

APLICAÇÃO DE ANÁLISE LIMITE NUMÉRICA A PROBLEMAS DE
ARRANCAMENTO DE DUTOS ENTERRADOS

RAQUEL MILINA DE MORAES BEZERRA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
DEZEMBRO – 2016

APLICAÇÃO DE ANÁLISE LIMITE NUMÉRICA A PROBLEMAS DE ARRANCAMENTO DE DUTOS ENTERRADOS

RAQUEL MILINA DE MORAES BEZERRA

"Projeto de Dissertação apresentada ao
Centro de Ciência e Tecnologia, da
Universidade Estadual do Norte Fluminense,
como parte das exigências para obtenção de
título de Mestre em Engenharia Civil".

Orientador: Prof. Aldo Durand Farfán.

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
DEZEMBRO – 2016

APLICAÇÃO DE ANÁLISE LIMITE NUMÉRICA A PROBLEMAS DE ARRANCAMENTO DE DUTOS ENTERRADOS

RAQUEL MILINA DE MORAES BEZERRA

"Projeto de Dissertação apresentada ao
Centro de Ciência e Tecnologia, da
Universidade Estadual do Norte Fluminense,
como parte das exigências para obtenção de
título de Mestre em Engenharia Civil".

Aprovada em 13 de Dezembro de 2016

Comissão Examinadora:

Prof. Patrício Jose Moreira Pires, D.sc. - UFES.

Prof. Fernando Saboya Albuquerque Jr, D.sc. – UENF.

Prof. Gines Arturo Santos Falcón, D.sc. – UENF.

Prof. Aldo Durand Farfán, D.sc. – Orientador – UENF.

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

A CAPES pela bolsa de estudos concedida.

Ao meu orientador, Aldo Durand, pela atenção e paciência durante toda pesquisa.

Aos demais professores da UENF, pelas experiências e conhecimentos transmitidos.

A todos os amigos da UENF, pela valiosa e indispensável amizade, incentivo e pelas trocas de experiências. Não esquecendo também dos amigos do SESC que foram bons ouvintes e sempre estavam com uma palavra otimista por sempre acreditar em vencer os desafios.

A todos os funcionários do LECIV, em especial a Dona Ana, que sempre estava ali ao lado para oferecer o famoso cafezinho e uma boa conversa.

À minha família, meu pai Celso Bezerra, minha mãe Milina Guedes e irmãos Hallysson e Moisés, pelo amor e apoio inestimáveis em todas as fases deste trabalho.

A todos que de forma direta ou indireta participaram deste trabalho.

E, sobretudo a Deus, que guiando o meu caminho, me fortaleceu para transpor todos os imprevistos e momentos difíceis.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	I
SUMÁRIO.....	II
LISTA DE FIGURAS	IV
LISTA DE TABELAS.....	VIII
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, SÍMBOLOS, SINAIS E UNIDADES.....	X
RESUMO.....	XIII
ABSTRACT	XIV
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
1.1. RELEVÂNCIA DA PESQUISA.....	1
1.1.1. DUTOS ENTERRADOS.....	1
1.1.2. ANÁLISE LIMITE	3
1.2. MOTIVAÇÃO	4
1.3. OBJETIVOS.....	5
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1. O PROBLEMA DE ARRANCAMENTO DE DUTOS E SEU DIMENSIONAMENTO	7
2.1.1. PROBLEMAS GEOTÉCNICOS RELACIONADOS A DUTOS ENTERRADOS	8
i. Flambagem	10
ii. Flutuabilidade – Empuxo hidrostático	11
2.1.2. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS	12
2.2. MODELAGEM NUMÉRICA E A ANÁLISE LIMITE	26
2.2.1. A TEORIA DA PLASTICIDADE E AS PROPOSIÇÕES DA ANÁLISE LIMITE	27
i. Comportamento plástico perfeito do material.....	28
ii. Lei de fluxo associada	32
iii. Princípio do trabalho virtual	33
2.2.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DISCRETIZAÇÃO DO MEIO	34
2.2.3. TEOREMAS DA ANÁLISE LIMITE.....	35
2.2.4. SÍNTESE DAS FORMULAÇÕES NUMÉRICAS DA ANÁLISE LIMITE	36
2.2.5. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	38
2.2.6. MONTAGEM E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	41
i. Pré-processamento e Pós-processamento	42
ii. Processamento.....	42
CAPÍTULO 3. MODELAGEM NUMÉRICA.....	44

3.1. FORMULAÇÕES VARIACIONAIS DA ANÁLISE LIMITE PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS ..	44
3.1.1. COMPORTAMENTO E DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DOS ELEMENTOS	47
3.1.2. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	50
i. A função objetivo	50
ii. As variáveis do problema de otimização	51
iii. Montagem do Problema de otimização	51
3.1.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO	52
3.2. MECANISMO DE COLAPSO	53
3.3. FERRAMENTAS UTILIZADAS	54
 <u>CAPÍTULO 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</u>	 <u>57</u>
4.1. ESTIMATIVAS DO FATOR DE COLAPSO PARA SOLOS NÃO COESIVOS	57
4.2. SIMULAÇÃO COMPARATIVA COM OUTROS MÉTODOS NUMÉRICOS EXISTENTES	60
4.2.1. MODELO EXPERIMENTAL	60
4.2.2. ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS COM O MÉTODO DA ANÁLISE LIMITE.....	61
4.2.3. ANÁLISE COMPARATIVA COM OUTRAS METODOLOGIAS	68
i. Matyas e Davis (1983)	68
ii. Murray e Geddes (1989)	70
iii. White, Cheuk e Bolton (2008)	71
iv. Ng e Springman (1994)	72
v. Merifield e Sloan (2006)	74
4.3. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO EXPERIMENTAL EM CENTRÍFUGA	76
4.3.1. MODELO EXPERIMENTAL E O FATOR DE ESCALA	78
i. Geometria do modelo	79
ii. Resistência ao arrancamento	82
iii. Propriedades do material	83
4.3.2. ANÁLISE COMPARATIVA COM O MÉTODO EXPERIMENTAL	85
i. Duto sem ancoragem.	85
ii. Duto com ancoragem	88
iii. Outras análises.....	95
 <u>CAPÍTULO 5. CONSIDERAÇÕES FINAS.....</u>	 <u>99</u>
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	101
 <u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	 <u>102</u>

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1. VARIAÇÃO DA TENSÃO VERTICAL COM O DESLOCAMENTO DE ALÇAPÃO CIRCULAR PARA DIFERENTES ALTURAS DE COBERTURA DE SOLO. ADAPTADA DE McNULTY (1965) APUD BUENO E COSTA (2012).....	9
FIGURA 2.2. FENÔMENO DE FLAMBAGEM VERTICAL: A) VISTA EM CORTE DA POSIÇÃO ANTES DA FASE DE OPERAÇÃO. B) VISTA EM CORTE DA FLAMBAGEM VERTICAL. C) FLAMBAGEM EM DUTO OFF-SHORE. ADAPTADA DE (BERNAL, 2014).	10
FIGURA 2.3. CONVULSÃO E CURVATURA DE DUTO FLEXÍVEL ENTERRADO. FONTE: TR ENGINEERING CONSULTANCY LLC (UPHEAVAL & LATERAL BUCKLING CALCULATIONS FOR BURIED PIPELINES).	11
FIGURA 2.4. MODELO DE ANÁLISE DE ANCORAGENS ENTERRADAS: A) GEOMETRIA DO SISTEMA; B) SUPERFÍCIE DE RUPTURA VERTICAL. ADAPTADA DE WHITE ET AL., (2008).	13
FIGURA 2.5. DESENVOLVIMENTO DE SUPERFÍCIES DE RUPTURA A PARTIR DO DESLOCAMENTO PASSIVO DE UM ALÇAPÃO (WALTERS E THOMAS, 1982).....	15
FIGURA 2.6. ANÁLISE DO EQUILÍBRIO ESTATICO NO MÉTODO DE MURRAY E GEDDES (1987). ADAPTADA DE BUENO E COSTA (2012).	16
FIGURA 2.7. SUPERFÍCIE DE RUPTURA INCLINADA.	17
FIGURA 2.8. CÍRCULO DE MOHR EM CAMPO E DE PICO ASSUMIDO PARA A RESISTÊNCIA A ELEVACÃO. ADAPTADA DE WHITE, CHEUK E BOLTON (2008).....	18
FIGURA 2.9. RESULTADOS ENCONTRADOS POR WHITE, CHEUK E BOLTON (2008) NA COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA DE ESTRUTURAS ENTERRADAS EM SOLOS GRANULARES.	19
FIGURA 2.10. COMPORTAMENTO RESPOSTA DO MACIÇO À APLICAÇÃO DE CARREGAMENTO DE BASES CIRCULARES RÍGIDAS E FLEXÍVEIS. ADAPTADO DE DAVIS E SELVADURAI (1996).....	20
FIGURA 2.11. RESPOSTA DO SOLO PARA UMA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA DE UMA (A) BASE FLEXÍVEL E (B) BASE RÍGIDA. ADAPTADA DE ARISTORENAS E GÓMEZ (2014).	21
FIGURA 2.12. GEOMETRIA DO MODELO DE ANÁLISE DE DUTOS ENTERRADO. ADAPTADA DE WHITE ET AL., (2008).....	21
FIGURA 2.13. MODELO UTILIZADO EM ENSAIOS EM MODELO REDUZIDO DE DUTOS ENTERRADOS; A) GEOMETRIAS UTILIZADAS; E B) SISTEMA DE ARRANCAMENTO DO DUTO. BRANSBY ET AL., 2002 ADAPTADA DE SANTIAGO (2010).	23
FIGURA 2.14. EFICIÊNCIA DA ANCORAGEM DA GEOGRELHAS NO ESTADO DENSO E FOFO E NAS ALTURAS DE ATERRO H1, H2 E H3 (SANTIAGO, 2010).	24
FIGURA 2.15. RESULTADOS OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO CINEMÁTICA (LIMITE SUPERIOR) E ESTATICA (LIMITE INFERIOR) DA TEORIA DA PLASTICIDADE; A) FATOR DE COLAPSO PARA ANCORAGENS HORIZONTAIS EM AREIAS; E B) CAMPO DE VELOCIDADES DA ANÁLISE DO LIMITE SUPERIOR DE MERIFIELD E SLOAN (2006).	25
FIGURA 2.16. MODELOS DE COMPORTAMENTO TENSÃO X DEFORMAÇÃO: A) LINEAR ELÁSTICO, B) RÍGIDO-PERFEITAMENTE PLÁSTICO E C) ELÁSTICO-PERFEITAMENTE PLÁSTICO.	27

FIGURA 2.17. COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO TÍPICOS DE SOLOS E SUAS IDEALIZAÇÕES COMO: A) ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO; B) RÍGIDO PLÁSTICO PERFEITO. ADAPTADA DE CHEN E LIU, (1990).....	29
FIGURA 2.18. SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO NO ESPAÇO DE TENSÕES PRINCIPAIS (PACHÁS, 2009).....	30
FIGURA 2.19. SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO E VETOR DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA (PACHÁS, 2009).....	33
FIGURA 2.20. TEOREMA DA UNICIDADE OU ANÁLISE MISTA. MODIFICADA DE FERREIRA (2008).....	37
FIGURA 3.1. ELEMENTO FINITO Q4 EM 2D.....	48
FIGURA 3.2. ESFORÇOS EM A) TALUDES; B) FUNDAÇÕES RASAS; C) DUTOS ENTERRADOS.....	50
FIGURA 3.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO APLICADAS AO PROBLEMA.....	53
FIGURA 3.4. REPRESENTAÇÃO DA DISCRETIZAÇÃO DAS VELOCIDADES E DA TENSÃO NUM ELEMENTO I (Q4)..	54
FIGURA 3.5. MECANISMO DE COLAPSO DE UM TALUDE (CAMARGO, 2015).	54
FIGURA 4.1. MODELO DO DUTO ENTERRADO A) GEOMETRIA ADOTADA; B) E MALHA DE ELEMENTOS FINITOS E CONDIÇÕES DE CONTORNO DAS SIMULAÇÕES.	58
FIGURA 4.2. ESTIMATIVA DO FATOR DE COLAPSO PARA SOLOS GRANULARES (COESÃO NULA) - SOLO COM PESO ESPECÍFICO DE 13.4 E COEFICIENTE DE ATRITO = 28°.	59
FIGURA 4.3. RELAÇÃO ENTRE A DENSIDADE RELATIVA E O ÂNGULO DE DILATÂNCIA MÁXIMO, BOLTON (1986).	61
FIGURA 4.4. VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS DE ACORDO COM O FATOR DE PROFUNDIDADE.	63
FIGURA 4.5. VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS DE ACORDO COM A DAS PROPRIEDADES DAS AREIAS.	63
FIGURA 4.6. VARIAÇÃO DO FATOR DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS DE ACORDO COM O FATOR DE PROFUNDIDADE.	63
FIGURA 4.7. VARIAÇÃO DO FATOR DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS DE ACORDO COM A DAS PROPRIEDADES DAS AREIAS.	63
FIGURA 4.8. CAMPOS DE VELOCIDADES OBSERVADOS PARA AS DIFERENTES AREIAS COM O FATOR DE PROFUNDIDADE (H/D) IGUAL A 1.	65
FIGURA 4.9. CAMPOS DE VELOCIDADES OBSERVADOS PARA AS DIFERENTES AREIAS COM O FATOR DE PROFUNDIDADE (H/D) IGUAL A 2.	66
FIGURA 4.10. CAMPOS DE VELOCIDADES OBSERVADOS PARA TRÊS AREIAS DISTINTAS NOS FATORES DE PROFUNDIDADE (H/D) IGUAIS A 4, 6 E 8.....	67
FIGURA 4.11. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS OBTIDAS COM A ALN E COM BASE NO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE DE MATYAS E DAVIS (1987).....	69
FIGURA 4.12. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS OBTIDAS COM A ALN E COM BASE NO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE DE MURRAY E GEDDES (1989).....	71
FIGURA 4.13. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS OBTIDAS COM A ALN E COM BASE NO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE DE WHITE, CHEUK E BOLTON (2008).	72

FIGURA 4.14. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS OBTIDAS COM A ALN E COM BASE NO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE DE NG E SPRINGMAN (1994).....	73
FIGURA 4.15. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS 1, 3 E 5, OBTIDAS COM A ALN E COM BASE EM RESULTADOS DO LIMITE SUPERIOR E INFERIOR DE MERIFIELD E SLOAN (2006)	75
FIGURA 4.16. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO NORMALIZADA PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIAS 2 E 4, OBTIDAS COM A ALN E COM BASE EM RESULTADOS DO LIMITE SUPERIOR E INFERIOR DE MERIFIELD E SLOAN (2006).	75
FIGURA 4.17. ESQUEMA ILUSTRATIVO DO ENSAIO EM MODELO REDUZIDO (A) POSICIONAMENTO DA CAIXA TESTE NA BANCADA DA CENTRÍFUGA E (B) MONTAGEM DO MODELO (SANTIAGO, 2010)	76
FIGURA 4.18. GEOMETRIA DA SIMULAÇÃO (A) DUTO ENTERRADO E (B) DUTO ENTERRADO COM ANCORAGEM.	77
FIGURA 4.19. MODELO ADOTADO E A GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE CONTORNO SIMULADA PARA O MODELO DO DUTO ENTERRADO	80
FIGURA 4.20. MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DO DUTO ENTERRADO SEM ANCORAGEM ($H^* = 1,5D$).....	80
FIGURA 4.21. MODELO ADOTADO E GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE CONTORNO SIMULADA PARA O MODELO DO DUTO ANCORADO.	81
FIGURA 4.22. MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DO DUTO ENTERRADO COM ANCORAGEM ($H^* = 3D$ E $B = 2D$).	81
FIGURA 4.23. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIA FOFA OBTIDAS COM A ALN E EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010).	86
FIGURA 4.24. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS EM AREIA FOFA ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E COM A ALN,	87
FIGURA 4.25. MECANISMO DE COLAPSO DA SIMULAÇÃO DO DUTO ENTERRADO SEM ANCORAGEM NA PROFUNDIDADE DE 1,5M EM AREIA Densa. A) CAMPO DE VELOCIDADES E B) DEFORMADA.....	88
FIGURA 4.26. DESLOCAMENTO DE DUTOS EM AREIA FOFA (SANTIAGO, 2010).	88
FIGURA 4.27. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS COM ANCORAGEM DE 1M DE LARGURA EM AREIA FOFA ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E COM A ALN,	90
FIGURA 4.28. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS COM ANCORAGEM DE 1M DE LARGURA EM AREIA Densa ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E COM A ALN,	91
FIGURA 4.29. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS COM ANCORAGEM DE 1,5M DE LARGURA EM AREIA FOFA ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E COM A ALN,	92
FIGURA 4.30. COMPARAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS COM ANCORAGEM DE 1,5M DE LARGURA EM AREIA Densa ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E COM A ALN,	93
FIGURA 4.31. ESQUEMA DE MONTAGEM DA SIMULAÇÃO EM ESCALA REAL DO ARRANCAMENTO DE UM DUTO ENTERRADO COM UMA ANCORAGEM POR M DE GEOCOMPOSTO: A) CORTE DO MODELO; B) MODELO	

SIMULADO; C) DETALHE DA INSTALAÇÃO; D) FOTO DO DUTO ANTES DA CAMADA DE ATERRO (ALLESSI, ARARUNA E ANDRADE, 2013).	94
FIGURA 4.32. FOTOS PÓS ENSAIO DE ARRANCAMENTO; A) RASGO NO GEOCOMPOSTO; B) DETALHE DO RASGO (ALLESSI, ARARUNA E ANDRADE, 2013)	95
FIGURA 4.33. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE RESISTÊNCIA MEDIDOS, CALCULADOS, DE UM ENSAIO DESCRITO EM WHITE ET AL. (2008) E UMA MODELAGEM NUMÉRICA DESCRITA EM BORGES (2009) EM (A) AREIA FOFA E (B) DENSA DOS VALORES (SANTIAGO, 2010).....	96
FIGURA 4.34. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A AREIA FOFA PARA OS FATORES DE RESISTÊNCIA MEDIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E NUMERICAMENTE COM A ANÁLISE LIMITE.	97
FIGURA 4.35. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A AREIA DENSA PARA OS FATORES DE RESISTÊNCIA MEDIDOS EXPERIMENTALMENTE POR SANTIAGO (2010) E NUMERICAMENTE COM A ANÁLISE LIMITE.	98

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1. FATOR DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO PARA DUTOS ENTERRADOS, N_y .	22
TABELA 2.2. SÍNTESE DE TRABALHOS QUE EMPREGAM ANÁLISE LIMITE. ADAPTADA E ATUALIZADA DE LEMOS (2002).	38
TABELA 2.3. CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA (FARFÁN, 2000).	40
TABELA 3.1. COORDENADAS PARA O ELEMENTO QUADRILATERAL DE QUATRO NÓS DA FIGURA 3.1.	49
TABELA 3.2. PROGRAMAS PARA A MONTAGEM E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO NÃO-LINEAR (PNL) CONSIDERANDO O CONTÍNUO CONVENCIONAL (FARFÁN, 2000)	55
TABELA 4.1. FATOR DE COLAPSO OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS (kN/m).	59
TABELA 4.2. PROPRIEDADES DO MATERIAL.	61
TABELA 4.3. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, P EM kN/m, OBTIDOS COM A ALN	62
TABELA 4.4. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A ALN.	62
TABELA 4.5. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO DE MATYAS E DAVIS (1983).	69
TABELA 4.6. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO DE MURRAY E GEDDES (1989).	70
TABELA 4.7. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO DE WHITE, CHEUK E BOLTON (2008).	71
TABELA 4.8. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO DE NG E SPRINGMAN (1994).	73
TABELA 4.9. FATORES DE RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO, N_y , OBTIDOS COM A LEITURA DOS GRÁFICOS DE MERIFIELD E SLOAN (2006).	74
TABELA 4.10. GEOMETRIA DE ENSAIOS COM ANCORAGEM.	77
TABELA 4.11. GEOMETRIA DE ENSAIOS SEM ANCORAGEM.	77
TABELA 4.12. LEIS DE SEMELHANÇA PROTÓTIPO-MODELO NA MODELAGEM CENTRÍFUGA (SANTIAGO, 2010).	78
TABELA 4.13. GEOMETRIA DE ENSAIOS COM ANCORAGEM.	79
TABELA 4.14. GEOMETRIA DE ENSAIOS SEM ANCORAGEM.	79
TABELA 4.15. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO OBTIDAS NOS ENSAIOS COM ANCORAGEM.	83
TABELA 4.16. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO OBTIDAS NOS ENSAIOS SEM ANCORAGEM.	83
TABELA 4.17. PROPRIEDADES DOS SOLOS APLICADOS NA ALN.	83
TABELA 4.18. ANÁLISE COMPARATIVA DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE E NUMERICAMENTE COM A VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE ATRITO PARA A AREIA FOFA ($DR = 23\%$).	84
TABELA 4.19 ANÁLISE COMPARATIVA DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE E NUMERICAMENTE COM A VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE ATRITO PARA A AREIA Densa ($DR = 70\%$).	84
TABELA 4.20. ANÁLISE COMPARATIVA DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO (P) ENTRE OS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE SANTIAGO (2010) E DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DA ALN PARA OS DUTOS INSTALADOS SEM ANCORAGEM.	86

TABELA 4.21. ANÁLISE COMPARATIVA DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO (P) ENTRE OS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE SANTIAGO (2010) E DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DA ALN PARA OS DUTOS INSTALADOS COM ANCORAGEM DE 1M.	89
TABELA 4.22. ANÁLISE COMPARATIVA DA RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO (P) ENTRE OS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE SANTIAGO (2010) E DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DA ALN PARA OS DUTOS INSTALADOS COM ANCORAGEM DE 1,5M	92

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, SÍMBOLOS, SINAIS E UNIDADES.

(r, s)	Coordenadas locais, com origem no centro do elemento;
(r_i, s_i)	Coordenadas paramétricas;
(x, y)	Coordenadas globais;
∇^T	Operador diferencial, o índice T indica que a matriz deve ser transposta;
2D	Bidimensional, duas dimensões;
ANL	Análise Limite Numérica;
B	Largura da ancoragem;
B_u	Matriz de compatibilidade cinemática;
B_u^e	Matriz de compatibilidade cinemática para de um elemento;
c	Coesão do solo;
D	Diâmetro externo da tubulação;
D_r	Densidade relativa;
E_p	Empuxo passivo;
f	Vetor de forças no domínio.
f^e	Vetor de forças de corpo no elemento;
F ou $F(\sigma_{ij})$	Funções de escoamento;
$F(\sigma)_{MC}$	Função de escoamento de Mohr-Coulomb (2D);
F^*	Força de levantamento encontrada experimentalmente descontando o peso dos mecanismos de levantamento e o peso do duto;
G	Matriz de equilíbrio global do sistema;
G_e	Matriz de equilíbrio global num elemento;
H	Profundidade de instalação da estrutura;
H^*	Espessura da camada de reaterro acima da estrutura;
h_i	Funções de base ou de interpolação;
H_u	Matriz de interpolação de velocidades;
H_σ	Matriz de interpolação de tensões;
J_e	Matriz Jacobiana do elemento;

K_0	Coeficiente de empuxo;
K_p	Coeficiente de empuxo passivo;
L	Comprimento do duto;
LIMAG	LIMit Analysis for Geotechnical;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
MEL	Método do Equilíbrio Limite;
N	g-level, Fator gravitacional entre a gravidade de ensaios realizados em centrífuga em relação à gravidade terrestre;
N_γ	Fator de resistência à elevação, ou carga de arrancamento normalizada;
ne	Número total de elementos no domínio;
nn	Número de nós num elemento;
P	Resistência ao arrancamento por unidade de comprimento;
p	Tensor de forças totais (externas e internas);
p_c	Tensor de forças totais constantes;
p_e	Tensor de forças totais (externas e internas) num elemento;
p_v	Tensor de forças totais variáveis, a serem maximizadas;
P_w	Empuxo hidrostático;
PL	Programação Linear;
PNL	Programação Não Linear;
PQ	Programação Quadrática;
Q4	Elemento finito quadrilateral de quatro nós;
t	Vetor de forças no contorno;
t^e	Vetor de forças na superfície do elemento;
$\dot{u}$	Campo de velocidade de deformações;
$\hat{u}$	Campo de velocidades nodais;
$u_{x.i}$ e $u_{y.i}$	Representam respectivamente as velocidades dos deslocamentos possíveis para as direções x e y;
W	Peso do solo por unidade de comprimento;
W'	Parcela de acréscimo ao peso do solo por unidade de comprimento;
γ	Peso específico do solo;
$\dot{\gamma}$	Fator de plastificação;
Γ_t	Superfície ou contorno;

Γ_t^e	Superfície ou contorno elementar;
γ_w	Peso específico da água;
δ	Ângulo de inclinação de E_p com a horizontal;
δu	Campo de deslocamentos virtuais;
$\delta \dot{u}$	Campo de taxas de e de velocidade virtual;
$\delta \varepsilon$	Campo de deformações virtuais;
$\delta \dot{\varepsilon}$	Campo de taxas de deformação virtual;
ε e ε_{ij}	Deformação ou Campo de deformações;
$\dot{\varepsilon}$ ou $\dot{\varepsilon}_{ij}$	Campo de taxas velocidade de deformação total;
ε_{ij}^p	Campo de deformações plásticas;
$\dot{\varepsilon}^p$ ou $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$	Campo de taxas de velocidades de deformações plásticas do sistema;
ε_{ij}^e	Campo de deformações elásticas;
$\dot{\varepsilon}_{ij}^e$	Campo de taxas de velocidades de deformação elástica;
η	Vetor unitário normal à superfície Γ_t ;
θ	Ângulo de inclinação (com a vertical) da superfície de ruptura do solo;
λ	Fator de colapso;
$\hat{\sigma}$	Campo de tensões nodais;
σ ou σ_{ij}	Campo de tensões ou Tensor das tensões;
σ_{nf}	Tensão normal;
τ ou τ_f	Tensão cisalhante;
φ	Coeficiente de atrito interno do solo;
φ_{pico}	Coeficiente de atrito máximo ou de pico;
ψ	Ângulo de dilatação do solo;
Ω	Volume, ou domínio;
Ω^e	Domínio elementar;
ω	Fator de proporcionalidade escalar;

RESUMO

A reação do duto aos esforços de utilização muitas vezes conduz a um impulso ascendente das dutovias e conseqüentemente sua ruptura. Estes dutos são comumente enterrados para fornecer estabilidade ambiental, isolamento térmico e proteção mecânica necessária para evitar movimentos e avarias. Tornando o problema da interação solo-duto e a busca pela máxima carga de resistência ao arrancamento o objeto de inúmeras pesquisas.

Por outro, a Análise Limite Numérica (ALN) tem demonstrado grande potencial para a determinação da máxima carga suportada em problemas de estabilidade geotécnica. No entanto sua aplicação aos casos de dutos enterrados, que poderia ser fundamentalmente usada na fase de projeto, ainda foi pouco explorada. O LIMAG é uma ferramenta de resolução de problemas geotécnicos de estabilidade desenvolvida para aplicar uma abordagem mista da análise limite numérica. Com o intuito de continuar o desenvolvimento dessa ferramenta a presente pesquisa visa avaliar sua aplicabilidade na predição da resistência ao arrancamento de dutos rígidos enterrados em areias, assim como na avaliação do mecanismos de ruptura associado.

Para tal, foi realizado um estudo comparativo que foi subdividido em duas fases. A primeira fase trata da investigação da influência dos parâmetros das areias e do fator de profundidade, onde estes resultados da aplicação da ALN foram comparados aos de outras metodologias comumente empregadas, apresentando resultados satisfatórios. Na segunda fase trata da modelagem numérica do estudo experimental em centrífuga geotécnica de modelos reduzidos com gravidade aumentada realizado por Santiago (2010), numa simulação de arrancamento de dutos instalados sem e com ancoragem em areais. Foram obtidos resultados que se mostram coerentes com a maioria dos resultados de referência.

PALAVRAS-CHAVE: Duto enterrado, Análise Limite Numérica, Resistência ao Arrancamento, Problemas de estabilidade, Dutos ancorados.

ABSTRACT

Ruptures in buried pipelines often happen by raising the duct due to reaction forces. These ducts are commonly bury to provide environmental stability, thermal insulation, and mechanical protection needed to prevent movement and damage. The understanding of the soil-duct interaction is the object of numerous researches that aim to determine the maximum pullout load.

Numerical Limits Analysis shows great potential for determining the maximum load on stability problems in geotechnics. However, its application to cases of buried pipes still little explored. LIMAG is a tool for solving geotechnical stability problems. It has developed as a mixed approach of the numerical limit analysis. This research aims to evaluate its applicability in the prediction of the resistance to the pullout of rigid ducts buried in sand, as well as in the evaluation of the associated rupture mechanisms.

For this, a comparative study was carried out, which was subdivided into two phases. The first phase of the investigation of the influence of the sand parameter and the depth factor, the results obtained with numerical limit analysis were compared to other analytical methodologies, and were satisfactory. The second phase deals with the resolution of an inverse problem in an experimental work on the data of a reduced geotechnical centrifuge model proposed by Santiago (2010). To this end the buried pipelines anchored with grids and buried pipelines without anchorage was simulated. The results obtained are consistent with most of the reference results.

KEYWORDS: Buried Pipelines; Numerical Limit Analysis, Uplift Resistance, Stability Problems, Anchored Buried Pipelines.

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

A Análise Limite tem vindo a demonstrar um vasto potencial para o desenvolvimento de modelos numéricos que permitem a determinação da máxima carga suportada por uma estrutura caracterizada por um comportamento plástico em problemas de estabilidade.

Por outro lado avaliação da resistência ao arrancamento em dutos vem sendo fundamentalmente usada na fase de projeto. A reação do duto aos esforços de utilização pode levar a um impulso ascendente da dutovias e consequentemente a ruptura. Para aumentar a resistência ao arrancamento (*Uplift resistance*, em inglês) e prevenir o arqueamento do duto este deve ser enterrado numa profundidade suficiente ou ainda empregar técnicas de ancoragem na estrutura.

1.1. RELEVÂNCIA DA PESQUISA

1.1.1. DUTOS ENTERRADOS

Vestígios de obras milenares de dutovias ainda podem ser encontrados em diversas partes do mundo e constituem um marco civilizatório, pois permitiram a evolução de diversas cidades trazendo o saneamento básico com o transporte de água para as comunidades e o seu consequente despejo. Essas estruturas têm acompanhado o homem até hoje, sendo inconcebível pensar em um núcleo urbano sem suas redes de água, de esgoto, de telefonia e de eletricidade, entre outras facilidades. Esses exemplos contemplam apenas algumas possibilidades de uso dos dutos enterrados, outras aplicações são possíveis, como extensas obras lineares projetadas para o transporte de petróleo e gás. Essas estruturas passam praticamente despercebidas pelo cidadão comum, que, em geral, só se dá conta de sua existência quando falham, mas constituem um desafio para o engenheiro que se defronta com uma estrutura cujo comportamento depende de como interagirá o sistema solo-estrutura (BUENO e COSTA, 2012).

