

**PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO UTILIZANDO PERFIS  
COMERCIAIS E ALGORITMOS GENÉTICOS**

**MÁRCIO DOS SANTOS**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE– UENF**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ  
SETEMBRO - 2016**



# **PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO UTILIZANDO PERFIS COMERCIAIS E ALGORITMOS GENÉTICOS**

**MÁRCIO DOS SANTOS**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Orientador: Prof. Gines Arturo Santos Falcón

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ  
SETEMBRO - 2016

## FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT / UENF**  
**188/2016**

Santos, Márcio dos

Projeto ótimo de pórticos de aço utilizando perfis comerciais e algoritmos genéticos / Márcio dos Santos. – Campos dos Goytacazes, 2016.

xvi, 81 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil. Campos dos Goytacazes, 2016.

Orientador: Gines Arturo Santos Falcón.

Área de concentração: Estruturas.

Bibliografia: f. 64-68.

1. ALGORITMOS GENÉTICOS 2. INSTABILIDADE ESTRUTURAL 3. OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAMENAL 4. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL 5. PÓRTICOS DE AÇO I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil II. Título

CDD 624.1

# PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO UTILIZANDO PERFIS COMERCIAIS E ALGORITMOS GENÉTICOS

**MÁRCIO DOS SANTOS**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Aprovada em 16 de setembro de 2016.

Comissão examinadora:

---

Prof.: José Guilherme Santos da Silva, D.Sc., UERJ.

---

Prof.: Sergio Rafael Cortes de Oliveira, D.Sc., UENF.

---

Prof.: Vânia José Karam, D.Sc., LECIV-UENF.

---

Prof.: Gines Arturo Santos Falcón, D.Sc., LECIV-UENF.

Orientador

## DEDICATÓRIA

*À memória de meus avós, João Ribeiro dos Santos e Maria Helena dos Santos, e da minha mãe, Márcia Meris dos Santos, por tudo que fizeram por mim ao longo da minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por ter me dado forças para superar todas as barreiras que pudesse impedir a conclusão deste trabalho.

Ao meu orientador, professor Dr. Gines Arturo Santos Falcón, pela paciência e incentivo fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor, Dr. Sergio Luis González Garcia, pelo convívio, apoio e amizade.

À FAPERJ, pela concessão da bolsa de mestrado, a qual possibilitou a execução desta dissertação.

Aos amigos, pelo apoio, compreensão, incentivo, ajuda, e pelos momentos de descontração.

A toda a minha família pelo apoio e compreensão em todos os momentos difíceis.

*Survival of the fittest.*  
*Herbert Spencer.*



## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	x
RESUMO.....	xv
ABSTRACT .....	xvi
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO .....	1
I.1. Objetivos .....	3
I.1.1. Objetivo Geral.....	3
I.1.2. Objetivos Específicos .....	3
I.2. Justificativa .....	4
CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	5
II.1. Trabalhos LECIV-UENF .....	10
CAPÍTULO III – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
III.1. Conceitos Básicos de Análise Estrutural .....	12
III.2. Análise Não Linear de Estruturas .....	15
III.3. Instabilidade Estrutural .....	18
III.4. Otimização estrutural.....	19
III.5. Algoritmos Genéticos .....	22
CAPÍTULO IV – MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	28
IV.1. Modelo Matemático .....	28
IV.2. Módulos Computacionais Implementados.....	31
IV.2.1. Módulo Principal de Otimização.....	31
IV.2.2. Módulo Banco de Dados dos Perfis.....	33
IV.2.3. Módulo da Função Objetivo .....	34
IV.2.4. Módulo das Restrições de Projeto .....	34
IV.2.5. Módulos de Análise Estrutural .....	36
CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	39
V.1. Validação do Módulo Análise .....	39
V.2. Aplicações da Metodologia Proposta .....	43
V.2.1. Pórtico 1 .....	43
V.2.2. Pórtico 2 .....	48
V.2.3. Pórtico 3 .....	54
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES .....	62

VI.1. Sugestões Para Trabalhos Futuros .....	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	64
ANEXO I.....	69
ANEXO II.....	71
ANEXO III.....	74
ANEXO IV .....	80

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estruturas de treliça ideal obtidas por Michell em 1904. (SILVA, 2003). .....	5
Figura 2 - Pórtico otimizado usando AG (PEZESHK <i>et al.</i> 2000). .....	7
Figura 3 - Elemento tipo viga.....	13
Figura 4 - Pórtico em sua posição deformada (MAHFOUZ, 1999). .....	16
Figura 5 - Estado de equilíbrio de uma barra, (MAHFOUZ, 1999). .....	19
Figura 6 - Esquema geral de otimização estrutural. ....	21
Figura 7 - Exemplo dos três tipos básicos de otimização: (a) dimensional, (b) de forma e (c) topológica (SILVA, 2015). ....	22
Figura 8 - Cromossomo representado por um binário (MAHFOUZ, 1999). .....	24
Figura 9 - Mutação no indivíduo (MAHFOUZ, 1999). .....	25
Figura 10 - Crossover simples (MAHFOUZ, 1999). .....	26
Figura 11 - O fluxograma da otimização de Algoritmo Genético (ALVES, 2013). .....	27
Figura 12 - Fluxograma do pré-processamento da estrutura. ....	32
Figura 13 - Pórtico 1 processado através de arquivos texto (.dat). ....	32
Figura 14 - Exemplo de uma seção transversal de um perfil laminado. ....	33
Figura 15 - Fluxograma geral da ferramenta computacional de otimização. ....	35
Figura 16 - Pórtico três barras para análise linear.....	39
Figura 17 - Gráfico de momento obtido com o módulo de análise (kN.m). ....	40
Figura 18 - Gráfico de cortante obtido com o módulo de análise (kN). ....	40
Figura 19 - Gráfico de esforço normal obtido com o módulo de análise (kN)...	40
Figura 20 - Gráfico de momento (kN.m) obtido com o FTOOL.....	41
Figura 21 - Gráfico de cortante (kN) obtido com o FTOOL. ....	41
Figura 22 - Gráfico de esforço normal (kN) obtido com o FTOOL.....	41
Figura 23 - Gráfico de momento obtido com o módulo de análise não linear (kN.m). ....	42
Figura 24 - Gráfico de cortante obtido com o módulo de análise não linear (kN). .....	42
Figura 25 - Gráfico de esforço normal obtido com o módulo de análise não linear(kN). .....	42

Figura 26 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 1 (PEZESHK <i>et al.</i> , 2000). .....	44
Figura 27 - Gráfico de iteração (Geração x Massa ótima) com análise linear. .	44
Figura 28 - Gráfico das restrições de tensão – análise linear. ....	45
Figura 29 - Gráfico das restrições de deslocamento – análise linear.....	46
Figura 30 - Gráfico das restrições de tensão – análise não linear.....	46
Figura 31 - Gráfico das restrições de tensão – análise não linear.....	47
Figura 32 - Gráfico das restrições de deslocamento – análise não linear. ....	48
Figura 33 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 2 (PEZESHK <i>et al.</i> , 2000). .....	49
Figura 34 - Gráfico de iteração do pórtico 2 com análise linear. ....	50
Figura 35 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 2 com análise linear. .	51
Figura 36 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 2 com análise linear. ....	52
Figura 37 - Gráfico de iteração do pórtico 2 com análise não linear. ....	52
Figura 38 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 2 com análise não linear. ....	53
Figura 39 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 2 com análise não linear. ....	54
Figura 40 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 3 (TOGAN, 2012). .	55
Figura 41 - Gráfico de iteração do pórtico 3 com análise linear. ....	56
Figura 42 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 3 com análise linear. .	58
Figura 43 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 3 com análise linear. ....	58
Figura 44 - Gráfico de iteração do pórtico 3 com análise não linear. ....	59
Figura 45 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 3 com análise não linear. ....	60
Figura 46 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 3 com análise linear. ....	61
Figura 47 - Coeficiente de flambagem para elementos isolados, NBR 8800/08 (ABNT, 2008). ....	75
Figura 48 - Modelo do método de alinhamento de quadro (DUAN E CHEN, 1999). ....	76
Figura 49 - Limites de esbeltez $(b/t)_{lim}$ , NBR 8800/2008 .....	78

Figura 50 - Gráfico de momento fletor (kN.m) pórtico 1. ....	80
Figura 51 - Gráfico de esforço normal (kN) pórtico 1. ....	80
Figura 52 - Gráfico de esforço cortante (kN) pórtico 1. ....	81
Figura 53 – Gráfico de momento do pórtico 1 – FTOOL. ....	81
Figura 54 - Gráfico de cortante do pórtico 1 – FTOOL. ....	81
Figura 55 - Gráfico de esforço normal do pórtico 1 – FTOOL. ....	81

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, SÍMBOLOS, SINAIS E UNIDADES

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas;
NBR	Norma brasileira regulamentadora;
ACO	Ant Colony Optimization (Colônia de Formigas);
AG	Algoritmo Genético;
AISC	<i>American Institute of Steel Construction;</i>
ALGA	<i>Augmented Lagrangian Genetic Algorithm;</i> -
CALFEM	<i>Computer Aided Learning Finite Element Methods;</i>
LRFD	Load and Resistance Factor Design;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
TLBO	<i>Teaching-Learning based optimization;</i>
E	Módulo de elasticidade do aço;
I	Nó inicial da barra;
J	Nó final da barra;
u	Deslocamento no eixo x;
$\theta$	Ângulo de rotação.
$\varepsilon$	Deformação elástica;
$f_y$	Tensão de escoamento;
$h$	altura total do pilar.
Lb	Unidade de peso no sistema inglês (libra);
kN	Quilo Newton;
Kip	Unidade de força no sistema inglês (kilo pound);
Ksi	Unidade de tensão inglês (kilo pound por polegada ao quadrado);
$K$	Matriz de rigidez global da estrutura;
$K_e$	Matriz de rigidez elementar no sistema de coordenadas global;
$k_e$	Matriz de rigidez elementar no sistema de coordenadas local;
$P_{cr}$	Carga crítica de flambagem;
I	Momento de inércia;
L	Comprimento;
$i_x$	Raio de giração em torno do eixo x;
$i_y$	Raio de giração em torno do eixo y.
x	Variáveis de projeto;
$f(x)$	Função objetivo;

$g_i(x)$	Restrição de desigualdade;
$h_j(x)$	Restrição de igualdade;
$X^{k+1}$	Nova configuração do projeto;
$\sigma_{adm}$	tensão máxima admissível;
pol	Unidade de comprimento no sistema inglês (polegada);

## RESUMO

Nesta dissertação de mestrado, propõe-se uma metodologia para minimização do peso próprio de pórticos planos de aço utilizados em edificações. Objetiva-se definir estruturas mecanicamente mais eficientes através da determinação dos perfis comerciais ótimos das vigas e colunas. Como restrições de projeto, considerou-se o comportamento mecânico pelas análises linear e não linear, de acordo com a norma NBR8800 (ABNT, 2008) para construções em aço. Inicialmente, desenvolveu-se um banco de dados digital com as dimensões e as propriedades geométricas de perfis comerciais obtidos de fabricantes nacionais, acessado automaticamente através de interfaces computacionais pelos módulos de análise e otimização. Paralelamente foram desenvolvidos códigos computacionais próprios para análise linear e não linear geométrica da estrutura, necessários para o caso de pórticos não contraventados com ligações rígidas. Adicionalmente, considerou-se o problema de instabilidade estrutural, que consiste na perda de equilíbrio da estrutura e que pode ser gerada pela flambagem global ou local de elementos com grande esbeltez. No módulo de otimização são utilizados algoritmos genéticos, adequado para o problema com variáveis discretas que possibilitam a busca eficiente do mínimo global do problema. Finalmente, são apresentadas aplicações, utilizadas para validação da metodologia proposta, que mostram resultados bastante satisfatórios em comparação com os resultados disponíveis na literatura. Todos os códigos computacionais foram desenvolvidos no ambiente computacional MATLAB® em linguagem amigável.

Palavras-chave: Algoritmos Genéticos, Instabilidade Estrutural, Otimização Dimensional, Otimização Estrutural, Pórticos de Aço.



## ABSTRACT

This work proposes a methodology for minimizing the weight of steel frame used in buildings. The aim is to define more mechanically efficient structures by determining the optimal commercial profiles of the beams and columns, considering their mechanical behavior observed by linear analysis and nonlinear analysis, in accordance with standard NBR8800 (ABNT, 2008), for steel constructions. Initially, it was developed a digital database with commercial profiles obtained from national manufacturers, with computer interfaces allowing automatic access of data by computer modules of analysis and optimization. Own computer codes were developed for analysis linear and geometric nonlinear structure, required for the case of frames with rigid connections without braces. Additionally, it was considered the problem of structural instability, which constitutes a loss of equilibrium generated by global or local buckling of elements with great slenderness. In the optimization module, genetic algorithms are used, which are appropriate to the problem with discrete variables that enable the efficient pursuit of the problem global minimum. Finally, to validate the proposed methodology are presented applications that show satisfactory results compared with the results available in the literature. All computer codes were developed in the MATLAB®.

Keywords: Dimensional Optimization, Genetic Algorithm, Steel Frames, Structural Instability, Structural Optimization.

## CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a Engenharia, de modo geral, busca cada vez mais desenvolver projetos com maior eficiência e de menor custo, para os mais variados fins. Neste contexto, o desenvolvimento de metodologias e ferramentas computacionais modernas para definição de projetos ótimos tem recebido uma atenção especial.

Na Engenharia Civil, a otimização de estruturas de aço tem sido bastante estudada nas últimas décadas. Muitas técnicas numéricas para análise estrutural e diversos algoritmos de otimização estão sendo utilizados na definição de metodologias que sejam capazes de encontrar a melhor solução para os mais diversos sistemas estruturais.

A metodologia clássica para melhorar o desempenho ou a eficiência de um sistema estrutural decorre de um processo de tentativas e erros, tornando-se praticamente impossível verificar todas as configurações possíveis num determinado tempo (ARORA, 2012). Desta forma, observa-se a importância do uso de ferramentas computacionais que facilitem a busca das melhores configurações estruturais, economizando tempo e custo.

A modernização de técnicas de projeto tem sido alavancada pelo grande crescimento dos computadores digitais, além dos avanços na fronteira do conhecimento. Isto possibilitou uma maior capacidade de processamento e novos procedimentos para solução de complexas equações que regem o comportamento mecânico das estruturas. Com isso, novas metodologias de análise e projeto estrutural se tornaram possíveis.

O avanço computacional também permitiu o surgimento de novos procedimentos de otimização, que auxiliam na busca da melhor configuração de um sistema estrutural, como os algoritmos evolucionistas.

A modelagem matemática de um problema qualquer de otimização se inicia pela definição de uma função de interesse (objetivo), que serve de parâmetro para avaliar a qualidade da estrutura. Em seguida, determinam-se as variáveis e as condições que restringem (restrições) ou não a função objetivo. A escolha das variáveis e das restrições, que definem a função de interesse, definem o espaço das soluções viáveis do projeto.

Na construção civil as variáveis de projeto podem ser de natureza contínua ou de natureza discreta. No entanto, a maioria dos estudos de otimização estrutural referem-se ao problema com variáveis contínuas (ARORA 2000; PEZESHK *et al.* 2000). Nos últimos anos, os métodos que utilizam variáveis de projeto discretas ou mistas (discreta e contínua simultaneamente) têm atraído muita atenção entre os pesquisadores e engenheiros.

Os pórticos de aço, em geral, são estruturas hiperestáticas complexas devido as suas dimensões, geometria e topologia (quantidade de elementos de uma estrutura). São estruturas submetidas a diversos carregamentos, como peso próprio, equipamentos, cargas de vento, dentre outros. Apresentam um comportamento não linear devido a deslocamentos causados por ações gravitacionais e ações horizontais, como o vento, por exemplo, que produz esforços adicionais à estrutura em virtude da sua posição deformada.

Um problema de grande importância considerado é o da instabilidade estrutural, que consiste na perda de equilíbrio da estrutura gerada pela flambagem global ou local da mesma. Este problema se tornou mais crítico nos últimos anos devido ao uso de elementos cada vez mais esbeltos, determinando sistemas estruturais com cargas críticas menores e, com isso, tornam-se menos estáveis e seguros.

Dentre os diversos algoritmos de otimização existentes, o Algoritmo Genético (AG) é um dos mais utilizados na otimização de estruturas. Trata-se de uma técnica heurística evolucionista baseada na evolução natural das espécies que têm como estratégia encontrar o melhor indivíduo dentro de uma população de soluções.

Os diversos estudos têm mostrado que os AGs são ferramentas bastante práticas e úteis na otimização estrutural. Vários pesquisadores utilizaram algoritmos genéticos para solução de diversos problemas. Alguns trabalhos relevantes são: Goldberg e Samtani (1986); Rajeev e Krishnamoorthy (1992); Camp *et al.* (1997); Pezeshk *et al.* (2000); Kameshki e Saka (2001); Degertekin (2008) e Artar e Daloglu (2015).

Esta dissertação aborda a pesquisa e o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para minimização do peso de pórticos planos de aço utilizados em edificações, mediante a escolha ótima dos perfis comerciais para cada elemento da estrutura.

As implementações computacionais foram realizadas no ambiente computacional MATLAB® (THE MATHWORKS INC., 2014). Os códigos computacionais de análise estrutural foram construídos tendo como base o programa de domínio público CALFEM (*Computer Aided Learning Finite Element Methods*) (AUSTRELL, DAHLBLOM, *et al.*, 2004).

A rotina do Algoritmo Genético usada pertence ao *toolbox* de otimização do MATLAB®. Implementou-se, também, um banco de dados dos perfis estruturais obtidos de catálogos de fabricantes nacionais, sendo este acessado automaticamente pelos módulos computacionais de análise estrutural e pelo algoritmo de otimização.

O presente trabalho segue de acordo com a norma brasileira para construção de edificações em aço, a NBR8800 (ABNT, 2008). No projeto, considerou-se também análise não linear estática de segunda ordem, que consiste em obter os esforços analisando a estrutura deformada, logo após o carregamento.

## **I.1. Objetivos**

### **I.1.1. Objetivo Geral**

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para otimização de pórticos planos de aço utilizando algoritmos genéticos, buscando o menor peso através da escolha das seções comerciais mais leves e eficientes possíveis. Considera-se, como restrições de projeto, as tensões nos elementos, a instabilidade global e local da estrutura (flambagem global e local de cada barra) e deslocamentos nodais significativos, para diversos casos de carregamentos. Com o intuito de buscar o mínimo global do problema, são utilizados Algoritmos Genéticos.

### **I.1.2. Objetivos Específicos**

- Desenvolver um banco de dados digital com perfis estruturais comerciais e definir as interfaces computacionais necessárias para comunicação com os módulos de análise e otimização estrutural;

- Desenvolver uma ferramenta computacional para cálculo das respostas mecânicas, considerando os casos de análise linear, análise não linear geométrica.
- Desenvolver uma metodologia para o problema de otimização dimensional de pórticos planos de aço.
- Validar a metodologia desenvolvida através da comparação de resultados com casos encontrados na literatura.

## **I.2. Justificativa**

O desenvolvimento de uma metodologia para otimização de pórticos de aço, utilizando de algoritmos genéticos. Vem da necessidade de, cada vez mais, obter-se projetos com melhor desempenho e mais eficientes, em relação a sua estrutura. Por isso, torna-se necessário implementar uma ferramenta computacional com toda a metodologia desenvolvida.

## CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresenta-se neste capítulo uma revisão bibliográfica de trabalhos referentes ao tema abordado. Na revisão são considerados, principalmente, os trabalhos referentes à otimização de pórticos planos de aço usando algoritmos genéticos com variáveis de projeto discretas. Procura-se mostrar o estado de arte, a relevância e o contexto em que se insere esta dissertação de mestrado.

O conceito de otimização estrutural é mais antigo do que se pensa. Os trabalhos pioneiros na otimização de estruturas mais amplamente conhecidos são os de Maxwell, em 1872, e de Michell, em 1904 (SILVA, 2003).

A ideia consistia em considerar um dado carregamento atuando num domínio infinito de pontos, onde esse domínio estaria apoiado para calcular o campo de tensões mecânicas principais usando a teoria de elasticidade. As direções das tensões principais correspondem às direções em que não ocorrem tensões de cisalhamento, mas apenas tensões normais.

Uma vez obtidas essas direções, a estrutura ótima que utilizasse menos material seria constituída de elementos de treliça alinhados com essas direções principais. A ideia foi proposta, primeiramente, por Maxwell em 1872, retomada por Michell em 1904, que decidiu aplicar o método para o projeto de vários tipos de estruturas com o menor volume de material (SILVA, 2003). Na Figura 1, observam-se as estruturas de treliça obtidas por Michell em 1904. As barras seguem as linhas de isotensão principais. A linha pontilhada indica compressão e a cheia, tração.

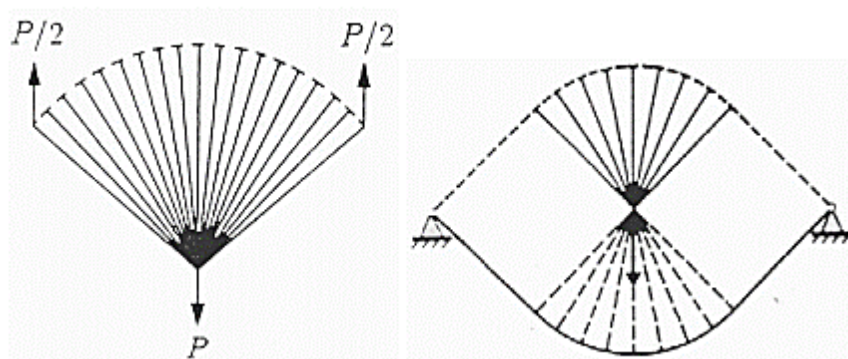


Figura 1 - Estruturas de treliça ideal obtidas por Michell em 1904. (SILVA, 2003).

Apenas na metade do século XX, com o surgimento dos computadores, problemas práticos de otimização estrutural passaram a ser estudados novamente.

A partir disso, novas metodologias para a solução dos problemas de otimização estrutural foram desenvolvidas. Porém, a maioria dos métodos assumia que as variáveis de projeto fossem contínuas, admitindo qualquer valor no domínio dos números reais, como candidato a solução ótima. No entanto, nos problemas práticos, as variáveis de projeto podem ser contínuas ou possuírem valores discretos em função de gabaritos utilizados na prática corrente de projeto, (RAJEEV e KRISHNAMOORTHY, 1992).

Em 1975, John Holland propôs um modelo heurístico computacional, os Algoritmos Genéticos (AGs). Os objetivos de sua pesquisa estavam voltados para explicar os processos baseados nos mecanismos da genética natural combinando com a de sobrevivência do mais apto de Darwin, de forma que ele pudesse estudar a adaptação e a evolução no mundo real, simulando-o dentro de computadores (LINDEN, 2012). Além dos AGs, diversos algoritmos baseados em processos naturais foram formulados ao longo dos anos para a aplicação de problemas de otimização. Após a formulação de Holland, vários pesquisadores começaram a implementar os Algoritmos Genéticos em diversos problemas.

Na otimização estrutural, Goldberg e Samtani (1986) otimizaram uma treliça plana com 10 elementos.

Rajeev e Krishnamoorthy (1992) utilizaram AG para realizar uma otimização discreta das seções transversais de elementos de treliças, incluindo uma torre de transmissão com 160 barras.

Camp *et al.* (1997) apresentaram um procedimento de projeto ótimo dimensional que incorpora um algoritmo genético para pórticos de aço composto de elementos discretos. O procedimento de projeto foi desenvolvido com um programa de análise de elementos finitos, o FEAPGEN.

Pezeshk *et al.* (2000) realizaram um trabalho utilizando algoritmo genético para o projeto ótimo de pórticos planos em aço, comparando as diferenças entre projetos otimizados obtidos por análise linear e geometricamente não linear. Utilizaram três pórticos distintos, sendo o primeiro e o segundo com duas baias e três andares, diferindo apenas no carregamento, e o terceiro com uma baia e 10 andares. A função objetivo considerada foi o peso total da estrutura. As variáveis de projeto foram as seções transversais de cada elemento. Cada seção poderia assumir qualquer perfil W dos 256 estabelecidos pela AISC-LRFD (*American Institute of Steel Construction - Load and Resistance Factor Design*)

(AISC, 2005), obtendo assim um cromossomo binário de 8 genes. O projeto considerou os requisitos impostos pela AISC-LRFD. A otimização dos pórticos foi realizada considerando 03 casos: o primeiro com análise linear sem considerar os efeitos  $P-\Delta$ , o segundo ainda com análise linear, porém considerando os efeitos  $P-\Delta$ , e o terceiro com análise não linear geométrica e considerando os efeitos  $P-\Delta$ . Os autores concluíram que as configurações ótimas encontradas não são afetadas significativamente pela consideração dos efeitos  $P-\Delta$  no pórtico. A Figura 2 apresenta o primeiro pórtico otimizado por Pezeshk *et al.* (2000).

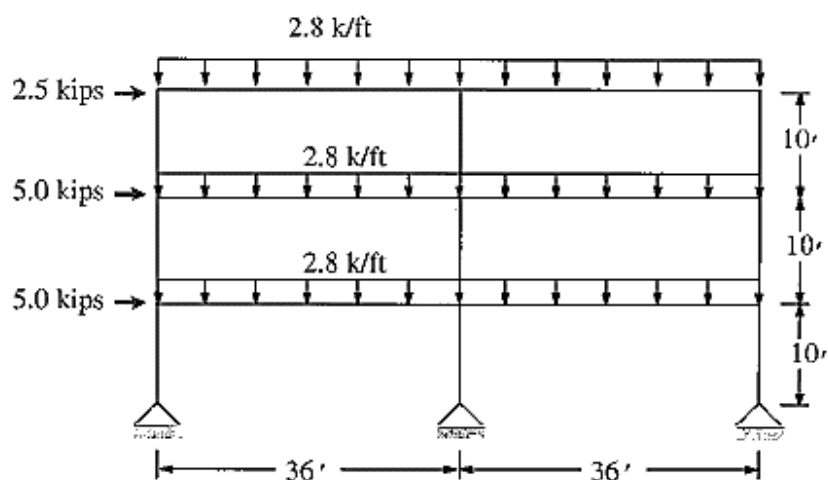


Figura 2 - Pórtico otimizado usando AG (PEZESHK *et al.* 2000).

