fundou em 1957 a primeira fábrica de estruturas pré-moldadas de concreto protendido de fio aderente no Brasil, Bruno Contarini com projetos estruturais como o MAC de Niterói (mostrado na Figura 2.3) e José Carlos Sússekind com o projeto estrutural do Museu Nacional de Brasília (apresentado na Figura 2.4).

De acordo com LOUREIRO (2007), a partir de 1997 com o início da fabricação das cordoalhas engraxadas e plastificadas pela Companhia Siderúrgica Belgo Mineira S.A, o uso da protensão ganhou importante impulso principalmente na aplicação e uso em edificações residenciais e comerciais. Um esquema destas cordoalhas engraxadas e plastificadas pode ser visto na Figura 2.5.



Figura 2.3 – Museu de Arte Contemporânea de Niterói, NIEMEYER, A.M. (2008)
 Projeto de Arquitetura: Oscar Niemeyer Projeto de Estrutura: Bruno Contarini

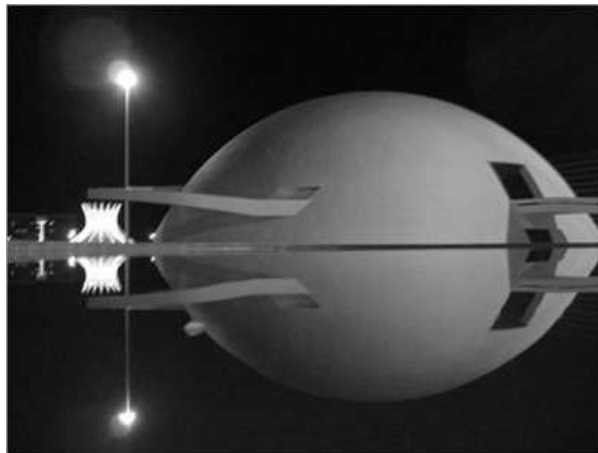


Figura 2.4 – Museu Nacional de Brasília, www.pelomaraberto.blogspot.com. (2008)
 Projeto de Arquitetura: Oscar Niemeyer Projeto de Estrutura: José C. Sússekind.



Figura 2.5 – Monocordoalha engraxada e plastificada com 7 fios, CAUDURO (1997).

Como ocorrido na década de 50 nos EUA, a procura por um sistema de protensão de fácil operação e baixo custo culminou na técnica de protensão com monocordoalhas engraxadas. Esta técnica demonstrou ser de fácil emprego e aplicação como se vê na Figura 2.6.

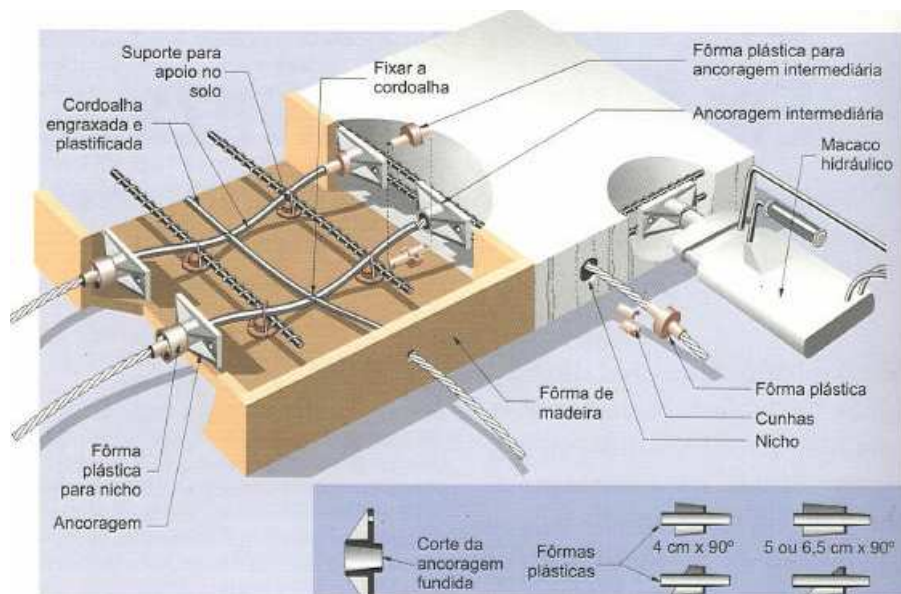


Figura 2.6 – Montagem típica de uma laje com monocordoalhas engraxadas, CAUDURU (1997).

As monocordoalhas são compostas por bainhas individuais de plástico extrudadas sobre a cordoalha. Como elemento protetor e inibidor da corrosão, uma graxa especial envolve a cordoalha antes da extrusão do plástico. Essa graxa inibidora da corrosão fornece também excelente lubrificação entre a cordoalha e a capa, reduzindo drasticamente o coeficiente de atrito, que passa de 0,24 no caso de bainhas metálicas, para 0,07 no caso de capa plástica. A fácil manipulação destas monocordoalhas assim como o desenho engenhoso de sua ancoragem é um dos fatores do barateamento da protensão. Uma só peça de aço fundido nodular constitui a placa distribuidora de tensões no concreto, servindo ao mesmo tempo de reforço radial ao bloco-fêmea que aloja a cunha de ancoragem. Também, de grande praticidade e simplicidade é a fôrma plástica que protege o furo tronco-cônico contra a entrada de nata de cimento, estabelecendo o correto afastamento da ancoragem em relação à fôrma, além de possibilitar a moldagem de um nicho de pequenas dimensões, o qual, após a protensão e o corte da cordoalha, é facilmente

preenchível com argamassa resistente de acabamento. Detalhes destes dispositivos são apresentados na Figura 2.7



Figura 2.7 – Placas de Ancoragem, CAUDURU (2002).
Esquerda: Ancoragem ativa e fôrma plástica.
Direita: Ancoragem Morta – passiva.

Assim, a protensão não aderente com cordoalhas engraxadas e plastificadas, também conhecida como protensão leve, vem se disseminando rapidamente no Brasil e se mostrando uma ótima solução estrutural para edificações de médio e pequeno porte.

2.2 Conceitos de Protensão

A protensão tem excelente definição, como a dada por PFEIL (1984):

“Protensão é um artifício que consiste em introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de carga”.

Em outras palavras, o que se tenta fazer com a protensão é limitar as tensões de tração no concreto por meio de cabos de alta resistência. Para entender os princípios do concreto protendido e tomar partido de maior eficiência estrutural é importante estar ciente das capacidades estruturais do aço e do concreto. O concreto é muito resistente à compressão, mas pouco resistente à tração. Uma viga bi-apoiada de concreto armado suporta uma carga através de tensões de compressão desenvolvidas na sua parte superior e não resiste às tensões de tração em sua parte inferior; assim ela fissa como demonstrado na Figura 2.8. Barras de

ação de reforço são colocadas na zona inferior para resistir à tração e controlar a fissuração.

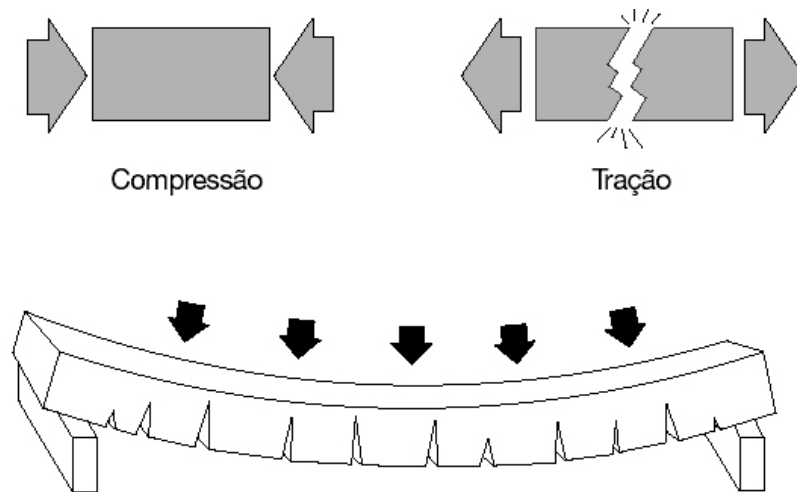


Figura 2.8 – Comportamento de uma viga bi-apoiada, CAUDURU (2002).

No corte transversal dessa mesma viga de concreto, a parte superior está comprimida e a parte inferior, fissurada, está apenas servindo de apoio e proteção para as barras de aço na posição (ver Figura 2.9). Este diagrama de tensões dá uma boa idéia do que está acontecendo com a viga. O concreto na parte superior, não fissurada da viga, está comprimido. O concreto na parte inferior da viga está tracionado e, admite-se, que toda essa tração é suportada pelas armaduras.

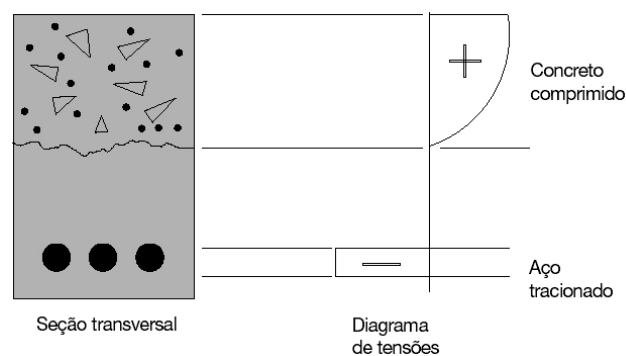


Figura 2.9 – Seção transversal e diagrama de tensões, CAUDURU (2002).

A introdução da protensão neste caso simples poderia ter diversos interesses e objetivos. Limitar as tensões de tração nas fibras inferiores da viga de concreto, controlar as deformações da mesma através de esforços internos capazes

de contrabalancear carregamentos, como também, atingir estados limites de serviço desejados para o emprego desta peça. Esta limitação das tensões de tração no concreto faz desaparecer, ou limita a formação de fissuras. Isto pode também ser entendido como uma tentativa de transformá-lo em um material menos frágil – mais elástico. Pode-se dizer que o elemento de concreto está submetido a dois sistemas de forças: uma interna, a protensão, e outra externa, a resultante das cargas aplicadas, sendo que as tensões de tração geradas pelo carregamento externo são contrabalançadas pela compressão originada pela protensão. Conseqüentemente, a fissuração devida à tração é evitada ou pelo menos limitada. Desta forma, as tensões e deformações devidas a cada um dos esforços podem ser calculadas separadamente e somadas, obedecendo-se, assim ao princípio da superposição de esforços. No Anexo D é apresentado um exemplo de cálculo onde o efeito do carregamento externo, devido à carga permanente, é anulado devido à protensão.

2.3 Métodos de Aplicação da Protensão

LOUREIRO (2007) cita dois tipos de protensão considerando o ato de se introduzir os esforços de protensão em relação à concretagem das peças estruturais, descritas a seguir:

2.3.1. Pré-Tração:

A protensão da armadura ativa, normalmente reta, é feita em bancadas ou pistas de protensão antes da concretagem da peça. Após o endurecimento do concreto os fios ou cordoalhas são cortados e a força de protensão é introduzida no concreto por aderência.

2.3.2. Pós-Tração:

A protensão da armadura ativa, normalmente curva, é executada somente após o concreto ter atingido uma determinada resistência e a introdução de protensão no concreto é feita por atrito e/ou através de dispositivos mecânicos

chamados de ancoragens. Para isolar a armadura de protensão do concreto utilizam-se bainhas corrugadas de aço galvanizado ou de plástico, que são colocadas dentro da peça seguindo o perfil desejado, antes da concretagem da mesma. Neste caso, podem-se ter dois tipos de protensão:

- **Protensão com aderência posterior (*bonded*):**

Após a protensão, as bainhas são injetadas com uma nata de cimento, que tem a dupla finalidade de proteger a armadura contra corrosão e garantir a aderência entre a armadura e o concreto.

- **Protensão sem aderência ou protensão não-aderente (*unbonded*):**

A armadura ativa permanece sem aderência com o concreto, mesmo depois de efetuada a protensão. A ligação entre a peça e o concreto é feita somente através das ancoragens.

No caso de protensão não aderente, utilizam-se cordoalhas especiais que são engraxadas e plastificadas com polietileno de alta densidade (PEAD).

2.4 Considerações dos Efeitos de Protensão

No concreto protendido as armaduras ativas, de protensão, constituídas de barras, fios ou cordoalhas de alta resistência são tracionadas e ancoradas no concreto. Ao se analisar uma viga protendida sem carregamento externo, em qualquer seção da mesma, a força de tração na armadura é igual e de sentido oposto à força de compressão no concreto, ou seja, a resultante das forças e de momentos é nula. No entanto a viga de concreto apresenta deformações. Essas deformações são, na realidade, oriundas da protensão e a consideração dos efeitos da protensão só pode ser feita separando-se a viga de concreto da armadura de protensão. Estes efeitos da protensão podem ser considerados através de alguns métodos de cálculo. São apresentados os dois métodos mais utilizados.

2.4.1. Método das Seções

Este método trata os efeitos da protensão como um conjunto de esforços solicitantes: força normal, força tangencial e momento fletor, atuando nas seções transversais da peça de concreto. Apresenta-se na Figura 2.10 um esquema de viga protendida e ao lado os esforços individualizados separando o cabo de protensão da viga de concreto. Na Figura 2.11 é apresentado o esquema do corte A, onde é possível observar um conjunto auto-equilibrado de forças que atuam sobre o concreto, e logo abaixo, o conjunto auto-equilibrado das forças que atuam no cabo.

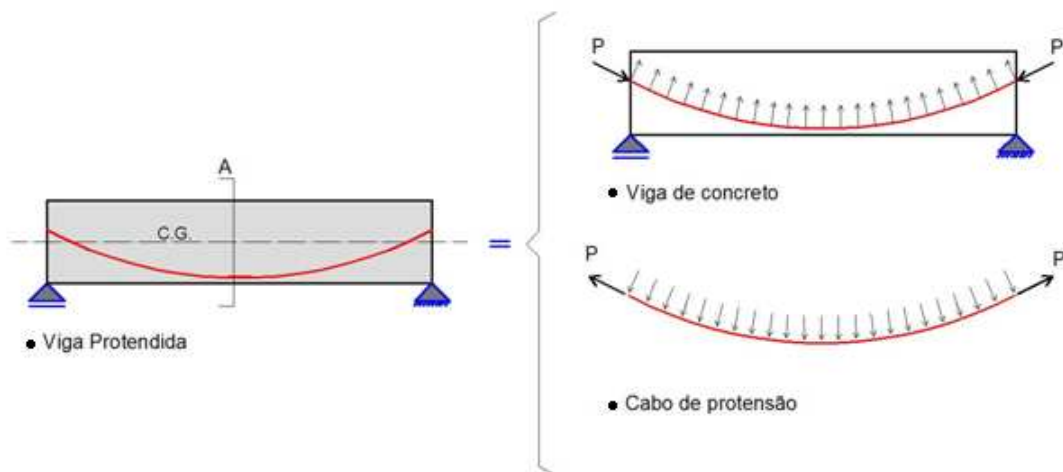


Figura 2.10 – Viga protendida e esforços individualizados atuantes na viga e no cabo.

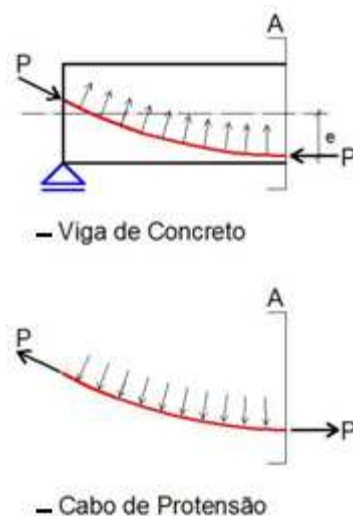


Figura 2.11 – Seção da viga protendida e esforços individualizados atuantes na viga e no cabo

Na seção A da viga de concreto atua apenas a força de compressão P que, pelo princípio da ação e reação, é igual e de sentido contrário à força de tração no cabo. Decompondo a força de compressão P e transportando-a para o C.G. da seção ter-se-a o conjunto de esforços N , V e M , que podem ser vistos na Figura 2.12, que são chamados de esforços primários ou isostáticos de protensão. Como normalmente o ângulo alfa é pequeno, na prática, consideram-se os seguintes esforços devido à protensão na seção (Figura 2.12):

$$N = -P ; \quad (2.1)$$

$$V = -P \cdot \tan \alpha ; \quad (2.2)$$

$$M = -P \cdot e \quad (2.3)$$

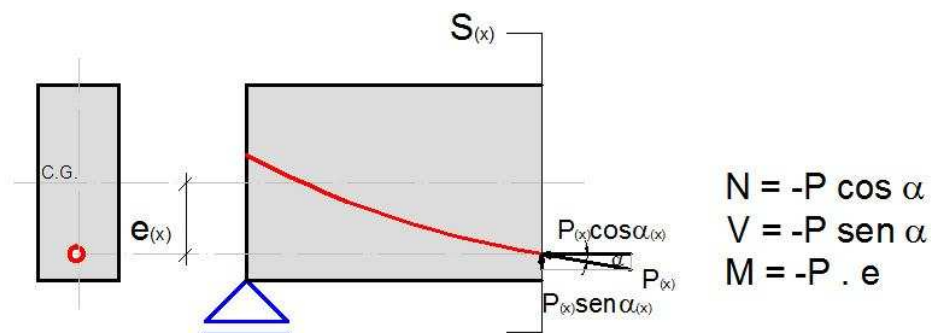


Figura 2.12 – Força equivalente de protensão na seção $S_{(A)}$.

Ao se adotar este método para vigas contínuas os esforços hiperestáticos de protensão deverão ser levados em consideração.

2.4.2. Método das cargas equivalentes e conceito da carga balanceada.

Este método consiste em substituir o cabo de protensão pelo conjunto auto-equilibrado de forças que o mesmo exerce no concreto. Este conjunto de forças é chamado de cargas equivalentes de protensão. A protensão é tratada como um carregamento externo aplicado à peça estrutural e, mais uma vez, deve-se separar o cabo da viga de concreto para considerar os efeitos de protensão.

Nos casos mais comuns de cabos parabólicos ancorados no centro de gravidade das seções externas, as cargas equivalentes da protensão constituem-se de duas parcelas:

- Cargas verticais uniformemente distribuídas, devido à mudança de direção dos cabos;
- Força concentradas aplicadas através das ancoragens.

Esta é uma configuração típica de laje lisa protendida e está apresentada na Figura 2.13.

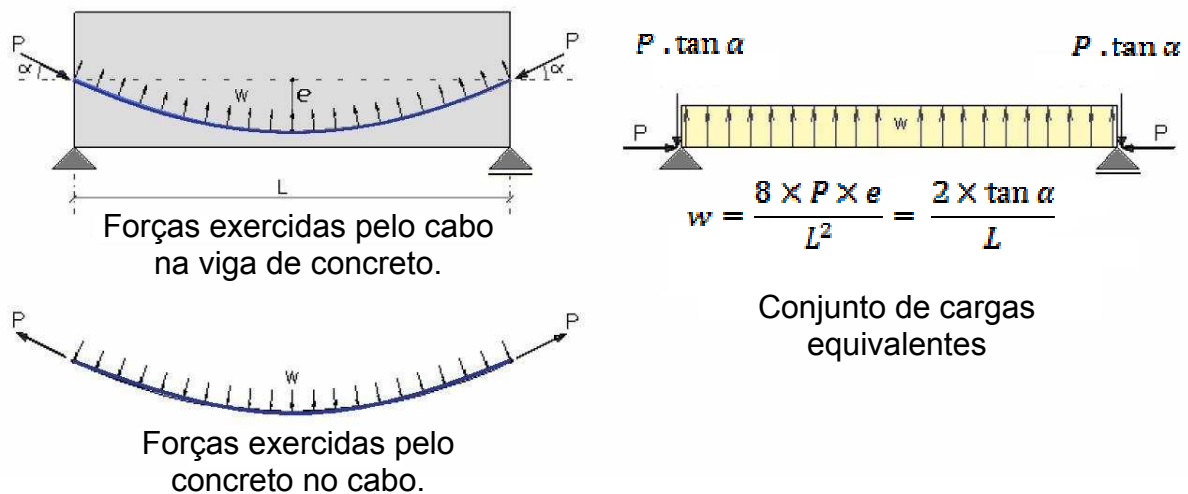


Figura 2.13 – Esquema da viga de concreto com o cabo de protensão

O cálculo dos esforços devido à protensão é feito considerando apenas o carregamento vertical equivalente w aplicado à peça estrutural. Depois, ao se analisar e verificar as tensões se acrescenta a parcela de P/A , que corresponde à parcela de pré-compressão introduzida no concreto pelas forças horizontais P concentradas nas ancoragens. Este método apresenta as seguintes vantagens:

- Os esforços calculados com o carregamento vertical equivalente w já incluem, no caso das estruturas hiperestáticas, os esforços secundários ou hiperestáticos de protensão.
- Os deslocamentos da estrutura devido à protensão também poderão ser obtidos através de análise da mesma, para o carregamento vertical equivalente e depois adicionado os deslocamentos devido aos carregamentos externos.

Por estas razões, o método das cargas equivalentes é recomendado para o cálculo de estruturas hiperestáticas, tais como, vigas contínuas, pórticos, lajes lisas, etc.

Pelo equilíbrio das forças verticais temos:

$$w \times L = 2 \times P \times \tan \alpha \quad (2.4)$$

E pelas propriedades geométricas da parábola:

$$\tan \alpha = (4 \times e) / L \quad (2.5)$$

O conceito de carga balanceada (*load-balancing*), introduzido por LIN e BURNS (1981), tem como princípio básico fazer com que as cargas equivalentes w equilibrem uma fração das cargas permanentes atuantes w_g , ficando a estrutura, para este nível de carregamento, submetida somente as tensões de compressão P/A e não apresentando flechas, independente do módulo de elasticidade do concreto. Segundo AALAMI (1989) para lajes é usual balancear entre 60% e 80% de carga permanente. Com isso se elimina as flechas e a deformação lenta devido a essa parcela de carga. Em serviço, pode-se analisar a estrutura considerando apenas as cargas não balanceadas, acrescentando-se a pré-compressão P/A devido à protensão. Na aplicação do conceito da carga balanceada trabalha-se com boa precisão, uma vez que tanto as cargas permanentes como a força de protensão podem ser calculadas com pequena margem de erro. Para exemplificar o conceito e a aplicação do método do balanceamento das cargas é apresentado no Anexo D um caso numérico e sua resolução.

2.4.3. Cargas equivalentes em uma viga contínua.

Na viga mostrada na Figura 2.14 as cargas equivalentes de protensão são calculadas para cada trecho parabólico do cabo compreendido entre os vértices e os pontos de inflexão das parábolas. Nota-se que na extremidade esquerda o cabo está perpendicular à seção transversal de concreto, o que é usual no caso dos cabos em lajes, e na extremidade direita o cabo sai com um ângulo alfa em relação à face do concreto, o que é usual em caso de vigas protendidas.

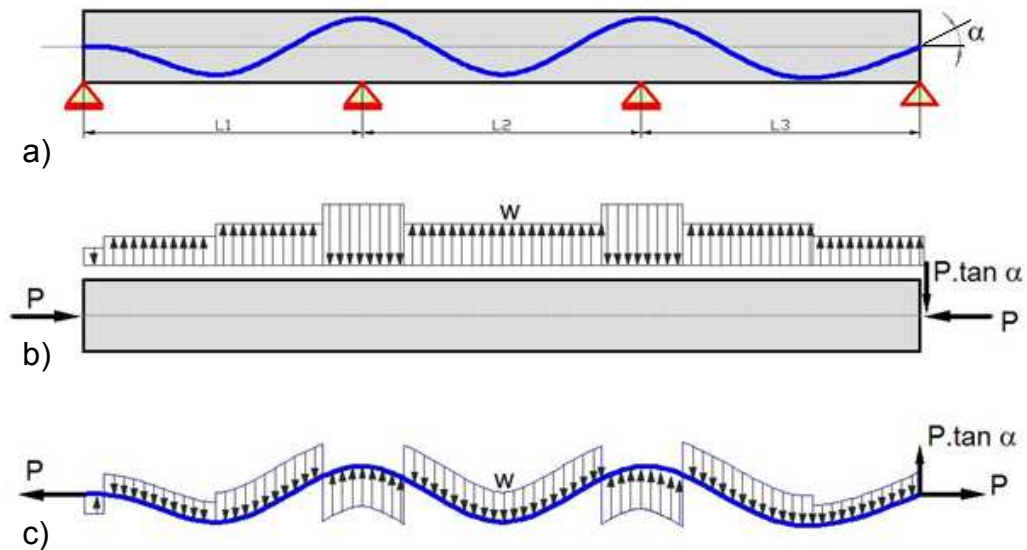


Figura 2.14 – Esquema da viga de concreto com o cabo de protensão (a). Diagrama da viga de concreto, como corpo rígido, sob efeito do cabo (b). Diagrama do cabo, como corpo rígido, sob efeito da viga e protensão (c).

Para o cálculo das cargas equivalentes, a parábola reversa é dividida em trechos de semi-parábolas, Figura 2.15, e o valor da carga equivalente w_i em cada trecho é calculado através da equação de equilíbrio das cargas verticais. Ou seja:

$$w \times s = P \times \tan \alpha \quad (2.6) \quad \text{e} \quad \tan \alpha = (2 \times f) / s \quad (2.7)$$

$$\text{Logo, o valor da carga equivalente é:} \quad w = (2 \times P \times f) / s^2 \quad (2.8)$$

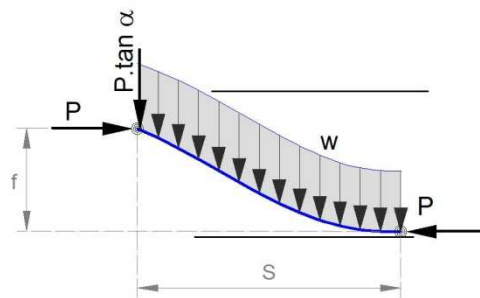


Figura 2.15 – Trecho ampliado da viga protendida entre o ponto de inflexão do cabo e o vértice inferior da parábola.

Onde:

- w_i é carga equivalente no trecho considerado;
- s é a projeção horizontal do cabo no trecho considerado;
- f é a projeção vertical do cabo no trecho considerado;
- P é a carga de protensão aplicada;
- α é o ângulo formado entre a força P e o cabo.

Para efeito do cálculo do percentual da carga balanceada no vão, considera-se apenas w_2 e w_3 , como se vê na figura 2.16.

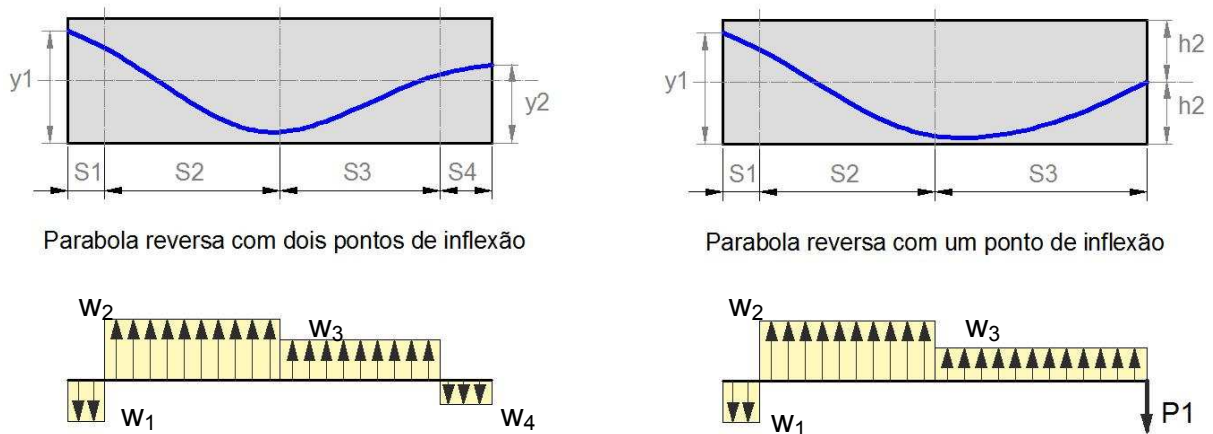


Figura 2.16 – Divisão da carga em função dos pontos notáveis.

A porcentagem da carga balanceada w_b é:

$$w_b(\%) = 100 \times [(w_2 \times s_2 + w_3 \times s_3) / (\text{C.P.})] \quad (2.9)$$

Onde:

- w_b é carga balanceada;
- C.P.** é a carga permanente.

2.5 Perdas de Protensão

As perdas de protensão são todas as perdas que ocorrem nos esforços aplicados aos cabos de protensão. Essas perdas podem ser classificadas de forma temporal. Segundo EMERICK (2005) tais perdas podem ser classificadas em dois grupos:

- **Perdas imediatas:** são as que ocorrem durante a operação de protensão e acomodação das ancoragens, sendo:
 - a) Perdas por atrito entre o cabo e o concreto durante a operação de protensão;
 - b) Perdas nas ancoragens, provocadas pela acomodação das cunhas, quando o esforço é transferido do macaco para as placas de ancoragem;

- c) Perdas por encurtamento elástico do concreto.
- **Perdas retardadas ou diferidas:** são as que ocorrem ao longo de vários anos, sendo:
 - a) Perdas por retração e fluência, produzidos por encurtamentos que se processam ao longo do tempo devido ao comportamento viscoso do concreto, quando submetido a esforços de longa duração.
 - b) Perdas por relaxação do aço, produzidas por quedas de tensão nos aços submetidos a cargas elevadas durante longos períodos de tempo.

Segundo o relatório técnico 43 da CONCRETE SOCIETY (2000) apesar das perdas de protensão ocorrerem em dez anos ou mais, a maior parte acontece nos dois primeiros anos. Normalmente as perdas reduzem a força de protensão em aproximadamente 10%, no ato da protensão e encunhamento, e totaliza após todas as perdas 20%, considerando as perdas imediatas e diferidas.

2.6 Ensaios experimentais de lajes protendidas – (Flexão)

Segundo o *POST-TENSIONING INSTITUTE – PTI* (1995), os seguintes ensaios, descritos de forma sucinta, são particularmente valiosos para a compreensão do comportamento das lajes protendidas com cabos não aderentes. Estes ensaios são a base das recomendações e regulamentos dos projetos nos EUA. Para maiores detalhes destes ensaios consultar “*Design of Post-Tensioned Slabs*” – 2ª. Ed – *PTI* (1995)

2.6.1 SCORDELIS, PISTER e LIN – 1956

Em 1956, Scordelis, Pister e Lin realizaram um teste em uma laje quadrada, plana, simplesmente apoiada formada por um único painel com vão de 427 cm. A contribuição principal deste trabalho foi de permitir tensões de tração, controladas, em lajes protendidas.

2.6.2 SCORDELIS, LIN e ITAYA– 1959

Em 1959, Scordelis, Lin e Itaya realizaram um teste em uma laje plana simplesmente apoiada formada por quatro painéis, com vãos regulares de 213,5 cm. Este ensaio demonstrou que as formulações baseadas nas teorias elásticas de flexão poderiam ser usadas para prever o comportamento da estrutura.

2.6.3 GAMBLE - 1964

Em 1964, Gamble testou uma laje plana, simplesmente apoiada, de 3x2 vãos com uma força de compressão elevada, não usual, e um arranjo incomum dos cabos protendidos. Ficou demonstrado que o arranjo da protensão utilizando cabos retos não representa uso prático ou eficiente dos materiais para uma laje de múltiplos painéis bi-direcionais, contudo, os resultados forneceram dados para avaliação da resistência ao cisalhamento.

2.6.4 BROTCHE e BERESFORD – 1967

Em 1967, Brotschie e Beresford testaram uma laje de (2x4) vãos com balanços em dois lados sob carregamento crítico de longo prazo. A distribuição dos cabos foi variada em cada um dos quatro painéis transversais. Cabos constituídos de fios não aderentes de 7 mm de diâmetro foram colocados em ambas as direções com geometria parabólica convencional. Foi verificado que a relação vão/espessura de 48 foi aparentemente satisfatória para comportamento a curto e longo prazo. O comportamento foi completamente satisfatório sem o uso de armadura passiva, mas seu uso será recomendado para aumentar o desempenho e a rigidez da laje.

2.6.5 ODELLO e MEHTA – 1967

Em 1967, uma laje com quatro painéis, semelhantes à de Scordelis, et al - teste realizado em 1959, foi testada na Universidade de Califórnia. Esta laje diferiu do teste descrito na seção 2.7.2 pelo uso de “drop-panels” de 7,6 cm de espessura no apoio central e nas quatro colunas de apoio ao redor do perímetro. Ficou demonstrado que o comportamento efetivo provou ser ideal para aplicações

práticas deste tipo de laje. Este tipo de laje suportou 169% da carga suportada pela laje do ensaio 2.7.2.

2.6.6 MUSPRATT – 1969

Em 1969, Muspratt relatou um teste em uma laje nervurada, de um único painel, protendida simplesmente apoiada nos quatro vértices. Este teste foi executado para avaliar a teoria de Rozvany que dizia que peças protendidas com cabos não aderentes estão sujeitas a colapso súbito ao fissurar, a menos que a protensão média seja da ordem de 1,5 vezes o módulo de ruptura. O que não foi verificado.

2.6.7 HONDROS e SMITH – 1969

Em 1969, Hondros e Smith relataram um teste em uma laje nervurada de um único painel simplesmente apoiada ao longo dos quatro vértices. As nervuras neste teste foram colocadas a 45 graus com relação aos apoios e, como foram evidenciadas no teste de Muspratt (1969), as linhas de ruptura formadas nas diagonais não causaram ruptura de cisalhamento torsional nas nervuras.

2.6.8 BURNS, HEMAKOM e WINTER – 1973

Desde 1973, Burns realizou uma série de ensaios em múltiplos painéis na Universidade do Texas, em Austin. Dois modelos de lajes com nove painéis (3x3) e um modelo com quatro painéis (2x2) foram testados nestas séries. As principais conclusões destes ensaios foram:

- A localização da armadura passiva aderente na laje protendida é tão importante quanto à quantidade. A localização de armadura aderente mínima no topo e na vizinhança imediata da coluna prove desempenho excelente em todas as fases de carregamento. A armadura passiva aderente deveria ser colocada dentro de uma distância $1,5 h$ da face da coluna (h = espessura da laje).
- A análise pelo MPE, método dos pórticos equivalentes, do ACI 318 seção 13.7 **deve** ser utilizada no projeto de lajes planas protendidas. Momentos

medidos nestes ensaios justificam a análise pelo MPE para se obter o momento médio nas várias seções críticas de projeto. A análise pelo MPE conduz a um momento de projeto maior na primeira coluna interna e a um momento menor para a coluna externa do que os resultados obtidos pelo método dos pórticos simples (MPS).

- Como prática, alguns cabos em cada direção deveriam atravessar o pilar. O pilar externo se beneficia da pressão da ancoragem localizada próximo a ele, aumentando a tensão P/A sobre o valor médio para o painel. Este P/A maior aumenta a resistência à fissuração, devido à flexão, e aumenta a resistência ao cisalhamento.
- As flechas da laje sobre testes com níveis de cargas elásticos indicaram conclusivamente que os diferentes arranjos de cabos, concentrados ou distribuídos, não afetam o desempenho simétrico da laje.

2.6.9 HEMAKOM e GERBRE-MICHAEL – 1970

Em 1970, cinco modelos de lajes “*one-way*” (unidirecionais - lajes armadas em uma direção) com dois vãos contínuos foram testados na Universidade do Texas em Austin. As lajes tinham dois vãos iguais de 457 cm cada. Os perfis dos cabos eram parabólicos. As principais conclusões destes ensaios foram:

- Fissuras se formaram durante o carregamento e se fecharam quase completamente ao descarregar, até mesmo para cargas de aproximadamente 50 % da capacidade última.
- A capacidade última de flexão observada foi maior que a capacidade de projeto requerida pelo ACI 318-77.
- Os incrementos de tensão no aço dos cabos não aderentes aumentaram com incrementos percentuais de armadura aderente.

2.6.10 VINES e CHARNEY – 1975.

Em 1975, foram conduzidos testes em dois modelos de lajes “*one-way*” com três vãos na Universidade do Texas em Austin. Estas lajes foram projetadas

para níveis de protensão consistentes com a prática corrente de projeto. As principais conclusões destes ensaios foram:

- Para níveis de carga abaixo de cargas de fissuração, o comportamento de deformação da laje foi elástico linear e flechas para cargas de serviço estavam bem dentro da relação vão/360. Observou-se cargas de fissuração de acordo com o previsto usando um modulo de ruptura de $19,7 \sqrt{f'_c}$ (f'_c em kN/m^2) e assumindo comportamento elástico linear.
- A quantidade providenciada de armadura aderente (0,12% da área total) embora consideravelmente menor que os 0,20% requeridos pelo ACI 318-77, satisfatoriamente controlou a formação e distribuição de fissuras.
- A redistribuição de momentos aconteceu depois que as fissuras ficaram evidentes. Perto da ruptura a redistribuição estava essencialmente completa. A redistribuição de 15 % que aconteceu era aproximadamente a quantia permitida pelo ACI 318-77.
- A quantidade de armadura aderente adotada, embora só 60% do requerido pelo ACI 318-77, controlaram muito bem as fissuras. O teste de capacidade última de carga excedeu a capacidade de projeto requerida, embora os aumentos observados em tensões nos cabos não aderentes em cargas de projeto terem sido de aproximadamente 90% do valor previsto pela equação (18-4) do ACI 318-77.
- Flechas computadas baseadas no momento de inércia da seção fissurada, e em uma relação de momento-curvatura bi-linear deram resultados os quais eram conservadores para o exemplar inicialmente não fissurado, mas ligeiramente não conservador para um exemplar inicialmente fissurado.

2.7 Pesquisa numérica sobre comparação entre os métodos de análises de lajes lisas protendidas – (Flexão)

LINCOLN (2004) apresentou duas lajes e desenvolveu pesquisa comparando os métodos de análise MPE e MEF. Apresentou tabelas comparativas com os resultados de momentos últimos, tensões e deformações. Para isto fez uso de uma primeira laje lisa, quadrada, simétrica, com dimensões externas de 28,4 m x

28,4 m, apoiada em 16 pilares (4 linhas de 4 pilares igualmente espaçados de 8,0 m e com balanço de laje de 2,2 m). A fôrma foi decomposta em pórticos bem definidos e alinhados, formando faixas de projetos regulares com suas linhas de apoio próximas ao centro de cada faixa e com os pilares afastados dos bordos da laje. Uma fôrma bem semelhante a FÔRMA_10 estudada neste trabalho no item 5.7.10. Para esta primeira fôrma, o autor apresentou resultados convergentes entre os métodos e concluiu que a laje projetada segundo o MPE e MEF não apresentavam diferenças significativas.

A segunda laje lisa apresentava forma retangular com dimensões externas de 7,0 m x 14,0 m, apoiada sobre seis pilares desalinhados e afastados da borda com disposição aleatória, decompondo-se em faixas de projetos irregulares. Nesta segunda fôrma os resultados apresentaram diferenças expressivas. LINCOLN (2004) concluiu que estas divergências decorreram da dificuldade na definição das faixas de projeto que compunham cada pórtico, devido à disposição assimétrica dos pilares.

Capítulo III – PROJETO DE LAJES PROTENDIDAS

3.1. Considerações iniciais

O projeto estrutural de lajes protendidas visa atender com segurança e economia critérios de desempenho em estados limites últimos (ELU) e estados limites de serviço (ELS).

Na verificação de ELU, a segurança consiste na verificação da ruptura, a qual é considerada atendida quando a capacidade resistente das seções críticas, minorada por um fator, é maior ou igual aos esforços de cálculos devido aos carregamentos atuantes na estrutura majorados por coeficientes de segurança.

$$\gamma R_d \geq \phi S_d \quad (3.1)$$

Onde:

γ é o fator de redução a ser definido pela norma adotada;

R_d é a capacidade resistente da peça estrutural analisada;

ϕ é o coeficiente de majoração a ser definido pela norma adotada;

S_d é o esforço solicitante devido aos carregamentos.

O desempenho em serviço é considerado atendido quando são respeitados os estados limites de serviço que tratam da verificação de deformações, fissuração e vibração. Deformações e vibrações excessivas podem comprometer o uso e desempenho da estrutura e a fissuração está intimamente ligada à durabilidade da estrutura.

Deve-se ter como objetivo de projeto o atendimento conjunto dos critérios de desempenho dos estados limites últimos e de serviço de forma a garantir uma estrutura durável com economia.

3.2. Principais esquemas estruturais em lajes protendidas

A NBR 6118:2004 denomina como laje lisa àquelas que se apóiam diretamente sobre os pilares (ver Figura 3.1) e laje cogumelo as lajes que se apóiam nos pilares por meio de capitéis (Figura 3.2).