O uso de dutos enterrados vem acompanhando a evolução da civilização e o desenvolvimento dos grandes centros urbanos há muitos séculos. Tal fato pode ser observado pela expansão das malhas de transmissão que garantem o saneamento, além do seu emprego em outros ramos como o transporte de gás, petróleo, telefonia

entre outros. Assim, o emprego das dutovias está estritamente ligado não só a qualidade de vida da população, como também ao desempenho industrial e outros aspectos da vida moderna, sendo considerado como fator de desenvolvimento humano.

No Brasil os índices mostram que elevada parcela da nossa população, quase sempre a de menor poder aquisitivo, não dispõe de redes de abastecimento de água e uma parcela ainda maior, de coleta de esgoto. O quadro se agrava ainda mais quando se consideram as perdas que ocorrem. Nas redes de abastecimento de água, por exemplo, uma série de deficiências já foram registradas nos últimos anos envolvendo tubulações enterradas. Segundo Viana (2003), dados do Ministério do planejamento e de água no Brasil registraram perdas superiores a 80 m³/km.dia, que foram atribuídos a avarias nos dutos e mal desempenho de juntas. Este tipo de dano está quase sempre associado às falhas no projeto geotécnico do duto ou nos processos executivos, também de natureza geotécnica. Deste modo, qualquer melhoria nos processos construtivos das redes certamente contribuirá para minimizar perdas ao longo da tubulação.

Ainda é importante destacar que o Brasil é uma potência econômica mundial no setor de combustíveis, pelos níveis de produtividade que apresenta anualmente, contando com grandes reservas de petróleo que vêm sendo exploradas em todo o país. A indústria brasileira está em busca de métodos e ferramentas para melhorar o transporte e armazenamento de óleo que forneçam segurança e economia, tanto na área *off-Shore* (atividades no mar) como *on-Shore* (atividades em terra firme).

No ramo de transporte de combustíveis também existem registros de acidentes, um exemplo é o caso de 1997, e que ainda se repetiu de 2010, onde ocorreu o rompimento de um duto da Petrobras que ligava a Refinaria de Duque de Caxias (RJ) ao terminal da Ilha d'Água. Acidentes como esse podem levar a interrupção de abastecimento de produtos e serviços além de enormes danos ao meio ambiente devido a vazamento de produtos que possam vir a contaminar rios, oceanos, solos, etc. (SANTIAGO, 2010).

Algumas soluções para esse tipo de problema já vem sendo empregadas e envolvem projetos de ancoragem de dutos que estão ligados a avaliação de sua resistência ao arrancamento, considerando forças externas que provoquem a movimentação e danos. Todavia ainda é necessário um entendimento mais aprofundado da resistência para o dimensionamento considerando um fator de

segurança admissível e visando, ainda, o uso racional de recursos. É essencial avaliar o colapso de acordo com influência de fatores como a geometria do conjunto solo/duto bem como sua influência no estado de tensões, além das propriedades do solo como a densidade e coeficiente de atrito.

1.1.2. ANÁLISE LIMITE

Em diversos casos práticos da engenharia civil na área geotécnica é de suma importância na fase de anteprojeto ter o conhecimento da carga máxima suportada pela estrutura na iminência da ruptura, esta é usualmente é estimada por métodos analíticos. Tais casos são conhecidos como problemas de estabilidade e são encontrados em projetos de dimensionamento de barragens, estabilidade de taludes, problemas de empuxos de terra, capacidade de carga de uma fundação dentre outras instalações enterradas como é o caso de dutos.

O entendimento desta carga última é necessário para o seu dimensionamento considerando um fator de segurança admissível e visando, ainda, o uso racional de recursos. Estes tipos de problemas são abordados através de métodos das linhas de deslizamentos, do equilíbrio limite ou ainda pelo método da análise limite.

O método das linhas de deslizamento resolve um conjunto de equações diferenciais, originadas de uma combinação de critério de ruptura do meio e das condições de equilíbrio, que são definidas em superfícies de ruptura pré-estabelecidas.

No método do equilíbrio limite, que é o mais comumente utilizado na prática, às equações de equilíbrio e a condição de escoamento do material são definidas somente ao longo da superfície (mecanismo) potencial de ruptura, obtendo-se uma aproximação da carga de colapso.

Já o método de análise limite se baseia em dois teoremas clássicos da teoria da plasticidade, os teoremas do limite superior e inferior. Os dois principais teoremas limite para qualquer corpo ou conjunto de corpos de material elástico-perfeitamente plástico são, segundo DRUCKER, GRENBERG e PRAGER (1952):

“O colapso não ocorrerá se for encontrado qualquer estado de tensões que satisfaça as condições de equilíbrio e de contorno para o qual todos os pontos de tensão estejam dentro da superfície de escoamento (ou são pontos na superfície onde a taxa de dissipação da energia é zero)”.

“O colapso deve ocorrer se para qualquer padrão de fluxo, considerado apenas como plástico, a taxa na qual as forças externas atuam nos corpos é igual ou superior à taxa de dissipação interna. Sendo permitidos estados de tensão descontínuos que satisfaçam as condições requeridas e padrões de velocidade descontínuos e são especialmente úteis em problemas de mecânica do solo”.

Com esse método não é necessária uma predefinição da superfície de ruptura. Além disso, qualquer estrutura ou composição de estruturas passíveis de serem subdivididas numa malha de elementos finitos podem ser estudadas. E por ser um método iterativo foi pouco empregada por muitos anos, pois mesmo com sua relativa simplicidade é gerado um grande número de equações que regem as regras do sistema e tornava seu uso analítico fadigoso e lento. No entanto, com o avanço tecnológico e o surgimento dos métodos numéricos e a programação matemática esse método foi resgatado usando as ferramentas computacionais para sua resolução.

1.2. MOTIVAÇÃO

São várias as aplicações de análise limite em geotécnica: cargas de colapso de fundações, empuxos de terra, estabilidade de taludes em solos e em meio fraturado. E ainda que com a aplicação de técnicas numéricas, especialmente o uso da malha de elementos finitos, aliadas aos conceitos da análise limite, problemas com grande complexidade de geotécnica e carregamento podem ser estudados.

A motivação desta pesquisa fundamenta-se na necessidade de fornecer previsões rápidas e precisas para o dimensionamento de dutos. Aliando essa necessidade, às evoluções computacionais e o desenvolvimento tecnológico da programação matemática é crível buscar valores extremos da função objetivo (minimização ou maximização), de funções sujeitas a restrições das condições de contorno (igualdades e desigualdades – condições de contorno). Sendo ainda possível exprimir matematicamente modelos experimentais próximas da realidade, análises diferentes interações entre as estruturas (variações de temperatura, pressão, forças externas e internas, etc.) tornam um programa numérico capaz de obter resultados expressivos com qualidade e eficiência através de uma representação gráfica.

O LIMAG é um programa com essas características, sendo uma ferramenta de resolução de problemas geotécnicos desenvolvida pelo Método da Análise Limite

Numérica desenvolvida por Farfán (2000). Com o intuito de continuar seu desenvolvimento essa ferramenta será explorada.

1.3. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é avaliar a eficácia do Método da Análise Limite Numérica com uma abordagem mista na determinação da carga máxima de arrancamento de dutos enterrados em areias, bem como analisar o mecanismo de ruptura do maciço. Para tal será considerado o estado plano de deformações e de duto rígido em análises de solos granulares (areias).

Será realizado então um estudo paramétrico de duas fases. Na primeira fase será realizada uma validação da ALN com metodologias analíticas da literatura. Onde será avaliada a influência dos parâmetros de resistência do solo e também a influência do fator de profundidade da instalação da estrutura. Nesse processo serão avaliados os resultados obtidos tanto para as cargas de ruptura, ou seja, a resistência ao arrancamento de dutos enterrados, quanto para o mecanismo de colapso do maciço.

A segunda fase se trata do estudo numérico do trabalho realizado por Santiago (2010), que tratou da obtenção da resistência à elevação de dutos enterrados em areia com e sem ancoragem usando uma centrífuga geotécnica, onde foi avaliada a eficiência do uso de geogrelha como forma de aumentar a resistência ao arrancamento do duto. Assim, além do duto enterrado outro modelo também a ser avaliado pelo método da análise limite numérica é o de dutos enterrados com ancoragem.

1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A combinação entre a análise limite, das técnicas de obtenção da malha de elementos finitos e ainda da programação matemática vêm sendo aplicadas com resultados satisfatórios, se revelando uma alternativa eficiente para se determinar numericamente a carga de colapso, em problemas de geotecnia. Este trabalho é dividido em capítulos focando os temas pertinentes aos temas, numa ordem que visa harmonizar-se coma sequência de entendimento e interpretação dos estudos realizados.

Além deste primeiro capítulo introdutório, que procura expor a motivação, objetivos e justificativas para realização do trabalho, este trabalho divide-se em mais quatro capítulos.

O segundo capítulo, além de uma revisão bibliográfica sobre os trabalhos relevantes realizados até o momento sobre o arrancamento de dutos enterrados, apresenta também a base teórica da análise limite, suas hipóteses e formulações.

O terceiro capítulo apresenta os detalhes da modelagem numérica e enfatiza quais elementos finitos foram usados, bem como as funções de interpolação. Neste capítulo aborda-se também a colocação do modelo como um problema de programação matemática, além de apresentar as ferramentas numéricas utilizadas para encontrar os fatores de colapso e a visualização de seu mecanismo de ruptura.

No quarto capítulo são apresentados os resultados e as discussões sobre os exemplos simulados para a validação da aplicação da Análise Limite Numérica. Esta validação foi baseada num estudo comparativo que foi subdividido em duas fases. A primeira fase trata da investigação da influência dos parâmetros das areias empregadas e do fator de profundidade, estes resultados serão comparados aos de outras metodologias comumente empregadas, como o Método do Equilíbrio Limite. Na segunda fase serão apresentados os resultados de simulações numéricas de arrancamento de dutos sem e com ancoragem, sendo estes os frutos da modelagem numérica do estudo experimental realizado por Santiago (2010), desenvolvido a partir da simulação do arrancamento de dutos com e sem ancoragem em modelo reduzido ensaiados com gravidade aumentada em centrífuga geotécnica.

Finalmente, o quinto e último capítulo apresenta as considerações finais, que são a síntese das interpretações dos resultados alcançados nas aplicações, bem como a expectativa de novas pesquisas, desenvolvimentos e análises.

CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo faz uma breve revisão sobre o atual conhecimento sobre o dimensionamento de dutos enterrados para evitar o efeito de arqueamento negativo ou elevação de dutos enterrados e suas causas. Apresentando também os tópicos necessários para o entendimento dos aspectos relevantes para empregar a análise limite na resolução de problemas geotécnicos de estabilidade.

2.1. O PROBLEMA DE ARRANCAMENTO DE DUTOS E SEU DIMENSIONAMENTO

O uso de sistemas de dutos é uma técnica consagrada e constitui em uma das mais sólidas tradições da humanidade para prover às cidades serviços essenciais como abastecimento de água e a coleta de esgoto, além de estar presente no ramo *off-Shore* e *on-Shore* como alternativa para transporte de combustíveis.

Esses sistemas, também chamados de dutovias, são comumente enterrados para fornecer estabilidade ambiental, isolamento térmico e proteção mecânica necessária para evitar movimentos e avarias. No entanto a profundidade de instalação do duto deve ser dimensionada num estado ótimo, pois esse tipo de obra tem seu custo diretamente ligado ao volume de corte e reaterro devido as grandes distâncias percorridas por essas linhas. Pode-se afirmar então que a profundidade de enterramento não é o único, mas é um fator chave para a segurança do duto.

Segundo Bueno e Costa (2012), outro fator relevante na análise de dutos enterrados está relacionado ao comportamento estrutural, ou seja, a rigidez do sistema solo-duto. O conceito de rigidez está relacionado com o tipo de duto, o tipo de solo de enchimento sobre o duto e a condição do berço. O sistema flexível: o solo é mais rígido que o duto, sendo a maior parte do carregamento suportado pelo solo. Em outras palavras os dutos flexíveis possuem rigidez à flexão muito baixa, ou seja, a rigidez do solo circundante é muito maior que a rigidez do duto. Essas estruturas necessitam, pois, interagir fortemente com o solo para adquirir condições para suportar os esforços. O sistema rígido: os dutos rígidos dependem comparativamente menos do comportamento do solo em que estão introduzidos. Uma vez esses dutos possuem uma rigidez elevada, eles suportam praticamente toda a carga aplicada na superfície e a carga do solo, tendo o comportamento de uma viga.

Em resumo, o projeto de um duto do ponto de vista geotécnico depende, essencialmente, de suas características mecânicas: em especial da rigidez e da resistência, e do solo envolvente. Pois é do contato com o solo e das deformações associadas que resultarão os esforços a que a estrutura enterrada deverá resistir, sendo uma questão básica o conhecimento da distribuição de tensões.

2.1.1. PROBLEMAS GEOTÉCNICOS RELACIONADOS A DUTOS ENTERRADOS

Ainda segundo Bueno e Costa (2012), em virtude das diferenças de rigidez dos materiais, a presença do duto em um maciço causa uma intensa redistribuição de tensões em seu entorno, e isso afeta a resposta final do sistema, quando comparada com o maciço sem a presença do duto. Assim ocorre alívio nos pontos mais deformáveis e concentrações de tensões nas zonas mais rígidas do meio. Define-se então como arqueamento, que consiste basicamente na redistribuição de tensões, entre regiões de compressibilidade diferentes, que ocorre no interior do solo.

De acordo com Costa (2005), o arqueamento pode ser dividido em duas categorias distintas. É classificado como ativo (ou positivo) quando a tensão em uma determinada zona do maciço próxima à inclusão sofre redução. Até o equilíbrio ser restabelecido, a tensão na região de interesse é transferida para outras localidades do solo. O caso oposto, ou seja, quando há aumento de tensão, é denominado arqueamento passivo (ou negativo). O arqueamento ativo é comum em túneis, valas escoradas, instalações com condutos flexíveis, estruturas de contenção, dentre outras obras geotécnicas.

Em outras palavras, para o caso de dutos enterrados, o arqueamento é dito nulo quando a rigidez relativa do sistema solo-duto for unitária, ou seja, quando as tensões iniciais, σ_{vi} , não forem alteradas pela implantação do duto. O arqueamento será positivo quando as tensões finais forem inferiores às tensões iniciais, quando o duto tem rigidez menor que o solo. Já se as tensões finais forem superiores as tensões iniciais, como no caso de dutos rígidos, ocorre o arqueamento negativo.

Resultados típicos do comportamento de da tensão vertical, σ_v , com o deslocamento, δ , de um alçapão circular são ilustrados através da Figura 2.1. Onde os resultados são também apresentados em função do fator de profundidade H/B , onde H é a altura de cobertura de solo sobre a estrutura. A tensão vertical converge rapidamente para um valor mínimo à medida que o alçapão se afasta da massa de

solo (caso ativo). A redução da carga torna-se mais acentuada com o aumento de H/B , principalmente para deslocamentos relativos, δ/B , maiores. O estado passivo necessita de deslocamentos comparativamente maiores para ser mobilizado, sendo esta tendência crescente com o aumento de H/B .

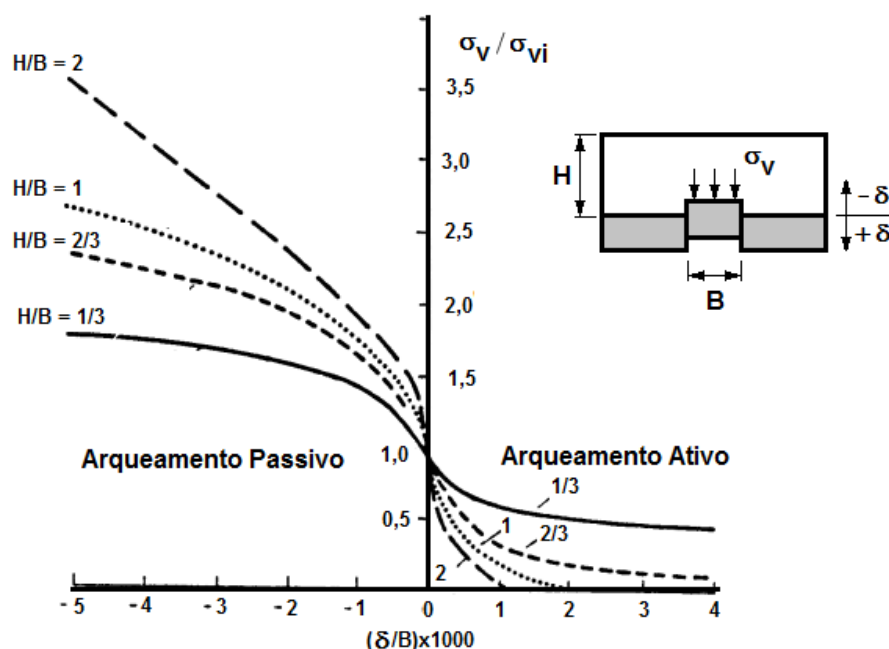


Figura 2.1. Variação da Tensão Vertical com o deslocamento de alçapão circular para diferentes alturas de cobertura de solo. Adaptada de McNulty (1965) apud Bueno e Costa (2012).

Existem então algumas situações que geram a movimentação do duto. Estas situações estão relacionadas ao aumento de tensão devido a fatores internos, como variações de pressão e temperatura, ou fatores externos como: Deslizamentos de taludes; Cargas móveis, quando estes cruzam rodovias; Variações no nível d'água, dentre outros.

Bernal (2014) afirma que em todos esses casos ocorre uma redistribuição de tensões do solo provocada pela interação entre a estrutura enterrada e o solo que a envolve. As elevações vão ser o resultado de rupturas superficiais no solo, em zonas submetidas a esforços passivos e no caso de zonas submetidas a empuxos ativos vão ocorrer afundamentos, mas ambas as linhas de ruptura atingem a superfície. O risco de ruptura devido ao arqueamento apresenta-se quando o duto desloca-se da sua posição inicial, seja por condições de flutuabilidade ou flambagem.

Essas situações serão brevemente esclarecidas a seguir:

i. FLAMBAGEM

A Flambagem é uma curvatura, resultante de uma redistribuição de tensões quando uma peça esbelta (ou seja, de seção transversal muito menor que seu comprimento) é submetida a um esforço axial.

Bernal (2014) diz que a flambagem em dutos enterrados pode ser vertical ou lateral e a condição que vai determinar o tipo de flambagem é a profundidade de enterramento do duto. Em dutos parcial ou totalmente desenterrados vai se produzir flambagem de tipo lateral, resultado da exposição do comprimento da tubulação a ação das ondas do mar e às irregularidades na superfície. A flambagem lateral em dutos é mais comum em dutos enterrados muito próximos a superfícies, onde a tensão de confinamento exercida pelo solo é menor. Alguns autores dizem que a movimentação lateral muitas vezes é inofensiva ou ainda pode ter um efeito benéfico, por gerar alívio de forças de compressão longitudinal que poderiam causar flambagem vertical.

Esse mesmo autor afirma ainda que a tubulação enterrada não pode mover-se facilmente para baixo ou para os lados, mas é muito menos resistente ao movimento ascendente. Logo a condição que vai determinar o tipo de flambagem é a profundidade de enterramento do duto. Ou seja, para dutos enterrados totalmente só é possível uma flambagem de tipo vertical, devido ao confinamento que o solo vai exercer sobre a estrutura. A Figura 2.2 apresenta o fenômeno.

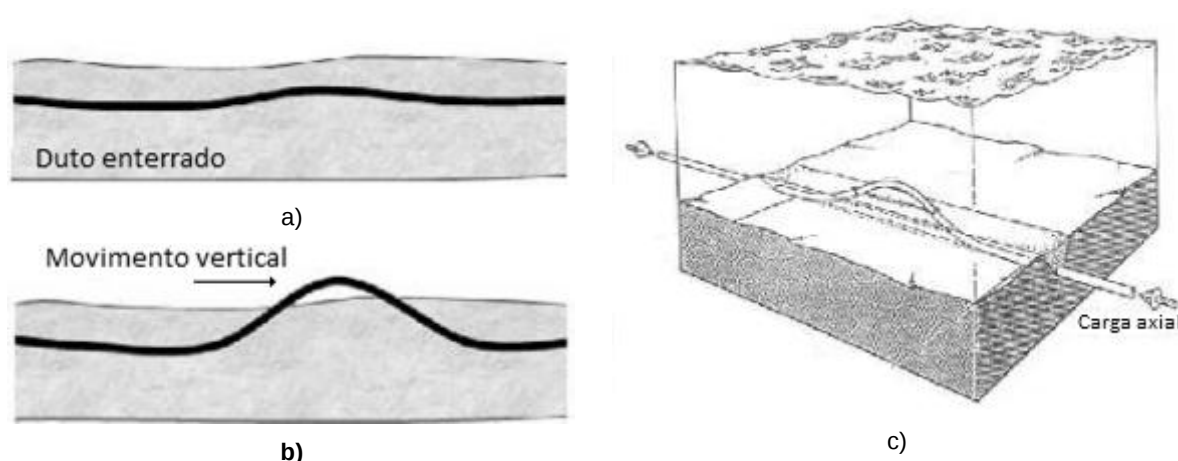


Figura 2.2. Fenômeno de flambagem vertical: a) Vista em corte da posição antes da fase de operação. b) Vista em corte da flambagem vertical. c) Flambagem em duto off-shore. Adaptada de (BERNAL, 2014).

No caso de dutos no transporte de combustíveis, como o petróleo, é fácil visualizar os motivos da movimentação por flambagem, pois existe a necessidade de

se trabalhar em altas pressões e temperaturas para evitar o entupimento do fluxo devido à solidificação e formação de cera. Trabalhar nessas condições extremas leva a expansão térmica causando tensões de compressão axial, essa expansão pode ser retida pelo atrito axial e fixação do duto. A Figura 2.3 apresenta o resultado do afloramento de um duto flexível em solo arenoso.



Figura 2.3. Convulsão e curvatura de duto flexível enterrado. Fonte: TR Engineering Consultancy LLC (Upheaval & Lateral Buckling Calculations for Buried Pipelines).

ii. FLUTUABILIDADE – EMPUXO HIDROSTÁTICO

Os dutos enterrados podem ter que atravessar ambientes aquáticos como rios, canais, lagos e baías, ao longo da sua rota. Ou ainda, a rota da dutovia passa por ambientes semiaquáticos, tais como pântanos ou brejos. Em todos estes ambientes, se o duto não é enterrado convenientemente, ele pode mover-se a partir da sua posição projetada e se deslocar para a superfície.

Segundo Bonjean, Erbrich e Zhang (2008), durante a fase construtiva é possível realizar o rebaixamento do Nível d'Água (NA), porém após desligar o sistema de rebaixamento, a tubulação ainda pode ficar sujeito aos esforços hidrodinâmicos devido a estabilização do NA e que, conseqüentemente, provoca o aumento de poro pressão. Isso pode levar a flutuação da estrutura, que pode ocorrer por duas condições principais: aumento considerável da força exercida sobre o duto para cima, e redução da resistência ao cisalhamento do solo. O excesso de poro pressão pode zerar a tensão efetiva inicial, o que leva a liquefação do solo. Além disso, é mais comum em tubulações de maior diâmetro (Ver cálculo da pressão hidrostática na Eq.

2.1) e em dutos que transportam gás. Isto ocorre pois a flutuabilidade de um duto depende do peso do duto, do peso do volume de água deslocada pelo tubo, do peso da carga do conteúdo transportado pelo tubo e do peso do solo. Como uma prática conservadora, para avaliar a possibilidade de flutuabilidade deve-se considerar o duto vazio, por duas razões: o peso do fluido irá ser considerado como um fator de segurança adicional e porque há a possibilidade deste não estar em uso durante certo período de tempo longo da sua vida útil.

Assim, para que a flutuação não ocorra, a carga acima da estrutura deve ser superior ao empuxo hidrostático (P_w), que é calculado como:

$$P_w = (\pi \cdot D^2 \cdot \gamma_w)/4 \quad \text{Eq. 2.1}$$

Em que: D é o diâmetro externo da tubulação e γ_w é o peso específico da água.

2.1.2. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO DE DUTOS

O projeto deve prever essas situações e realizar um dimensionamento que visa diminuir ou ainda controlar esses problemas pra evitar acidentes e consequente perda de matérias e contaminação do ambiente, além de custos adicionais na manutenção.

Os primeiros estudos sobre a definição dos esforços atuantes em dutos enterrados, segundo Watkins e Anderson (1999), datam do começo da década de 1920 e foram realizados por Marston, no *Iowa Engineering Experimental Station*, que estudou as formas com que as tensões decorrentes do solo são transmitidas aos dutos e desenvolveu um método de cálculo de tensões sobre dutos rígidos. Outros registros de estudos complementares surgiram na década de 1940, onde Spangler verificou que o comportamento mecânico do conjunto solo-duto depende do método construtivo e da rigidez do elemento estrutural e tratou da questão dos dutos flexíveis e possibilitaram o surgimento de métodos para o cálculo de tensões e deflexões dessas estruturas. Baseados nesses trabalhos, diferentes contribuições envolvendo testes em protótipos, pesquisas de laboratório sobre os modelos de comportamento de solos e ferramentas numéricas permitiram estimativas de capacidade de carga de instalações enterradas assim como projetar e construir essas estruturas com níveis de segurança semelhantes aos obtidos em outras áreas da engenharia.

Para o caso de empuxo passivo, onde ocorre um movimento ascendente da estrutura enterrada, foram propostos vários modelos para a estimativa da resistência à elevação do duto. Grande parte dessas soluções foi baseada pela análise do equilíbrio limite, sendo uma pequena parcela concebida por meio dos teoremas de colapso plástico. Por motivos de segurança o peso da estrutura é desconsiderado no cálculo (BUENO e COSTA, 2012).

Sendo este um fator crítico para o dimensionamento de dutos e ancoragens, muitos estudos sobre a movimentação vertical de estruturas enterradas foram realizados ao longo dos anos. Uma grande base de dados já existe e, como resultado, certo número de estudos experimentais. Grande parte das formulações encontrada na literatura se baseia no método do equilíbrio limite que se baseia num mecanismo de ruptura pré-definido que se estende através do solo acima do tubo. Como é o caso dos autores: Vermeer & Sutjiadi (1985); Trautmann *et al* (1985); Murray & Geddes (1987).

O mais simples destes mecanismos foi proposto por Matyas e Davies (1983), onde é assumida uma ruptura linear ocorrendo ao longo de duas superfícies de ruptura verticais paralelas e tangentes à estrutura enterrada. A Figura 2.4 mostra o modelo de análise para a ancoragem enterrada.

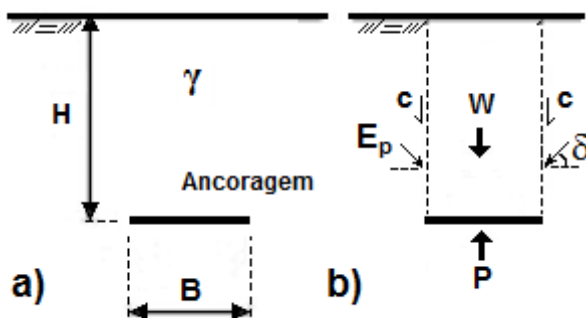


Figura 2.4. Modelo de análise de ancoragens enterradas: a) Geometria do sistema; b) Superfície de ruptura vertical.
Adaptada de White *et al.*, (2008).

Analisando este mecanismo de ruptura segundo o método de equilíbrio limite na Figura 2.4.b é possível calcular a resistência ao arrancamento (P) em função do peso do solo (W), ambas as variáveis por unidade de comprimento (L), acima da ancoragem:

$$W = \gamma \cdot H \cdot B \quad \text{Eq. 2.2}$$

Onde: γ é o peso específico do solo; H é a profundidade da estrutura; B é a largura da ancoragem.

E da resistência ao cisalhamento ao longo da superfície de ruptura vertical, devido ao empuxo passivo (E_p), calculado segundo uma distribuição triangular de tensões:

$$E_p = K_p \cdot \gamma \cdot H^2 / 2 \cdot \cos(\delta) \quad \text{Eq. 2.3}$$

Onde: K_p é o coeficiente de empuxo passivo; δ é o ângulo de inclinação de E_p com a horizontal, admitido como igual ao coeficiente de atrito interno do solo (φ).

Nesta solução é adotada assumida a definição do empuxo passivo, que considera um elemento de solo qualquer em um maciço granular, semi-infinito, homogêneo, isotrópico e com superfície horizontal e ainda sem atrito entre o solo e a estrutura. Essas considerações condizem com a situação de uma estrutura rígida enterrado em solo granular, que é o foco das simulações realizadas. Assim, a partir das envoltórias de ruptura de resistência do solo e dos círculos de Mohr que as tangenciam, o valor do empuxo passivo foi definido por Rankine como:

$$K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2) \quad \text{Eq. 2.4}$$

Então, fazendo o Equilíbrio das forças na vertical (Figura 2.4.b), chega-se a:

$$P = W + 2E_p \cdot \sin(\varphi) + 2c \cdot H \quad \text{Eq. 2.5}$$

Sendo: c a coesão do solo em que a estrutura está imersa. Introduzindo as Eq. 2.2 e Eq. 2.3 na Eq. 2.5 e ainda considerando a coesão nula para solos granulares, tem-se:

$$P = \gamma \cdot H \cdot B + \gamma \cdot H^2 \cdot K_p \cdot \tan(\varphi) \quad \text{Eq. 2.6}$$

Alguns autores optam por apresentar seus resultados de forma adimensional apresentando a resistência ao arrancamento, P , numa formato normalizado. Ng e Springman (1994) adoraram a definição para o fator de resistência à elevação, ou carga de arrancamento normalizada (N_γ), como:

$$N_\gamma = \frac{P}{\gamma \cdot H \cdot B} \quad \text{Eq. 2.7}$$

Assim, segundo mecanismo proposto por Matyas e Davies (1983) a equação que descreve a resistência ao arrancamento de ancoragens normalizada pode ser reescrita na forma normalizada como (ao unir as Eq. 2.6 e Eq. 2.7):

$$N_\gamma = 1 + \frac{H}{B} \cdot K_p \cdot \tan(\varphi) \quad \text{Eq. 2.8}$$

Trautmann, O'rourke e Kulhawy (1985), descobriram que esse mecanismo tem boa concordância com os valores medidos de resistência ao levantamento para coeficientes de empuxo passivo de 0,5 / 0,65 e 0,75 para tubos em areias de baixa, média e alta densidade relativa, respectivamente.

Há ainda certa incerteza quanto ao provável modo de ruptura de dutos enterrados, sendo este um comportamento muito estudado até hoje. Em geral se assumia que a ruptura ocorreria com a elevação de uma massa rígida de solo imediatamente acima do duto, acompanhado pelo cisalhamento que se estende tangencialmente ao duto até a superfície do maciço. Conforme o duto é arrancado verticalmente o material acima da estrutura tende a redistribuir as tensões e dilatar conforme ocorrem as deformações. Como consequência a esse movimento surge uma zona de plastificação, fenômeno que foi inicialmente observado por Rowe (1978), que se atentou ao fato de que o coeficiente de dilatância do solo tem um efeito significativo na formação dessa região de plastificação.