Del Savio *et al* (2004) apresentaram uma metodologia e uma ferramenta para otimização da flexão em estruturas de aço com ligações semirrígidas utilizando algoritmos genéticos, tendo como base o programa FTOOL (*Two-dimensional Frame Analysis Tool* (MARTHA, 1999)), uma ferramenta de análise estrutural bidimensional bastante utilizada por estudantes e engenheiros devido à sua simplicidade. A partir do FTOOL, desenvolveram o programa FTOOL/SRC, para o pré-processamento, análise e pós-processamento das estruturas com ligações semirrígidas. Os resultados comprovaram a eficácia do algoritmo genético implementado e da metodologia proposta.

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos mostrando a potencialidade do algoritmo genético como metodologia de busca para projeto ótimo de sistemas estruturais de maneira geral. Contudo, outros algoritmos foram propostos ao longo dos anos e aplicados ao processo de otimização.

Camp *et al.* (2005), propuseram um procedimento de projeto utilizando uma técnica de colônia de formigas (ACO - Ant Colony Optimization) para



otimização discreta de estruturas de aço. A função objetivo considerada foi o peso total da estrutura, sujeita a restrições de utilização e de tensão, conforme especificado pela AISC-LFRD. O projeto de estruturas de aço foi mapeado em um problema modificado do caixeiro viajante, onde a configuração da rede reflete a topologia estrutural e o comprimento resultante corresponde ao peso da estrutura. O número de caminhos potenciais entre os nós na rede representa todos (ou uma parte) dos perfis W disponíveis no banco de dados AISC. O pórtico resultante foi minimizado usando uma função de penalidade para impor restrições de força e de serviço. Uma comparação foi apresentada entre os modelos ACO e modelos usando Algoritmo Genético desenvolvidos por Pezeshk *et al* (2000) e métodos de otimização contínua clássica.

O trabalho de Drehmer (2005) consiste na otimização de estruturas formadas por perfis “I” soldados, utilizando como base as espessuras comerciais de chapas existentes no mercado para a formação dos perfis. O objetivo era minimizar a área da seção transversal para, conseqüentemente, reduzir o peso. As variáveis de projeto foram as dimensões da seção, caracterizando como otimização contínua clássica. As restrições impostas foram referentes a NBR5884 (ABNT, 2013). Utilizou o Método do Recozimento Simulado (Simulated Annealing) como algoritmo de otimização. A implementação computacional foi feita em linguagem Fortran 90.

Degertekin (2008) utilizou o método Harmony Search (Busca Harmônica) para projeto ótimo de pórticos de aço. O método BH é uma técnica de otimização numérica desenvolvida recentemente que imita o processo de performance musical quando um músico procura por um melhor estado de harmonia. O algoritmo desenvolvido impõe as restrições de resistência e deslocamento de acordo com a norma americana. O objetivo do algoritmo é a obter de pórticos com o mínimo de peso possível, selecionando seções adequadas a partir de um conjunto de perfis de aço padrão W. Os elementos de viga foram selecionados a partir de uma lista com 267 seções W. A eficácia e a robustez do algoritmo de Busca Harmônica, em comparação com o Algoritmo Genético e métodos baseados em otimização de Colônia de Formigas, foram verificadas utilizando três estruturas de aço. As comparações com a literatura mostraram que o algoritmo de Busca de Harmônica produziu modelos mais leves.

Sommer (2010) realizou uma otimização paramétrica de uma estrutura de aço treliçada utilizada no carregamento de granéis sólidos em porões de navios. Os objetivos principais eram minimizar o peso e as tensões da estrutura, utilizando restrições de flambagem e de deslocamento. As variáveis de projeto foram consideradas através de uma lista com perfis disponíveis inseridos pelo usuário. A análise da estrutura foi realizada no programa computacional ANSYS®, e a otimização no programa modeFRONTIER®, utilizando Algoritmos Genéticos. O projeto ótimo apresentou uma redução na massa de 25% e de 3% nos níveis de tensões.

Togan (2012) realizou um trabalho que apresenta um procedimento de projeto empregando uma técnica de otimização *Teaching–Learning Based Optimization* (TLBO) para otimização discreta de pórticos planos de aço. TLBO é um método de busca inspirado na natureza que tem sido desenvolvido recentemente. Ele simula a interação social entre o professor e os alunos em uma classe, que é resumida como processo de ensino-aprendizagem. O algoritmo visa à obtenção do peso mínimo de pórticos sujeitos a restrições de resistência e de deslocamento impostos pelo AISC-LRFD. Os pórticos otimizados foram obtidos selecionando seções transversais a partir de um conjunto padrão de perfis de aço especificados pelo AISC. Vários exemplos de pórticos da literatura foram examinados para verificar a adequação do procedimento de projeto e demonstrar a eficácia e robustez do TLBO para a criação de um projeto ótimo. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados de Pezeshk *et al* (2000), Camp *et al* (2005) e Degertekin (2008).

Oliveira e Falcón (2013) apresentaram um trabalho sobre otimização geométrica de treliças planas utilizadas em cobertura de duas águas. Foi desenvolvido um programa computacional para otimização geométrica de uma treliça metálica, com o objetivo de minimizar seu peso, sujeito a restrições de tensão e deslocamentos. As variáveis de projeto consideradas foram as coordenadas horizontais e verticais de alguns nós da treliça plana. As áreas das seções foram admitidas como valores fixos.

Vélez e Durand (2014) estudaram a otimização de peso de estruturas reticuladas do tipo treliça por meio da minimização das áreas das seções transversais dos elementos. Empregaram o algoritmo genético como procedimento de busca da melhor configuração do sistema estrutural. O Método

dos Elementos Finitos foi empregado para análise estática da estrutura. Foram consideradas restrições de tensões e deslocamentos nodais. No processo de otimização, foi determinada uma família de possíveis soluções que, ao longo das gerações, levou a uma melhor solução. A implementação computacional utilizada foi baseada na linguagem Python.

## **II.1. Trabalhos LECIV-UENF**

Nos últimos anos diversos trabalhos sobre otimização estrutural têm sido desenvolvidos no LECIV-UENF, sendo os mais recentes: Oliveira (2010), Freitas (2010), Silva (2011) e Alves (2013).

Oliveira (2010) realizou um estudo para projeto ótimo de pórticos de aço considerando o problema de colapso plástico, minimizando o peso estrutural através da determinação de dimensões ótimas das seções transversais, considerando-as como variáveis contínuas. As restrições de projeto foram as cargas críticas e os modos de colapso plástico da estrutura. Para determinação da carga última e identificação dos mecanismos de colapso estrutural, desenvolveu uma ferramenta para simulação computacional de colapso plástico. A implementação dos códigos computacionais para Análise Estrutural, Simulação do Colapso Estrutural e a Otimização foram executados no ambiente computacional MATLAB®. O algoritmo de otimização utilizado foi o de Pontos Interiores. A ferramenta apresentada se mostrou uma alternativa eficiente para a obtenção da carga de colapso na estrutura.

Freitas (2010) estudou a influência da rigidez das ligações viga-coluna no problema de instabilidade estrutural e o seu aproveitamento no dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço. Utilizou o programa computacional ANSYS® para análise e projeto estrutural. No processo iterativo da otimização, os pórticos de aço foram analisados utilizando seções retangulares equivalentes associados às formas dos perfis reais dos elementos do pórtico. Para a análise de instabilidade estrutural (flambagem), utilizou também a técnica de autovalores para encontrar a carga crítica nos pórticos analisados. Para a otimização, empregou um algoritmo de Programação Matemática disponível no software ANSYS. Uma das conclusões apresentadas destaca a importância de se considerar as ligações semirrígidas na estrutura em

vez de ligações flexíveis ou rígidas, e que o projeto ótimo depende da rigidez rotacional das ligações.

Silva (2011) desenvolveu uma metodologia para dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado com seções T, submetidas à flexão simples. Um dos objetivos do estudo foi minimizar o custo de fabricação das vigas, considerando como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e as áreas das armaduras nas zonas de tração e de compressão da viga. As restrições de projeto foram definidas de acordo com a capacidade resistente da viga. Em seguida, comparou resultados obtidos utilizando Programação Matemática com os obtidos usando Algoritmos Genéticos.

Alves (2013) desenvolveu uma metodologia prática para o dimensionamento ótimo de seções transversais de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão, utilizando algoritmos genéticos. Implementou códigos computacionais para verificação estrutural de pilares, calculando a posição da linha neutra e os esforços resistentes do pilar, no ambiente computacional MATLAB®. No projeto ótimo, as variáveis de projeto consideradas foram as dimensões da seção transversal e as áreas do aço tracionado e comprimido. As restrições de projeto foram definidas de acordo com a capacidade resistente do pilar e obedecendo as normas técnicas de projeto de estruturas de concreto. A otimização feita com a Programação Matemática apresentou uma economia ligeiramente maior do que a obtida com Algoritmos Genéticos, devido a linearidade da função objetivo adotada. O programa foi desenvolvido no MATLAB®, como auxílio do programa CALFEM para a análise da estrutura. Os resultados mostraram que foi alcançada uma redução de peso de aproximadamente 17% em relação ao dimensionamento com métodos clássicos disponíveis na literatura.

## CAPÍTULO III – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir o conteúdo teórico necessário para o desenvolvimento desta dissertação. Assim, os principais temas aqui apresentados são: pórticos planos de aço, análise estrutural linear e não linear, otimização estrutural e algoritmos genéticos.

### III.1. Conceitos Básicos de Análise Estrutural

As técnicas de análise estrutural estão se desenvolvendo rapidamente ao longo dos últimos anos. Técnicas mais abrangentes e cada vez mais precisas, tais como, o Método de Análise Matricial (MAM) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) têm sido utilizados com frequência no cálculo de sistemas estruturais.

A simulação computacional é amplamente utilizada para realizar análises para obtenção das respostas mecânicas para diferentes problemas de engenharia. Nas últimas décadas, grande parte dessas análises tem sido realizada por meio de softwares acadêmicos e comerciais que utilizam o Método dos Elementos Finitos.

Na engenharia estrutural, o MEF tem como objetivo determinar o estado de tensão e de deformação de um sólido sujeito a ações externas. No MEF, e também no MAM, a análise estrutural é realizada utilizando uma formulação matricial, no qual são representados inicialmente o comportamento mecânico de cada um dos elementos e em seguida o da estrutura global, relacionando as ações externas atuantes no sistema com os deslocamentos nodais.

A matriz que representa o comportamento mecânico de um elemento é chamada de matriz de rigidez do elemento. Ao integrar as rigidezes dos elementos entre si, de acordo com sua orientação espacial e suas conectividades, a matriz de rigidez global do sistema é obtida. A matriz de rigidez constitui relaciona forças e deslocamentos, na forma:

$$f_e = k_e d \quad (1)$$

em que,

$f_e$  = vetor de forças nodais;

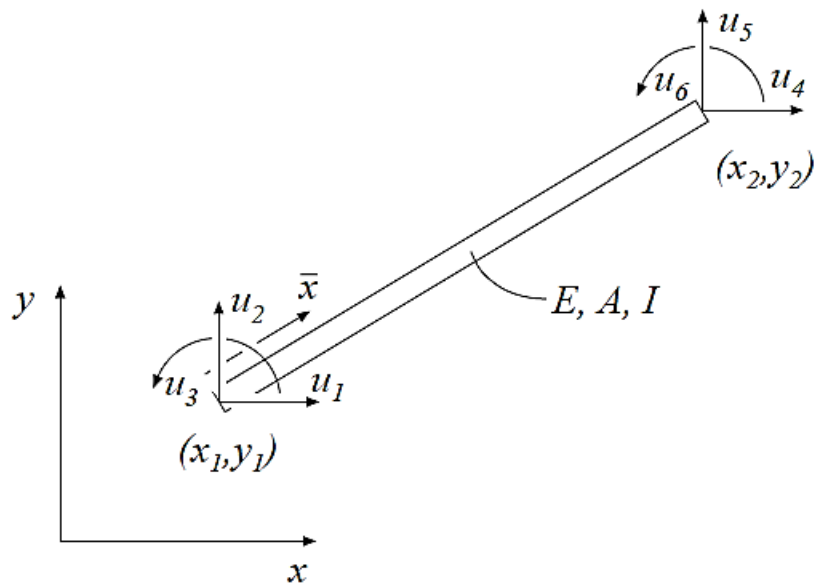


Figura 3 - Elemento tipo viga.

$k_e$  = matriz de rigidez local do elemento;

$d$  = vetor de deslocamentos nodais.

Para o problema de pórtico plano, o elemento viga é utilizado para representação de vigas e colunas. São considerados os três deslocamentos generalizados em cada ponto nodal ou seção dos elementos (deslocamento horizontal, deslocamento vertical e rotação), como mostra a Figura 4.

Para elementos unidimensionais com comportamento linear elástico, de acordo com a teoria de análise matricial, como também pelo método dos elementos finitos, a matriz de rigidez de um elemento viga em coordenadas locais é definida da seguinte forma:

$$k_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2)$$

sendo  $A$ , a área da seção transversal da barra,  $E$  é o módulo de elasticidade (módulo de Young),  $L$  é o comprimento do elemento e  $I$  é o momento de inércia em relação ao eixo perpendicular ao plano do pórtico. Após obter a matriz local, é necessário transformá-la para as coordenadas globais a fim de obter a matriz de rigidez global de cada elemento, multiplicando-a por uma matriz de transformação  $G$ , que contém os cossenos diretores de cada elemento, ficando assim:

$$K_e = G^T k_e G \quad (3)$$

com

$$G = \begin{bmatrix} n_{x\bar{x}} & n_{y\bar{x}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n_{x\bar{y}} & n_{y\bar{y}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{x\bar{x}} & n_{y\bar{x}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{x\bar{y}} & n_{y\bar{y}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde:

$$n_{x\bar{x}} = n_{y\bar{y}} = \frac{x_2 - x_1}{L}, \text{ e } n_{y\bar{x}} = n_{x\bar{y}} = \frac{y_2 - y_1}{L} \quad (5)$$

Depois de obter  $K_e$ , o sistema global de equações pode ser obtido através da montagem de todas as matrizes globais de cada um dos elementos, resultando em:

$$F = K U \quad (6)$$

Neste caso,  $K$  é a matriz de rigidez global,  $U$  é o vetor de deslocamentos globais relativo a todos os graus de liberdade da estrutura e  $F$  representa o vetor de forças externas nodais aplicadas à estrutura.

O sistema de equações lineares é resolvido para obter todos os deslocamentos ( $U$ ) da estrutura. Em uma etapa posterior, utilizando os deslocamentos, podem ser calculadas também as forças reação nos apoios.

### III.2. Análise Não Linear de Estruturas

Todas as estruturas se deformam sob ação de uma carga externa, mas, em geral, o efeito sobre a geometria global pode ser ignorado. No dimensionamento clássico, a maioria das estruturas são dimensionadas pela teoria elástica linear, simplesmente escolhendo valores de tensão admissíveis de acordo com os materiais utilizados e impondo limites como requisitos de utilização.

No caso de edifícios estruturados em aço, os deslocamentos laterais podem provocar esforços adicionais significativos. Por isso, as equações de equilíbrio que verificam o comportamento mecânico da estrutura devem ser escritas considerando-se a geometria da estrutura deformada. O tipo de análise em que se considera o equilíbrio da estrutura em sua configuração deformada denomina-se análise não linear geométrica.

O comportamento não linear de uma estrutura pode ser classificado como:

**Não linearidade do material:** este comportamento estrutural ocorre quando as leis constitutivas que representam o comportamento do material são não-lineares, isto é, o comportamento do material não é apenas linear elástico, não obedece a lei de Hooke integralmente;

**Não linearidade geométrica:** este comportamento estrutural deve ser considerado quando o carregamento sobre a estrutura provoca mudanças significativas na geometria, fazendo com que seja necessária a definição das equações de equilíbrio na configuração deformada da estrutura.

A norma brasileira NBR8800 (ABNT, 2008) classifica as estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais em estruturas de pequena deslocabilidade, média deslocabilidade e grande deslocabilidade. O critério adotado para esta avaliação é a relação entre os deslocamentos laterais da estrutura obtidos na análise de 1ª ordem e aqueles obtidos na análise não-linear de 2ª ordem.

De acordo com a referida norma, as estruturas podem ser classificadas em: pequena, média e grande deslocabilidade.

Pequena deslocabilidade, é quando os efeitos de segunda ordem podem ser desconsiderados, sendo que a relação entre os deslocamentos de segunda e primeira ordem não exceda o valor de 1,1;



Média deslocabilidade, é quando a máxima relação entre os deslocamentos de segunda e primeira ordem são maiores que 1,1 e menores que 1,4;

E grande deslocabilidade, quando a relação entre os deslocamentos de segunda e primeira ordem são maiores do que 1,4 (PFEIL e PFEIL, 2011).

A análise de primeira ordem (análise linear) pressupõe, para o cálculo de esforços e deslocamentos, o equilíbrio da estrutura em sua posição inicial, indeformada. A análise de segunda ordem considera o equilíbrio da estrutura em sua posição deformada para a obtenção dos esforços (Figura 4).

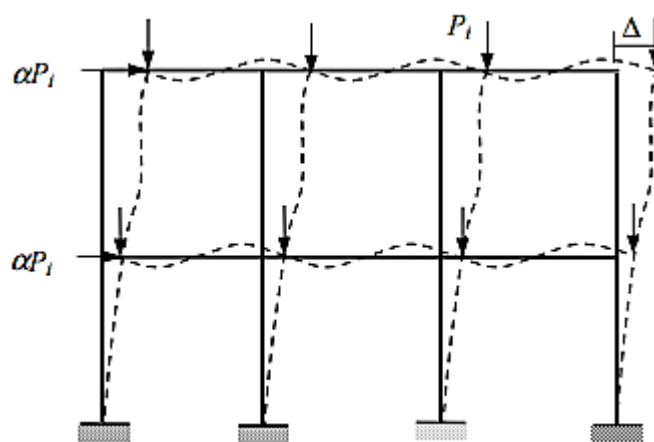


Figura 4 - Pórtico em sua posição deformada (MAHFOUZ, 1999).

Os esforços de segunda ordem global podem ser obtidos por meio do processo  $P-\Delta$ , que consiste no processo de análise não-linear geométrica considerando a posição deformada da estrutura.

A análise de segunda ordem com o MEF pode ser determinada através de procedimentos iterativos ao longo de um determinado tempo. O problema básico da análise não linear é encontrar o estado de equilíbrio de um corpo submetido a um certo carregamento (BATHE, 1996). O efeito deste carregamento atuando na configuração deformada da estrutura gera os efeitos de segunda ordem.

Pode-se recorrer a técnicas simplificadas que analisam os efeitos de segunda ordem de forma aproximada, utilizando códigos computacionais menos complexos. Um dos métodos que podem ser utilizados para a análise de segunda ordem é o método das funções de estabilidade (*Stability Functions Method*).

Este método utiliza as equações de equilíbrio com base na configuração deformada de uma viga-coluna. A matriz de rigidez de uma viga-coluna, para o método de aproximação das funções de estabilidade, pode ser escrita na forma em que são apontados os parâmetros baseados nos esforços axiais, proveniente da matriz de rigidez da análise de primeira ordem (AL-MASHARY e CHEN, 1990), mostrada a seguir:

$$k_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Para esforços de compressão:

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} \cot \frac{kL}{2} \quad (8)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{12} \frac{k^2 L^2}{(1 - \phi_1)} \quad (9)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2 \quad (10)$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2} \phi_1 + \frac{3}{2} \phi_2 \quad (11)$$

$$\phi_5 = \phi_1 \phi_2 \quad \text{com } k = \frac{\pi}{L} \sqrt{\rho} \quad (12)$$

Para esforços de tração:

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} \coth \frac{kL}{2} \quad (13)$$

$$\phi_2 = -\frac{1}{12} \frac{k^2 L^2}{(1 - \phi_1)} \quad (14)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2 \quad (15)$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2} \phi_1 + \frac{3}{2} \phi_2 \quad (16)$$

$$\phi_5 = \phi_1 \phi_2; \quad \text{com } k = \frac{\pi}{L} \sqrt{-\rho} \quad (17)$$

O parâmetro  $\rho$  é dado por:

$$\rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI} \quad (18)$$

onde  $N$  é a carga axial obtida na análise de primeira ordem e  $L$  é o comprimento do elemento analisado.

Após a matriz de rigidez ter sido atualizada, a matriz  $K$  é montada e um outro ciclo de análise é feito para obter os esforços provenientes da análise de segunda ordem. Em geral, é necessário um procedimento iterativo para resolver este problema.

### III.3. Instabilidade Estrutural

A não consideração do problema da instabilidade nos projetos de sistemas estruturais pode levar a resultados desastrosos. No estado de equilíbrio estável, se a uma coluna é dado um pequeno deslocamento qualquer por alguma influência externa, e em seguida é removido, retornará para a forma não deformada. Por definição, o estado de equilíbrio neutro é aquele em que o limite de estabilidade elástica é alcançado. Por outro lado, se a uma coluna provoca-se um pequeno deslocamento, por alguma influência externa, e em seguida é removido, e ela mantiver essa forma deformada, a coluna está em um estado de equilíbrio instável, como mostra a Figura 6.

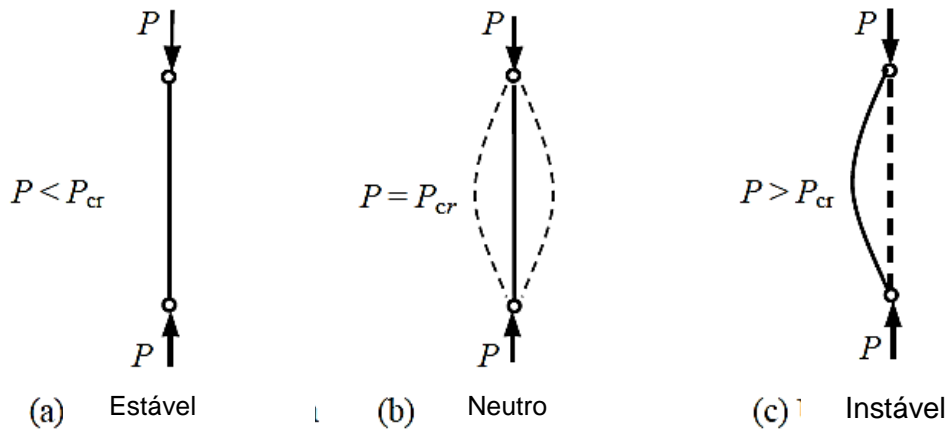


Figura 5 - Estado de equilíbrio de uma barra, (MAHFOUZ, 1999).

A instabilidade da estrutura (flambagem) ocorre quando um componente do sistema, ou o sistema estrutural em conjunto, perde sua estabilidade antes que o material atinja sua tensão de escoamento, diminuindo a resistência mecânica à compressão da peça. Para que isto não ocorra, faz-se necessário conhecer as cargas críticas global e local.

A carga crítica de flambagem global por flexão no regime elástico linear pode ser definida pela fórmula de Euler (PFEIL e PFEIL, 2011):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{kl^2} \quad (19),$$

onde

$EI$  = Rigidez do pilar à flexão em relação ao eixo de flambagem ( $kPa$ );

$k$  = Coeficiente de flambagem por flexão;

$l$  = Comprimento do elemento ( $m$ ).

### III.4. Otimização estrutural

Otimização estrutural é um processo que visa à obtenção de uma configuração ótima da estrutura conforme alguma medida de desempenho adotada para qualificação do projeto.

Para descrever os conceitos e métodos de otimização é necessária a definição de um modelo matemático geral para problemas de otimização. Assim, o problema de otimização para minimizar uma função objetivo, sujeito a

restrições de desigualdade e igualdade, pode ser representado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } f(x); \quad (20)$$

$$\text{Sujeito a } g_i(x) \leq 0; i= 1, \dots, m; e$$

$$h_j(x) = 0; j= 1, \dots, p,$$

onde  $x$  representa o vetor de incógnitas ou vetor de variáveis de projeto,  $f(x)$  é a função objetivo e  $g(x)$  e  $h(x)$  são as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente. Além disso,  $m$  e  $p$  representam o número total de restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente.

A solução do problema é a configuração ótima  $x^*$ , que minimiza a função objetivo. Em alguns problemas podem existir mais de uma solução ótima (ARORA, 2012; RAO, 2009; HAFTKA e GURDAL, 1992).

A função objetivo representa uma medida da eficiência de um projeto, quantificando numericamente o que se quer otimizar. Pode ser classificada em simples ou multiobjetivo. A função é dita simples quando se tem apenas um objetivo, e é denominada multiobjetivo quando se deseja atingir vários objetivos simultaneamente.

As variáveis de projeto são os parâmetros do problema que podem ser modificados arbitrariamente na busca do ótimo. No caso de uma estrutura, as variáveis podem ser a área da seção de um elemento, otimização dimensional; as coordenadas que definem a posição nodal, otimização geométrica; no caso de otimização topológica, os elementos do sistema podem ser eliminados ou adicionados; dentre outros (AZEVEDO, 1994).

As variáveis de projeto são classificadas em variáveis contínuas e discretas. As variáveis contínuas podem assumir qualquer valor real, já as variáveis discretas estão limitadas a valores determinados. Assim, por exemplo, a área da seção de uma viga de aço comercial seria uma variável discreta, já que depende de perfis pré-estabelecidos disponíveis no mercado.

Um problema de otimização pode ser linear ou não linear. Considera-se otimização linear quando a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto e otimização não linear quando a função objetivo ou

alguma das restrições são funções não lineares das variáveis de projeto (HAFTKA e GURDAL, 1992).

Em geral, o processo de otimização parte de uma configuração inicial ( $x^k$ ) que é melhorada ( $x^{k+1}$ ) por meio de um processo iterativo, como mostrado na Figura 6.