Segundo EMERICK (2005) os principais esquemas estruturais adotados para lajes protendidas são as lajes lisas, também conhecidas como lajes planas, com ou sem engrossamento na região dos pilares, mostradas nas Figuras 3.1 e 3.2, e as lajes nervuradas, mostradas nas Figuras 3.3 e 3.4. As lajes lisas apresentam vantagens em relação às demais, sobretudo do ponto de vista de execução. A redução do insumo fôrmas de até 50%, em lajes planas protendidas, não é apenas interessante pela redução de materiais, também o é, pela agilidade na montagem de fôrmas e escoramento que dela advêm ao se comparar com as lajes tradicionais (lajes – vigas – pilares; em concreto armado).

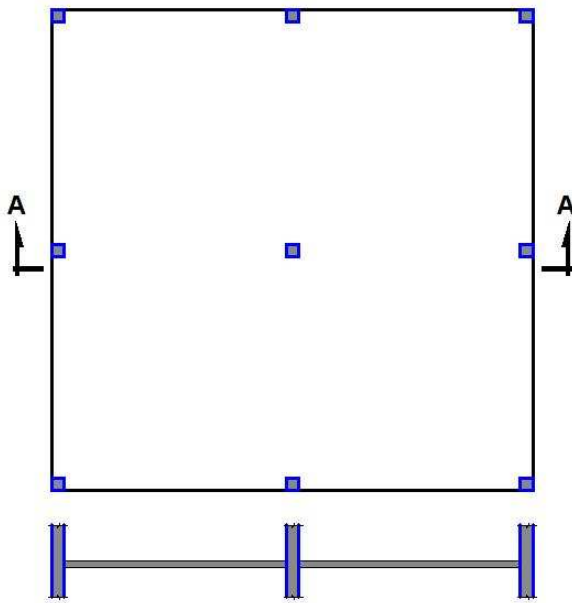


Figura 3.1 - Laje lisa (laje plana)

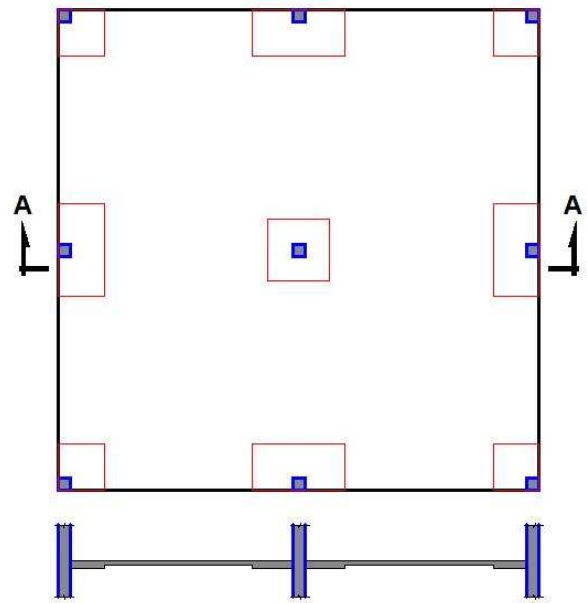


Figura 3.2 - Laje com engrossamento na região dos pilares (capitéis)

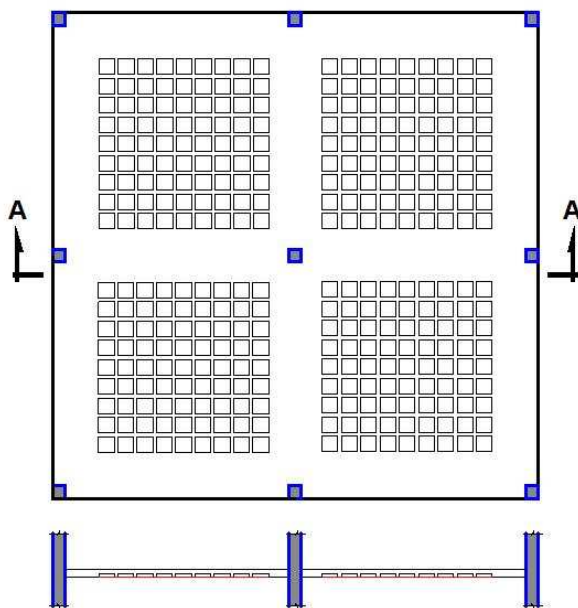


Figura 3.3 - Laje nervurada com faixas protendidas

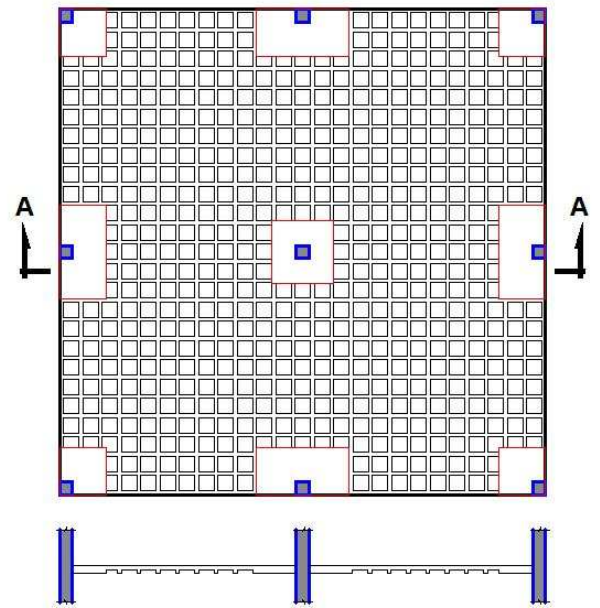


Figura 3.4 - Laje nervurada com capitéis

Uma classificação importante das lajes de concreto é a de seu comportamento estrutural devido aos esforços a elas aplicados. Diferentemente das estruturas de concreto armado, o comportamento da laje, quanto ao caminho

percorrido pelas cargas até os apoios, não é definido apenas pela geometria das peças estruturais. A definição do modelo estrutural depende do tipo de carga, disposição das armaduras passivas e ativas e das hipóteses de cálculo do engenheiro projetista. Segundo AALAMI (1993) ,em muitos casos o modelo estrutural para a análise de uma laje de concreto não é único. O sistema estrutural em serviço pode ser diferente do considerado em estado limite último. Uma laje que responde como um sistema unidirecional pode desenvolver um comportamento bidirecional no estado limite último.

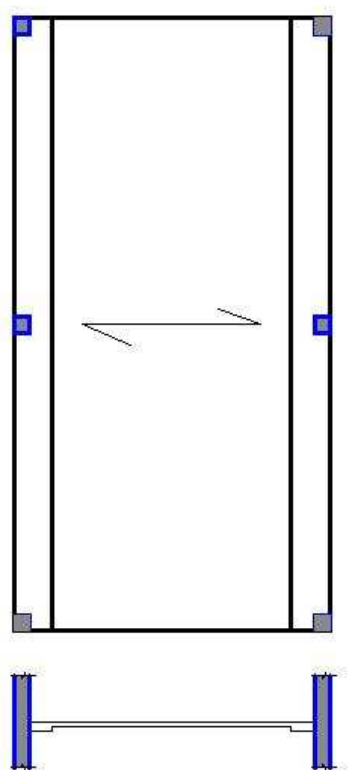
O ACI 318 (2005) classifica o desempenho das lajes como sistemas unidirecionais (*one-way system*) e sistemas bidirecionais (*two-way system*). O sistema unidirecional baseia-se em um único caminho de carga predominante que transfere as forças aplicadas ao pavimento para os apoios, como mostrado na Figura 3.5. O sistema bidirecional baseia-se no arranjo onde existem dois caminhos de cargas que transferem as forças aplicadas ao pavimento para os apoios (ver Figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4).

Assim sendo, o primeiro passo para o projeto é a concepção de um sistema estrutural capaz de transferir as cargas atuantes nos pisos até as fundações. Independente do método de análise dessas estruturas faz-se necessário a definição do caminho de cargas para o dimensionamento da estrutura.

Segundo LOUREIRO (2007), quanto mais próximo da resposta estrutural natural (real) estiver o caminho das cargas, definido pelo engenheiro em seu projeto e detalhamento, mais eficiente será o sistema estrutural e conseqüentemente menos fissuras aparecerão nas estruturas. Sabe-se, que antes da fissuração os pisos de concreto comportam-se essencialmente de acordo com a teoria da elasticidade, como verificado e exposto no item 2.6.10, existindo um caminho natural de distribuição das cargas que depende, principalmente, das rigidezes do sistema nas duas direções e estas da geometria da estrutura, dos carregamentos e da distribuição de armaduras passivas e ativas.

Após a definição do sistema estrutural em lajes lisas, é importante na fase de projeto a definição da altura da laje para que a mesma tenha capacidade de se deformar, dentro de certos limites, sem ter o seu comportamento modificado por

tensões cisalhantes que surgem entre os pilares e as lajes. Assim sendo, um dos principais critérios para escolha da altura da laje está relacionado com a possível ruptura por cisalhamento na ligação entre a laje e o pilar. Este mecanismo de ruptura por cisalhamento é conhecido como punção. A resistência a punção da laje pode ser melhorada com o uso de engrossamento da laje na região do pilar (capitéis), com o uso de vigas faixas protendidas, como mostrado nas Figuras 3.2, 3.3 e 3.4, ou por meio de armaduras especiais.



Laje maciça apoiada em vigas faixas protendidas

Figura 3.5 – Laje Unidirecional (*one-way system*)

A NBR 6118 (2004) estabelece que para lajes com protensão seja respeitada a espessura mínima de 15 cm. O ACI 423.3R (1996) recomenda os seguintes valores de espessuras mínimas para lajes lisas protendidas:

- Lajes de piso com sobrecargas entre 2,0 kN/m² e 3,0 kN/m²:

$$h \geq (L/40) \text{ a } (L/45) \quad (3.2)$$

- Lajes de cobertura:

$$h \geq (L/45) \text{ a } (L/48) \quad (3.3)$$

Entretanto, nada impede que sejam adotadas espessuras menores, desde que sejam atendidos os critérios de desempenho quanto aos estados limites.

Na Tabela 3.1 EMERICK (2005) sugere o uso das seguintes espessuras para lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes, e como faixa econômica para estas, a espessura entre 18 e 20 cm (entre 7,0 e 9,0 m de vão).

Tabela 3.1 – Espessura de laje lisa protendida com cordoalha engraxada.
EMERICK (2005)

Vão livre entre apoios (m)	Espessura Mínima (cm)
até 7,0	16
de 7,0 até 8,0	18
de 8,0 até 9,0	20
de 9,0 até 10,0	22
de 10,0 até 11,0	24

O *Post-Tensioning Institute - PTI* (1995) recomenda a adoção das relações vão/espessura para lajes protendidas apresentadas na Tabela 3.2 e acrescenta que as relações podem ser maiores, caso sejam verificados as deformações, curvaturas e vibrações.

Tabela 3.2 – Recomendações de vão/espessura – (PTI, 1995)

	Vãos Contínuos		Vão Simples	
	Teto	Piso	Teto	Piso
Lajes maciças unidirecionais	50	45	45	40
Lajes maciças bidirecionais (lajes apoiadas sobre pilares)	45 - 48	40 - 45	---	---
Lajes nervuradas bidirecionais (nervuras a cada metro)	40	35	35	30
Nervuras Unidirecionais	42	38	38	35

3.3. Análise estrutural de lajes protendidas

O projeto estrutural das lajes protendidas pode ser dividido em quatro etapas:

- **Modelagem estrutural ou lançamento da estrutura.**
Função das limitações impostas pela arquitetura e experiência do engenheiro projetista.
- **Análise ou cálculo dos esforços.**
Critérios de projeto e escolha do método de análise a ser adotado.
- **Dimensionamento das seções.**
Função dos esforços obtidos pelos métodos de análise.
- **Detalhamento das armaduras ativas e passivas.**
Função do dimensionamento das seções, e também, da experiência do engenheiro projetista.

A modelagem estrutural consiste na escolha e definição da geometria dos diversos elementos estruturais, ver Figura 3.6. Em seguida, define-se o caminho das cargas até os apoios (*load-path*). Normalmente, escolhem-se as linhas que unem os apoios, em cada uma das direções longitudinal e transversal da laje, para indicar o caminho das cargas. Na Figura 3.7 observam-se as linhas de apoio na direção X, e na Figura 3.8 as linhas de apoio na direção Y. A cada linha de apoio (*support-line*) é associada uma área tributária. Estas áreas tributárias são definidas pelos pontos médios entre as linhas de apoio em cada direção, como é observado na Figura 3.9 para as linhas de apoio na direção X. Os apoios e os trechos de lajes correspondentes à área tributária constituem o que se chama de faixa de projeto (*design strip*). Nas Figuras 3.10 e 3.11 podem-se ver as faixas de projeto na direção X e Y, respectivamente. AALAMI e KELLEY(2001) exemplificam o traçado das linhas de apoio e a construção das faixas de projeto para uma laje como se pode ver nas Figuras 3.6 até 3.13. As faixas de projeto são definidas antes mesmo de se escolher o método de análise que será utilizado. Ou seja, pode-se analisar a estrutura por vários métodos de cálculos e usar as mesmas faixas de projeto para

obter os esforços nas seções, verificar as tensões e efetuar o dimensionamento das mesmas.

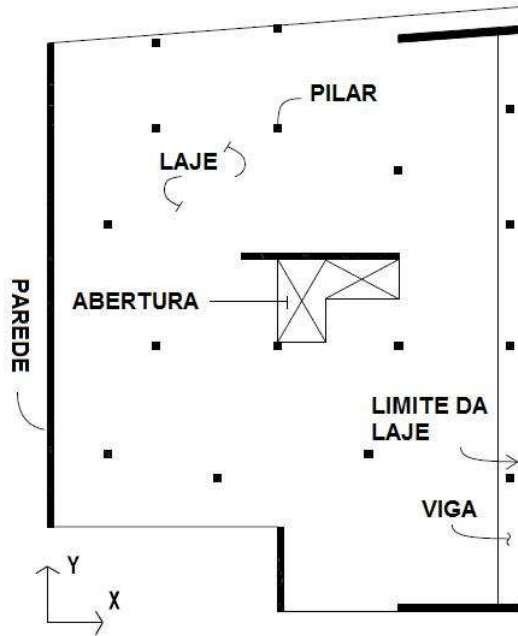


Figura 3.6 – Planta da Laje

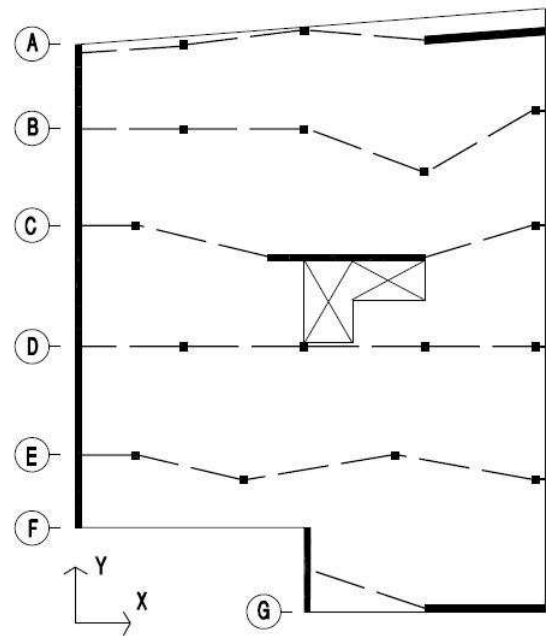


Figura 3.7 – Descrição das linhas de suporte na direção X.

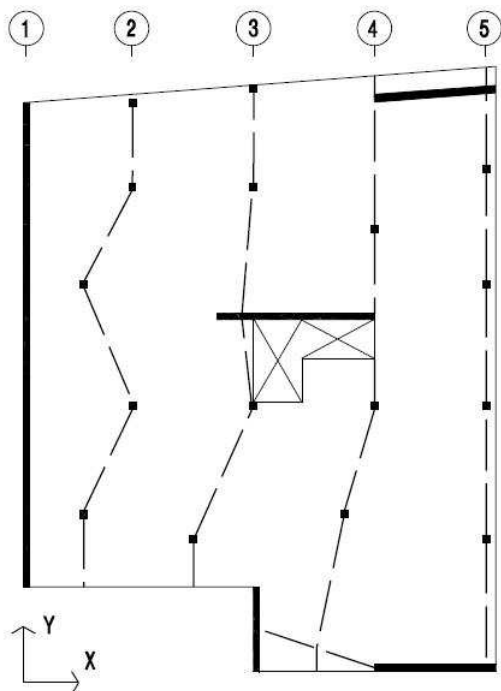


Figura 3.8 – Descrição das linhas de suporte na direção Y.

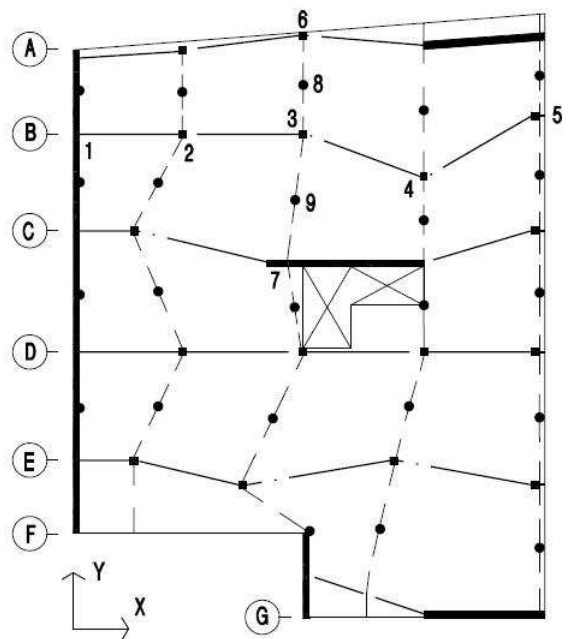


Figura 3.9 – Marcação dos pontos para delimitação das tributárias (faixas de projeto)

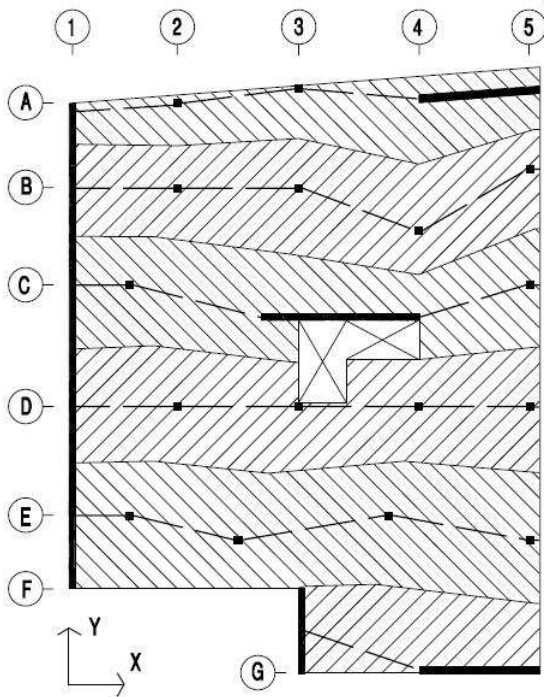


Figura 3.10 – Tributárias para faixas de projeto na direção X.

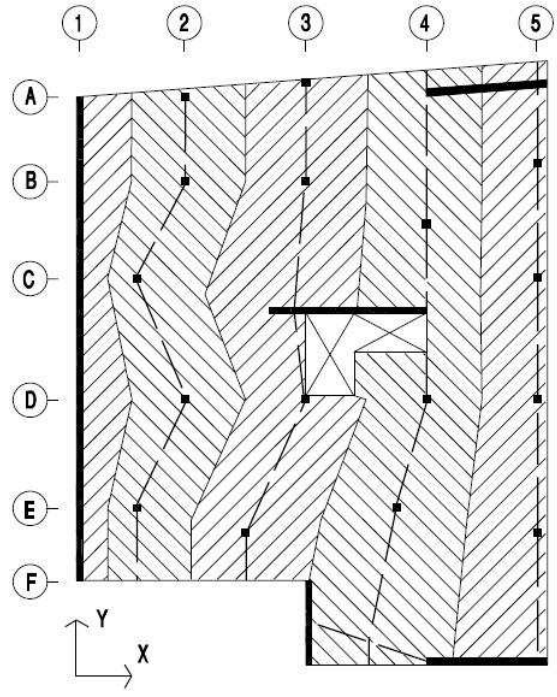


Figura 3.11 – Tributárias para faixas de projeto na direção Y.

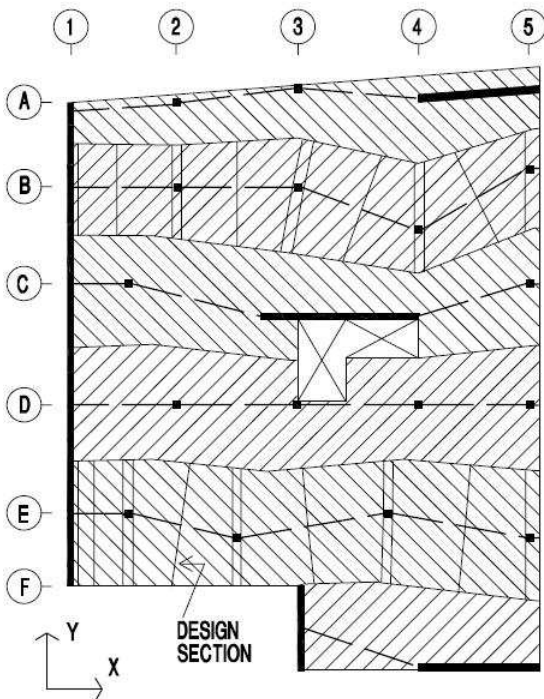


Figura 3.12 – Definições das seções de projeto para as faixas B e E.

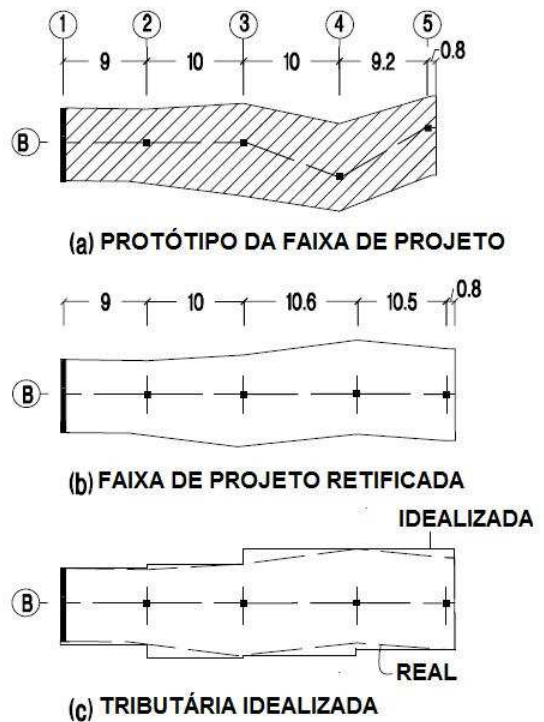


Figura 3.13 – Construção da faixa de projeto em planta.

Os métodos de cálculo mais utilizados para lajes protendidas são o Método dos Pórticos Equivalente (MPE) e o Método de Elementos Finitos (MEF). Estes métodos serão descritos na seção 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente.

Após as análises de esforços observa-se, que ao verificar as tensões no concreto não são de interesse as tensões pontuais. O que é de interesse são as tensões hipotéticas médias correspondentes ao momento total na seção transversal da faixa de projeto, que é obtido através da integração da curva de momentos na seção considerada. Um trecho da faixa B com a curva de momentos é mostrado na Figura 3.14.

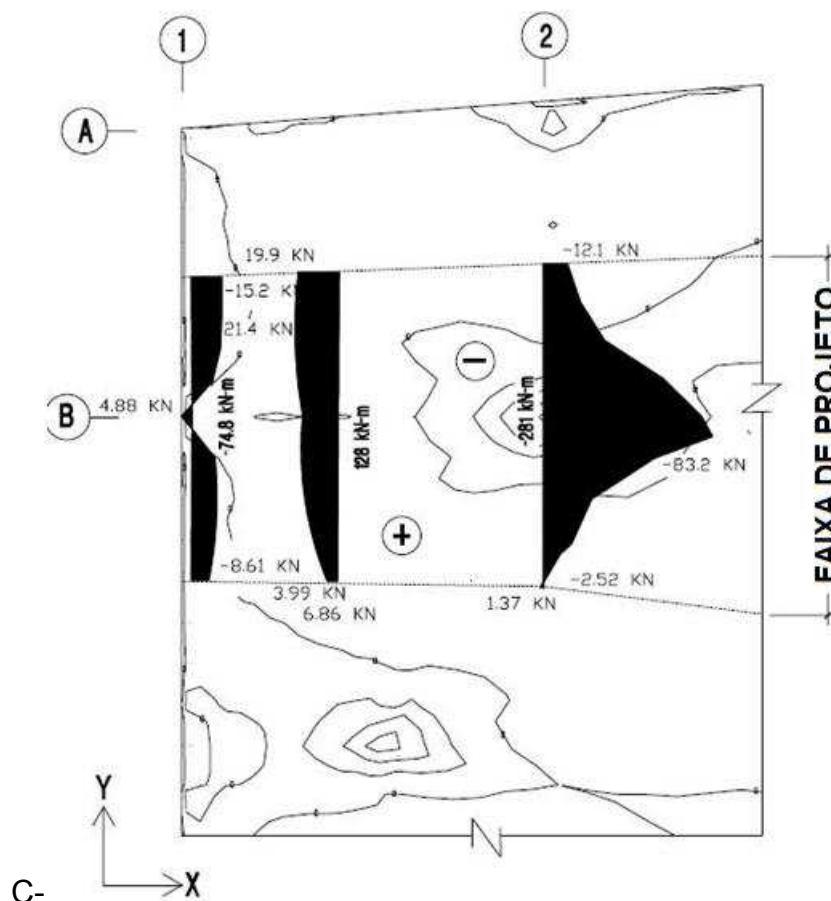


Figura 3.14 – Visão parcial dos momentos de serviço ‘My’ para dimensionamento da Faixa B, AALAMI e KELLEY(2001).

Como visto na Figura 3.14, nas seções sobre os apoios, a distribuição de momentos é bastante variável resultando num pico de tensões nas proximidades dos mesmos. Esse fato é levado em conta no detalhamento das armaduras passivas mínimas, que devem ser colocadas numa faixa estreita sobre o apoio.

Uma recomendação do ACI 318 (2005) que contribui para minimizar os efeitos desse pico de tensões nas regiões dos apoios é a limitação da tensão de tração máxima admissível, para as lajes em duas direções, a um valor igual à metade daquele admitido para as lajes armadas numa só direção.

Optando-se pelo método de análise dos pórticos equivalentes, é importante observar que na análise das faixas de projeto deve-se considerar o carregamento total atuando separadamente em cada uma das direções, pois o mecanismo de ruptura de uma laje apoiada diretamente sobre pilares é semelhante àquele de uma laje armada numa só direção. Adotando-se uma boa escolha de linhas de apoio (*support-lines*) e suas tributárias o modelo escolhido resultará em boa aproximação e seu comportamento será o mais próximo da resposta elástica.

Na figura 3.15 são apresentadas as tributárias naturais na direção X, devido à análise elástica, onde as áreas destas tributárias são limitadas pela linha de cortante nulo na direção Y. Na figura 3.16 apresentam-se as faixas de projeto, na direção X, superpostas às tributárias naturais. Observa-se, na figura 3.17, o caminho percorrido pelas cargas até os apoios. Na etapa da análise dos esforços são distribuídas entre as faixas do projeto seções de projeto para satisfazer o equilíbrio do carregamento aplicado.

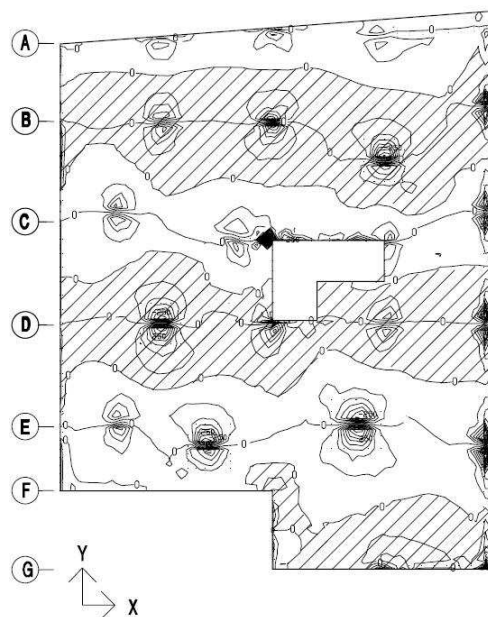


Figura 3.15 – Tributárias naturais na direção Y, AALAMI e KELLEY(2001).

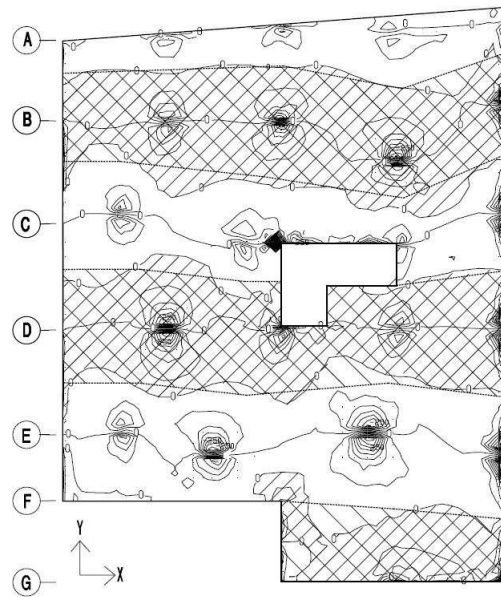


Figura 3.16 – Faixas de projeto na direção **X** superposta a tributaria natural, AALAMI e KELLEY(2001).

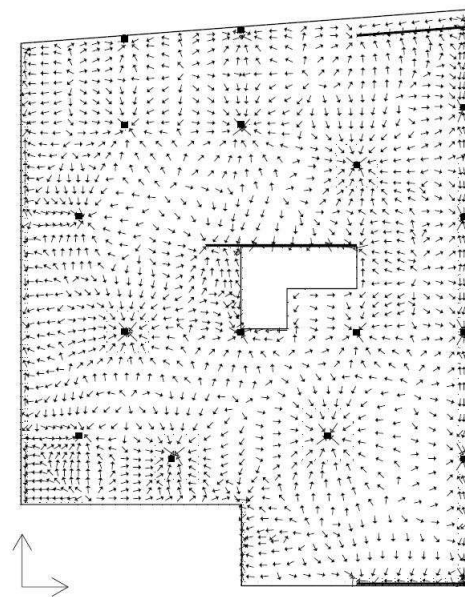


Figura 3.17 – Diagrama do caminho das cargas até os apoios, AALAMI e KELLEY(2001).

É observado, nos projetos de lajes protendidas, que as armaduras a serem determinadas resultam da combinação das quantidades de aço passivo, não protendido, e ativo, protendido. Fica, pois, a critério do engenheiro projetista a escolha da proporção entre as duas armaduras adotar e estes estão intimamente ligados aos critérios de projeto adotados. Assim, dois engenheiros podem encontrar diferentes soluções para o mesmo caso de dimensionamento, sendo ambos válidos e corretos.

3.3.1. Método dos pórticos equivalentes (MPE).

De acordo com MENEZES (2002), a proposta de cálculo pelo método dos pórticos equivalentes data de meados da década de 30 na Alemanha e nos Estados Unidos. Em 1948, Peabody apresentou um detalhado método para a análise dos pórticos equivalentes que foi incorporado na edição subsequente do ACI como “Projeto por Análise Elástica”.

O método do pórtico equivalente é indicado como a primeira opção de cálculo de momentos e cortantes para lajes protendidas em duas direções pelo ACI 318 (2005) e é, também, adotado pela norma inglesa BS 8110 (1997). Vários ensaios feitos nos EUA, em protótipos de lajes lisas, confirmaram os resultados obtidos para este método e os relatórios desses ensaios recomendaram a sua utilização para determinação dos esforços, como exposto no item 2.6 deste trabalho.

A seguir apresenta-se a descrição do Método do Pórtico Equivalente, de acordo com o item 13.7 do ACI 318 (2005):

“- A estrutura deve ser considerada como um conjunto de pórticos equivalentes, seguindo as linhas que unem os pilares, *linhas de apoio*, nas direções longitudinais e transversais.”

“- Cada pórtico é composto por suas linhas de apoio e uma faixa de laje, *faixa tributária*, limitada lateralmente pelas linhas que unem os pontos médios dos painéis de lajes adjacentes à linha de apoio.”

“- Pórticos adjacentes e paralelos a uma face externa da estrutura serão limitados por esta face e pela linha que une os pontos médios do painel de laje adjacente à linha de apoio.”

“- A faixa de laje é considerada ligada aos pilares através de membros transversais à direção do vão, em cada lado do pilar. Estes membros submetidos à torção são constituídos da porção da laje que tem a mesma largura do pilar na direção do vão, mais a alma da viga transversal existente, se for o caso (ver Figura 3.18).”

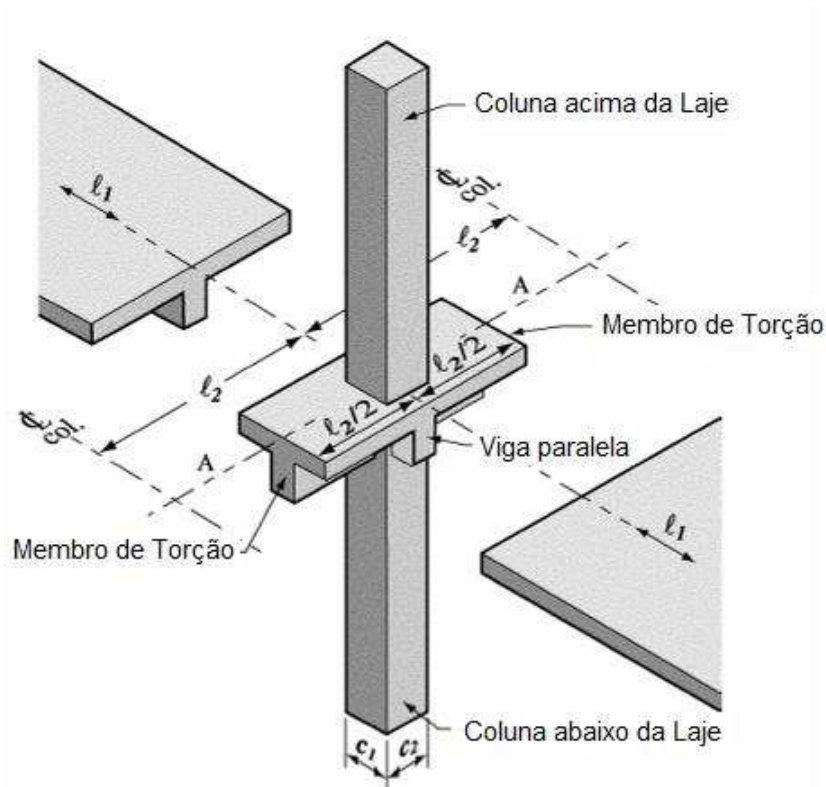


Figura 3.18 – Pilar equivalente (pilar mais elementos de torção), ACI 318 (2005).

A rigidez dos membros submetidos à torção pode ser calculada pelas equações:

$$K_T = \Sigma ((9 \cdot E_c \cdot C) / (l_2 \cdot (1 - c_2/l_2))) \quad (3.4)$$

$$C = \Sigma (1 - 0,63 \cdot x/y)^{(x \cdot y^3)/3} \quad (3.5)$$

Para seções “T” ou “L” permite-se calcular **C** dividindo-se a seção em retângulos, onde:

E_c é módulo de elasticidade do concreto,

c_2 é a dimensão do pilar na direção transversal, ou seja, perpendicular ao vão;

l_2 é a média dos vãos adjacentes na direção transversal (largura da faixa);

x é a menor dimensão do retângulo considerado, que compõe o membro submetido à torção;

y é a maior dimensão do retângulo considerado, que compõe o membro submetido à torção.

No modelo estrutural com os membros submetidos à torção, os pilares do pórtico serão substituídos por pilares equivalentes, ver Figura 3.19, cuja rigidez K_{ep} será calculada por:

$$(1/K_{ep}) = (1/K_{pt}) + (1/K_t) \quad (3.6)$$

Onde K_{pt} é a soma das rigidezes à flexão dos pilares no nó considerado (acima e abaixo da laje, caso existam) e K_t é a rigidez dos membros submetidos à torção (ver Figura 3.19).

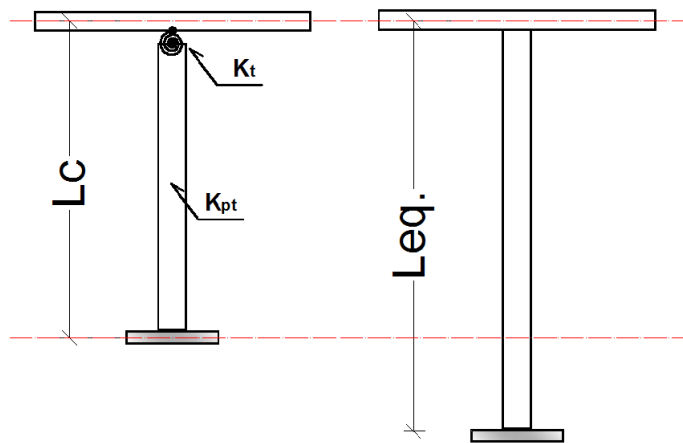


Figura 3.19 – Pilar equivalente

Variações de inércia ao longo do vão, devido à presença de capitéis, deverão ser levadas em conta, sendo as inércias calculadas considerando a seção bruta de concreto. O momento de inércia da laje no trecho sobre o apoio, ou seja, do centro até a face do pilar, será igual ao momento de inércia na face do apoio dividido por:

$$(1 - c_2/l_2)^2 \quad (3.7)$$

Os pilares também devem ser modelados com seção variável para levar em conta os capitéis com as inércias calculadas considerando a seção bruta de concreto. Os trechos do pilar dentro da laje terão inércia infinita. Para cálculo dos esforços devido às cargas verticais, os pórticos poderão ser considerados isoladamente para cada piso, com os pilares superiores e inferiores engastados

nas extremidades. Os momentos negativos para dimensionamento poderão ser aqueles existentes nas faces dos apoios.

Segundo LOUREIRO (2006), o MPE não consiste apenas em dividir a laje em pórticos simples, nas direções longitudinais e transversais. Na modelagem do pórtico equivalente, as rigidezes dos pilares são diminuídas para levar em consideração o funcionamento da laje em duas direções. O que resulta, geralmente, em menores momentos nos apoios e maiores momentos nos vãos, quando comparados com os obtidos pelo método dos pórticos simples. Em seu entendimento, é uma vantagem grande nas lajes protendidas, onde os esforços normalmente são melhores distribuídos e isto conduziria a projetos mais econômicos.

A protensão é considerada como um carregamento externo equivalente e os esforços assim obtidos já incluem os hiperestáticos de protensão, que também, contribuem para a redução dos momentos nos apoios.

Quando as cargas acidentais não ultrapassarem 75% das cargas permanentes, os esforços poderão ser calculados considerando todos os vãos carregados, simultaneamente, com a carga total. Caso contrário, os esforços deverão ser calculados alternando-se as cargas acidentais de modo a produzirem o maior esforço na seção considerada, tomando-se, no entanto, apenas 75% do valor da carga acidental. Os esforços não deverão ser menores que aqueles resultantes do carregamento total em todos os vãos.

A divisão de um piso, em faixas de projeto na direção X e Y, podem ser vistas nas Figuras 3.6 até 3.11. A seguir é apresentada na Figura 3.18 a elevação do pórtico da faixa B deste piso.

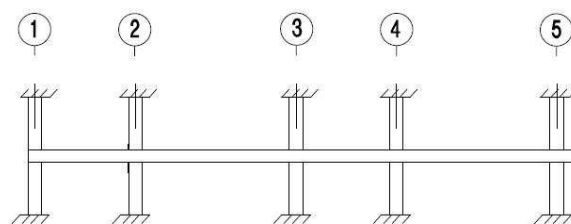


Figura 3.20 – Elevação do pórtico da faixa B da laje, AALAMI e KELLEY(2001).

3.3.2. Método dos Elementos Finitos (MEF).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é baseado na subdivisão, ou discretização, da estrutura em pequenos elementos, onde o seu comportamento pode ser bem definido. Os elementos são conectados uns aos outros através de nós e estes são responsáveis pela transferência de esforços entre aqueles.

No caso de estruturas mais complexas, com geometria irregular ou com grandes vazios, que não possam ser modeladas adequadamente pelo método dos pórticos equivalentes, sugere-se utilizar o método dos elementos finitos para a determinação dos esforços e das deformações das lajes através de uma modelagem inteira do piso de uma única vez, como mostrado na Figura 3.21.