Walters e Thomas (1982) estudaram formação de superfícies de ruptura em um material granular (não coesivo), resultante da translação vertical de uma base rígida horizontal, de modo a induzir o arqueamento passivo na massa de solo (Figura 2.5). Quando a base é deslocada verticalmente, em movimento ascendente, a massa de solo situada sobre sua parte superior é solicitada, originando localizações partindo das extremidades da estrutura que se propagam segundo uma determinada inclinação (Figura 2.5 a e b). A depender da distribuição de tensões ao longo da profundidade na massa de solo, a superfície poderá apresentar-se curva. Da mesma forma que no caso ativo (quando a base se desloca para baixo), a localização final será aproximadamente vertical, uma vez que o solo se encontrará no estado crítico (Figura 2.5.c)

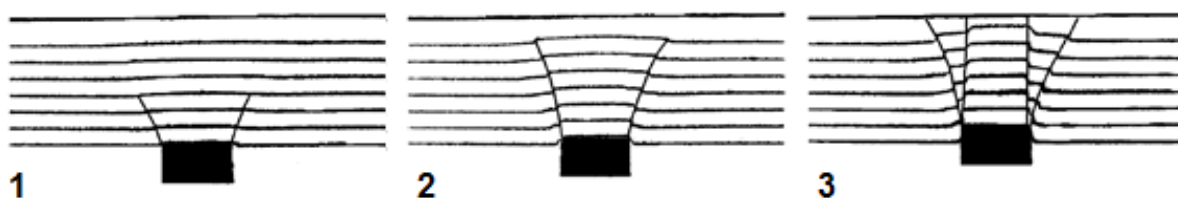


Figura 2.5. Desenvolvimento de superfícies de ruptura a partir do deslocamento passivo de um alçapão (WALTERS e THOMAS, 1982).

Uma abordagem considerando o desenvolvimento de superfícies de ruptura curvas para ancoragem de comprimento infinito é apresentada por Murray e Geddes

(1987). Neste método, segundo Bueno e Costa (2012), o empuxo passivo, E_p , no prima central $ABCD$ é calculado, para um material granular, a partir do equilíbrio estático das cunhas adjacentes (Figura 2.6.a). O equilíbrio das forças atuantes na cunha ABE é esboçado na Figura 2.6.b. O empuxo passivo gerado pela cunha com superfície curva ABE é calculado a partir do equilíbrio da cunha triangular ABE' , que faz um ângulo θ com a vertical. O somatório das forças verticais e horizontais em ABE' permite escrever E_p da seguinte forma:

$$E_p = \frac{W'}{\sin(\delta) - \cos(\delta) \cdot \tan(\varphi/2)} = \frac{\gamma \cdot H^2 \cdot \tan(\theta)/2}{\sin(\delta) - \cos(\delta) \cdot \tan(\varphi/2)} \quad \text{Eq. 2.9}$$

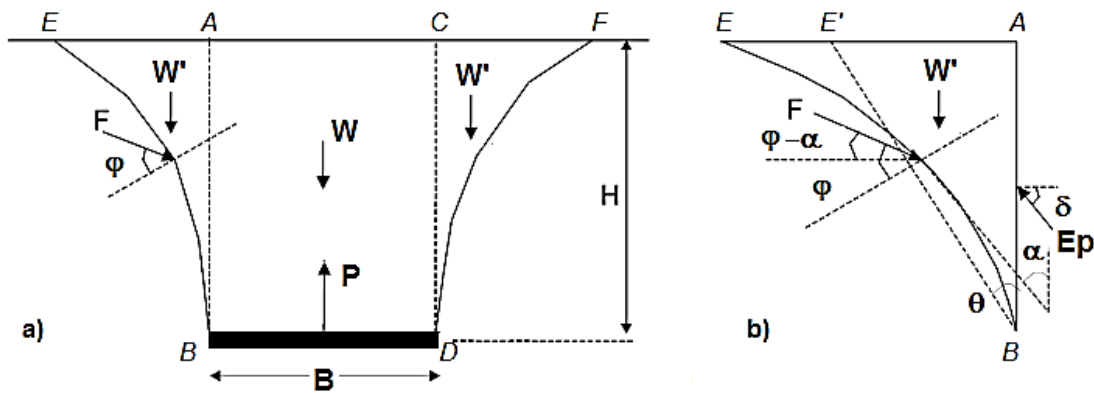


Figura 2.6. Análise do equilíbrio estático no método de Murray e Geddes (1987). Adaptada de Bueno e Costa (2012).

E a força na estrutura, P , é obtida por meio do equilíbrio do prisma $ABCD$, que nos leva a Eq. 2.10:

$$P = W + 2E_p \cdot \sin(\delta) \quad \text{Eq. 2.10}$$

Considerando $W = \gamma \cdot H \cdot B$ e substituindo a Eq. 2.9 na Eq. 2.10, obtém-se:

$$P = \gamma \cdot H \cdot B + \frac{\gamma \cdot H^2 \cdot \tan(\theta) \cdot \tan(\delta)}{\tan(\delta) - \tan(\varphi - \alpha)} \quad \text{Eq. 2.11}$$

Em que $\varphi \geq \delta \geq (\varphi - \alpha) \geq 0$. Bueno e Costa (2012) sugerem a utilização de $\theta = \alpha = \frac{1}{2}\varphi$ e $\delta = \frac{3}{4}\varphi$.

O fator de resistência à elevação correspondente é apresentado na Eq. 2.12:

$$N_\gamma = 1 + \left(\frac{H}{B}\right) \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \tan(\delta)}{\tan(\delta) - \tan(\delta - \varphi/2)} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Essa equação geralmente leva a fatores mais elevados devido ao acréscimo de carga, pois não se leva em consideração a profundidade da instalação considerando-se sempre que a superfície de ruptura intercepta a superfície do terreno.

Por outro lado, alguns autores afirmam que a superfície de ruptura tem forma trapézio invertido, implicando em uma inclinação, θ , da superfície de ruptura com a vertical. Neste caso a resistência ao arrancamento é calculada de forma semelhante quando se utiliza o método do equilíbrio limite. Sendo as consequências dessa consideração são que uma parcela do peso do solo tem um acréscimo ($W' = \gamma \cdot H^2 \cdot \tan(\theta)/2$) de acordo com o plano de ruptura, e consideram-se as componentes de tensão cisalhante, τ_f , e tensão normal, σ_{nf} (Figura 2.7):

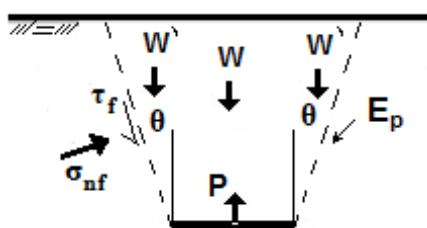


Figura 2.7. Superfície de ruptura inclinada.

White, Cheuk e Bolton (2008) também lançaram mão do equilíbrio limite para obter uma formulação para a predição da máxima resistência a elevação. Neste trabalho os autores fizeram a validação da formulação proposta comparando seus resultados com uma base de dados de 115 testes de modelos em tubos e ancoragens submetidos ao ensaio de arrancamento. A partir disso os autores propuseram uma solução que assume que um trapézio invertido é levantado acima da tubulação, onde os planos de corte em cada lado do bloco estão inclinados no ângulo de dilatação, ψ (ou seja, na Figura 2.7: $\theta = \psi$). A resistência de elevação é igual ao peso do bloco de solo levantado mais a resistência ao cisalhamento ao longo das duas superfícies inclinadas de ruptura. O cálculo do peso do bloco é simples, mas uma hipótese quanto à distribuição de tensão normal (e, portanto, a resistência ao cisalhamento) ao longo dos planos de deslizamento foi estimada.

Supõe-se que a tensão normal nos planos deslizantes é igual ao valor *in situ* inferida a partir de condições do empuxo de terra (K_0 , assumido pelos autores como $K_0 = 1 - \sin \phi$) usando o pequeno círculo de Mohr mostrado na Figura 2.8. Como resultado, um aumento realista em tensão vertical à frente da tubulação é permitido, como mostrado pelo círculo maior de Mohr representando as condições em resistência de pico.

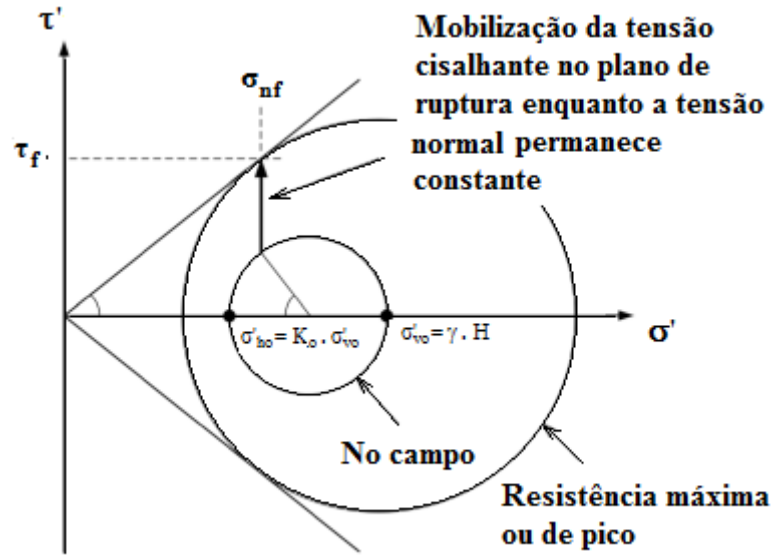


Figura 2.8. Círculo de Mohr em campo e de pico assumido para a resistência a elevação. Adaptada de White, Cheuk e Bolton (2008).

A partir da geometria destes dois círculos de Mohr, o pico de tensão de cisalhamento mobilizado ao longo da superfície de deslizamento pode ser calculado como:

$$\tau = \gamma \cdot \tan(\varphi_{pico}) \cdot \left[\frac{(1 + K_0)}{2} - \frac{(1 - K_0) \cdot \cos(2\psi)}{2} \right] \quad \text{Eq. 2.13}$$

Fazendo o equilíbrio das forças (Figura 2.7) os autores chegaram a uma equação para a ancoragem:

$$P = \gamma \cdot H \cdot B + \gamma \cdot H^2 \cdot \tan(\psi) + \gamma \cdot H^2 \cdot \left[\tan(\varphi_{pico}) - \tan(\psi) \right] \cdot \left[\frac{(1 + K_0)}{2} - \frac{(1 - K_0) \cdot \cos(2\psi)}{2} \right] \quad \text{Eq. 2.14}$$

O fator de resistência à elevação na forma normalizada proposta por estes autores assume a seguinte forma:

$$N_\gamma = 1 + \frac{H}{B} \cdot \tan(\psi) + \frac{H}{B} \cdot \left[\tan(\varphi_{pico}) - \tan(\psi) \right] \cdot \left[\frac{(1 + K_0)}{2} - \frac{(1 - K_0) \cdot \cos(2\psi)}{2} \right] \quad \text{Eq. 2.15}$$

Ainda segundo White, Cheuk e Bolton (2008), as soluções de plasticidade, baseadas na análise de limite inferior e superior, são mais rigorosas que as soluções de equilíbrio limite, fornecendo limites definidos para a solução, ainda que para uma

determinada classe de material, este material deve obedecer à normalidade, o que raramente é observado durante a falha drenada do solo. Este autor apresentou uma comparação entre estes resultados, conforme pode ser observado na Figura 2.9.

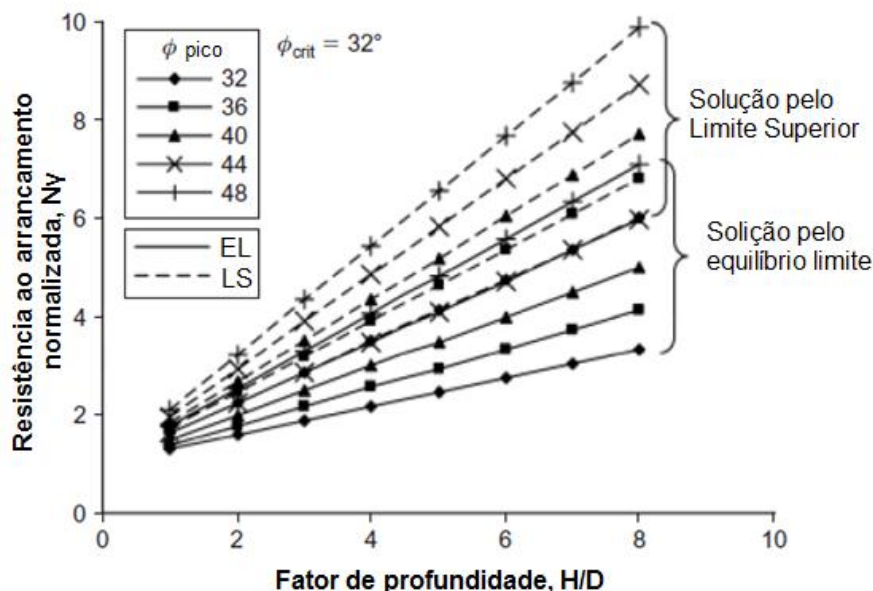


Figura 2.9. Resultados encontrados por White, Cheuk e Bolton (2008) na comparação da resistência ao arrancamento normalizada de estruturas enterradas em solos granulares.

Em um material granular que obedeça à normalidade não há dissipação de energia durante o cisalhamento de modo que a resistência de elevação é simplesmente o peso do solo levantado. Esta situação foi simulada por Ng e Springman (1994), que fizeram uma série de ensaios para determinar a resistência ao levantamento de dutos enterrados. Os ensaios realizados por estes pesquisadores utilizam dutos com diferentes diâmetros e camadas de aterro com solo seco, solo saturado e pedregulho. Foram feitos testes em uma centrífuga geotécnica de tambor a 25g e 40g (e sugeriram a equação Eq. 2.16). Assumiu-se que o ensaio obedeceu as condições de normalidade. Foi constatado também que a superfície de ruptura resultante se apresentou num formato semelhante a trapézio invertido no solo acima do tubo (semelhante ao da Figura 2.7). Considerando $\theta = \phi_{pico}$, esses autores apresentaram a resistência de elevação já no formato normalizado como:

$$N_y = 1 + \frac{H}{B} \cdot \tan(\phi_{pico}) \quad \text{Eq. 2.16}$$

Todos estes métodos citados anteriormente assumem que a tração não pode ser suportada entre a estrutura ancorada e o solo, permitindo que um vazio se forme sem resistência.

Algumas dessas formulações (Eq. 2.8, Eq. 2.12 e Eq. 2.15) foram desenvolvidas supondo o arrancamento de uma placa, como uma ancoragem, rígida de largura B . Sendo um aspecto importante a se destacar é que para uma base muito flexível, a carga uniformemente aplicada produz essencialmente uma pressão de apoio uniforme. No entanto, por compatibilidade de deformação nos bordos da fundação o perfil de assentamento não pode ser descontínuo nos bordos, do contrário a fundação não se estabiliza uniformemente, produzindo uma resolução máxima no centro e mínima nos bordos (Figura 2.10).

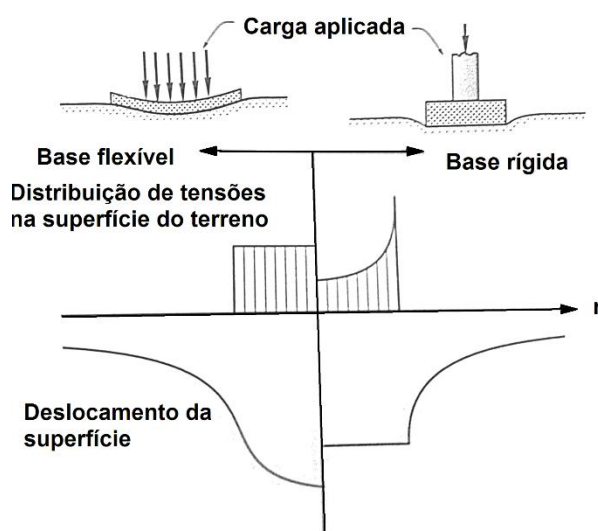


Figura 2.10. Comportamento resposta do maciço à aplicação de carregamento de bases circulares rígidas e flexíveis. Adaptado de Davis e Selvadurai (1996).

Segundo Aristorenas e Gómez (2014), tomando as razões de tensões de apoio para estabilização da base, sugere que o módulo de reação (ou coeficiente de recalque, que é a tensão sobre o recalque correspondente) máximo ocorre nas bordas da fundação. Uma base uniformemente carregada muito rígida irá essencialmente assentar uniformemente. No entanto, como os bordos da fundação representam uma mudança abrupta na rigidez, causando uma descontinuidade na inclinação do perfil de assentamento, as tensões de contato são máximas nos bordos e diminuem à medida que o centro da fundação é aproximado, como mostrado na Figura 2.11.b. As áreas das pressões de apoio das Figura 2.11.a e Figura 2.11.b são iguais, mas a intensidade da pressão de apoio sob uma base rígida varia. Observando ainda as relações de tensão para assentamento para uma base muito rígida, observa-se que o

módulo de reação (deslocamento da superfície) também aumenta para os bordos da fundação (Figura 2.11.b).

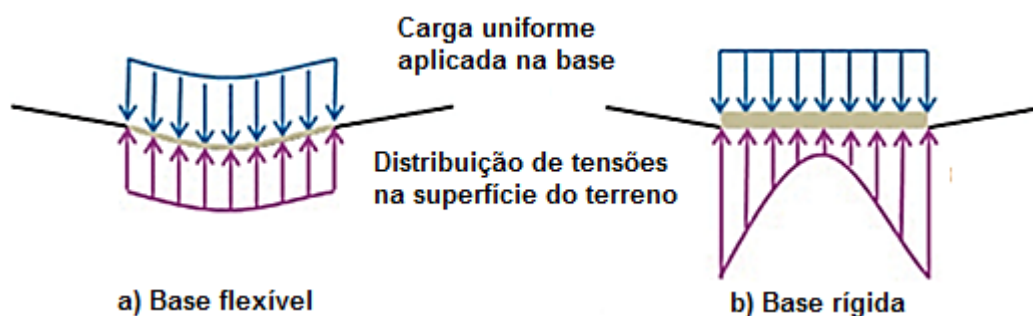


Figura 2.11. Resposta do solo para uma carga uniformemente distribuída de uma (a) base flexível e (b) base rígida.

Adaptada de Aristorenas e Gómez (2014).

Outro aspecto importante para utilização dessas formulações não só para o caso de deslocamentos de bases rígidas é a sugestão encontrada na literatura para aplicação dessas formulações em casos de dutos enterrados (Figura 2.12):

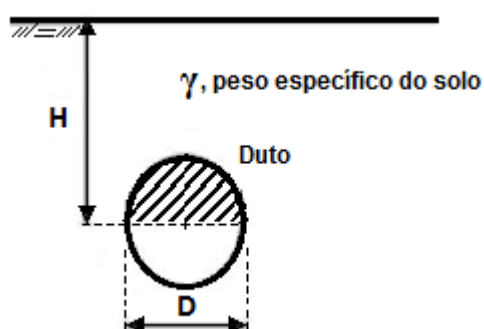


Figura 2.12. Geometria do modelo de análise de dutos enterrados. Adaptada de White et al., (2008).

Nesta situação se deve fazer $B = D$ (largura da base igual ao diâmetro externo da tubulação) e adicionar uma parcela, $-\pi D/8H$, às equações de predição da carga de arrancamento normalizada. Esta parcela fará a consideração de um semicírculo do duto com peso nulo ($\frac{\pi \gamma D^2}{8}$, área com hachura na Figura 2.12), assumindo que neste modelo considera-se a profundidade de instalação, H , medida a partir do centro do duto.

Assim, para dutos sem ancoragem é adicionada uma parcela ao fator de resistência ao arrancamento de ancoragens enterradas. As formulações pelo método equilíbrio limite (Eq. 2.8, Eq. 2.12 e Eq. 2.15) são então reescritas para o fator de resistência com a consideração do duto enterrado em areias, estas de encontram na Tabela 2.1:

Tabela 2.1. Fator de resistência ao arrancamento para dutos enterrados, N_γ .

Autor	Equações
Matyas e Davis (1983)	$N_\gamma = 1 + \frac{H}{D} \cdot K_p \cdot \tan(\varphi) - \pi D / 8H$ Eq. 2.17
Murray e Geddes (1989)	$N_\gamma = 1 + \left(\frac{H}{D}\right) \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \tan(\delta)}{\tan(\delta) - \tan(\delta - \varphi/2)} - \pi D / 8H$ Eq. 2.18
White, Cheuk e Bolton (2008)	$N_\gamma = 1 + \frac{H}{D} \cdot \tan(\psi) + \frac{H}{D} \cdot [\tan(\varphi_{pico}) - \tan(\psi)] \cdot \left[\frac{(1 + K_0)}{2} - \frac{(1 - K_0) \cdot \cos(2\psi)}{2} \right] - \pi D / 8H$ Eq. 2.19

Segundo Santiago (2010), uma série de ensaios de arrancamento de um duto de 220 mm de diâmetro em escala real foi apresentada por Baumgard (2000). Estes ensaios, que simulam a flambagem vertical de dutos, foram realizados com vários tipos de materiais, dentre eles areias fofa e densa. Também foram variadas a velocidade de levantamento, a distribuição granulométrica, a densidade e a profundidade de instalação, encontrando boa concordância entre os modelos e os resultados numéricos.

Ainda é comum que o trabalho experimental seja realizado através de modelos reduzidos por questões de viabilidade técnica para observação do problema. Bransby, Newson *et al* (2002) realizaram testes experimentais (1g e em centrífuga geotécnica) em dutos utilizando areia e cascalho. Durante os ensaios foram investigadas a resistência vertical de arrancamento e o pico de resistência para diferentes geometrias, com ou sem berma (Figura 2.13.a), e propriedades de solo (areia fofa, areia densa e cascalho). O ensaio foi realizado em uma caixa onde na sua base foi adicionada uma camada de 30 a 50 mm de areia. O duto foi posicionado na superfície do solo e posteriormente a areia foi sendo adicionada sobre o duto pelo método de pluviação até atingir profundidade requisitada. O arrancamento do duto se deu através de uma alça rígida combinada para garantir o deslocamento vertical uniforme, conforme é apresentado na Figura 2.13.

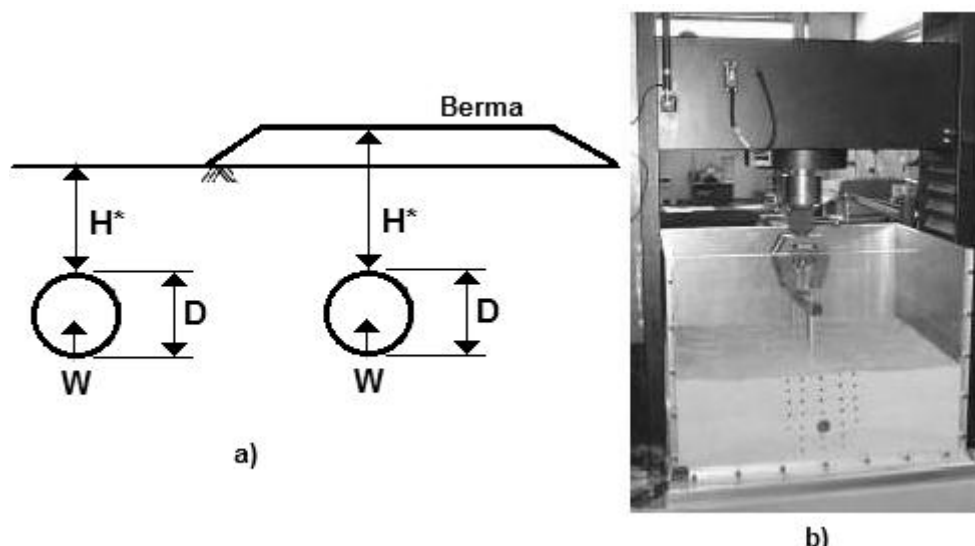


Figura 2.13. Modelo utilizado em ensaios em modelo reduzido de dutos enterrados; a) Geometrias utilizadas; e b) Sistema de arrancamento do duto. Bransby et al., 2002 adaptada de Santiago (2010).

Notou-se durante a pesquisa bibliográfica que os autores que realizam ensaios experimentais, geralmente, adotaram a medida da profundidade de instalação a partir do topo do duto até a superfície (não do centro do duto até a superfície, H – como na Figura 2.12), optou-se aqui denotar essa profundidade como H^* (Figura 2.13.a).

Santiago (2010) realizou testes experimentais (1g e a 10g em centrífuga geotécnica) e avaliou o comportamento de dutos enterrados, com o objetivo de propor um novo sistema de ancoragem através de geogrelhas, instaladas abaixo dos dutos, para evitar movimentos ascendentes que possam comprometer sua funcionalidade. A modelagem do problema foi realizada a 1 g e em seguida foram realizadas as simulações na Centrífuga Geotécnica da UENF onde a gravidade foi aumentada (10g). Foram ensaiadas duas diferentes densidades de areia, duas larguras de geogrelhas e três profundidades de aterro, totalizando dezoito configurações distintas. Foram realizados doze ensaios de arrancamento em escala reduzida com a gravidade aumentada para determinar a resistência ao arrancamento de dutos enterrados. A Figura 2.14 é apresentado o resultado de Santiago (2010), onde se pode observar a relação entre a resistência do duto com ancoragem Q^* e sem ancoragem Q .

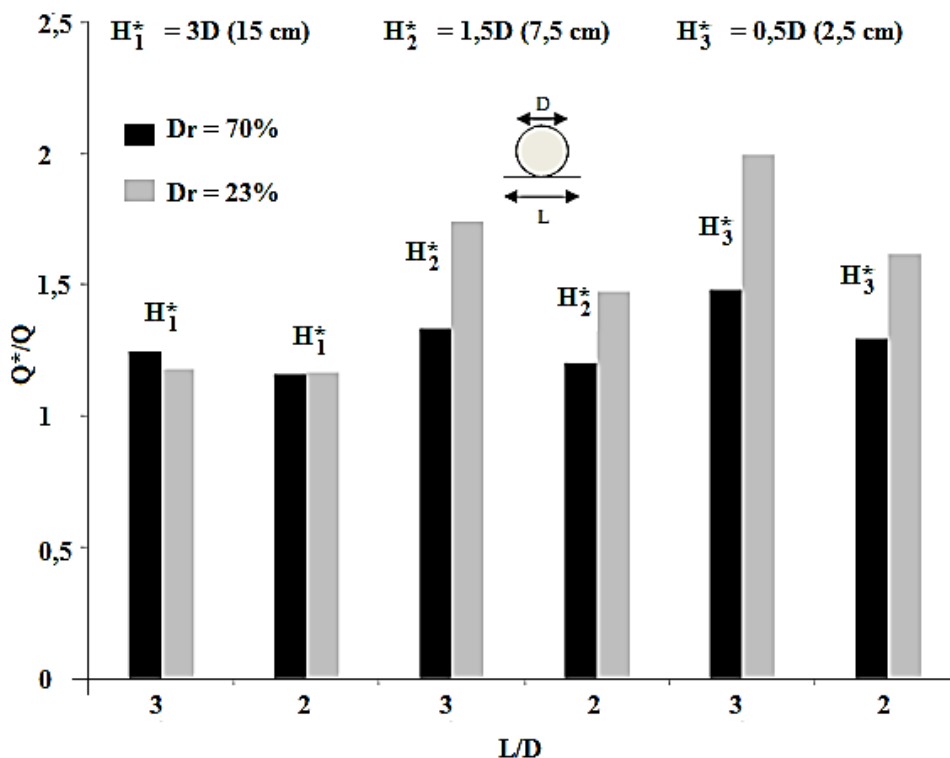


Figura 2.14. Eficiência da ancoragem da geogrelhas no estado denso e fofo e nas alturas de aterro H_1 , H_2 e H_3 (Santiago, 2010).

Para se calcular a relação da resistência nos dutos sem ancoragem Santiago (2010) utilizou a média dos valores de pico de resistência (Q) obtidos em cada um dos ensaios em areia densa e fofo. Nas profundidades de aterro H_2^* e H_3^* a melhor eficiência se encontra para o solo no estado fofo tanto para a geogrelha de largura 3D quanto para a de largura 2D. Este resultado mostra ainda a influência da profundidade de aterro dos dutos. Nas instalações rasas os solos no estado fofo têm uma influência significativa na resistência ao arrancamento de dutos. Para a profundidade de instalação H_1^* com a geogrelha de largura 3D a eficiência foi melhor no solo denso, já na geogrelha de largura de duas vezes o diâmetro a eficiência foi a mesma para os dois estados de solo. Esta diferença de resultados entre as geogrelhas, foi explicada por Santiago (2010) como atribuída a massa de solo mobilizada pela geogrelha maior no estado denso em virtude da superfície de ruptura e também pela ocorrência de dilatância, que para essa profundidade se desenvolve como um fluxo interno ao redor do sistema duto-geogrelha. Enquanto que para a geogrelha menor, a massa mobilizada é a mesma tanto para o estado denso quanto para o estado fofo, uma vez que o fluxo de solo “circula” mais facilmente o sistema solo-duto.

Merifield e Sloan (2006), por outro lado, apresentaram seus resultados através de um estudo numérico rigoroso para estimar a carga máxima de arrancamento para âncoras de placas verticais e horizontais em areias. Eles utilizaram dois procedimentos numéricos que se baseiam em formulações dos teoremas de limite superior e inferior da análise limite e para fins de comparação, também realizaram estimativas numéricas do fator colapso usando o método de elementos finitos (Elasto-plásticos). A Figura 2.15 apresenta um dos gráficos com os resultados numéricos destes autores, onde a resistência de elevação normalizada é definido para ancoragens rígidas para diversos fatores de profundidade em função coeficiente de atrito do solo. A mesma figura apresenta também o campo de velocidades obtidos para a areia com coeficiente de atrito de 20° e 30° para os fatores de profundidade de 1 e 4, respectivamente que foi resultado da aplicação da formulação cinemática da teoria da plasticidade.