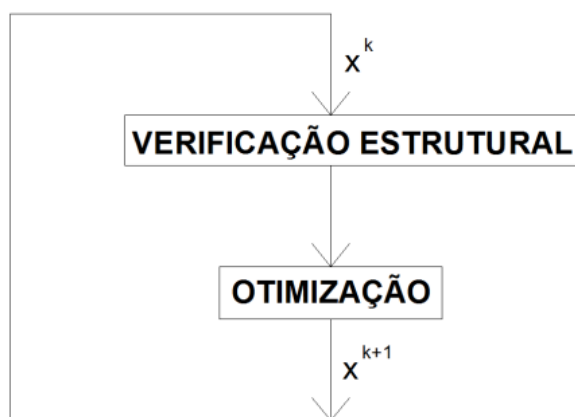


Figura 6 - Esquema geral de otimização estrutural.

Na Figura 7, observam-se dois módulos computacionais independentes, porém, vinculados através de interfaces de comunicação de dados. No módulo de verificação estrutural, a cada iteração,  $k$ , calculam-se as respostas mecânicas da estrutura para a configuração corrente

No módulo de otimização são propostas novas configurações ( $x^{k+1}$ ) que visam à redução do valor da função objetivo, respeitando-se as restrições impostas ao modelo. O processo é repetido até atingir a tolerância estipulada, em geral em função do grau de alteração numérica das restrições ativas ou das variáveis de projeto ou da função objetivo.

Nos problemas de otimização estrutural, a definição das variáveis de projeto é o que determina qual tipo de otimização será realizada. Existem vários critérios para classificação dos problemas de otimização estrutural. O processo de otimização pode ser dividido em três classes diferentes: topológica, geométrica e dimensional (CHRISTENSEN e KLARBRING, 2009).

Em estruturas formadas por barras (treliças ou pórticos), a otimização topológica se preocupa com a quantidade e a distribuição de material na estrutura, considerando como variável de projeto a existência ou não de cada uma das barras da estrutura, de forma que o problema de otimização se traduz na eliminação ou adição de elementos na estrutura.

No processo de otimização de geometria, as coordenadas dos nós da estrutura são as variáveis de projeto. Aqui, não se determina a quantidade de elementos, mas sim a posição e comprimento deles alterando as coordenadas dos pontos nodais. Na otimização dimensional, as variáveis de projeto são as dimensões das seções transversais dos elementos da estrutura, como altura e largura ou até mesmo a área da seção transversal dos elementos. As coordenadas dos nós e a quantidade de elementos do sistema estrutural são fixos. É este tipo de problema de otimização que será estudado neste projeto. A Figura 7 exemplifica os três tipos de otimização.

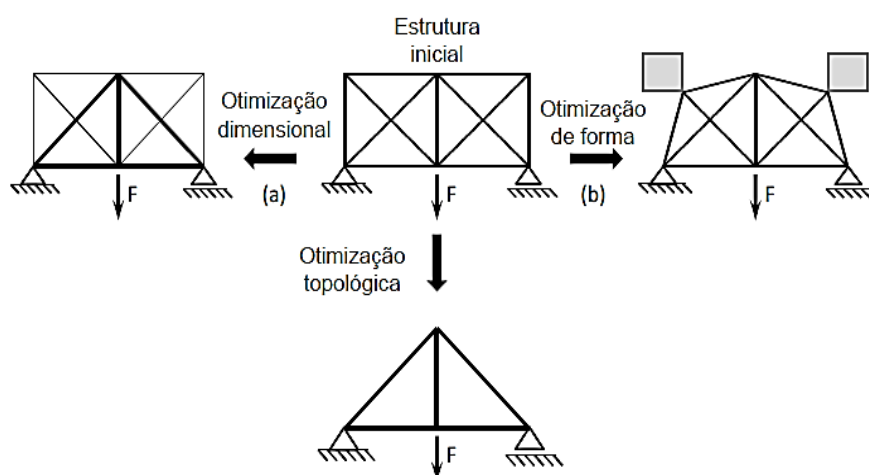


Figura 7 - Exemplo dos três tipos básicos de otimização: (a) dimensional, (b) de forma e (c) topológica (SILVA, 2015).

Nos últimos anos, os métodos de otimização estrutural têm evoluído expressivamente como consequência de muita pesquisa e desenvolvimento nesta área. O aumento da disponibilidade de *hardwares* de computador com maior capacidade e eficiência computacional, oferecem uma maior capacidade para examinar sistematicamente o domínio da solução inclusive para problemas de projeto estruturais de grande porte ou de elevada complexidade.

### III.5. Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são uma estratégia de busca baseada na mecânica da evolução genética (Holland (1975) *apud* PEZESHK *et al.*, 2000). Os AGs foram desenvolvidos por John Holland em 1975. Inicialmente, os objetivos da sua pesquisa estavam voltados para estudar os processos

evolutivos, de forma que a os fenômenos de adaptação e de evolução no mundo real fossem simulados através de processos computacionais (LINDEN, 2012).

Os AGs utilizam princípios básicos de teoria da evolução e genética que podem ser modelados através de códigos computacionais. Em geral, os AGs são estratégias flexíveis e eficientes para procurar espaços complexos, tais como o espaço de solução para a concepção de uma estrutura em pórtico (CAMP *et al.*, 1997).

São técnicas heurísticas evolucionistas de otimização global baseados na evolução natural das espécies, utilizando operadores inspirados basicamente no processo de evolução natural como seleção, recombinação e mutação, basicamente. Estes operadores manipulam indivíduos de uma população para melhorar a adaptação gradativamente, gerando um processo de evolução natural (RAO, 2009).

A evolução natural é um processo pelo qual características hereditárias que contribuem para a sobrevivência e reprodução se tornam mais comuns em uma população, enquanto que características prejudiciais se tornam mais raras. Isso ocorre porque indivíduos com características vantajosas têm mais sucesso na reprodução, de modo que na próxima geração mais indivíduos herdem estas características (LINDEN, 2012).

os AGs diferem de métodos tradicionais de otimização em alguns aspectos. Eles combinam o conceito de sobrevivência artificial do mais forte com os operadores genéticos abstraídos da natureza para formar um mecanismo de busca robusto (GOLDBERG (1989) apud RAJEEV e KRISHNAMOORTHY, 1992). Segue abaixo uma lista com as principais características:

- AGs usam uma população de configurações de uma só vez, em contraste com a abordagem de configuração única pelos métodos de otimização tradicionais. O que significa, num determinado momento, que eles processam um conjunto de possíveis soluções;
- Usam apenas os valores da função objetivo, derivadas não são usadas no procedimento de busca;
- As variáveis de projeto são representadas como cadeias de variáveis binárias que correspondem aos cromossomos em genética natural. Assim, o método de pesquisa é naturalmente aplicável para resolver problemas de programação discretos e inteiros. Para variáveis de projeto



contínuas, o comprimento do cromossomo pode ser variado para alcançar qualquer resolução desejada;

- O valor da função objetivo corresponde a um vetor que desempenha o papel de aptidão da solução;
- Em cada nova geração, um novo conjunto de indivíduos é produzido usando os pais randomizados, seleção e cruzamento da antiga geração. Embora aleatórios, AGs não são técnicas de busca aleatória simples. Eles exploram eficientemente as novas combinações com o conhecimento disponível para encontrar uma nova geração com melhor aptidão ou valor da função objetivo (RAO, 2009).

Estas propriedades, variáveis de projeto codificadas, processamento de população e operadores randomizados, dão ao AG seu mérito relativo. Os algoritmos genéticos obtêm eficácia a partir dos operadores genéticos. Os principais são: reprodução, cruzamento, mutação, dominância e inversão. Dependendo da natureza do problema e sobre os requisitos para o desempenho, o AG pode ser melhorado através da aplicação de outros operadores (RAJEEV e KRISHNAMOORTHY, 1992).

Os principais conceitos, terminologias e definições fundamentais dos algoritmos genéticos são citados a seguir.

- **Gene e Alelo**

No AG, gene consiste em um elemento do vetor de variáveis de projeto que representa o cromossomo, um parâmetro codificado no cromossomo, enquanto Alelo representa os valores que o gene pode assumir.

- **Cromossomo**

Um cromossomo representa a estrutura de dados que codifica uma possível solução (candidato a solução) para um dado problema, ou seja, uma única configuração no espaço de busca. Um cromossomo é composto de genes, que podem assumir um determinado valor entre vários possíveis, chamados de alelos. Podem ser representados por valores binários ou por valores reais, como mostrado na Figura 8.

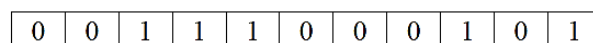


Figura 8 - Cromossomo representado por um binário (MAHFOUZ, 1999).

- **População**

Corresponde à totalidade de indivíduos (cromossomos) constituintes de um espaço de busca, ou seja, o conjunto de soluções. Se o tamanho da população é muito grande, maior será o tempo de processamento do algoritmo devido ao número excessivo de avaliações. Por outro lado, se o tamanho da população for pequeno, maior será o número de gerações (LINDEN, 2012).

- **Gerações**

Para iniciar uma nova geração, o algoritmo realiza o processo de cruzamento, no qual dois cromossomos são selecionados e têm seus genes misturados para gerar novos indivíduos. Uma geração compreende a população de cromossomos.

- **Pais e Filhos**

Em cada geração tem-se uma nova população que é denominada de população de pais, a qual é usada para criar indivíduos para a próxima geração, filhos.

- **Seleção**

A seleção é o processo pelo qual indivíduos de uma população são escolhidos para dar origem a uma nova população.

- **Mutação e Crossover**

São responsáveis pela introdução e manutenção da diversidade genética nas populações. Os operadores alteram alguns genes de alguns indivíduos.

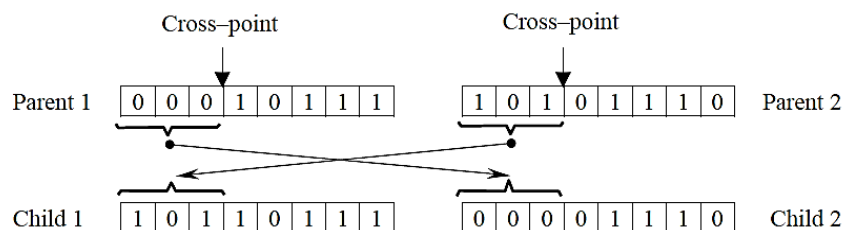


Figura 9 - Mutação no indivíduo (MAHFOUZ, 1999).

O operador *crossover* (cruzamento) mais simples atua após a seleção dos pais. Selecionados dois pais, um ponto de corte é criado separando cada pai em duas partes, como pode ser observado na Figura 9. Também podem ser definidos vários pontos de corte. Os filhos são criados através da miscigenação (mistura de características) de cada pai (LINDEN, 2012).

A mutação (Figura 10) atua após a composição dos filhos. Ele altera aleatoriamente um gene do cromossomo, dependendo de um fator probabilístico (LINDEN, 2012).

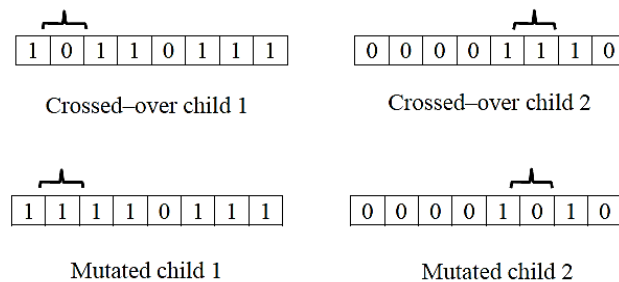


Figura 10 - Crossover simples (MAHFOUZ, 1999).

- **Elitismo**

É um operador que influencia o processo de busca em favor dos membros mais aptos na população atual. Quando uma nova população é gerada por cruzamento e mutação, há uma grande chance de que os melhores cromossomos sejam perdidos. O elitismo, então, tem a função de primeiro copiar os indivíduos com melhor valor da função objetivo para a geração seguinte sem alterações, garantindo, desta forma, que sempre a melhor solução encontrada em qualquer uma das gerações será mantida até o final do processo.

Na Figura 11 é apresentado um fluxograma do funcionamento do algoritmo genético de maneira geral.

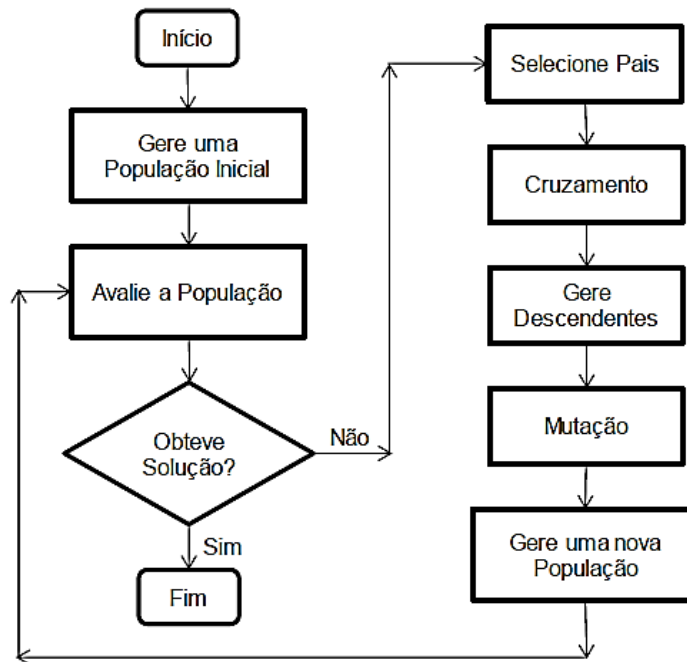


Figura 11 - O fluxograma da otimização de Algoritmo Genético (ALVES, 2013).

O esquema de funcionamento dos AGs, mostrado na Figura 12, pode ser resumido através dos seguintes passos (LINDEN, 2012):

- 1) Inicialize a população de cromossomos;
- 2) Avalie cada cromossomo da população;
- 3) Selecione os pais para gerar novos cromossomos;
- 4) Aplique os operadores de recombinação e mutação a estes pais de forma a gerar novos indivíduos;
- 5) Apague os velhos membros da população;
- 6) Avalie todos os novos cromossomos e insira-os na população;
- 7) Se o melhor cromossomo satisfaz, retorne-o, caso contrário, volte para o passo 3.

As vantagens de se usar AGs como técnica de busca devem-se a alguns fatos como: não estão restritos a apenas informações locais do espaço de busca, desta forma não ficam presos em máximos ou mínimos locais como outros métodos; mantém uma população de soluções que são avaliados simultaneamente; não são afetados por descontinuidades da função ou das suas derivadas; São capazes de lidar com funções discretas e contínuas (LINDEN, 2012).

## CAPÍTULO IV – MODELAGEM COMPUTACIONAL

Este capítulo tem como finalidade apresentar o modelo matemático para o problema de otimização estrutural em questão. São apresentados também os módulos computacionais de análise estrutural e o módulo de otimização utilizando algoritmos genéticos. Em particular, é apresentado o critério de penalização adotado.

### IV.1. Modelo Matemático

Para definição da metodologia de projeto ótimo que minimize o peso estrutural ( $P$ ) dos pórticos planos de aço, é necessário estabelecer um modelo matemático para o cálculo da função objetivo e das restrições. Para este trabalho, o modelo matemático foi idealizado a partir do problema de otimização dimensional, que visa minimizar a área de seção transversal de cada elemento que constitui a estrutura. As restrições de projeto baseiam-se nas recomendações das normas vigentes e no comportamento mecânico da estrutura.

As formulações matemáticas, para função objetivo e para as restrições, são expressas a seguir:

$$\text{Minimizar } P = \sum_{i=1}^{Ne} L_i \rho_i \quad (21)$$

$$\text{Sujeito a } R_k^\sigma \leq 0, k = 1, \dots, Ne$$

$$R_r^\delta \leq 0, r = 1, \dots, Na$$

onde  $P$  é o peso total da estrutura,  $Ne$  é o número total de elementos, e  $L_i$  e  $\rho_i$  são comprimento e massa por unidade de comprimento do elemento  $i$ , respectivamente. As desigualdades  $R_k^\sigma$  e  $R_r^\delta$  representam as restrições de força e de deslocamento,  $Na$  e  $Ne$  representam o número de pavimentos e de elementos da estrutura, respectivamente. A variável a ser minimizada é a massa (por unidade de comprimento) estrutural do pórtico, avaliada através das áreas das seções transversais dos elementos que conformam o pórtico. Desta forma, trata-se de uma otimização de tipo dimensional.

A norma brasileira, NBR8800 (ABNT, 2008), estabelece requisitos para Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), que servem de base para a definição das restrições do problema de otimização proposto.

De acordo com a norma, as restrições referentes a resistência mecânica,  $R_k^\sigma$ , para elementos submetidos aos esforços axiais e fletores são expressos pelas formulas:

$$\text{para } \frac{N_d}{N_{dres}} \geq 0,2 \quad R_k^\sigma = \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{dx}}{M_{dresx}} + \frac{M_{dy}}{M_{dresy}} \right) - 1 \quad (22)$$

$$\text{para } \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2 \quad R_k^\sigma = \frac{N_d}{2N_{dres}} + \left( \frac{M_{dx}}{M_{dresx}} + \frac{M_{dy}}{M_{dresy}} \right) - 1 \quad (23)$$

onde  $N_d$ ,  $M_{dx}$  e  $M_{dy}$  são esforços axiais e momentos solicitantes de projeto.

$N_{dres}$  é o esforço axial resistente de projeto, e  $M_{dresx}$  e  $M_{dresy}$  são os momentos fletores resistentes de projeto nas direções x e y, sendo para estruturas planas  $M_{dy}$  igual a zero.

De acordo com a norma, o deslocamento horizontal dos pilares está limitado ao valor de  $h/400$ , para pórticos de dois ou mais pavimentos, onde  $h$  é a altura total do pilar analisado. A restrição de deslocamento,  $R_r^\delta \leq 0$ , representa o balanço horizontal de cada andar de uma estrutura de vários andares, é apresentada na seguinte equação:

$$R_r^\delta = \frac{\delta}{\delta_u} - 1, \text{ onde } \delta = (\delta_a - \delta_{a-1}) \quad (24)$$

Na equação 24,  $\delta_a$  e  $\delta_{a-1}$  são deflexões laterais no nível de dois andares adjacentes,  $\delta_u$  é o deslocamento lateral admissível.

Para utilização de AGs, é necessária a transformação do problema de otimização com restrições em um problema sem restrições. Para transformar o problema de otimização restrito, definido na equação 21, em um problema irrestrito equivalente, define-se uma função de penalidade baseada no nível de violação das restrições.

O AG do *toolbox* de otimização do MATLAB®, disponibiliza o método Lagrangeano Aumentado (*Augmented Lagrangian Genetic Algorithm* - ALGA) para transformar um problema padrão restrito, com restrições lineares e não lineares de igualdade e de desigualdade em um problema irrestrito.

A transformação resulta em um subproblema que é constituído por um somatório da função aptidão (função objetivo) e das restrições penalizadas pelo método Lagrangeano Aumentado.

O problema padrão de otimização a ser transformado pelo algoritmo genético (ALGA) é:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) \\
 & c_i(x) \leq 0, i=1, \dots, m \\
 & ceq_i(x) = 0, i = m + 1, \dots, mt \\
 & A \cdot x \leq b \\
 & Aeq \cdot x = beq \\
 & lb \leq x \leq ub,
 \end{aligned} \tag{25}$$

em que  $c(x)$  representa as restrições de desigualdade não lineares,  $ceq(x)$  representa as restrições de igualdade,  $m$  representa o número de restrições de desigualdade não lineares,  $mt$  é o número total de restrições não lineares,  $A$  e  $Aeq$  são matrizes com restrições lineares, e  $b$  e  $beq$  são vetores solução para restrições lineares.

Nesta abordagem, os limites inferiores e superiores ( $lb$  e  $ub$ ) e as restrições lineares são tratados separadamente de restrições não lineares. A função penalizada é obtida usando o critério do Lagrangeano Aumentado que consiste na combinação da função objetivo e da função de restrição não linear e os parâmetros de penalidade  $\lambda_i$  e as variáveis de folga  $s$ , como apresentado na equação a seguir:

$$\Theta(x, \lambda, s, \rho) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i s_i \log(s_i - c_i(x)) + \sum_{i=m+1}^{mt} \lambda_i ceq_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=m+1}^{mt} ceq_i(x)^2 \tag{26}$$

onde os parâmetros  $\lambda_i$  são conhecidos como multiplicadores de Lagrange e são não negativos. Os parâmetros de folga  $s_i$  convertem as restrições de desigualdade em igualdades e são não negativos,  $\rho$  é o parâmetro de penalidade positivo.

O algoritmo genético minimiza uma sequência de subproblemas, cada uma das quais é uma aproximação do problema original. Cada subproblema tem um valor fixo de  $\lambda$ ,  $s$ , e  $\rho$ .

Quando o subproblema é minimizado para uma das condições de precisão exigida e satisfaz as condições de viabilidade, as estimativas do Lagrangeano são atualizadas. Caso contrário, o parâmetro de penalidade ( $\rho$ ) é aumentado. Isto resulta em uma nova formulação do subproblema e do problema de minimização. Estes passos são repetidos até que os critérios de parada sejam satisfeitos

## **IV.2. Módulos Computacionais Implementados**

A metodologia para a otimização dos pórticos planos de aço foi inteiramente implementada no ambiente computacional MATLAB®. A metodologia foi subdividida em módulos, sendo arquitetada na seguinte maneira: um módulo principal e cinco módulos secundários, para pré-processamento da estrutura, cálculo da função objetivo, cálculo das restrições, análise linear e não linear, além do banco de dados com os perfis comerciais.

### **IV.2.1. Módulo Principal de Otimização**

O módulo principal contém toda a estrutura básica definida para a otimização usando Algoritmos Genéticos. O primeiro passo antes de iniciar o processo de otimização, é estabelecer arquivos com os dados iniciais de entrada contendo as propriedades da estrutura para o seu pré-processamento.

Os dados de entrada são organizados em arquivos tipo texto, com a extensão *.dat*, contendo as características de cada pórtico (aplicação) como, por exemplo, as coordenadas dos nós, a conectividade das barras do pórtico, os materiais, as cargas concentradas e distribuídas, os grupos de elementos entre outros, como apresentado no Anexo II.

Assim, após definir os arquivos texto para cada pórtico, determina-se qual estrutura a ser otimizada, inserindo o nome do arquivo relacionado a cada estrutura, na linha de comando com a variável *arq\_name*, no módulo principal. Apenas uma estrutura por vez pode ser otimizada. Em seguida, o pré-



processador é chamado para a leitura dos dados e montagem da estrutura, como apresentado na Figura 12 a seguir.

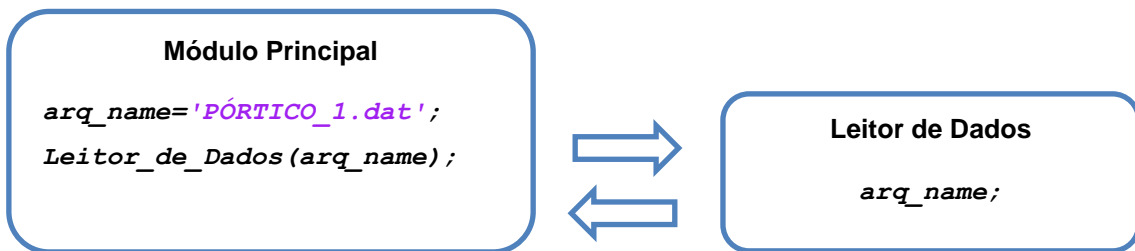


Figura 12 - Fluxograma do pré-processamento da estrutura.

Depois de processar a estrutura, o Leitor de Dados retorna para o módulo principal com todas as características da estrutura processada para armazenar em variáveis globais para uso posterior no programa. A Figura 13 mostra o primeiro pórtico processado.

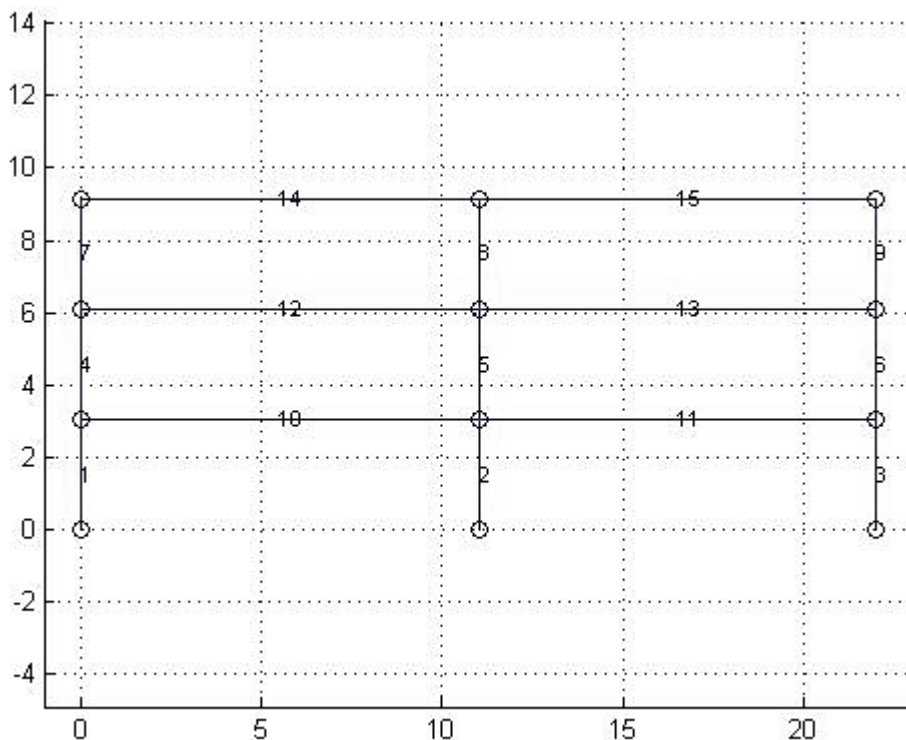


Figura 13 - Pórtico 1 processado através de arquivos texto (.dat).

Terminado o pré-processamento da estrutura, segue-se para a definição dos parâmetros do Algoritmo Genético no próprio módulo, tais como, tamanho da população, quantidade de gerações, taxa de elitismo, taxa de *crossover*, tolerâncias da função objetivo e das restrições, dentre outros. Prosseguindo, no modulo principal é chamada a rotina de otimização contida no *toolbox* do MATLAB®, usando Algoritmo Genético.