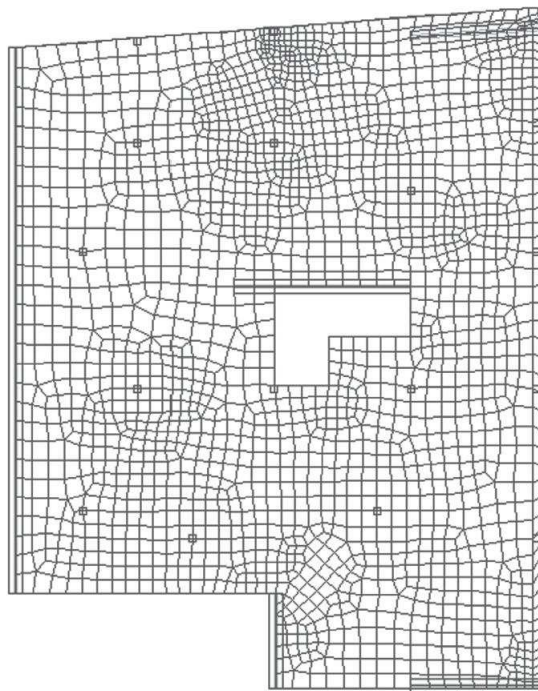
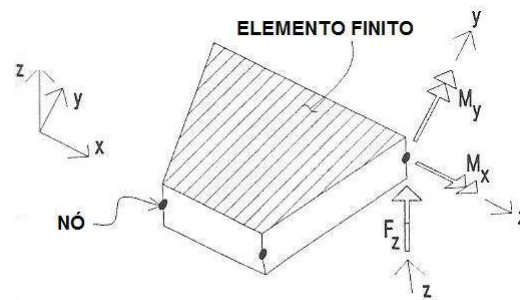
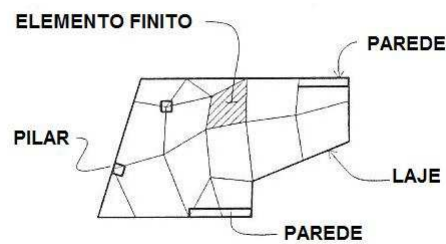


Figura 3.21 – Discretização da Laje em Elementos Finitos, AALAMI e KELLEY(2001).

Os esforços aplicados nos nós são geralmente M_x , M_y e F_z quando os esforços na laje são provenientes unicamente da flexão, ver Figura 3.22. E M_x , M_y , F_z , F_x , F_y quando a laje responde aos esforços com efeitos de flexão e de membrana como é mostrado na Figura 3.23.

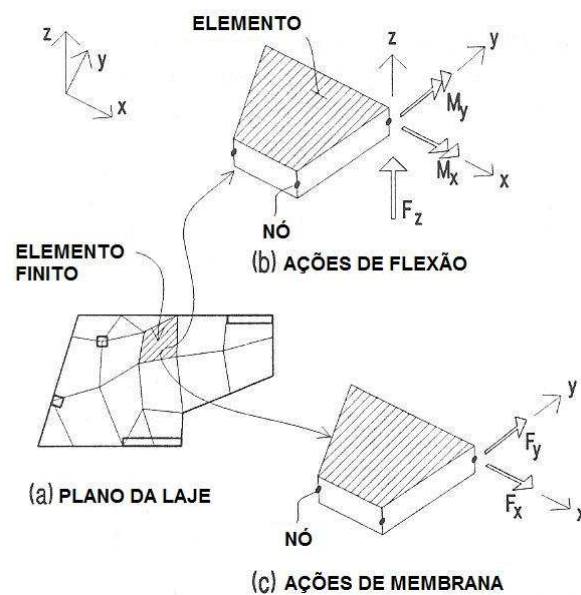


(a) AÇÕES NO ELEMENTO DEVIDO A FLEXÃO



(b) DISCRETIZAÇÃO DA LAJE

Figura 3.22 – Elemento finito para placas fletidas, AALAMI e BOMMER (1999).



(c) AÇÕES DE MEMBRANA

Figura 3.23 – Ações de membrana e flexão para elementos em lajes protendidas, AALAMI e BOMMER (1999).

Para cada elemento uma matriz de rigidez é desenvolvida e relaciona as deformações dos nós e os esforços aplicados a este. As deformações e forças são relacionadas de acordo com a equação:

$$\{f\} = [k].\{u\} \quad (3.8)$$

Onde $\{f\}$ é o vetor força de cada nó do elemento, $[k]$ é a matriz de rigidez do elemento e $\{u\}$ é o vetor deslocamento para cada nó.

Para equilíbrio em cada nó as forças que são provenientes de cada elemento que compartilha deste nó devem ser iguais às forças externas aplicadas a este. Também, os deslocamentos de cada nó comum a dois ou mais elementos devem ser os mesmos para todos os elementos. Estes dois critérios permitem desenvolver uma relação entre a matriz de rigidez de cada elemento montando um sistema único de equações lineares simultâneas para toda a laje. A equação toma a seguinte forma:

$$\{F\} = [K].\{U\} \quad (3.9)$$

Onde $\{F\}$ é a força aplicada, $\{U\}$ é o deslocamento em relação ao sistema de coordenada global da laje e $[K]$ é a matriz de rigidez do sistema.

Condições de contorno da laje são incorporadas dentro do sistema de equações e uma solução é obtida para o deslocamento nodal. Cada elemento é então analisado com base em suas características geométricas, de materiais e condições de contorno para se obter suas deformações internas e tensões.

A maioria dos métodos de elementos finitos utilizados em análises estruturais é baseada em campos de deslocamentos e campos de tensões definidos ou a combinação de ambos, conhecido como método híbrido de tensões. AALAMI e BOMMER (1999) defendem o uso dos métodos híbridos de tensões para a utilização em programas de análise de lajes, pois segundo estes autores, o uso deste método conduz a resultados geralmente melhores na análise da flexão em lajes. Defendem ainda, que possa ser matematicamente mostrado que uma solução bem refinada pelo MEF converge para uma solução exata com o aumento do número de elementos na malha.

Na análise de lajes protendidas pelo MEF, devem ser considerados os efeitos dos carregamentos verticais devidos aos carregamentos gravitacionais e os

efeitos em seu plano, da laje, devido aos esforços de protensão. Cargas permanentes e acidentais normalmente atuam transversalmente ao plano da laje enquanto a protensão atua nas duas direções no plano que contém a laje. Os hiperestáticos, ou momento secundários, devidos a protensão também deverão ser determinados na análise de elementos finitos.

Os cabos de protensão podem ser modelados como forças equivalentes pontuais aplicadas em cada elemento de placa definida pela discretização da estrutura. A variação de sua posição e da tensão no cabo é considerada no modelo, como exemplificado na Figura 3.24. As forças de protensão e seus efeitos são transferidos para o centróide de cada elemento analisado.

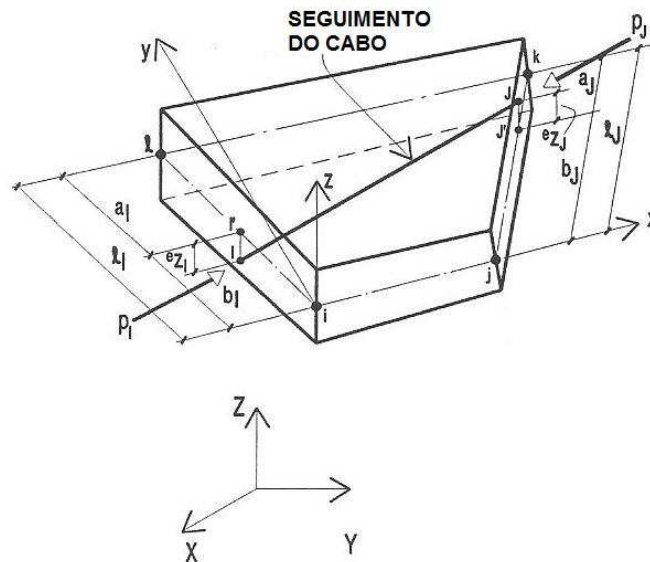


Figura 3.24 – Geometria de seguimento de cabo de protensão passando através de um elemento finito, AALAMI e BOMMER (1999).

Detalhes sobre a discretização e modelagem dos cabos como forças pontuais equivalentes podem ser vistos em AALAMI (2000).

Após a análise de esforços e deslocamentos da estrutura, segundo o MEF, e tendo-se definido as faixas de projeto pode-se, então, integrar os esforços em cada seção destas faixas e proceder ao dimensionamento das lajes, ver Figura 3.25.

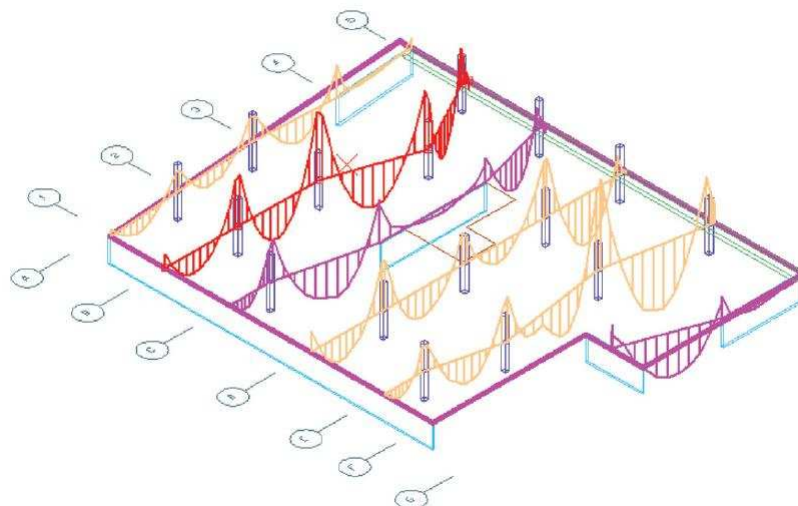


Figura 3.25 – Integral de momentos nas faixas de projeto na direção X, AALAMI e KELLEY(2001).

Capítulo IV – CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS PROTENDIDAS

4.1. Decisões iniciais

Como critérios de projeto, para as lajes lisas protendidas apresentadas neste trabalho, adotaram-se as prescrições do ACI 318 (2005) e recomendações do *POST-TENSIONING INSTITUTE (PTI)*. O ACI 318 (2005) apóia-se em diversos ensaios experimentais, ver item 2.6 – bibliografia - *PTI (1995)* e constantes pesquisas feitas por seus pesquisadores. Também, por esta tecnologia de construção ter sido fartamente aplicada nos EUA e por este país ser o precursor na utilização de monocordoalhas não aderentes com protensão limitada, o que tornou esta tecnologia competitiva e viável economicamente. Sobre a protensão limitada, a norma brasileira NBR 7197 (1989), que tratava de estruturas protendidas vigente até 2003, exigia protensão completa onerando demasiadamente esta solução estrutural.

Na Tabela 4.1, são apresentados alguns critérios de projeto do ACI 318 (2005) que, se comparados com os critérios da norma brasileira atual que trata das estruturas protendidas – NBR 6118 (2004), são mais restritivos e alguns outros que beneficiam a execução da laje, como o uso de faixas de cabos concentrados em uma das direções da laje e distribuídos na outra. Diminuindo sobremaneira a interferência entre as cordoalhas.

Tabela 4.1 – Tabela de comparação ACI 318 (2005) e NBR 6118 (2004)

<u>ACI 318 (2005)</u>	<u>NBR 6118 (2004)</u>
<p>1. Nas lajes protendidas em duas direções a tensão de tração máxima em qualquer seção deve ser menor que $0,5.(f'c)^{0,5}$, ou seja, a laje não deve fissurar. Este limite corresponde a 80% da resistência do concreto à tração que é $0,62.(f'c)^{0,5}$.</p>	<p>1. Não estabelece este limite.</p>
<p>2. Tensões máximas de compressão, após todas as perdas de protensão: a) protensão mais cargas quase-permanentes: $0,45.f'c$ b) protensão mais cargas totais: $0,60.f'c$</p>	<p>2. Tensões máximas de compressão, após todas as perdas de protensão: a) não indica explicitamente. b) não indica explicitamente.</p>
<p>3. Tensões admissíveis no aço de protensão: a) No ato da protensão: $0,80f_{ptk}$. Para CP 190 e $\varnothing 12,7$ mm - $P_i = 150$ kN. b) Após a cravação: $0,74f_{ptk}$;</p>	<p>3. Tensões admissíveis no aço de protensão: a) No ato da protensão: $0,74f_{ptk}$. Para CP 190 e $\varnothing 12,7$ mm - $P_i = 140$ kN. b) Após a cravação: $0,74f_{ptk}$;</p>
<p>4. Pré-compressão média mínima: a) $0,85$ MPa nas duas direções.</p>	<p>4. Pré-compressão média mínima: a) não indica.</p>
<p>5. Espaçamento máximo entre cabos: - Menor que $1,5$ m e oito vezes a espessura da laje. Em apenas uma das direções da laje.</p>	<p>5. Espaçamento máximo entre cabos: - Menor que $1,2$ m e seis vezes a espessura da laje.</p>
<p>6. No mínimo duas cordoalhas em cada direção devem passar sobre o pilar.</p>	<p>6. Recomenda apenas um cabo em cada direção, se for prescindido o uso de armadura passiva para prevenir o colapso progressivo.</p>
<p>7. Recomenda a utilização do MPE para o cálculo dos esforços.</p>	<p>7. Não recomenda explicitamente a utilização do MPE para o cálculo dos esforços.</p>

4.2. Critérios básicos de projeto

O ACI 318 (2005) estabelece dois critérios básicos que devem ser obedecidos no projeto de sistemas de lajes armadas em duas direções, que incluem as lajes lisas e lajes cogumelos.

- Essas lajes só podem ser projetadas como classe U (*uncracked*), ou seja, não fissurada. Para isso a tensão de tração no concreto em serviço deve ser limitada a:

$$f_t \leq 0,50(f'c)^{0,5}; \text{ [MPa]} \quad (4.1)$$

- Deve haver uma pré compressão mínima de 0,85 MPa em duas direções ortogonais da laje.

Segundo o ACI-318 (2005), esta limitação de tensão de tração no concreto evita a necessidade de aumento no cobrimento de armaduras quando a laje estiver exposta a ambientes agressivos. Segundo LOUREIRO (2007), essas duas exigências fazem com que a laje, sem fissuras ou com fissuração moderada, funcione como uma placa elástica homogênea, e adotando-se uma pré-compressão mínima de 1,0 MPa, em duas direções ortogonais da laje, dispensa-se o uso de armaduras de combate à retração e às variações de temperatura.

AALAMI e JURGENS (2003), baseados nos códigos e especificações praticadas nos EUA, sugerem diversas diretrizes de projeto e destacam os três principais critérios de projeto:

- Pré-compressão média,
- Percentual da carga balanceada,
- Perfil do cabo.

A pré-compressão média é a força de protensão total dividida pela área da seção transversal normal à força. Os valores usualmente adotados para a pré-compressão estão compreendidos entre 0,85 MPa e 2,1 MPa para lajes. O ACI 318

(2005) permite o uso de compressão muito mais alta, porém isto resulta em um projeto pouco econômico.

A protensão é introduzida pela pós-tensão de cordoalhas de 12,7mm formada por 7 fios. Estas cordoalhas, que são engraxadas e plastificadas, apresentam uma resistência típica de 1900 MPa. A protensão pode ser encarada como um sistema de cargas que contraria a carga permanente da estrutura. Para lajes, se equilibra entre 60% e 80% da carga permanente. Para determinar a força de protensão exigida, estima-se para o vão crítico, geralmente este é o vão mais longo, usando a máxima excentricidade do cabo permissível neste vão como um critério limitante, e a pré-compressão mínima o outro, determina-se, assim, a força de protensão para equilibrar a porcentagem desejada da carga permanente.

O perfil do cabo é função da força que se pretende balancear e do cobrimento. Este último é determinado pelas exigências de proteção contra corrosão, proteção ao fogo e desgaste. O ACI 362.2R-00 (2000) e o ACI 423.6-01 (2001) fornecem as recomendações e exigências para sistemas de protensão para uso em ambientes agressivos. O ACI 318 (2005) e o ACI 423.3R-96 (1996) fornecem informações sobre as exigências de cobrimento para corrosão e proteção ao fogo.

Segundo SILVEIRA e SILVEIRA (2008), a disposição usual em lajes lisas protendidas é o de cabos concentrados em uma direção e distribuídos na outra, com a finalidade de tornar mais produtiva a execução da armação das lajes como mostra a Figura 4.1.

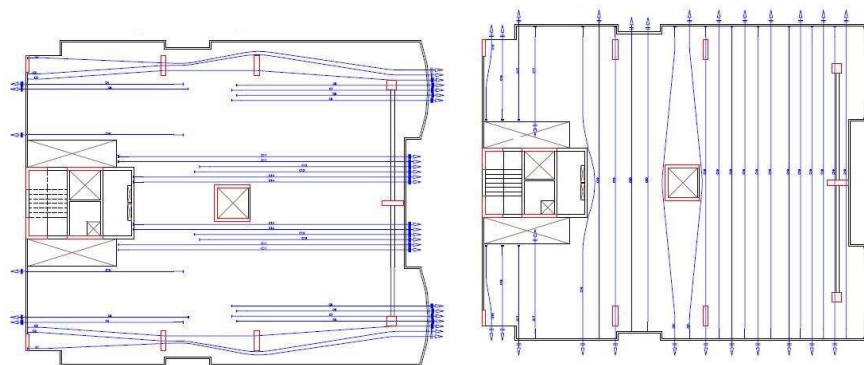


Figura 4.1 – Disposição de distribuição de cabos em laje lisa. Concentrada na direção longitudinal e distribuída na transversal, SILVEIRA e SILVEIRA (2008).

Exemplifica-se na Figura 4.2 a disposição, e perfis dos cabos em uma laje. Para cabos em lajes na direção distribuída, o usual é um perfil de cabo com a forma de parábola reversa com pontos de inflexão a um décimo do comprimento do vão. Para a direção concentrada, pode-se adotar a mesma configuração dos cabos, ou uma semi-parábola com trecho reto. O espaçamento máximo entre os cabos deve ser de oito vezes a altura da laje, não maior do que 150 cm.

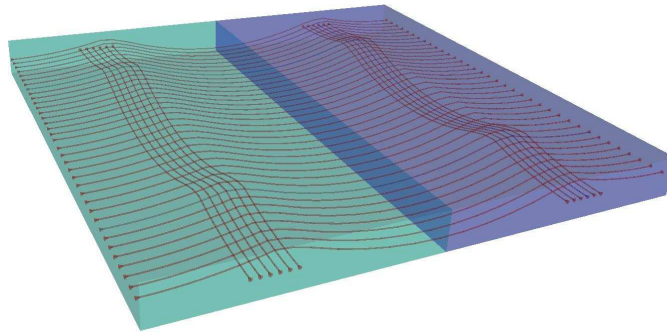


Figura 4.2 – Perfil parabólico dos cabos de protensão.
Perspectiva exemplificando a distribuição dos Cabos.

Pontos baixos dos perfis são tipicamente fixados no meio do vão para vãos internos e externos para facilitar a montagem. Os cabos devem sempre ser ancorados no centróide da laje (ver Figura 4.3), mesmo havendo uma viga transversal ou capitel na borda da laje. Cabos ancorados excêntricos ao centróide de uma peça aplicam, além de uma pré-compressão, um momento. A opção de ancoragem excêntrica, quando for usada, deve ter o seu momento resultante somado ao do projeto.

As relações vão/espessura indicadas para lajes pelo *Post-Tensioned Institute - PTI* estão ilustradas na Tabela 3.2 no item 3.2 deste trabalho.



Figura 4.3 – Ancoragem no centro da laje, CAUDURU (2002).

Devem-se observar, ainda, as seguintes recomendações:

- pelo menos dois cabos devem passar pela seção crítica do pilar em cada direção (devido ao esforço cortante);
- Para ligações laje-pilar, deve-se ter pelo menos quatro barras (armadura passiva) em cada direção em regiões de momento negativo;
- Armadura aderente deve ser colocada a uma distância de no máximo uma vez e meia a altura da laje a partir das faces do pilar, onde o máximo espaçamento, neste caso, é de 30 cm;
- O comprimento mínimo para barras para combater o momento negativo é um sexto (1/6) do vão livre de cada lado do apoio;
- A armadura passiva positiva deve ter pelo menos um terço (1/3) do comprimento do vão livre com as barras concentradas na região de momento positivo.

4.3. Combinações para os carregamentos

O ACI 423.3R-96 determina que devam ser atendidos os requisitos do ACI 318 (2005) para os estados limites de acordo com a análise elástica da estrutura, considerando as reações, momentos, esforços cortantes, forças axiais devidas à protensão, deformação lenta, retração, mudança de temperatura, deformação axial entre outras.

As combinações das ações para os estados limites adotados são:

• **Para o Estado Limite de Serviço:**

I. Sustained Load (“cargas em vazio”)

$$- (1,0) SW + (1,0) SDL + (0,3) LL + (0,3) X + (1,0) PT \quad (4.2)$$

II. Total Load (carregamento total)

$$- (1,0) SW + (1,0) SDL + (1,0) LL + (1,0) X + (1,0) PT \quad (4.3)$$

III. Initial Load (no ato da protensão)

$$- (1,0) SW + (1,0) SDL + (0) LL + (0) X + (1,15) PT \quad (4.4)$$

• **Para o Estado Limite Último:**

$$- (1,2) SW + (1,2) SDL + (1,6) LL + (1,6) X + (1,0) HYP \quad (4.5)$$

Onde:

SW é a carga permanente (*dead load*) – devido ao peso próprio da estrutura;

SDL é a carga permanente (*superimposed - dead load*) – cargas impostas;

LL é a carga acidental (*live load*) – devido à utilização da estrutura;

X é a carga devido a outros carregamentos na estrutura;

PT é a carga de protensão (*post-tensioning*);

HYP é a parcela de carga referente aos hiperestáticos da protensão.

4.4. Tensões admissíveis

A seguir, apresentam-se as características dos materiais empregados em lajes lisas protendidas e respectivas tensões admissíveis impostas pelo ACI 318 (2005) para a determinação dos Estados Limites.

4.4.1 Concreto

O concreto deve ter suas características definidas em função da classe de agressividade ambiental segundo a exposição da estrutura ou de suas partes. As características do concreto necessárias a serem definidas para a análise estrutural são:

- f'_c é a resistência específica característica do concreto à compressão aos 28 dias;
- f'_{ci} é a resistência específica característica do concreto à compressão no ato da protensão;
- $\gamma_{esp.}$ peso específico do concreto;
- E_c módulo de elasticidade do concreto; $E_c = 4700 \times (f'_c)^{0,5}$;
- c coeficiente de fluência.

As tensões admissíveis de compressão e tração para o concreto apresentam-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.2 – Tensões admissíveis para o concreto

Tensões máximas admissíveis	No ato da protensão. (após perdas iniciais) - MPa	No ELS-F. (Após todas as perdas) - MPa
de compressão	$0,60 f_{ci}$	(1) $0,45 f_c$ (2) $0,60 f_c$
de tração	$0,25 (f_{ci})^{0,5}$	$0,50 (f_c)^{0,5}$

Onde:

- (1) devido a protensão mais cargas quase permanentes (*sustained loads*);
- (2) devido a protensão mais cargas totais.

4.4.2. Armadura ativa

As armaduras ativas de protensão, monocordoalhas, apresentam as seguintes características:

- Cordoalhas de 7 fios – Engraxada e Plastificada CP 190 RB
 - \varnothing 12,7 mm, Área = 100 mm², $E_p = 200$ GPa
 - \varnothing 15,2mm, Área = 140 mm², $E_p = 200$ GPa
 - $f_{pu} = 1.900$ MPa; onde f_{pu} é a resistência à tração da cordoalha.
 - $f_{py} = 0,9 \times f_{pu} = 1.710$ MPa; onde f_{py} é a tensão de escoamento da cordoalha.

As tensões admissíveis, conforme o ACI 318 (2005), para as armaduras de protensão são apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.3 – Tensões admissíveis na armadura de protensão

Norma	No ato da Protensão	Após a Protensão
ACI 318 (2005)	$0,80 f_{pu}$ e $0,94 f_{py}$	$0,74 f_{pu}$ e $0,82 f_{py}$

4.4.3. Armadura passiva

Apresentam-se as características para as armaduras passivas:

- CA 50:	$f_{yk} = 500 \text{ MPa},$	$f_{yd} = 434,8 \text{ MPa}$	$E_s = 210 \text{ GPa}$
- CA 60:	$f_{yk} = 600 \text{ MPa},$	$f_{yd} = 521,7 \text{ MPa}$	$E_s = 210 \text{ GPa}$

Para as lajes armadas em duas direções o ACI 318 (2005) determina as seguintes armaduras mínimas:

4.4.3.1. Armadura passiva positiva mínima

- Não serão necessárias armaduras mínimas positivas nas áreas onde a tensão de tração em serviço, após a consideração de todas as perdas de protensão, seja inferior a:

$$\sigma_t \leq [(f_c)^{0,5}] / 6 \quad (4.6)$$

- Nas áreas de momento positivo onde a tensão de tração em serviço, após a consideração de todas as perdas de protensão, seja superior à $[(f_c)^{0,5} / 6]$, a armadura mínima deverá ser calculada pela expressão:

$$A_s = N_c / (0,5 \cdot f_y) \quad (4.7)$$

Onde:

N_c é a força equivalente à cunha de tração no concreto,

f_y deve ser menor ou igual a 420 MPa.

4.4.3.2. Armadura passiva negativa mínima

- Sobre os apoios no topo da laje e em cada direção deverá ser colocada a seguinte armadura mínima:
- $A_s = 0,00075 \times A_{cf}$ (4.8)

Onde:

A_{cf} é igual a maior seção transversal das duas faixas que se cruzam sobre o apoio.

Esta armadura deverá ser colocada numa faixa igual à largura do pilar mais uma vez e meia a espessura da laje ou capitel para cada lado do apoio. Devem existir pelo menos quatro barras sobre o apoio, em cada direção, espaçadas de no máximo 30 cm.

4.5 Estado Limite Último à Flexão

No dimensionamento do estado limite último, o dimensionamento à ruptura é feito considerando-se que o momento externo total majorado, acrescido do hiperestático de protensão, deve ser menor ou igual ao momento resistente da seção avaliada. Na determinação dos esforços resistentes de uma seção devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

i) As seções transversais se mantêm planas após a deformação;

ii) Para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões, para estruturas usuais de edifícios, estão apresentadas a seguir devendo ainda ser divididas pelos devidos coeficientes de ponderação.

- Para elementos com relação (vão / altura útil) igual ou menor que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + (f_{ck} / (100\rho_p)) \quad (4.9)$$

Unidades em MPa, e a tensão não podendo superar 420 MPa.

- Para elementos com relação (vão / altura útil) maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + (f_{ck} / (300\rho_p)) \quad (4.10)$$

Unidades em MPa, e a tensão não podendo superar 210 MPa.

Ainda:

$$\rho_p = A_p / (b_c \times d_p) \quad (4.11)$$

Onde:

- $\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em MPa;
 ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;
 b_c é a largura da mesa de compressão;
 d_p é a altura útil referida à armadura ativa.

Capítulo V – ESTUDO DE CASOS

Foram analisadas dez fôrmas diferentes resultando num total de trinta e uma faixas de projeto (*design strip*) distintas. Todas estas faixas possuem características diversas quanto ao número de vãos, posicionamento dos pilares em relação ao bordo da laje, posição da linha de apoio (*support lines*) em relação às faixas de projeto e variação do alinhamento dos pilares nas faixas de projeto. Todas as fôrmas apresentadas, assim como as faixas que delas derivam, possuem características típicas, como vãos e carregamentos, de lajes planas protendidas usualmente empregadas em edificações para uso comercial e residencial.

Avaliou-se a resposta estrutural segundo os dois métodos de análise em estudo, MPE e MEF, no Estado Limite Último (ELU), notadamente o valor do momento último solicitante e o consumo de armaduras passivas e ativas para todas as faixas de projeto. Com base nos valores encontrados, segundo os dois métodos, foram elaborados comentários sobre as convergências ou divergência dos resultados.

No caso de fôrmas que geram faixas de projeto bem regulares, pretendeu-se avaliar possíveis interferências nos resultados com o incremento do número de vãos na análise dos pórticos, assim como a influência da posição dos pilares em relação aos bordos da laje.

No caso das fôrmas que suscitam faixas de projeto irregulares e com significativa variação no alinhamento dos pilares, procurou-se identificar divergências ou convergências dos resultados, devido às aproximações e critérios de cálculo distintos inerentes a cada método.

5.1. Programas utilizados

Para o estudo das fôrmas apresentadas, foram utilizados dois programas computacionais. O ADAPT PT[®], que analisa a estrutura pelo método dos pórticos equivalentes, e o ADAPT FLOOR-PRO[®], que analisa a estrutura pelo método dos elementos finitos. Em seguida foram verificadas e dimensionadas as seções de projeto pelos critérios do ACI 318 (2005).

5.1.1. Características do programa de Método de Pórtico Equivalente ou simples (ADAPT PT[®])

O ADAPT-PT[®] é um *software* desenvolvido para o sistema operacional *Windows*[®] utilizado pela indústria de protensão para o cálculo, dimensionamento e detalhamento de vigas e sistemas de lajes com protensão aderente ou não aderente.

Para lajes lisas armadas nas duas direções é dada a opção para se efetuar a análise pelo MPE (método dos pórticos equivalentes) ou o MPS (método dos pórticos simples). Ainda para o dimensionamento da protensão, o usuário pode escolher entre um processo de força constante ou variável. No caso de força variável, o programa calcula e considera as perdas por atrito e perdas lentas para as armaduras ativas ao longo do comprimento da estrutura em estudo.

O ADAPT-PT[®] suporta ainda o dimensionamento e a análise de lajes com ou sem capitéis, degraus na face superior ou inferior, vigas na direção normal à direção de cálculo e ainda seções não prismáticas. O peso próprio é gerado de forma automática para as dimensões da estrutura introduzidas e características do

material utilizado. Além das quantidades e dos perfis dos cabos de protensão, o programa fornece também a quantidade de armadura passiva necessária. A solução é apresentada de forma clara e concisa em forma de tabelas ou na forma gráfica.

A flexibilidade de entrada de dados de seção reta da estrutura torna este programa ideal para a análise e dimensionamento de vigas caixão e em forma de "I" além das estruturas com seções usuais de edifícios para todos os tipos de utilização.

O ADAPT-PT[®] é um programa individual, mas quando usado em conjunto com o ADAPT-BUILDER[®], pode receber os dados de entrada gerados graficamente por este modelador 3D o que torna muito ágil a definição da geometria da estrutura e das faixas de projeto.

O programa aceita unidades americanas, do sistema internacional (SI) ou do sistema MKS. Após a análise procede ao dimensionamento e verificações das seções de acordo com as seguintes normas disponíveis:

- *American* ACI 318 (1999);
- *American* ACI 318 (2005) / IBC 2006;
- *Australian* AS 3600 (2001);
- Norma Brasileira NBR6118 (2001);
- *British* BS 8110 (1997);
- *Canadian* A23.3 (1994);
- *Canadian* CSA04 (2004);
- *European* EC2 (2004);
- *Indian* ISI 343 (2004);
- *Hong Kong* (BS 8110).

O ADAPT-PT[®] é rápido, fácil de operar e tem sido utilizado por engenheiros e consultores da indústria de protensão em 55 países no mundo.

5.1.2. Programa para análise através do Método dos Elementos Finitos (ADAPT-FLOOR PRO®)

ADAPT-FLOOR PRO® é um programa especial para modelagem e análise de projetos baseado na tecnologia "*Component Technology*". Desempenha a análise e projeto utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Na modelagem inteira da laje o programa considera fielmente todas as aberturas, recortes, vigas, paredes, pilares, capitéis e engrossamentos de laje. Perfis de cabos em vigas e lajes podem ser especificados com qualquer forma e localização, quer sejam concentrados ou distribuídos.

O programa tem a capacidade de identificar e relatar automaticamente interferências entre os cabos que atravessam em várias direções. Com base na "*Component Technology*", o usuário gera o modelo estrutural, utilizando componentes estruturais, tais como vigas, lajes, colunas, e engrossamentos de lajes. As cargas podem ser aplicadas em qualquer local e com qualquer configuração. Os resultados incluem deformações nas lajes, momentos e cortantes, esforços normais e momentos hiperestáticos devido à protensão. Os momentos e cortantes podem ser definidos pelas tributárias (faixas de projeto), ou definido pelo usuário.

Uma vez que o modelo é gerado, pode ser visualizado de forma tridimensional sólida para a verificação de lançamento. Utiliza uma técnica de produção automática de malha de elementos finitos discretizando a estrutura em um número adequado de elementos finitos não sendo necessário definir manualmente a malha de elementos. No entanto, se assim o desejar, o usuário pode visualizar e editar a malha gerada automaticamente.

O software é particularmente adequado para sistemas de lajes irregulares onde uma aproximação para a distribuição de momentos, cortantes e deformações é procurada. Na modelagem e interpretação dos efeitos da protensão faz uso de uma análise integrada dos cabos em oposição às "cargas balanceadas" como descrito em AALAMI (2000). Isso supera muito as aproximações e deficiências inerentes à modelagem convencional da pós-tensão.

Usando os parâmetros do *layout* e diâmetro dos cabos, o *software* verifica as possíveis interferências entre estes no espaço tridimensional. Trata-se de particular importância para os cabos aderentes.

O software permite mudanças graduais de tensão ao longo de cada cabo devido às perdas por atrito e as perdas de ancoragem e ainda mantém a opção de projeto por força efetiva. Graficamente podem-se selecionar cabos e vê-los na elevação dentro da peça de concreto. Na visualização 3D podem-se ver as cordoalhas atravessando em direções opostas o que gera grande confiabilidade na entrada de dados.

O ADAPT-FLOOR PRO[®] trabalha com unidades americanas, do sistema internacional (SI) ou sistema MKS. Após a análise o programa procede ao dimensionamento e verificações das seções de acordo com as seguintes normas disponíveis:

- *American* ACI 318 (1999);
- *American* ACI 318 (2005) / IBC 2003;
- *Australian* AS 3600 (2001);
- Norma Brasileira NBR6118 (2001);
- *British* BS 8110 (1997);
- *Canadian* A23.3 (1994);
- *Canadian* A23.3 (2004);
- *European* EC2 (2004);
- *Indian* ISI 456 (2005);

O ADAPT-FLOOR PRO[®] se propõem a ser a ferramenta mais especializada e produtiva para projetos com protensão.

5.2. Materiais utilizados

Todas as lajes (fôrmas), estudadas neste trabalho, possuem as mesmas características quanto aos tipos de materiais utilizados: concreto, armadura ativa e armadura passiva.

- **Para o concreto foram admitidas as seguintes características:**

- $f_c = 30$ MPa; é a resistência específica característica do concreto à compressão aos 28 dias;
- $f_{ci} = 21$ MPa; é a resistência específica característica do concreto à compressão no ato da protensão;
- $\gamma_{esp.} = 25$ kN/m³; peso específico do concreto;
- $E_c = 25.742$ MPa; módulo de elasticidade do concreto; $E_c = 4700 \times (f_c)^{0,5}$;
- $c = 2$ coeficiente de fluência.

São apresentadas na Tabela 5.1 as tensões admissíveis para atendimento dos critérios de projeto segundo o ACI 318 (2005), item 4.4.1 deste trabalho.

Tabela 5.1 – Tensões Admissíveis para o concreto

Tensões Máximas Admissíveis	No Ato da Protensão. (Após Perdas Iniciais) - MPa	No ELS-F. "Formação de Fissuras" (Após Todas Perdas) – MPa
de compressão	12,6	13,5
		18,0
de tração	1,15	2,74

- **Para a armadura ativa foram admitidas as seguintes características:**

Cordoalhas de 7 fios – Engraxada e Plastificada CP 190 RB

- $\varnothing 12,7$ mm, Área = 100 mm², $E_p = 200$ GPa
- $f_{pu} = 1.900$ MPa; onde f_{pu} é a resistência à tração da cordoalha.
- $f_{py} = 0,9 \times f_{pu} = 1.710$ MPa; onde f_{py} é a tensão de escoamento da cordoalha.

As tensões admissíveis para atendimento dos critérios de projeto segundo o ACI 318 (2005), item 4.4.2 deste trabalho, para as armaduras de protensão são apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Tensões admissíveis para a armadura ativa

Norma	No ato da Protensão	Após a Protensão
ACI 318 (2005)	1520 MPa	1402 MPa

O cobrimento mínimo adotado, a ser medido do centro geométrico da seção transversal (CGS) do cabo à fibra externa, superior ou inferior, foi de 35 mm.

- **Para a armadura passiva foram admitidas as seguintes características:**

- CA 50: $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, $f_{yd} = 434,8 \text{ MPa}$ $E_s = 210 \text{ GPa}$

Os critérios para cálculo e determinação das armaduras mínimas passivas foram descritas no item 4.4.3. Para o atendimento ao ELU à flexão foram descritos no item 4.5. O cobrimento mínimo adotado a ser medido da face da armadura à fibra externa, superior ou inferior, mais próxima desta foi de 30 mm.

5.3. Carregamentos considerados

Foi adotado para todas as lajes o carregamento devido ao peso próprio, definido pela sua geometria e características dos materiais. Todas as lajes têm cargas atuantes acidentais (*life load*), distribuídas por área. Estas cargas foram definidas pelo tipo de utilização da edificação, sendo apresentadas junto às fôrmas de cada estrutura.

Todas as lajes têm cargas permanentes, distribuídas por área, devido aos revestimentos e divisórias, ou revestimento mais impermeabilização, sendo apresentadas individualizadas para cada fôrma.

Todas as lajes, exceto as de cobertura, têm cargas permanentes lineares atuantes em seu perímetro devido aos painéis de fechamento em alvenaria.

Todos os carregamentos atuantes na estrutura, internos e externos, têm a mesma direção. Não foram computados carregamentos laterais nos pórticos.

5.4. Condições de contorno

Em todos os modelos os pilares foram engastados nos extremos opostos da laje.

Exceto as lajes de cobertura todos os pilares foram considerados contínuos, ou seja, existiam pilares acima e abaixo do pavimento analisado.

5.5. Considerações para a modelagem

Por existirem várias condições de atendimento ao ELU, quanto à composição da armadura ativa e passiva, a quantidade de armadura ativa e seu perfil foram determinados com o programa ADAPT-PT[®]. O mesmo número de cabos e seus perfis foram utilizados no programa de elementos finitos. Assim, admitem-se os mesmos carregamentos externos e internos devido à protensão.

O software ADAPT-FLOOR PRO[®] não calcula as perdas diferidas devido à protensão. Por este motivo foi adotado o critério de força efetiva nos cabos para aproximar as mesmas condições de carregamento nas duas análises, usando-se este mesmo critério nos dois programas de MPE e MEF.

Para a determinação da quantidade de cabos foi adotado uma força efetiva de protensão de 120 kN, que equivale aproximadamente a uma força de protensão máxima de 64% de f_{pu} , com perdas imediatas e diferidas de 20%. Essa estimativa é conservadora e aceitável para cabos com até 38m de comprimento, conforme item 2.5.

As combinações de carregamentos são as definidas no item 4.3; a configuração e *layout* dos cabos no item 4.2, respeitando os cobrimentos expostos no item 5.2.

Todas as lajes têm como critérios determinantes, para o dimensionamento da armadura ativa, estes três em ordem de importância:

- Pré-compressão média mínima de 1,0 MPa e máxima de 2,1 MPa.
- Perfis dos cabos conforme critérios exposto em 4.2 e 5.2.
- Porcentagem da carga a balancear entre 60% e 100% da carga permanente.

5.6. Organização para apresentação das Fôrmas e Resultados

Para melhor entendimento da apresentação das fôrmas e seus resultados, a seqüência de apresentação de cada caso seguirá o exposto:

- 1- Identificação e descrição sucinta da fôrma e apresentação das dimensões das peças que a compõem;
- 2- Vista em perspectiva (modelo sólido) da estrutura e esquema dos carregamentos que nela atuam;
- 3- Características do pavimento e respectivos carregamentos;
- 4- Apresentação das faixas de projeto (*design strip*) na direção X e Y. As faixas de projeto são identificadas pelas correspondentes linhas de apoio (*support lines*);
- 5- Comentários sobre as comparações de resultados, MPE e MEF, identificando cada faixa de projeto que compõem a fôrma estudada. Os comentários fazem referência às tabelas de resultados, de momentos últimos de projeto e de consumo de armadura, confrontando os resultados e apresentando eventuais convergências e divergências.

A seguir, nas Figuras 5.1 e 5.2 são apresentados os resultados gráficos dos diagramas de momentos de acordo com cada método de análise para uma dada faixa de projeto. Os resultados são resumidos e apresentados em duas tabelas. A

primeira apresenta o confronto de momentos últimos de projeto, ver Tabela 5.3, e a segunda o confronto de consumo de armadura passiva, ver Tabela 5.4.