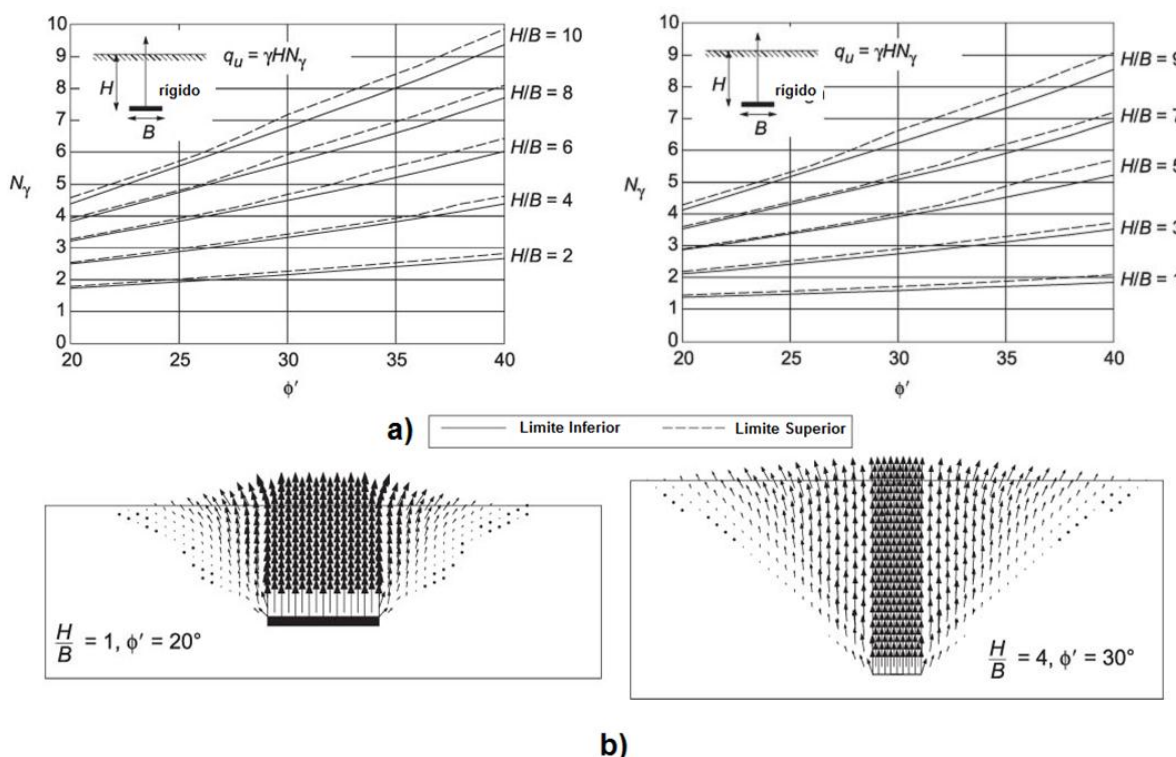


Figura 2.15. Resultados obtidos com a formulação cinemática (Limite Superior) e estática (Limite Inferior) da teoria da Plasticidade; a) Fator de colapso para ancoragens horizontais em areias; e b) Campo de velocidades da Análise do Limite Superior de Merifield e Sloan (2006).

Durante os últimos 30 anos vários pesquisadores, para validar ou ainda propor novos métodos, também realizaram a investigação do comportamento dos solos com modelos experimentais, empíricos ou numéricos e propuseram técnicas aproximadas

para estimar a capacidade de elevação das âncoras e dutos enterrados. Perante os vários métodos de previsão, com base em diferentes mecanismos de ruptura, distribuição de tensões e do comportamento assumido do material, vários resultados muito diferentes podem ser encontrados.

2.2. MODELAGEM NUMÉRICA E A ANÁLISE LIMITE

Apesar de os teoremas clássicos da plasticidade terem sido estabelecidos na década de 1950, soluções analíticas completas para as cargas limites ainda eram difíceis de serem obtidas para estruturas com formas geométricas e condições de carregamento complexas.

Segundo Farfán (2000), somente a partir da década de 70, o método dos elementos finitos junto às técnicas de programação matemática (linear e não linear) começaram a ser aplicados na análise limite (devido a consolidação dos computadores como ferramenta de pesquisa). Portanto, a construção manual dos campos cinemático e estaticamente admissíveis baseada no bom senso foi substituída pela determinação numérica da solução de um problema de programação matemática cujas equações são geradas a partir da discretização do domínio por uma malha de elementos finitos.

Nesta seção será apresentada uma descrição da análise limite numérica, iniciando com uma breve explanação da teoria da plasticidade e as hipóteses assumidas para que a análise limite possa ser aplicada. Para em seguida descrever os teoremas fundamentais da análise limite (limite inferior e limite superior) e as formulações numéricas existentes na literatura.

O método de análise limite permite diversas formulações numéricas para os problemas de estabilidade em geotecnia, podendo tratar problemas com geometrias e carregamentos complexos. Estas formulações, quando satisfazem as condições do teorema do limite inferior, são denominadas formulações estáticas, quando satisfazem as condições no teorema do limite superior são denominadas formulações cinemáticas e quando satisfazem as condições dos dois teoremas são denominadas formulações mistas. A formulação implementada no presente trabalho se encaixa nesta última classificação, a mista.

Em seguida é exposta também uma breve introdução do método dos elementos finitos (MEF) e a discretização do meio e na sequência uma explicação do

modelo de programação matemática. O termo discretização se refere a um modelo com um número finito de incógnitas para a análise de meios contínuos em contraposição a uma análise como a feita pela teoria de elasticidade que usam funções contínuas como solução.

2.2.1. A TEORIA DA PLASTICIDADE E AS PROPOSIÇÕES DA ANÁLISE LIMITE

A teoria da plasticidade é o ramo da mecânica que trata do cálculo de tensões e deformações em um corpo, feito de material dúctil, permanentemente deformado por um conjunto de forças aplicadas (CHAKRABARTY, 2006). O solo exibe comportamento elástico para pequenas deformações (Figura 2.16.a). Porém evidências de experimentos em laboratório mostram que deformações permanentes ou irrecuperáveis ocorrem quando elas ultrapassam uma deformação de tolerância. Este tipo de comportamento pode ser descrito por meio da teoria da plasticidade.

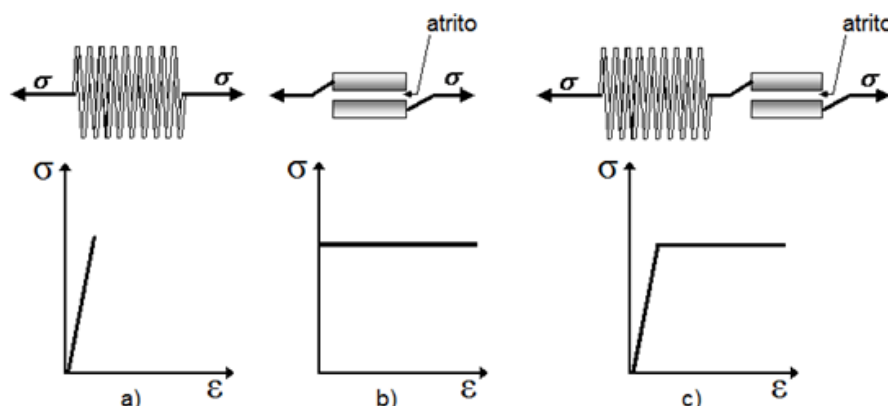


Figura 2.16. Modelos de comportamento tensão x deformação: a) Linear elástico, b) Rígido-perfeitamente plástico e c) Elástico-perfeitamente plástico.

Segundo Silva (2003), a primeira referência à plasticidade é atribuída a Coulomb em 1773, que propõe um critério de escoamento para solos e o conceito do equilíbrio no limite plástico. Anos depois, em 1853, Rankine aplica os conceitos de Coulomb para problemas de cálculo de paredes de contenção de solo.

De acordo com Yu (2006), foi só 1936 em que os teoremas do colapso plástico foram primeiramente formulados por Gvozdev. E uma fundamentação precisa de ambos os teoremas, do limite superior e inferior, foi apresentada por Hill (1951), onde a hipótese de um material rígido-perfeitamente plástico (Figura 2.16.b) foi levada em consideração. Contudo o grande marco sobre a aplicabilidade da análise limite na mecânica dos solos foi nos anos 1950, após a publicação de Drucker, Grenberg e

Prager (1952) e Drucker e Prager (1952). Nesses trabalhos foram verificados que o estado de tensões permanece constante durante o colapso plástico, provando que os teoremas do limite superior e inferior da análise limite são válidos para materiais elasto-plásticos perfeitos (Figura 2.16.c).

Drucker (1953) resume a ideia dos dois teoremas como se ele fosse um sistema capaz de se adaptar às condições a que é exposto: *“um sistema elasto-plástico perfeito (...) irá, por um lado, fazer o melhor para distribuir as tensões para evitar o colapso e, por outro lado, irá experimentar o colapso se qualquer modo cinematicamente compatível existir”*.

No entanto algumas proposições sobre o comportamento do material são necessárias para que esses teoremas tenham validade. Para essas condições a análise limite pode ser provada rigorosamente.

A aplicação dos teoremas de análise limite é validada para corpos materiais que cumpram com as seguintes propriedades ideais (FARFÁN, 2000):

1 – O comportamento plástico do material é perfeitamente ou idealmente plástico, ou seja, a superfície de escoamento é fixa.

2 – A superfície de escoamento é convexa e as taxas de deformação plástica são deduzidas da função de escoamento através da lei de fluxo associado.

3 – As mudanças na geometria do corpo são consideradas insignificantes quando o carregamento atinge o carregamento limite ou a carga de colapso. Portanto, o princípio dos trabalhos virtuais pode ser aplicado.

Estes pressupostos e suas implicações serão desenvolvidos nos itens a seguir.

i. COMPORTAMENTO PLÁSTICO PERFEITO DO MATERIAL

Análise Limite segue os preceitos da mecânica dos sólidos deformáveis, mas considera uma condição idealizada no comportamento do material. Ou seja, para que os teoremas da plasticidade tenham validade é importante que o material exiba um comportamento elástico perfeitamente plástico (Figura 2.17.c) ou rígido plástico perfeito (Figura 2.17.b). Como nesses casos não há endurecimento nem amolecimento, o estado de tensões não pode ultrapassar o critério de ruptura, resultando no fato de o vetor de tensões incrementais (campo de velocidades) se

encontrar tangencial a superfície de ruptura quando ocorrem deformações plásticas (Chen, 1990).

De acordo com Camargo (2015), ao contrário dos materiais que exibem endurecimento, o critério de ruptura no caso perfeitamente plástico é fixo no espaço de tensões, não sendo dependente do histórico de carregamentos. Apesar de poder se mover ao longo da envoltória antes do instante do colapso, prova-se que o estado de tensões permanece constante no colapso. As deformações se processam, portanto, sem incremento de tensões. Este comportamento perfeitamente plástico confere deformações exclusivamente plásticas no colapso, chamado colapso plástico. Isso sugere que o fator de colapso será o mesmo para materiais elásticos perfeitamente plásticos ou para materiais rígidos perfeitamente plásticos.

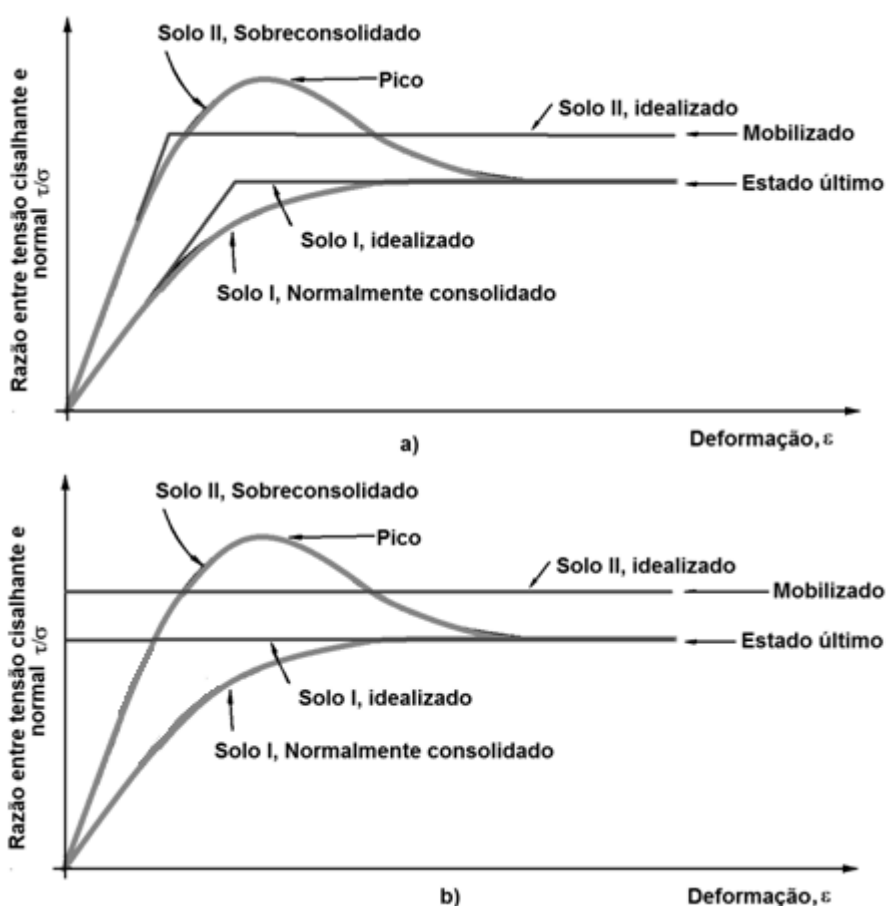


Figura 2.17. Comportamento Tensão-deformação típicos de solos e suas idealizações como: a) Elástico perfeitamente plástico; b) Rígido plástico perfeito. Adaptada de Chen e Liu, (1990).

Outro conceito introduzido na primeira hipótese é a definição do critério de escoamento ou ruptura. Os critérios de ruptura são funções que permitem identificar

quando o material começa a apresentar deformações plásticas, essas funções, F , são escalares e definidos através do tensor das tensões (σ_{ij}), não dependendo dos componentes de deformações (ε_{ij}).

Esta superfície delimita os estados de tensão considerados admissíveis, assim para um determinado estado de tensões dentro da superfície ($F(\sigma_{ij}) < 0$), o material apresenta apenas deformações elásticas (se seu comportamento for elástico perfeitamente plástico) ou não apresenta deformações (se for um material rígido plástico perfeito).

Se o estado de tensões alcança a superfície ($F(\sigma_{ij}) = 0$), ocorrem então deformações plásticas. Vale lembrar que não existem estados de tensões admissíveis acima da superfície de escoamento ($F(\sigma_{ij}) > 0$). Deste modo, a função de escoamento é fixa no espaço de tensões e o fluxo plástico ocorre quando a função de escoamento é igual à zero (Figura 2.18).

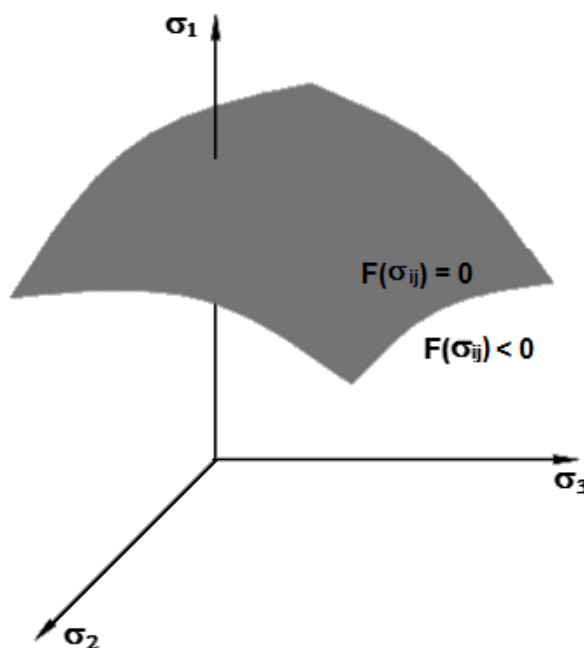


Figura 2.18. Superfície de escoamento no espaço de tensões principais (PACHÁS, 2009).

Se o material é isotrópico, o escoamento plástico depende apenas da magnitude das três tensões principais e não de suas direções. Neste caso, de uma maneira geral, a superfície de escoamento pode ser expressa matematicamente em função do tensor de tensões, σ_{ij} (onde i indica direção e j o plano), ou seja:

$$F(\sigma_{ij}) = 0 \quad \text{Eq. 2.20}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2.21}$$

Em que: τ representa a tensão de cisalhamento; σ a tensão normal.

Este trabalho utiliza o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, o mesmo critério de escoamento empregado por Drucker & Prager (1952) ao definiram os teoremas do limite inferior e limite superior da análise limite. Este é um dos critérios de escoamento mais simples e é o mais utilizado na modelagem do comportamento mecânico de materiais geotécnicos e vem apresentando resultados satisfatórios para casos de estabilidade em geotecnia onde se supõe um estado plano de tensões ($\sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$, $\tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$ e $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \sigma_{xy}$). Assim o tensor de tensões assume a forma de um campo de tensões bidimensional:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 2.22}$$

Considerando a convenção de sinais para as tensões como:

σ^+ : Quando a tensão é de compressão.

σ^- : Quando a tensão é de tração.

A equação de Mohr-Coulomb pode ser escrita da seguinte forma:

$$|\tau| = \sigma \cdot \tan(\varphi) + c \quad \text{Eq. 2.23}$$

Onde os parâmetros de resistência do material (c e φ , coesão e coeficiente de atrito) podem ser obtidos de ensaios apropriados de laboratório ou de campo. Assim, para uma análise considerando um estado plano de tensões a função de escoamento de Mohr-Coulomb assume o seguinte formato:

$$F(\sigma)_{MC}: \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin(\varphi)}{2} - c \cdot \cos(\varphi) = 0 \quad \text{Eq. 2.24}$$

Sendo: σ_1 e σ_3 as tensões principais em função do campo de tensões, σ (Eq. 2.22). Com a malha de elementos finitos definida é assumido que cada elemento possui tensão constante, ou seja, cada elemento possui um campo de tensões. Assim, para cada elemento do domínio, são definidas as tensões principais como:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad \text{Eq. 2.25}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad \text{Eq. 2.26}$$

ii. LEI DE FLUXO ASSOCIADA

A lei de fluxo associada também é conhecida como condição de normalidade. É uma relação entre a taxa de deformação e as tensões do material quando há deformações plásticas.

O que difere as deformações plásticas das elásticas é que as últimas são recuperáveis quando há descarregamento. Já as plásticas são deformações permanentes. O comportamento elástico permite que as deformações sejam descritas segundo relações constitutivas que relacionam o estado de tensão com as deformações. No entanto, isto não consegue ser feito quando o material já apresenta deformações plásticas visto que cada valor de tensão não necessariamente corresponderá a um único valor de deformação. A lei de fluxo supera este problema ao utilizar as taxas de deformações ao invés das deformações.

Diz-se que um fluxo plástico acontece quando o estado de tensões no espaço das tensões (Figura 2.19) alcança a superfície de escoamento. A magnitude do fluxo plástico total (ε_{ij}^p) nestas condições é ilimitada (Ver comportamento idealizado na Figura 2.17). Portanto é evidente que não se pode falar nada sobre a deformação plástica total e por isso a descrição do processo de fluxo plástico é feita pela cinemática de fluxo plástico, ou seja, por meio das taxas de velocidades de deformação plástica ($\dot{\varepsilon}_{ij}^p$) em vez da deformação plástica total. A taxa de velocidade de deformação total ($\dot{\varepsilon}_{ij}$) é composta por uma parte elástica e outra plástica, que pode ser expressa da seguinte forma (CHEN, 1975):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad \text{Eq. 2.27}$$

Em que: $\dot{\varepsilon}_{ij}$ é a taxa de velocidade de deformação total; $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ a taxa de velocidade de deformação elástica; e $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ a taxa de velocidade de deformação plástica.

As velocidades de deformação elástica e as tensões estão relacionadas por meio da lei de Hooke. Mas, como as velocidades de deformação elástica são pequenas em relação às plásticas, elas são consideradas desprezíveis. Já as velocidades de deformação plástica dependem do estado de tensões (CHEN e LIU, 1990).

Para a discussão sobre as velocidades de deformação plástica, é necessário definir suas direções. Os eixos das coordenadas no espaço de tensões já mencionados para a superfície de escoamento podem também ser usados para

representar simultaneamente velocidades de deformação plástica. Sendo assim, cada eixo de tensões representará também um eixo de velocidades de deformação plástica. Para materiais estáveis, nos quais o incremento de tensões e deformações realiza um trabalho positivo, o vetor de velocidades de deformação plástica tem direção e sentido das normais à superfície de escoamento (Figura 2.19). Portanto, a taxa de velocidade de deformação plástica ($\dot{\varepsilon}_{ij}^p$) pode ser expressa por:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \omega \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma}, \omega \in R^+ \quad \text{Eq. 2.28}$$

Onde: σ é o campo de tensões e ω é um fator de proporcionalidade escalar.

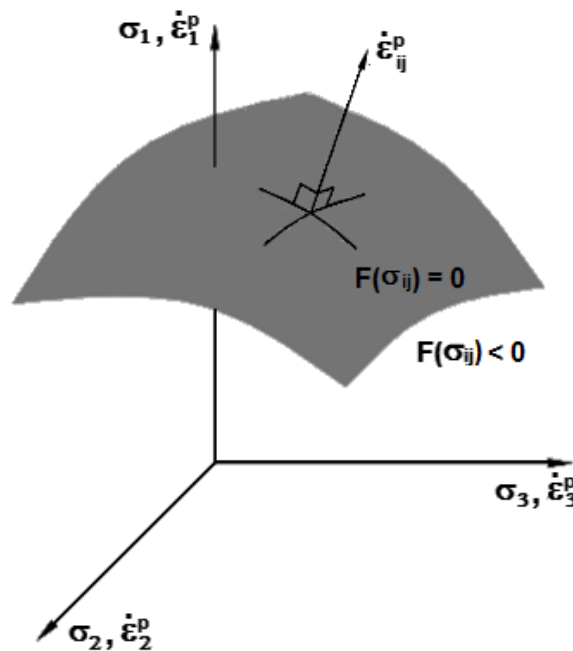


Figura 2.19. Superfície de escoamento e vetor de deformação plástica (PACHÁS, 2009).

iii. PRINCÍPIO DO TRABALHO VIRTUAL

Para que os teoremas da análise limite sejam comprovados, a equação dos trabalhos virtuais deve ser satisfeita. Sabe-se que a aplicação da equação dos trabalhos virtuais requer que somente pequenas mudanças ocorram na geometria do corpo. Apesar do material se deformar indefinidamente sem incremento de tensões (como considera a hipótese do comportamento do material ser perfeitamente plástico) no instante do colapso assume-se que a geometria do corpo não muda significativamente. Por isso, é possível aplicar o princípio do trabalho virtual na prova dos teoremas da plasticidade.

Este princípio relaciona um campo estaticamente admissível, em equilíbrio, com um campo cinematicamente admissível, ou compatível (CHEN e LIU, 1990). O princípio dos trabalhos virtuais pode ser definido como:

“Seja um corpo em equilíbrio, submetido a um sistema de forças externas. Se neste corpo é imposto um campo de deslocamentos virtuais, o trabalho virtual das forças externas é igual ao trabalho virtual das forças internas”.

2.2.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DISCRETIZAÇÃO DO MEIO

Os primeiros trabalhos com a aplicação da análise limite a problemas geotécnicos foram realizados analiticamente. O problema básico para efetuar a análise plástica limite de maneira analítica é construir previamente um bom campo de tensões estaticamente admissível. Existem diversos métodos propostos para a construção de campo de tensões para poucos e simples problemas planos em mecânica dos solos. De qualquer modo, não existe nenhum método racional para encontrar um mecanismo satisfatório que seja cinematicamente admissível para problemas envolvendo geometrias arbitrárias e condições de contorno quaisquer (SILVA, 2003).

Com o passar dos anos e a evolução da aplicação dos métodos numéricos na engenharia, pôde-se, através da malha de elementos finitos, obter os campos estáticos e cinemáticos de forma automática, para utilização em aplicações da Análise Limite. Desta forma a Análise Limite, que já mostrava consistência nos resultados analíticos, passou também a ser empregada numericamente, sendo então denotada por Análise Limite Numérica (ALN).

Outro fator que contribuiu para o avanço da análise limite numérica foi o avanço computacional do método dos elementos finitos (MEF). Segundo Bathe (1996) o MEF é um método numérico capaz de solucionar equações diferenciais para domínios de geometria e condições de contorno complexas. A técnica consiste em dividir o domínio do problema a ser analisado em sub-regiões, chamadas elementos. Esses elementos são ligados entre si através de pontos situados em suas arestas e vértices, chamados nós, que a variável do problema será calculada. O MEF apresenta maior flexibilidade em descrever geometrias multidimensionais com contornos e cargas irregulares e tem maior facilidade na inclusão das propriedades em um meio não homogêneo. Este método pode ser resumido em seis passos básicos:

1. *Discretização do meio;*
2. *Seleção do modelo de deslocamentos (funções de interpolação);*
3. *Montagem da matriz de rigidez dos elementos (determinação das propriedades dos elementos) *;*
4. *Montagem da matriz de rigidez global*;*
5. *Solução do sistema de equações em função dos deslocamentos*;*
6. *Cálculo das incógnitas do problema*.*

Ressalta-se que a sequência apresentada refere-se a problemas de tensão-deformação de corpos sólidos, podendo, entretanto, ser adaptada a problemas diversos. Porém para o estudo de análise limite alguns desses passos (*) não são empregados, pois a fase do comportamento elástico do sistema não é de interesse para esta pesquisa somente a fase plástica, como foi visto no tópico anterior. Assim a matriz de equilíbrio global é montada de acordo com as funções de interpolações em função dos critérios estabelecidos pela ALN, como será explicado mais adiante na seção 3.1.

Para a análise em solos, a variável que se deseja obter são os deslocamentos e a partir deles se calculam as tensões e as deformações. É importante ressaltar que também é possível criar elementos com nós tanto nas arestas quanto no seu interior.

2.2.3. TEOREMAS DA ANÁLISE LIMITE

De acordo com Ferreira (2008), Chen e Liu (1990) afirmaram que:

Segundo a lei de fluxo associado ou condição de normalidade, são estabelecidos os teoremas sobre os quais a análise limite está fundamentada que podem ser enunciados da seguinte forma:

Teorema do Limite Inferior: *se um campo de tensões (σ_{ij}) pode ser construído de modo a satisfazer as condições de equilíbrio no contorno e no domínio e ainda não violar o critério de escoamento ($F(\sigma_{ij}) \leq 0$) em nenhum ponto, então esse campo de tensões é estaticamente admissível, e tem valor menor ou igual ao da carga de colapso.*

Teorema do Limite Superior: *se um mecanismo compatível de taxas de deformação plástica for assumido, o qual satisfaz às condições das velocidades no contorno, então esse campo de velocidades é cinematicamente admissível e os*

carregamentos superficiais e cargas de volume, determinados pela igualdade da taxa do trabalho externo com a taxa da dissipação interna, serão ambos iguais ou maiores que a carga verdadeira de colapso da estrutura.

2.2.4. SÍNTESE DAS FORMULAÇÕES NUMÉRICAS DA ANÁLISE LIMITE

Existem diferentes abordagens que podem ser desenvolvidas em formulações baseadas nos teoremas da análise limite. São chamadas de formulação de limite inferior (estática), formulação de limite superior (cinemática) e formulação mista.

Segundo Ribeiro (2005), para a aplicação da formulação de limite inferior em problemas de estabilidade, também conhecido como teorema estático, deve-se satisfazer exatamente as condições de contorno em tensão, a condição de equilíbrio e o critério de escoamento do material. Assim, no limite inferior o fator de colapso pode ser definido como um fator multiplicador pelo qual as cargas são majoradas para que o sistema estrutural alcance a ruptura.

Já as formulações de limite superior, conhecidas como teorema cinemático, para aplicação em problemas de estabilidade devem satisfazer exatamente as condições de contorno em deslocamentos, as condições de compatibilidade e as condições de escoamento do material. Então, no limite superior, busca-se alcançar o início da dissipação de energia, representado pelo movimento da massa de solo, ou seja, o objetivo é minimizar a energia de dissipação até que seja alcançada, com uma certa tolerância, a carga de ruptura necessária para que ocorresse a dissipação inicial

Enquanto que a formulação mista pode ser caracterizada pela interpolação independente dos campos de tensão e de velocidade no interior do elemento, satisfazendo aproximadamente as condições de equilíbrio e de contorno em tensão. As condições de escoamento do material são satisfeitas exatamente. Em outras palavras, além de ter uma consistência em relação aos resultados dos campos de tensões e de velocidades, esta formulação busca uma solução com aproximação nos campos estático e cinemático.

Segundo Araújo (1997), esta última formulação tem como vantagem principal a fácil implementação. A formulação mista será a empregada na presente pesquisa.

Dependendo da gênese da qual estão sendo geradas estas formulações podem ainda ser classificadas ainda como fortes ou fracas. Quando o modelo respeita o cumprimento estrito das condições impostas pelos teoremas da análise limite elas

são chamadas de formulação forte. Ou ainda quando as condições são satisfeitas através do princípio dos trabalhos virtuais a formulação é dita como formulação fraca.

Alguns autores como Silva (2003), afirma que a vantagem da formulação forte está no fato de a mesma utilizar uma abordagem puramente estática ou puramente cinemática, chegando a um limite inferior (ou superior) preciso. E a desvantagem dessa abordagem é a falta de estimativa para o erro nos valores dos limites calculados, não se estabelecendo se o limite encontrado é, ou não, uma boa aproximação. Por outro lado, a abordagem da formulação fraca com elemento finito misto e híbrido fornece uma aproximação da carga limite, a qual se espera que seja uma melhor aproximação que os limites fornecidos na formulação forte (estáticos e cinemáticos - Figura 2.20). Além dos teoremas do limite inferior e superior este autor também descreve o teorema da unicidade, que diz o seguinte:

Teorema da unicidade: *Para uma estrutura submetida a um carregamento, se existir pelo menos um campo de tensões (σ_{ij}), estaticamente admissível, e se esse campo de tensões plastificarem um número suficiente de seções para a formação de um mecanismo, o fator de carga correspondente será o fator de colapso, λ .*

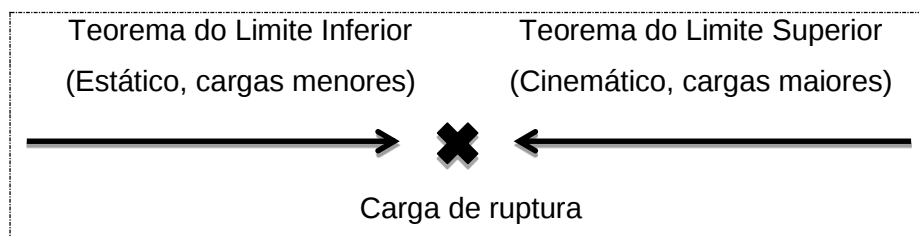


Figura 2.20. Teorema da unicidade ou análise mista. Modificada de Ferreira (2008).

Ferreira (2008) afirma que o ponto chave na teoria da análise limite com a formulação mista é a determinação do fator de colapso (λ). Este autor observa também que o ‘teorema da unicidade’ não garante a unicidade nem da distribuição de esforços nem do mecanismo de colapso, porém a carga de colapso é única.

Sintetizando, o método de análise limite permite diversas formulações numéricas para os problemas de estabilidade em geotecnia, podendo tratar problemas com geometrias e carregamentos complexos. Estas formulações podem ser classificadas, como visto anteriormente, em três grupos: formulação de limite inferior; formulação de limite superior e formulação mista. E ainda dentro dessas formulações, o maciço (solo ou a rocha) pode ser modelado como meio contínuo, meio fraturado ou meio reforçado. A aplicação destes métodos para problemas de estabilidade em

solos pode ser encontrada em diversos trabalhos. A Tabela 2.2 apresenta uma composição de trabalhos sobre problemas de estabilidade agrupados de acordo com sua abordagem segundo a especificação do meio e formulações numéricas de análise limite implementadas.

Tabela 2.2. Síntese de trabalhos que empregam análise limite. Adaptada e atualizada de Lemos (2002).