Executando-se o comando de otimização, uma população de candidatos a solução do problema é criada e avaliada repetindo-se até que uma solução seja encontrada. Após a solução ser encontrada, os resultados, tais como, valor da função objetivo, valor das restrições, quantidade de gerações e propriedades dos perfis ótimos escolhidos são impressos na tela.

Para que a rotina de otimização seja executada, determinou-se o módulo do banco de dados dos perfis comerciais, da função objetivo e das restrições, além dos módulos da análise linear e não linear.

#### IV.2.2. Módulo Banco de Dados dos Perfis

No módulo do banco de dados são implementadas todas as propriedades das seções transversais necessárias de cada perfil estrutural comercial disponível, como por exemplo, momento de inércia, módulo elástico, plástico, altura e espessura da alma, altura e espessura da mesa, raio de giração, dentre outras propriedades da seção (Figura 14).

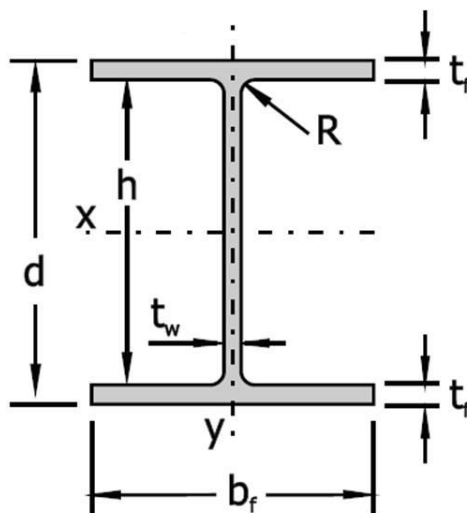


Figura 14 - Exemplo de uma seção transversal de um perfil laminado.

Os perfis são identificados por um código binário com 7 unidades. Todo código binário é múltiplo de dois, então, um código binário com 7 unidades ( $2$  elevado à sétima potência) representa um total de 128 possibilidades.

Em razão da complexidade do segundo e terceiro pórtico estudado neste trabalho, optou-se por implementar 64 perfis laminados e 64 soldados. Os perfis soldados foram escolhidos devido a uma maior variedade destes perfis no mercado brasileiro, sendo algumas seções mais robustas em relação aos perfis

laminados implementados, possibilitando o dimensionamento de estruturas mais complexas.

Portanto, entrando com cada cromossomo (indivíduo da população) no banco de dados digital realiza-se um mapeamento, onde, a partir dos códigos binários contidos no cromossomo, são identificados os perfis das vigas e dos pilares do pórtico. Assim, são obtidas as propriedades dos perfis estruturais que formam um determinado pórtico candidato a solução.

Visando a redução do número de variáveis de projeto, os elementos que compõem os pórticos foram distribuídos em grupos. Cada grupo representa uma variável de projeto, representando uma parcela do cromossomo que é identificado pelos códigos binários. Assim, cada grupo pode assumir apenas um perfil estrutural por vez.

#### **IV.2.3.Módulo da Função Objetivo**

Para o cálculo da função objetivo, entra-se com o cromossomo gerado pelo AG, que representa os perfis contidos no banco de dados, para sair com a propriedade de massa por metro linear. Em seguida, procede-se para o cálculo do peso total da estrutura seguindo a equação 21. Todo este processo é repetido para cada indivíduo da geração avaliada.

O cálculo da função objetivo ocorre simultaneamente com o cálculo das restrições de projeto.

#### **IV.2.4.Módulo das Restrições de Projeto**

No módulo computacional das restrições de projeto, primeiro entra-se com o cromossomo gerado pelo AG para fazer o mapeamento das propriedades dos perfis. Para cada elemento do pórtico, calcula-se o coeficiente de flambagem de Euler,  $K_x$ , necessário para a verificação da resistência admissível considerando a instabilidade estrutural dos elementos comprimidos. No mesmo módulo, indica-se qual análise será efetuada, linear ou não linear, antes de executar o programa com a metodologia.

Em seguida, o programa segue para o módulo de análise estrutural escolhido, análise linear ou análise não linear geométrica considerando os efeitos de segunda ordem, para calcular os esforços axiais, momentos fletores e os deslocamentos necessários para o cálculo das restrições de projeto.

Após a obtenção dos esforços solicitantes de projeto (lineares ou não lineares), todo esforço resistente de projeto é verificado (ver Anexo III). O processo de dimensionamento ótimo requer do cálculo do esforço resistente de projeto de cada elemento da estrutura, de acordo com a NBR8800 (ABNT, 2008). Neste cálculo são considerados as perdas de resistência a flambagem global e local, considerando as características geométricas de cada perfil.

Verificada a estrutura, calcula-se as restrições de força e deslocamento lateral, conforme as equações 22, 23 e 24. Um fluxograma representando todo o procedimento é apresentado na Figura 15.

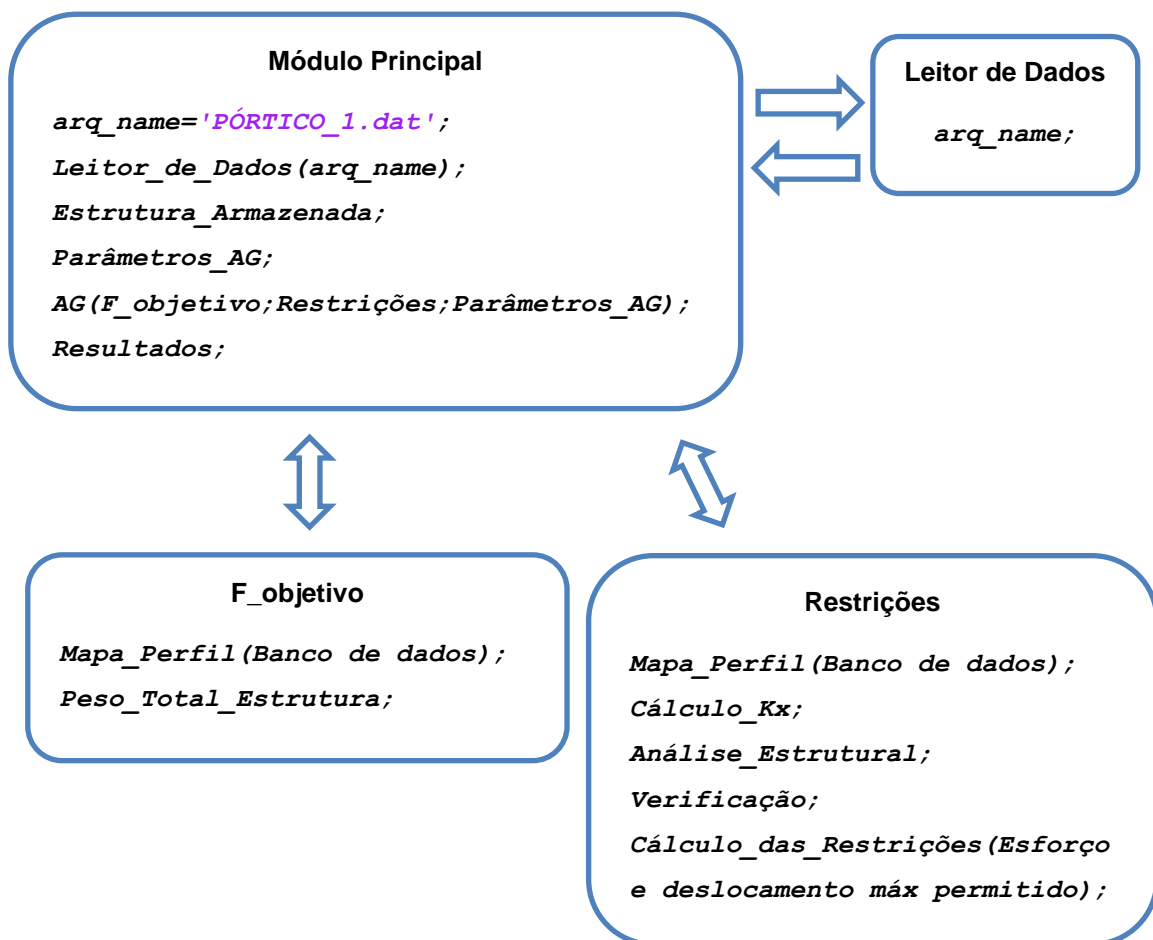


Figura 15 - Fluxograma geral da ferramenta computacional de otimização.

#### IV.2.5. Módulos de Análise Estrutural

Os códigos computacionais de análise estrutural foram implementados tendo como base o programa acadêmico de domínio público chamado CALFEM (*Computer Aided Learning Finite Element Methods*), desenvolvido inicialmente na Universidade Lund, na Suécia em 1999. CALFEM são funções criadas em linguagem MATLAB para análise estrutural através de elementos finitos.

O CALFEM é um conjunto de funções de análise estrutural fundamentada na teoria dos elementos finitos, implementado no MATLAB. As funções já são pré-estabelecidas, no entanto, foram adaptadas para realizar análise linear e não linear de pórticos planos de aço utilizando arquivo de dados padronizados.

Para a avaliação dos pórticos planos foi utilizado o elemento tipo viga disponível no CALFEM para análise estática em duas dimensões, *beam2e*, ele fornece a matriz de rigidez do elemento  $Ke$  em coordenadas globais. A função é chamada com a sintaxe:

$$[Ke, fe] = beam2e(ex, ey, ep, eq)$$

onde,  $Ke$  e  $fe$  é a matriz de rigidez e o vetor forças do elemento, respectivamente,  $ep = [EA I]$  e  $eq$  contém as cargas distribuídas por unidade de comprimento nas direções  $x$  e  $y$ . No caso de carregamento distribuído no elemento, esta rotina permite o cálculo das forças nodais concentradas equivalentes.

Em seguida é montada a matriz de rigidez global com a função *assem*. O comando *assem* adiciona a matriz de rigidez do elemento, armazenado em  $Ke$ , na matriz de rigidez da estrutura, armazenado em  $K$ , de acordo com a topologia da matriz *edof*, *edof* são os graus de liberdade de cada elemento.

$$[K, F] = assem(edof, K, Ke, F, fe)$$

A função *solveq* calcula o vetor global de deslocamento considerando as condições de contorno. Basicamente, o comando *solveq* resolve a Equação (6). Onde  $U$  e  $R$  são vetores de deslocamentos globais e reações de apoio, respectivamente.

$$[U, R] = solveq(K, f, bc)$$

De posse dos deslocamentos globais para os graus de liberdade livres da estrutura, procede-se ao cálculo dos esforços (*es*), que são obtidos através do comando *beam2s*, que calcula os esforços e deslocamentos ao longo do elemento de viga. O código é chamado através da sintaxe:

$$[es, edi, eci] = beam2s(ex, ey, ep, eq, n)$$

$$es = [N \ V \ M]; \quad edi = [u \ v]; \quad eci = [x]$$

Onde *es* é uma matriz de três colunas e duas ou mais linhas de acordo com as seções de cálculo escolhidas através do argumento *n*. A primeira coluna corresponde aos esforços axiais, a segunda aos esforços cortantes e a terceira aos momentos fletores.

*edi* representa os deslocamentos de cada elemento, *u* os horizontais; *v* os deslocamentos verticais, e *eci* indica a quantidade de pontos (*x*) nas coordenadas locais aonde são avaliados os esforços e deformações.

A análise não linear foi realizada através do método iterativo das funções de estabilidade, descrito anteriormente. Nesta análise, primeiro é realizada a análise de primeira ordem da estrutura, considerando as cargas axiais dos elementos próximo de zero ( $N=0,0001$  kN). Após a análise de primeira ordem o vetor de carga axial é atualizado com as cargas obtidas na primeira iteração. Uma nova iteração é realizada, e são obtidos novos um novo vetor de cargas. Todo o processo é repetido até convergir.

Um critério de convergência é estabelecido para que o processo iterativo seja interrompido. Esse critério atua quando a diferença das forças axiais entre as iterações (*i*) seja menor do que a tolerância (*e*) estabelecida. Foi considerado  $e = 0,0001$ .

$$N_i - N_{i-1} \leq e \quad (27)$$

De forma análoga ao procedimento para análise linear apresentado anteriormente, a função do CALFEM utilizada para resolver o problema não linear geométrica é o *beam2g*, ela fornece a matriz de rigidez global do elemento

$$[Ke, fe] = beam2g(ex, ey, ep, N, eq)$$

Onde  $N$  contém o valor da força normal predefinido para a carga incremental em cada elemento.

Para obtenção dos esforços utiliza-se a função *beam2gs*, que calcula as forças e deslocamentos do elemento viga não linear. O código é chamado através da sintaxe:

$$es=beam2gs(ex,ey,ep,ed,N,eq)$$

## CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo tem como finalidade apresentar e discutir os resultados obtidos através da metodologia para dimensionamento ótimo de pórticos de aço proposta nesta dissertação. Para validação do ambiente computacional aqui proposto, são apresentados três exemplos ilustrativos de projeto retirados da literatura. Quanto aos parâmetros referentes ao AG, como o tamanho da população, o número de gerações, a taxa de elitismo e de cruzamento, vários testes foram realizados para cada exemplo a fim de encontrar o melhor resultado possível.

### V.1. Validação do Módulo Análise

Os resultados obtidos através do módulo de análise (análise de primeira ordem) foram conferidos com o programa FTOOL (*Two-Dimensional Frame Analysis Tool*) Versão educacional 3.01 (MARTHA, 1999). Primeiramente foi realizada a análise de um pórtico de três barras para confrontar os resultados obtidos no FTOOL

A disposição do pórtico de três barras, aqui analisado, consiste em dois pilares e uma viga, ver Figura 16. Esta estrutura foi retirada do manual do CALFEM. O módulo de elasticidade ( $E$ ) considerado para estrutura foi de 200 GPa, a área da seção transversal e o momento de inércia dos pilares é igual a 20 cm<sup>2</sup> e 1.600 cm<sup>4</sup>, respectivamente. A área da seção transversal da viga é igual 60 cm<sup>2</sup> e o momento de inércia 5.400 cm<sup>4</sup>. A comparação dos resultados dos esforços é mostrada nas Figuras 17 a 22.

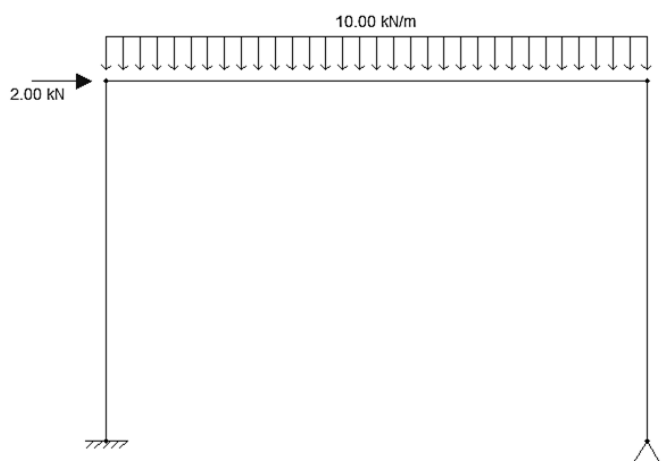


Figura 16 - Pórtico três barras para análise linear.



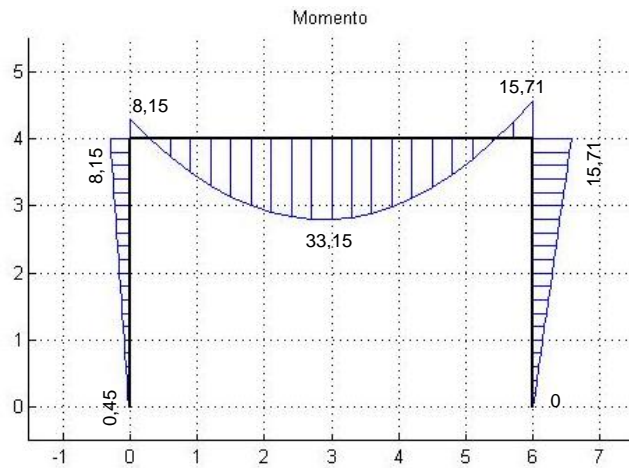


Figura 17 - Gráfico de momento obtido com o módulo de análise (kN.m).

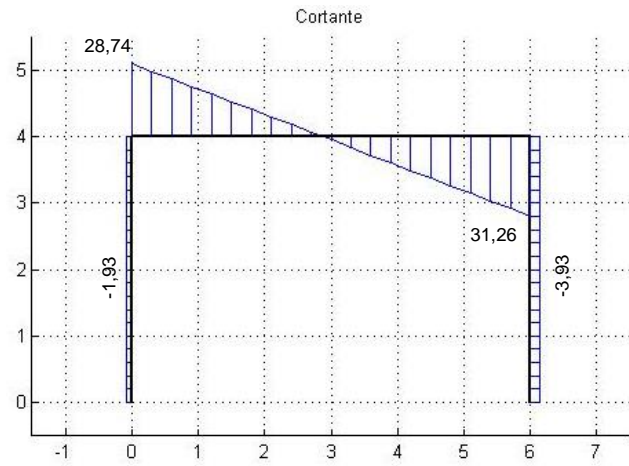


Figura 18 - Gráfico de cortante obtido com o módulo de análise (kN).

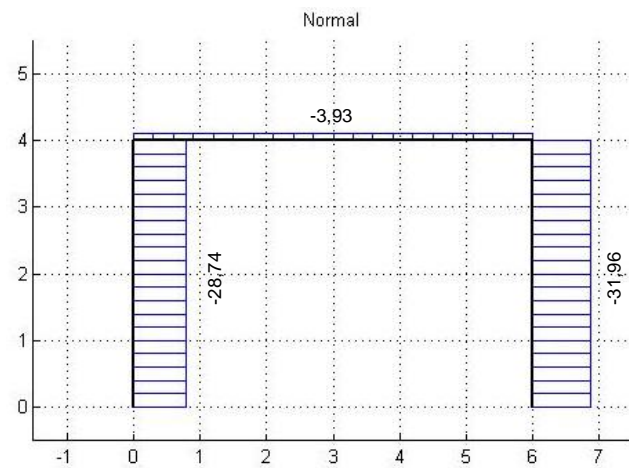


Figura 19 - Gráfico de esforço normal obtido com o módulo de análise (kN).

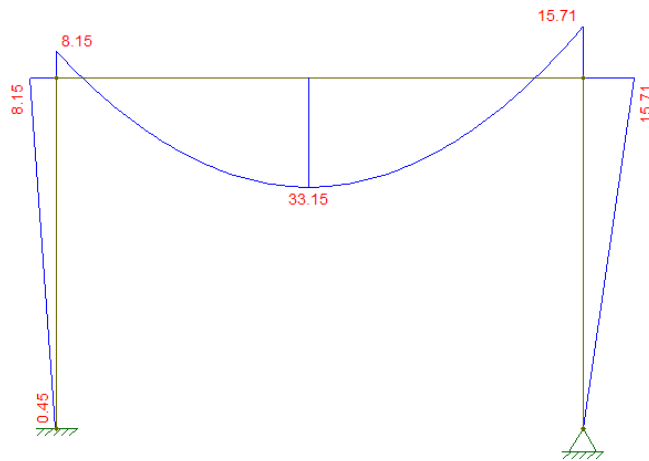


Figura 20 - Gráfico de momento (kN.m) obtido com o FTOOL.

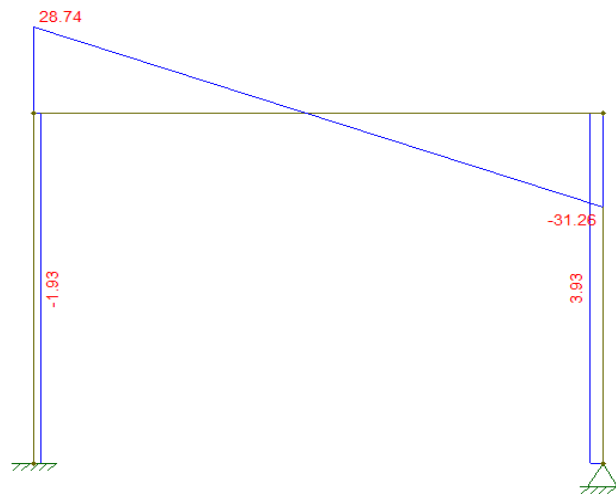


Figura 21 - Gráfico de cortante (kN) obtido com o FTOOL.



Figura 22 - Gráfico de esforço normal (kN) obtido com o FTOOL.

Os valores obtidos no FTOOL (MARTHA, 1999) foram os mesmos do módulo de análise. O todos os valores obtidos com o módulo de análise foram comparados com o FTOOL.

Para verificar e validar os resultados da análise não linear, utilizou-se o mesmo pórtico de três barras usado na análise linear, ilustrado na Figura 16. As Figuras 23, 24 e 25 apresentam os resultados da análise não linear.

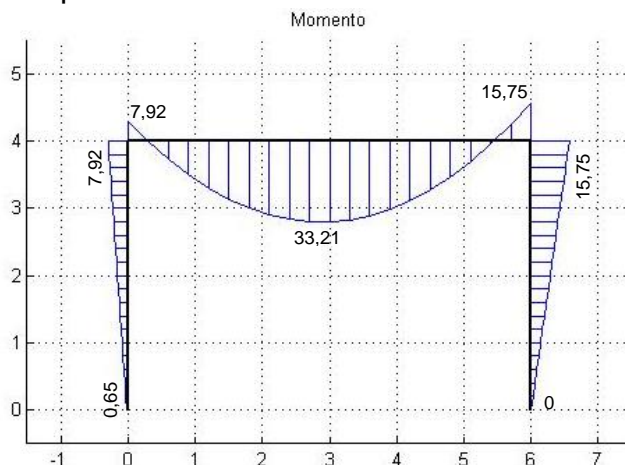


Figura 23 - Gráfico de momento obtido com o módulo de análise não linear (kN.m).

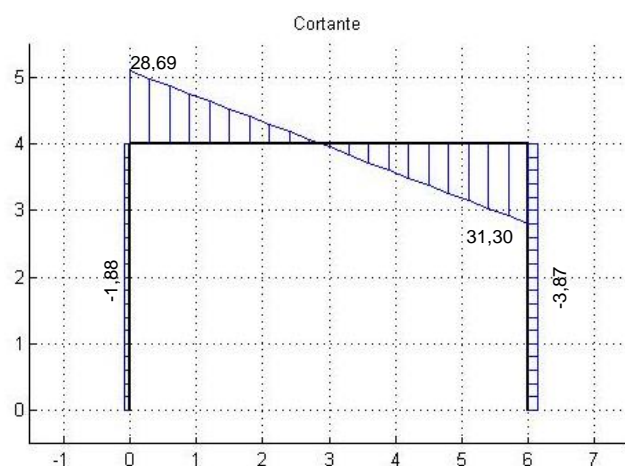


Figura 24 - Gráfico de cortante obtido com o módulo de análise não linear (kN).

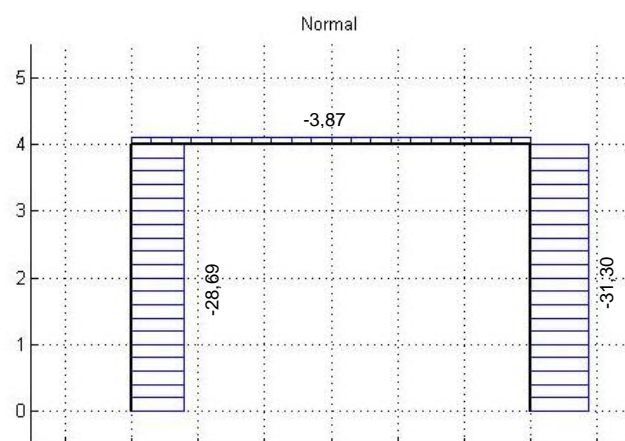


Figura 25 - Gráfico de esforço normal obtido com o módulo de análise não linear(kN).

Usando a teoria de segunda ordem, o deslocamento horizontal do canto superior esquerdo do pórtico aumenta de 7,5 para 7,8 mm. Os esforços de momento, cortante e normal também tiveram uma pequena diferença, em termos quantitativos, em relação à análise linear.

## **V.2. Aplicações da Metodologia Proposta**

Para validação e verificação do ambiente computacional aqui proposto, são apresentados três exemplos ilustrativos de projeto. A validação dos resultados obtidos foi realizada através da comparação com a literatura. Para a determinação dos parâmetros do algoritmo genético utilizou-se como ponto de partida o trabalho de Pezeshk *et al.* (2000). Todos os exemplos avaliados neste estudo foram dimensionados no sistema internacional de unidades.

### **V.2.1. Pórtico 1**

O primeiro exemplo consiste em um pórtico plano de aço de 3 andares e duas baias, com 15 elementos, como ilustrado na Figura 26. Foram assumidos para todos os membros o módulo de Young,  $E = 2.0 \times 10^{11}$  Pa e uma tensão de escoamento,  $f_y = 250$  Mpa, considerando aço comum para edificações. Os elementos estão dispostos em dois grupos. O grupo 1 corresponde as seis vigas do pórtico e o grupo 2 corresponde as nove colunas. No projeto, os perfis estruturais para as vigas e para os pilares são escolhidos do mesmo banco de dados com 128 perfis comerciais. As restrições de deslocamentos não são aplicadas neste exemplo.

Para este exemplo, utilizou-se uma população com 80 indivíduos, com 24 indivíduos garantidos para sobreviver para a próxima geração, configurando uma taxa de 0,3% de elitismo. Além do operador crossover com probabilidade 0,85%. As demais características do AG permaneceram padrão do toolbox de otimização do MATLAB®.

Os resultados da análise linear do primeiro pórtico otimizado foram conferidos com o FTOOL, com a finalidade de garantir a coerência da análise após todo o processo de otimização realizado. Todos os resultados da análise linear são apresentados no Anexo IV.