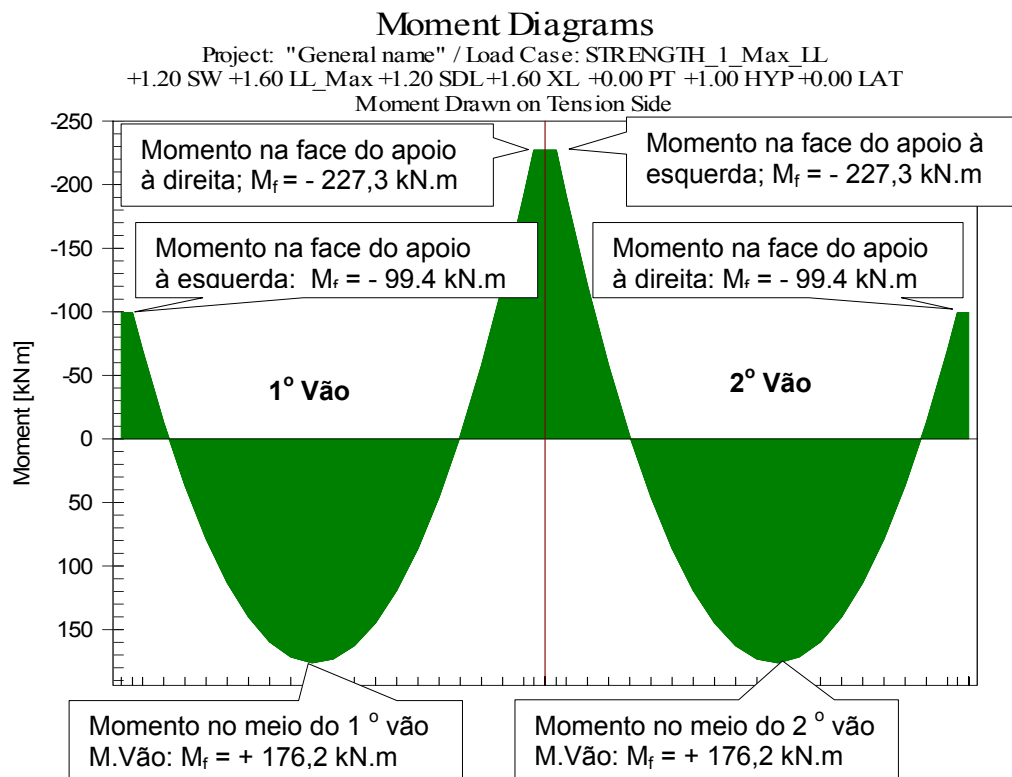


Figura 5.1 – Gráfica do Diagrama de Momentos obtidos pelo MPE.

(Exemplo extraído da FÔRMA_3 – Support Line 1)

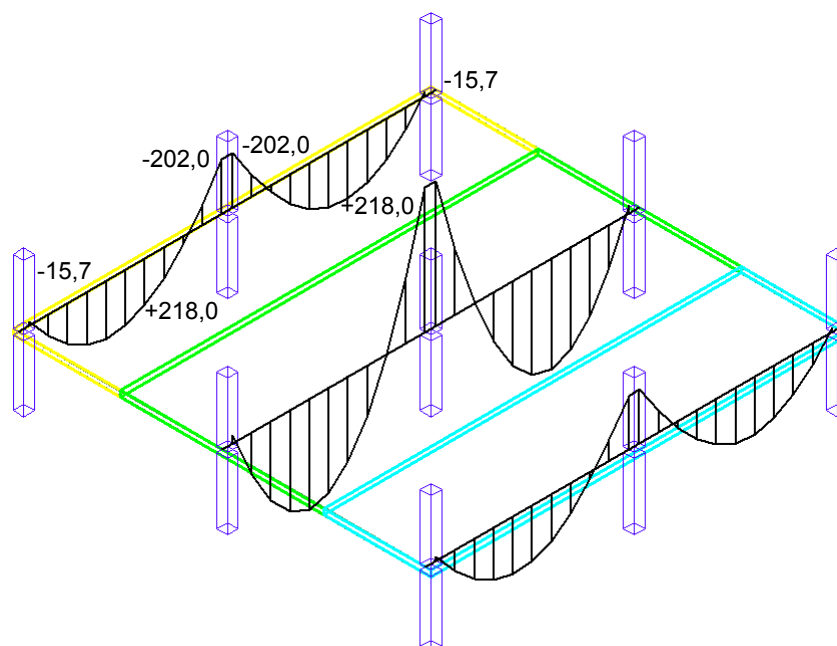


Figura 5.2 – Gráfica do Diagrama de Momentos obtidos pelo MEF.

(Exemplo extraído da FÔRMA_3 – Support Line 1)

Tabela 5.3 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF (Exemplo extraído da FÔRMA_3, *Support Line 1*).

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-99,4	176,2	-227,3	339,6
	MEF	-15,7	218,0	-202,0	326,9
	% Dif.	84,2%	-23,7%	11,1%	3,7%
2º Vão	MPE	-227,3	176,2	-99,4	339,6
	MEF	-202,0	218,0	-15,7	326,9
	% Dif.	11,1%	-23,7%	84,2%	3,7%

As abreviações adotadas a seguir apresentam-se em todas as tabelas de comparação entre momentos de projeto, e correspondem a:

- FDA Esq.** - Momento atuante na face do apoio esquerdo do vão considerado;
M. Vão - Momento máximo no vão considerado;
FDA Dir. - Momento atuante na face do apoio direito do vão considerado;
% Dif. - $100 \times ((MPE - MEF) / MPE)$; Diferença direta entre o MPE e o MEF;
M. Total - Momento Total. É a média do momento nos apoios, em valor absoluto, somado ao máximo momento no vão.

Tabela 5.4 – Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF. (Exemplo extraído da FÔRMA_3, *Support Line 1*).

Consumo de Armadura Ativa por Faixa de Projeto			
Support Line 1 - Cordoalha 12,5mm.			15
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1.	56	56	0 %

As abreviações adotadas a seguir apresentam-se em todas as tabelas de comparação de consumo das armaduras passivas e ativas, e correspondem a:

- DIF. (%)** → = $100 \times ((MPE - MEF) / MPE)$
MPE (kg) - Consumo de armadura obtida pelo MPE;
MEF (kg) - consumo de armadura obtida pelo MEF.

A partir do exposto, serão suprimidos os significados das abreviações apresentadas após as tabelas de comparação de momentos de projeto e de consumo de armaduras.

5.7. Apresentação das fôrmas e resultados

5.7.1 FÔRMA_1

A FÔRMA_1 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figuras 5.3 e 5.4, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é formada por painel único, quadrado, com distância entre eixos de 760 cm. Laje com características típicas de cobertura, sem acesso ao público. Unidades em cm.

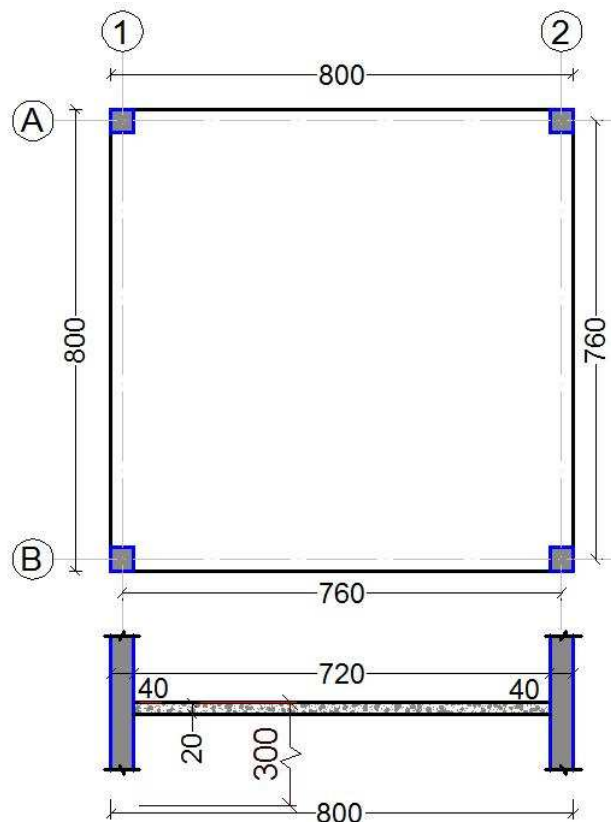


Figura 5.3 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_1

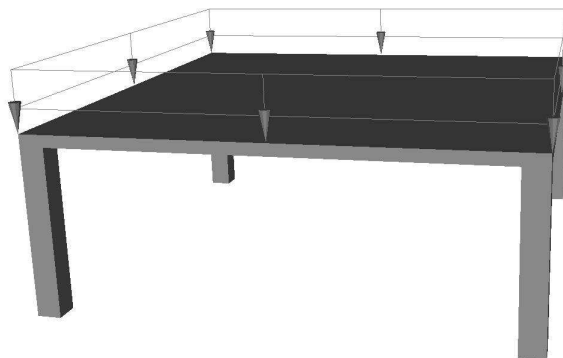


Figura 5.4 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	COBERTURA
Altura do Piso:	3,0 m
Continuidade dos Pilares:	NÃO.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área:
(revestimento + impermeabilização) 1,0 kN/m²
 - ii. Carga distribuída Linear: NÃO
- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área:
(utilização) 1,0 kN/m²

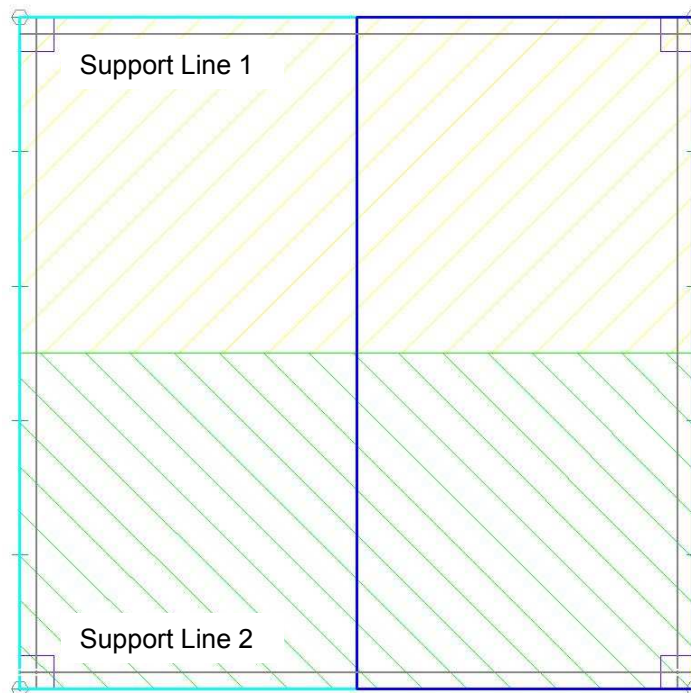
FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

Figura 5.5 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_1.

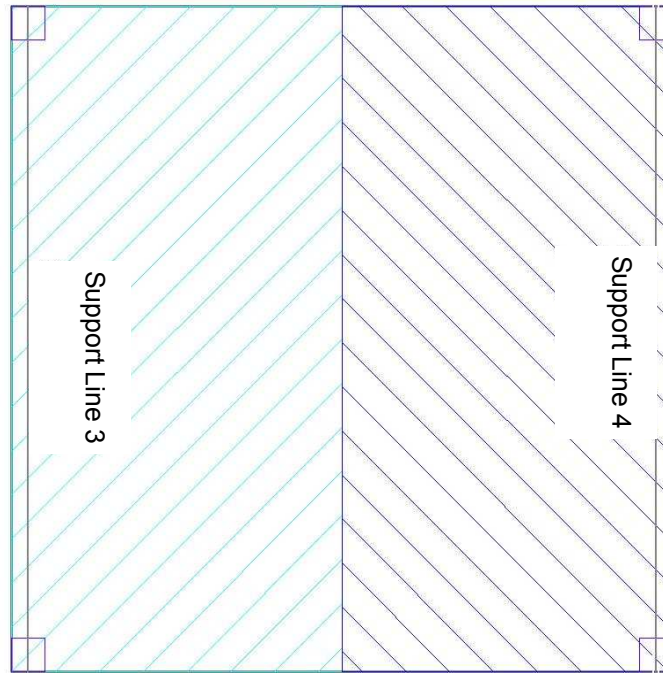


Figura 5.6 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_1.

Nota-se, na Tabela 5.5 que os valores de momentos fletores obtidos pelos dois métodos apresentam divergência significativa, principalmente sobre os apoios. Isto é devido a uma limitação do MPE, que superestima a rigidez do pilar devido às características e aproximações inerentes ao método, acarretando em maiores valores de momento nos apoios. A consideração elevada da rigidez deve-se ao fato da linha de apoio (*support line*) da faixa de projeto (*design strip*) estar no bordo da laje, o que compromete o cálculo do elemento de torção, o comprimento equivalente do pilar, e conseqüentemente a rigidez das peças que compõem o pórtico equivalente. Este é um fator limitante para o emprego do MPE. Neste caso específico, onde as faixas de projeto são externas e as linhas de apoio situam-se no bordo destas, o momento obtido pelo MPE tende a convergir para o momento obtido pelo método de pórtico simples (AALAMI 2008) e este, por sua vez, diverge significativamente do obtido pelo MEF.

Tabela 5.5 – Comparação dos momentos fletores, obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 2, 3 e 4.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-62,3	162,8	-62,3	225,1
	MEF	-14,2	214,0	-14,2	228,2
	% Dif.	77,2%	-31,4%	77,2%	-1,4%

Observa-se, que existe uma excelente convergência entre os resultados do momento total (M.Total) desta faixa, apresentando uma pequena variação de 1,4%. Nas faixas de projeto regulares, onde as tributárias de cada faixa são facilmente identificáveis e convergentes para uma mesma área, o momento total de um vão permanece inalterado independente do método de análise. Se um método conduz a um momento negativo maior no apoio, seguirá que o momento positivo associado a este vão deverá ser menor a fim de fazer com que o momento total não se altere.

Embora os momentos de projeto sejam divergentes, principalmente sobre os apoios, percebe-se na Tabela 5.6 que o consumo de armadura passiva é idêntico. Isto se deve, à capacidade resistente das seções auxiliadas pelas armaduras mínimas requeridas pelo ACI 318 (2005), expostas no item 4.4.3.1 e 4.4.3.2 deste trabalho.

Tabela 5.6 – Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

Consumo de Armadura Ativa por Faixa de Projeto			
Support Line 1, 2, 3 e 4 - Cordoalha 12,5mm.	13		
Armadura Passiva			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 2, 3 e 4	20	20	0 %

OBSERVAÇÕES:

1 - No **ANEXO A**, são apresentados os resultados gráficos segundo os dois métodos (MPE e MEF) utilizados para análise da FÔRMA_1, como exemplificação dos valores expostos na Tabela 5.5 e 5.6 deste trabalho.

2 - Um exemplo do cálculo da armadura mínima requerida sobre os apoios e do momento último resistente da seção são apresentados no **ANEXO B**.

5.7.2 FÔRMA_2

A FÔRMA_2 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.7 e 5.8, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é formada por painel único com distância entre eixos de 760 cm e balanço nas quatro direções com 265 cm. Laje com vãos e carregamentos típicos de pequenas edificações. Cotas em cm.

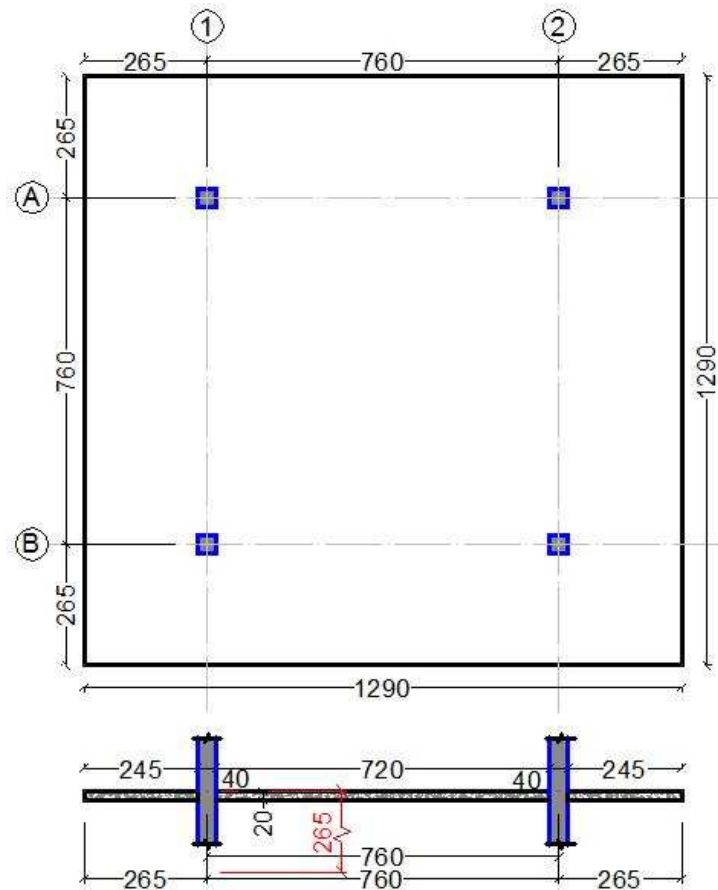


Figura 5.7 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_2

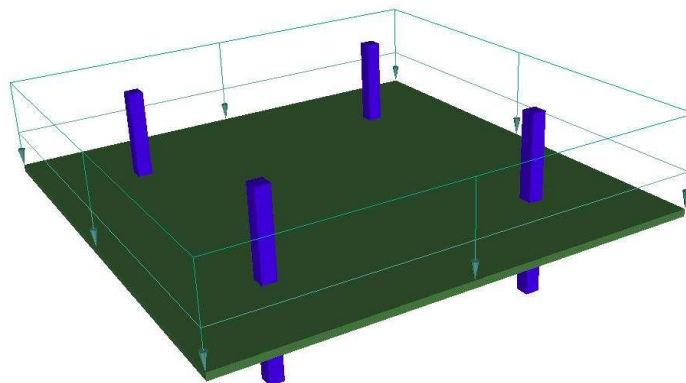


Figura 5.8 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(revestimento + divisória)
 - ii. Carga distribuída Linear: 5,0 kN/m
(uniformemente distribuída no perímetro da laje)

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(utilização)

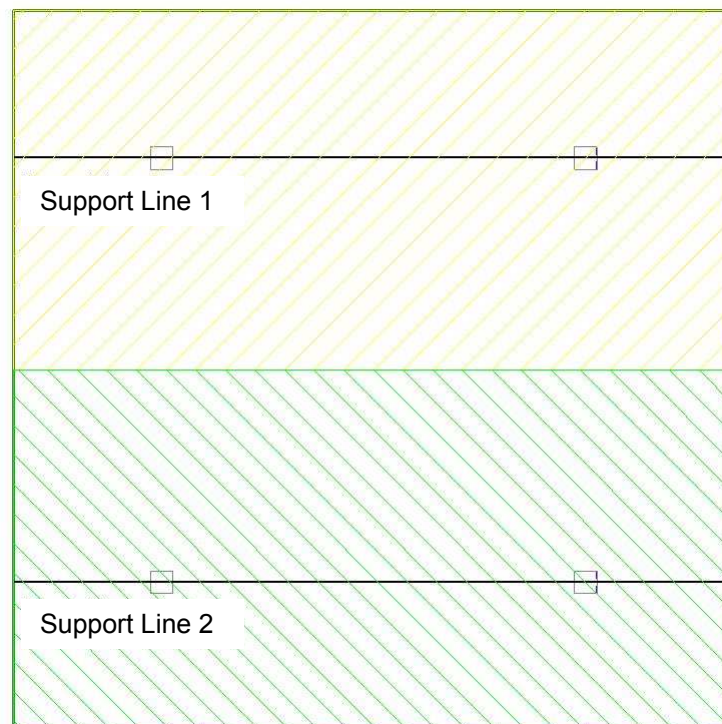
FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

Figura 5.9 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_2.

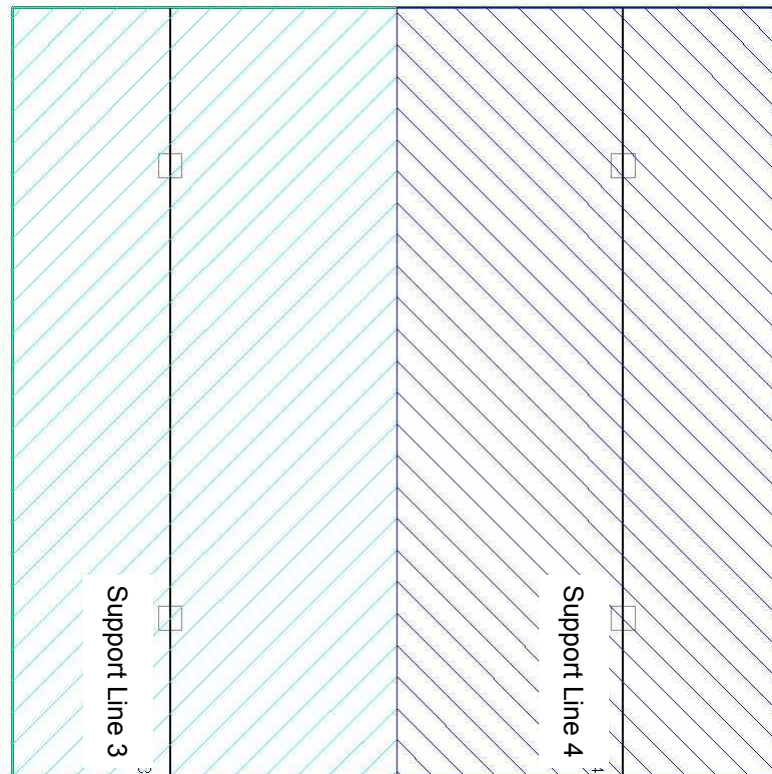


Figura 5.10 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_2.

Nota-se na Tabela 5.7 e 5.8 que esta fôrma apresenta excelente convergência entre os resultados obtidos na determinação de momentos fletores, armadura passiva requerida, e momentos totais. Os resultados obtidos pelo MPE mostram-se convergentes aos do MEF quando a faixa de projeto é regular, com a linha de apoio (*support line*) próxima ao eixo da faixa de projeto, e os pilares de extremidade estão afastados do bordo. Estas características favorecem o cálculo do elemento de torção, comprimento equivalente do pilar e, conseqüentemente a rigidez das peças que compõem o pórtico.

Tabela 5.7 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 2, 3 e 4.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerda	MPE	---	---	-335,1	335,1
	MEF	---	---	-338,0	338,0
	% Dif.	---	---	-0,9%	-0,9%
1º Central	MPE	-312,8	206,2	-312,8	519,0
	MEF	-323,0	200,0	-323,0	523,0
	% Dif.	-3,3%	3,0%	-3,3%	-0,8%

Balanço Direita	MPE	-335,1	---	---	335,1
	MEF	-338,0	---	---	338,0
	% Dif. D	-0,9%	---	---	-0,9%

Tabela 5.8 – Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

Consumo de Armadura Ativa por Faixa de Projeto			
Support Line 1, 2, 3 e 4 - Cordoalha 12,5mm.			18
Armadura Passiva			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 2, 3 e 4	44	44	0%

5.7.3 FÔRMA_3

A FÔRMA_3 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.11 e 5.12, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é composta por quatro painéis dispostos 2x2, com distância entre eixos de 760 cm. Laje com vãos e carregamentos típicos de edificações residenciais. Cotas em cm.

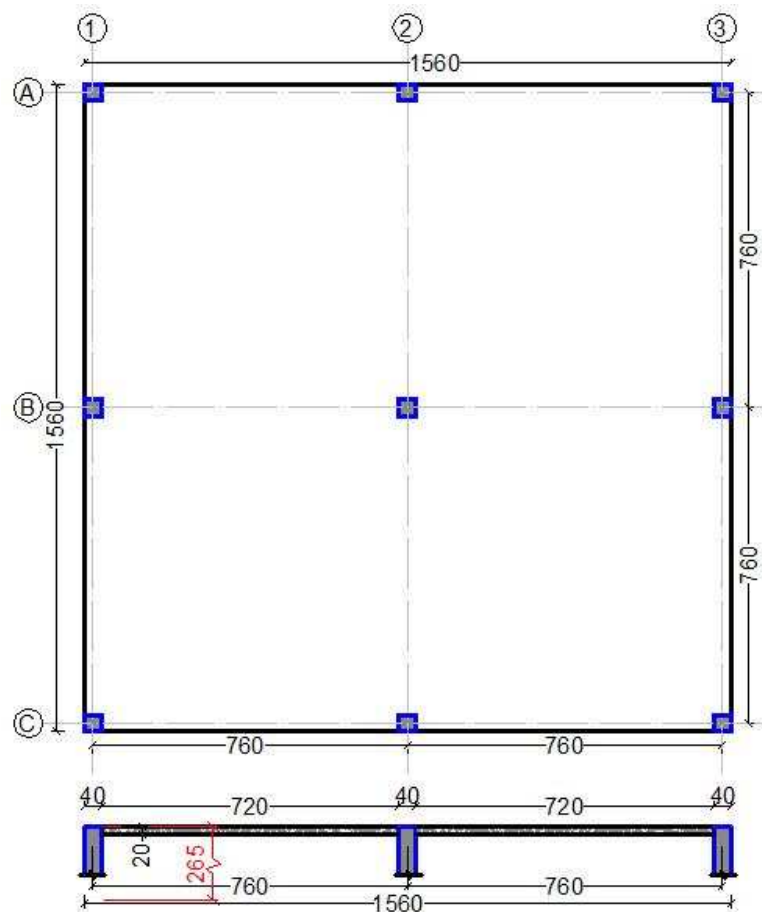


Figura 5.11 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_3

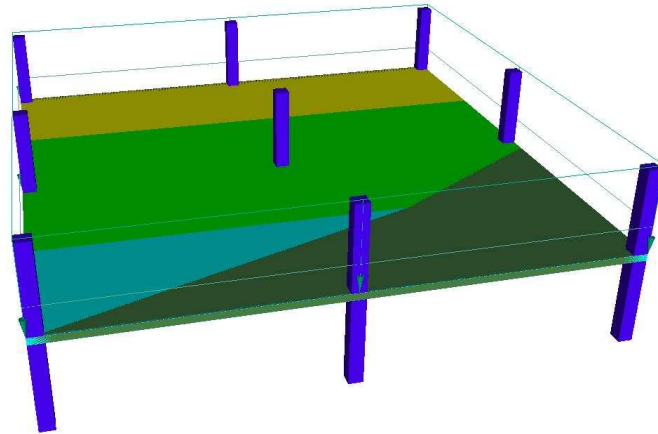


Figura 5.12 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área:
(revestimento + divisória) 2,0 kN/m²
 - ii. Carga distribuída Linear:
(uniformemente distribuída no perímetro da laje) 5,0 kN/m

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área:
(utilização) 2,0 kN/m²

FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

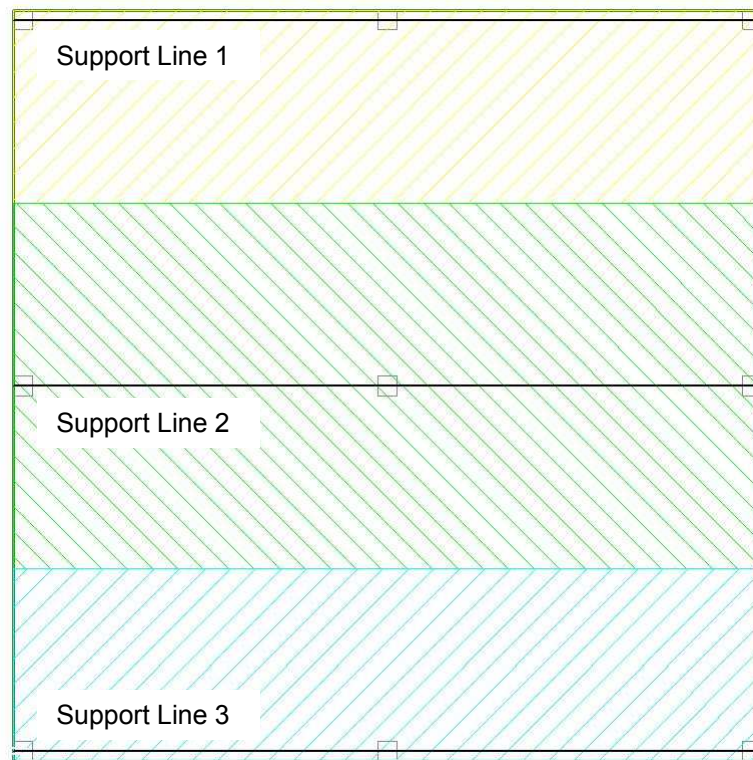


Figura 5.13 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_3.



Figura 5.14 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_3.

Observa-se na Tabela 5.9, que os resultados obtidos para as faixas de projeto externas, faixas de projeto: 1, 3, 4 e 6, onde as linhas de apoio (*support lines*) estão localizadas no bordo da faixa, mais uma vez, apresentam divergências significativas. Estas divergências são elevadas e mais significantes nos apoios externos. No meio dos vãos, as divergências são um pouco menores, e no pilar interno as divergências são razoáveis. Na Tabela 5.10 apresenta-se o mesmo consumo de armadura passiva, como apresentado na FÔRMA_1 e FÔRMA_2. Os momentos totais nestas faixas têm boa convergência apresentando variação de 3,7%.

Tabela 5.9 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 3, 4 e 6.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-99,4	176,2	-227,3	339,6
	MEF	-15,7	218,0	-202,0	326,9
	% Dif.	84,2%	-23,7%	11,1%	3,7%
2º Vão	MPE	-227,3	176,2	-99,4	339,6
	MEF	-202,0	218,0	-15,7	326,9
	% Dif.	11,1%	-23,7%	84,2%	3,7%

Tabela 5.10 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

Consumo de Armadura Ativa por Faixa de Projeto			
Support Line 1, 3, 4 e 6 - Cordoalha 12,5mm.			15
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 3, 4 e 6	56	56	0 %

Nota-se na Tabela 5.11, que os resultados obtidos para as faixas de projeto internas, faixas de projeto: 2 e 5 onde as linhas de apoio (*support lines*) estão localizadas no centro da faixa, também apresentam divergências significantes. As maiores divergências apresentam-se sobre os apoios externos e são ligeiramente menores no meio do vão. O valor do momento total desta faixa variou 20,9%. Esta divergência, entre os momentos totais obtidos nas faixas internas, justifica-se pela diferente distribuição de cargas segundo cada método. O MPE faz a divisão de cargas de forma geométrica (metade da distância entre as linhas de apoio). O MEF

leva em consideração a continuidade das lajes e o ponto de cortante nulo apresenta-se aproximadamente a 60% entre a linha de apoio da faixa central e a linha de apoio das faixas de bordo. Analisando-se o somatório dos momentos totais, entre as faixas de projeto internas e externas, encontra-se para o MPE o valor de 5.044 kN.m e para o MEF o valor de 5.430 kN.m, o que resulta em uma diferença de aproximadamente 7,6%.

Tabela 5.11 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 5.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-41,5	343,5	-435,4	581,9
	MEF	-30,4	417,0	-543,0	703,7
	% Dif.	26,7%	-21,4%	-24,7%	-20,9%
2º Vão	MPE	-435,4	343,5	-41,5	581,9
	MEF	-543,0	417,0	-30,4	703,7
	% Dif.	-24,7%	-21,4%	26,7%	-20,9%

Na Tabela 5.12, verifica-se um maior consumo de armadura passiva segundo o MEF. Este método de análise identifica a necessidade de armadura negativa complementar no pilar central para atender ao ELU, ver item 4.5 deste trabalho.

Tabela 5.12 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2 e 5 - Cordoalha 12,5mm.			26
ARMADURA PASSIVA			
FAIXA DE PROJETO	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2 e 5	73	85	-16,4%

5.7.4 FÔRMA_4

A FÔRMA_4 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.15 e 5.16, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é formada por quatro painéis dispostos 2x2, com distância entre eixos de 760 cm e balanço de 265 cm em uma das bordas (sentido norte). Laje com vãos e carregamentos típicos de pequenas edificações residenciais. Cotas em cm.

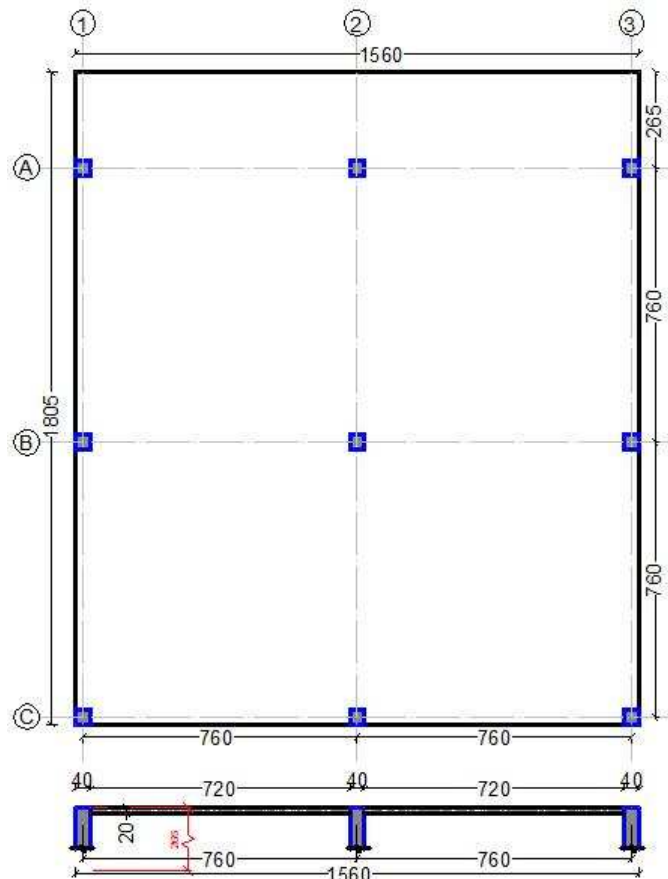


Figura 5.15 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_4

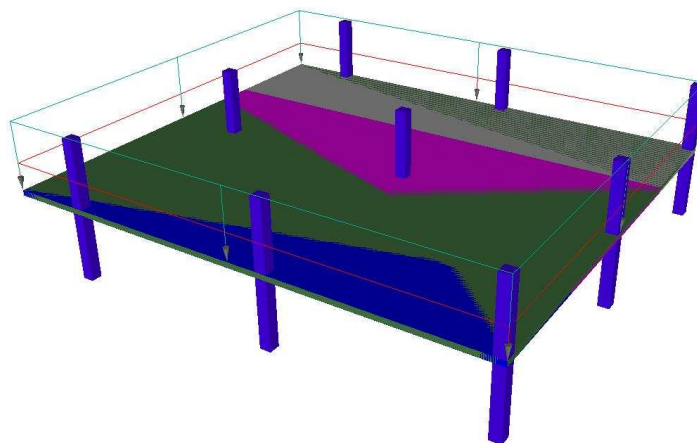


Figura 5.16 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(revestimento + divisória)
 - ii. Carga distribuída Linear: 5,0 kN/m
(uniformemente distribuída no perímetro da laje)

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(utilização)

FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

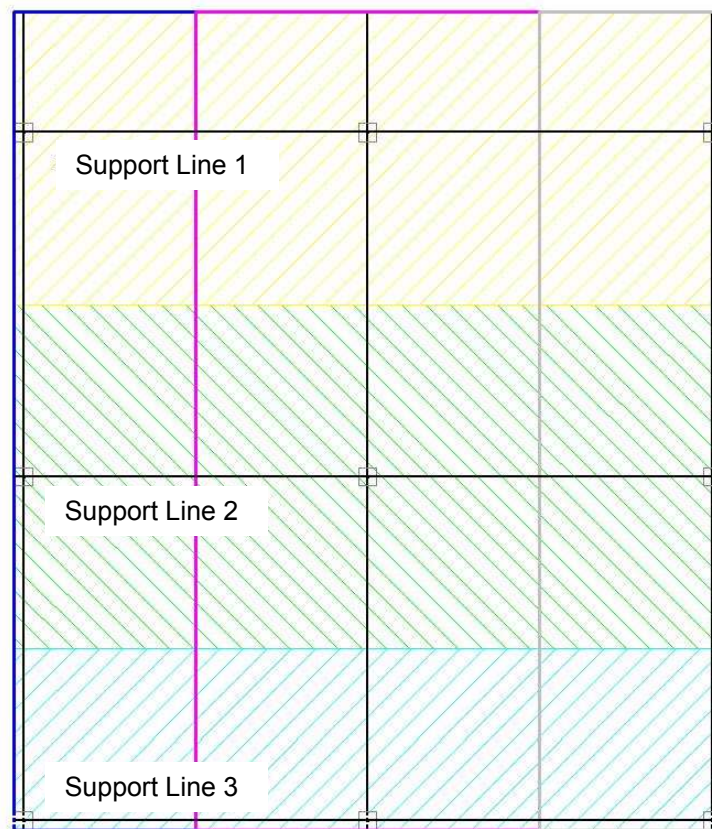


Figura 5.17 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_4.

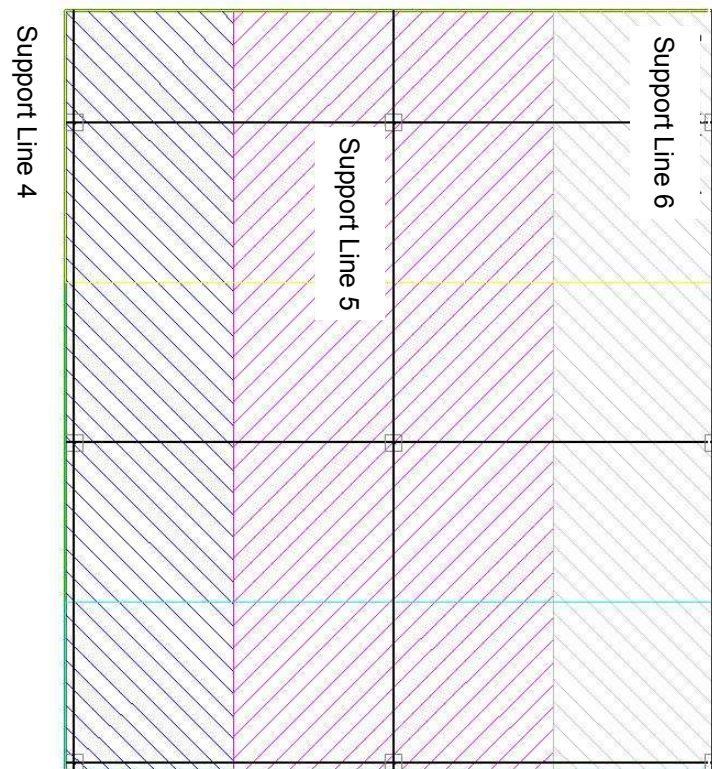


Figura 5.18 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_4.

Na Tabela 5.13, nota-se que os resultados obtidos para a faixa de projeto 1, faixa de projeto externa com balanço onde a linha de apoio localiza-se próxima ao centro da faixa, as divergências mais significativas apresentam-se sobre os apoios externos. No meio dos vãos e sobre o apoio central os resultados são convergentes. Na Tabela 5.14, observa-se divergência de 31% no consumo de armadura passiva. Esta variação deve-se a identificação, pelo programa que utiliza o MEF, da necessidade de armadura positiva complementar no meio dos vãos devido a tensões superiores à $(f'_c)^{0,5} / 6$ - condição esta descrita no item 4.4.3.1.

Tabela 5.13 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-70,4	296,3	-398,0	530,5
	MEF	-44,1	308,0	-414,0	537,1
	% Dif.	37,4%	-3,9%	-4,0%	-1,2%
2º Vão	MPE	-398,0	296,3	-70,4	530,5
	MEF	-414,0	308,0	-44,1	537,1
	% Dif.	-4,0%	-3,9%	37,4%	-1,2%

Tabela 5.14 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1 - Cordoalha 12,5mm.			19
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1	61	80	-31%

Na Tabela 5.15, nota-se que os resultados obtidos para a faixa de projeto 2, faixa de projeto interna onde a linha de apoio encontra-se no centro da faixa, as divergências são mais significativas, novamente, sobre os apoios externos. Nos meios dos vãos e sobre o apoio central são menos divergentes. O momento total maior, obtido pelo MEF, justifica-se pela diferente distribuição de cargas segundo cada método. Na Tabela 5.16, o MEF apresenta um consumo superior ao MPE em 47% de armaduras passivas. Este consumo excessivo, comparado ao MPE, deve-se a identificação da necessidade de armadura complementar positiva e negativa; itens 4.4.3.1 e 4.5.

Tabela 5.15 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-54,9	331,5	-445,5	581,7
	MEF	-41,6	374,0	-496,0	642,8
	% Dif.	24,2%	-12,8%	-11,3%	-10,5%
2º Vão	MPE	-445,5	331,5	-54,9	581,7
	MEF	-496,0	374,0	-41,6	642,8
	% Dif.	-11,3%	-12,8%	24,2%	-10,5%

Tabela 5.16 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2. - Cordoalha 12,5mm.			20
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2.	70	102,5	-47%

Nas Tabelas 5.17 e 5.18, que fazem referência à faixa de projeto 3, faixa de projeto externa com a linhas de apoio no bordo da faixa, repete-se o

comportamento de elevada divergências entre os resultados encontrados sobre os apoios externos e menor no apoio central e meios de vãos. A divergência de 26% no consumo de armadura deve-se ao complemento de armadura positiva identificado pelo MEF.