Meio	Técnicas de modelagem	Autores	Tipos de formulação
Contínuo		(LYSMER, 1970); (BOTTERO, NEGRE, <i>et al.</i> , 1978); (ARAI e NAKAGAWA, 1988); (ARAI e JINKI, 1990); (SINGH e BASUDHAR, 1993-a); (SOUSA, 2001); (LEMO, 2002); (SILVA, 2003); (MENDONÇA e FARFÁN, 2003); (RIBEIRO, 2005); (MAKRODIMOPOULOS e MARTIN, 2006); (PACHÁS, VAZ, <i>et al.</i> , 2008); (CHONG, 2014); (CAMARGO, 2015)	Limite inferior
		(TAMURA, KOBAYASHI e SUMI, 1984); (SLOAN, 1989); (JIANG, 1995); (MAKRODIMOPOULOS e MARTIN, 2008); (SILVA, 2009)	Limite Superior
		(BOTTERO, NEGRE, <i>et al.</i> , 1980); (CHRISTIANSEN, 1981); (CASCIARO e CASCINI, 1982); (FARIA, 1992); (FARFÁN, 2000); (RIBEIRO, 2005); (SILVA, 2003); (DURAND, VARGAS JR e VAZ, 2006); (PASQUALI, 2008); (CRUZ, 2013); (Bezerra, 2016)	Mista
Fraturado	Discreta	(FARIA, 1992); (ARAÚJO, MACIAS, <i>et al.</i> , 1987)	Mista
		(SOUSA, 2001)	Limite inferior
	Contínuo equivalente	(YU e SLOAN, 1994); (ARAÚJO, 1997); (ARAÚJO, VARGAS, <i>et al.</i> , 2000); (SOUSA, 2001)	
Reforçado	Discreta	(ASAOKA, KODAKA e POKHAREL, 1994)	Limite Superior
		(LEMO, 2002); (RIBEIRO, 2005); (FERREIRA, 2008)	Mista
		(SOUSA, 2001)	Limite inferior
	Contínuo equivalente	(SINGH e BASUDHAR, 1993); (YU e SLOAN, 1997); (FRANCESCATO e PASTOR, 1997)	
		(YU e SLOAN, 1997); (FRANCESCATO e PASTOR, 1997); (MICHALOWSKI, 1998); (PORBAHA, ZHAO, <i>et al.</i> , 2000)	Limite Superior
		(LEMO, 2002)	Mista

2.2.5. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Farfán (2000), o método de análise limite tem como objetivo encontrar a carga de colapso de uma estrutura. Além disso, sua aplicação a problemas

de estabilidade em geotecnia permitem formulações numéricas do problema, via MEF, que podem ser colocadas sob a forma de um problema de programação matemática. Em geral, os problemas de análise limite numérica em geotecnia constituem problemas de programação não linear (PNL) de grande porte, principalmente quando são situações 3D. Assim sendo, a eficiência numérica dos algoritmos é de grande importância na busca de soluções.

O objetivo desta seção é apresentar os conceitos de Programação Matemática (PM) necessários à compreensão do processo de otimização. Segundo Pereira (2002), os problemas típicos de engenharia, podem ser obtidas várias, ou possivelmente infinitas, soluções. Em um problema de otimização deseja-se obter um projeto ótimo, maximizando ou minimizando uma função a qual denominamos função objetivo. Isto deve ser realizado através da determinação dos parâmetros que definem o sistema. Estes parâmetros são chamados de variáveis de projeto. Na maioria dos problemas encontraremos restrições impostas para que o projeto seja admissível ou viável, devido às leis físicas da natureza, leis políticas, limitações de orçamento, etc.

A solução de um problema de programação matemática pode ser encontrada utilizando um processo iterativo no qual as restrições de igualdade e desigualdade do problema sejam respeitadas. Esses problemas podem ser colocados na forma padrão:

Encontre o vetor, x , que maximize (ou minimize) a função:

$$f(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeito a p restrições de igualdade:

$$h_j(x) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0$$

$$j = 1, \dots, p$$

Eq. 2.29

E m restrições de desigualdade:

$$g_k(x) = g_k(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq 0$$

$$k = 1, \dots, m$$

Onde x é um ponto do $\mathbb{R}^n$ sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), ou seja, o vetor com as variáveis do problema ($x \in \mathbb{R}^n$); $f(x)$ é a função a ser maximizada (ou minimizada); E as funções $h(x)$ e $g(x)$ são as restrições de igualdade e desigualdade. Assume-se que tanto a função objetivo quanto as restrições são funções contínuas no $\mathbb{R}^n$.

Ainda de acordo com Pereira (2002), um ponto que satisfaça todas as restrições é denominado um ponto viável e o conjunto de todos os pontos que satisfaçam todas as restrições é conhecido como região viável. Uma restrição de desigualdade define uma fronteira que divide o $\mathbb{R}^n$ em uma região viável e outra inviável. Quando um ponto está sobre esta fronteira, a restrição é dita ativa; quando um ponto está no interior da região viável, a restrição está inativa e, quando um ponto está fora desta região, a restrição está violada.

Os problemas de programação matemática podem ser classificados segundo as características da função objetivo e das funções das restrições. A Tabela 2.3 mostra esta classificação. Por exemplo, se todas as funções ($f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$) são lineares, tem-se os chamados problemas de programação linear (PL), porém quando uma ou mais destas funções se apresentar como não linear, trata-se de um caso de PNL.

Tabela 2.3. Classificação dos problemas de Programação Matemática (FARFÁN, 2000).

PROBLEMAS	FUNÇÃO OBJETIVO	RESTRIÇÕES	PROGRAMAÇÃO
Sem restrição	Quadrática	-	-
	Convexa	-	-
	Não linear	-	-
Com restrição	Linear	Linear	Linear (PL)
	Linear	Não linear	Não linear (PNL)
	Quadrática	Linear	Quadrática (PQ)
	Não linear	Não linear	Não linear (PNL)

A formulação completa dos teoremas da análise limite em análise numérica é relativamente simples quando convertidos em problemas de programação matemática primal e dual. Nas várias formulações numéricas da análise limite que já foram propostas, o problema de estabilidade é colocado como um problema de programação matemáticas. Este problema pode ser resolvido diretamente pelo método de PNL ou aproximado por um problema de PL (VARGAS JR, ARAÚJO, *et al.*, 2004).

Para um caso mais específico, onde a função objetivo, $f(x)$, e as restrições são funções lineares, o problema de programação matemática pode ser formulado por:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximizar: } f(x) = c^T \cdot x + k, \because x \in R^n & \\
 \text{Sujeito à:} & \text{Eq. 2.30} \\
 \begin{bmatrix} A \\ D \end{bmatrix}_{(p+m) \times n} \{x\}_n \begin{cases} = \\ \leq \end{cases} \begin{bmatrix} b \\ e \end{bmatrix}_{(p+m)} &
 \end{array}$$

Onde c , b e e são vetores, k é um escalar e A e D são matrizes, todos compostos de números reais constantes e o índice T indica que o vetor é transposto. O problema colocado na forma apresentada no quadro acima é conhecido como forma primal típica da programação linear. Consequentemente, a formulação dual do problema apresentado na Eq. 2.30 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar: } f(\kappa, \mu) = b^T \cdot \kappa + e^T \cdot \mu + k & \\
 \text{Sujeito à:} & \text{Eq. 2.31} \\
 [A^T \quad D^T]_{n \times (p+m)} \begin{Bmatrix} \kappa \\ \mu \end{Bmatrix}_{(p+m)} \geq \{c\}_n &
 \end{array}$$

Onde: κ e μ são as variáveis, sendo os vetores que correspondem aos multiplicadores de Lagrange associados às restrições. Uma das propriedades desta formulação é que as soluções obtidas por ambos os sistemas (Eq. 2.30 e Eq. 2.31) são iguais, ou seja, o valor da função objetivo do problema primal é igual ao valor da função objetivo do problema dual. Este tipo de formulação alternativa (dual) é de grande vantagem na programação matemática por reduzir em certos casos o número das restrições, se: $n < (p + m)$, e o estudo dos vetores duais (κ, μ) é importante na análise de sensibilidade do problema.

No presente trabalho, esta propriedade é utilizada para a obtenção das velocidades nodais, as quais descrevem o mecanismo de colapso dos problemas estudados. Este problema é conhecido também como propriedade de dualidade estático cinemática.

Uma explicação mais detalhada da acerca das propriedades e relações do problema primal e dual podem ser encontrados em Farfán (2000).

2.2.6. MONTAGEM E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

No processo de resolução são usados algoritmos de otimização matemática e a malha de elementos finitos (Ver seção 2.2.2.) como ferramenta para a formulação

numérica do problema de análise limite. E a solução de problemas pode ser subdividida em três fases distintas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

As três fases são complementares, sendo que os módulos de pré-processamento e pós-processamento têm grande desenvolvimento baseado em interfaces gráficas, com acesso direto ao processamento. Estas fases serão apresentadas a seguir:

i. PRÉ-PROCESSAMENTO E PÓS-PROCESSAMENTO

Essas duas fases são caracterizadas por uma maior interação visual do problema estudado, geralmente a interface gráfica tipo CAD (Em inglês: *Computer Aided Design* que significa: Desenho assistido por computador), para facilitar o projeto e desenho técnicos.

O Pré-processador é utilizado na fase inicial onde será definida a geometria (número de nós e elementos da malha de elementos finitos), as cargas (internas e externas), as propriedades dos materiais além de suas interações com o ambiente externo (condições de contorno), dentre outros. Este programa deve ser capaz de criar um modelo matemático e, a partir deste, gerar um arquivo neutro de dados iniciais que contenha todas as características do modelo, definidas em cabeçalhos específicos de dados.

Já o Pós-processador é capaz de ler um arquivo neutro de resultados, que possui alguns cabeçalhos de dados semelhantes aos do Pré-processador para identificar as características do modelo, e ainda os cabeçalhos específicos para identificação dos resultados a serem exibidos graficamente. Este arquivo relaciona dados da estrutura inicial do problema com os resultados de acordo com os nós e elementos definidos no Pré-processador.

ii. PROCESSAMENTO

A etapa de processamento por sua vez pode ser dividida em duas partes: a montagem do problema de programação matemática e a otimização do problema. Nesta primeira se realiza a montagem do problema de programação matemática. Nela a relação que simula o comportamento do material é implementada de acordo com a malha de elementos finitos desenvolvida na fase anterior. Ou seja, é nessa fase onde

são definidas as matrizes coma as relações de igualdades e desigualdades que expressam matematicamente as regras de comportamento dos elementos. Já a segunda etapa envolve um otimizador. Uma ferramenta capaz de resolver problemas matemáticos buscando a obtenção do melhor resultado dentro de certa tolerância, que também é chamado de resultado ótimo.

CAPÍTULO 3. MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo será apresentada a metodologia empregada nesta pesquisa que se baseia nas teorias da plasticidade. Foi empregada uma formulação que procura atender de forma aproximada as condições necessárias para as aplicações dos teoremas de limite inferior e limite superior conjuntamente, sendo que as condições de escoamento são satisfeitas exatamente e as condições de equilíbrio e de contorno são satisfeitas aproximadamente pela interpolação dos campos de tensão e velocidade no interior do elemento. Esta formulação é conhecida como formulação mista fraca da análise limite, que utiliza o princípio dos deslocamentos virtuais. Também é abordada a aplicação da metodologia da formulação mista e da discretização do meio em uma malha de elementos finitos nos contínuos convencionais (2D) que leva a problemas de programação não linear (PNL).

3.1. FORMULAÇÕES VARIACIONAIS DA ANÁLISE LIMITE PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A seguir será mostrada como a determinação de um carregamento de colapso através da análise limite pode ser colocada como um problema de programação matemática.

Entre uns dos principais objetivos da Análise Limite esta determinar a carga que leva ao colapso as estruturas geotécnicas. A solução do problema consiste na solução do sistema de equações a seguir, onde o problema de Análise Limite é definido tendo em conta as condições de equilíbrio estático, do critério de escoamento, da consistência cinemática e a lei de fluxo associada, integrando todas estas condições, da seguinte maneira:

Seja:

Ω : O volume (ou domínio) ocupado por um corpo do material rígido plástico ideal;

Γ_t : o Contorno ou Superfície desse domínio;

Define-se:

$f \rightarrow \Omega$: Vetor de forças no domínio;

$t \rightarrow \Gamma_t$: Vetor de forças no contorno;

Deve-se encontrar:

λ : Fator do colapso do sistema;

σ : Campo de tensões;

$\dot{u}$: Campo de velocidade;

$\dot{\varepsilon}$: Campo de velocidades de deformações;

$\dot{\gamma}$: Fator de plastificação;

Sujeito as seguintes restrições:

Restrição de Equilíbrio Estático:

$$\begin{aligned}\nabla^T \cdot \sigma &= \lambda \cdot f, \text{ em } \Omega \\ \sigma \cdot \eta &= \lambda \cdot t, \text{ em } \Gamma_t\end{aligned}\tag{Eq. 3.1}$$

Restrição do Critério de Escoamento

$$f(\sigma) \leq 0, \text{ em } \Omega;\tag{Eq. 3.2}$$

Restrição de Compatibilidade Cinemática

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= \nabla \dot{u}, \text{ em } \Omega \\ \dot{u} &= 0, \text{ em } \Gamma_t\end{aligned}\tag{Eq. 3.3}$$

Restrição da Lei de Fluxo:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \cdot \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} \begin{cases} \dot{\gamma} = 0, \text{ se } f(\sigma) < 0 \\ \dot{\gamma} \geq 0, \text{ se } f(\sigma) = 0 \end{cases}\tag{Eq. 3.4}$$

Onde:

η : Vetor unitário normal à superfície de contorno, Γ_t ;

∇^T : Operador diferencial;

$\dot{u}$: Campo de velocidade de deformações;

$\dot{\varepsilon}^p$: Campo de taxas de velocidades de deformações plásticas do sistema;

$\dot{\gamma}$: Fator de plastificação;

E o índice T indica que a matriz deve ser transposta

Segundo Farfán (2000), a solução deste sistema não é trivial, inclusive para casos bastante simples, devido às inequações apresentadas (Eq. 3.2 e Eq. 3.4). No entanto este sistema de equações pode ser resolvido utilizando técnicas matemáticas no qual, pode-se tratar o sólido que é um meio contínuo, como um meio discretizado (MEF) com a finalidade de poder aplicar as soluções numéricas no meio discretizado que se aproximem à solução real no meio contínuo. Assim a aproximação do fator de colapso melhora conforme a malha utilizada na discretização é refinada, além disso, é possível considerar que os elementos são de tensão constante.

Na formulação mista fraca a condição de equilíbrio é garantida pelo princípio do trabalho virtual. O qual estabelece que, para qualquer pequeno movimento cinematicamente admissível, o trabalho das forças externas será igual ao trabalho das forças internas. Colocando o Princípio em forma de expressão variacional na análise limite, ele pode ser representado por:

$$\int_{\Omega} (\delta \varepsilon^T \cdot \sigma) d\Omega = \int_{\Omega} (\delta u^T \cdot f) d\Omega + \int_{\Gamma_t} (\delta u^T \cdot t) d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.5}$$

(Trabalho interno)

(Trabalho externo)

A partir do princípio dos trabalhos virtuais se deriva o princípio das potências virtuais, substituindo o campo de deformações virtuais ($\delta \varepsilon$) e o campo de deslocamentos virtuais (δu) por um campo de taxas de deformação ($\delta \dot{\varepsilon}$) e de velocidade ($\delta \dot{u}$) virtuais. Ou seja:

$$\int_{\Omega} (\delta \dot{\varepsilon}^T \cdot \sigma) d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \dot{u}^T \cdot f) d\Omega + \int_{\Gamma_t} (\delta \dot{u}^T \cdot t) d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.6}$$

Ao se discretizar o domínio em elementos finitos, tanto as velocidades, $\dot{u}$, quanto às tensões, σ , no elemento são aproximadas por interpolação dos valores nodais $\hat{u}$ e $\hat{\sigma}$. Visto que a taxa de deformação, $\dot{\varepsilon}$, é uma derivada das velocidades, ela também pode ser interpolada através dos valores nodais da velocidade. Então aplicando se a Eq. 3.6 num elemento (MEF) e considerando que existe uma matriz de interpolação, H_u , que relaciona os campos de velocidades com os campos de velocidades nodais, uma matriz que relaciona o campo de velocidade de deformação com o campo de velocidades nodais, conhecida como matriz de compatibilidade cinemática (B_u), e uma matriz de interpolação (H_σ) que relaciona o campo de tensões com o campo de tensões nodais, desse modo tem se, para cada elemento finito:

$$\begin{aligned} \delta \dot{u} &= H_u \cdot \delta \hat{u} \\ \delta \dot{\varepsilon} &= B_u \cdot \delta \hat{u} \\ \sigma &= H_\sigma \cdot \hat{\sigma} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.7}$$

Onde:

$\hat{u}$: Campo de Velocidades Nodais;

σ : Campo de Tensões;

$\hat{\sigma}$: Campo de Tensões Nodais;

$\dot{\varepsilon}$: Campo de velocidade de deformação;

H_u : Matriz de interpolação de velocidades;

H_σ : Matriz de interpolação de tensões;

B_u : Matriz de compatibilidade cinemática;

E substituindo as equações Eq. 3.7 na Eq. 3.6, teremos:

$$\int_{\Omega} [(B_u \cdot \delta \hat{u})^T \cdot H_\sigma \cdot \hat{\sigma}] d\Omega = \int_{\Omega} [(H_u \cdot \delta \hat{u})^T \cdot f] d\Omega + \int_{\Gamma_t} [(H_u \cdot \delta \hat{u})^T \cdot t] d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.8}$$

Como os deslocamentos virtuais, $\delta \hat{u}$, são arbitrários diferentes de zero, pode-se simplificar:

$$\int_{\Omega} (B_u^T \cdot H_\sigma) \cdot \hat{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} (H_u^T \cdot f) d\Omega + \int_{\Gamma_t} (H_u^T \cdot t) d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.9}$$

3.1.1. COMPORTAMENTO E DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DOS ELEMENTOS

É preciso indicar que são frequentemente mais utilizadas nas formulações da análise limite duas formas de aproximação do campo das tensões dos elementos (FERREIRA, 2008). No primeiro caso, denominado interpolação bilinear-bilinear, é considerado que a matriz de interpolação de velocidades é igual a matriz de interpolação de tensões ($H_\sigma = H_u$). Isto quer dizer que as tensões dos elementos são interpoladas com a mesma função isoparamétrica bilinear das velocidades. No segundo caso denominado interpolação constante-bilinear, a matriz de interpolação das tensões, H_σ , é formada por submatrizes unitárias constantes e a matriz de interpolação das velocidades, H_u , é formada por funções bilineares, este tipo de elemento também é conhecido como elemento de tensão constante ($\sigma \rightarrow \text{constante}$).

No presente trabalho será empregada a análise constante-bilinear que referência a discretização das tensões como as mesmas em todos os nós, ou seja, em todo o elemento ($\hat{\sigma} = \sigma$). Assim sendo a matriz de interpolação, H_σ , para o elemento de tensão constante é igual à matriz identidade I . Neste caso a equação de equilíbrio global do sistema (Eq. 3.9) toma da seguinte forma:

$$\left(\int_{\Omega} B_u^T d\Omega \right) \cdot \sigma = \int_{\Omega} (H_u^T \cdot f) d\Omega + \int_{\Gamma_t} (H_u^T \cdot t) d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.10}$$

Finalmente pode-se apresentar também a equação de equilíbrio numa forma compacta:

$$[G] \cdot \sigma = \{p\} \quad \text{Eq. 3.11}$$

Onde: G é interpretado como a matriz de equilíbrio global do sistema e p é Tensor de forças totais (externas e internas). Que, consequentemente, são tidos como:

$$[G] = \int_{\Omega} (B_u^T \cdot) d\Omega, \quad \text{Eq. 3.12}$$

$$\{p\} = \left[\int_{\Omega} (H_u^T \cdot f) d\Omega + \int_{\Gamma_t} (H_u^T \cdot t) d\Gamma_t \right] \quad \text{Eq. 3.13}$$

Além disso, neste trabalho serão empregados elementos isoparamétricos quadriláteros de quatro nós (Q4) em duas dimensões na discretização espacial na discretização do meio. O qual é mostrado no plano paramétrico na Figura 3.1. As variáveis de interesse e as propriedades do meio são definidas, no interior do elemento pela interpolação de seus valores nodais utilizando-se funções preestabelecidas chamadas funções de base ou de interpolação (h_i).

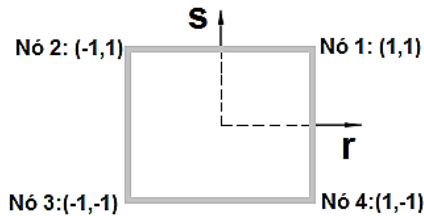


Figura 3.1. Elemento finito Q4 em 2D.

$$h_i = \frac{1}{4}(1 + r_i r)(1 + s_i s) \quad \text{Eq. 3.14}$$

Onde (r, s) são as coordenadas locais do elemento, com origem no centro do elemento, e (r_i, s_i) são coordenadas paramétricas. As funções de interpolação usadas para aproximar as velocidades no domínio são funções lineares e estão apresentadas, em coordenadas locais na Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Coordenadas para o elemento quadrilateral de quatro nós da Figura 3.1.

Nós do elemento	Coordenadas paramétricas		Funções de interpolação
	r_i	s_i	
1	1	1	$h_1 = (1 - r)(1 - s)/4$
2	-1	1	$h_2 = (1 + r)(1 - s)/4$
3	-1	-1	$h_3 = (1 + r)(1 + s)/4$
4	1	-1	$h_4 = (1 - r)(1 + s)/4$

As equações para a matriz de equilíbrio, G , e para o tensor de forças totais, p , referente à estrutura global (Eq. 3.12 e Eq. 3.13, respectivamente), podem ser obtidas como indicado a seguir, onde a matriz e o vetor para cada elemento passam a ser denominados G_e e p_e :

$$[G] = \sum_e [G_e] = \sum_e \int_{\Omega^e} [(B_u^e)^T d\Omega^e] \quad \text{Eq. 3.15}$$

$$\{p\} = \sum_e \{p_e\} = \sum_e \left[\int_{\Omega^e} (H_u^T \cdot f^e) d\Omega^e \right] + \sum_e \left[\int_{\Gamma_t^e} (H_u^T \cdot t^e) d\Gamma_t^e \right] \quad \text{Eq. 3.16}$$

Onde: Ω^e representa o domínio elementar; Γ_t^e a superfície elementar; e $\sum_e$ a montagem da matriz ou vetor global. Fazendo o uso da integração numérica de acordo com o tipo de elemento empregado, a matriz G_e e o vetor p_e podem ser reescritos da seguinte forma:

$$[G_e] = \sum_e \left[\iint (B_u^e)^T \cdot |J_e| dr ds \right] \quad \text{Eq. 3.17}$$

$$p_e = \sum_e \left[\iint (H_u^T \cdot f^e) \cdot |J_e| dr ds \right] + \sum_e \left[\iint (H_u^T \cdot t^e) \cdot |J_e| dr ds \right] \quad \text{Eq. 3.18}$$

Onde: J_e é a Matriz Jacobiana do elemento 'e'; f^e : o vetor de forças de corpo no elemento e t^e o vetor de forças na superfície do elemento.

Já a matriz de compatibilidade cinemática, que relaciona a tensão-deformação do meio, é definida para o caso bidimensional como gradiente das funções de interpolação, assim para um elemento (e):

$$B_u^e_{3 \times (2.nn)} = \nabla_u \cdot H_u \quad \text{Eq. 3.19}$$

Onde: nn é número de nós (para o elemento Q4, $nn = 4$). No entanto, para se calcular este gradiente, é preciso da matriz jacobina, J_e . Esse processo transforma as derivadas de uma função qualquer em relação às coordenadas locais, r , em derivadas em relação às coordenadas globais, x :

$$\frac{\partial}{\partial r} = J_e \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{Eq. 3.20}$$

Para isso é preciso ter funções de forma, funções que são utilizadas para transformar as coordenadas locais em globais e vice-versa. As funções de forma escolhidas são as mesmas que as funções de interpolação lineares da Tabela 3.1:

$$\nabla_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad H_u = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & h_4 \end{bmatrix}_{2 \times 8} \quad \text{Eq. 3.21}$$

3.1.2. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

i. A FUNÇÃO OBJETIVO

Como visto anteriormente, o Método de Análise Limite tem como objetivo encontrar a carga de colapso de uma estrutura. Assim define-se o conceito do fator de colapso, um escalar multiplicador da carga aplicada, que será majorado para encontrar os limites de ruptura da estrutura.

Por exemplo, para averiguar a estabilidade de taludes a carga a ser maximizada seria a força do corpo, ou seja, simplesmente o peso do talude (Figura 3.2.a). Já no exemplo de fundações rasas é considerado um sistema virtual unitário de cargas aplicadas na superfície do terreno, buscando-se a carga máxima de suporte (Figura 3.2.b).

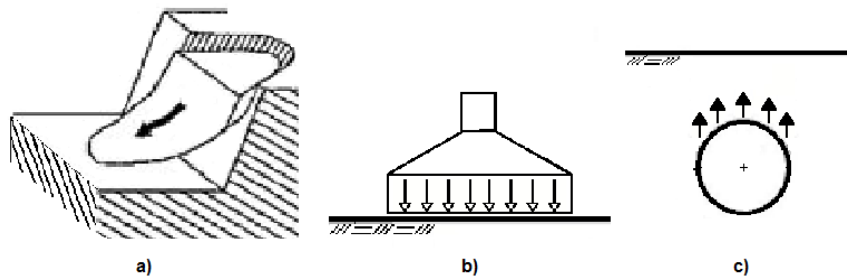


Figura 3.2. Esforços em a) Taludes; b) Fundações rasas; c) Dutos enterrados.

No estudo de caso desta pesquisa o objetivo é descobrir a carga máxima de arrancamento de dutos enterrados, assim o fator de colapso é multiplicado por uma força virtual unitária de superfície aplicada no duto (Figura 3.2.c). O equilíbrio no domínio é garantido pelo princípio da taxa de trabalho virtual, ou princípio da potência

virtual. A expressão, na Eq. 3.11 é obtida ao se igualar a potência interna a potência interna. Assim as forças de no domínio, f , que são o peso próprio do material permanecem constantes enquanto um vetor de esforços no contorno, t , é multiplicado pelo fator de colapso, λ . Então o vetor de cargas, p , referente à estrutura global é subdividido numa parte constante, p_c , e outra variável, p_v ;

$$p = p_c + \lambda \cdot p_v \quad \text{Eq. 3.22}$$

Onde, para o caso de dutos:

$$p_v = \int_{\Omega} (H_u^T \cdot f) d\Omega, p_c = \int_{\Gamma_t} (H_u^T \cdot t) d\Gamma_t \quad \text{Eq. 3.23}$$

Em todo caso a função objetivo a ser maximizada nada mais é do que o próprio fator de colapso, λ , de maneira a que o campo de tensões seja estaticamente admissível:

$$\text{Maximizar: } \lambda \quad \text{Eq. 3.24}$$

ii. AS VARIÁVEIS DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

As variáveis do problema (ou de projeto) são o fator de colapso e os campos de tensões para cada ponto em que ela precisa ser conhecida. Como vimos anteriormente, as tensões no elemento são consideradas constantes e é empregada uma malha de elementos finitos onde se supõe um estado plano de tensões ($\sigma_z = 0, \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$ e $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \sigma_{xy}$). Assim o tensor de tensões assume a forma de um campo de tensões bidimensional. Portanto para cada elemento há apenas um campo de tensões correspondente composto por três componentes independentes ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$). Assim se 'ne' for o número total de elementos no domínio, o vetor de variáveis de tensões, σ , será um vetor de dimensão $(3ne) \times 1$. A representação do campo de tensões total do problema é expressa vetorialmente em função do campo de tensões elementar (Eq. 2.22) como:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{e \cdot 1} \\ \sigma_{e \cdot 2} \\ \sigma_{e \cdot 3} \\ \vdots \\ \sigma_{e \cdot ne} \end{Bmatrix}_{(3 \cdot ne) \times 1} \quad \therefore \text{Para um elemento } i: \sigma_{e \cdot i} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx \cdot i} \\ \sigma_{yy \cdot i} \\ \sigma_{xy \cdot i} \end{Bmatrix}, \quad \text{Eq. 3.25}$$

iii. MONTAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

As seções anteriores desenvolveram todas os tópicos necessários ao entendimento de um problema de otimização específico para averiguar a estabilidade

de dutos enterrados segundo o teorema da análise limite na formulação mista fraca. Neste item, a função objetivo, as restrições de igualdade e as de desigualdades serão colocadas de maneira a ordenar o problema que se propõe resolver, levando em conta os conhecimentos prévios.

O problema é tido como de otimização não linear convencional, no qual as variáveis são as tensões, σ , e o fator de colapso, λ . A função objetivo as restrições de igualdade (Regidas pela equação de equilíbrio Eq. 3.11) são lineares e as restrições de desigualdades são não lineares e serão aqui representadas por $F(\sigma)_{MC}$ (O critério de ruptura de Mohr-Coulomb, como descrito na Eq. 2.24). Portanto, o problema é escrito da seguinte forma:

Maximizar: λ Sujeito à: $G \cdot \sigma = p_c + \lambda \cdot p_v$ $F(\sigma_i)_{MC} \leq 0, i = 1, \dots, ne$	Eq. 3.26
---	----------

Onde: ne é o número de elementos do domínio; e o campo de tensões em cada elemento deve atender ao critério de ruptura, visto que se considera a tensão constante no elemento.

3.1.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para que a solução forme um sistema de equações, precisam ser fornecidas também as condições de contorno para a solução do problema. As condições de contorno impostas para o estudo foram de velocidades nulas prescritas nas fronteiras, para tal devem ser especificados os nós e as direções em que essas condições serão aplicadas. Consequentemente, é necessário eliminar, tanto na matriz de equilíbrio global, G , quanto no Tensor de forças totais, p , as linhas associadas aos graus de liberdade restritos. Isso é necessário para garantir a eliminação dos movimentos rígidos

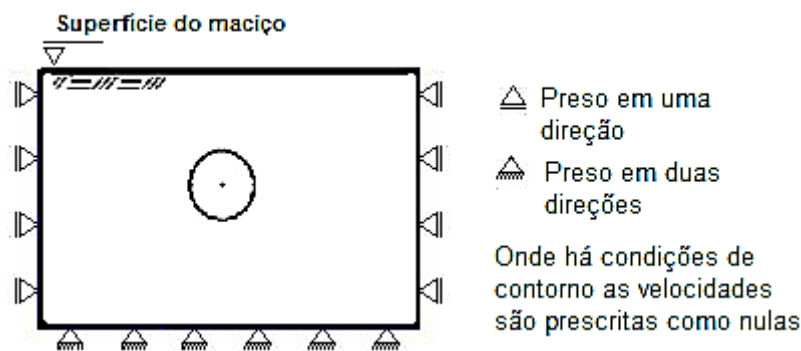


Figura 3.3. Condições de contorno aplicadas ao problema

Outra observação a ser feita é que as fronteiras do sistema adotado devem estar afastadas numa distância o suficiente do duto de forma que o mecanismo de ruptura e as tensões efetivas da zona de deformação não sejam afetados. Por outro lado, afastar demais essas fronteiras pode levar a gerar um número maior, e desnecessário, de equações o que tornaria a fase de processamento mais lento. Um dos modelos adotados para a simulação pode ser visto na Figura 3.3, as dimensões adotadas em cada caso foram baseadas na observação de resultados experimentais.