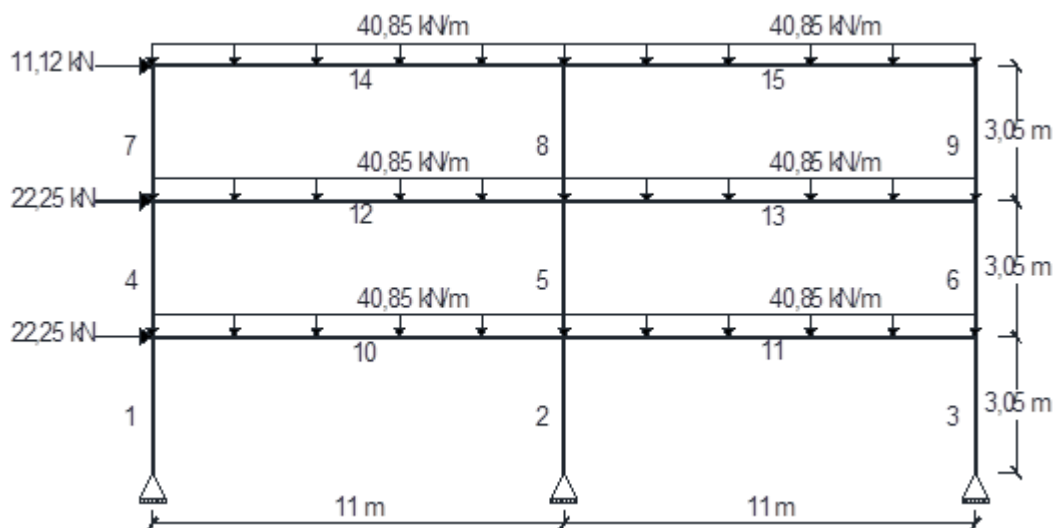


Figura 26 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 1 (PEZESHK *et al.*, 2000).

A Figura 27 mostra o histórico das iterações para obtenção do peso ótimo. Apresenta-se a relação entre o melhor indivíduo e a média de cada geração, para análise linear. O eixo y do gráfico representa a massa total do pórtico e o eixo x a geração avaliada. Os valores em azul representam o melhor indivíduo, e os valores em laranja a média de cada geração. Observa-se que existe uma significativa redução do peso até a oitava geração, nas gerações seguintes a redução é relativamente pequena, até atingir os critérios de parada do algoritmo.

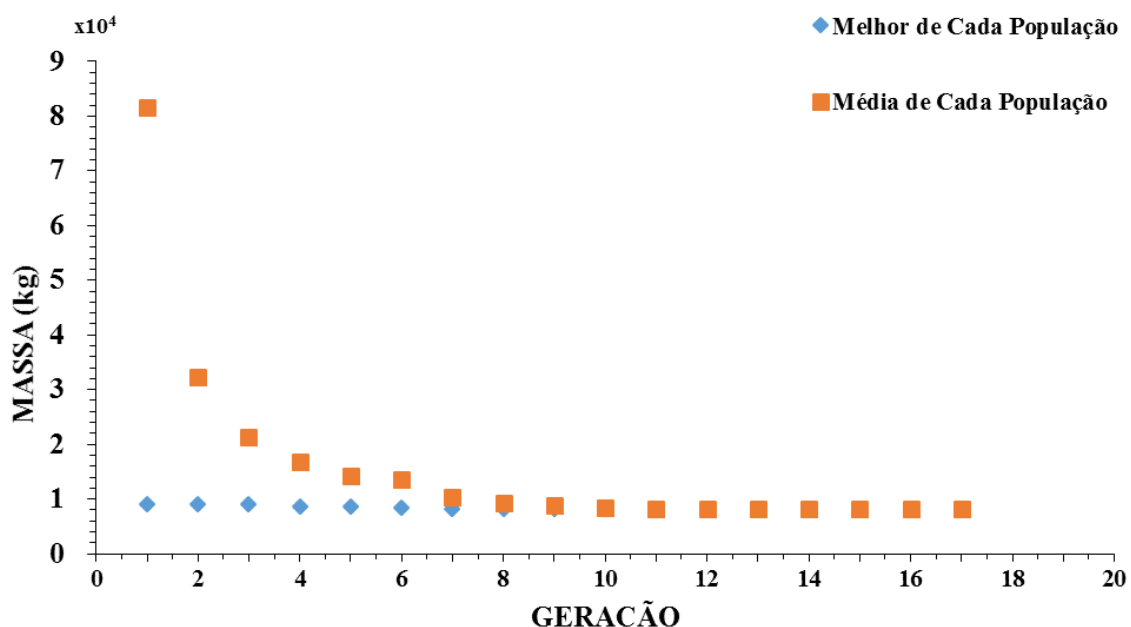


Figura 27 - Gráfico de iteração (Geração x Massa ótima) com análise linear.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos nesse estudo em paralelo com os resultados disponíveis na literatura, que foram utilizados para comparação e validação dos resultados obtidos. Na tabela estão os resultados de Pezeshk *et*

*al.* (2000) usando AG, Camp *et al.* (2005) utilizando algoritmo colônia de formigas, Degertekin (2008) utilizando busca harmônica e Toğan (2012) usando TLBO. O perfil utilizado no Brasil I 530 x 92.0 é equivalente ao perfil W21x62 de fabricação americana, e o I 530 x 74.0, equivalente ao perfil W21x50. A ferramenta apresentou uma redução de 4,93%, em relação a Pezeshk *et al.* (2000).

Tabela 1 - Resultados da otimização do exemplo 1 com análise linear.

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Linear)				
	(AG)	(ACO)	(HS)	(TLBO)	AG (Este estudo)
	Pezeshk <i>et al.</i>	Camp <i>et al.</i>	Değertekin	Toğan	
1 (Vigas)	W24 x 62	W24 x 62	W21 x 62	W24 x 62	I 530 x 92.0 (W21x62)
2 (Colunas)	W10 x 60	W10 x 60	W10 x 54	W10 x 49	I 530 x 74.0 (W21x50)
Peso (kg)	8.523,91	8.523,91	8.297,12	8.068,96	8.103,30

Na solução ótima, as restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. A Figura 28 apresenta as restrições de tensão para análise linear. O eixo y do gráfico representa os valores das tensões normalizadas conforme as equações 23 e 24, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. Os valores negativos indicam que nenhum elemento violou a restrição, ou seja, o esforço solicitante foi menor do que o esforço resistente para condição imposta.

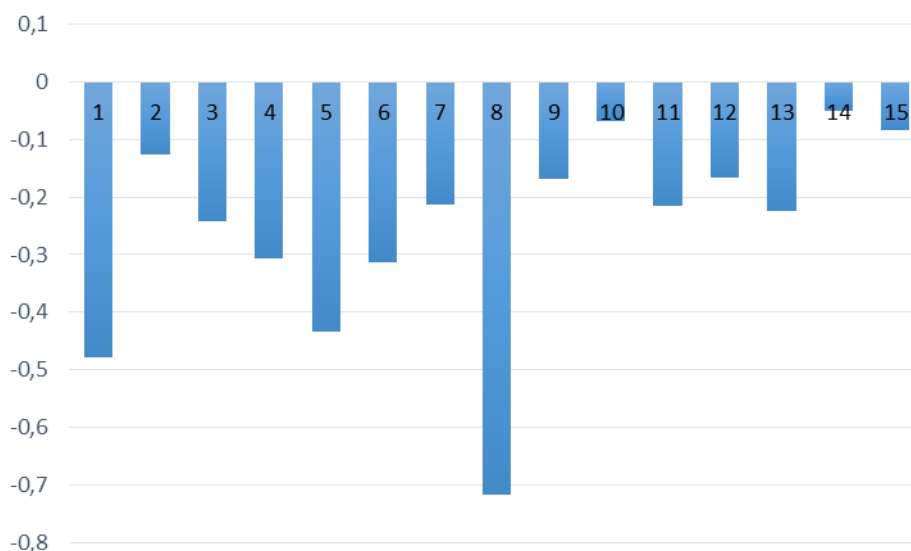


Figura 28 - Gráfico das restrições de tensão – análise linear.

A Figura 29 exhibe os resultados da restrição de deslocamento, porém esta restrição foi desabilitada com o propósito de comparar com o trabalho de Pezeshk *et al.* (2000). O eixo y do gráfico representa os valores da restrição de

deslocamento horizontal normalizado conforme a equação 25, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. O deslocamento máximo obtido foi de 8,4 mm, menor do que o deslocamento máximo permitido de 2,28 cm. Os elementos que não apresentam valores no gráfico são as vigas, pois as restrições foram impostas apenas para os pilares

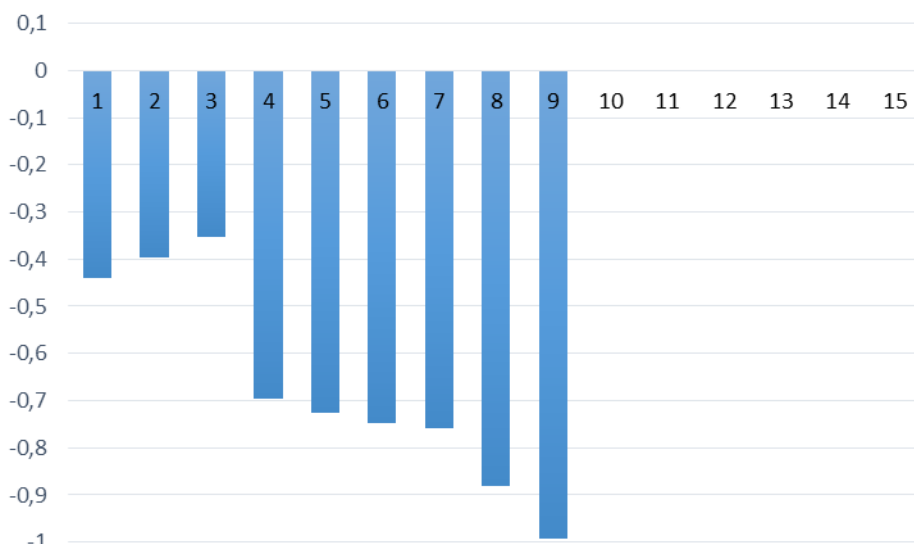


Figura 29 - Gráfico das restrições de deslocamento – análise linear.

A Figura 30, apresenta o histórico das iterações para obtenção do peso ótimo para análise não linear. Mostra-se a relação entre o melhor indivíduo e a média de cada geração. Os pontos que fogem da curva de iteração refletem todo processamento dos operadores genéticos na formação da nova população de indivíduos. Os AGs apresentam este tipo de comportamento devido à sua natureza probabilística.

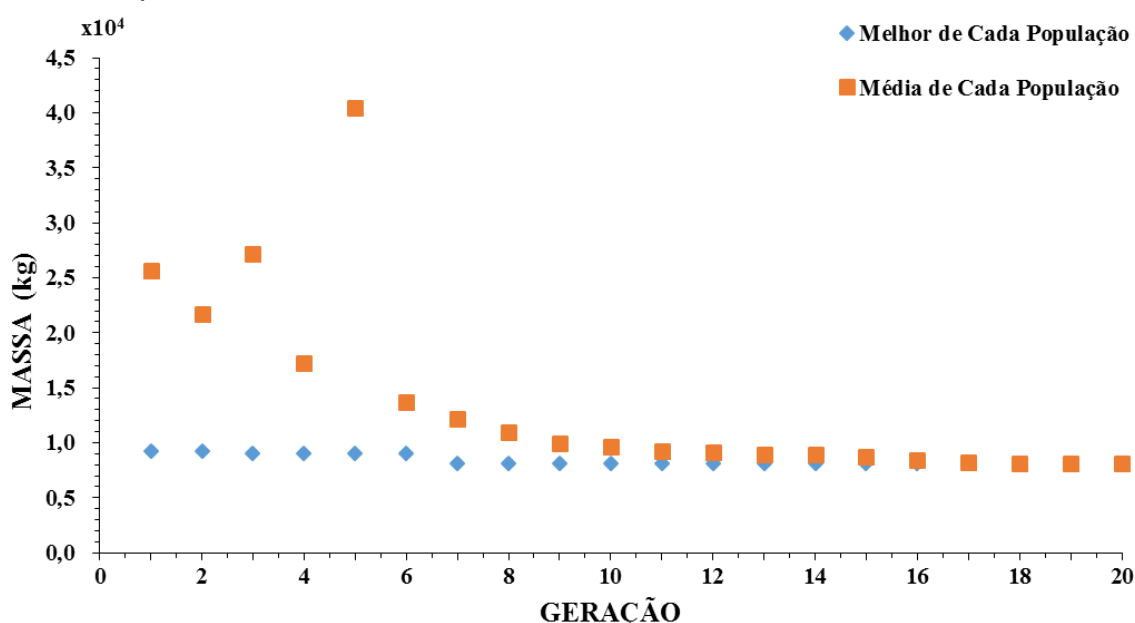


Figura 30 - Gráfico das restrições de tensão – análise não linear.

A Tabela 2 expõe os resultados desta pesquisa em confronto com os de Pezeshk *et al.* (2000), considerando-se análise geometricamente não linear com efeito P- $\Delta$  (item III.2). A ferramenta atingiu o mesmo peso ótimo encontrado na análise linear, e apresentou uma redução do peso total em 8,44%, em comparação com Pezeshk *et al.* (2000).

Tabela 2 - Resultados da otimização do exemplo 1 com análise não linear.

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Não Linear)	
	(AG) Pezeshk <i>et al.</i>	AG (Este estudo)
1 (Vigas)	W24 x 62	Perfil I 530 x 92.0 (W21x62)
2 (Colunas)	W10 x 68	Perfil I 530 x 74.0 (W21x50)
Peso (kg)	8.850,50	8.103,30

Na otimização com análise não linear, as restrições de tensão e deslocamento horizontal também ficaram abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. A Figura 31 apresenta as restrições de tensão. Os valores negativos das restrições de tensão, em cada barra, indicam que nenhum elemento violou a restrição, ou seja, o esforço solicitante foi menor do que o esforço resistente para condição imposta. A Figura 32 apresenta as restrições de deslocamento, para análise não linear. O deslocamento máximo obtido foi de 8,9 mm.

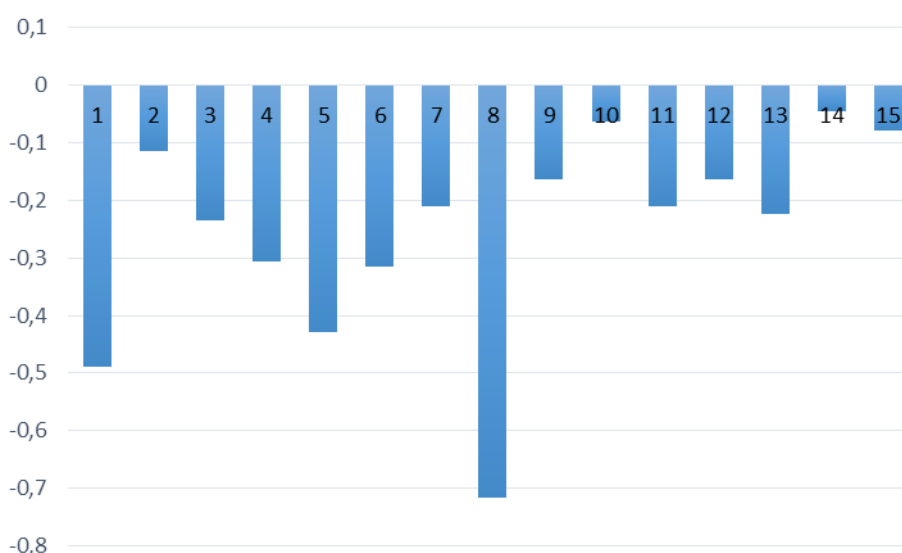


Figura 31 - Gráfico das restrições de tensão – análise não linear.



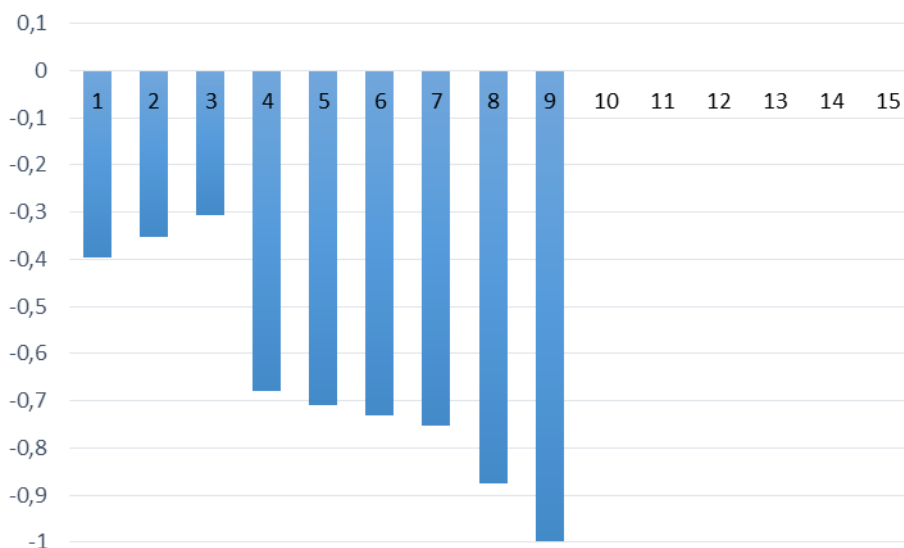


Figura 32 - Gráfico das restrições de deslocamento – análise não linear.

Observa-se que o processo de otimização do primeiro pórtico apresentou resultados semelhantes aos encontrados na literatura. Comparando-se os valores dos pesos ótimos obtidos com análise linear e não linear, a ferramenta computacional atingiu uma redução percentual de 4,93% e 8,44%, respectivamente, em comparação com o Pezeshk *et al.* (2000). Encontrou-se um valor global de  $K_x$  igual a 2,60 para ambos os casos de análise linear e não linear. O tempo total de processamento considerando análise linear e não linear foram de 17,15 e 69,44 segundos.

### V.2.2. Pórtico 2

O segundo exemplo diz respeito a um pórtico plano de 10 andares e uma baia (ver Figura 33), com 30 elementos no total. Foram assumidos para todos os membros o módulo de Young,  $E = 2.0 \times 10^{11}$  Pa, e uma tensão de escoamento,  $f_y = 250$  MPa. Os elementos são dispostos em nove grupos. O mesmo banco de dados com as 128 seções foi utilizado. Neste exemplo foi imposta a restrição de deslocamento lateral, de acordo com a norma brasileira ( $h/400$ ).

Neste segundo exemplo utilizou-se uma população com 120 indivíduos no total, sendo 36 indivíduos garantidos para sobreviver para a próxima geração, configurando uma taxa de 0,3% de elitismo. E com um operador crossover com probabilidade 0,85%. As demais características do AG permaneceram padrão do *toolbox* de otimização do MATLAB.

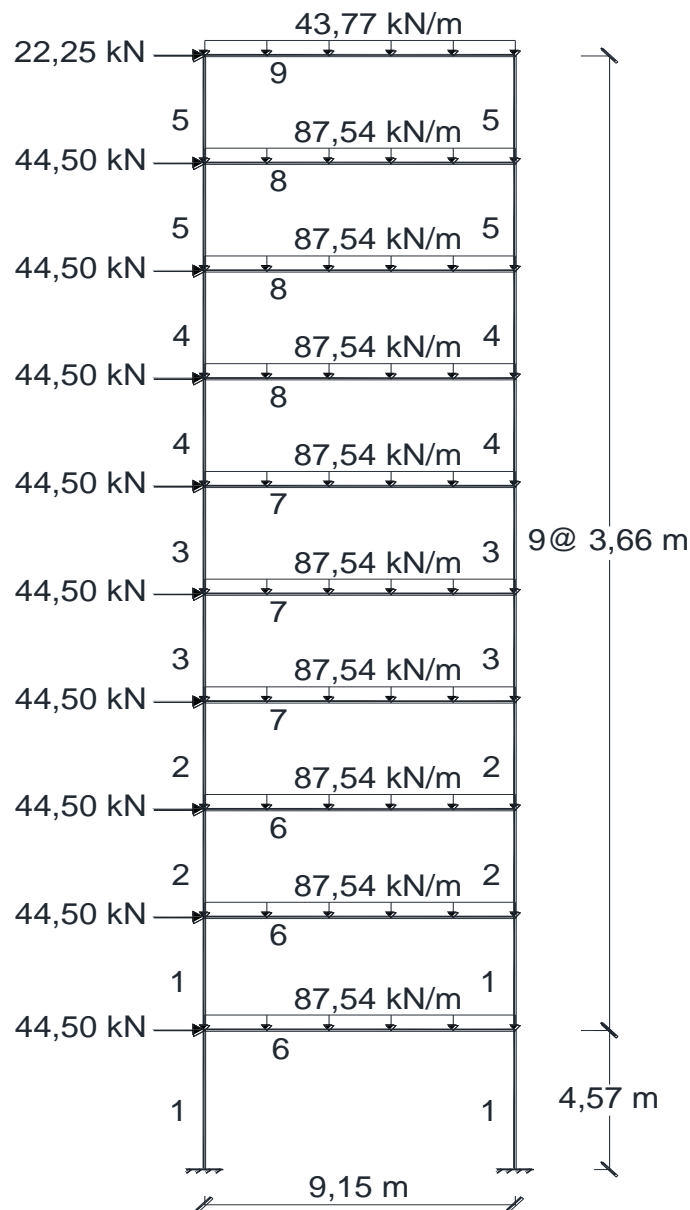


Figura 33 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 2 (PEZESHK *et al.*, 2000).

A Figura 34 mostra o gráfico de iteração para obtenção do peso ótimo, com a relação entre o melhor indivíduo e a média de cada geração, para análise linear. Os eixos x e y representam a massa total do pórtico e a geração avaliada. Nota-se que, inicialmente as restrições não ficaram no espaço viável de solução, devido à dimensão do pórtico, fazendo com que a função objetivo se aproximasse de zero, apenas na oitava geração as restrições foram viáveis. Os pontos que fogem da curva de iteração refletem todo processamento dos operadores genéticos para a formação da nova população de indivíduos. Os AGs apresentam este tipo de comportamento devido à sua natureza probabilística.

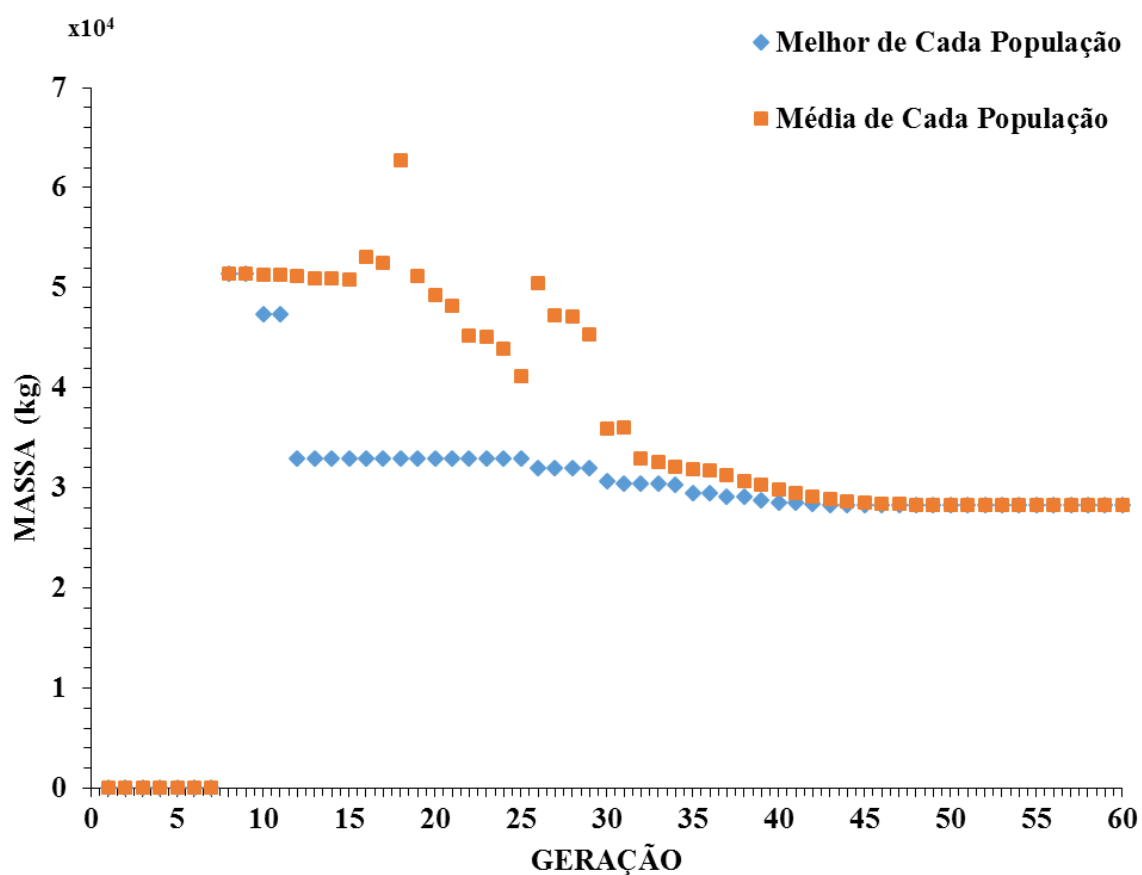


Figura 34 - Gráfico de iteração do pórtico 2 com análise linear.

Os resultados do exemplo 2, com análise linear, são apresentados na Tabela 3 abaixo. Nesta tabela estão os projetos de Pezeshk *et al.* (2000), Camp *et al.* (2005), Degertekin (2008), e Toğan (2012).

Tabela 3 - Resultados da otimização do exemplo 2 com análise linear.