Tabela 5.17 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 3.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-108,2	171,0	-228,2	339,2
	MEF	-27,4	213,0	-207,0	330,2
	% Dif.	74,7%	-24,6%	9,3%	2,7%
2º Vão	MPE	-228,2	171,0	-108,2	339,2
	MEF	-207,0	213,0	-27,4	330,2
	% Dif. D	9,3%	-24,6%	74,7%	2,7%

Tabela 5.18 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 3. - Cordoalha 12,5mm.			19
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 3.	52	65	-26%

Nas Tabelas 5.19 e 5.20, que fazem referência às faixas 4 e 6, faixas de projeto externas com as linhas de apoio no bordo e com balanço, percebe-se uma distribuição média das divergências sobre o apoio interno e nos meios do vão. Sobre o pilar externo a divergência é elevada. A divergência de 17% no consumo de armadura deve-se ao complemento de armadura passiva positiva exigido pelo MEF.

Tabela 5.19 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 4 e 6.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço	MPE	---	---	-214,7	-214,7
	MEF	---	---	-189,0	-189,0
	% Dif.	---	---	12,0%	12,0%
1º Vão	MPE	-193,9	140,7	-197,9	336,6
	MEF	-169,0	122,0	-185,0	299,0
	% Dif.	12,8%	13,3%	6,5%	11,2%

2º Vão	MPE	-223,0	172,1	-110,4	338,8
	MEF	-205,0	194,0	-32,4	312,7
	% Dif.	8,1%	-12,7%	70,7%	7,7%

Tabela 5.20 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 4 e 6. - Cordoalha 12,5mm.			13
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 4 e 6.	57	67	-17%

Na Tabela 5.21, que faz referência à faixa 5, faixa de projeto interna com linha de apoio no centro da faixa e com balanço, percebe-se um comportamento similar às faixas de projeto: 4 e 6 . Na Tabela 5.22, o consumo superior de 71% da armadura passiva segundo o MEF deve-se a identificação da necessidade de armadura complementar positiva e negativa.

Tabela 5.21 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço	MPE	---	---	-373,7	-373,7
	MEF	---	---	-432,0	-432,0
	% Dif.	---	---	-15,6%	-15,6%
1º Vão	MPE	-338,3	213,4	-366,2	565,7
	MEF	-401,0	215,0	-473,0	652,0
	% Dif.	15,6%	0,7%	22,6%	13,2%
2º Vão	MPE	-394,7	347,0	-64,9	576,8
	MEF	-516,0	368,0	-50,8	651,4
	% Dif.	23,5%	5,7%	-27,8%	11,5%

Tabela 5.22 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 5. - Cordoalha 12,5mm.			20
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 5 .	84	143	-71%

Mesmo apresentando divergências em todas as faixas de projeto nos resultados de momentos totais, o somatório deste segundo cada método teve ótima precisão. O somatório dos momentos fletores segundo o MPE foi de 4.593 kN.m e de acordo com o MEF 4.737 kN.m. Uma variação de 3,1%.

Devido aos menores momentos negativos encontrados nos pilares externos pelo MEF, existe a tendência deste método apresentar maiores momentos positivos no meio dos vãos e nos apoios destes. Em consequência disto, o MEF identifica a necessidade de armadura positiva complementar devido as tensões superiores à $\sqrt{f'_c}/6$ - condição esta descrita no item 4.4.3.1. Nas faixas de projeto 2 e 5 o MEF também identifica a necessidade de armadura complementar negativa, esta para atender ao Estado Limite Último (ELU). Estes picos de momentos negativos sobre os apoios, identificados pelo MEF, devem-se às tributárias deste método serem diferente das tributárias do MPE, e também pode ser notado observando-se os maiores momentos totais, segundo o MEF, para estas faixas.

O consumo total de armadura passiva segundo o MPE é de 381 kg e segundo o MEF é de 524 kg. Um consumo superior do MEF, em relação ao MPE, de 27%. Alerta-se, entretanto, que esta variação de consumo de armadura passiva é diretamente relacionada com o consumo de armadura ativa. Pode-se variar o consumo de armadura ativa para se obter uma maior relação P/A, ainda dentro dos valores limites admitidos por este trabalho, o que poderia resultar em um menor consumo de armadura passiva.

5.7.5 FÔRMA_5

A FÔRMA-5 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.19 e 5.20, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é formada por nove painéis dispostos 3x3, com distância entre eixos de 760 cm. Laje com vãos e carregamentos típicos de edificações. Cotas em cm.

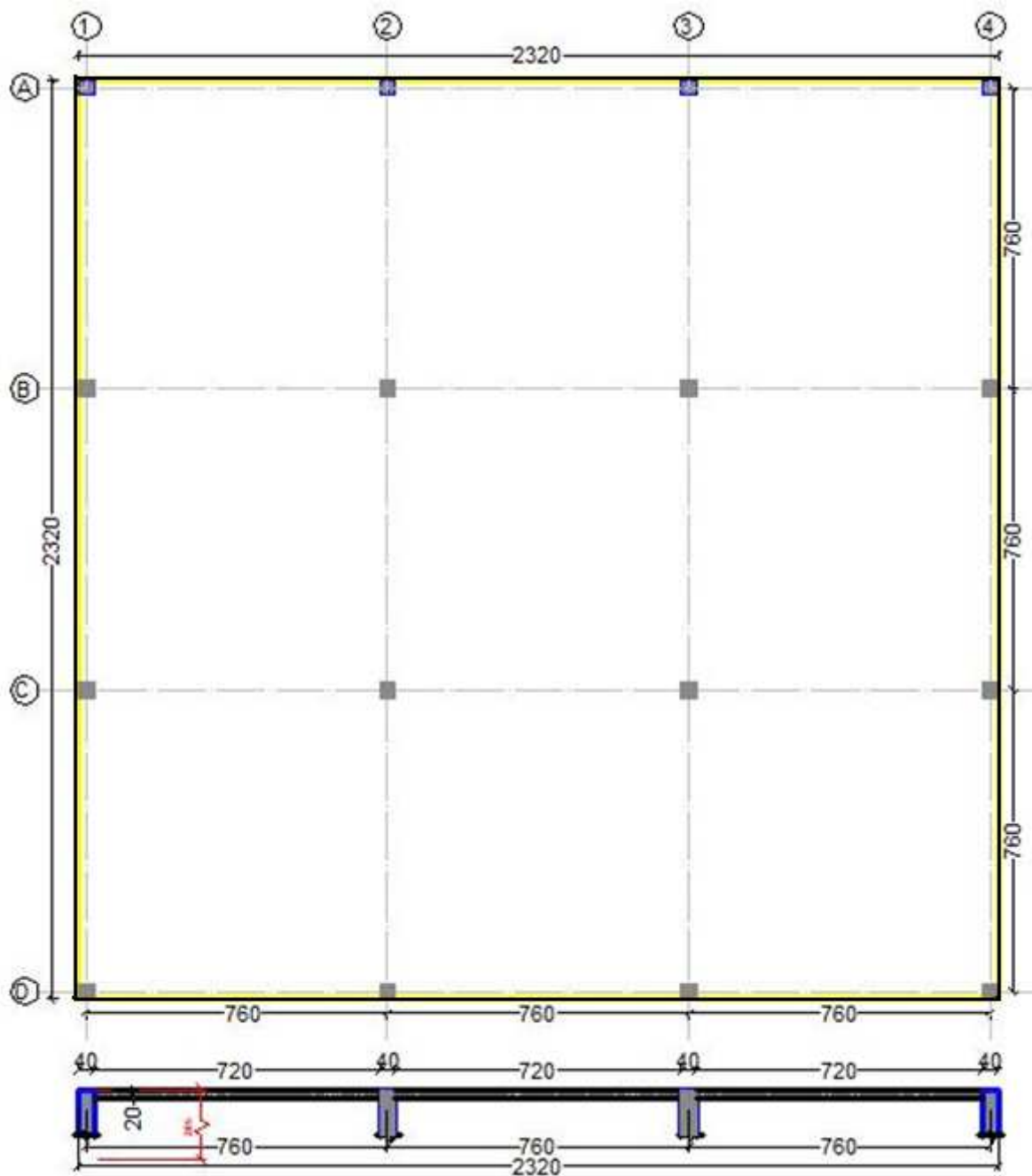


Figura 5.19 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_5

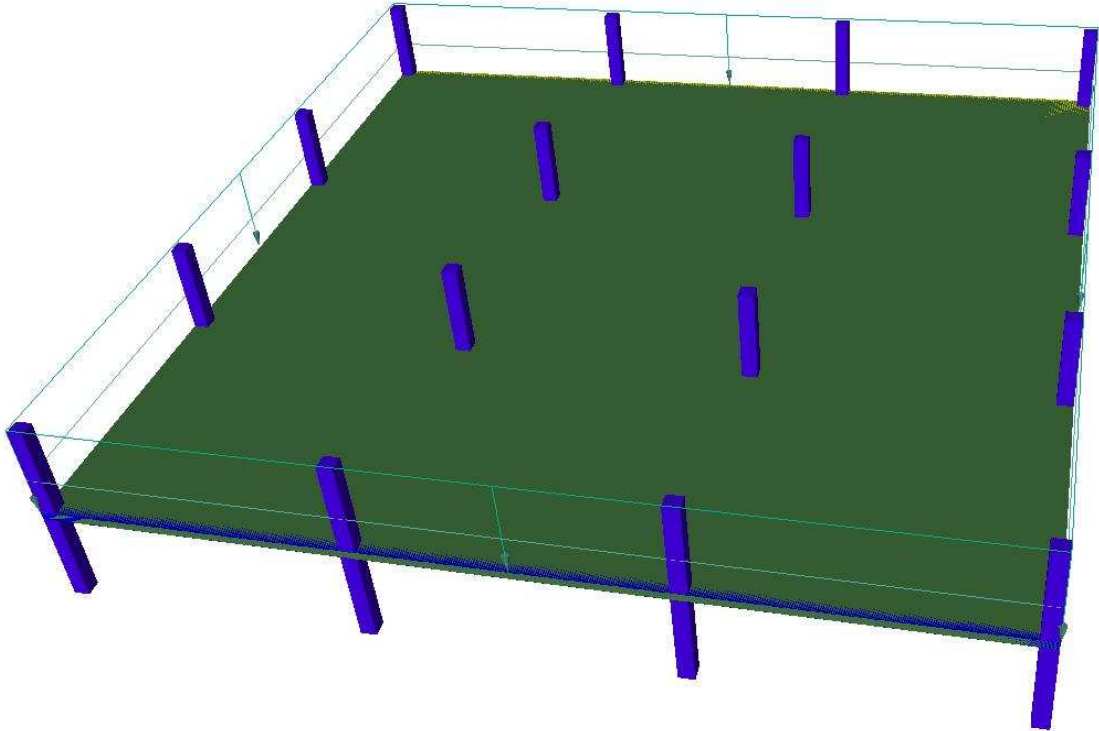


Figura 5.20 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(revestimento + divisória)
 - ii. Carga distribuída Linear: 5,0 kN/m
(uniformemente distribuída no perímetro da laje)

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(utilização)

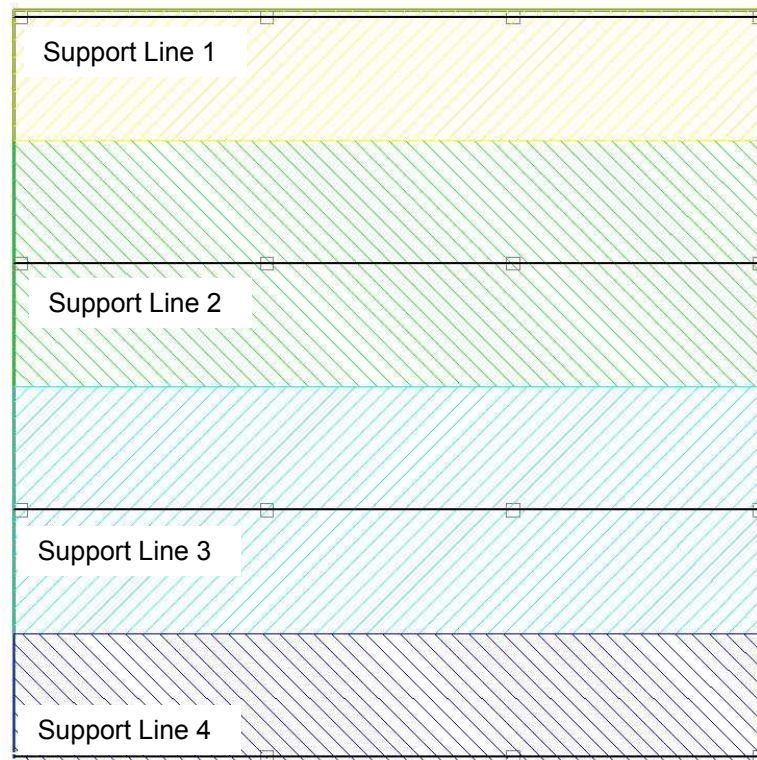
FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

Figura 5.21 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_5.

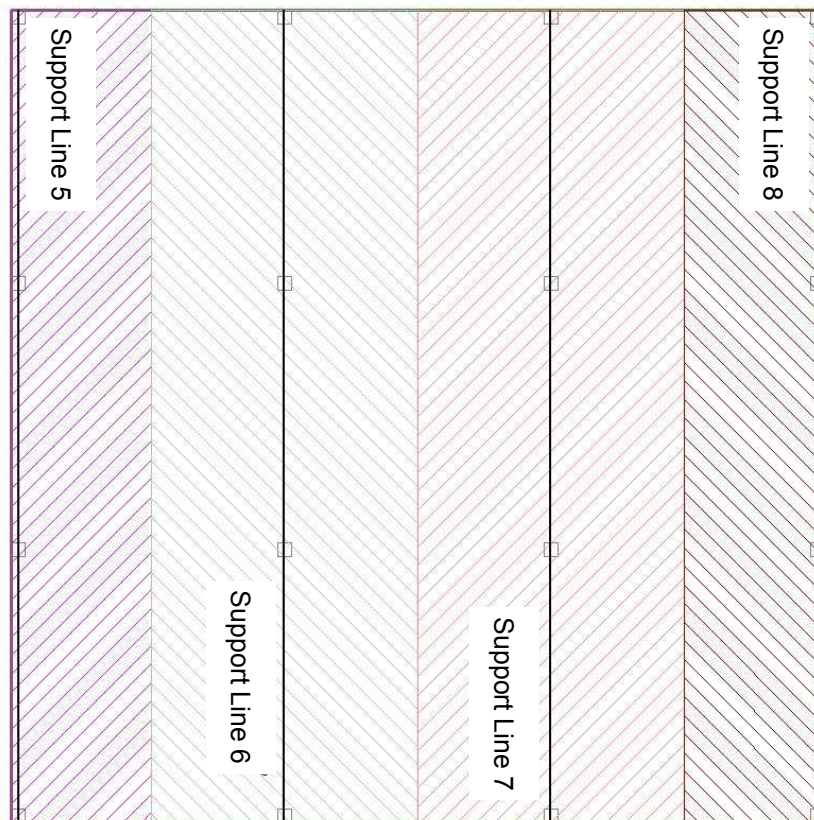


Figura 5.22 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_5.

Na Tabela 5.23 apresentam-se os resultados obtidos para as faixas de projetos 1, 4, 5 e 8. Estas faixas de projeto são externas com as linhas de apoio localizadas no bordo da faixa. Guardam certa similaridade de comportamento com as faixas externas da FÔRMA_3, que são as elevadas divergências dos resultados sobre os apoios externos e divergências razoáveis sobre os apoios internos. Entretanto, apresenta uma boa convergência do resultado no meio do vão do tramo central (2º vão). Não há variação de consumo de armadura passiva observada na Tabela 5.24, apesar das divergências dos momentos de projeto.

Tabela 5.23 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 4, 5 e 8.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-101,6	177,5	-221,7	339,2
	MEF	-21,1	229,0	-191,0	335,1
	% Dif.	79,2%	-29,0%	13,8%	1,2%
2º Vão	MPE	-191,4	142,5	-191,4	333,9
	MEF	-172,0	144,0	-172,0	316,0
	% Dif.	10,1%	-1,1%	10,1%	5,4%
3º Vão	MPE	-221,7	177,5	-101,6	339,2
	MEF	-191,0	229,0	-21,1	335,1
	% Dif.	13,8%	-29,0%	79,2%	1,2%

Tabela 5.24 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1, 4, 5 e 8. - Cordoalha 12,5mm.			15
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 4, 5 e 8.	92	92	0 %

Nas faixas de projeto: 2, 3, 6 e 7, faixas de projeto internas com linha de apoio no centro da faixa, apresentados na Tabela 5.25, nota-se a repetição de divergência em todos resultados, porém distribuídos de forma mais uniforme. Percebe-se a tendência de convergência dos resultados em direção ao vão central, assim como percebido para as faixas externas de projeto. Mais uma vez, as maiores divergências são encontradas nos apoios externos. A Tabela 5.26, apresenta o

mesmo consumo de armadura passiva segundo ambos os métodos, apesar das divergências dos momentos de projeto.

Tabela 5.25 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2, 3, 6 e 7.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-58,0	355,1	-385,1	576,6
	MEF	-35,9	404,0	-412,0	628,0
	% Dif.	38,1%	-13,8%	-7,0%	-8,9%
2º Vão	MPE	-354,5	211,2	-354,5	565,7
	MEF	-391,0	230,0	-391,0	621,0
	% Dif.	-10,3%	-8,9%	-10,3%	-9,8%
3º Vão	MPE	-385,1	355,1	-58,0	576,6
	MEF	-412,0	404,0	-35,9	628,0
	% Dif.	-7,0%	-13,8%	38,1%	-8,9%

Tabela 5.26 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2, 3, 6 e 7. - Cordoalha 12,5mm.			24
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2, 3, 6 e 7.	109	109	0 %

O somatório dos momentos totais em todas as faixas de projeto segundo MPE é 10.925 kN.m e de acordo com o MEF é 11.452 kN.m . Uma variação de 4,8%.

5.7.6 FÔRMA_6

Trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.23 e 5.24, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x40 cm. A laje é formada por 15 painéis dispostos 5x3, com distância entre eixos de 760 cm na transversal, e 760 cm na longitudinal com um vão central de 500 cm de entreeixos. Laje com vãos e carregamentos típicos de edificações. Cotas em cm.

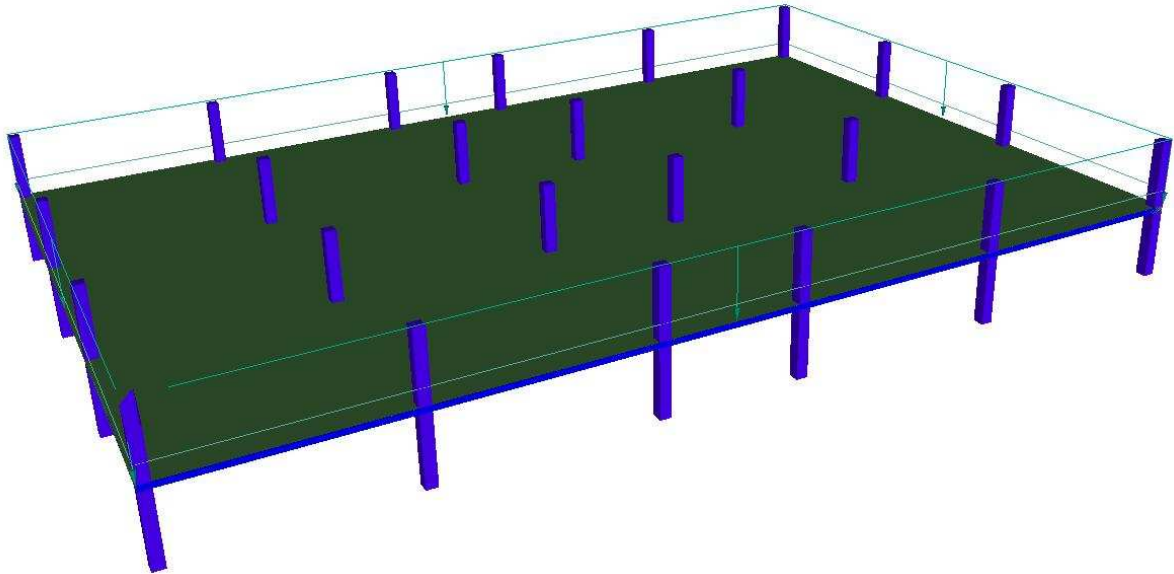


Figura 5.24 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(revestimento + divisória)
 - ii. Carga distribuída Linear: 5,0 kN/m
(uniformemente distribuída no perímetro da laje)

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 2,0 kN/m²
(utilização)

FAIXAS DE PROJETO (design strip).

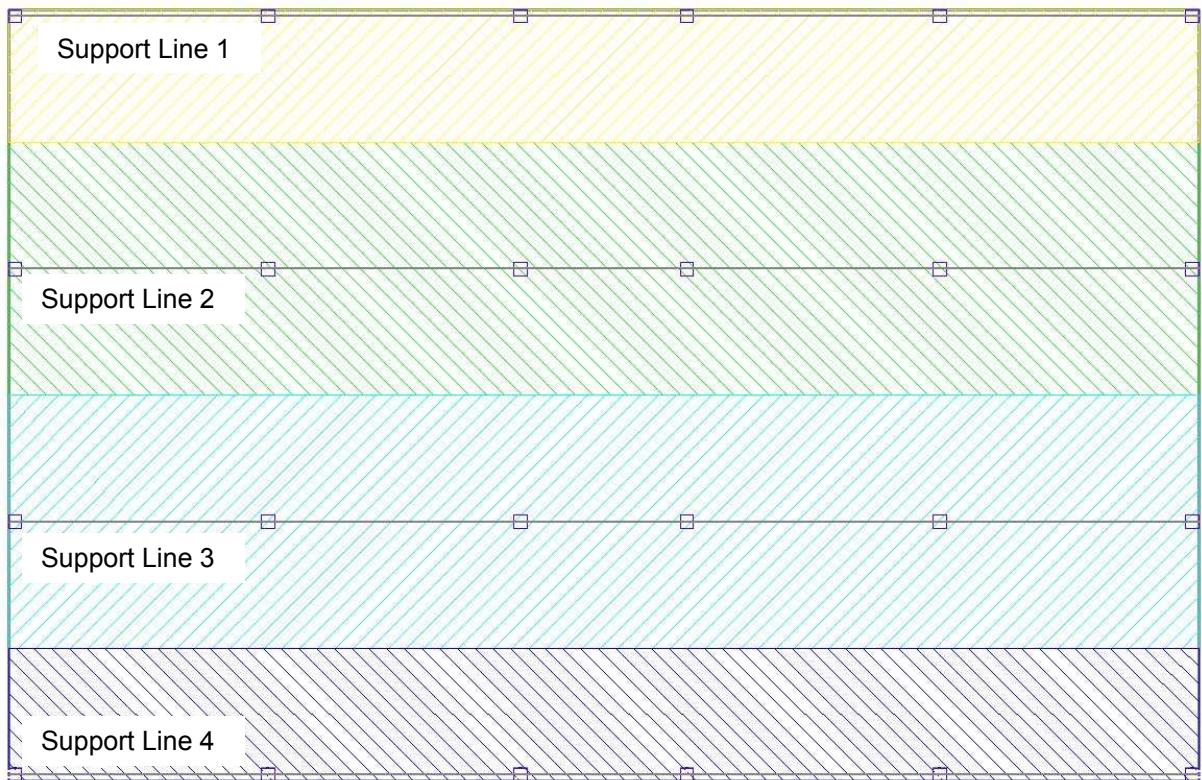


Figura 5.25 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_6.

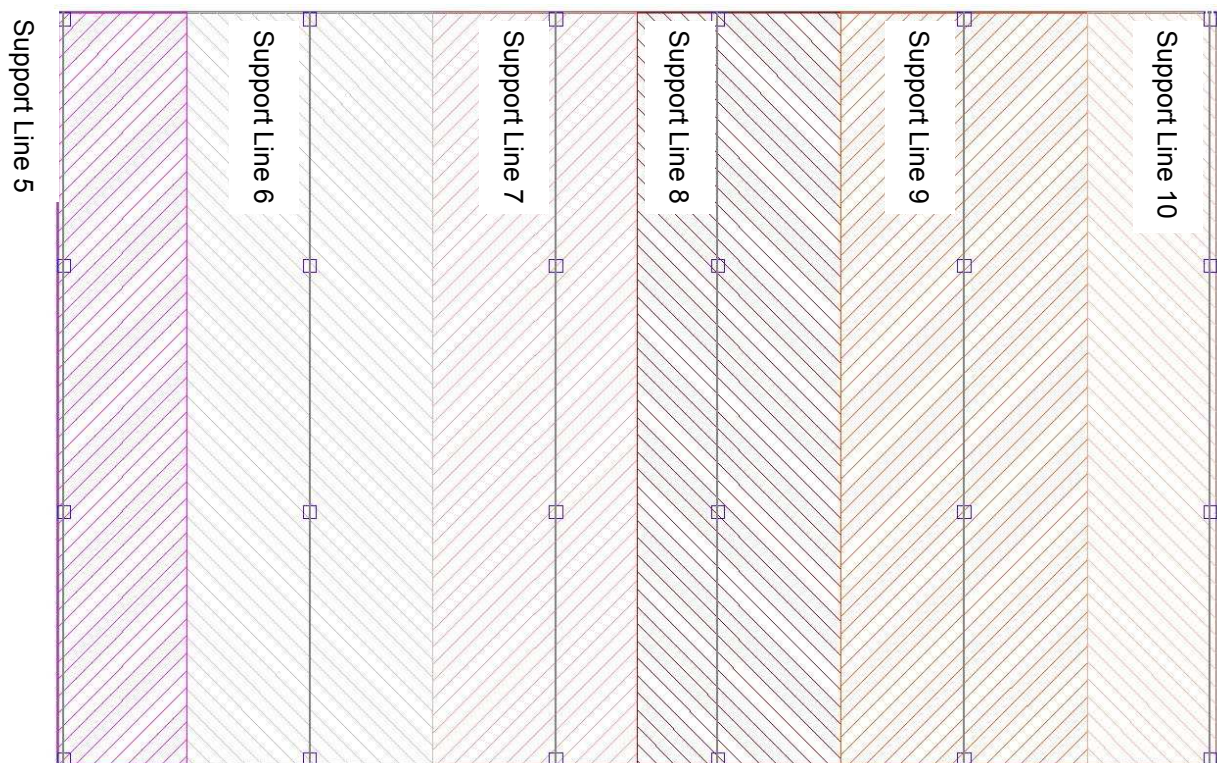


Figura 5.26 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_6.

Notam-se nas Tabelas: 5.27, 5.28, 5.29 e 5.30, que são as faixas de projeto externas com linha de apoio no bordo destas, – faixas 1, 4, 5, e 10, que apresentam significantes divergências, e estas têm valores expressivos sobre os apoios externos (pilares na borda da laje). Nas faixas de projeto longitudinais com cinco vãos, faixas de projeto: 1 e 4, é verificada elevada divergência dos resultados também nos apoios internos. A maior divergência nestas faixas apresenta-se no meio do vão central (3º vão). Nas faixas de projeto transversais com 3 vãos, faixas de projeto: 5 e 10, há ótima convergência de resultados no meio do vão central (2º vão) e nos apoios deste, apesar da elevada divergência nos apoios externos.

Tabela 5.27 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1 e 4.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-109,7	171,7	-224,6	338,9
	MEF	-28,9	206,0	-196,0	318,5
	% Dif.	73,7%	-20,0%	12,7%	6,0%
2º Vão	MPE	-207,3	147,0	-171,9	336,6
	MEF	-182,0	153,0	-125,0	306,5
	% Dif.	12,2%	-4,1%	27,3%	8,9%
3º Vão	MPE	-79,8	56,0	-79,8	135,8
	MEF	-110,0	11,5	-110,0	121,5
	% Dif.	-37,8%	79,5%	-37,8%	10,5%
4º Vão	MPE	-171,9	147,0	-207,3	336,6
	MEF	-125,0	153,0	-182,0	306,5
	% Dif.	27,3%	-4,1%	12,2%	8,9%
5º Vão	MPE	-224,6	171,7	-109,7	338,9
	MEF	-196,0	206,0	-28,9	318,5
	% Dif.	12,7%	-20,0%	73,7%	6,0%

Tabela 5.28 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1 e 4. - Cordoalha 12,5mm.			13
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1 e 4.	131	160	-22%

Tabela 5.29 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5 e 10.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-110,5	172,1	-222,8	338,8
	MEF	-28,5	223,0	-193,0	333,8
	% Dif.	74,2%	-29,6%	13,4%	1,5%
2º Vão	MPE	-196,7	139,9	-196,7	336,6
	MEF	-174,0	140,0	-174,0	314,0
	% Dif.	11,5%	-0,1%	11,5%	6,7%
3º Vão	MPE	-222,8	172,1	-110,5	338,8
	MEF	-193,0	223,0	-28,5	333,8
	% Dif.	13,4%	-29,6%	74,2%	1,5%

Tabela 5.30 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 5 e 10. - Cordoalha 12,5mm.			13
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 5 e 10.	86	105	-33%

As divergências de consumo de armaduras passivas devem-se a identificação da necessidade de armadura complementar positiva nos vãos externos destas faixas, pelo programa que utiliza o MEF.

Observa-se, nas Tabelas 5.31, 5.32, 5.33, 5.34, 5.35 e 5.36, os resultados das faixas internas de projeto com a linha de apoio próxima ao seu eixo – faixas de projeto 2, 3, 6, 7, 8 e 9. Nas faixas de projeto longitudinais com 5 vãos, faixas de projeto: 2 e 3, percebe-se a convergência dos resultados apenas no meio do 2º e 4º vão. Entretanto, estas duas faixas apresentam as maiores divergências, entre todos os resultados, no meio do vão central (3º vão). Nos apoios deste 3º vão, percebe-se elevada divergência. Nas faixas de projeto transversais de 3 vãos, faixas de projeto: 6, 7, 8 e 9, as melhores convergências apresentam-se nos vãos centrais (2º vão) e nos apoios deste.

Tabela 5.31 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 3.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-60,3	339,1	-418,0	578,3
	MEF	-48,5	370,0	-433,0	610,8
	% Dif.	19,6%	-9,1%	-3,6%	-5,6%
2º Vão	MPE	-402,8	258,0	-219,3	569,1
	MEF	-419,0	258,0	-274,0	604,5
	% Dif.	-4,0%	0,0%	-24,9%	-6,2%
3º Vão	MPE	-181,1	47,1	-181,1	228,2
	MEF	-260,0	-9,5	-260,0	250,6
	% Dif.	-43,6%	120,1%	-43,6%	-9,8%
4º Vão	MPE	-219,3	258,0	-402,8	569,1
	MEF	-274,0	258,0	-419,0	604,5
	% Dif.	-24,9%	0,0%	-4,0%	-6,2%
5º Vão	MPE	-418,0	339,1	-60,3	578,3
	MEF	-433,0	370,0	-48,5	610,8
	% Dif.	-3,6%	-9,1%	19,6%	-5,6%

Tabela 5.32 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2 e 3. - Cordoalha 12,5mm.			20
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2 e 3.	170	209	-23%

Tabela 5.33 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 6 e 9.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-65,7	348,4	-390,6	576,6
	MEF	-53,2	394,0	-426,0	633,6
	% Dif.	19,0%	-13,1%	-9,1%	-9,9%
2º Vão	MPE	-359,8	205,9	-364,6	568,1
	MEF	-405,0	230,0	-405,0	635,0
	% Dif.	-12,6%	-11,7%	-11,1%	-11,8%
3º Vão	MPE	-390,6	348,4	-65,7	576,6
	MEF	-426,0	394,0	-53,2	633,6
	% Dif.	-9,1%	-13,1%	19,0%	-9,9%

Tabela 5.34 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 6 e 9. - Cordoalha 12,5mm.			20
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 6 e 9.	123	172	-40%

Tabela 5.35 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7 e 8.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-77,2	276,6	-322,8	476,6
	MEF	-38,8	297,0	-317,0	474,9
	% Dif.	-99,0%	6,9%	-1,8%	0,4%
2º Vão	MPE	-291,9	177,0	-291,9	468,9
	MEF	-295,0	166,0	-295,0	461,0
	% Dif.	1,1%	-6,6%	1,1%	1,7%
3º Vão	MPE	-322,8	276,6	-77,2	476,6
	MEF	-317,0	297,0	-38,8	474,9
	% Dif.	-1,8%	6,9%	-99,0%	0,4%

Tabela 5.36 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 7 e 8. - Cordoalha 12,5mm.			17
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 7e 8.	95	120	-26%

Mais uma vez, as divergências no consumo de armaduras passivas devem-se a identificação da necessidade de armadura complementar positiva nos vãos externos destas faixas, pelo programa que utiliza o MEF. O somatório de momentos totais, de todas as faixas de projeto, segundo MPE foi 16.430 kN.m e de acordo com o MEF foi de 16.733, uma variação de 1,8%.

Alerta-se para este estudo de caso que, mesmo para faixas de projeto regulares, não há uma garantia de convergência dos resultados para os vãos centrais para pórticos de múltiplos vãos como percebido no estudo de caso 5.7.5.

5.7.7 FÔRMA_7

A FÔRMA_7 trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figuras 5.27 e 5.28, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares de 40x120 cm. Laje de edificações com abertura central para caixa de escada e elevadores. Cotas em cm.

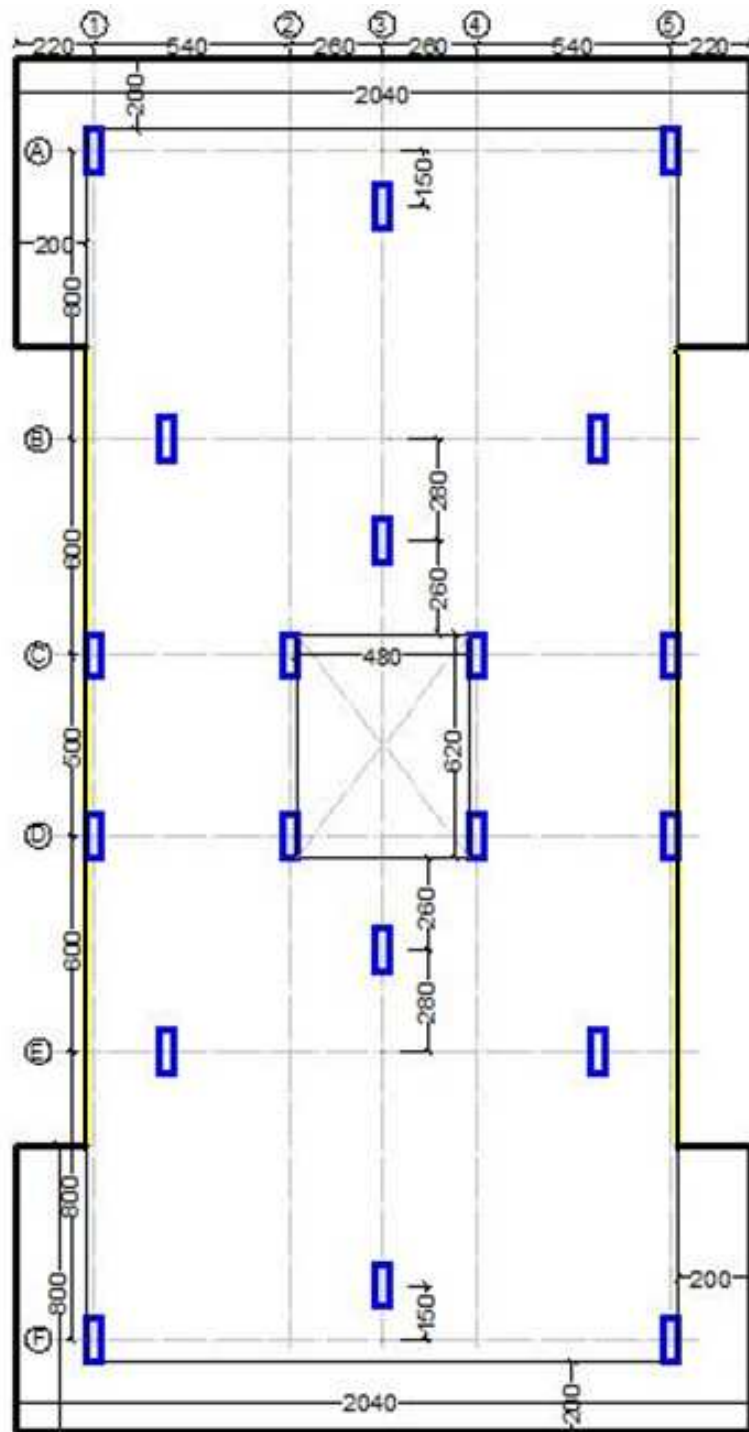


Figura 5.27 – Planta baixa da FÔRMA_7

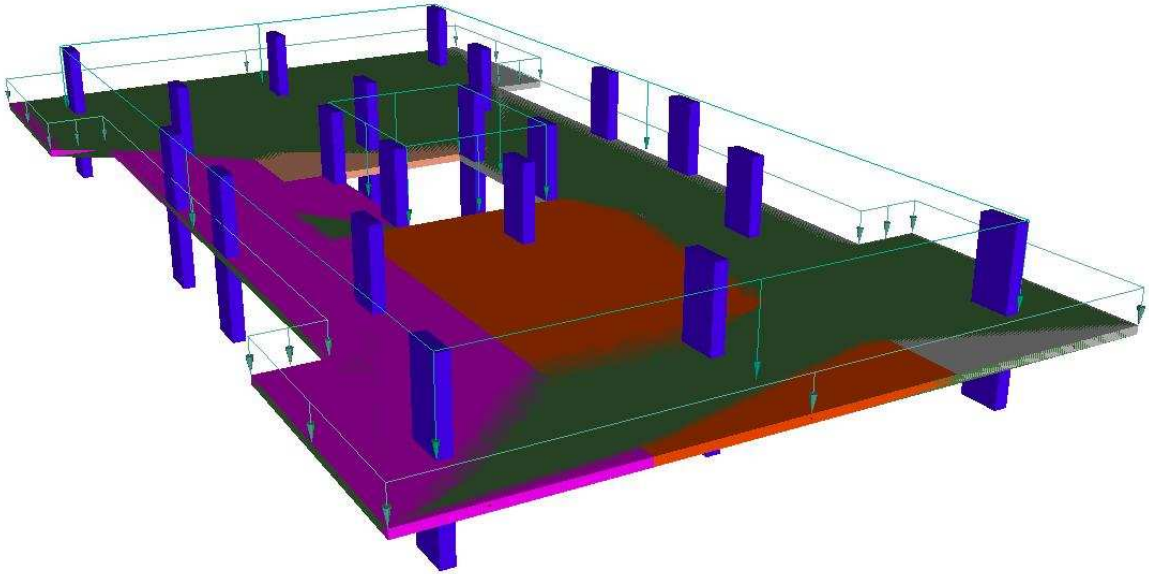


Figura 5.28 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área:
(revestimento + divisória) 2,0 kN/m²
 - ii. Carga distribuída Linear:
 - (unif. distr. no perímetro dos pilares externos) 5,0 kN/m
 - (unif. distr. no perímetro das varandas) 2,0 kN/m

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área:
(utilização) 2,0 kN/m²

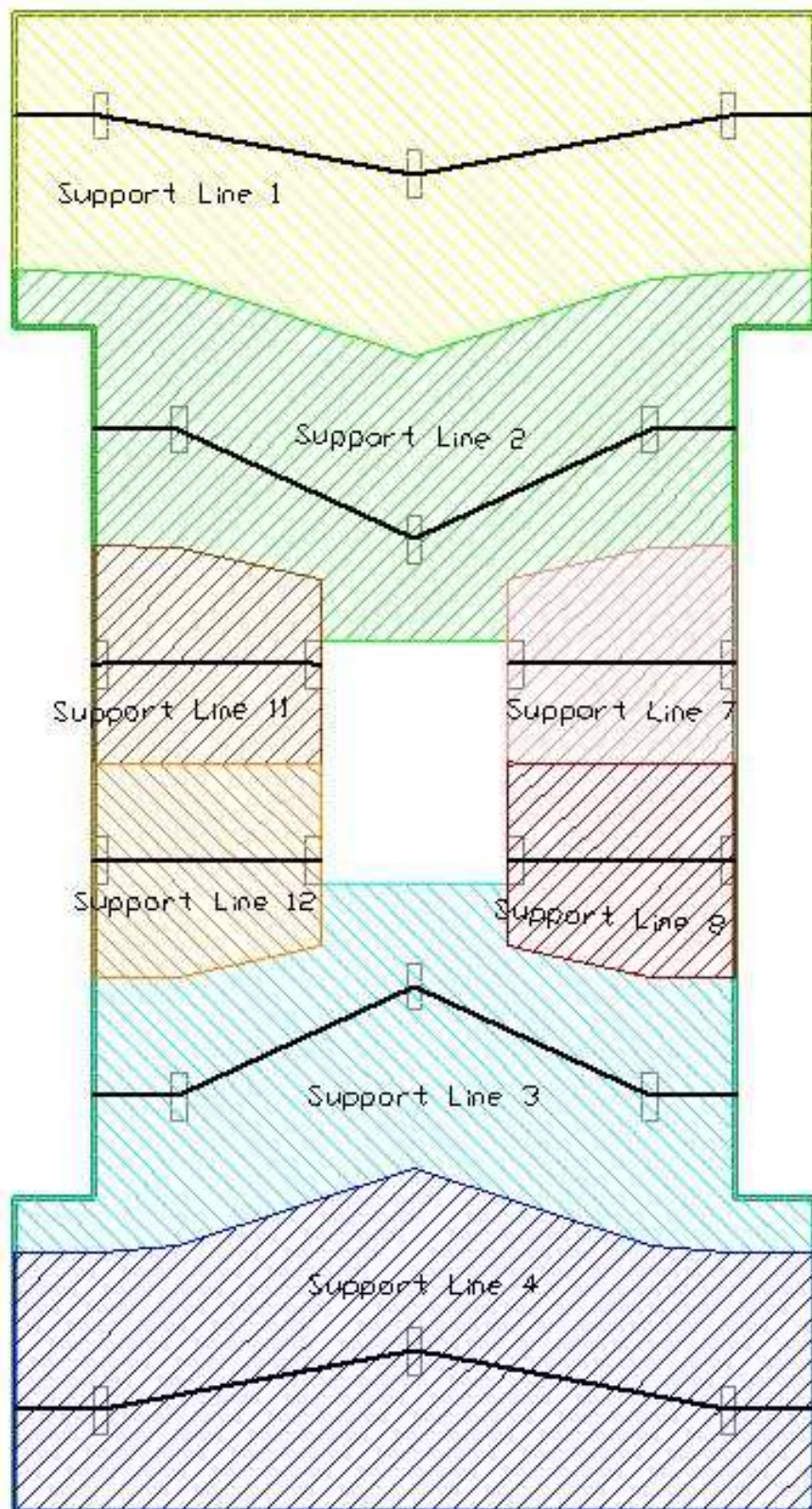
FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

Figura 5.29 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_7.