3.2. MECANISMO DE COLAPSO

O problema de análise limite pela formulação mista tem como variáveis as componentes das tensões para cada elemento e o fator de colapso. No entanto, é possível obter as velocidades nodais, resolvendo-se o problema dual, ou ainda, solucionando as equações de condição de otimalidade (Ver seção 2.2.5.). O mecanismo de colapso fica evidente ao se imprimir essas velocidades na geometria do problema.

Portanto, para cada nó da malha de elementos finitos existem dois graus de liberdade (caso bidimensional), considerando ' nn ' é o número total de nós num elemento, $u_{x,i}$ e $u_{y,i}$, representam respectivamente os deslocamentos possíveis para as direções x e y , para o nó i do elemento. Por exemplo, para o elemento Q4 (Figura 3.4), $nn = 4$, tem se o campo de tensões (Eq. 2.22) e um campo de velocidades nodais:

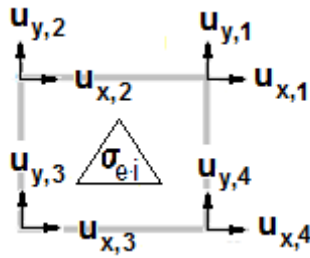


Figura 3.4. Representação da discretização das velocidades e da tensão num elemento i (Q4).

Para um elemento i :

$$\hat{u}_i = \begin{Bmatrix} u_{x \cdot 1} \\ u_{y \cdot 1} \\ u_{x \cdot 2} \\ u_{y \cdot 2} \\ u_{x \cdot 3} \\ u_{y \cdot 3} \\ u_{x \cdot 4} \\ u_{y \cdot 4} \end{Bmatrix}_{8 \times 1} \quad \text{Eq. 3.27}$$

É importante ressaltar que apesar do mecanismo de colapso ser identificado através da impressão das velocidades no domínio, o valor dessas velocidades não é representativo (CAMARGO, 2015). Muitos artigos apresentam o mecanismo de colapso ou através apenas da malha deformada ou ainda plotando as velocidades como vetores ou ainda em escala de cores, porém sem legendas, de forma qualitativa. Dessa maneira, evita-se a estipulação de unidades para esta grandeza. A Figura 3.5 apresenta um exemplo de um mecanismo de colapso de um talude simulado pela representação dos campos de velocidades obtidos através do resultado da aplicação do método da análise limite.

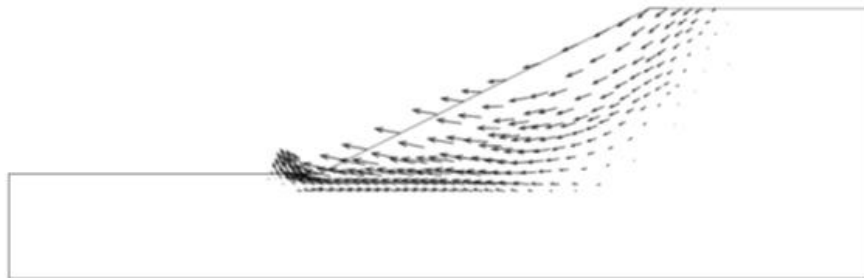


Figura 3.5. Mecanismo de colapso de um talude (CAMARGO, 2015).

3.3. FERRAMENTAS UTILIZADAS

Neste trabalho foram utilizadas as implementações elaboradas por Farfán (2000) numa ferramenta para resolução de problemas geotécnicos, denotado por LIMAG (*LIMit Analysis for Geotechnics*) que em conjunto com o otimizador MINOS (MURTAGH e SAUNDERS, 1998), representa a etapa de processamento. Assim, inserindo a parte de matricial linear da análise limite com suas restrições no otimizador de forma hábil é possível a obtenção dos campos de tensões, campos de deformações, deslocamentos e de velocidades.

O princípio básico do LIMAG é utilizar a malha de elementos finitos e as condições de contorno para montar a matriz de equilíbrio global do sistema e os tensores de forças totais (externas e internas), ou seja a parte linear do problema. Sua implementação original foi realizada focando três meios contínuos: Cosserat bidimensional (LIMAG/COS-2D), e o convencional bi e tridimensional (LIMAG-2D e LIMAG-3D, respectivamente). Onde a solução do problema aplicando a programação não linear, pois para o emprego da ALN foram empregadas as funções de escoamento de Mohr-Coulomb.

A Tabela 3.2 apresenta um resumo da estrutura da ferramenta utilizada na presente pesquisa, o LIMAG-2D.

Tabela 3.2. Programas para a montagem e solução do problema de otimização não-linear (PNL) considerando o contínuo convencional (FARFÁN, 2000)

Nome do programa implementado: LIMAG-2D	
Linguagem	Fortran 90
Tipo de elementos	T3, Q4, T6 e Q8
Funções de interpolação $H_\sigma - H_u$	Constante-Bilinear e Bilinear-Bilinear
Funções de escoamento	Mohr-Coulomb, Hoek-Brown e Drucker-Prager
Pré-processador / Pós-processador	MTOOL / MVIEW
Algoritmos de otimização	Pontos interiores e Han-Powell
Otimizadores	LINGO, MINOS, LANCELOT

O MINOS é um programa de otimização para resolver problemas lineares e não lineares utilizando o algoritmo de pontos interiores. Segundo Pachás (2009), esta ferramenta apresenta entre as dificuldades de sua aplicação a quantidade de parâmetros, 94 no total. O usuário precisa controlar, uso de arquivo no formato MPS (*Mathematical Programming System*) para a entrada de dados das restrições lineares e um arquivo com formato SPECS (Specification) para especificar a dimensão das matrizes.

Para a etapa de pré-processamento foi utilizado um programa comercial de elementos finitos, ABAQUS (SIMULIA, 2012). Onde todas as discretizações dos exemplos simulados foram elementos quadrilaterais de quatro nós (Q4).

E finalmente o pós-processamento é realizado no ParaView (SQUILLACOTE, 2008), que é uma ferramenta de visualização de dados de código aberto e multiplataforma.

As implementações realizadas na presente pesquisa consistiram na adaptação das ferramentas de otimização aos recursos disponíveis, as ferramentas de pré-processamento e pós-processamento, criando executáveis para sistematizar a leitura e processamento dos dados. Estas implementações foram realizadas com FORTRAN 90, por ser uma linguagem focada projetada para processar números com grande velocidade e precisão, sendo até hoje uma das aplicações favoritas para análises científicas estatísticas.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.

Este capítulo apresenta os resultados encontrados e suas análises em relação a aplicação da análise limite numérica para predição do fator de resistência ao arrancamento de dutos enterrados em areias com distintos parâmetros de resistência e ainda distintos fatores de profundidade.

Para a validação das implementações realizadas em trabalhos numéricos, geralmente, é realizada a comparação de resultados com base nas análises da teoria analítica ou ainda com outras técnicas publicados na literatura. Dessa forma, é possível comparar e avaliar os resultados obtidos, mesmo que o método da avaliação da estabilidade desses trabalhos não seja o mesmo aos empregados na presente pesquisa.

A primeira seção trata de como é realizada a estimativa do fator de colapso para solos granulares. Em seguida é apresentada uma análise dos resultados obtidos com análise limite numérica e ainda a comparação destes com alguns dos métodos numéricos citados na revisão bibliográfica. Na sequência foram apresentados os resultados da simulação numérica de modelos experimentais de Santiago (2010) que fez seus ensaios em escala reduzida utilizando uma centrífuga geotécnica.

4.1. ESTIMATIVAS DO FATOR DE COLAPSO PARA SOLOS NÃO COESIVOS

As considerações da ALN são que a análise mecânica para o solo é definida como elasto-plástica com critério de ruptura tipo Mohr-Coulomb. O modelo adotado leva em consideração apenas os parâmetros plásticos de resistência, coeficiente de atrito interno entre as partículas (φ) e coesão (c), ou seja, os parâmetros elásticos do material não são relevantes (Ver Seção 2.2.1. i.). Além disso, os carregamentos aplicados aos modelos estão apenas na direção vertical, peso próprio do solo e direção da carga de arrancamento, sendo desprezado o peso do duto devido a questões de segurança (conforme explicado na Seção 2.1.2.). Os resultados da ALN são obtidos em função de um fator de colapso, λ , do modelo simulado.

As análises comparativas foram realizadas sob uma base de dados de solos granulares, onde se considera a coesão nula. Por questões práticas admitiu-se a simetria do problema.

A geometria, a malha e as condições de contorno do modelo adotado nas simulações está apresentado na Figura 4.1. Destaca-se que no contorno e se impõe velocidades nulas na direção perpendicular às superfícies laterais e no fundo nas duas direções do problema, x e y , assumindo a condição de deformação plana.

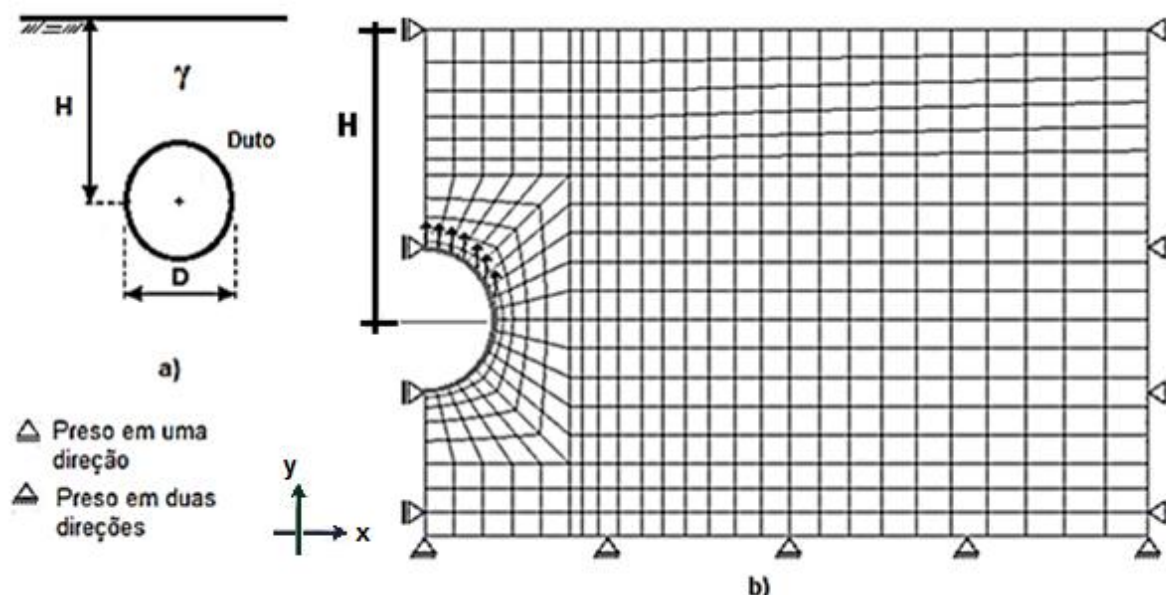


Figura 4.1. Modelo do duto enterrado a) Geometria adotada; b) e Malha de elementos finitos e condições de contorno das simulações.

Foi constatado, durante as simulações que para solos não coesivos, como as areias, o otimizador não convergia, acusando um erro por inconsistência matemática. Para contornar este problema foi empregada uma estimativa do fator de colapso através de regressão linear onde, para um solo com os mesmos ângulos de atrito e peso específico, foram calculados com coesão diferente de zero.

Os resultados para uma dessas estimativas estão apresentados na Figura 4.2 e na Tabela 4.1. Estes dados foram obtidos com 40 simulações que são as combinações de quatro fatores de profundidade ($H/D = 2, 4, 6$ e 8) e de dez valores estimados para a coesão ($c = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5$ e 5.0 kPa) para um solo com peso específico igual a $13,4 \text{ kN/m}^3$ e ângulo do coeficiente de atrito de 28° .

Tabela 4.1. Fator de colapso obtidos nas simulações numéricas (kN/m).

H/D	Coesão, c (kPa)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
2	7.4	7.9	8.5	9.0	9.5	10.1	10.6	11.1	11.7	12.2
4	22.7	23.7	24.8	25.8	26.9	27.9	28.9	29.9	30.9	32.0
6	44.9	46.5	48.1	49.5	51.1	52.6	54.1	55.7	57.2	58.7
8	74.1	76.1	78.1	80.0	82.0	83.9	85.8	87.8	89.7	91.6

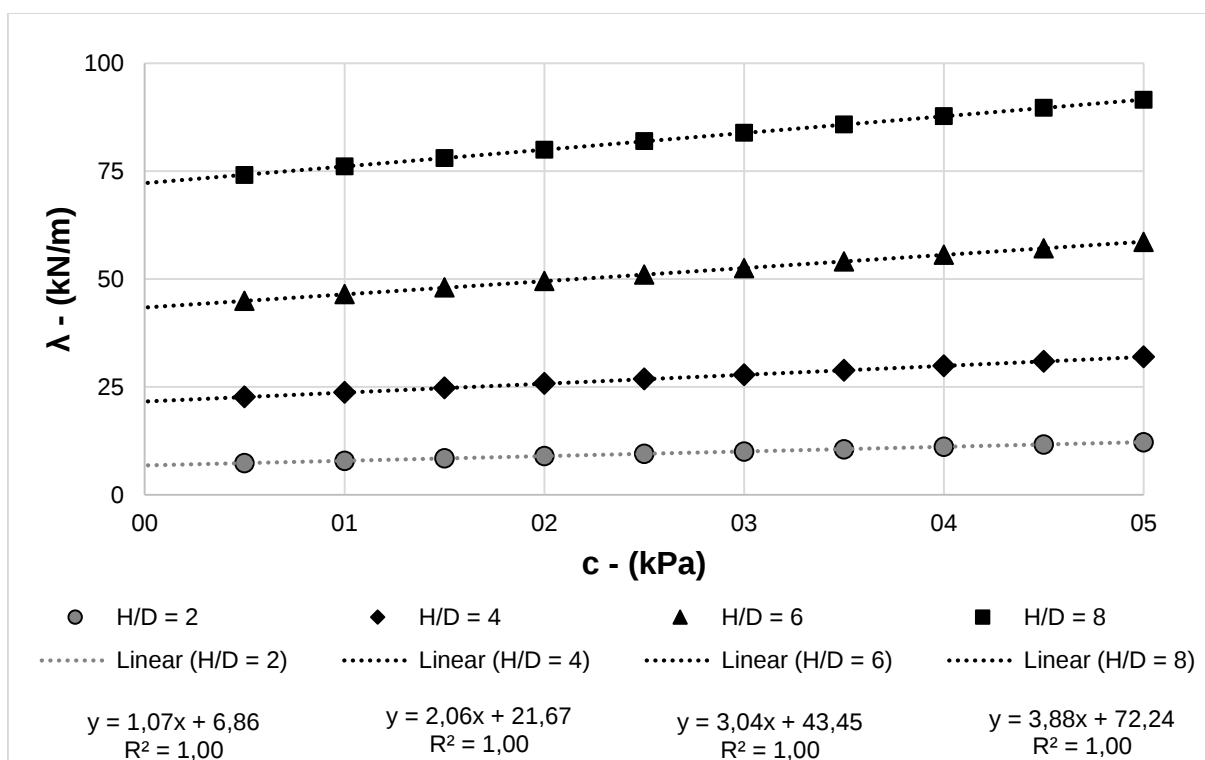


Figura 4.2. Estimativa do fator de colapso para solos granulares (coesão nula) - Solo com peso específico de 13,4 e coeficiente de atrito = 28°.

Além do gráfico com as curvas dos fatores de colapso estimados, na Figura 4.2 também estão plotadas as curvas de regressão linear desses dados e também suas equações e R^2 (Quadrado do coeficiente de correlação do momento de produto Pearson). Analisando esses dados é possível afirmar que a regressão linear é uma curva satisfatória para predição das coesões, assumindo que para areia empregada o fator de colapso será a constante desta reta.

Para as análises apresentadas neste capítulo o fator de resistência ao arrancamento foi estimado a partir da regressão linear do fator de colapso com três

pontos (coesão fictícia diferente de zero), o que demonstrou-se uma solução satisfatória conforme será visto nas análises a seguir.

4.2. SIMULAÇÃO COMPARATIVA COM OUTROS MÉTODOS NUMÉRICOS EXISTENTES

A resistência à elevação é um dos fatores cruciais no dimensionamento de dutos e existem numerosos métodos aproximados ou semi-empíricos propostos para estimar a carga máxima de resistência ao arrancamento em areias. Nesta seção serão apresentados os resultados relativos a uma análise comparativa entre os resultados obtidos com a Análise Limite Numérica (ANL) e os métodos de Matyas e Davis (1983), Murray e Geddes (1989), White, Cheuk e Bolton (2008), Ng e Springman (1994) e Merifield e Sloan (2006), cujos resultados serão apresentados de forma adimensional, considerando o fator de profundidade (H/D) e o fator de resistência ao arrancamento (N_γ).

Para o desenvolvimento dessa seção foram analisadas 25 situações diferentes, onde modelos simulados dos dutos enterrados foram executados com cinco areias com características distintas e ainda em cinco profundidades ($H = 0,5\text{m}$, 1m , 2m , 3m e 4m) correspondendo ao fator de enterramento, H/D , de 1, 2, 4, 6 e 8, respectivamente.

4.2.1. MODELO EXPERIMENTAL

As propriedades do solo necessárias nas simulações da ALN são o coeficiente de atrito e peso específico do solo e a coesão. As areias com diferentes densidades relativas foram simuladas segundo as propriedades encontradas em Marangon (2006). Além disso, foi utilizado o procedimento de Bolton (1986) no qual o ângulo de dilatância é deduzido em função da densidade relativa (Figura 4.3), sendo estes utilizados somente no método de White, Cheuk e Bolton (2008). Estas propriedades estão resumidas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2. Propriedades do material.

Característica	Compacidade da Areia				
	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
Densidade Relativa, DR	5%	15%	35%	60%	90%
Coefficiente de atrito, φ	28°	30°	33°	38°	41°
Peso específico (kN/m ³)	13.4	15.6	18.8	19.6	22.0
Ângulo de dilatância	0°	1,25°	10°	22,5°	25°

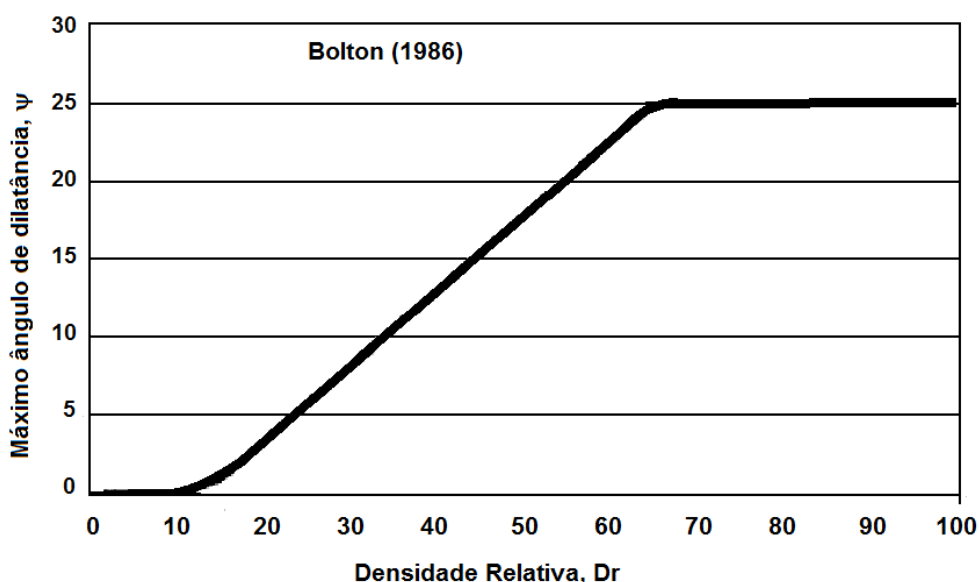


Figura 4.3. Relação entre a densidade relativa e o ângulo de dilatância máximo, Bolton (1986).

4.2.2. ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS COM O MÉTODO DA ANÁLISE LIMITE

Após a montagem da matriz de compatibilidade do problema, os resultados são adquiridos rapidamente através da otimização do problema. Tem-se como resultado o fator de colapso e o campo de velocidades. Devido a consideração da simetria do problema a relação entre o fator de colapso, λ , obtido e a resistência ao arrancamento, P em kN/m, é linear $P = 2\lambda$. Lembrando que o fator de resistência ao arrancamento do duto, N_γ , é dado por $N_\gamma = P/(\gamma \cdot H \cdot D)$.

Enquanto que o campo de velocidades plotado na geometria do modelo tem uma interpretação qualitativa, sendo aceito como o mecanismo de colapso do problema.

Assim sendo, a resistência ao arrancamento obtidas pela formulação mista da ALN estão apresentados na Tabela 4.3, e a Tabela 4.4 apresenta os mesmos dados, porém considerando o formato normalizado da resistência ao arrancamento (Eq. 2.7) para as diversas configurações que são combinações entre cinco fatores de profundidade do duto e as cinco areias descritas anteriormente.

Tabela 4.3. Resistência ao arrancamento, P em kN/m, obtidos com a ALN

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	4.39	5.29	6.73	7.69	9.52
2	13.70	16.68	21.50	25.18	31.30
4	43.29	53.36	70.09	84.11	106.12
6	86.87	107.99	141.38	171.57	218.22
8	144.47	179.48	237.02	281.42	356.53

Tabela 4.4. Fatores de resistência ao arrancamento, N_γ , obtidos com a ALN.

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	1.31	1.36	1.43	1.57	1.68
2	2.04	2.14	2.29	2.57	2.76
4	3.23	3.42	3.73	4.29	4.67
6	4.32	4.61	5.01	5.84	6.41
8	5.39	5.75	6.30	7.18	7.85

A análise da variação destes parâmetros para essas diversas configurações de fator de profundidade e das propriedades das areias podem ser vistas graficamente nas Figura 4.4 e Figura 4.5, para resistência ao arrancamento (P), e nas Figura 4.6 e Figura 4.7 para o fator de resistência (N_γ).

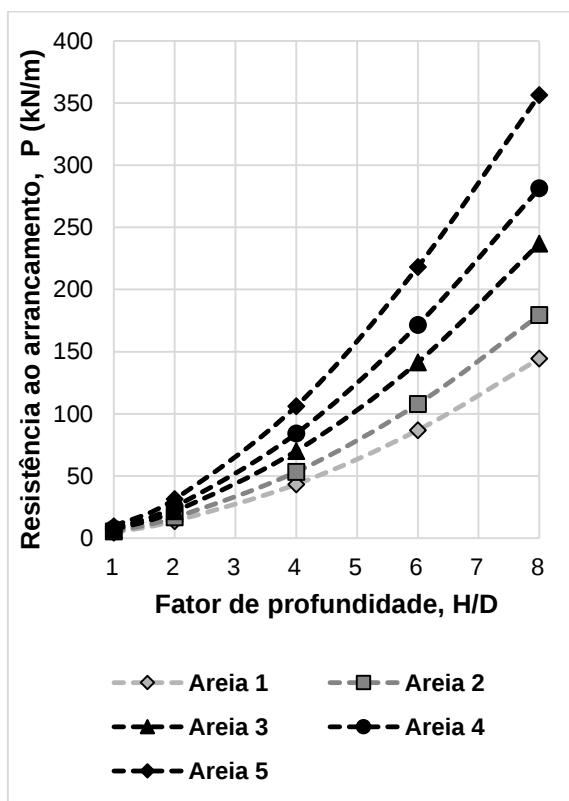


Figura 4.4. Variação da resistência ao arrancamento de dutos de acordo com o fator de profundidade.

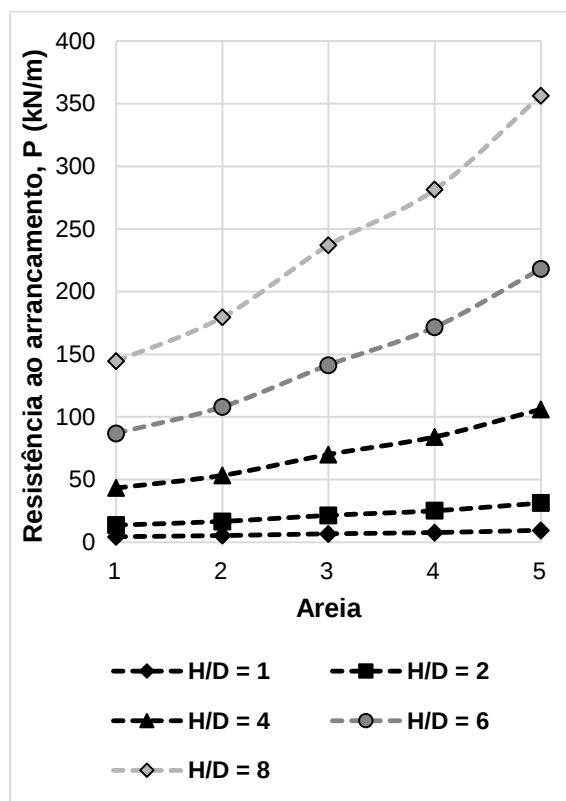


Figura 4.5. Variação da resistência ao arrancamento de dutos de acordo com a das propriedades das areias.

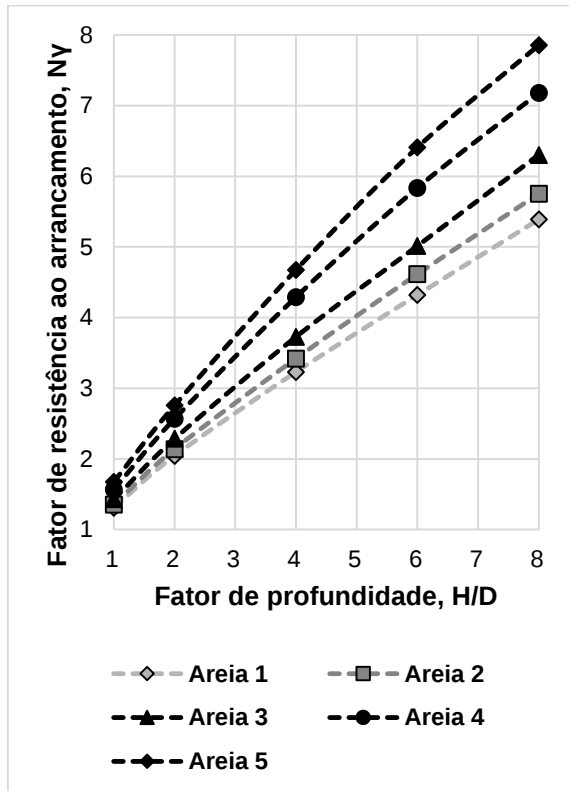


Figura 4.6. Variação do fator de resistência ao arrancamento de dutos de acordo com o fator de profundidade.

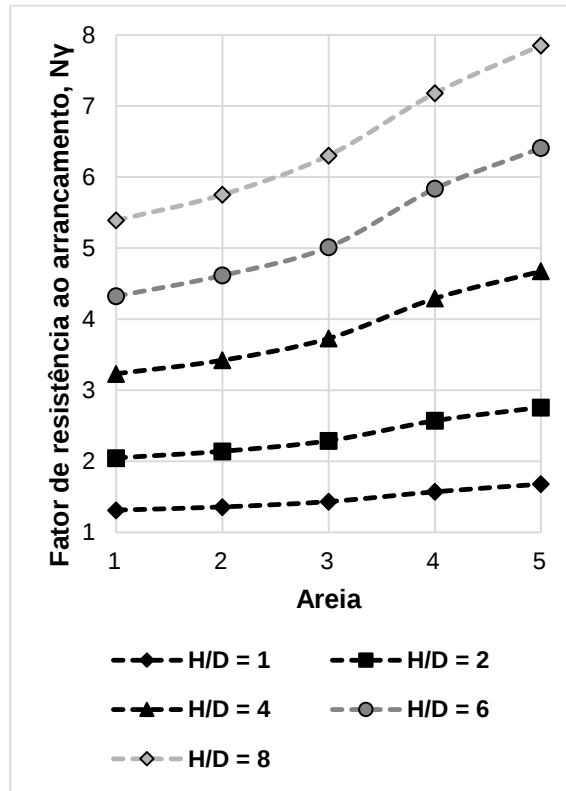


Figura 4.7. Variação do fator de resistência ao arrancamento de dutos de acordo com a das propriedades das areias.

Os resultados apresentados nas Figura 4.4 e Figura 4.6 mostram um aumento significativo da resistência e também do fator de resistência com o fator de profundidade. A profundidade de enterramento da estrutura é, segundo o referencial teórico, um dos fatores mais relevante na estabilidade de dutos e ancoras.

Analisando os gráficos das Figura 4.5 e Figura 4.7 é possível notar que há ainda um acréscimo de resistência conforme a variação das propriedades do material. Este ocorre conforme aumento da densidade relativa, e consequentemente do peso específico e do coeficiente de atrito das areias, que geram um aumento do estado de confinamento da estrutura enterrada.

Além disso, no gráfico da Figura 4.5 ocorre um aumento significativo na inclinação das curvas conforme cresce o fator de profundidade, esse resultado sugere que para areias mais densas ocorre um ganho de resistência maior com o aumento da profundidade da instalação que em areias fofas. Na Figura 4.7 este efeito pode ser confirmado, pois é notável que nas curvas do fator de resistência ocorra uma mudança de percurso após os fatores de profundidade 1 e 2, onde ocorre um aumento na inclinação para os fatores de profundidade 4, 6 e 8.

Com o campo de velocidades plotado na geometria do problema a superfície de ruptura fica claramente definida. As representações dos campos de velocidades obtidos nas simulações estão apresentadas a seguir nas Figura 4.8, Figura 4.9 e na Figura 4.10.

A Figura 4.8 apresenta os campos de velocidades para as cinco areias simuladas com o fator de profundidade igual a 1. É possível notar que apesar do aumento no fator de resistência, observado anteriormente, as superfícies de ruptura ainda são bem semelhantes quando comparadas entre as areias com diferentes densidades relativas.