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Linear)				
	AG Pezeshk <i>et al.</i>	ACO Camp <i>et al.</i>	HS Değertekin	TLBO Toğan	AG (Este estudo)
1 (colunas 1-2A)	W14 x 233	W14 x 233	W14 x 211	W14 x 233	CVS 650 x 266
2 (colunas 3-4A)	W14 x 176	W14 x 176	W14 x 176	W14 x 176	CVS 500 x 180
3 (colunas 5-6A)	W14 x 159	W14 x 145	W14 x 145	W14 x 145	CVS 400 x 152
4 (colunas 7-8A)	W14 x 99	W14 x 99	W14 x 90	W14 x 99	I 530 x 82.0 (W21x55)
5 (colunas 9-10A)	W12 x 79	W12 x 65	W14 x 61	W12 x 65	I 360 x 39.0 (W14x26)
6 (vigas 1-3A)	W33 x 118	W30 x 108	W33 x 118	W30 x 108	CVS 450 x 216
7 (vigas 4-6A)	W30 x 90	W30 x 90	W30 x 99	W30 x 90	CVS 450 x 216
8 (vigas 7-9A)	W27 x 84	W27 x 84	W24 x 76	W27 x 84	CVS 500 x 134
9 (vigas 10A)	W24 x 55	W21 x 44	W18 x 46	W21 x 44	CVS 550 x 184
Peso (kg)	29.545,21	28.399,44	28.061,06	28.037,93	28.250,90

Observa-se pela Tabela 3, que a ferramenta computacional conseguiu atingir resultados competitivos em relação aos encontrados na literatura para análise linear, quando comparados os valores finais dos pesos ótimos obtidos. A ferramenta alcançou uma redução de peso de 4,38%, aproximadamente, em comparação com o Pezeshk *et al.* (2000). O perfil utilizado no Brasil, I 530 x 82.0, é equivalente ao perfil W21x55 de fabricação americana, e o I 360 x 39.0, equivalente ao perfil W14x26.

Na solução ótima, alguns elementos tiveram as restrições de tensão positiva. A Figura 35 apresenta as restrições de tensão para análise linear. O eixo y do gráfico representa os valores das tensões normalizadas conforme as equações 23 e 24, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. Os valores negativos indicam que o elemento não violou a restrição, e os valores positivos indicam que o elemento violou a restrição, porém permaneceram dentro da tolerância estabelecida para este pórtico.

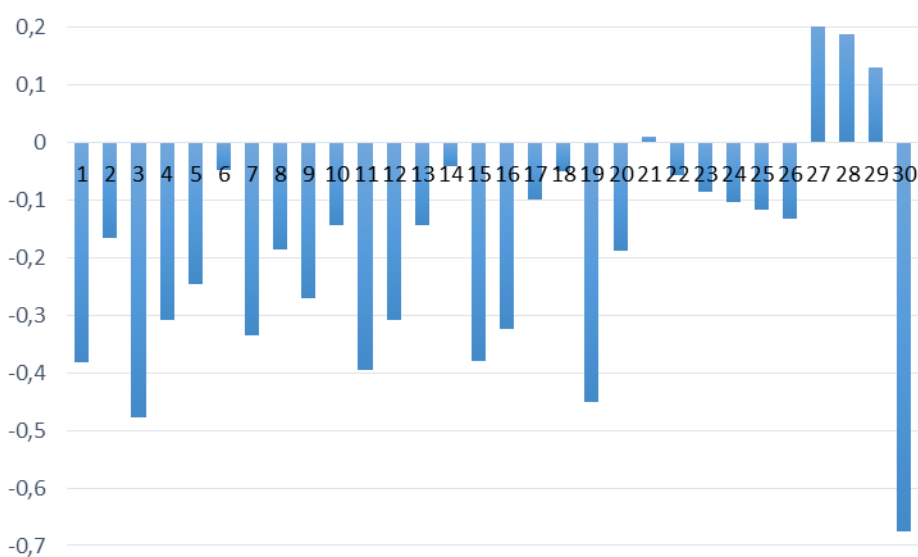


Figura 35 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 2 com análise linear.

A Figura 36 apresenta os resultados das restrições de deslocamento horizontal. Todos os elementos ficaram abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. O eixo y do gráfico representa os valores da restrição de deslocamento horizontal normalizado conforme a equação 25, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. O deslocamento obtido no topo da estrutura foi de 4,70 cm para análise linear sendo o deslocamento máximo permitido ( $h/400$ ) igual a 9,37 cm. Lembrando que, as restrições de deslocamento foram impostas apenas nos pilares.

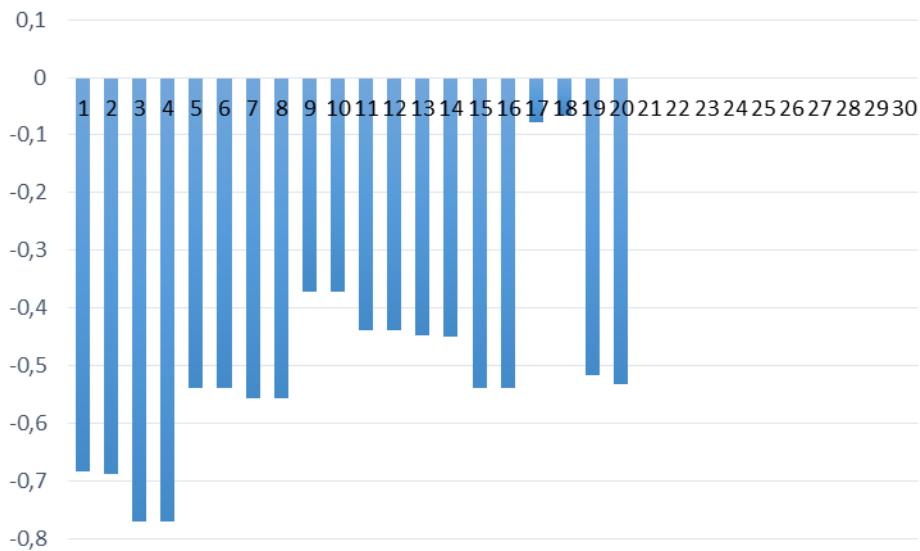


Figura 36 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 2 com análise linear.

A Figura 37 mostra o gráfico de iteração para obtenção do peso ótimo para análise não linear. Nota-se que, inicialmente as restrições também não ficaram no espaço viável de solução, devido à dimensão do pórtico, apenas na sétima geração as restrições foram viáveis. Os pontos que fogem da curva de iteração refletem todo processamento dos operadores genéticos para a formação da nova população de indivíduos.

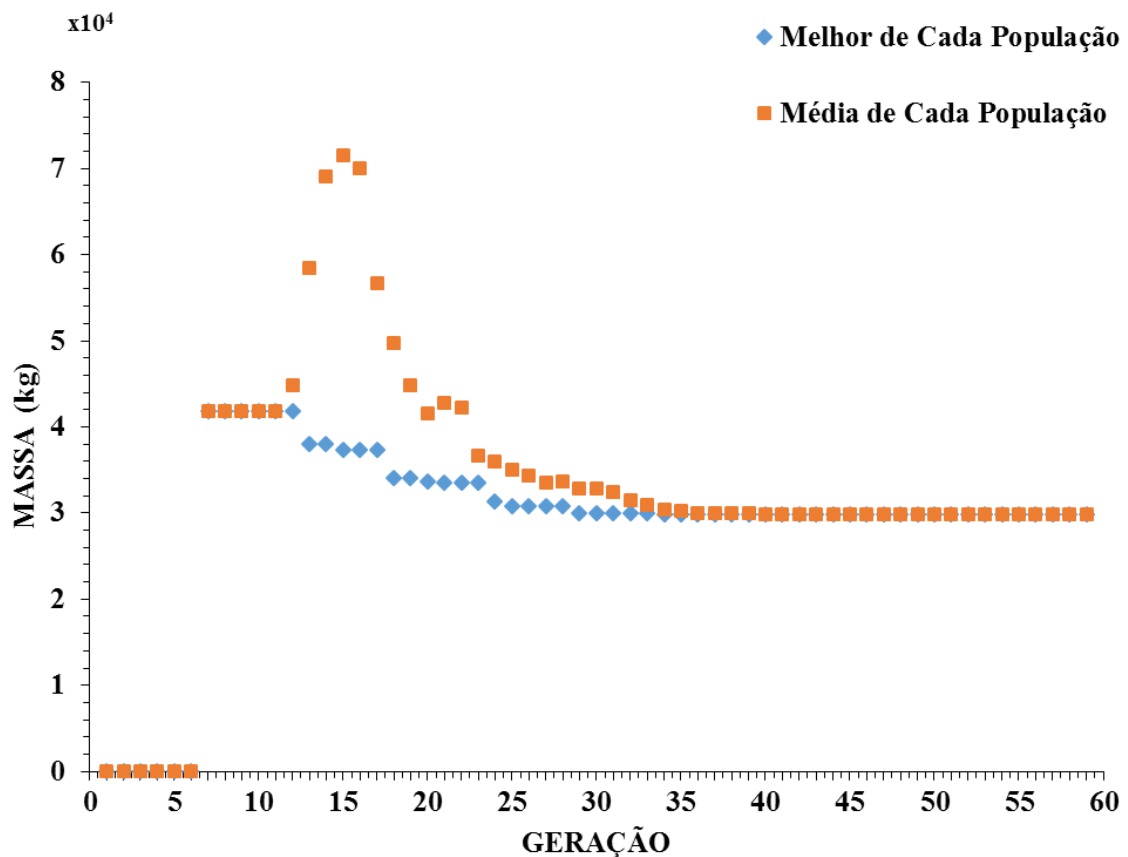


Figura 37 - Gráfico de iteração do pórtico 2 com análise não linear.

A Tabela 4, apresenta os resultados do trabalho realizado pelo Pezeshk *et al.* (2000) e desta pesquisa, considerando análise geometricamente não linear com efeito P- $\Delta$ . A ferramenta computacional conseguiu atingir resultados competitivos em relação aos encontrados na literatura, alcançando uma redução do peso total em 6,47% em relação a Pezeshk *et al.* (2000). O perfil utilizado no Brasil, I 530 x 82.0, é equivalente ao perfil W21x55 de fabricação americana.

Tabela 4 - Resultados da otimização do exemplo 2 com análise não linear.

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Não Linear)	
	AG Pezeshk <i>et al.</i>	AG (Este estudo)
1 (colunas 1-2A)	W14 x 233	CVS 600 x 278
2 (colunas 3-4A)	W14 x 176	CVS 550 x 184
3 (colunas 5-6A)	W14 x 132	CVS 550 x 184
4 (colunas 7-8A)	W14 x 99	CVS 450 x 141
5 (colunas 9-10A)	W12 x 65	I 530 x 82.0 (W21x55)
6 (vigas 1-3A)	W36 x 150	CVS 500 x 150
7 (vigas 4-6A)	W33 x 130	CVS 650 x 234
8 (vigas 7-9A)	W27 x 94	CVS 550 x 184
9 (vigas 10A)	W16 x 50	CVS 400 x 116
Peso (kg)	31.932,02	29.864,30

Na otimização com análise não linear, as restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram todas abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. As Figuras 38 e 39 apresentam as restrições de tensão e deslocamento, para análise não linear. O deslocamento máximo obtido foi de 6,0 cm para análise não linear.

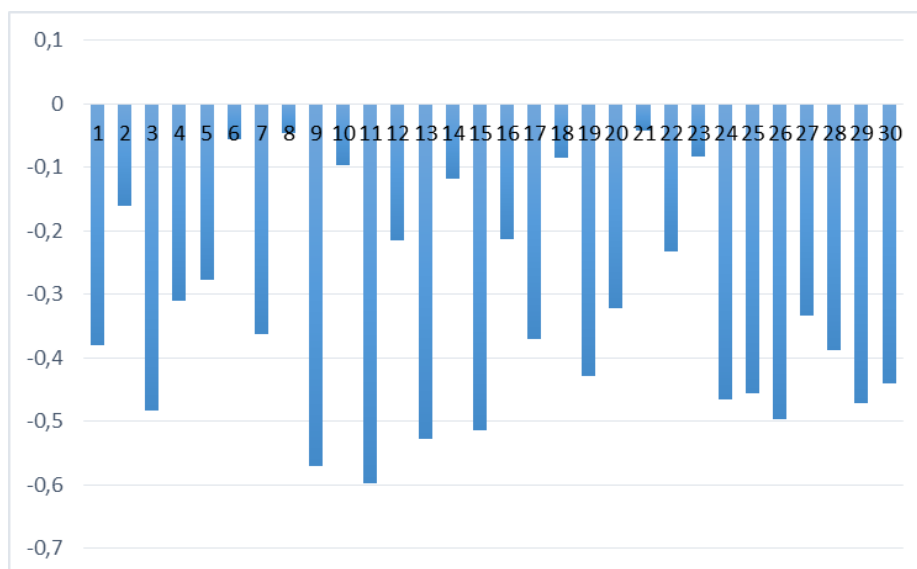


Figura 38 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 2 com análise não linear.

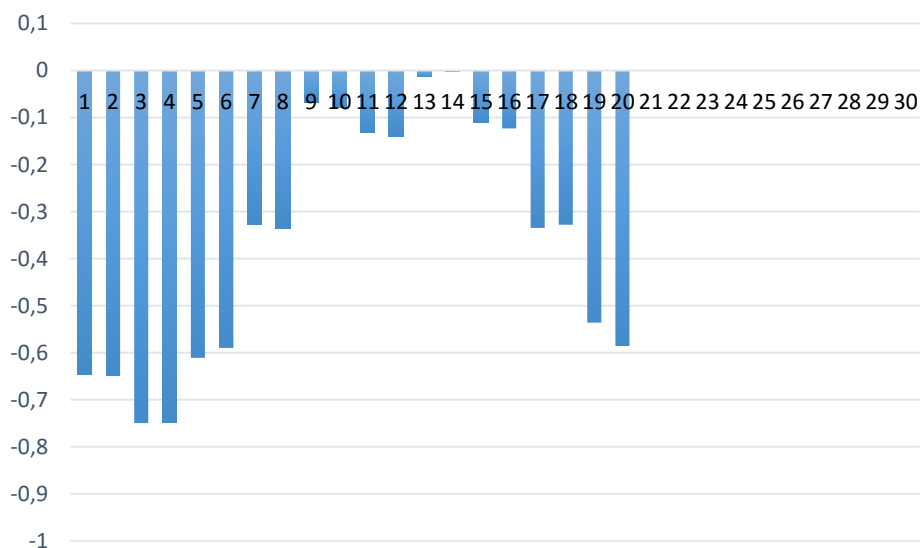


Figura 39 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 2 com análise não linear.

Nota-se que o processo de otimização do segundo pórtico apresentou resultados semelhantes aos encontrados na literatura. Comparando-se os resultados obtidos com análise linear e não linear, a ferramenta computacional atingiu uma redução percentual de 4,38% e 6,47%, respectivamente, em comparação com o Pezeshk *et al.* (2000). Os valores globais de  $K_x$  foram iguais a 1,16 e 1,78 para análise linear e não linear. O tempo total de processamento com análise linear e não linear foram aproximadamente 4,25 e 7,3 minutos.

### V.2.3. Pórtico 3

O terceiro exemplo otimizado consiste em um pórtico de 24 pavimentos com três baias e 168 elementos (ver figura 40). Os elementos são dispostos em 20 grupos, admitindo para todos os membros o módulo de Young,  $E = 2.0 \times 10^{11}$  Pa, e tensão de escoamento,  $f_y = 250$  MPa. Os carregamentos são  $W = 26,14$  kN,  $W_1 = 4,46$  kN/m,  $W_2 = 6,48$  kN/m,  $W_3 = 7,05$  kN/m e  $W_4 = 6,07$  kN/m. Neste exemplo foi imposta a restrição de deslocamento lateral, de acordo com a norma brasileira ( $h/400$ ).

Neste exemplo utilizou-se uma população com 180 indivíduos, com 36 indivíduos garantidos para sobreviver para a próxima geração, configurando uma taxa de 0,2 de elitismo. E com um operador crossover com probabilidade 0,85%, as demais características do AG padrão do toolbox de otimização do MATLAB. Utilizou-se o mesmo banco de dados com as 128 seções comerciais implementadas.

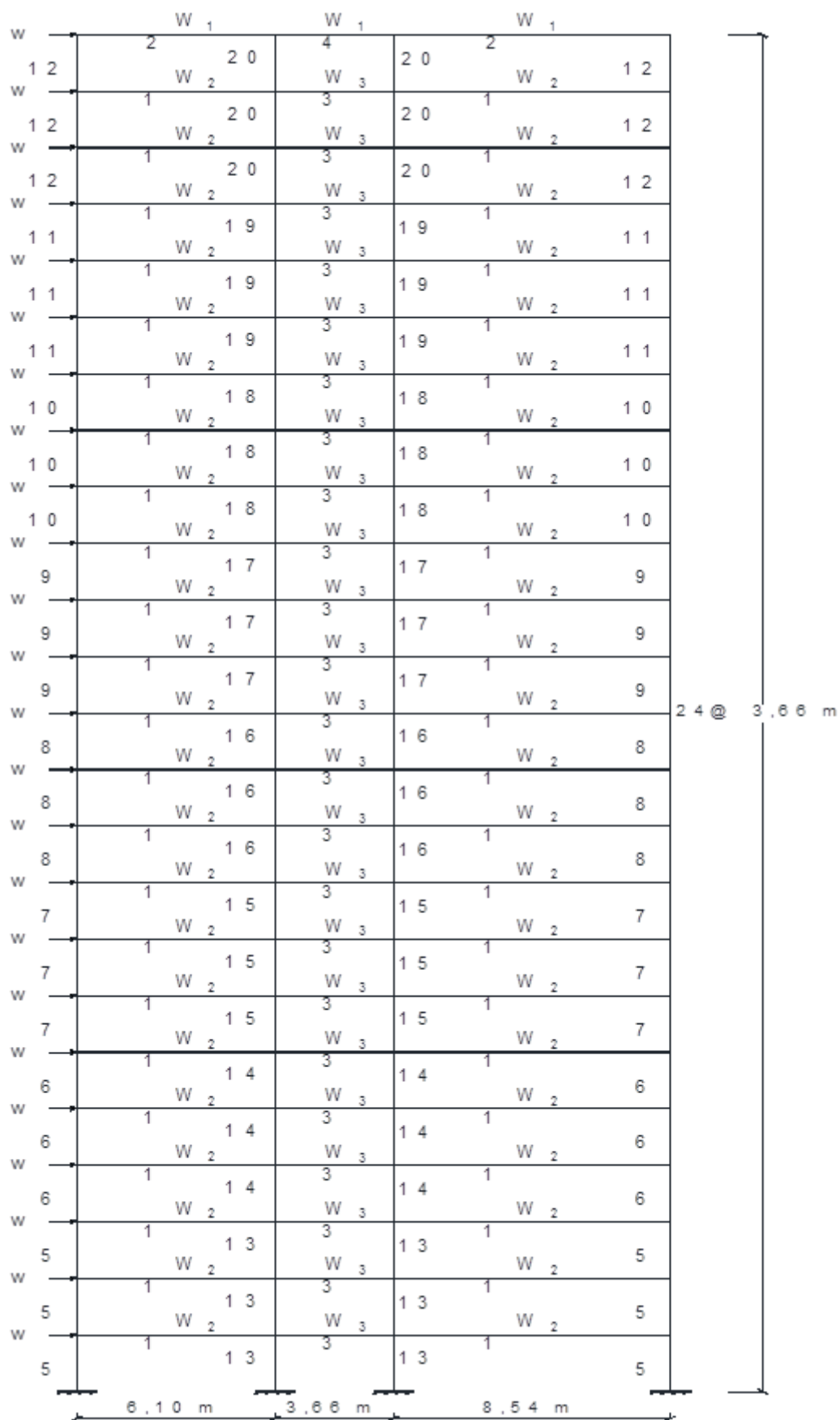


Figura 40 - Geometria e cargas aplicadas para o exemplo 3 (TOGAN, 2012).



A Figura 41 exibe o gráfico de iteração para obtenção do peso ótimo para análise linear. Os eixos  $x$  e  $y$  representam a massa total do pórtico e a geração avaliada. Nota-se que, inicialmente as restrições não ficaram no espaço viável de solução, devido à dimensão do pórtico, fazendo com que a função objetivo se aproximasse de zero. Os pontos que fogem da curva de iteração refletem todo processamento dos operadores genéticos para a formação da nova população de indivíduos.

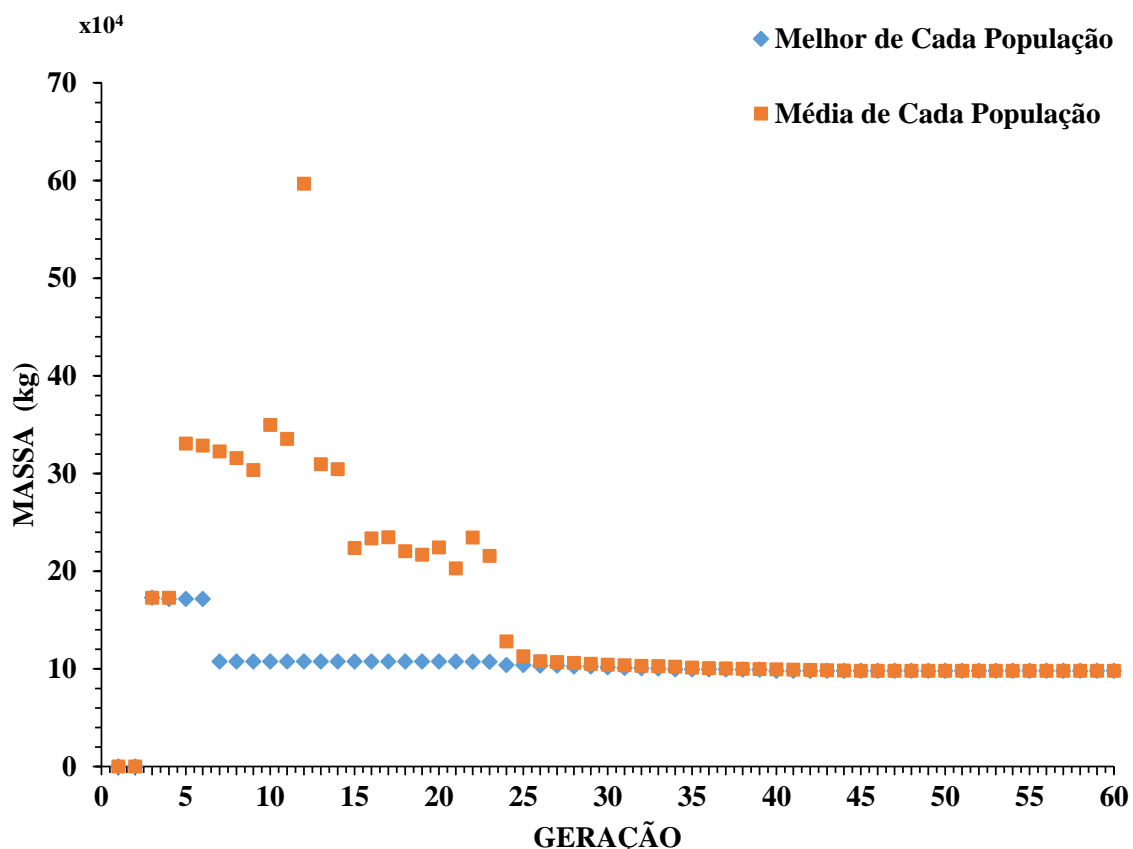


Figura 41 - Gráfico de iteração do pórtico 3 com análise linear.

Os resultados deste terceiro exemplo para análise linear são apresentados na Tabela 5. Nesta tabela estão os projetos de Pezeshk *et al.* (2000), Camp *et al.* (2005), Degertekin (2008), e Toğan (2012).

A ferramenta computacional, conseguiu atingir resultados competitivos alcançando uma redução de 2,07%, aproximadamente, em comparação com o Camp *et al.* (2005) para análise linear. As restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram abaixo da tolerância estabelecida. O deslocamento obtido no topo da estrutura foi de 18,61 *cm* para análise linear, sendo o deslocamento máximo permitido igual a 21,96 *cm*.

Tabela 5 - Resultados da otimização do exemplo 3 com análise linear.

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Linear)			
	ACO Camp <i>et al.</i>	HS Değertekin	TLBO Toğan	AG (Este estudo)
1 (Vigas 1-23A, baia 1-3)	W30 x 90	W30 x 90	W30 x 90	CVS 500 x 134
2 (Vigas 24A, baia 1-3)	W8 x 18	W10 x 22	W8 x 18	I 310 x 21.0 (W12x14)
3 (Vigas 1-23A, baia 2)	W24 x 55	W18 x 40	W24 x 62	I 530 x 92.0 (W21x62)
4 (Vigas 24A, baia 2)	W8 x 21	W12 x 16	W6 x 9	I 360 x 39.0 (W14x26)
5 (Coluna 1-3A, Ext.)	W14 x 145	W14 x 176	W14 x 132	CVS 400 x 152
6 (Coluna 4-6A, Ext.)	W14 x 132	W14 x 176	W14 x 120	CVS 350 x 118
7 (Coluna 7-9A, Ext.)	W14 x 132	W14 x 132	W14 x 99	CVS 400 x 103
8 (Coluna 10-12A, Ext.)	W14 x 132	W14 x 109	W14 x 82	CVS 450 x 141
9 (Coluna 13-15A, Ext.)	W14 x 68	W14 x 82	W14 x 74	CVS 400 x 87
10 (Coluna 16-18A, Ext.)	W14 x 53	W14 x 74	W14 x 53	I 250 x 22.3 (W10x15)
11 (Coluna 19-21A, Ext.)	W14 x 43	W14 x 34	W14 x 34	I 310 x 32.7 (W12x22)
12 (Coluna 22-24A, Ext.)	W14 x 43	W14 x 22	W14 x 22	H 250 x 80.0 (W10x54)
13 (Coluna 1-3A, Int.)	W14 x 145	W14 x 145	W14 x 109	CVS 450 x 141
14 (Coluna 4-6A, Int.)	W14 x 145	W14 x 132	W14 x 99	CVS 450 x 156
15 (Coluna 7-9A, Int.)	W14 x 120	W14 x 109	W14 x 99	CVS 550 x 184
16 (Coluna 10-12A, Int.)	W14 x 90	W14 x 82	W14 x 90	I 530 x 82.0 (W21x55)
17 (Coluna 13-15A, Int.)	W14 x 90	W14 x 61	W14 x 68	CVS 500 x 162
18 (Coluna 16-18A, Int.)	W14 x 61	W14 x 48	W14 x 53	CVS 450 x 188
19 (Coluna 19-21A, Int.)	W14 x 30	W14 x 30	W14 x 34	CVS 550 x 319
20 (Coluna 22-24A, Int.)	W14 x 26	W14 x 22	W14 x 22	I 530 x 66.0 (W21x44)
Peso (kg)	100.001,31	97.458,93	92.082,95	97.925,50

Na solução ótima, as restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram abaixo de zero para este terceiro exemplo, o que significa que nenhuma restrição foi violada. A Figura 42 apresenta as restrições de tensão para análise linear. O eixo y do gráfico representa os valores das tensões normalizadas conforme as equações 23 e 24, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. Os valores negativos indicam que nenhum elemento violou a restrição, ou seja, o esforço solicitante foi menor do que o esforço resistente para condição imposta.