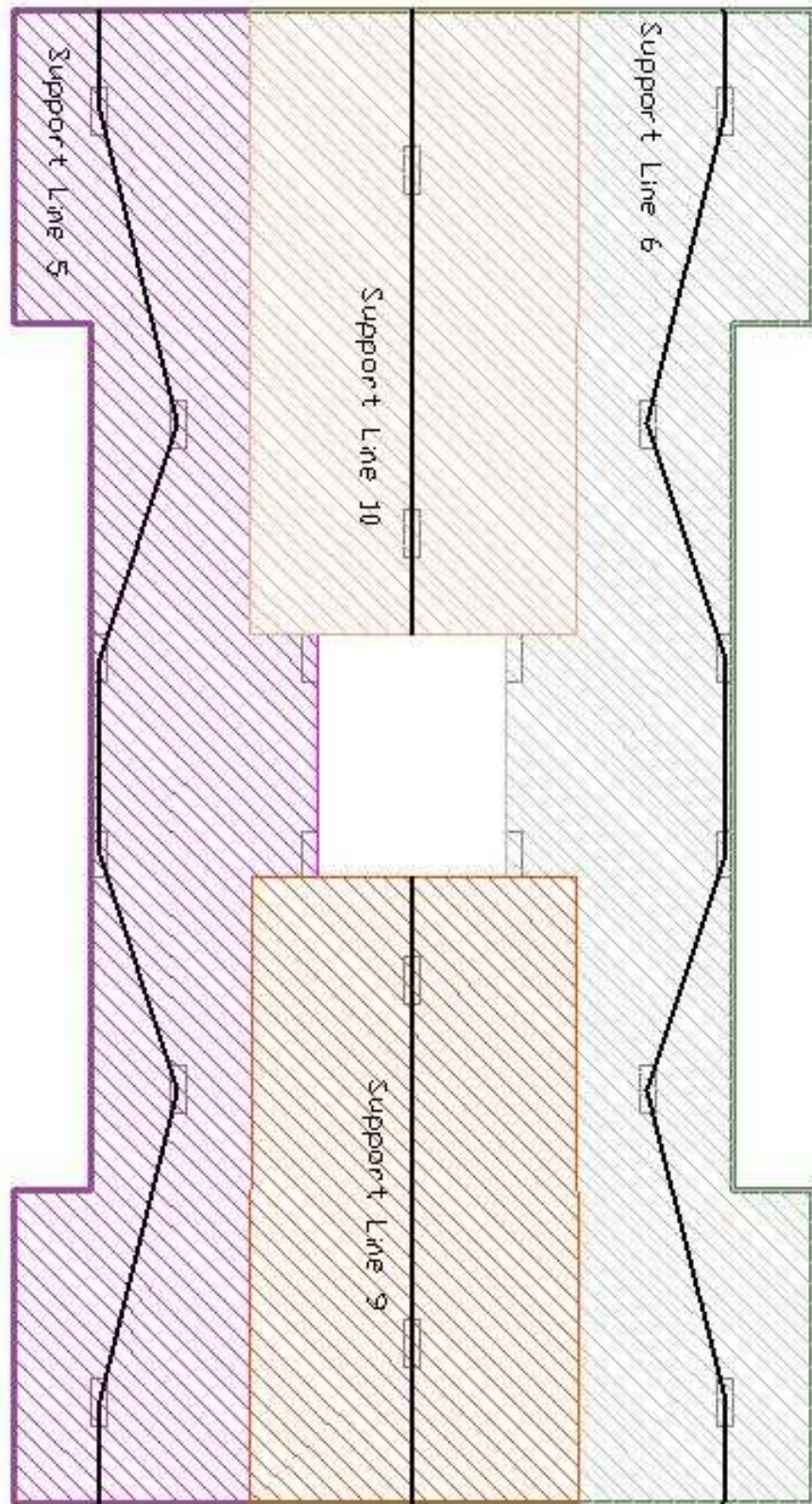


Figura 5.30 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_7.

Este é o primeiro caso onde a maioria das faixas de projeto não possui forma regular, largura da faixa constante, o que poderia penalizar os resultados obtidos pelo MPE. Isto se justificaria pela adoção de uma tributária idealizada com dimensões (áreas) superiores às tributárias reais (ver Figura 3.13).

É observado, nas Tabelas 5.37 e 5.38, referentes às faixas de projeto 1 e 4 - faixas externas com a linha de apoio próxima ao centro da faixa e balanços em ambos extremos, que as melhores convergências apresentam-se no meio dos vãos. Há um ligeiro consumo superior de armadura passiva, determinado pelo MPE.

Tabela 5.37 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1 e 4.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-214,0	214,0
	MEF	---	---	-168,0	168,0
	% Dif.	---	---	21,5%	21,5%
1º Vão	MPE	-256,0	313,0	-457,0	669,5
	MEF	-287,2	345,0	-587,2	782,2
	% Dif.	-12,2%	-10,2%	-28,5%	-16,8%
2º Vão	MPE	-454,0	313,0	-256,0	668,0
	MEF	-587,2	345,0	-287,2	782,2
	% Dif.	-29,3%	-10,2%	-12,2%	-17,1%
Balanço Direito	MPE	-214,0	---	---	214,0
	MEF	-168,0	---	---	168,0
	% Dif.	21,5%	---	---	27,4%

Tabela 5.38 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1 e 4. - Cordoalha 12,5mm.			19
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1 e 4.	113	110	3%

Nas Tabelas 5.39 e 5.40, referentes às faixas de projeto 2 e 3 - faixas internas com linha de apoio próxima ao centro da faixa e balanços em ambos extremos, que as melhores convergências apresentam-se no meio dos vãos. Alerta-se para considerável divergência entre os momentos totais encontrados. Segundo o MPE: 974 kN.m e, de acordo com o MEF: 1296 kN.m; uma variação de 33%.

Percebe-se uma maior concentração de carga nestas faixas, identificada pelo MEF. Na Tabela 5.40, apresenta-se um maior consumo de armadura pelo MEF.

Tabela 5.39 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 3.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-172,0	172,0
	MEF	---	---	-228,0	228,0
	% Dif.	---	---	-32,6%	-32,6%
1º Vão	MPE	-82,0	186,0	-181,0	317,5
	MEF	-227,0	190,7	-230,4	419,4
	% Dif.	-176,8%	-2,5%	-27,3%	-32,1%
2º Vão	MPE	-170,0	186,0	-82,0	312,0
	MEF	-225,0	177,0	-261,6	420,3
	% Dif.	-32,4%	4,8%	-219,0%	-34,7%
Balanço Direito	MPE	-172,0	---	---	172,0
	MEF	-228,0	---	---	228,0
	% Dif.	-32,6%	---	---	-32,6%

Tabela 5.40 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2 e 3. - Cordoalha 12,5mm.			15
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2 e 3.	73	87	-19%

As tabelas 5.41 e 5.42 fazem referência às faixas de projeto: 7, 8, 11 e 12 – faixas internas de único vão e pilares nos bordos. Observa-se, divergência significativa nos momentos totais, 32% superiores para o MEF. Os resultados mostraram-se convergentes para o meio do vão, com elevada divergência para um dos apoios. Estas divergências entre momentos totais e esforços pontuais não se refletiram no consumo de armadura passiva, que foi idêntico.

Tabela 5.41 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7, 8, 11 e 12.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	-82,0	186,0	-181,0	317,5
	MEF	-227,0	190,7	-230,4	419,4
	% Dif.	-176,8%	-2,5%	-27,3%	-32,1%

Tabela 5.42 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 7, 8, 11 e 12. - Cordoalha 12,5mm.			12
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 7, 8, 11 e 12	24	24	0%

É observado, na Tabelas 5.43, a dificuldade encontrada pelo MPE na obtenção da rigidez equivalente para os pilares que se encontram no bordo da laje (pilares centrais). Sobre estes pilares encontram-se as maiores divergências de resultados. Estas faixas de projeto: 5 e 6, são faixas externas com a linha de apoio hora no centro da laje, hora no bordo.

Tabela 5.43 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5 e 6.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-210,4	210,4
	MEF	---	---	-219,0	219,0
	% Dif.	---	---	-4,1%	-4,1%
1º Vão	MPE	-249,1	294,5	-224,2	531,2
	MEF	-224,0	251,0	-126,0	426,0
	% Dif.	10,1%	14,8%	43,8%	19,8%
2º Vão	MPE	-112,0	146,9	-55,6	230,7
	MEF	-117,0	97,0	4,7	153,2
	% Dif.	-4,5%	34,0%	108,5%	33,6%
3º Vão	MPE	-59,0	75,7	-59,0	134,7
	MEF	-31,9	128,0	-31,9	159,9
	% Dif.	45,9%	-69,1%	45,9%	-18,7%
4º Vão	MPE	-55,6	146,9	-112,0	230,7
	MEF	4,6	96,6	-117,0	152,8
	% Dif.	108,3%	34,2%	-4,5%	33,8%
5º Vão	MPE	-224,2	294,5	-249,1	531,2
	MEF	-128,0	251,0	-224,0	427,0
	% Dif.	42,9%	14,8%	10,1%	19,6%
Balanço Direito	MPE	-210,4	---	---	210,4
	MEF	-219,0	---	---	219,0
	% Dif.	-4,1%	---	---	-4,1%

Observa-se, um somatório de momentos totais, para estas faixas, 13% superior segundo o MPE. Na Tabela 5.44, pode-se perceber ligeiro consumo superior de armadura segundo o MPE.

Tabela 5.44 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 5 e 6. - Cordoalha 12,5mm.			17
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 5 e 6.	210	197	6%

Nota-se na Tabela 5.45, que faz referência às faixas de projeto: 9 e 10 – faixas de projeto interna, com linha de apoio centrada, de único vão e com balanço em ambos extremos, considerável divergência entre os resultados. O somatório de momentos totais apresentou divergência de 34%. Segundo o MPE este foi de 1907 kN.m e de acordo com o MEF 1255 kN.m. Entretanto, estas divergências não refletiram-se no consumo de armadura, que foi idêntico conforme Tabela 5.46.

Tabela 5.45 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 9 e 10.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-274,5	274,5
	MEF	---	---	-105,0	105,0
	% Dif.	---	---	61,7%	61,7%
1º Vão	MPE	-342,5	455,4	-526,7	890,0
	MEF	-235,0	348,0	-339,0	635,0
	% Dif.	31,4%	23,6%	35,6%	28,7%
Balanço Direito	MPE	-742,2	---	---	742,2
	MEF	-515,0	---	---	515,0
	% Dif.	30,6%	---	---	30,6%

Tabela 5.46 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 9 e 10. - Cordoalha 12,5mm.			38
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 9 e 10.	87	87	0%

O somatório dos momentos totais segundo o MPE foi de 13.528 kN.m e de acordo com o MEF, 13.162 kN.m. O MPE foi ligeiramente superior, 3% maior do que o MEF, o que já poderia ser esperado pelas aproximações na definição de suas áreas tributárias. Esta pequena divergência, de apenas 3%, deve-se a eficiência na

definição das faixas de projeto segundo o MPE, para esta laje. Em todos os casos analisados anteriormente, este é o primeiro onde o somatório dos momentos totais segundo o MPE é maior que o encontrado pelo MEF.

Registra-se, que o peso total de armadura passiva encontrado pelos dois métodos foi praticamente idêntico. Segundo o MPE o consumo foi de 1062 kg e segundo o MEF, 1058 kg. Neste caso, a quantidade total de armadura passiva segundo ambos os métodos não mudou, apenas sua distribuição.

5.7.8 FÔRMA_8

Trata-se de uma laje lisa protendida, ver Figura 5.31 e 5.32, com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares com seção circular e diâmetro de 60 cm. Laje de forma irregular. Laje de cobertura, sem acesso ao público. Cotas em cm.

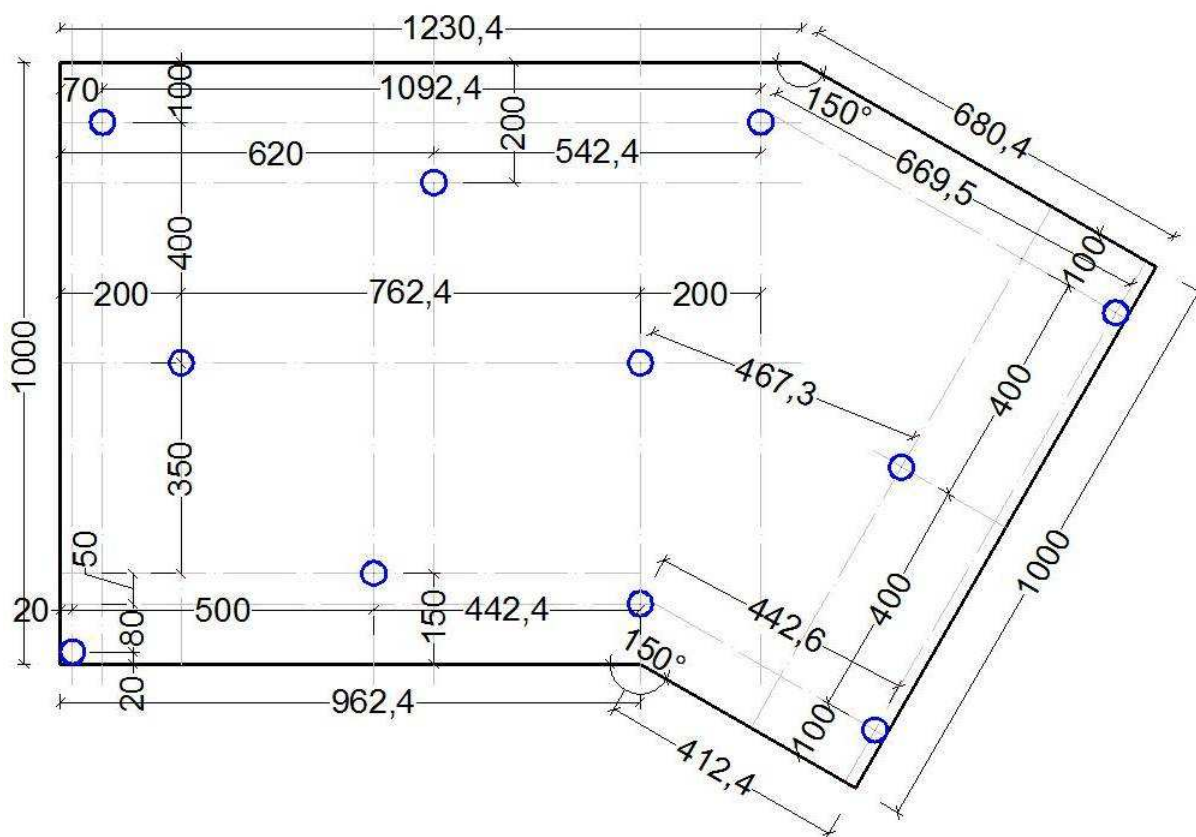


Figura 5.31 – Planta baixa da FÔRMA_8

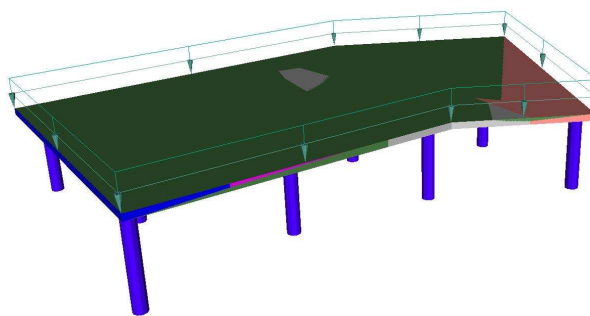


Figura 5.32 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	COBERTURA
Altura do Piso:	3,00 m
Continuidade dos Pilares:	NÃO.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 1,0 kN/m²
(revestimento + impermeabilização)
- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 0,5 kN/m²
(utilização)

FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

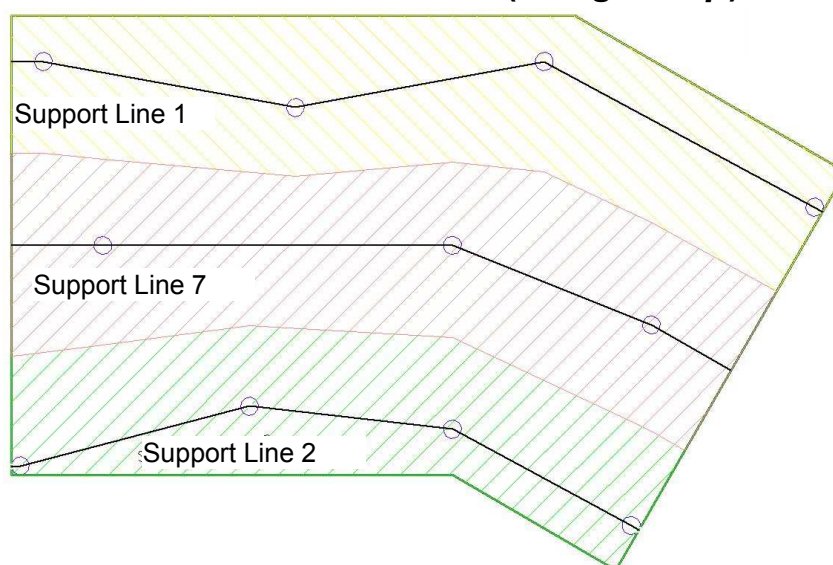


Figura 5.33 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_8.

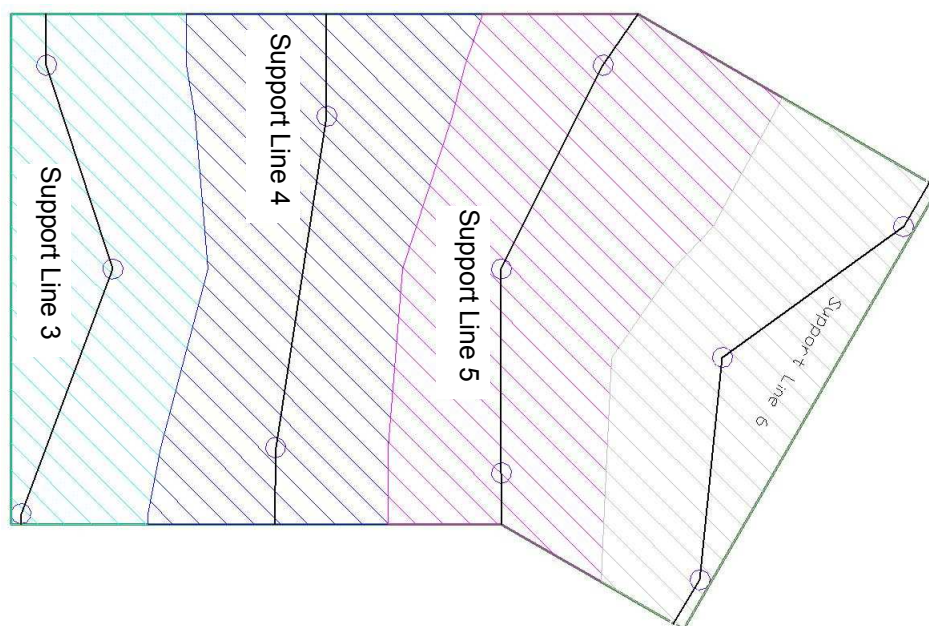


Figura 5.34 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_8.

A Tabela 5.47, faz referência à faixa de projeto 1, trata-se de faixa externa de forma bem irregular com a linha de apoio razoavelmente centrada. Nota-se elevada divergência nos apoios externos, com razoável convergência no meio do 2º vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 326 kN.m e de acordo com o MEF de 243 kN.m. O MEP resultou em um momento total maior em 26%. Na Tabela 5.48, percebe-se o mesmo consumo de armadura.

Tabela 5.47 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-2,9	2,9
	MEF	---	---	-11,0	11,0
	% Dif.	---	---	-279,3%	-279,3%
1º Vão	MPE	-8,3	68,3	-57,2	101,1
	MEF	-1,6	56,3	-30,6	72,4
	% Dif.	80,7%	17,6%	46,5%	28,4%
2º Vão	MPE	-50,3	39,7	-62,8	96,3
	MEF	-25,9	37,2	-39,4	69,9
	% Dif.	48,5%	6,3%	37,3%	27,4%
3º Vão	MPE	-76,7	79,5	-16,0	125,9
	MEF	-46,6	72,3	12,3	89,5
	% Dif.	39,2%	9,1%	176,9%	28,9%

Tabela 5.48 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1. - Cordoalha 12,5mm.			8
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1.	61	61	0 %

A Tabela 5.49, faz referência à faixa de projeto 7, trata-se de faixa interna de forma bem irregular com a linha de apoio centrada. Nota-se elevada divergência no meio do 2º vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 378 kN.m e de acordo com o MEF de 153 kN.m. O MEP resultou em um momento total maior em 60%. Observa-se, que quanto maior for a irregularidade da faixa de projeto, maiores serão as diferenças entre a tributária real e a idealizada para o MEP, ver Figura 3.13.

Tabela 5.49 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 7.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-55,8	55,8
	MEF	---	---	-16,7	16,7
	% Dif.	---	---	70,1%	70,1%
1º Vão	MPE	-88,3	101,1	-100,9	195,7
	MEF	-6,6	47,4	-27,3	64,4
	% Dif.	92,5%	53,1%	72,9%	67,1%
2º Vão	MPE	-74,2	21,3	-34,4	75,6
	MEF	-30,3	61,6	15,1	69,2
	% Dif.	59,2%	-189,2%	143,9%	8,5%
Balanço Direito	MPE	-50,9	---	---	50,9
	MEF	-2,8	---	---	2,8
	% Dif.	94,5%	---	---	94,5%

A Tabela 5.50, apresenta um consumo de armadura passiva superior 25% maior do MEF em relação ao MPE. A princípio, controverso confrontando-se este consumo com a variação de momentos totais. Este consumo superior de armadura, segundo o MEF, justifica-se pela adoção de armadura mínima positiva, item 4.4.3.1.

Tabela 5.50 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 7. - Cordoalha 12,5mm.			8
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 7.	76	94	-24 %

A Tabela 5.51, faz referência à faixa de projeto 2, trata-se de faixa externa de forma bem irregular com a linha de apoio variável em relação ao centro. Nota-se elevada divergência no primeiro apoio do 1º vão (pilar de canto). Apresenta boa convergência no meio do 3º vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 183 kN.m e de acordo com o MEF de 138 kN.m. O MEP resultou em um momento total maior em 24%. Na Tabela 5.52, percebe-se um consumo superior de armadura, segundo o MPE, de 12%.

Tabela 5.51 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	0,5	58,9	-41,8	79,5
	MEF	21,9	48,8	-16,9	46,3
	% Dif.	-4280,0%	17,1%	59,5%	41,8%
2º Vão	MPE	-34,3	27,5	-20,8	55,1
	MEF	-22,1	38,3	-10,8	54,8
	% Dif.	35,6%	-39,3%	48,1%	0,5%
3º Vão	MPE	-23,9	41,6	9,6	48,8
	MEF	-6,1	39,8	10,8	37,5
	% Dif.	74,5%	4,3%	-12,5%	23,2%

Tabela 5.52 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2. - Cordoalha 12,5mm.			7
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2.	41	36	12 %

A Tabela 5.53, faz referência à faixa de projeto 3, trata-se de faixa externa de forma bem irregular com a linha de apoio variável em relação ao centro. Nota-se elevada divergência no primeiro apoio do 1º vão (pilar de canto). Apresenta boa convergência no meio do 1º vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 157 kN.m e de acordo com o MEF de 104 kN.m. O MEP resultou em um momento total superior em 34%. Na Tabela 5.54, percebe-se um consumo superior de armadura, segundo o MEF, de 22%.

Tabela 5.53 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 3.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN,m)			M. Total (kN,m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
1º Vão	MPE	3,6	64,5	-47,1	86,3
	MEF	26,8	60,3	-3,5	48,7
	% Dif.	-644,4%	6,5%	92,6%	43,6%
2º Vão	MPE	-41,8	42,1	1,2	62,4
	MEF	6,0	45,4	3,2	40,8
	% Dif.	114,4%	-7,8%	-166,7%	34,6%
Balanço Direito	MPE	-8,4	---	---	8,4
	MEF	-14,9	---	---	14,9
	% Dif.	-77,4%	---	---	-77,4%

Tabela 5.54 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 3. - Cordoalha 12,5mm.			8
ARMADURA PASSIVA			
FAIXA DE PROJETO	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 3.	32	39	-22 %

A Tabela 5.55, faz referência à faixa de projeto 4, trata-se de faixa interna, com forma bem irregular com a linha de apoio centrada. Nota-se elevada divergência no primeiro apoio do 1º vão (pilar de canto). O MPE apresenta resultados mais elevados em todos os pontos avaliados. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 276 kN.m e de acordo com o MEF de 156 kN.m. O MEP resultou em um momento total superior em 44%. Na Tabela 5.56, percebe-se o mesmo consumo de armadura passiva.

Tabela 5.55 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 4.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-30,6	30,6
	MEF	---	---	-23,2	23,2
	% Dif.	---	---	24,2%	24,2%
1º Vão	MPE	-57,5	100,8	-87,8	173,5
	MEF	-15,4	60,6	-36,4	86,5
	% Dif.	73,2%	39,9%	58,5%	50,1%
Balanço Direito	MPE	-72,3	---	---	72,3
	MEF	-46,0	---	---	46,0
	% Dif.	36,4%	---	---	36,4%

Tabela 5.56 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 4. - Cordoalha 12,5mm.			9
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 4.	30	30	0 %

A Tabela 5.57, faz referência à faixa de projeto 5, trata-se de faixa interna, com forma bem irregular com a linha de apoio centrada. Nota-se razoável convergência no meio do 2º vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 184 kN.m e de acordo com o MEF de 154 kN.m. O MEP resultou em um momento total superior em 16%. Na Tabela 5.56, percebe-se um consumo superior de armadura passiva segundo o MPE.

Tabela 5.57 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 5.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-12,8	12,8
	MEF	---	---	-11,1	11,1
	% Dif.	---	---	13,3%	13,3%
1º Vão	MPE	-8,1	31,7	-47,5	59,5
	MEF	-5,0	50,5	-0,6	53,3
	% Dif.	38,3%	-59,3%	98,7%	10,4%
2º Vão	MPE	-45,3	60,5	-15,1	90,7
	MEF	-7,8	64,6	-4,3	70,7
	% Dif.	82,8%	-6,8%	71,5%	22,1%
Balanço Direito	MPE	-21,0	---	---	21,0
	MEF	-19,0	---	---	19,0
	% Dif.	9,5%	---	---	9,5%

Tabela 5.58 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 5. - Cordoalha 12,5mm.			10
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 5.	38	36	5 %

A Tabela 5.59, faz referência à faixa de projeto 6, trata-se de faixa externa, com forma bem irregular com a linha de apoio variável em relação ao centro. Nota-se, a maior divergência dos resultados sobre o pilar central. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 146 kN.m e de acordo com o MEF de 121 kN.m. O MEP resultou em um momento total superior em 17%. Na Tabela 5.60, percebe-se um consumo superior de armadura passiva segundo o MEF.

Tabela 5.59 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 6.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-5,2	5,2
	MEF	---	---	-4,4	4,4
	% Dif.	---	---	15,4%	15,4%
1º Vão	MPE	4,7	44,5	-36,5	60,4
	MEF	5,6	39,5	-14,8	44,1
	% Dif.	-19,1%	11,2%	59,5%	27,0%
2º Vão	MPE	-37,0	54,5	0,5	72,8
	MEF	-8,0	61,6	2,0	64,6
	% Dif.	78,4%	-13,0%	-300,0%	11,2%
Balanço Direito	MPE	-8,1	---	---	8,1
	MEF	-8,0	---	---	8,0
	% Dif.	1,2%	---	---	1,2%

O consumo total de armadura passiva segundo o MPE é de 306 kg e de acordo com o MEF é 326 kg, uma variação de 6% no consumo de armadura passiva. Ressalta-se, o ligeiro consumo superior de armadura passiva pelo MEF. A quantidade de armadura, seu comprimento e posicionamento foram praticamente idênticos em todas as faixas, exceto, no primeiro vão da faixa de projeto 7.

Tabela 5.60 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 6. - Cordoalha 12,5mm.			9
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 6.	28	30	-7 %

O somatório de momentos totais segundo o MPE foi de 1651 kN.m, e segundo o MEF de 1069 kN.m. Uma diferença de aproximadamente de 35%. Lembra-se, que a determinação das áreas tributárias idealizadas para cada faixa, pelo Método dos Pórticos Equivalentes, são maiores que as áreas tributárias reais o que resulta diretamente no acréscimo do carregamento (peso próprio, sobrecarga e carga permanente adicional) e estes são multiplicados pelo quadrado da distância entre os apoios.

5.7.9 FÔRMA_9

Trata-se de uma laje lisa protendida com espessura constante de 25 cm, apoiada sobre pilares com seção circular e diâmetro de 60 cm. Laje de forma regular com linhas de apoio irregular. Laje de cobertura com acesso ao público.

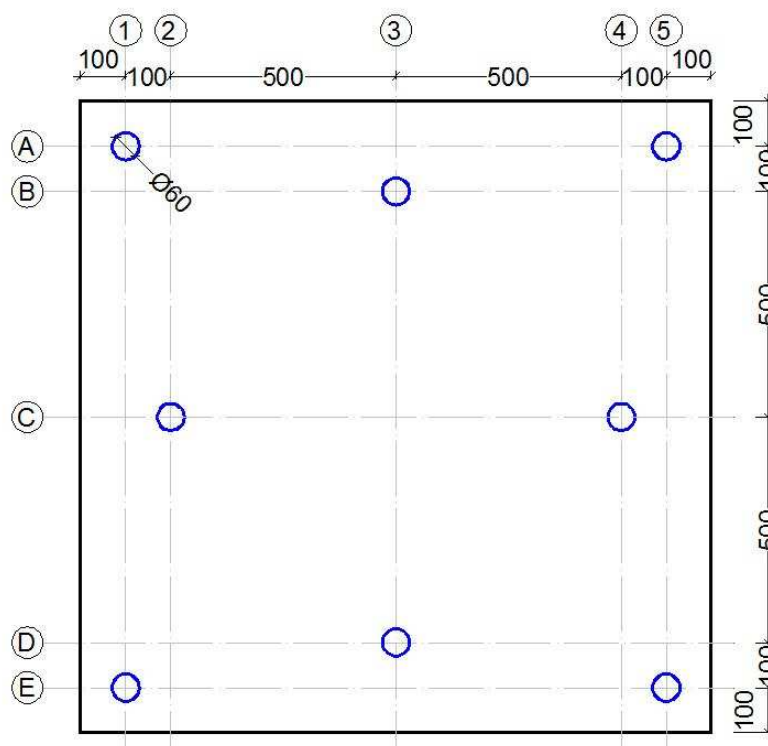


Figura 5.35 – Planta baixa da FÔRMA_9 – (cotas em cm)

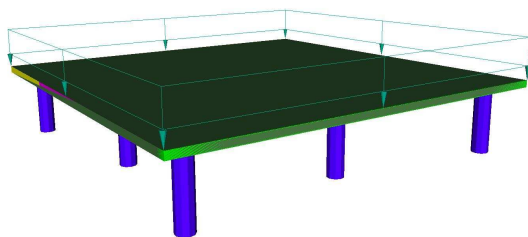


Figura 5.36 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	COBERTURA
Altura do Piso:	3,00 m
Continuidade dos Pilares:	NÃO.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área: 1,0 kN/m²
(revestimento + impermeabilização)
 - ii. Carga distribuída Linear: 3,0 kN/m
(unif. distr. no perímetro da laje)

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área: 3,0 kN/m²
(utilização)

FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

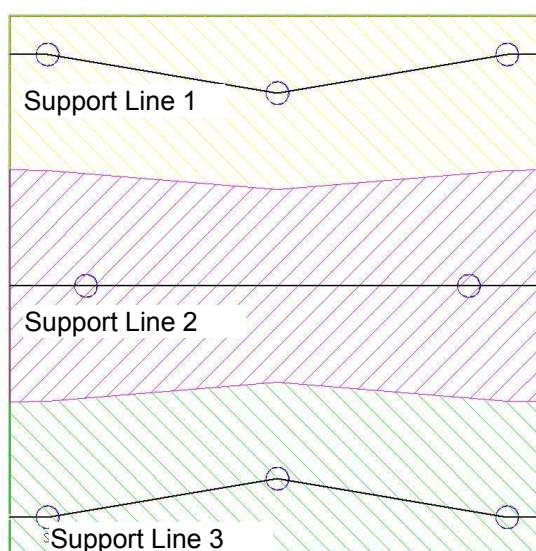


Figura 5.37 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_9.

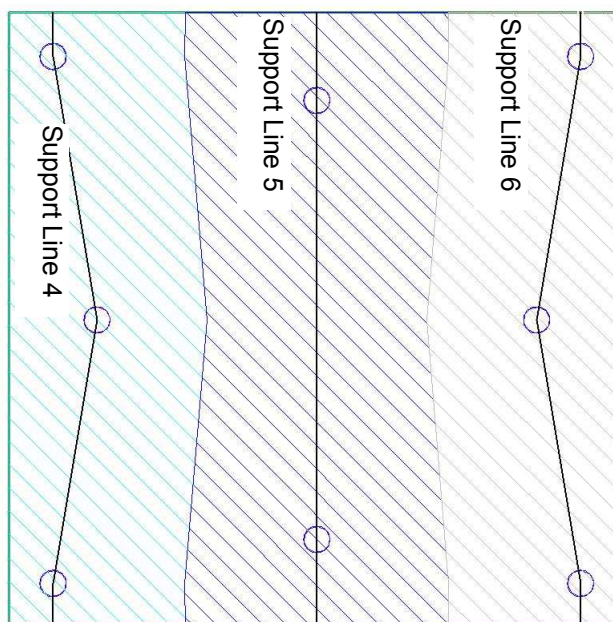


Figura 5.38 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_9.

A Tabela 5.61, faz referência à faixa de projeto 1, 3, 4 e 6 - trata-se de faixas externas, de forma irregular com a linha de apoio razoavelmente centrada. Nota-se divergência dos resultados nos apoios externos, com pouca convergência no meio do 1º e 2º vãos. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 545 kN.m e de acordo com o MEF de 420 kN.m. O MEP resultou em um momento total maior em 23%. Na Tabela 5.62, percebe-se o consumo de armadura passiva ligeiramente superior para o MPE.

Tabela 5.61 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 3, 4 e 6.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-23,8	23,8
	MEF	---	---	-28,0	28,0
	% Dif.	---	---	-17,6%	-17,6%
1º Vão	MPE	-43,4	150,0	-154,3	248,9
	MEF	-19,8	123,0	-98,2	182,0
	% Dif.	54,4%	18,0%	36,4%	26,9%
2º Vão	MPE	-154,3	150,0	-43,4	248,9
	MEF	-98,2	123,0	-19,8	182,0
	% Dif.	36,4%	18,0%	54,4%	26,9%
Balanço Direito	MPE	-23,8	---	---	23,8
	MEF	-28,0	---	---	28,0
	% Dif.	-17,6%	---	---	-17,6%

Tabela 5.62 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1, 3, 4 e 6. - Cordoalha 12,5mm.			11
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 3, 4 e 6	59	55	6 %

A Tabela 5.63, faz referência à faixa de projeto 2 e 5 - trata-se de faixas internas, de forma irregular com a linha de apoio centrada. Nota-se elevada divergência no 1º vão. Tanto nos apoios como no meio do vão. O somatório de momentos totais para esta faixa segundo o MEP foi de 1137 kN.m, e de acordo com o MEF de 707 kN.m. O MEP resultou em um momento total maior em 38%. Na Tabela 5.64, percebe-se o consumo de armadura passiva superior para o MPE.

Tabela 5.63 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2 e 5.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-152,2	152,2
	MEF	---	---	-163,0	163,0
	% Dif.	---	---	-7,1%	-7,1%
1º Vão	MPE	-394,6	438,4	-394,6	833,0
	MEF	-198,0	183,0	-198,0	381,0
	% Dif.	49,8%	58,3%	49,8%	54,3%
Balanço Direito	MPE	-152,2	---	---	152,2
	MEF	-163,0	---	---	163,0
	% Dif.	-7,1%	---	---	-7,1%

Tabela 5.64 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2 e 6. - Cordoalha 12,5mm.			15
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2 e 5.	70	58	17 %

Observa-se, em todas as faixas de projeto: internas e externas, que a linha de apoio está razoavelmente centrada e com os pilares longe da borda, fato que favorece ao MPE. Entretanto, por terem tramos de forma irregular, todas estas faixas apresentam momentos totais superiores aos encontrados pelo MEF, devido às

intrínsecas aproximações do MPE. O somatório de momentos totais segundo o MPE foi de 4.456 kN.m, segundo o MEF: 3.094 kN.m; uma variação de 31%. Registra-se, novamente, que a determinação das áreas tributárias idealizadas para cada faixa, pelo MPE, são maiores que as áreas tributárias reais, o que resulta no acréscimo significativo dos esforços.

O consumo total de armadura passiva segundo o MPE foi de 376 kg, segundo o MEF: 336 kg, um consumo superior em 11%. A quantidade de armadura e seu posicionamento foram praticamente idênticos em todas as faixas, exceto, no vão central das faixas de projeto 2 e 5. O programa que utiliza o MPE identifica a necessidade de armadura passiva positiva para atender ao ELU – item 4.5.

5.7.10 FÔRMA_10

Trata-se de uma laje lisa protendida com espessura constante de 20 cm apoiada sobre pilares com seção de 40x40 cm. Laje de forma quadrada com distância entre eixos de 760 cm e balanços nos quatro bordos de 265 cm. Laje com vãos e carregamentos típicos de edificações. Cotas em cm.