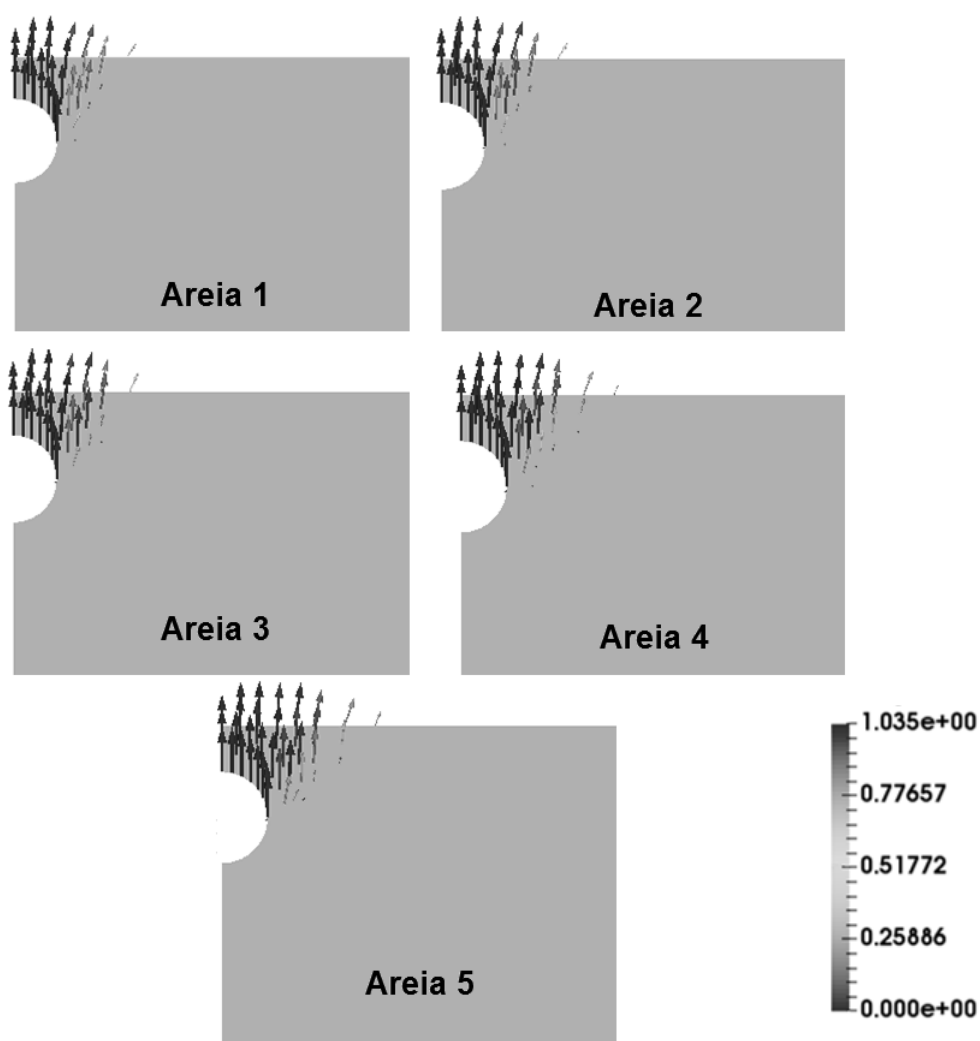


Figura 4.8. Campos de velocidades observados para as diferentes areias com o fator de profundidade (H/D) igual a 1.

A Figura 4.9 apresenta os campos de velocidades para as cinco areias simuladas com o fator de profundidade igual a 2. Nesta figura já é possível observar uma sutil diferença entre a formação dos campos de velocidade. Onde as areias de 1 a 5 representam um aumento crescente da densidade relativa, a superfície de ruptura aparece gradualmente uma maior inclinação em relação a vertical.

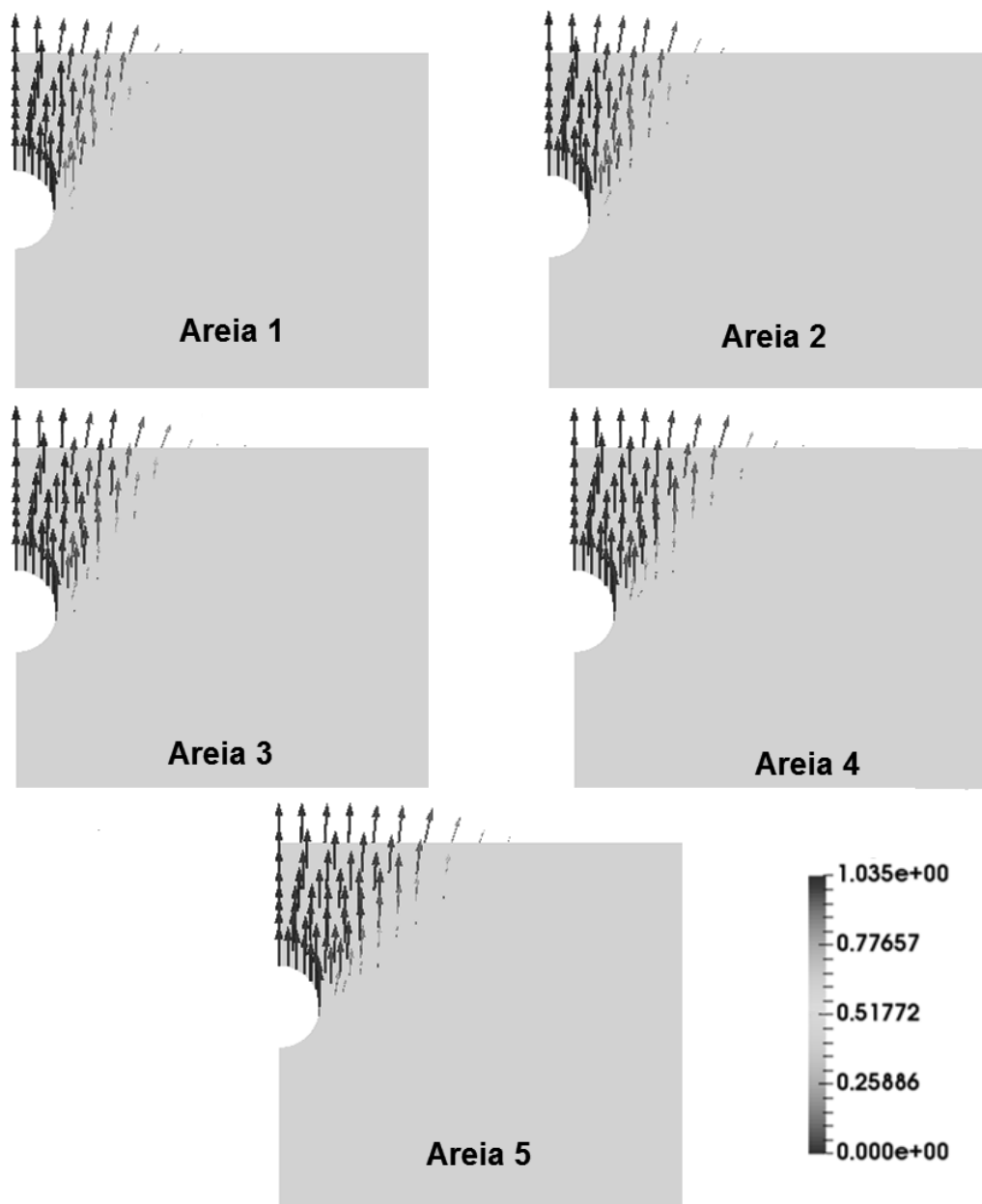


Figura 4.9. Campos de velocidades observados para as diferentes areias com o fator de profundidade (H/D) igual a 2.

A Figura 4.10 apresenta os campos de velocidades para três areias simuladas em três fatores de profundidade: 4, 6 e 8. Os resultados para as demais combinações apresentaram aspectos semelhantes.

Ao observar estes campos de velocidades a maior inclinação da superfície de ruptura já se torna evidente. Além disso, agora podemos observar que ocorre um aumento desta inclinação tanto com o acréscimo no fator de profundidade quanto também pela influência das propriedades do material do maciço (quando o material se torna mais denso). Destacando-se ainda que os dutos enterrados mais próximos a

superfície do terreno possuem superfícies de ruptura que se assemelham mais da ruptura linear vertical.

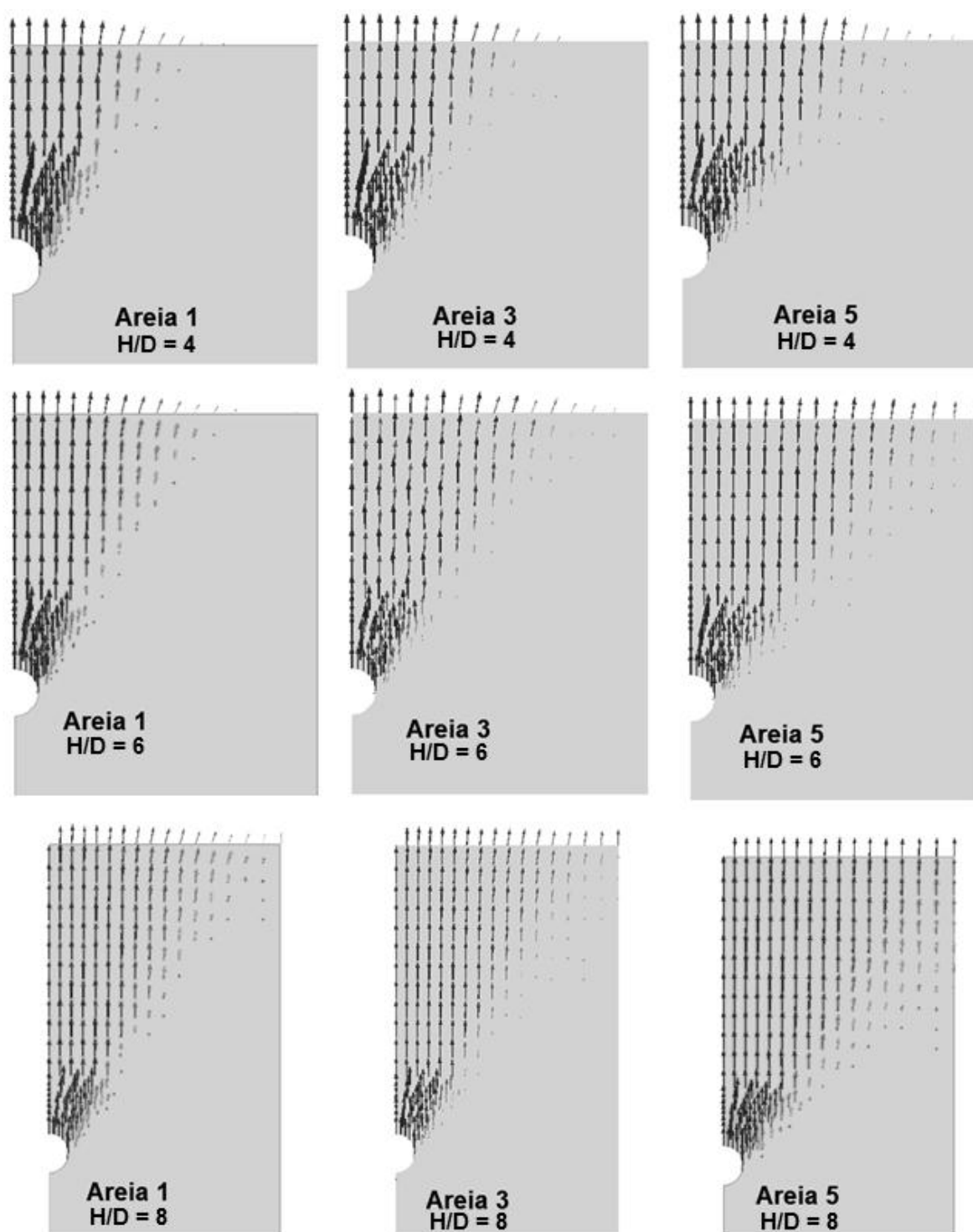


Figura 4.10. Campos de velocidades observados para três areias distintas nos fatores de profundidade (H/D) iguais a 4, 6 e 8.

Em todas as situações apresentadas a superfície de ruptura, representada pela observação dos campos de velocidade, exibiram uma inclinação com relação a

vertical, confirmando o que havia sido observado no estudo de Walters e Thomas (1982).

4.2.3. ANÁLISE COMPARATIVA COM OUTRAS METODOLOGIAS

Os resultados desta seção sobre a resistência ao arrancamento serão apresentados no formato adimensional, conforme sugeriu a Eq. 2.7 de Ng e Springman (1994).

Na análise comparativa será apresentado, além dos fatores de resistência, um valor desvio (d). Porém, diferentemente do desvio padrão onde é calculada a dispersão em relação à média, neste caso o desvio será uma medida do grau de dispersão dos valores em relação ao valor encontrado pelo método da análise limite, conforme mostra a formulação da Eq. 4.1:

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{i,ALN})^2}{n - 1}} \quad \text{Eq. 4.1}$$

Onde: n corresponde ao número de dados, nesse caso o número fatores de profundidade simulado para cada tipo de solo; x_i o fator de resistência ao arrancamento encontrado com o método usado na comparação; e $x_{i,ALN}$ o fator de resistência ao arrancamento encontrando com o método da análise limite numérica. Para curvas semelhantes o valor deste desvio tende a se aproximar de zero.

i. MATYAS E DAVIS (1983)

A solução do equilíbrio limite de Matyas e Davis (1983) prevê uma superfície de cisalhamento vertical. Os fatores de resistência ao arrancamento (N_γ) para dutos enterrados foram calculados segundo a formulação apresentada na Eq. 2.17 e estão apresentados na Tabela 4.5.

Na Figura 4.11, onde são apresentados graficamente os resultados obtidos com a metodologia de Matyas e Davis (1983) juntamente com os obtidos com a ALN, é possível observar certa discrepância entre os resultados obtidos, diferença essa que pode ser confirmada também analisando os valores apresentados para o desvio relativo (Tabela 4.5).

Tabela 4.5. Fatores de resistência ao arrancamento, N_γ , obtidos com a formulação de Matyas e Davis (1983).

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	2.08	2.34	2.41	3.89	4.79
2	3.75	4.27	4.40	7.37	9.17
4	6.79	7.83	8.10	14.04	17.64
6	9.77	11.33	11.73	20.64	26.05
8	12.73	14.81	15.34	27.23	34.44
d	4.99	6.16	6.15	13.64	18.11

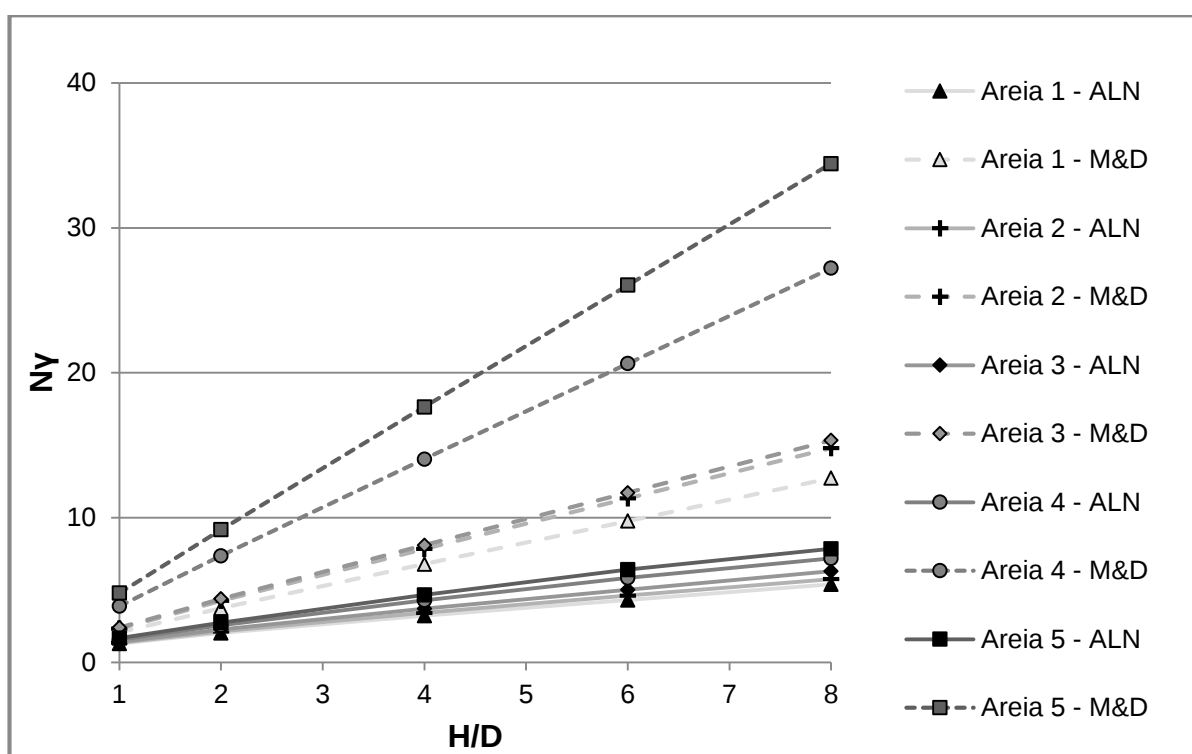


Figura 4.11. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias obtidas com a ALN e com base no método do equilíbrio Limite de Matyas e Davis (1987).

Como pode ser analisado na Figura 4.11, os fatores de resistência de Matyas e Davis se encontram superestimados em relação aos apresentados pela análise limite, com os desvios relativos variando em cerca de 5 a 18. Resultados bem conservadores, no entanto a favor da segurança.

Claramente as implicações implícitas em sua formulação relativas ao tipo de superfície de ruptura e ao coeficiente de empuxo passivo levam a uma estimativa bem elevada quanto ao fator de resistência ao arrancamento do duto.

ii. MURRAY E GEDDES (1989)

A solução do equilíbrio limite apresentada por Murray e Geddes (1989) para dutos enterrados em materiais granulares foi calculada segundo a Eq. 2.18. Estes autores apresentaram uma abordagem considerando o desenvolvimento de superfícies de ruptura curvas para ancoragens de comprimento infinito e pressupõe superfícies cisalhantes fazendo um ângulo de 0 a φ com a vertical, sendo o valor médio recomendado. Estes resultados estão apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6. Fatores de resistência ao arrancamento, $N\gamma$, obtidos com a formulação de Murray e Geddes (1989).

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	0.97	1.00	1.04	1.11	1.14
2	1.54	1.59	1.67	1.80	1.88
4	2.37	2.47	2.63	2.89	3.05
6	3.13	3.29	3.53	3.92	4.16
8	3.88	4.09	4.41	4.93	5.25
<i>d</i>	1.10	1.21	1.37	1.69	1.97

Na Figura 4.12 estão apresentados graficamente os resultados obtidos com a metodologia de Murray e Geddes (1989) em conjunto os resultados obtidos com a ALN.

Neste caso o método do equilíbrio limite apresentou resultados inferiores aos obtidos pela abordagem mista da ALN. Para todas as areias simuladas as curvas de resistência normalizada com a teoria da plasticidade apresentou valores maiores que as curvas calculadas pela formulação defendida por Murray e Geddes (1989), com o desvio relativo de variando entre 1,1 e 2,0. Isso leva a acreditar que os esta solução apresenta resultados pouco conservadores. Situação que corrobora com o que foi previsto na Figura 2.9 por White, Cheuk e Bolton (2008).

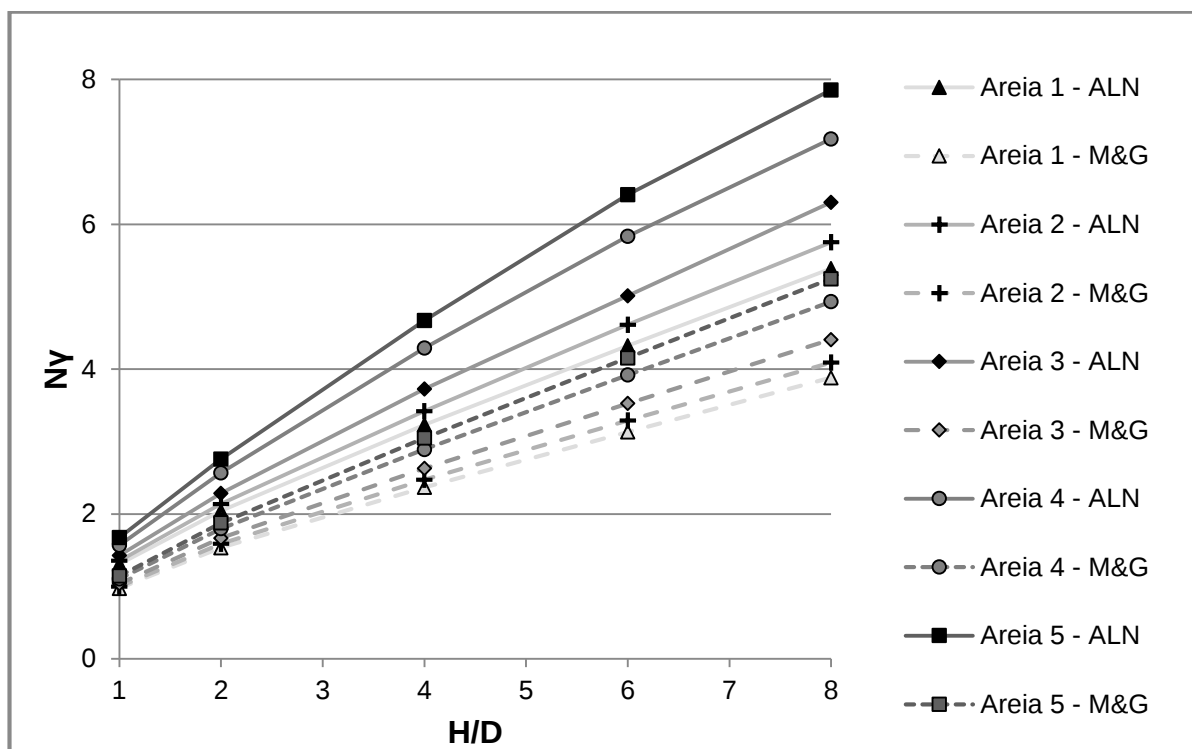


Figura 4.12. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias obtidas com a ALN e com base no método do equilíbrio Limite de Murray e Geddes (1989).

iii. WHITE, CHEUK E BOLTON (2008)

A solução deste problema pelo Método do Equilíbrio Limite apresentada por White, Cheuk e Bolton (2008) foi calculada segundo a Eq. 2.19. Onde a resistência ao levantamento é igual ao peso de solo levantado adicionado a resistência de duas superfícies inclinadas. Nesta solução são consideradas três variáveis independentes relacionadas ao solo: o ângulo de dilatância (ψ), o coeficiente de atrito de pico (φ_{pico}) e a densidade do solo (γ). Estes resultados estão apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7. Fatores de resistência ao arrancamento, $N\gamma$, obtidos com a formulação de White, Cheuk e Bolton (2008).

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	0.89	0.91	1.01	1.20	1.26
2	1.37	1.40	1.60	1.98	2.11
4	2.03	2.10	2.50	3.26	3.51
6	2.63	2.73	3.33	4.46	4.85
8	3.21	3.35	4.15	5.66	6.17
d	1.56	1.72	1.55	1.20	1.34

A Figura 4.13 apresentada graficamente os resultados obtidos com a metodologia de White, Cheuk e Bolton (2008) de forma comparativa com os obtidos pela teoria da plasticidade.

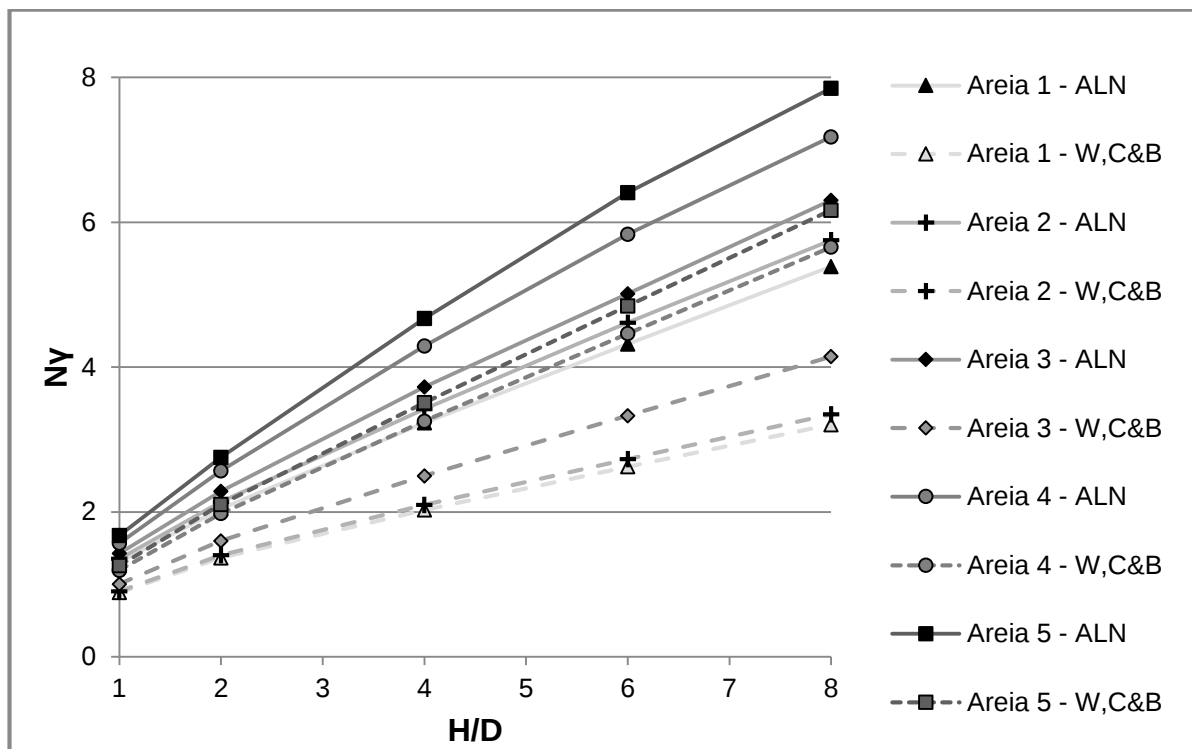


Figura 4.13. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias obtidas com a ALN e com base no método do equilíbrio Limite de White, Cheuk e Bolton (2008).

Em todos os testes as curvas obtidas pela com a ALN apresentaram valores mais elevados que as de White, Cheuk e Bolton (2008), com desvio relativo variando entre 1,3 e 1,7. No entanto isso já era esperado, uma vez que o trabalho desses autores já havia relatado tal fato, conforme apresento na Figura 2.9, onde foi previsto que os resultados pelo limite superior da teoria da plasticidade apresentam resultados mais conservadores que os obtidos com o método do equilíbrio limite.

iv. NG E SPRINGMAN (1994)

No modelo descrito por Ng e Springman (1994), a resistência ao levantamento normalizada é calculada utilizando a formulação da Eq. 2.16, que foi estimada a partir de ensaios em modelos reduzidos. Neste modelo as superfícies de cisalhamento são inclinadas de um ângulo ($\theta = \varphi$) na direção do movimento do duto. Esse resultado condiz com uma das preposições da teoria da plasticidade que assume a normalidade do sistema.

A Tabela 4.8 apresenta o resultado da aplicação desta formulação para os modelos simulados.

Tabela 4.8. Fatores de resistência ao arrancamento, N_γ , obtidos com a formulação de Ng e Springman (1994).

H/D	Areia 1	Areia 2	Areia 3	Areia 4	Areia 5
	Muito fofa	Fofa	Média	Compacta	Muito compacta
1	1.53	1.58	1.65	1.78	1.87
2	2.06	2.15	2.30	2.56	2.74
4	3.13	3.31	3.60	4.13	4.48
6	4.19	4.46	4.90	5.69	6.22
8	5.25	5.62	6.20	7.25	7.95
d	0.15	0.16	0.15	0.16	0.18

A apresentação gráfica da análise comparativa entre os resultados obtidos com a formulação de Ng e Springman (1994) e os obtidos na presente pesquisa se encontra na Figura 4.14.

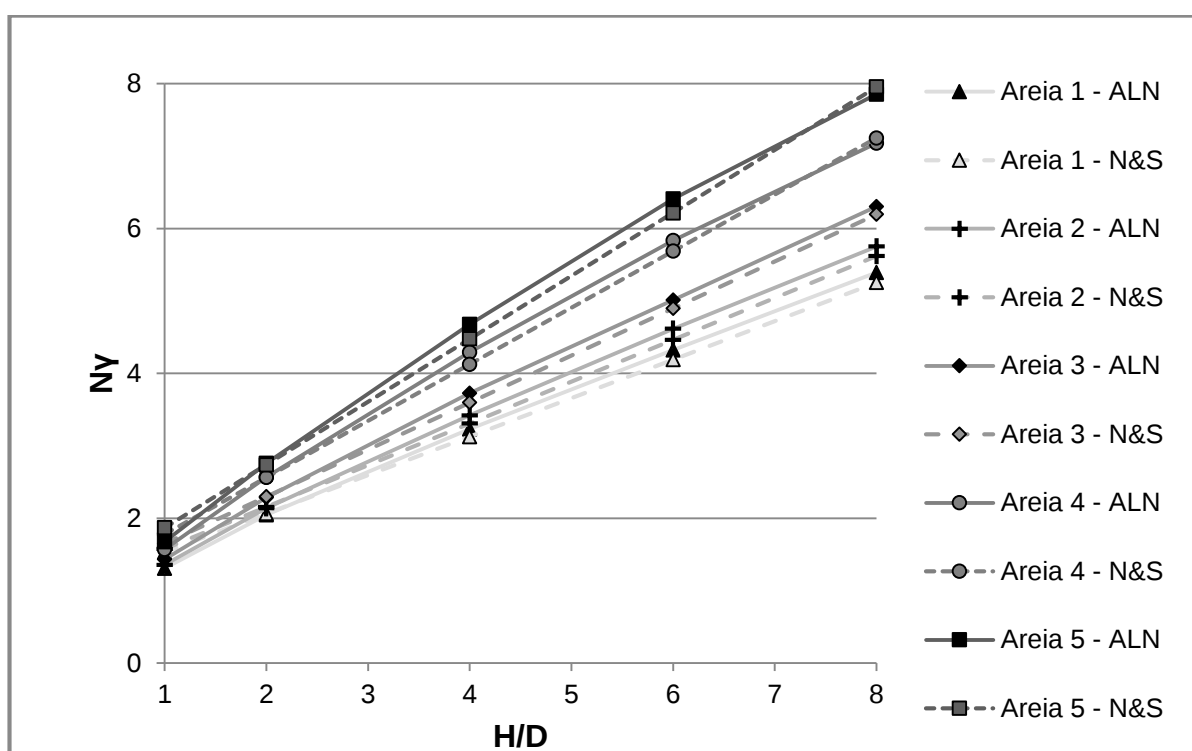


Figura 4.14. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias obtidas com a ALN e com base no Método do Equilíbrio Limite de Ng e Springman (1994).

As curvas que apresentadas mostram que o modelo adotado por Ng e Springman (1994) são semelhantes aos resultados obtidos com os da Análise limite pela formulação mista, onde o desvio relativo não passou de 0,2.

v. MERIFIELD E SLOAN (2006)

Merifield e Sloan (2006) apresentaram em seu trabalho os resultados obtidos para com a análise limite pela formulação forte dos teoremas do Limite Superior e do Limite Inferior para ancoragens instaladas na vertical e na horizontal.