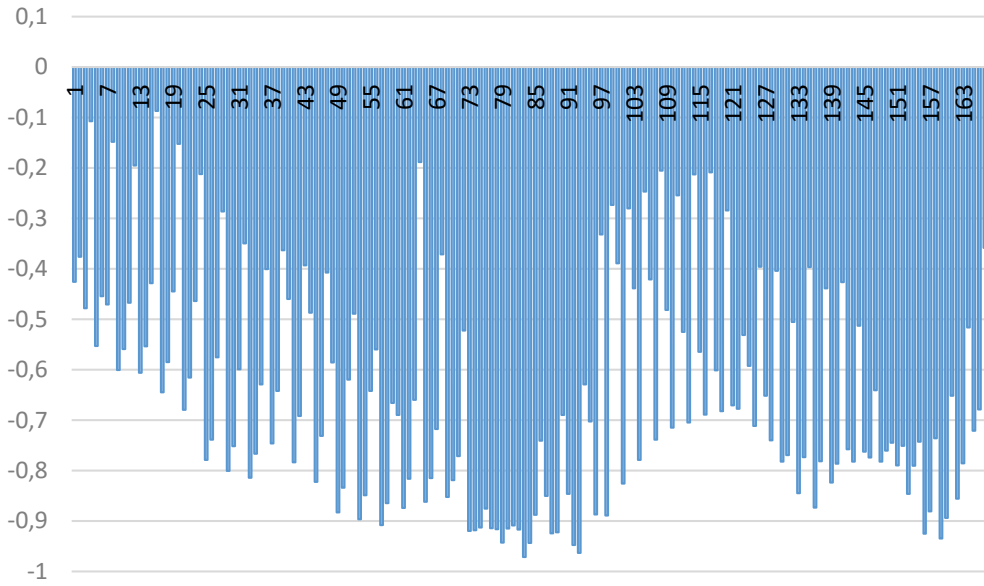


Figura 42 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 3 com análise linear.

A Figura 43 apresenta os resultados das restrições de deslocamento horizontal. Todos os elementos ficaram abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. O eixo y do gráfico representa os valores da restrição de deslocamento horizontal normalizado conforme a equação 25, e o eixo x representa cada elemento que compõe a estrutura. O deslocamento obtido no topo da estrutura foi de 4,70 cm para análise linear sendo o deslocamento máximo permitido ( $h/400$ ) igual a 9,37 cm. As restrições de deslocamento foram impostas apenas nos pilares.

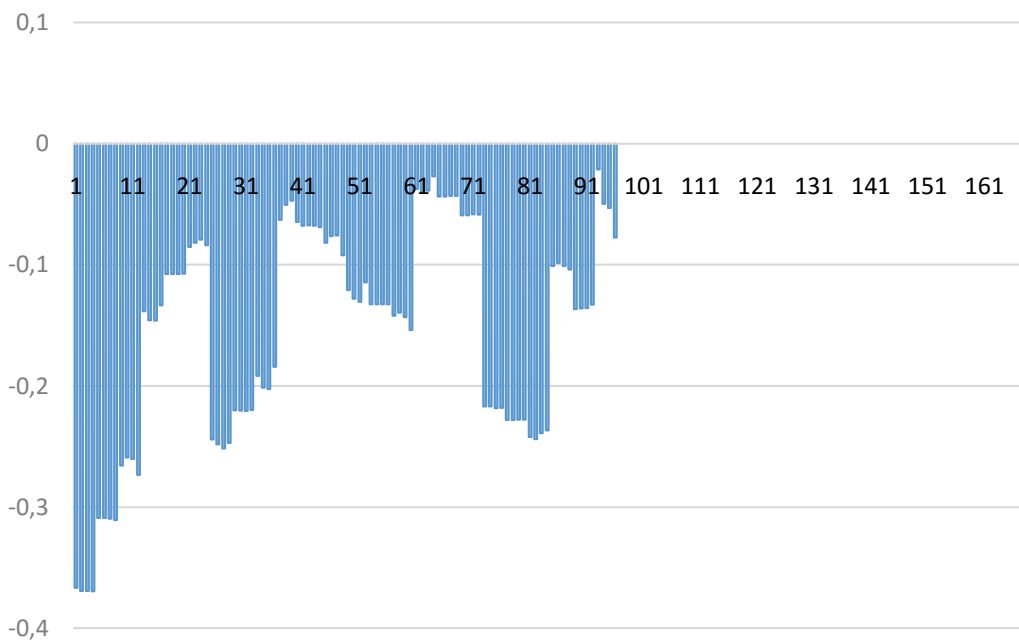


Figura 43 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 3 com análise linear.

A Figura 44 mostra o gráfico de iteração para obtenção do peso ótimo para análise não linear. Nota-se que, inicialmente as restrições também não ficaram no espaço viável de solução, devido à dimensão do pórtico. Os pontos que fogem da curva de iteração refletem todo processamento dos operadores genéticos para a formação da nova população de indivíduos.

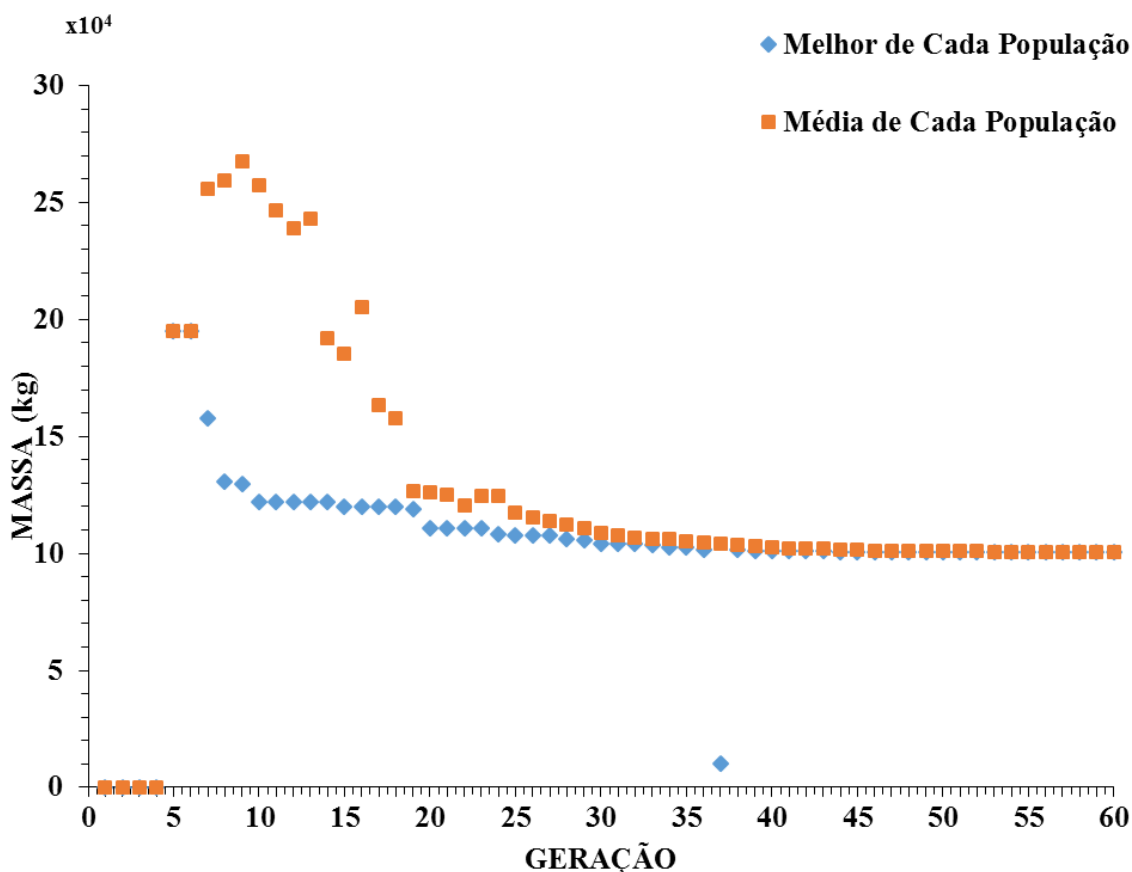


Figura 44 - Gráfico de iteração do pórtico 3 com análise não linear.

Os resultados deste terceiro exemplo, considerando análise geometricamente não linear com efeito P- $\Delta$ , são apresentados na Tabela 6. Nesta tabela estão os apenas desta pesquisa.

Em comparação com a otimização realizada com análise linear, a ferramenta computacional, conseguiu atingir resultados competitivos, apesar de ter obtido um aumento de 2,66% do peso total, aproximadamente, em relação a análise linear. As restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram abaixo da tolerância estabelecida. O deslocamento obtido no topo da estrutura foi de 17,97 *cm*, sendo o deslocamento máximo permitido igual a 21,96 *cm*.

Tabela 6 - Resultados do exemplo 3 com análise não linear

Grupo (Elemento)	Perfis (Análise Não Linear)
	AG (Este estudo)
1 (Vigas 1-23A, baia 1-3)	CVS 500 x 150
2 (Vigas 24A, baia 1-3)	CVS 400 x 87
3 (Vigas 1-23A, baia 2)	CVS 400 x 87
4 (Vigas 24A, baia 2)	I 360 x 51.0 (W14x34)
5 (Coluna 1-3A, Ext.)	CVS 550 x 204
6 (Coluna 4-6A, Ext.)	CVS 450 x 156
7 (Coluna 7-9A, Ext.)	H 250 x 101.0 (W10x68)
8 (Coluna 10-12A, Ext.)	CVS 450 x 141
9 (Coluna 13-15A, Ext.)	CVS 450 x 130
10 (Coluna 16-18A, Ext.)	CVS 450 x 141
11 (Coluna 19-21A, Ext.)	I 200 x 26.6 (W8x18)
12 (Coluna 22-24A, Ext.)	I 200 x 15.0 (W8x10)
13 (Coluna 1-3A, Int.)	CVS 500 x 204
14 (Coluna 4-6A, Int.)	CVS 400 x 87
15 (Coluna 7-9A, Int.)	CVS 500 x 204
16 (Coluna 10-12A, Int.)	CVS 500 x 162
17 (Coluna 13-15A, Int.)	CVS 400 x 103
18 (Coluna 16-18A, Int.)	I 310 x 28.3 (W12x19)
19 (Coluna 19-21A, Int.)	I 530 x 82.0 (W21x55)
20 (Coluna 22-24A, Int.)	CVS 400 x 87
Peso (kg)	100.533,00

As restrições de tensão e deslocamento horizontal ficaram todas abaixo de zero, o que significa que nenhuma restrição foi violada. As Figuras 45 e 46 apresentam as restrições de tensão e deslocamento, para análise não linear.

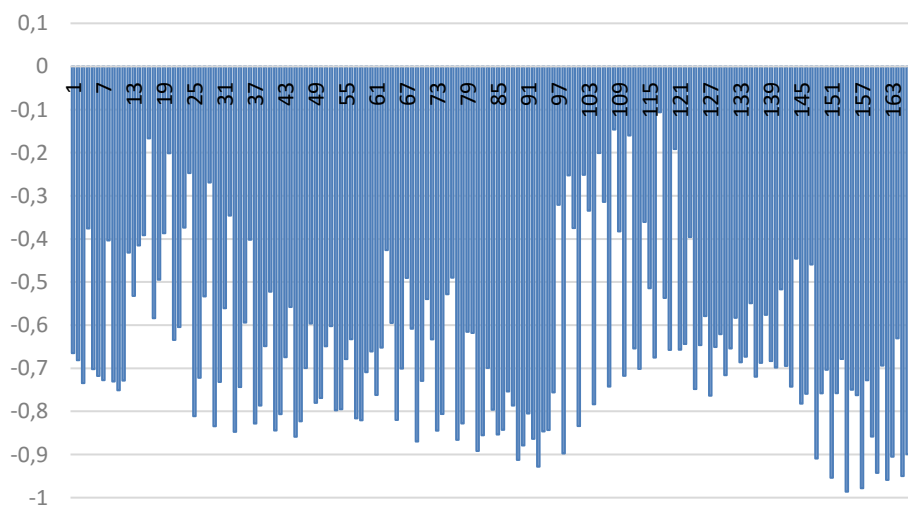


Figura 45 - Gráfico das restrições de tensão do pórtico 3 com análise não linear.

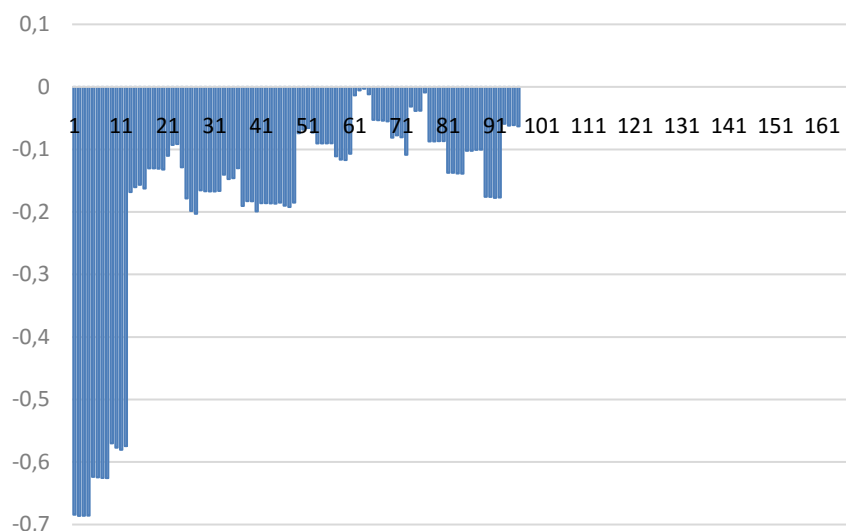


Figura 46 - Gráfico das restrições de deslocamento do pórtico 3 com análise linear.

O processo de otimização do terceiro pórtico apresentou resultados semelhantes aos encontrados na literatura. Comparando-se os resultados obtidos com análise linear e da literatura, a ferramenta computacional atingiu uma redução percentual de 2,07%. Para a otimização com análise não linear houve um aumento de 2,66%, em relação ao resultado obtido com análise linear. Os valores globais de  $K_x$  foram iguais a 1,16 e 1,78 para análise linear e não linear. O tempo total de processamento da análise linear e não linear, respectivamente, foram aproximadamente 11 e 62 minutos.

## CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES

Apresentou-se uma ferramenta computacional para projeto ótimo de pórticos planos de aço usando algoritmo genéticos e perfis comerciais, estabelecidos em um banco de dados. Foram consideradas análises lineares e não lineares geométricas para investigar o comportamento estrutural dos pórticos estudados e sua influência nas configurações ótimas obtidas.

A partir da análise dos resultados do peso ótimo encontrado, foi possível verificar que a ferramenta computacional alcançou valores competitivos comparando-se, quando possível, com as soluções de outros autores que utilizam algoritmos já estabelecidos na literatura, ou variações destes.

A metodologia apresentada encontrou as melhores seções de aço disponíveis no banco de dados construído de acordo com a modelagem matemática aqui proposta.

O banco de dados com os 128 perfis permitiu a realização da otimização por completo. Os módulos de análise se mostraram coerentes, em virtude dos resultados expostos. As restrições de projeto foram definidas de acordo com a NBR8800/2008.

Os resultados obtidos mostraram um bom comportamento do modelo de otimização proposto e dos AGs para resolver este tipo de problema. Para o primeiro e o segundo problema estudados com análise linear, o valor ótimo do peso da estrutura apresentou uma redução de 4,65%, em média, em relação a alguns resultados da literatura, além de realizar um número menor de avaliações. O terceiro pórtico otimizado com análise linear obteve uma redução de aproximadamente 2,00%. Para o primeiro e o segundo problema estudados com análise não linear, o valor ótimo do peso da estrutura apresentou uma redução de 7,45%, em média, em relação aos resultados da literatura,

Conforme demonstrado ao longo do trabalho, de maneira geral, a otimização de pórticos planos de aço foi bem atendida, quando se trata de encontrar o menor peso total da estrutura de aço, utilizando otimização discreta com banco de dados com perfis comerciais. Além disto, a ferramenta computacional desenvolvida neste trabalho foi capaz de mostrar os detalhes finais da otimização, fornecendo todas as propriedades do perfil otimizado.

## VI.1. Sugestões Para Trabalhos Futuros

Para os trabalhos futuros a serem realizados nesta área, sugere-se:

- Avaliar o desempenho da metodologia em estruturas mais complexas, como pórticos espaciais;
- Realizar otimização dos pórticos com ligações semirrígidas;
- Realizar otimização aumentando a quantidade de perfis no banco de dados;
- Realizar análise dinâmica, para o estudo da ação do vento;
- Incluir de outros tipos de não linearidade na otimização, como a não linearidade física.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, p. 237. 2008. (ISBN 978-85-07-00933-7).

ABNT. **Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico — Requisitos gerais**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, p. 32. 2013.

AISC. **Specification for Structural Steel Buildings**. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. Chicago, p. 519. 2005.

AL-MASHARY, F.; CHEN, W. F. Elastic Second-Order Analysis for frame Design. **Journal of Structural**, Indiana, v. 15, n. 4, p. 303-322, 1990.

ALVES, L. R. M. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos**. 2013. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. 2013.

ARORA, J. S. Methods for Discrete Variable Structural Optimization. **Advanced Technology in Structural Engineering**, Iowa, p. 1-8, 2000.

ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. 3<sup>a</sup>. ed. Oxford: Elsevier, 2012.

ARTAR, M.; DALOĞLU, A. T. Optimum design of composite steel frames with semi-rigid connections and column bases via genetic algorithm. **Steel and Composite Structures**, v. 19, n. 4, p. 1035-1053, Outubro 2015.

AUSTRELL, P.-E. et al. **CALFEM - A Finite Element Toolbox**. Lund University. Lund - Suécia, p. 285. 2004.

AZEVEDO, Á. F. M. **Optimização de Estruturas com Comportamento Linear e Não Linear**. 1994. 282 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Porto. Porto-Portugal. 1994.

BATHE, K.-J. **Finite Elements Procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

CAMP, C. V. et al. Design of Framed Structures Using a Genetic Algorithm. **Advances in Structural Optimization**, Reston, p. 19-30, 1997.

CAMP, C. V. et al. Design of Steel Frames Using Ant Colony Optimization. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 3, p. 369-379, Março 2005.

CHRISTENSEN, P. W.; KLARBRING, A. **An Introduction to Structural Optimization**. 1ª. ed. Linköping: Springer Science, 2009.

DEGERTEKIN, S. O. Optimum design of steel frames using harmony search algorithm. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 36, n. 4, p. 393-401, Outubro 2008.

DEL SAVIO, A. A. et al. Otimização da Flexão em Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas através de Algoritmos Genéticos, 2004.

DREHMER, G. A. **Otimização de Estruturas Metálicas Formadas por Perfis "I" Soldados**. 2005. 86 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Arquitetura e Engenharia, Universidade de Passo Fundo. Passo Fundo. 2005.

FREITAS, J. P. **Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semi-rígidas e a instabilidade estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, p. 113. 2010.

GOLDBERG, D. E.; SAMTANI, M. P. **Engineering optimization via genetic algorithms**. 9th Conf. on Electronic Computational. New York: ASCE. 1986. p. 471–482.

HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z. **Elements of Structural Optimization**. 3ª. ed. Dordrecht: Kluwer Academics Publishers, 1992.

KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm. **Computers & Structures**, v. 79, n. 17, p. 1593–1604, Julho 2001.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. 3ª. ed. Rio de Janeiro - RJ: Ciência Moderna, 2012.

MAHFOUZ, S. Y. **Design Optimization Structural of Steelwork**. 1999. 323 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bradford. Bradford, UK. 1999.

MARTHA, L. F. **FTOOL: A Structural Analysis Educational Interactive Tool**. Institute for Structural Analysis-Technical University of Graz. Austria, p. 51-65. 1999.

OLIVEIRA, D. H. M. D. **Projeto ótimo de pórticos de aço simulação computacional do colapso plástico**. 2010. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. 2010.

OLIVEIRA, S. R. C. D.; FALCÓN, G. A. S. Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas. **VÉRTICES**, Campos dos Goytacazes, v. 15, p. 101-115, maio/ago 2013.

PEZESHK, S.; CAMP, C. V.; CHEN, D. Design of Nonlinear Framd Structures Using Genetic Optimization. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 3, p. 382-388, Março 2000.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008**. 8ª. ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2011.

RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. S. Discrete Optimization of Strucutures Using Genetic Algorithms. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, p. 1233-1250, Maio 1992.

RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. 4ª. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.

SILVA, E. C. N. **Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos**. Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas - Escola Politécnica da USP. São Paulo, p. 43. 2003.

SILVA, F. E. D. C. **Otimização dimensional, de forma e topológica de estruturas treliçadas utilizando um algoritmo híbrido**. 2015. 139 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Paraná. Curitiba - Paraná. 2015.

SILVA, M. M. D. **Otimização de Estruturas Reticuladas Incluindo Não-Linearidade Geométrica**. Juiz de Fora - MG, 2011.

SOMMER, R. C. **Otimização de estruturas por algoritmos genéticos submetidas à restrições de flexibilidade e flambagem**. 2010. 82 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - PROMEC, Universidade Ferderal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre - RS. 2010.

THE MATHWORKS INC. **MATLAB The Language of Technical Computing**. Natick, MA, USA, 2014.

TOGAN, V. Design of planar steel frames using Teaching–Learning Based Optimization. **Engineering Structures**, v. 34, p. 225-232, Janeiro 2012.

VÉLEZ, I. A.; DURAND, R. **Otimização de treliças utilizando algoritmos genéticos e elementos finitos**. CILAMCE. Fortaleza - CE. 23-26 Novembro 2014. p. 11.

## ANEXO I

O Algoritmo Genético, pertencente ao *toolbox* de otimização do MATLAB®, é uma ferramenta computacional para resolver problemas de otimização sem restrições, com base em um processo de seleção natural que imita a evolução biológica. O algoritmo modifica repetidamente uma população de soluções individuais. A cada passo, o algoritmo genético seleciona aleatoriamente os indivíduos da população atual e usa-os como pais para produzir os filhos para a próxima geração. Ao longo de sucessivas gerações, a população evolui em direção a uma solução ótima.

Para usar o algoritmo genético na linha de comando, a função do AG é chamada com a sintaxe:

$$[x, fval] = ga(fitnessfcn, nvars, A, b, Aeq, beq, LB, UB, nonlcon, options)$$

Onde  $x$  é a solução ótima,  $fval$  é o valor da função objetivo em  $x$ ,  $fitnessfcn$  representa a função objetivo,  $nvars$  é o número de variáveis de projeto;  $A$  e  $b$  restrição linear de desigualdade da forma  $A*x \leq b$ ;  $Aeq$  e  $beq$  restrição linear de igualdade da forma  $Aeq*x = beq$ ;  $LB$  e  $UB$  são vetores de limites inferiores e superiores para restrições lineares;  $nonlcon$  representa a função da restrição não linear, que retorna duas saídas  $c$  e  $ceq$  sob a forma  $[c, ceq] = nonlcon(x)$ , onde  $c$  e  $ceq$  são vetores quando há várias restrições de desigualdade e igualdade não linear, respectivamente.

As opções padrão mais utilizadas do AG (*options*) são as seguintes:

- PopulationType - Tipo de dados da população.
- PopulationSize – Tamanho da população.
- CrossoverFraction - A fração da população na próxima geração, não incluindo filhos de elite.
- CrossoverFcn – Especifica a função que efetua o cruzamento (*crossover*) que o algoritmo utilizará para criar os filhos da nova geração.
- EliteCount - Especifica quantos indivíduos da geração atual são garantidos para sobreviver para a próxima geração, inteiro positivo.

- MutationFcn - Especifica a função que efetua a mutação que o algoritmo utilizará para criar os filhos da nova geração.
- FitnessLimit - Se a função objetivo alcança o valor de FitnessLimit, o algoritmo é interrompido.
- StallGenLimit - O algoritmo para se a mudança relativa média no melhor valor da função de fitness ao longo de gerações StallGenLimit é inferior ou igual a TolFun.
- InitialPopulation - População inicial usado para iniciar o algoritmo genético.
- InitialPenalty - Valor inicial do parâmetro de penalidade.
- PenaltyFactor - Parâmetro de atualização da penalidade.
- PlotInterval - Especifica o número de gerações entre chamadas consecutivas para imprimir as funções na tela.
- TolFun – Tolerância limite para variação do valor do melhor indivíduo avaliado pela função objetivo a cada iteração.
- TolCon - Tolerância limite para variação do valor das restrições a cada iteração.
- DistanceMeasureFcn - Identificador para a função que calcula a medida da distância entre os indivíduos.
- Display – Tipo de exibição dos resultados obtidos.
- PlotFcns - Matriz de funções para imprimir os dados pré-estabelecidos pelo algoritmo.