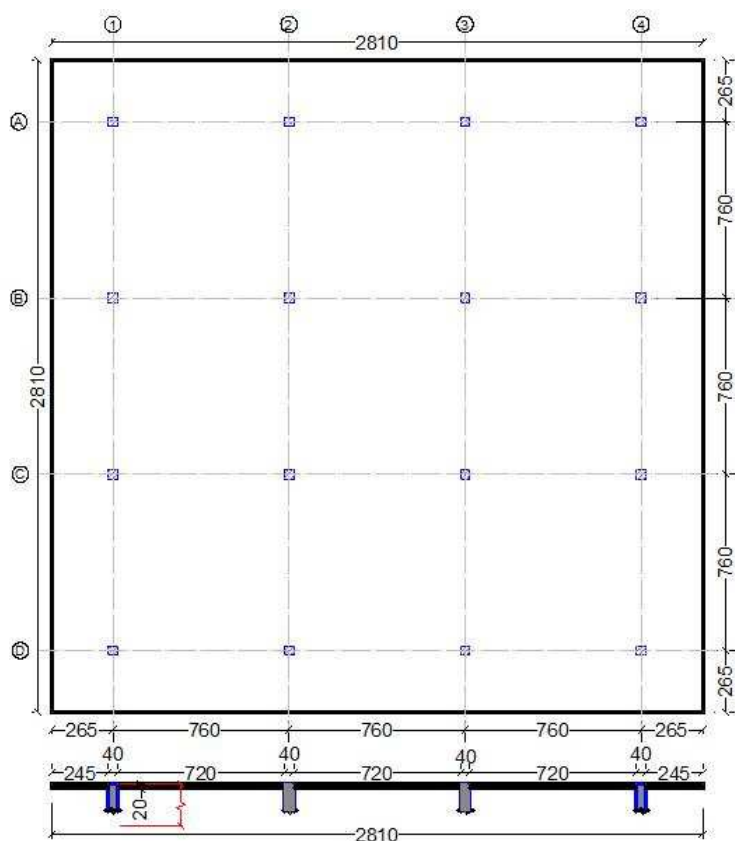


Figura 5.39 – Planta baixa e elevação da FÔRMA_10

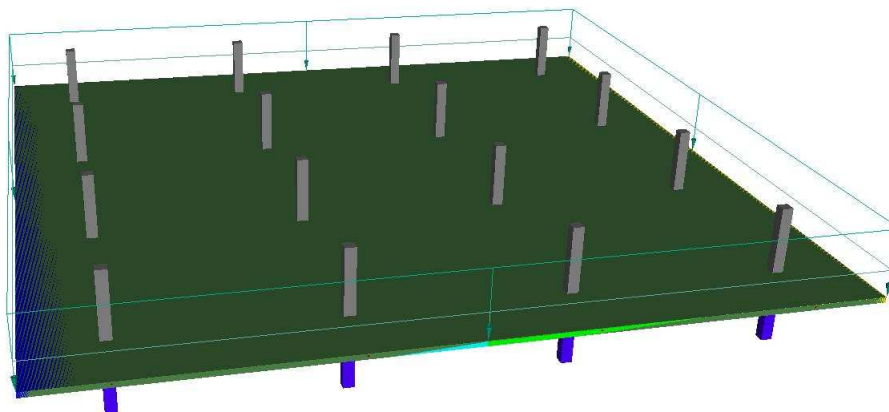


Figura 5.40 – Vista espacial da estrutura com indicação de carregamentos.

CARACTERÍSTICAS DA FÔRMA:

Pavimento típico:	INTERMEDIÁRIO
Altura do Piso:	2,65 m
Continuidade dos Pilares:	SIM.
Condição de Contorno dos Pilares:	ENGASTADO

CARREGAMENTOS:

- PERMANENTE:
 - i. Carga distribuída por área:
(revestimento + divisórias) 2,0 kN/m²
 - ii. Carga distribuída Linear:
(unif. distr. no perímetro da laje) 5,0 kN/m

- ACIDENTAL (variável)
 - i. Carga distribuída por área:
(utilização) 2,0 kN/m²

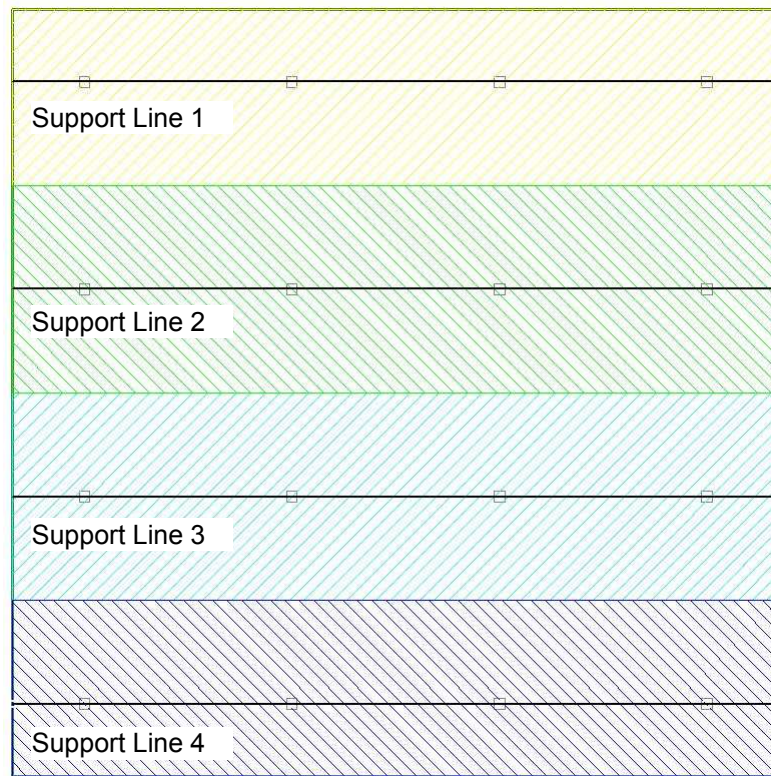
FAIXAS DE PROJETO (*design strip*).

Figura 5.41 – Faixas de projeto na direção X, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_10.

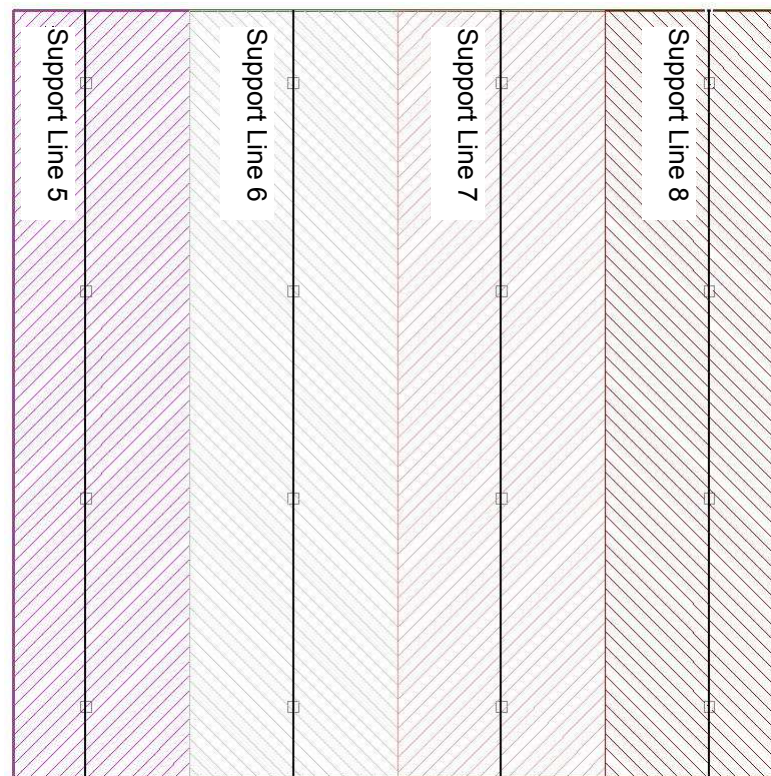


Figura 5.42 – Faixas de projeto na direção Y, identificadas por suas *support lines*, para a FÔRMA_10.

A Tabela 5.65, faz referência às faixas de projeto 1, 4, 5 e 8: trata-se de faixas externas, de forma regular com a linha de apoio centrada. Nota-se ótima convergência em todos os pontos avaliados. O somatório de momentos totais para estas faixas, segundo o MEP foi de 2227 kN.m, e de acordo com o MEF de 2271 kN.m. O MEP resultou em um momento total menor em 2%. Na Tabela 5.66, percebe-se o consumo de armadura passiva idêntico para ambos os métodos.

Tabela 5.65 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 1, 4, 5 e 8.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-335,1	335,1
	MEF	---	---	-343,0	343,0
	% Dif.	---	---	-2,4%	-2,4%
1º Vão	MPE	-314,4	211,1	-301,2	518,9
	MEF	-331,0	202,0	-319,0	527,0
	% Dif.	-5,3%	4,3%	-5,9%	-1,6%
2º Vão	MPE	-303,0	215,9	-303,0	518,9
	MEF	-320,0	209,0	-320,0	529,0
	% Dif.	-5,6%	3,2%	-5,6%	-1,9%
3º Vão	MPE	-301,2	211,1	-314,4	518,9
	MEF	-320,0	209,0	-320,0	529,0
	% Dif.	-6,2%	1,0%	-1,8%	-1,9%
Balanço Direito	MPE	-335,1	---	---	335,1
	MEF	-343,0	---	---	343,0
	% Dif.	-2,4%			-2,4%

Tabela 5.66 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 1, 4, 5 e 8. - Cordoalha 12,5mm.			16
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 1, 4, 5 e 8.	122	122	0 %

A Tabela 5.67, faz referência às faixas de projeto 2, 3, 6 e 7: trata-se de faixas internas, de forma regular com a linha de apoio centrada. Nota-se, excelente convergência em todos os pontos avaliados. O somatório de momentos totais para estas faixas foi praticamente idêntico, segundo o MEP: 2444 kN.m, e de acordo com o MEF: 2441 kN.m. Uma variação de 0,1%. Na Tabela 5.66, percebe-se o consumo de armadura passiva idêntico para ambos os métodos.

Tabela 5.67 - Comparação dos momentos fletores obtidos através do MPE e MEF para a Support Line 2, 3, 6 e 7.

VÃO		MOMENTOS DE PROJETO (kN.m)			M. Total (kN.m)
		FDA Esq.	M. Vão	FDA Dir.	
Balanço Esquerdo	MPE	---	---	-373,7	373,7
	MEF	---	---	-372,0	372,0
	% Dif.	---	---	0,5%	0,5%
1º Vão	MPE	-349,1	228,3	-325,5	565,6
	MEF	-354,0	229,0	-322,0	567,0
	% Dif.	-1,4%	-0,3%	1,1%	-0,2%
2º Vão	MPE	-328,0	237,7	-328,0	565,7
	MEF	-323,0	242,0	-323,0	565,0
	% Dif.	1,5%	-1,8%	1,5%	0,1%
3º Vão	MPE	-325,5	228,3	-349,1	565,6
	MEF	-323,0	242,0	-323,0	565,0
	% Dif.	0,8%	-6,0%	7,5%	0,1%
Balanço Direito	MPE	-373,7	---	---	373,7
	MEF	-372,0	---	---	372,0
	% Dif.	0,5%	---	---	0,5%

Tabela 5.68 - Comparação entre o consumo de armaduras, passivas e ativas, obtidos através do MPE e MEF.

CONSUMO DE ARMADURA ATIVA POR FAIXA DE PROJETO			
Support Line 2, 3, 6 e 7.- Cordoalha 12,5mm.			18
ARMADURA PASSIVA			
Faixa de Projeto	MPE (kg)	MEF (kg)	DIF. (%)
Support Line 2, 3, 6 e 7.	138	138	0 %

A armadura passiva requerida, para esta laje segundo ambos os métodos, foi idêntica. O somatório de momentos totais segundo o MPE foi de 18685 kN.m, e segundo o MEF de 18848. Uma ligeira variação de 0,9%. Esta laje possui características que favorecem a convergência dos resultados. Podemos destacar as principais características para esta convergência:

- Faixas de projeto bem regulares;
- Proporções entre vãos e balanço (35% do vão adjacente), e vãos idênticos;
- Ausência de pilares no bordo da laje;
- Linhas de apoio próximas ao centro da faixa de projeto;

As duas primeiras características favorecem a convergência na determinação das áreas tributárias segundo ambos os métodos. O que implica diretamente na determinação dos carregamentos.

As duas últimas características favorecem a convergência entre os métodos pela eficiência na determinação da rigidez do pilar equivalente, segundo o MPE, que se aproxima muito à rigidez obtida pelo MEF. O que implica diretamente na determinação dos momentos.

Capítulo VI – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

Este trabalho teve por objetivo fazer uma comparação entre os Métodos dos Pórticos Equivalentes (MPE) e o Método dos Elementos Finitos (MEF), sendo estes os métodos mais utilizados para a determinação de esforços em pisos de edifícios com a aplicação da protensão. As conclusões que seguem estão fundamentadas nos estudos de casos aqui analisados, limitados pelos critérios a eles atribuídos.

Conclui-se, que a convergência entre os esforços obtidos segundo ambos os métodos é esporádica. Para que haja a predisposição de convergência entre os métodos de análise, as faixas de projeto, que resultam da laje a ser analisada, devem apresentar características necessárias distintas que por si só não são suficientes. As faixas de projeto devem ser regulares, as linhas de apoio (*support lines*) devem estar próximas ao eixo longitudinal da faixa e devem ser guardadas certas relações entre os vãos. A simples presença de um pilar no bordo da laje pode ser condição suficiente para que os esforços obtidos, segundo ambos os métodos, sejam bem divergentes.

O MPE não avalia com precisão a rigidez da união entre a laje e o pilar caso estes estejam próximos ao bordo das lajes. Nas faixas de projeto, que apresentam as linhas de apoio (*support lines*) próximas ao bordo da laje, a aplicação do MPE também fica prejudicada devido às limitações de cálculos inerentes a este método. Os esforços assim obtidos pelo MPE tendem a convergir com os esforços calculados pelo método de pórtico simples. Estes por sua vez, são divergentes dos obtidos via MEF.

Nas faixas de projeto irregulares, o MPE tende a ser mais conservador que o MEF na determinação dos esforços. E isto deve-se à regularização destas faixas em uma forma idealizada que gera, invariavelmente a favor da segurança, uma área tributária maior. Sendo esta tendência maior, quanto mais irregulares forem as faixas de projeto.

A obtenção de momentos de projeto divergentes não significa que estas divergências sejam acompanhadas pela quantidade de armaduras passivas requeridas pelo dimensionamento. As armaduras mínimas exigidas pelo ACI 318 (2005) garantem seções com boa capacidade resistente. Assim, mesmo com os esforços obtidos bem divergentes, as armaduras requeridas nas seções de projeto podem ser idênticas. No Anexo B é evidenciado o exposto.

Na maioria dos casos aqui estudados a variação no consumo de armadura passiva foi devida a identificação da necessidade de armadura positiva complementar, armadura esta necessária quando a tensão de tração no concreto ultrapassa o limite de $(\sqrt{f_c}/6)$, item 4.4.3.1. Pode-se citar o exemplo das faixas regulares que apresentam pilares no bordo da laje. Nestes casos, o MEF tende a apresentar maiores momentos positivos nos vãos adjacentes aos pilares de bordo, e estes esforços ultrapassam os valores limites de tração no concreto.

Ressalta-se, que o consumo de armadura passiva está diretamente relacionado com o consumo de armadura ativa. Pequenos acréscimos no consumo de armaduras ativas, podem reverter à necessidade de armaduras passivas complementares e ainda assim estarem dentro dos critérios de projetos adotados neste trabalho que são: a pré-compressão média, a porcentagem de carga a balancear e os perfis dos cabos (cordoalhas).

A obtenção de resultados por muitas vezes discordantes entre os dois métodos não é condição suficiente para desqualificá-los. Segundo AALAMI (2008) soluções de projetos obtidos pelo MEF são mais próximos da resposta elástica da estrutura. Entretanto, estruturas seguras podem ser projetadas usando ambos os métodos MPE e MEF. A diferença entre as duas soluções é acomodada com a ductilidade inerente aos membros de concreto, corretamente projetados e detalhados. Com a compreensão que no Estado Limite Último (ELU) as estruturas de concreto falham com a formação de rótulas plásticas, cada uma das duas soluções desenvolverão a resistência necessária para suportar as cargas de projeto.

6.2. Sugestões

Uma vez verificada as divergências entre as análises numéricas, obtidas pelos dois métodos, seria de grande interesse acadêmico e de aplicação prática o confronto destes resultados com ensaios experimentais avaliando-se o comportamento de estruturas reais em condições de serviço e no Estado Limite Último (ELU).

As respostas obtidas pelas análises experimentais confirmariam o uso de um dos dois métodos como sendo o mais representativo, dentro de níveis de segurança exigidos pelas normas e economia. Nesta nova pesquisa as não linearidades físicas e geométricas deveriam ser avaliadas com sugestões de novas condições de contorno como a plastificação parcial em determinadas regiões da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, B.O. (1989). *Design of Post-Tensioned Floor Slabs*. Concrete International – June 1989 - 11 p;

AALAMI, B.O. (1993). *One-way and two-way Post-Tensioned Floor Systems*. PTI – Technical Notes – October 1993. Arizona – EUA - 07 p;

AALAMI, B.O. & BOMMER (1999). *Design Fundamentals of Post-Tensioned Concrete Floors*. Post-Tensioning Institute. Arizona – EUA – April 1999;

AALAMI, B.O. (2000). *Structural Modeling of Post-Tensioned Members*. American Society of Civil Engineers, Structural Journal, february 2000 - p. 157-162;

AALAMI, B.O. e KELLEY, G.S. (2001). *Design of Concrete Floors – With Particular Reference to Post-Tensioning*. PTI – Technical Notes – January 2001. Arizona – EUA - 16 p;

AALAMI, B.O. e JURGENS, J.D. (2003). *Guidelines for the Design of Post-Tensioned Floors*. Concrete International – March 2003 - 07 p;

AALAMI, B.O. (2007). *Critical Milestones in Development of Post-Tensioned Buildings* – Concrete International – 5p;

AALAMI, B.O. (2008). *ADAPT Discussion Forum– Analysis and Design – Method of Analysis*..... APÊNDICE COMO ANEXO C
<http://www.adaptsoft.com/forum/viewtopic.php?f=3&t=35> em 15/05/2008

ACI - 318 (2005). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318 (2005)) and Commentary (ACI 318r-05)*. ACI Committee 318 -Structural Building Code - 432 p;

ACI - 362.2R.00 (2000). *Guide for Structural Maintenance of Parking Structures*. ACI Committee 362 - 15 p;

ACI - 423.3R.96 (1996). *Recommendation for concrete members prestressed with unbonded tendons*. ACI Committee 423 - 19 p;

ACI - 423.4R-98 (1998). *Corrosion and Repair of Unbonded Single Strand*. ACI/ASCE Committee 423 - 20p;

ACI - 423.5R-99 (1999). *State-of-the-Art Report on Partially Prestressed Concrete*. ACI-ASCE Committee 423 - 37p;

ACI - 423.6-01/423.6R-01 (2001). *Specification for Unbonded Single-Strand Tendons and Commentary*. ACI Committee 423 - 29p;

ADAPT FLOOR-PRO MANUAL – Version 3.00 – *Structural Concrete Software System* – User Manual. 2007 - 294p;

ADAPT MODELER MANUAL – Version 3.00 – *Structural Concrete Software System* – User Manual. 2007 - 126p;

ADAPT PT MANUAL – Version 7.20 – *Analysis and Design of Post-Tensioned Buildings Beams, Slabs, and Single Story Frames*. Volume I – Scope and Theory. 2006 - 273p;

ADAPT PT MANUAL – Version 7.20 – *Analysis and Design of Post-Tensioned Buildings Beams, Slabs, and Single Story Frames*. Volume II – User Manual. 2006 - 383p;

ADAPT PT MANUAL – Version 7.20 – *Analysis and Design of Post-Tensioned Buildings Beams, Slabs, and Single Story Frames*. Volume III – Program Verification and Examples. 2006 - 235p;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118 (2004) - *Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*. BRASIL - Rio de Janeiro - 225 p;

BS 8110 (1997) - *British Standard for the design and construction of reinforced and prestressed concrete structures* - 172p;

CAUDURO, E. L. (1997). *Em favor da leveza*. Revista Técnica, SP – nº 26: p 30-36.

CAUDURO, E.L. (2002). Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas. 1ª. Edição; Outubro de 2002 – 111p;

CONCRETE SOCIETY (2000) – Relatório Técnico nº. 43 / Tradução – *Lajes de Edifícios de Concreto Protendido com Cabos Pós-Tracionados – Manual de Projeto*. São Carlos – Outubro de 2000 - 189p;

EMERICK, A.A. (2005). *Projeto e Execução de Lajes Protendidas*. Editora Interciência Ltda. Rio de Janeiro – RJ - 191 p;

LIN, T.Y. & BURNS, N.H. (1981). *Design of Prestressed Concrete Structures*. 3a. Edição. John Wiley & Sons. New York - EUA – 646p;

LINCOLN, E.F. (2004). *Projeto de Lajes Planas Protendidas via Método dos Elementos Finitos e Pórticos Equivalentes* – Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG; Belo Horizonte – MG - 289 p;

LOUREIRO, G. (2006). *Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas*. VI Simpósio EPUSP. Fortaleza - CE. Abril – 2006 - 22 p;

LOUREIRO, G. (2007). *Apostila de Teoria e Prática Atuais do Projeto de Lajes Protendidas*. Fortaleza - CE. Março 2007 - 78p;

MENEZES, F.A. (2002). *Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas* – Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos – USP. São Carlos – SP - 283 p;

MUSEU NACIONAL DE BRASÍLIA – Foto retirada de site público da Internet - <http://pelomaraberto.blogspot.com/2007/12/oscar-niemeyer-100-anos-de-vida.html> em 05/03/2008

NIEMEYER, A.M. (2008) – Anna maria Niemeyer, www.annamarianiemeyer.com.br em 05/03/2008

PFEIL, W. (1988). *Concreto Protendido* – Introdução, Vol. 1 – 2ª. Edição, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., Rio de Janeiro - 205 p;

POST-TENSIONING INSTITUTE – PTI (1995). *Design of Post-Tensioned Slabs*. 2ª. Edição. Arizona – EUA – 54p;

SILVEIRA, M. e SILVEIRA, D. (2008). *Lajes planas protendidas: determinação da força de protensão e pré-dimensionamento dos cabos – um processo prático*. <http://www.md.eng.br/index.asp?menu=artigos> em 10/07/2008

1.MEMÓRIA DE CÁLCULO EXPEDIDA PELO
SOFTWARE DE PÓRTICOS EQUIVALENTES
ADAPT PT.

2.MEMÓRIA DE CÁLCULO EXPEDIDA PELO
SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS
ADAPT FLOOR-PRO.



Análise Experimental Numérica

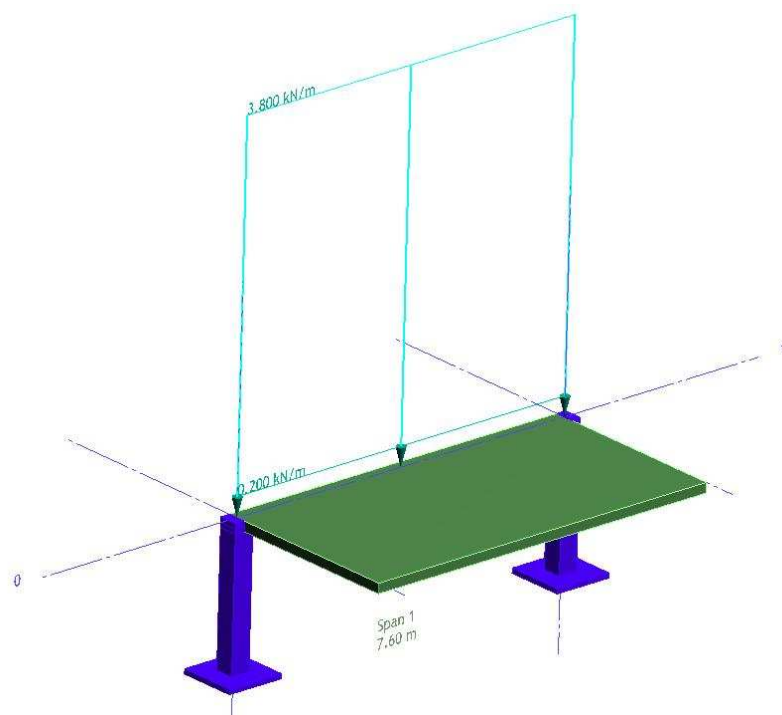
Método do Pórtico Equivalente

ADAPT PT – V8

FÔRMA_1

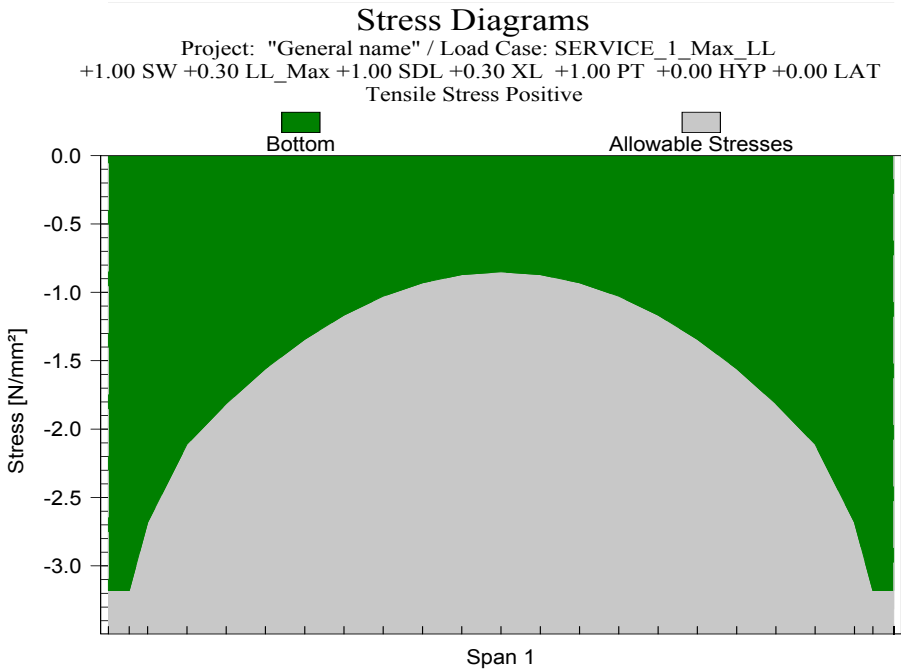
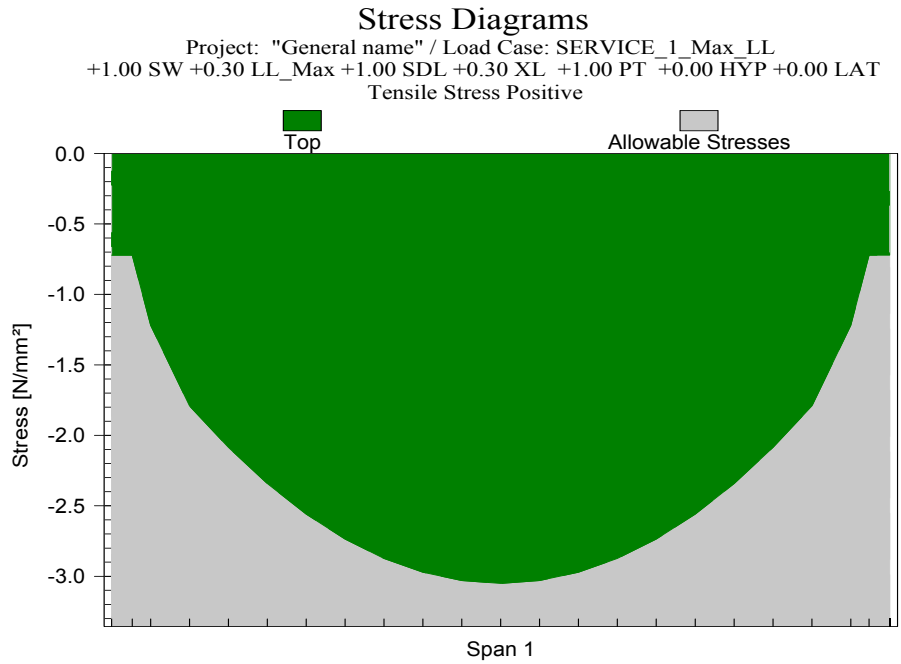
Support Line 1, 2, 3 e 4 (iguais por simetria).

- Perspectiva da Faixa de Projeto com Carregamentos -

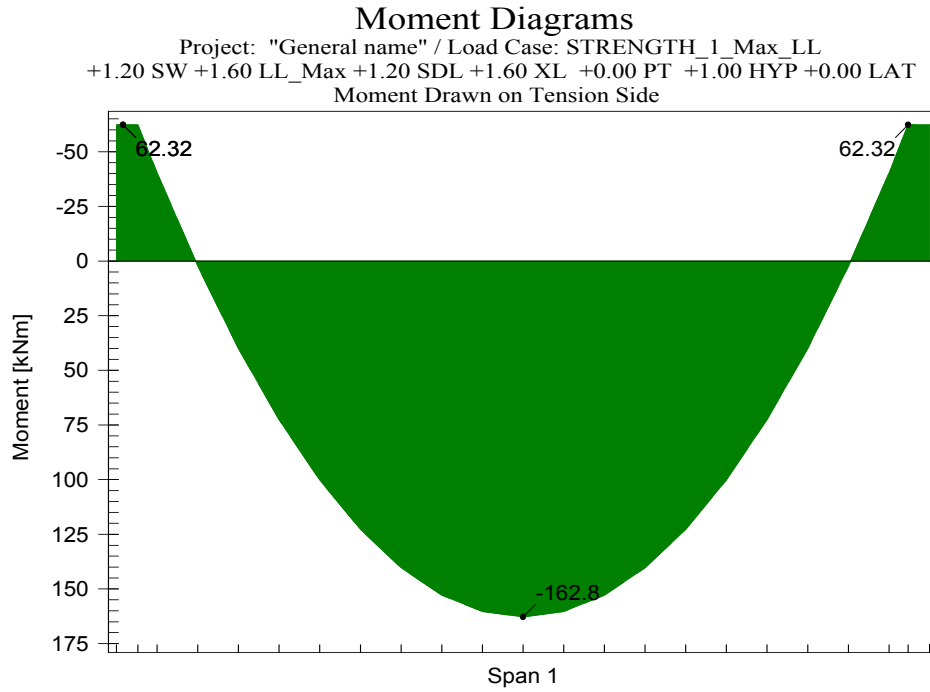


APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA: SUPPORT LINE 1

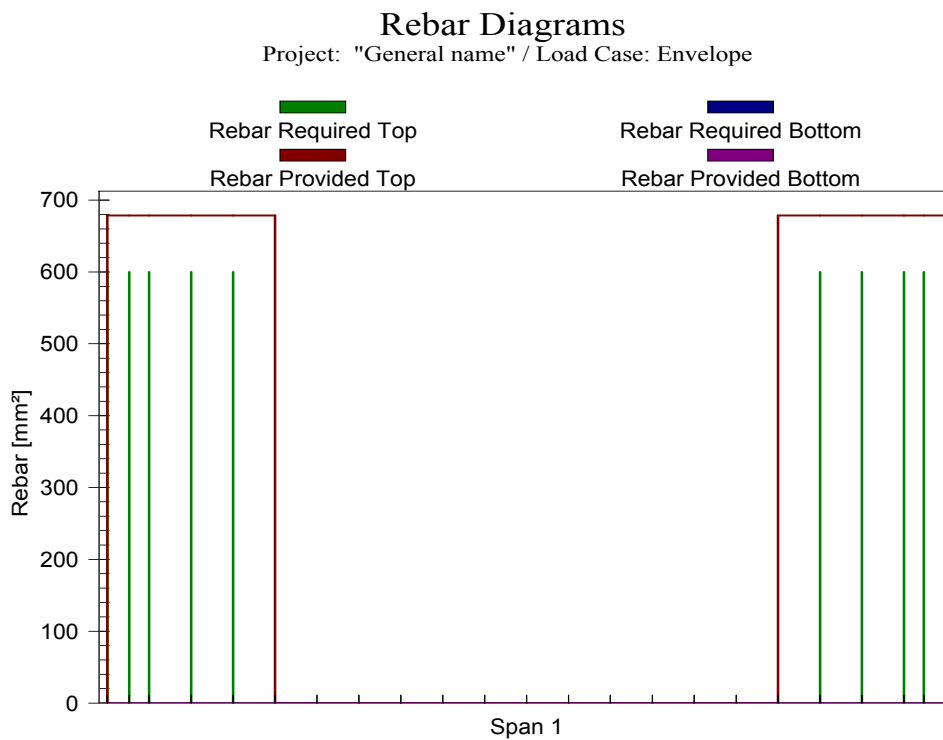
COMBINAÇÃO DE SERVIÇO – TENSÕES NA FAIXA DE PROJETO
 (Tensões de Tração Positivas)



"MOMENTO DE PROJETO (Mu)" – FAIXA DE PROJETO
(Momento desenhado do lado tracionado)



ARMADURA PASSIVA – FAIXA DE PROJETO
REQUERIDA E APLICADA





Análise Experimental Numérica

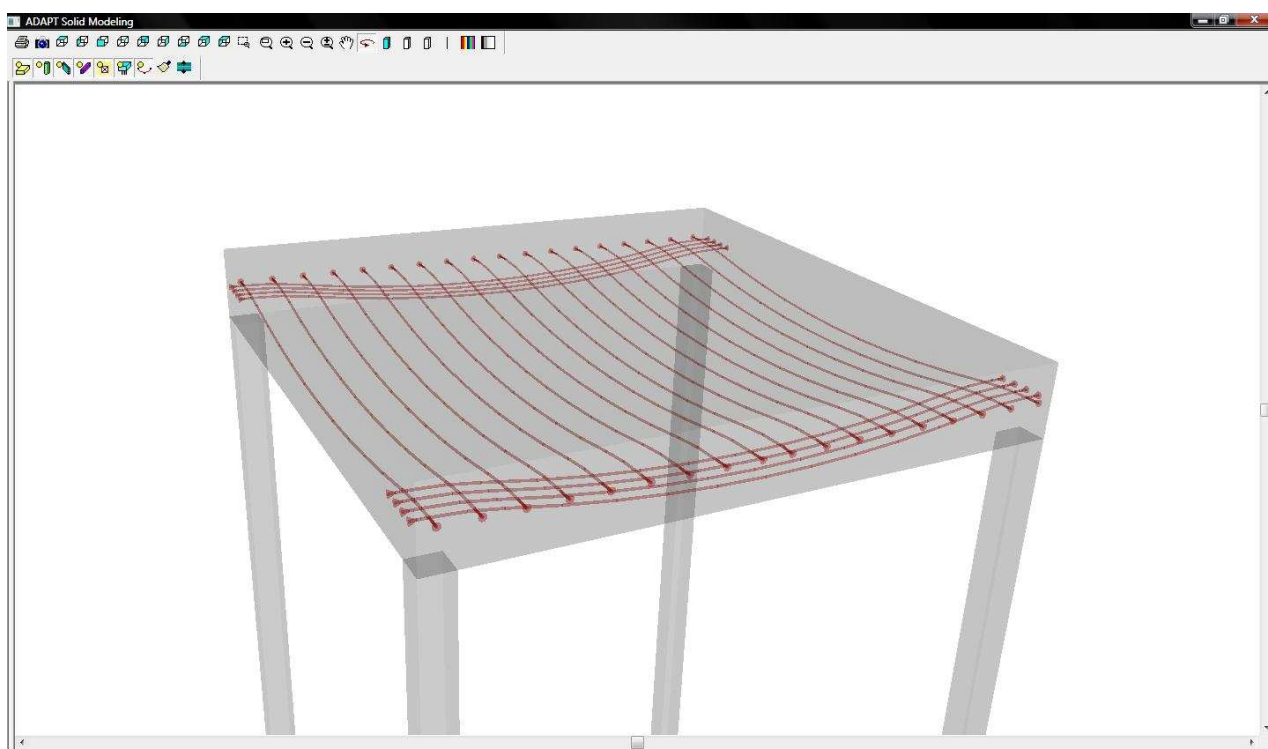
Método dos Elementos Finitos

ADAPT FLOOR-PRO

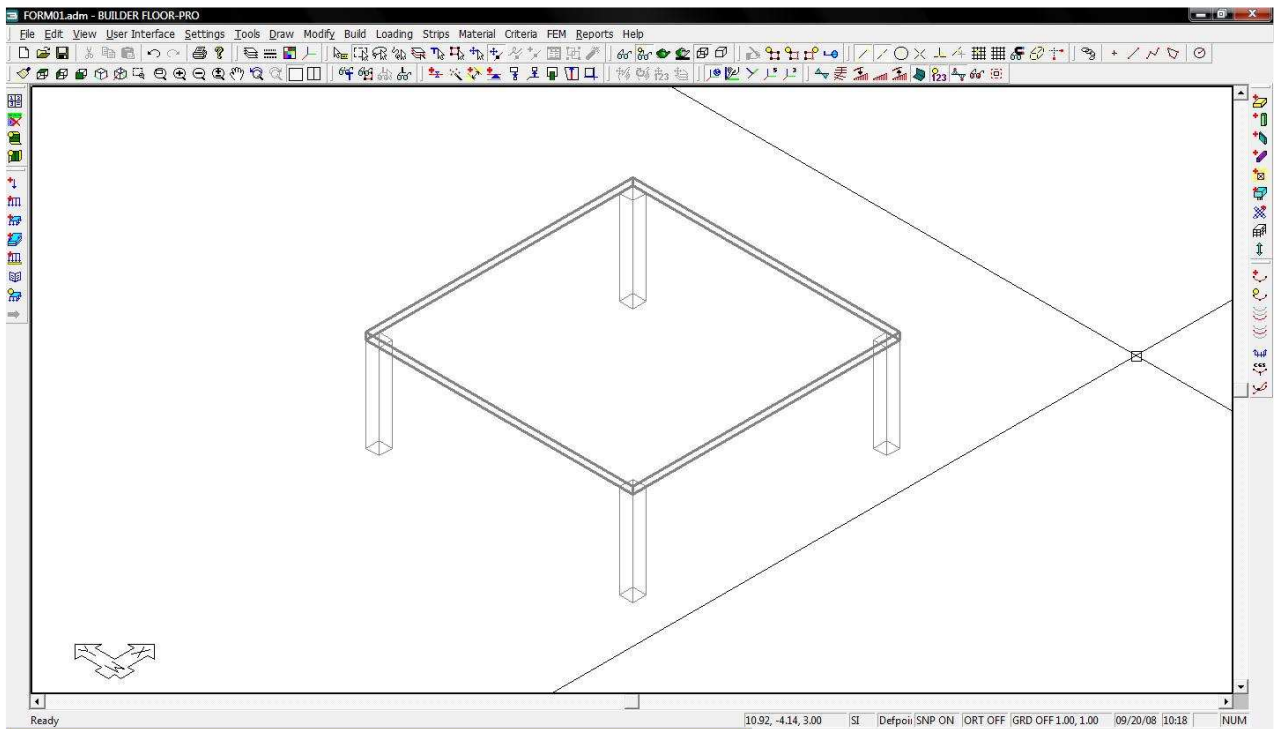
FÔRMA_1

Support Line 1, 2, 3 e 4.

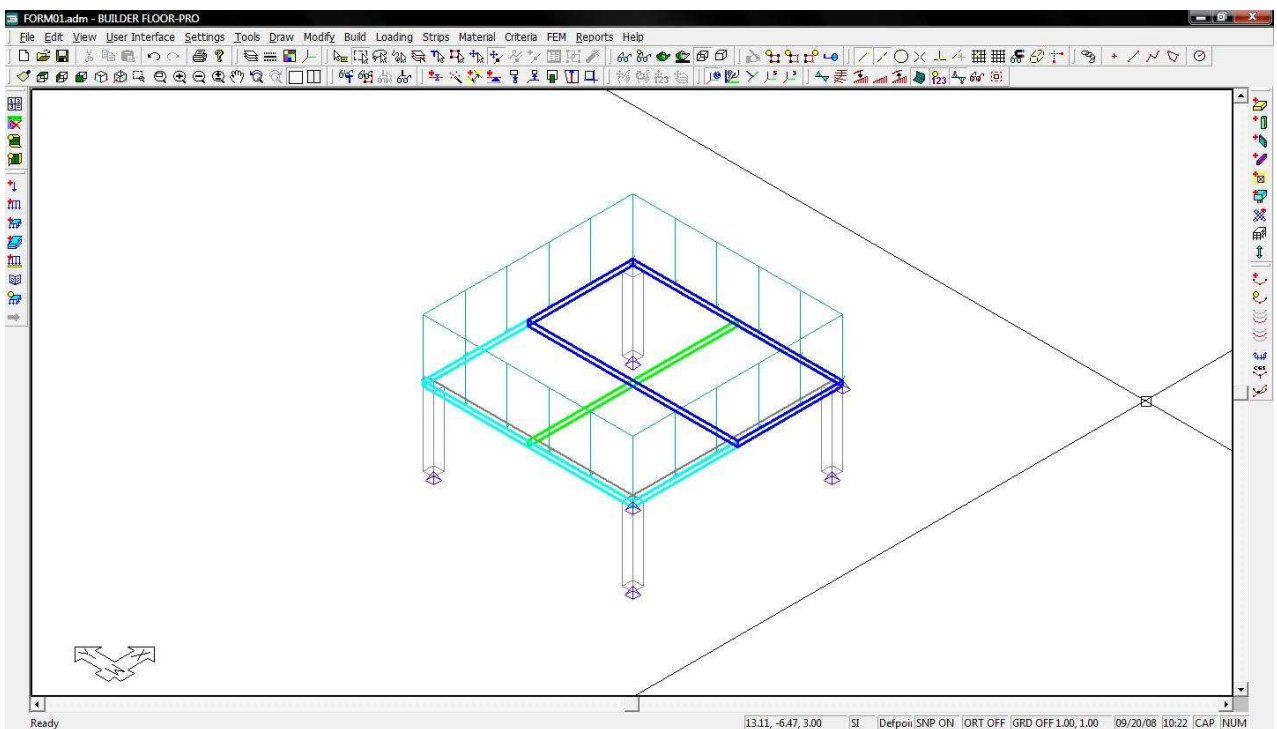
- *Perspectiva da estrutura com a modelagem das cordoalhas* -



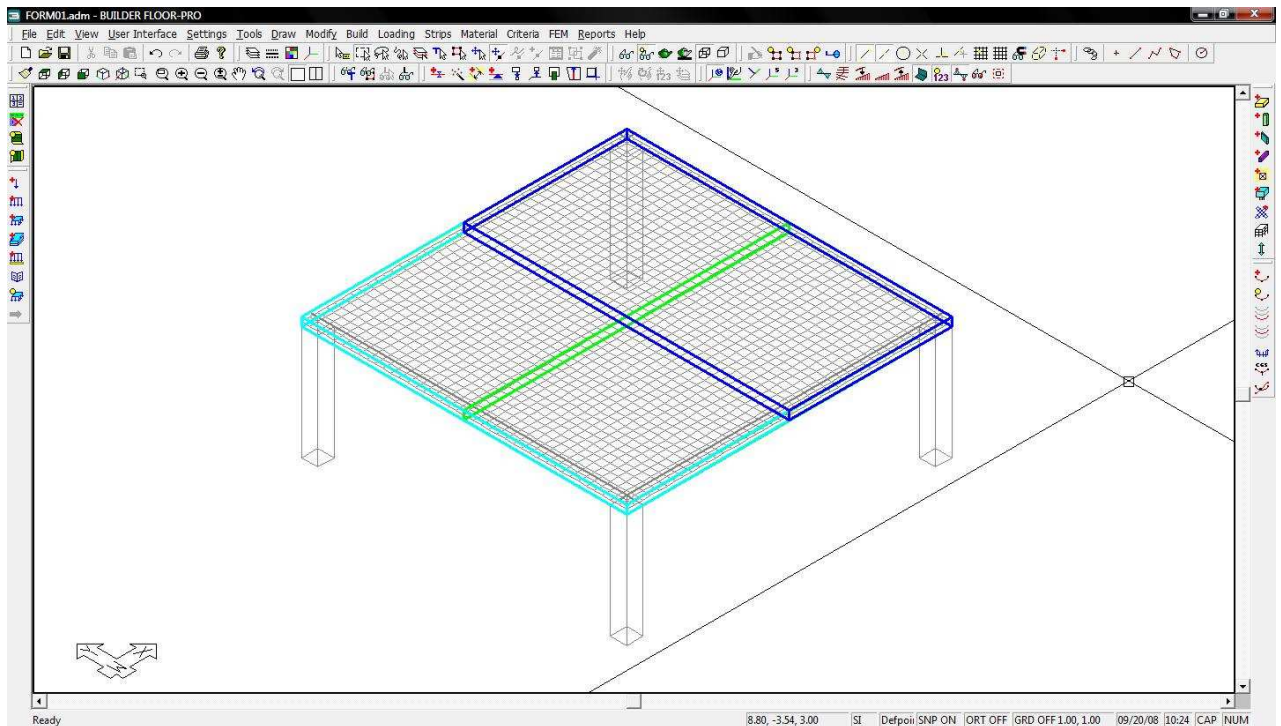
- Modelo 3D da Laje Analisada -



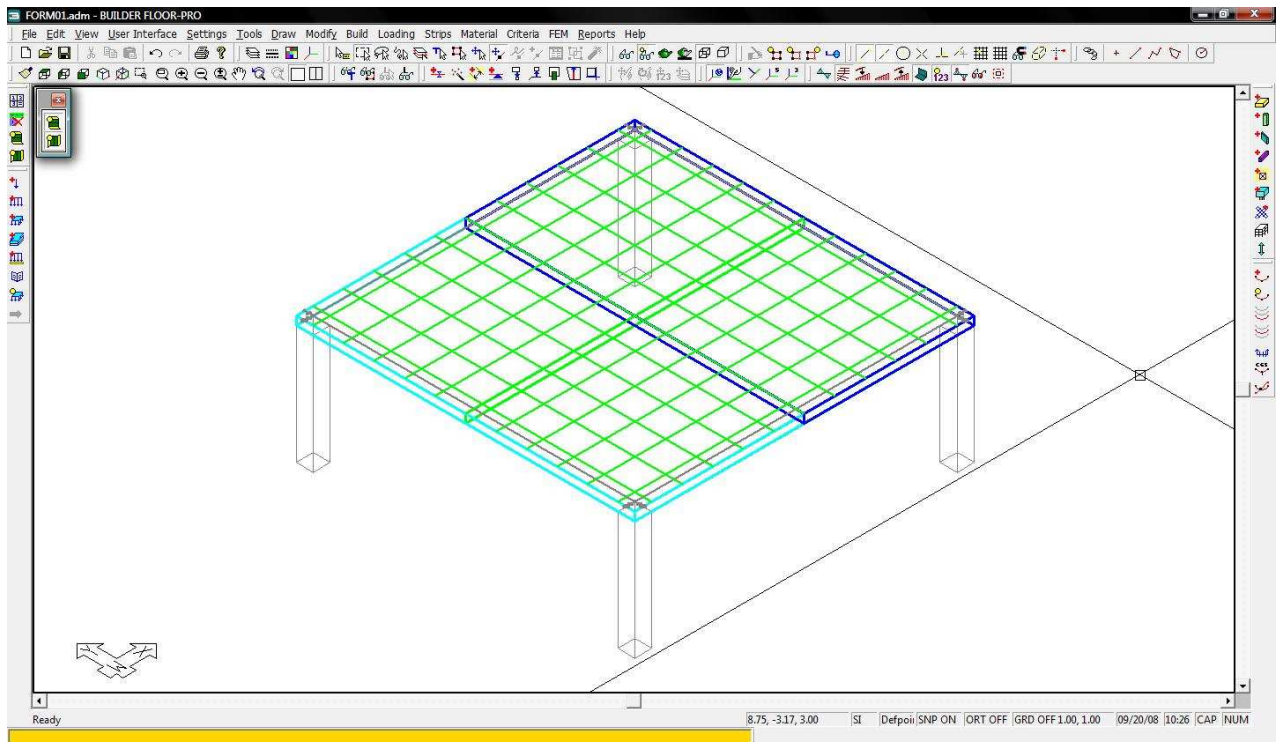
- Vista 3D com detalhe das Faixas de Projeto e Carregamentos -



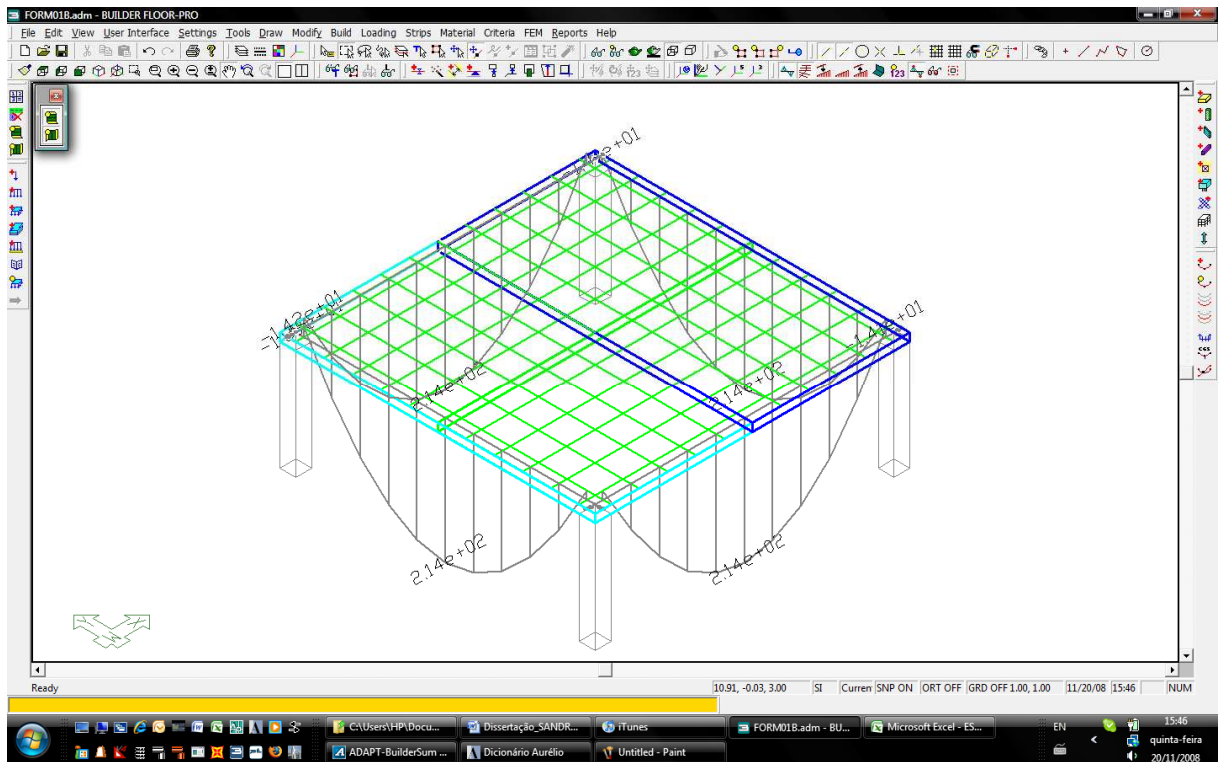
- Vista 3D com detalhe das Faixas de Projeto e Malha de Elementos Finitos -



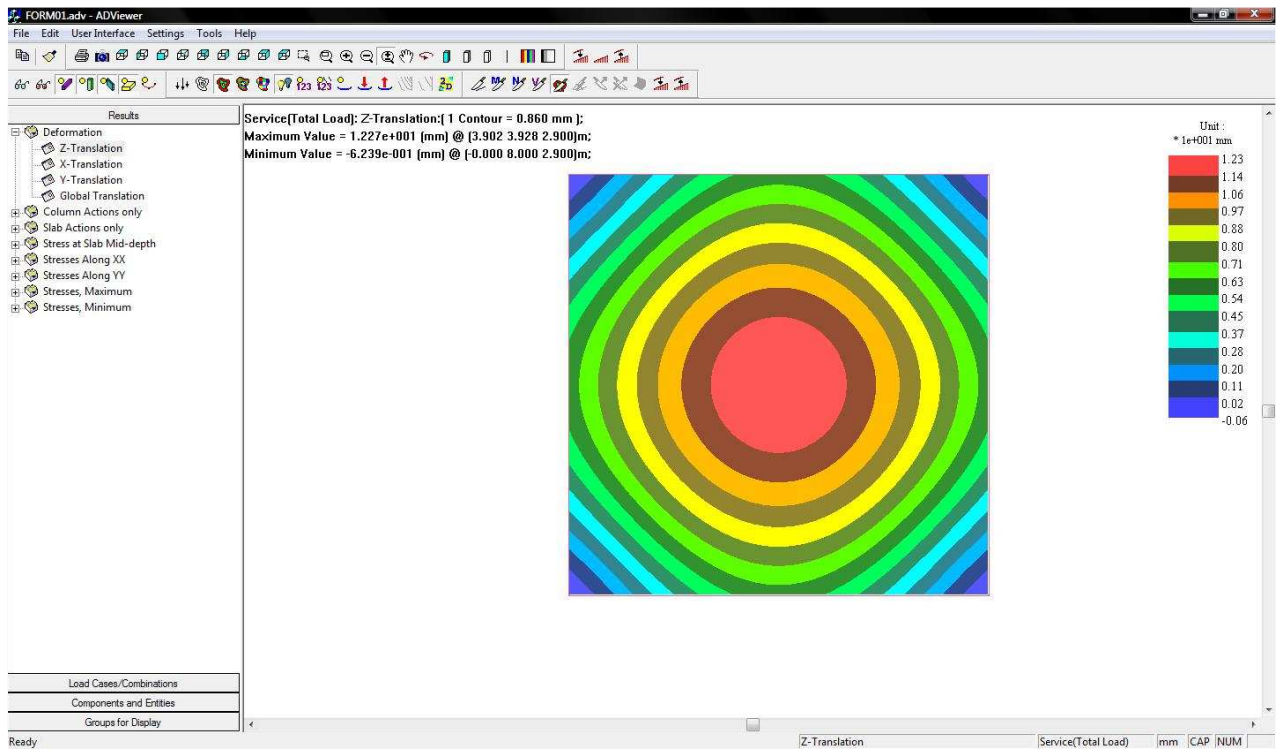
- Vista 3D, Faixas de Projeto com vista de suas seções para dimensionamento –



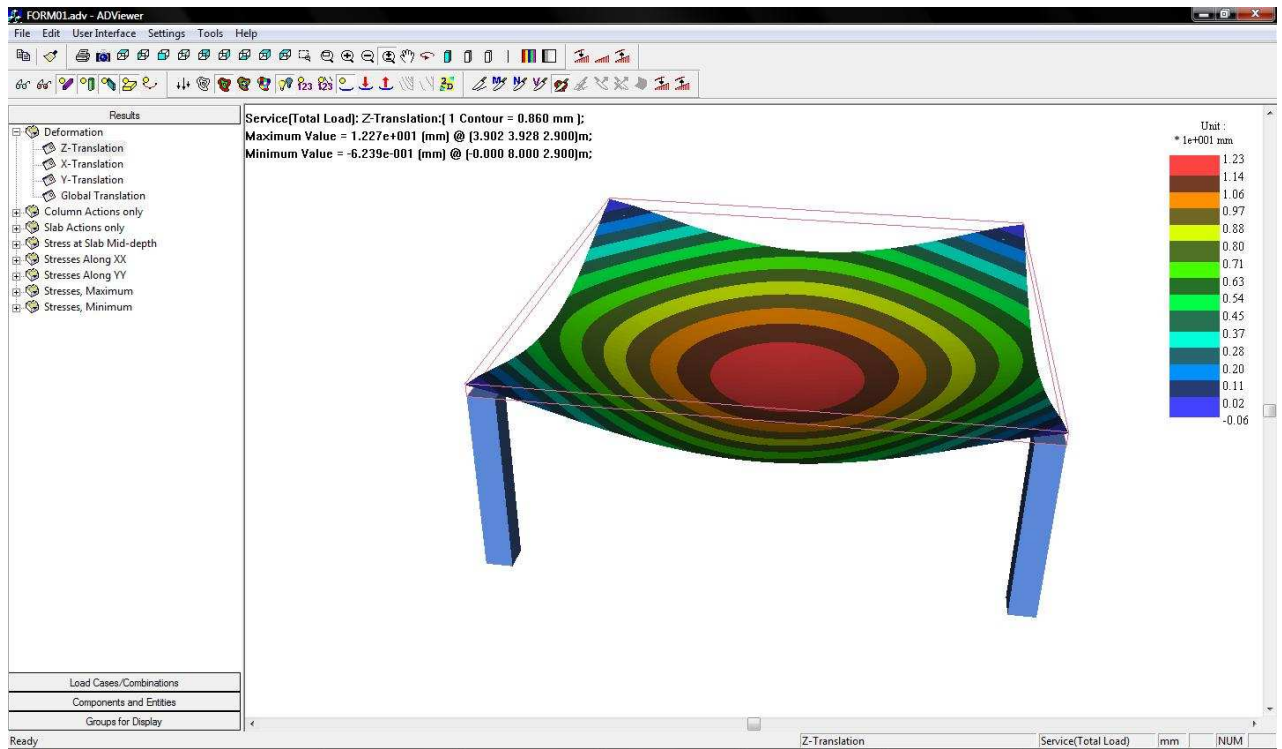
– Modelo 3D: Integrais de Momentos Últimos de Projeto por faixa –



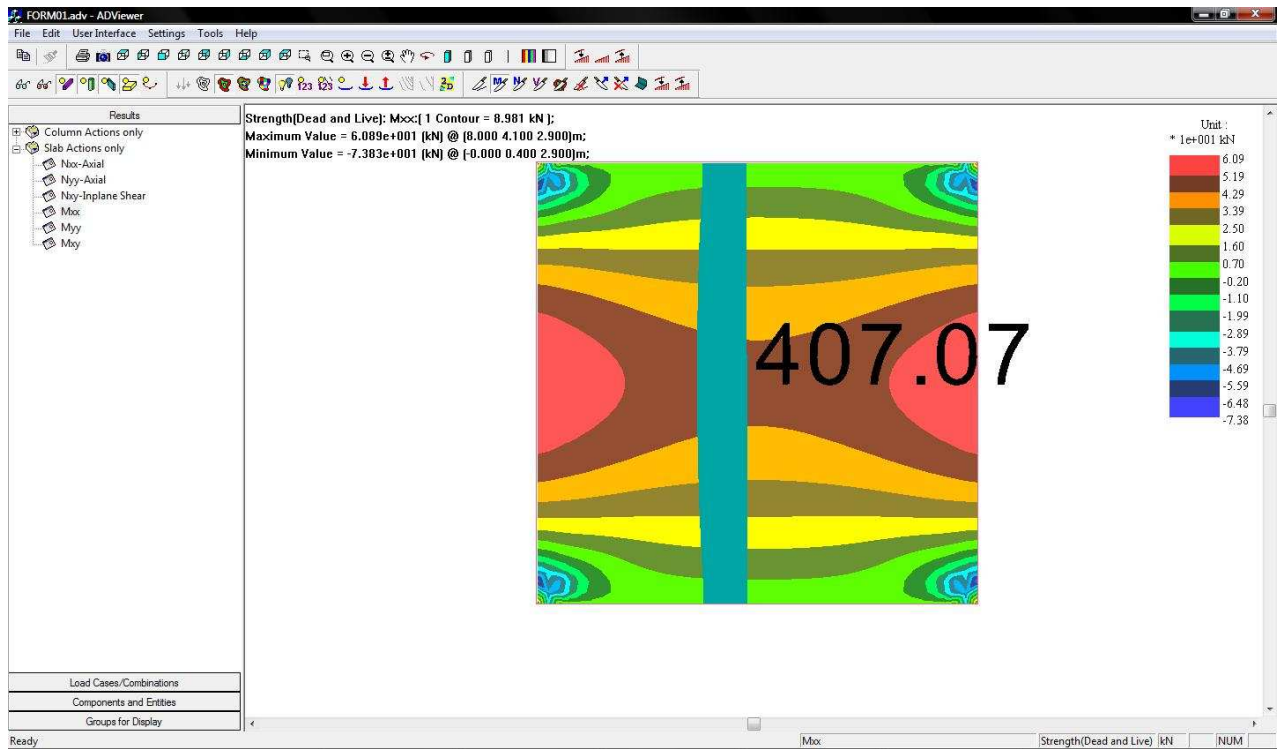
– Diagrama de Deformações na direção Y –



– Deformada da Estrutura –

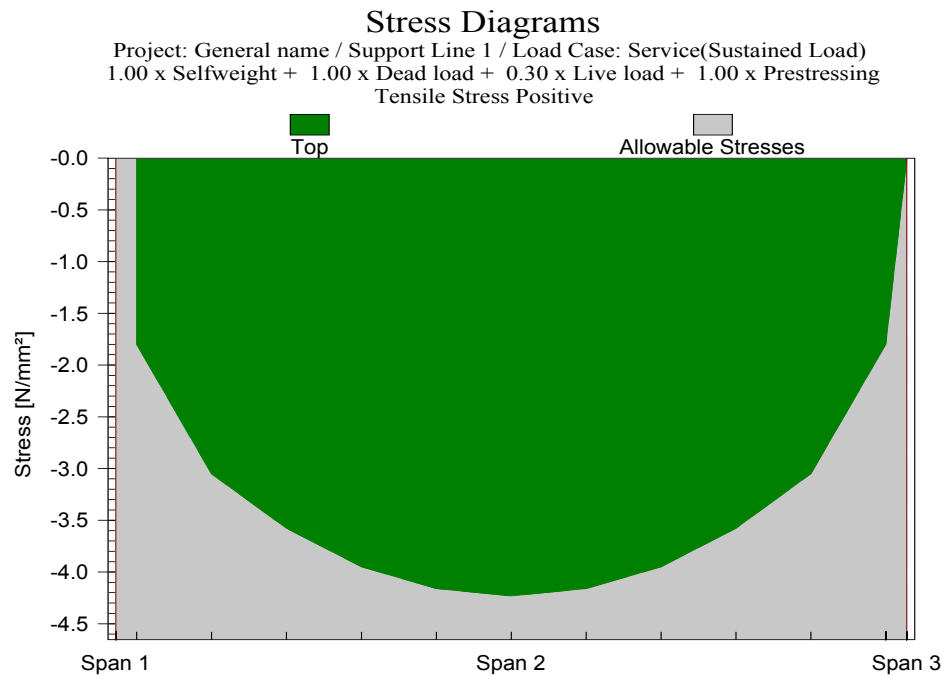


– Integral de Momentos Últimos (M_{xx}) numa dada seção –

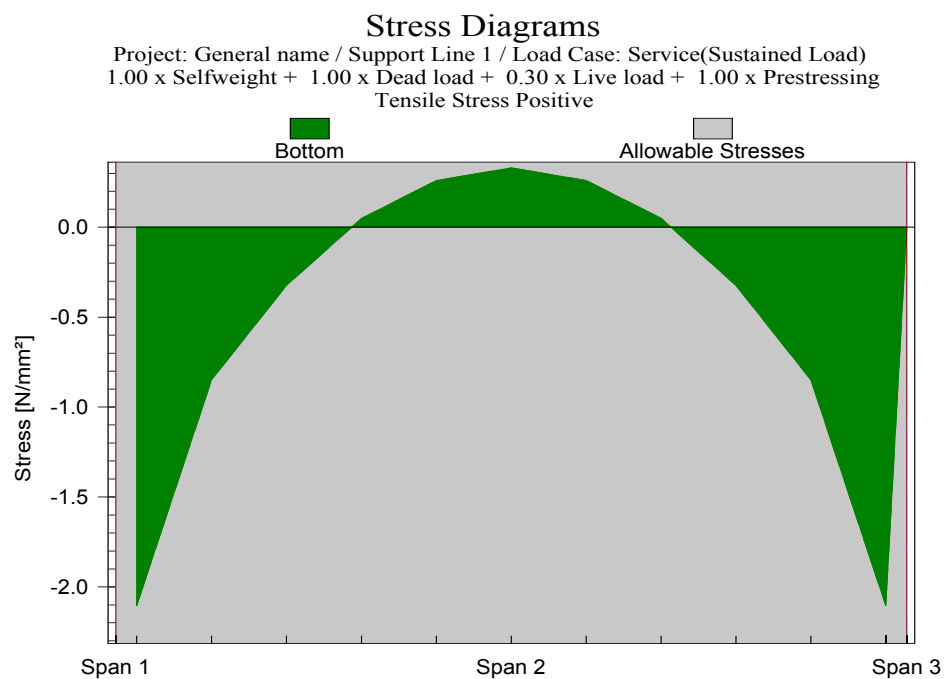


APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA: SUPPORT LINE 1

COMBINAÇÃO DE SERVIÇO – TENSÕES NA FAIXA DE PROJETO (Tensões de Tração Positivas)



(a) Max tension 0.0 N/mm², Allowable 2.7 N/mm²
Max compression -4.2 N/mm², Allowable 13.5 N/mm²

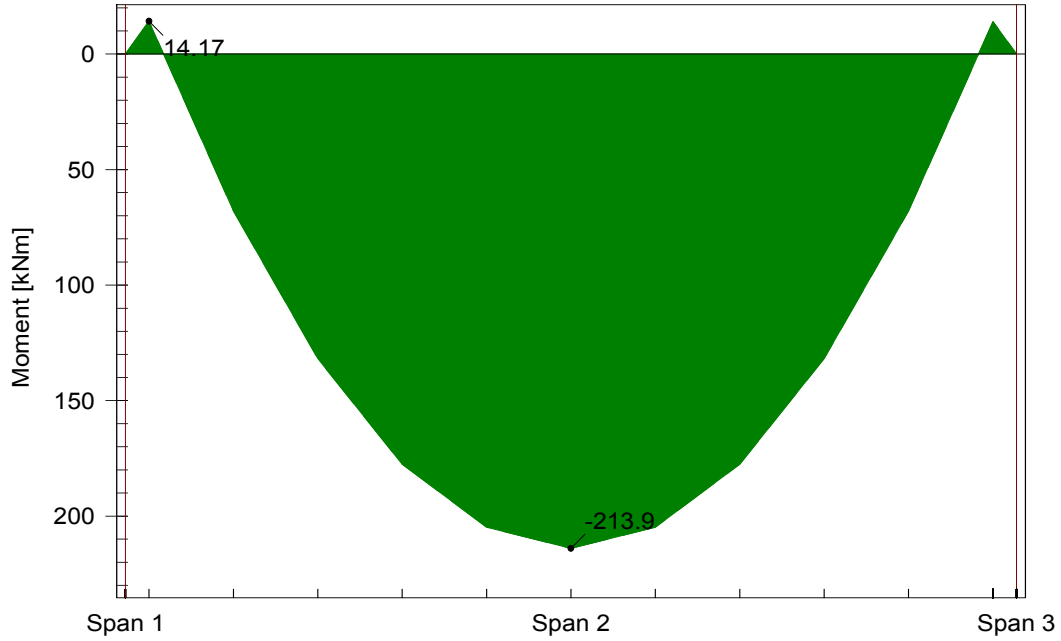


(b) Max tension 0.3 N/mm², Allowable 2.7 N/mm²
Max compression -2.1 N/mm², Allowable 13.5 N/mm²

"MOMENTO DE PROJETO (Mu)" – FAIXA DE PROJETO
(Momento desenhado do lado tracionado)

Moment Diagrams

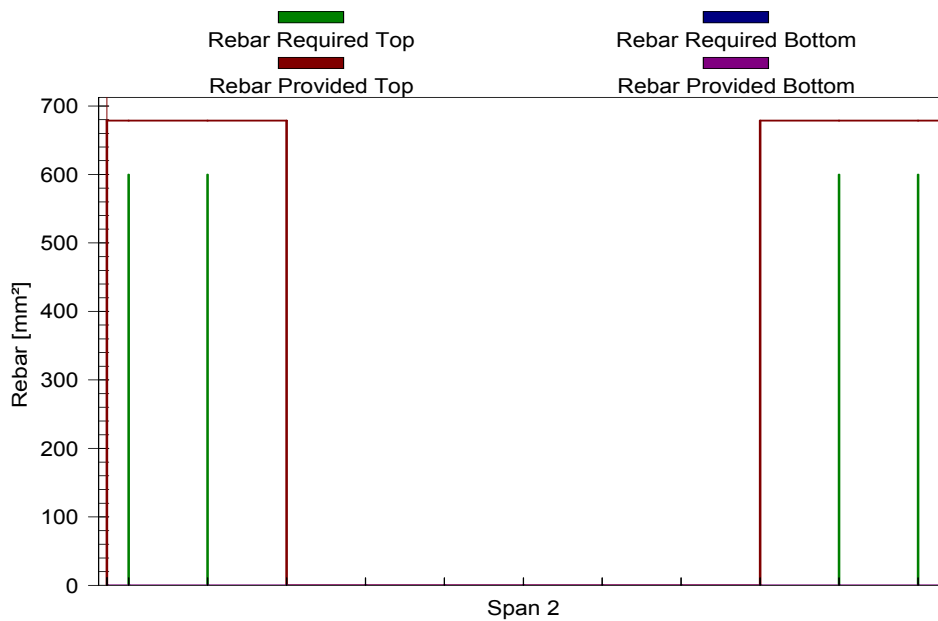
Project: General name / Support Line 1 / Load Case: Strength(Dead and Live)
 1.20 x Selfweight + 1.20 x Dead load + 1.60 x Live load + 1.00 x Hyperstatic
 Moment Drawn on Tension Side



ARMADURA PASSIVA – FAIXA DE PROJETO
REQUERIDA E APLICADA

Rebar Diagrams

Project: General name / Support Line 1 / Load Case: Envelope



EXEMPLO DE CÁLCULO DE MOMENTO
RESISTENTE ÚLTIMO (ELU) NOS APOIOS.

Cálculo Baseado nos Resultados da
Support Line: 1, 2, 3 e 4 da
FÔRMA_1.

1) DADOS DA FAIXA DE PROJETO:

1.1 – Seção da Laje

Largura da faixa = 400 cm.

Altura da faixa = 20 cm.

d' = 3,5 cm.

f_{ck} = 30 MPa

1.2 – Armaduras Ativas

Quantidades = 13 unidades

Tensão Efetiva = 1200 MPa

A_{sp} = 1,0 cm²

1.3 – Armadura Passiva

A_s = 6 cm² (Armadura Mínima Requerida)

f_y = 500 MPa

- Cálculo da armadura mínima requerida, item 4.2.2.3.1.2.

$$A_s = 0,00075 \times 400 \times 20$$

$$A_s = 6,0 \text{ cm}^2$$

2) CÁLCULO DA RESISTÊNCIA ÚLTIMA DA SEÇÃO:

2.1 - Força de Tração nas Cordoalhas:

(Cálculo do Acréscimo de Tensão na Cordoalha):

$$\Delta\sigma_p = 70 + (30 / (300 \times \rho_p)) \therefore \text{onde } \rho_p = (13 \times 1) / (400 \times 16,5) = 0,00197$$

$$\Delta\sigma_p = 120,8 \text{ MPa}; (\text{Não maior que } 210 \text{ MPa}) \dots\dots\dots \text{Ok.}$$

$$R_{pt} = (13 \times (120 + 12,08) \times 1) / 1,15$$

$$R_{pt} = 1.493,0 \text{ kN}$$

2.2 – Força de Tração na armadura passiva:

$$R_{st} = (6 \times 50) / 1,15$$

$$R_{st} = 260,9 \text{ kN}$$

2.3 – Cálculo da Altura da Linha Neutra

2.3.1 – Cálculo de R_c :

$$R_c = (0,68 \times 400 \times h \times 3) / 1,4$$

$$R_c = (582,86 \times h) \text{ kN}$$

2.3.2 – Cálculo de R_t :

$$R_t = 1.493,0 + 260,9$$

$$R_t = 1.753,9 \text{ kN}$$

Como R_c deve ser igual a R_t . Ter-se-á:

$$X = (1.753,9) / (582,86)$$

$$X = 3,01 \text{ cm}$$

2.4 – Cálculo de z (braço de alavanca)

$$Z = (16,5 - (3,01/2))$$

$$Z = 15,0 \text{ cm}$$

Assim o Momento Último Resistente da Faixa é:

$$R_{du} = (15,0 \times 1.753,9) / 100$$

$$R_{du} = 263,0 \text{ kN.m}$$

Os Momentos Últimos Solicitantes da FÔRMA_1 *support line* 1 são:

$$\begin{array}{ll} \text{MEF} = - 14,2 \text{ kN.m} & < R_{du} = 263,0 \text{ kN.m} \\ + 214,0 \text{ kN.m} & < R_{du} = 227,2 \text{ kN.m (sem colaboração da arm. pass.)} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{MPE} = - 62,3 \text{ kN.m} & < R_{du} = 263,0 \text{ kN.m} \\ + 162,8 \text{ kN.m} & < R_{du} = 227,2 \text{ kN.m (sem colaboração da arm. pass.)} \end{array}$$

Nota-se que mesmo havendo uma variação de momentos últimos solicitantes, segundo os dois métodos de 77,2%, ambos os momentos solicitantes são menores que o momento resistente da seção. Nem sempre as variações de momentos últimos de projetos resultam em consumo de armaduras diferentes.

CITAÇÃO AALAMI (2008).

- *ADAPT Discussion Forum* –

- Analysis and Design -

- Method of Analysis –

methods of analysis

□by [Colonese](#) on Tue May 27, 2008 9:42 pm

Dear of ADAPT;

I am developing an academic research about methods of analysis and it's influence in the dimensioning of flat slabs(post- tensioned). They are equivalent frame method (EFM) and Finite Element Method(FEM).

The first one doubt is:

When I shape the bays according to EFM and the support lines are on the edge of the slab the effort are identical calculated as the simple FRAME. It would not be a limitation of this method EFM?

The second;

Studying the book written by Dr Bijan, I did not understand as it was made in Chapter 6. Instead of comparing the values in a direct form, a correction artifice was used.

The difference of the moments was divided by the total moments statics. [(EFM-FEM)/ Tot. Moment Static]. Why?

If this procedure makes sense the post-tensioned and hiperstatics are not taken into consideration?

I know that the EFM are used for a long time and several buildings prove it's efficiency and works very well. My question is the disproportion between the values found. the structure has capacity to adapt itself to these efforts?

Thank you

It would be kind enough, if possible, forward a copy to my e-mail.

Please, forgive my poor English

Sandro Colonese
Rio de Janeiro / BRASIL
[Colonese](#)

Re: methods of analysis

□by [Dr Bijan Aalami](#) on Thu May 29, 2008 6:52 am

1 - I paraphrase your first question as I understand it. Let me know, if my understanding is not right. I believe, you make the statement that if the extent of the tributaries of a column supported multispans slab on each side of the support line (line of analysis) is zero, the solution obtained from the EFM will be the same as simple frame method (SFM). If this is what you mean, your observation is correct. In other words, the EFM will revert to SFM for "beam frames." In this context, beam frames do not have slab tributaries associated with them. This not a limitation of the EFM, since EFM was developed for conditions where a slab extends beyond the sides of the columns that support the slab.

2 – The total static moment of a span for a given load should remain unchanged, regardless of the method of analysis. If a given method results in a larger negative moment at the support, it follows that the associated positive moment in the span must be smaller, in order to make the total static moment unchanged.

If we view the action of post-tensioning as an applied load similar to dead and live loads, its static moment must also remain unchanged, irrespective of the method of analysis. In this case, however, the static moment includes both the primary (force times eccentricity) and the hyperstatic actions of post-tensioning.

Your last comment refers to the cases where a large difference is observed between the solutions obtained from the EFM and the FEM, followed by the query of which is right. FEM solutions and designs are closer to the elastic response of the structure, and have the potential of providing more economical designs. However, safe structures can be designed using either the EFM or FEM. The difference between the two solutions is accommodated through the ductility inherent in properly designed and detailed concrete members. With the understanding that at ultimate limit state (ULS) concrete structures fail through formation of hinge lines, each of the two solutions will develop the strength necessary to resist its design load.

Dr Bijan Aalami

Joined: Sun Jan 06, 2008 8:30 pm

Re: methods of analysis

by Colonese on Thu May 29, 2008 12:16 pm

Dear Dr Bijan Aalami,

Thank you for your prompt answers to my questions, but I would like to re-phrase my first question:

For support lines adjacent to the edge of a slab, with tributary area only on one side of the design strip, I have run some examples on Adapt-PT8 and found out that the moments obtained by an EFM analysis are equal to those obtained by a SFM analysis.

I would appreciate your comments on this matter.

Best regards,

Colonese

Joined: Tue May 27, 2008 9:35 pm

Re: methods of analysis

by Dr Bijan Aalami on Sun Jun 15, 2008 5:09 pm

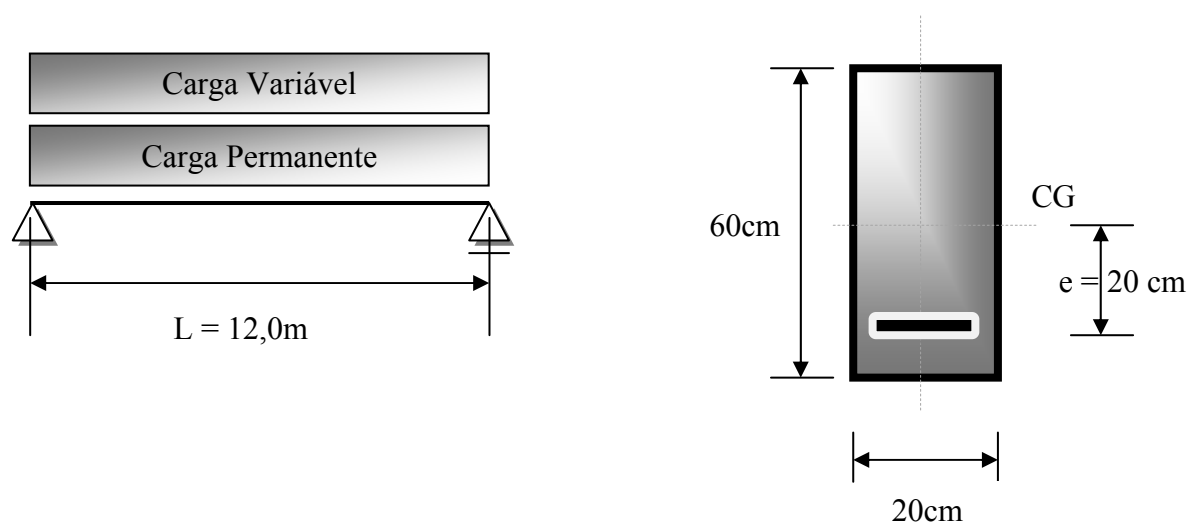
Your observation is correct. For a design strip at the edge of a slab you are likely to obtain a better correlation between the finite element solution and strip method than the strip next to it.

EXEMPLOS NUMÉRICOS

Exemplo Numérico 01

Apresenta-se uma marcha de cálculo simples, porém objetiva, com intuito de exemplificar os conceitos associados à metodologia do emprego da protensão para melhorar o comportamento de uma peça estrutural.

Considere uma viga de concreto, simplesmente apoiada, com vão teórico igual a 12,0 m e seção transversal de 20x60 cm.



Carga Permanente:

- Peso Próprio: $(0,2 \times 0,6 \times 25) = 3,00 \text{ kN/m}$
- Carga Adicional: $= 1,00 \text{ kN/m}$

Carga Variável:

- Carga Acidental: $= 1,00 \text{ kN/m}$

Propriedades dos Materiais:

Concreto: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$; $E_{ci} = 0,85 \times 5600 \times (30)^{0,5} = 26.000 \text{ MPa}$

Propriedade Geométrica da Seção:

$$A = 20 \times 60 = 1.200 \text{ cm}^2$$

$$I = (b \times h^3) / 12 = (20 \times 60^3) / 12 = 360.000 \text{ cm}^4$$

$$w = (I / y) = 360.000 / 30 = 12.000 \text{ cm}^3$$

Onde (y) é a distância do C.G. à fibra externa.

Esforços Devido a Carregamentos Externos:

- Momento devido a Carga Permanente:

$$M = (q \times L^2) / 8 = (4 \times 12^2) / 8 = 72,0 \text{ kN.m}$$

- Momento devido a Carga Variável:

$$M = (q \times L^2) / 8 = (1 \times 12^2) / 8 = 18,0 \text{ kN.m}$$

Caso pretenda-se eliminar o efeito do carregamento externo devido à carga permanente deve-se calcular uma força de protensão tal que, esta produza o mesmo efeito que a carga permanente. Assim, para a seção no meio do vão com uma excentricidade igual a 20 cm:

$$M = P \times e \quad ; \text{ então:}$$

$$72,0 = P \times 0,2 \quad ; \text{ logo a força de protensão deverá ser:}$$

$$P = 360,0 \text{ kN}$$

Ao se aplicar esta protensão percebe-se que a tensão de tração que por hora existia na fibra inferior, não existe mais e sim uma tensão de compressão.

Segue:

- Tensões na fibra inferior da viga de concreto devido à carga permanente:

- Antes da protensão:

$$\sigma_{\text{INF}} = (M/W) = 7200 / 12.000 = 0,6 \text{ kN/cm}^2 \text{ (6,0 MPa – Tensão de Tração)}$$

- Após a protensão:

$$\sigma_{\text{INF}} = (M/W) - (P/A) - (P \times e) / W = (7200 / 12.000) - (360/1.200) - (360 \times 20)/12.000$$

$$\sigma_{\text{INF}} = -0,3 \text{ kN/cm}^2 \text{ (3,0 MPa – Tensão de Compressão)}$$

Exemplo Numérico 02

Para melhor exemplificar o conceito, e a aplicação do método do balanceamento das cargas será desenvolvido o mesmo caso do Exemplo Numérico 01.

- Cálculo da carga equivalente:

$$w = (8 \times P \times e) / L^2 = (8 \times 360 \times 0,20) / 12^2 = 4,0 \text{ kN.m}$$

Percebe-se, que a carga equivalente se contrapõe exatamente ao valor da carga permanente. Neste caso escolheu-se o balanceamento de 100% da carga permanente.

Sob a ação da protensão mais a carga permanente, a viga não apresenta flecha já que esta foi balanceada pela protensão. A flecha na viga é devido somente à ação da carga acidental e pode facilmente ser determinada:

$$f = (5 \times q \times L^4) / (384 \times E \times I) = (5 \times 1,0 \times 12^4) / (384 \times 26.000 \times 360.000) \times 10^{-7}$$
$$f = 0,3 \text{ cm}$$