## ANEXO II

Apresenta-se a seguir o arquivo texto *.dat* com os dados do primeiro exemplo aplicado.

```
#titulo Pórtico 1
#Pórtico Plano de 15 Elementos
#Autor: Márcio
#Data: 14/10/15

#dimensoes (nels ncrgs ncrgs_dist n_mat n_rest nnos n_grupo)
      15   3   6   2   6   12   2

#Tipo de estrutura(treliça ou pórtico)
Pórtico

#Coordenadas (nó, x, y, z) %(em metros)
  1   0   0
  2  11   0
  3  22   0
  4   0  3.05
  5  11  3.05
  6  22  3.05
  7   0  6.1
  8  11  6.1
  9  22  6.1
 10   0  9.15
 11  11  9.15
 12  22  9.15

#Incidencia (barra, nó inicial, nó final)
  1   1   4
  2   2   5
  3   3   6
  4   4   5
  5   5   6
  6   4   7
  7   5   8
  8   6   9
  9   7   8
 10   8   9
 11   7  10
 12   8  11
 13   9  12
 14  10  11
 15  11  12

#Graus de liberdade (nó, gl1, gl2, gl3)
  1   1   2   3
  2   4   5   6
```



```

3   7   8   9
4   10  11  12
5   13  14  15
6   16  17  18
7   19  20  21
8   22  23  24
9   25  26  27
10  28  29  30
11  31  32  33
12  34  35  36

```

```
#Cargas (grau de liberdade, intensidade)%(em kN)
```

```

10  22.25
19  22.25
28  11.12

```

```
#Crgs. Distribuídas (Elemento, Intensidade x, Intensidade y)%(em kN/m)
```

```

4   0  -40.85
5   0  -40.85
9   0  -40.85
10  0  -40.85
14  0  -40.85
15  0  -40.85

```

```
#materiais (nMat E A (I, caso haja)/ nMat k (para molas))
%(KPa/m2/m4)
```

```

1   2.0e8  2.858e-3  1.211e-5
2   2.0e8  2.858e-3  1.211e-5

```

```
#Matbar (barra, Material da barra)
```

```

1   1
2   1
3   2
4   2
5   2
6   2
7   2
8   2
9   2
10  2
11  2
12  2
13  2
14  2
15  2

```

```
#restricoes (grau de liberdade, código) (0 -fixo, 1-livre)
```

```

1   0
2   0
4   0
5   0
7   0
8   0

```

```
#grupos ( barras...)
```

1 2 3 6 7 8 11 12 13  
4 5 9 10 14 15

#fimArquivo

### ANEXO III

Os elementos que compõem o sistema estrutural aqui estudado estão submetidos a esforços combinados de flexão, compressão e tração. Para isso, a norma NBR 8800 (ABNT, 2008) apresenta as considerações para a verificação destes esforços combinados. Para a atuação simultânea da força axial e de momentos fletores, as expressões são apresentadas a seguir:

$$\text{para } \frac{N_d}{N_{dres}} \geq 0,2 \quad \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{dx}}{M_{dresx}} + \frac{M_{dy}}{M_{dresy}} \right) \leq 1 \quad (28)$$

$$\text{para } \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2 \quad \frac{N_d}{2N_{dres}} + \left( \frac{M_{dx}}{M_{dresx}} + \frac{M_{dy}}{M_{dresy}} \right) \leq 1 \quad (29)$$

onde  $N_d$ ,  $M_{dx}$  e  $M_{dy}$  são esforços solicitantes de projeto.  $N_{dres}$  é o esforço axial resistente de projeto, e  $M_{dresx}$  e  $M_{dresy}$  são os momentos fletores resistentes de projeto nas direções x e y, sendo para pórticos planos  $M_{dy}$  igual a zero.

No caso de elementos estruturais submetidos a compressão, a carga atuante de serviço, é comparada com a carga resistente.

$$N_{dserv} \leq N_{dres} \quad (30)$$

Para verificação de flambagem por flexão em elementos comprimidos, em que o esforço de compressão pode reduzir a capacidade de carga do elemento. O cálculo do esforço axial resistente com efeito de flambagem, se dá pela expressão a seguir:

$$N_{dres} = \frac{QA_g f_c}{\gamma_{a1}} \quad (31),$$

onde  $A_g$  é a área bruta da seção,  $f_c$  tensão resistente da coluna, determinada em função do índice de esbeltez reduzido,  $\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança é igual a 1,10 para ações normais. E  $Q$  é o coeficiente de redução associado à esbelteza dos elementos da seção.

O valor de  $f_c$  é dado pela seguinte equação:

$$f_c = \chi \cdot f_y, \text{ e } \chi = \begin{cases} 0,658^{\lambda_0^2} & \text{para } \lambda_0 \leq 1,50 \\ \frac{0,877}{\lambda_0^2} & \text{para } \lambda_0 > 1,50 \end{cases} \quad (32),$$

onde  $f_y$ , tensão de escoamento do aço, é igual a 250 MPa. E  $\lambda_0$  é expressa pela equação:

$$\lambda_0 = \frac{K_x l}{i} \sqrt{\frac{Q f_y}{\pi^2 E}} \quad (33)$$

onde,  $i$  é o raio de giração da seção bruta, em relação ao eixo de flambagem, E é o módulo de elasticidade do material.

Para a obtenção do coeficiente de flambagem, a norma brasileira estabelece uma tabela com valores de  $K_x$  apenas para elementos isolados, como mostrado na Figura 47. A norma brasileira NBR8800/2008 não trata dos valores do coeficiente de flambagem para estruturas em pórticos ou semelhantes. No entanto, o conceito comprimento efetivo para pórticos planos é essencial para processos de análise e dimensionamento.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio						

Figura 47 - Coeficiente de flambagem para elementos isolados, NBR 8800/08 (ABNT, 2008).

Em teoria, o fator de comprimento efetivo para qualquer coluna de uma estrutura pode ser determinado a partir de uma análise de estabilidade. Na prática, porém, essa análise não é simples, e modelos mais simples são muitas vezes utilizados para determinar os fatores de comprimento efetivo para colunas em pórticos. Um procedimento prático que fornece um valor aproximado do fator  $K$  é o método de alinhamento de quadro (Alignment Chart Method - Duan e Chen, 1999). Atualmente, a maioria dos trabalhos usam o método de alinhamento de quadro em lugar de uma análise de estabilidade.

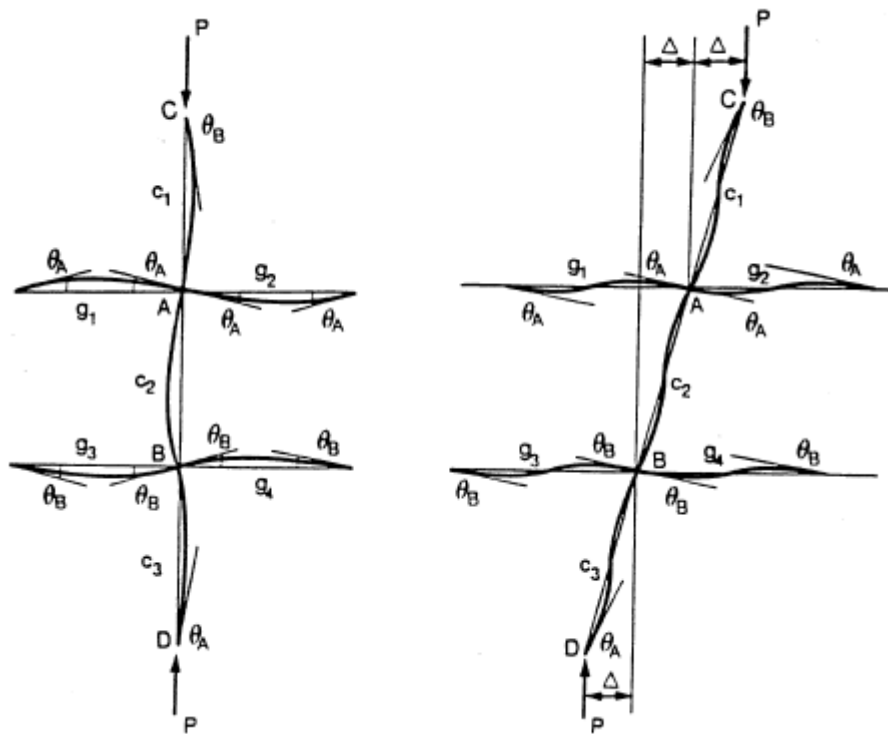


Figura 48 - Modelo do método de alinhamento de quadro (DUAN E CHEN, 1999).

O coeficiente de flambagem ou de comprimento efetivo  $K_x$  é calculado através da fórmula de aproximação adotada pela AISC (*American Institute of Steel Construction*), tem-se:

$$K_x = \sqrt{\left( \frac{1.6G_A G_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5} \right)} \quad (34),$$

onde  $G_A$  e  $G_B$  são relações de rigidez de colunas e vigas nas extremidades A e B. Nos apoios rotulados  $G$  é igual a 10, Nos apoios engastados  $G$  é igual a 1.

$$G_{nó} = \frac{\Sigma(E_c I_c / L_c)}{\Sigma(E_v I_v / L_v)} \quad (35),$$

onde  $\Sigma$  indica um somatório de todos os membros rigidamente ligados à articulação e que encontram-se no plano em que a flambagem da coluna que está sendo considerada; subscritos  $c$  e  $v$  representam colunas e vigas, respectivamente.

Para flambagem local, as chapas que fazem parte das seções transversais são classificadas em AA, placas enrijecidas, e AL, placas não enrijecidas. Para barras submetidas à força axial de compressão, nos quais todos os elementos que compõem a seção transversal possuem relações entre largura e espessura que não superam os valores limites, possuem o fator de redução  $Q = 1$ . Para casos onde relações entre largura e espessura superam os valores limites, o fator de redução é dado por:

$$Q = Q_s Q_a \quad (36)$$

Onde  $Q_s$  e  $Q_a$  são fatores que levam em consideração a flambagem local dos elementos.

Para chapas com componentes enrijecidos, o valor limite para esbeltez da alma dos perfis se dá através da equação:

$$\frac{b}{t} \leq 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (37)$$

onde,  $b$  igual ao comprimento

Se  $b/t$  não ultrapassar o valor limite  $Q_s = 1$ , se ultrapassar o valor limite de esbeltez,  $Q_s$  se dá, para o grupo aqui estudado, por meio da expressão:

$$\text{para } 0,64 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} < \frac{b}{t} \leq 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} \quad Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}} \quad (38)$$

$$\text{para } \frac{b}{t} > 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}} \quad Q_s = \frac{0,90 E k_c}{f_y (b/t)^2} \quad (39)$$

Para flambagem local da mesa em chapas com componentes não enrijecidos de acordo com o banco de dados estabelecido, a equação é:

$$\frac{b}{t} \leq 0,64 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}}, \text{ onde } k_c = \frac{4}{\sqrt{h_0/t_0}}, \text{ sendo } 0,35 \leq k_c \leq 0,76$$

Elementos	Grupo	Descrição dos elementos	Alguns exemplos com indicação de $b$ e $t$	$(b/t)_{lim}$
AA	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas ou almas de seções tubulares retangulares</li> <li>Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas</li> </ul>		$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Almas de seções I, H ou U</li> <li>Mesas ou almas de seção-caixão</li> <li>Todos os demais elementos que não integram o Grupo 1</li> </ul>		$1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
AL	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas de travessamento</li> </ul>		$0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas de seções I, H, T ou U laminadas</li> <li>Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas</li> <li>Chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas</li> </ul>		$0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas de seções I, H, T ou U soldadas *</li> </ul>		$0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}}$
	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>Almas de seções T</li> </ul>		$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Figura 49 - Limites de esbeltez  $(b/t)_{lim}$ , NBR 8800/2008

O coeficiente  $k_c$  considera a influência da esbeltez da alma, em que  $h_0$  e  $t_0$  são comprimento e espessura da alma, conseqüentemente.

Se  $b/t$  não ultrapassar o valor limite  $Q_a = 1$ , se ultrapassar o valor limite de esbeltez, para o grupo aqui estudado, tem-se  $Q_a$ :

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (40)$$

onde,  $A_g$  = área bruta e  $A_{ef}$  = área efetiva da placa, que pode ser encontrada por:

$$A_{ef} = A_g - \Sigma(b - b_{ef})t \quad (41)$$

Considerando uma situação de pós-flambagem, admite-se uma largura efetiva  $b_{ef}$ . Esta largura efetiva pode ser obtida com:

$$b_{ef} = 1,92t \sqrt{\frac{E}{\sigma} \left[ 1 - \frac{C}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right]} \leq b \quad (42)$$

Onde,  $C = 0,34$  para placas enrijecidas em geral.  $\sigma = \chi f_y$ .

Para que não ocorra flambagem no elemento por flexão em relação ao eixo central de inércia  $x$  da seção transversal, a carga atuante de serviço deve ser menor do que carga crítica, ou carga de Euler, dada por:

$$N_c = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x l)^2} \quad (43),$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $I$  é o momento de inércia da seção,  $K$  é o coeficiente de flambagem e  $l$  o comprimento da peça.

Para o estado limite de plastificação da seção transversal, o momento resistente é igual ao próprio momento de plastificação ( $M_p$ ).

$$M_{dres} = M_p = Z f_y \quad (44)$$

onde  $Z$  é o módulo plástico da seção e  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço.



## ANEXO IV

Os resultados da análise linear do primeiro pórtico estudado foram conferidos com o programa FTOOL (MARTHA, 1999), com a finalidade de garantir a coerência da análise após todo o processo de otimização realizado. As Figuras 50, 51 e 52 mostram os resultados obtidos com a ferramenta computacional, e as figuras 53, 54 e 55 mostram os resultados do FTOOL.

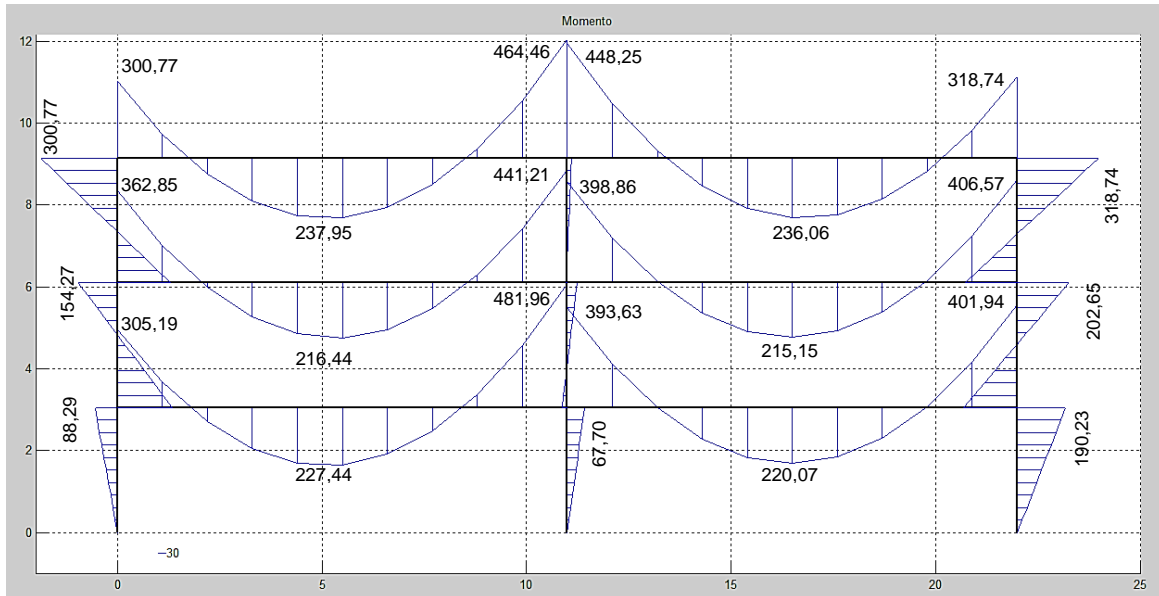


Figura 50 - Gráfico de momento fletor (kN.m) pórtico 1.

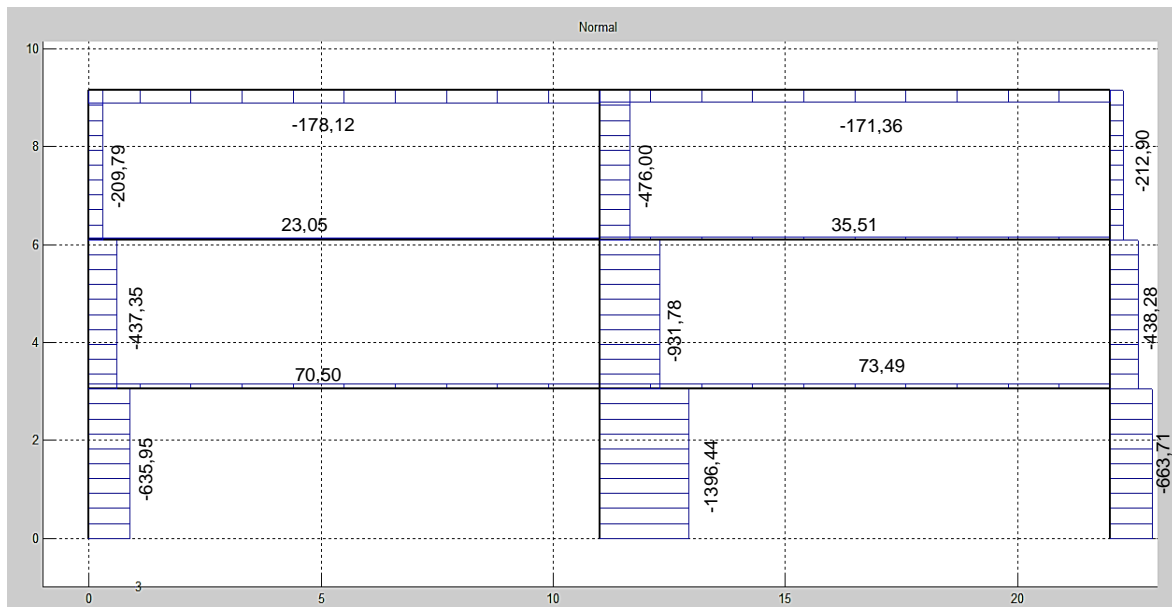


Figura 51 - Gráfico de esforço normal (kN) pórtico 1.

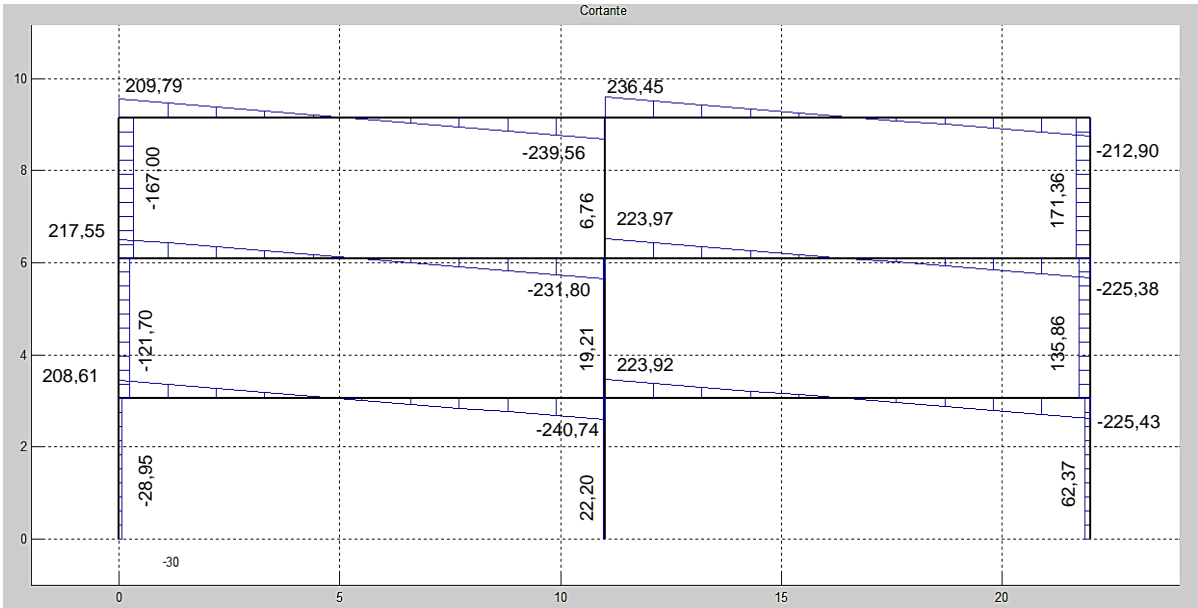


Figura 52 - Gráfico de esforço cortante (kN) pórtico 1.

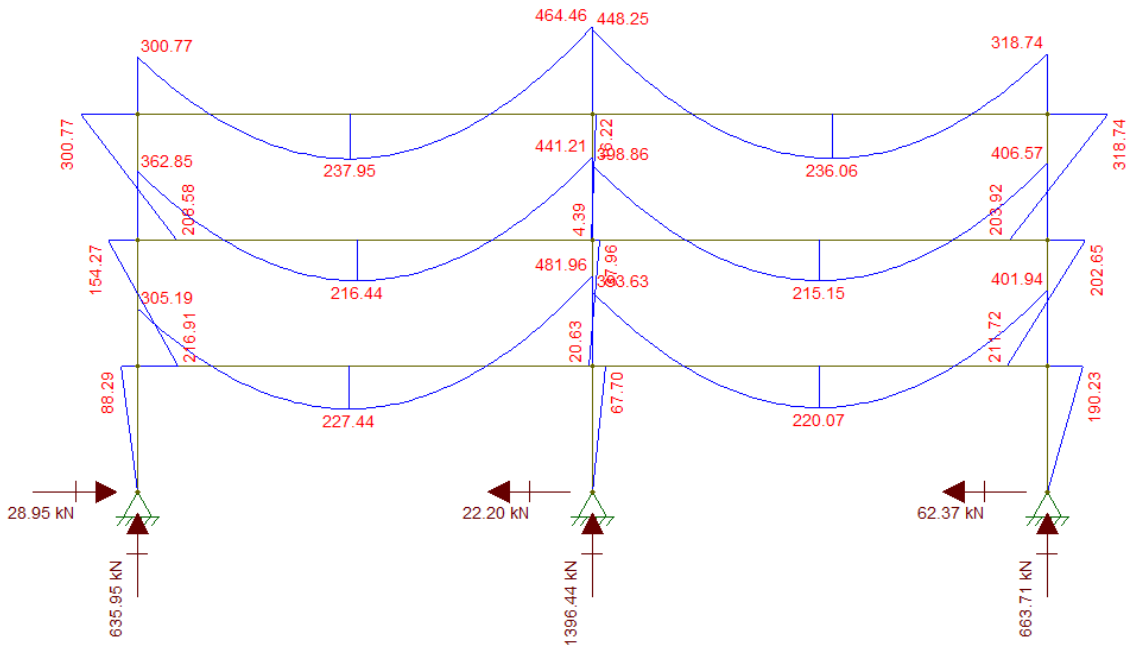


Figura 53 – Gráfico de momento do pórtico 1 – FTOOL.

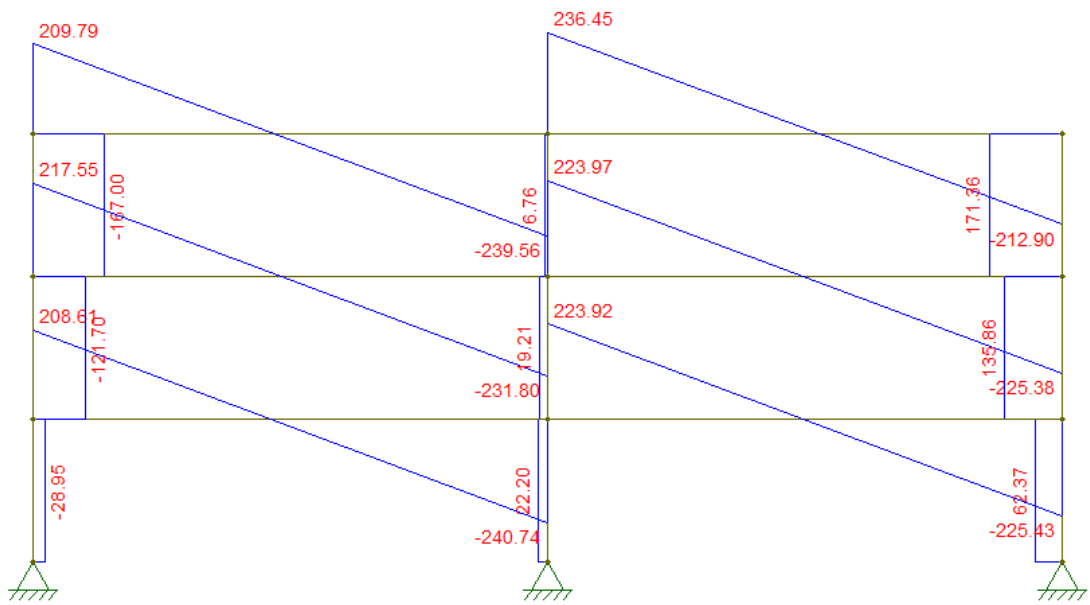


Figura 54 - Gráfico de cortante do pórtico 1 – FTOOL.

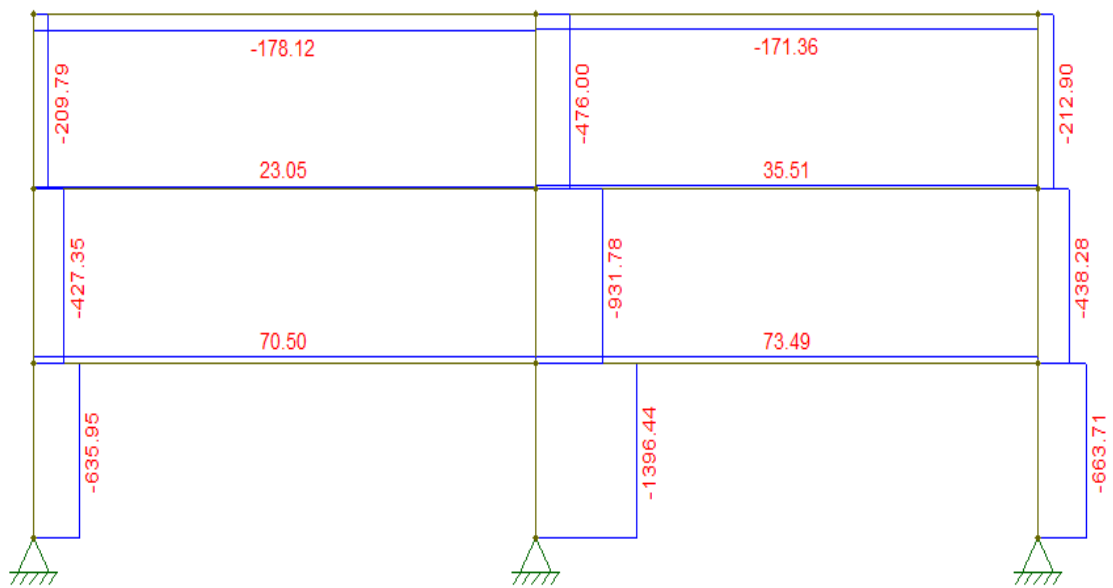


Figura 55 - Gráfico de esforço normal do pórtico 1 – FTOOL.