Esta análise comparativa foi realizada observando os gráficos de Merifield e Sloan (2006), apresentados na Figura 2.15.a. Neste gráfico foram apresentadas as estimativas do fator de resistência de ancoragens horizontais enterradas em solo granular. Para comparar estes resultados com os de dutos enterrados foi empregada a mesma estimativa assumida nos métodos numéricos existentes, que relacionam a estimativa da resistência duto/ancoragem com o acréscimo de uma parcela em suas formulações, que corresponde a retirada do peso referente à área ocupada pelo duto: $-\pi D/8H$. Estes resultados estão apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9. Fatores de resistência ao arrancamento, N_γ , obtidos com a leitura dos gráficos de Merifield e Sloan (2006).

H/D	Areia 1		Areia 2		Areia 3		Areia 4		Areia 5	
	Muito fofa		Fofa		Média		Compacta		Muito compacta	
	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.
1	1.08	1.18	1.19	1.32	1.19	1.32	1.30	1.48	1.45	1.70
2	1.75	1.81	1.97	2.09	1.97	2.09	2.20	2.36	2.48	2.66
4	2.80	2.89	3.25	3.33	3.25	3.33	3.73	3.83	4.29	4.56
6	3.79	3.89	4.44	4.65	4.44	4.65	5.17	5.53	5.99	6.42
8	4.74	4.78	5.65	5.92	5.65	5.92	6.60	6.99	7.70	8.10
d	0.51	0.43	0.18	0.10	0.54	0.35	0.57	0.31	0.34	0.15

A apresentação gráfica da análise comparativa entre os resultados de Merifield e Sloan (2006) e os obtidos na presente pesquisa foram divididos nas Figura 4.15 e Figura 4.16 para melhor observação das curvas. Na Figura 4.15 estão apresentadas as curvas correspondentes as areias 1, 3 e 5, enquanto a Figura 4.16 apresenta os resultados para as areias 2 e 4.

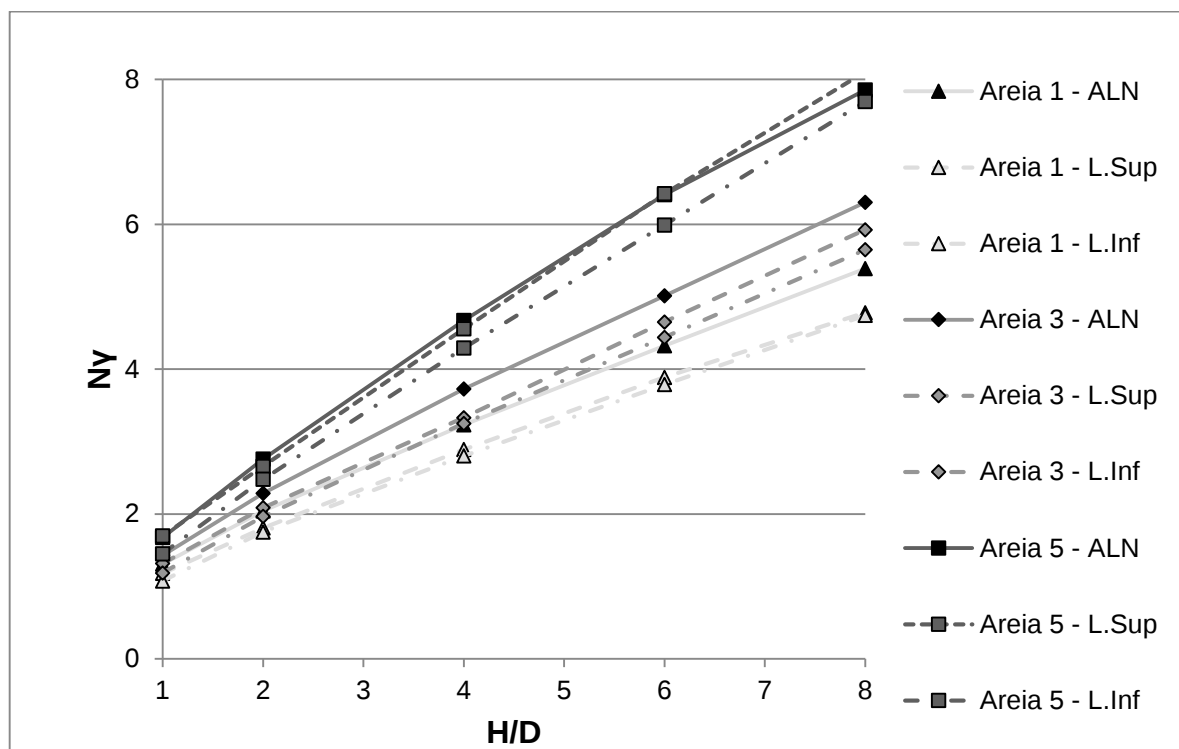


Figura 4.15. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias 1, 3 e 5, obtidas com a ALN e com base em resultados do limite superior e inferior de Merifield e Sloan (2006)

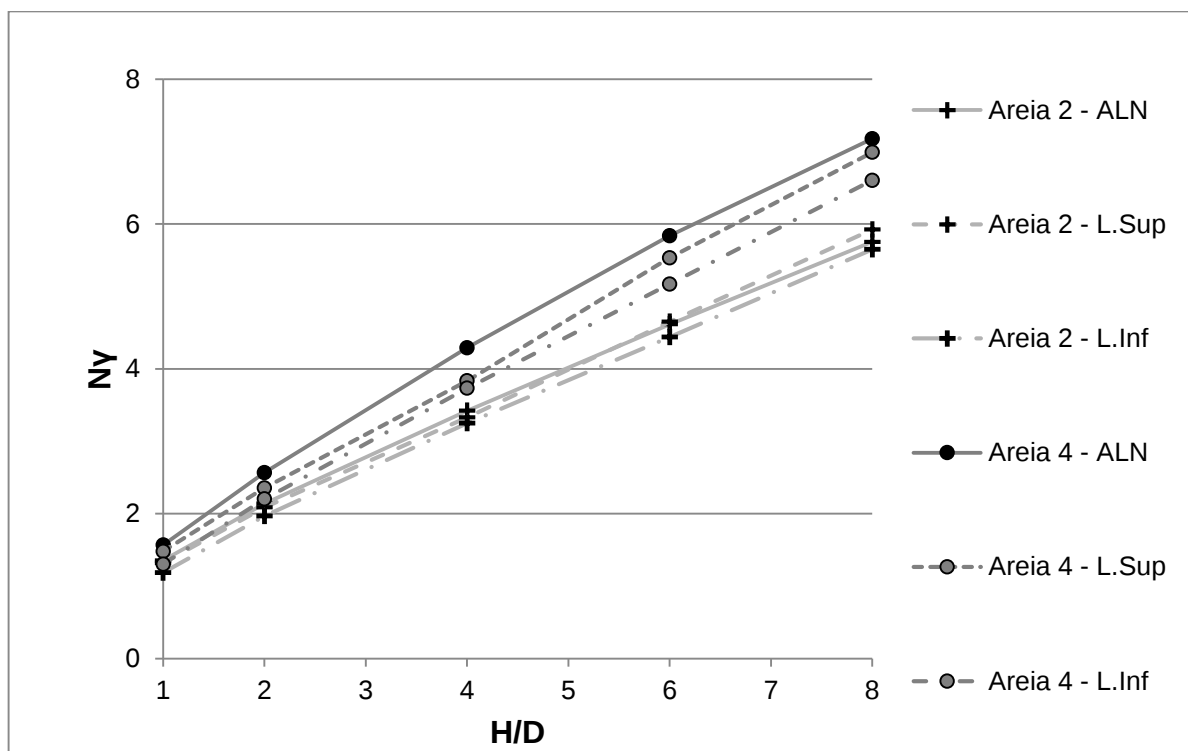


Figura 4.16. Comparação da resistência ao arrancamento normalizada para dutos enterrados em areias 2 e 4, obtidas com a ALN e com base em resultados do limite superior e inferior de Merifield e Sloan (2006).

Esta análise comparativa demonstrou que os resultados são coerentes, pois foram obtidos curvas muito semelhantes entre os dados da formulação fraca da análise limite (presente pesquisa) aos encontrados pelos autores Merifield e Sloan

(2006), onde o desvio relativo entre as curvas apresentaram valores menores que 0,6, conforme pôde ser observado na Tabela 4.9.

4.3. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO EXPERIMENTAL EM CENTRÍFUGA

Neste tópico toda menção ao modelo experimental faz referência ao trabalho de Santiago (2010). Este autor realizou ensaios para avaliar o comportamento de dutos enterrados, com o objetivo de propor um novo sistema de ancoragem com geogrelhas com o objetivo de aumentar a resistência à movimentos ascendentes que possam comprometer sua funcionalidade. Para obter a resistência à elevação, os dutos foram arrancados medindo a força necessária e seu deslocamento.

Em cada voo da centrífuga foram realizados duas simulações simultaneamente para efeito de comparação. A Figura 4.17 apresenta o esquema ilustrativo da caixa de testes que mostra o posicionamento dos dutos que foram ensaiados em dupla, sendo um desses dutos ancorado e outro simplesmente enterrado.

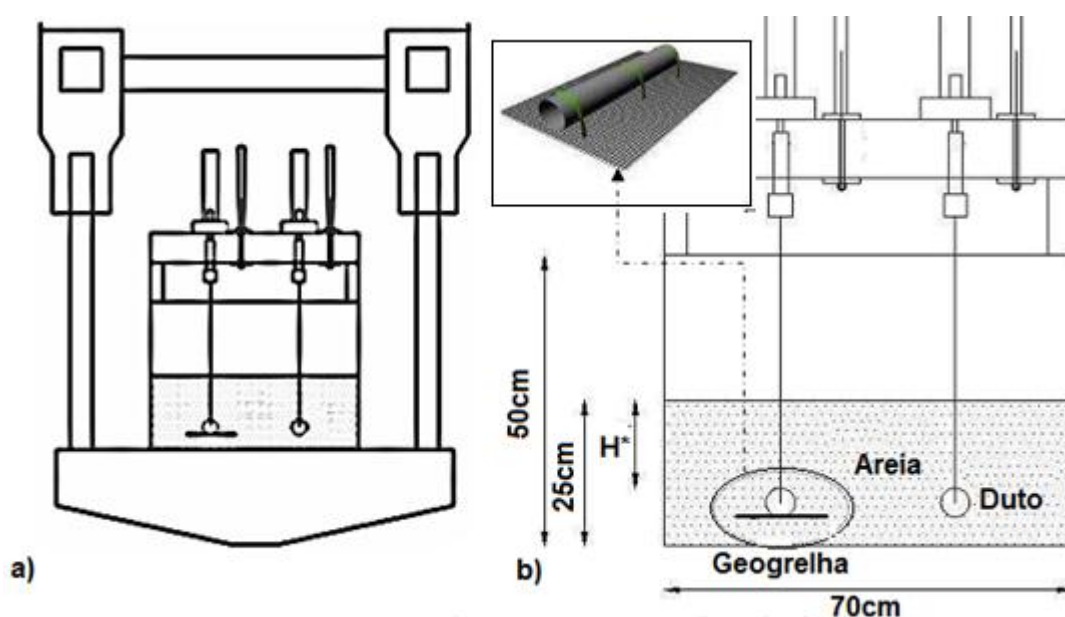


Figura 4.17. Esquema ilustrativo do ensaio em modelo reduzido (a) Posicionamento da caixa teste na bancada da centrífuga e (b) Montagem do modelo (SANTIAGO, 2010)

O autor adotou uma medição da profundidade a partir do topo do duto, esta será representada nesse trabalho como H^* . A Figura 4.18 apresenta uma ampliação de cada esquema com os dutos para melhor visualização.

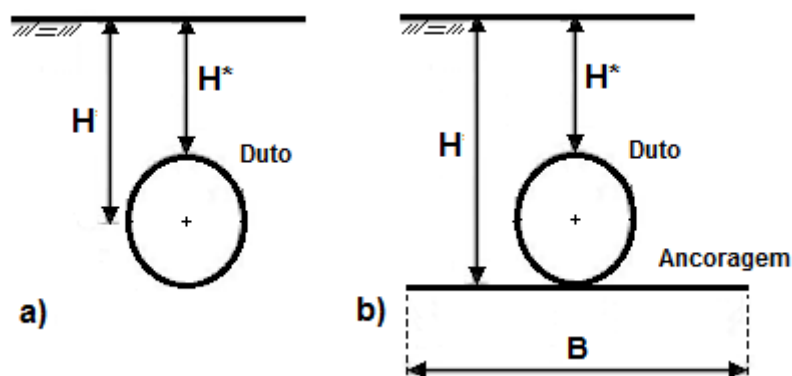


Figura 4.18. Geometria da simulação (a) Duto enterrado e (b) Duto enterrado com ancoragem.

Os ensaios foram realizados em modelos reduzidos onde os dutos rígidos foram representados por tarugos de alumínio aeronáutico com diâmetro, D , de 5 cm e comprimento, L , de 20 cm e peso de 1096,38 gramas.

Foram testados dezoito arranjos distintos, que foram combinações entre três profundidades diferentes, três modelos de instalação dos dutos e duas areias com diferentes densidades (23% e 70%). No total a combinação dessas configurações conduziu a 24 testes de arrancamento. Estas configurações estão resumidas nos quadros das Tabela 4.10 e Tabela 4.11 que agrupando os dados dos dutos com e sem ancoragem respectivamente.

Tabela 4.10. Geometria de ensaios com ancoragem.

Ensaio	H*	H (m)	B (m)	Dr
P1	3D	4D	3D	70%
P2	3D	4D	2D	70%
P5	3D	4D	3D	23%
P6	3D	4D	2D	23%
P9	1,5D	2,5D	3D	70%
P10	1,5D	2,5D	2D	70%
P13	1,5D	2,5D	3D	23%
P14	1,5D	2,5D	2D	23%
P17	0,5D	1,5D	3D	70%
P18	0,5D	1,5D	2D	70%
P21	0,5D	1,5D	3D	23%
P22	0,5D	1,5D	2D	23%

Tabela 4.11. Geometria de ensaios sem ancoragem.

Ensaio	H*	H	Dr
P3	3D	3,5D	70%
P4	3D	3,5D	70%
P7	3D	3,5D	23%
P8	3D	3,5D	23%
P11	1,5D	2D	70%
P12	1,5D	2D	70%
P15	1,5D	2D	23%
P16	1,5D	2D	23%
P19	0,5D	1D	70%
P20	0,5D	1D	70%
P23	0,5D	1D	23%
P24	0,5D	1D	23%

4.3.1. MODELO EXPERIMENTAL E O FATOR DE ESCALA

A modelagem física simula um evento real em condições controladas, partindo do princípio de que é possível prever o desempenho de um deles quando se conhece o comportamento o outro. Sendo geralmente realizado o ensaio de laboratório em modelo experimental reduzido em relação ao protótipo real os eventos no protótipo e no modelo devem ser semelhantes. Esta semelhança deve seguir leis de escala apropriadas.

Especificamente nos modelos acelerados em centrífuga e, portanto, submetidos a um campo inercial de aceleração radial, a gravidade é aumentada N vezes em relação à gravidade terrestre (*g-level* em inglês). No trabalho em questão esse aumento foi de dez vezes a gravidade terrestre. Para interpretar os resultados de um modelo experimental de uma simulação em centrífuga para um protótipo real é necessário aplicar então os fatores de escala. As principais relações de escala estão apresentadas na Tabela 4.12.

Tabela 4.12. Leis de semelhança protótipo-modelo na modelagem centrífuga (SANTIAGO, 2010).

Parâmetro	Relação de Escala Modelo experimental/ Protótipo real
Gravidade	N
Comprimento	$1/N$
Densidade	1
Massa	$1/N^3$
Tensão	1
Deformação	1
Força	$1/N^2$
Tempo (difusão)	$1/N^2$

Os ensaios de Santiago (2010) foram simulados de acordo com a lei das semelhanças para atender as características em valores para o protótipo real. A força da gravidade terrestre (*g-level*) foi aumentada em dez vezes na simulação de todas as análises ($N = 10$). Os dados inseridos no LIMAG (a geometria, as propriedades do solo e os resultados dos ensaios) de acordo com os fatores de escala e demais implicações, ou seja, de acordo com a lei das semelhanças, serão explanados a seguir.

i. GEOMETRIA DO MODELO

De acordo com a Tabela 4.12 a relação de escala métrica para ensaios com gravidade ampliada é de $1/N$, considerando que o g -level utilizado no ensaio foi de dez vezes a gravidade da Terra ($N = 10$). Consequentemente o protótipo real deve ter seus comprimentos ampliados em dez vezes em relação ao modelo experimental. Assim a escala utilizada no modelo em relação ao protótipo foi de 1:10.

Assim, como todos os vinte quatro testes foram realizados com um duto com diâmetro de 5 cm, o diâmetro considerado na simulação numérica foi de 50 cm e seu comprimento deve ser considerado como de 200 cm (ou 2 m). As demais dimensões como profundidade de instalação e largura da ancoragem se encontram no quadros a seguir agrupados em ensaios com ancoragem (Tabela 4.13) e sem ancoragem (Tabela 4.14).

Tabela 4.13. Geometria de ensaios com ancoragem.

Ensaio	H* (m)	H (m)	B (m)	Dr
P1	1,5	2,00	1,50	70%
P2	1,5	2,00	1,00	70%
P5	1,5	2,00	1,50	23%
P6	1,5	2,00	1,00	23%
P9	0,75	1,25	1,50	70%
P10	0,75	1,25	1,00	70%
P13	0,75	1,25	1,50	23%
P14	0,75	1,25	1,00	23%
P17	0,25	0,75	1,50	70%
P18	0,25	0,75	1,00	70%
P21	0,25	0,75	1,50	23%
P22	0,25	0,75	1,00	23%

Tabela 4.14. Geometria de ensaios sem ancoragem.

Ensaio	H* (m)	H (m)	Dr
P3	1,5	1,75	70%
P4	1,5	1,75	70%
P7	1,5	1,75	23%
P8	1,5	1,75	23%
P11	0,75	1,00	70%
P12	0,75	1,00	70%
P15	0,75	1,00	23%
P16	0,75	1,00	23%
P19	0,25	0,50	70%
P20	0,25	0,50	70%
P23	0,25	0,50	23%
P24	0,25	0,50	23%

Onde: H* é a espessura da camada de reaterro; H a profundidade da estrutura; B a largura da ancoragem; e Dr é a densidade relativa do solo empregado.

Como nos modelos simulados no tópico anterior, foi assumida a simetria no problema na simulação numérica, sendo analisada apenas metade do problema. Devido a consideração da simetria do problema a relação entre o fator de colapso, λ , obtido e a resistência ao arrancamento, P , é linear $P = 2\lambda$. A Figura 4.20 apresenta o

modelo adotado e a geometria e as condições de contorno do modelo para o duto enterrado sem ancoragem. Cabe ressaltar também que apenas as propriedades do maciço foram incluídas na modelagem numérica, sendo definida apenas a geometria e condições de contorno de um duto com comportamento rígido.

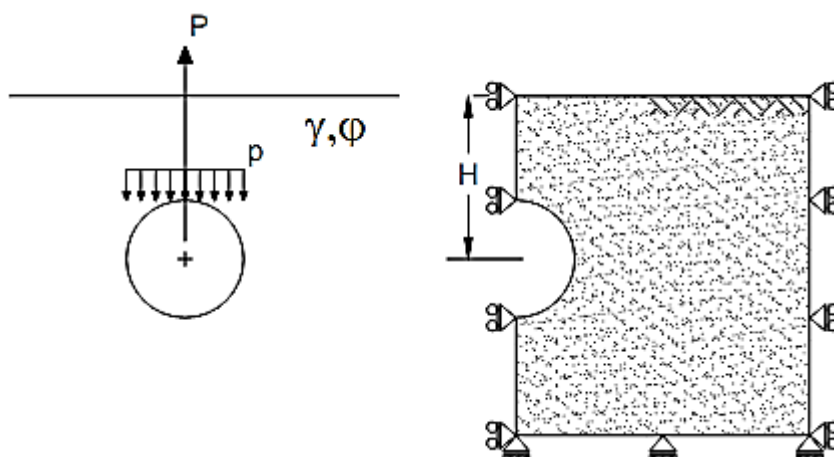


Figura 4.19. Modelo adotado e a Geometria e condições de contorno simulada para o modelo do duto enterrado.

A Figura 4.20 apresenta a malha da simulação do duto enterrado sem ancoragem com uma camada de aterro, H^* , de 1,5m. As demais simulações foram realizadas com malhas semelhantes, onde há um refinamento crescente, sendo mais refinada na região do duto.

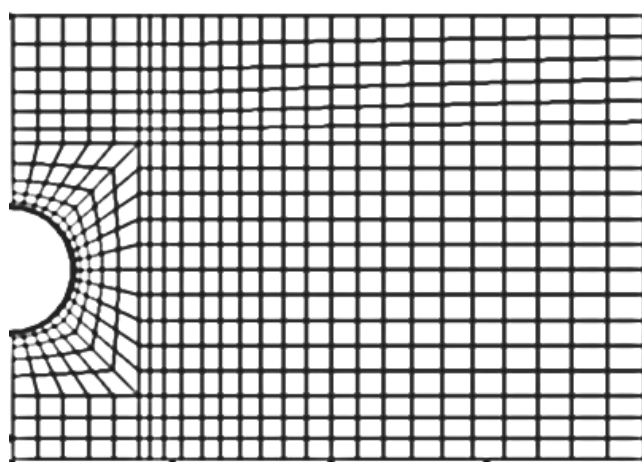


Figura 4.20. Malha de elementos finitos do duto enterrado sem ancoragem ($H^* = 1,5D$).

A simetria no problema também foi assumida na simulação numérica do duto enterrado com geogrelha. Na simulação deste modelo a geometria do duto não foi definida, assim como o modelo encontrado na literatura, apenas a ancoragem rígida é definida. Além disso, a bibliografia também recomenda que seja descontado o peso

referente a área de solo ocupada pelo duto. Assim a relação entre o fator de colapso λ , obtido e a resistência ao arrancamento do duto ancorado, P , será dada por $P = 2\lambda - \pi D^2 \cdot \gamma/4$, onde γ é o peso específico da areia. A Figura 4.22 apresenta o modelo adotado na geometria e as condições de contorno do modelo para o duto ancorado. A carga foi distribuída nos da malha de elementos finitos.

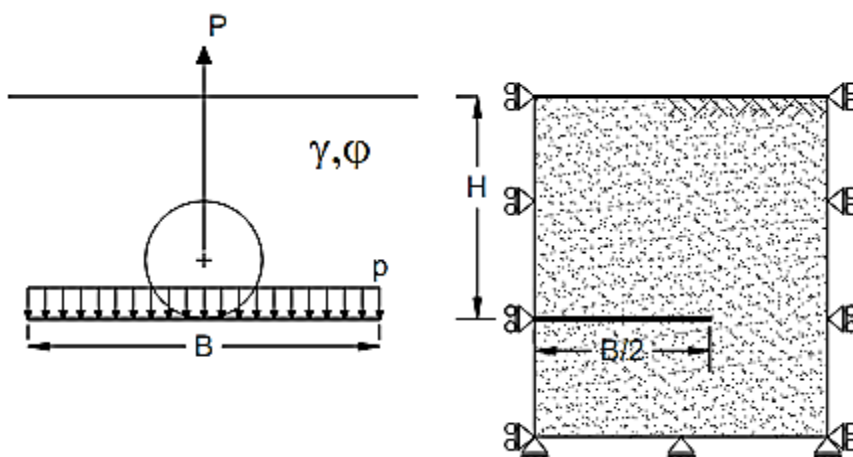


Figura 4.21. Modelo adotado e Geometria e condições de contorno simulada para o modelo do duto ancorado.

A Figura 4.22 apresenta a malha correspondendo à simulação com uma camada de aterro, H^* , de 1,5m. As demais profundidades de instalação do duto foram simuladas com malhas semelhantes, onde há um refinamento crescente, sendo mais refinada na região da ancoragem.

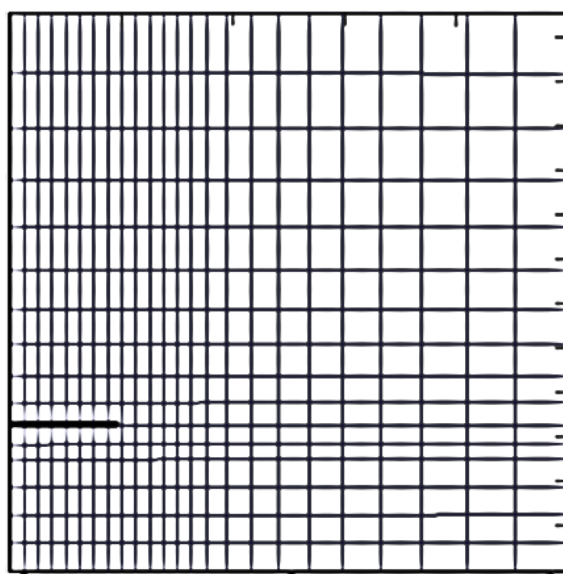


Figura 4.22. Malha de elementos finitos do duto enterrado com ancoragem ($H^* = 3D$ e $B = 2D$).

Conforme se caracteriza como o comportamento de base rígida, foi definido um modelo com a distribuição de tensões não uniforme ao longo da ancoragem (Ver Figura 2.11.b).

Na simulação foram adotadas malhas de elementos bidimensionais retangulares (bilineares) de quatro nós. O carregamento foi definido como uma carga unitária distribuída atuando na face externa superior do duto.

ii. RESISTÊNCIA AO ARRANCAMENTO

Santiago (2010) apresentou seus resultados em função da resistência de pico medida, F^* , que foi descrita como a força de levantamento descontando o peso do equipamento do içamento da estrutura e o peso do duto. De acordo com a o fator de escala de força apresentado na Tabela 4.12, quando interpretados para o protótipo real as forças obtidas no ensaio devem ser aumentadas em cem vezes em relação ao modelo experimental.

Outro fator a ser observado na leitura dos dados é a interpretação da condição bidimensional que é assumida na simulação numérica. Assim o valor estimado da resistência ao arrancamento se apresenta como um valor unitário (P - em kN/m), calculado de acordo com a seguinte equação:

$$P = \frac{F^*}{L} \quad \text{Eq. 4.2}$$

Como visto anteriormente o comprimento, L , correspondente do protótipo é de 2m. Os quadros apresentados nas Tabela 4.15 e Tabela 4.16 apresentam os resultados obtidos por Santiago (2010) já convertidos para o modelo experimental.

Tabela 4.15. Resistência ao arrancamento obtidas nos ensaios com ancoragem.

Ensaio	H (m)	P (kN/m)	N_γ
P1	2,00	55.33	5.05
P2	2,00	51.31	4.69
P5	2,00	34.76	3.46
P6	2,00	34.29	3.41
P9	1,25	19.88	3.63
P10	1,25	17.94	3.28
P13	1,25	18.37	3.66
P14	1,25	15.60	3.10
P17	0,75	13.68	7.49
P18	0,75	11.93	6.54
P21	0,75	12.01	7.17
P22	0,75	9.74	5.81

Tabela 4.16. Resistência ao arrancamento obtidas nos ensaios sem ancoragem.

Ensaio	H (m)	P (kN/m)	N_γ
P3	1,75	44.15	4.03
P4	1,75	44.60	4.07
P7	1,75	31.37	3.12
P8	1,75	27.58	2.74
P11	1,00	15.91	2.91
P12	1,00	13.93	2.54
P15	1,00	11.19	2.23
P16	1,00	9.93	1.98
P19	0,50	8.77	4.81
P20	0,50	9.70	5.31
P23	0,50	6.14	3.66
P24	0,50	5.90	3.52

iii. PROPRIEDADES DO MATERIAL

As propriedades do maciço necessárias para a simulação numérica são o peso específico do material (γ), coesão (c) e coeficiente de atrito (φ). De acordo com Tabela 4.12 estas propriedades permanecem as mesmas para o modelo e para protótipo. A Tabela 4.17 apresenta estas propriedades das areias utilizadas nos ensaios de Santiago (2010).

Tabela 4.17. Propriedades dos solos aplicados na ALN.

Propriedades	Areia fofa (Dr = 23%)	Areia densa (Dr = 70%)
Coesão	0 kPa	0 kPa
Coeficiente de atrito (pico)	36°	38°
Peso específico (γ)	13,4 kN/m ³	14,6 kN/m ³

Ao se realizar as primeiras simulações observou a necessidade de se empregar um processo de retroanálise. Esse processo se deu em cima do modelo do duto sem ancoragem devido ao bom desempenho dos resultados apresentados na seção anterior. Foram simulados os arrancamentos dos dutos variando o coeficiente de atrito das areias. Os quadros das Tabela 4.18 e Tabela 4.19 apresentam os

resultados da retroanálise, assim como o cálculo do desvio em relação a resistência ao arrancamento média dos protótipos experimentais.

Tabela 4.18. Análise comparativa da resistência ao arrancamento obtidas experimentalmente e numericamente com a variação do coeficiente de atrito para a areia fofa ($D_r = 23\%$).

Ensaio	H (m)	Resistência ao arrancamento, P (kN/m)									
		Experimental		5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
P23/P24	0,50	5.90	6.10	2.04	2.79	3.13	3.46	3.83	4.21	4.67	5.30
P15/P16	1.00	9.90	11.20	5.51	8.10	9.43	10.72	12.10	13.80	15.66	18.21
P7/P8	1,75	27.60	31.40	9.68	18.20	22.22	26.25	30.43	35.00	40.26	46.44
		d		14.73	8.48	5.59	2.92	2.00	4.69	8.48	13.16

Tabela 4.19 Análise comparativa da resistência ao arrancamento obtidas experimentalmente e numericamente com a variação do coeficiente de atrito para a areia densa ($D_r = 70\%$).

Ensaio	H (m)	Resistência ao arrancamento, P (kN/m)									
		Experimental		5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
P19/P20	0,50	8.80	9.70	2.25	3.04	3.42	3.78	4.17	4.56	5.08	5.79
P11/P12	1.00	13.90	15.90	5.99	8.80	10.25	11.73	13.24	14.87	17.10	19.45
P3/P4	1,75	44.60	44.10	11.21	19.79	24.18	28.55	33.24	38.19	43.67	50.45
		d		24.76	18.42	15.20	12.03	8.72	5.47	3.37	5.91

Com o auxílio do desvio relativo aos resultados do protótipo foram escolhidos dois desses coeficientes de atrito, adotando um limite superior e inferior para alcançar uma faixa de valores mais concisos. Assim para a areia fofa ($D_r = 23\%$) adotou-se a simulação com os coeficientes de atrito de 20° e 25°, enquanto para a areia densa ($D_r = 70\%$) foram escolhidos os coeficientes de atrito de 30° e 35°, pois foram as estimativas que apresentaram menores desvios relativos.

Foram apresentadas duas curvas para cada análise comparativa. A curva denominada como ALN:R1 corresponde a retroanálise das simulações segundo o método da análise limite com os coeficientes de atrito de 20° e 30°, para o solo fofo e denso, respectivamente. Enquanto a curva denominada ALN:R2 corresponde retroanálise das simulações segundo o método da análise limite com os coeficientes de atrito de e 25° para o solo fofo, e de 35° para o solo denso.

As propriedades do geotêxtil aplicado não foram reveladas no decorrer do trabalho de Santiago (2010). Em relação ao geotêxtil foi empregada apenas a consideração um comportamento rígido, também se considera a estrutura duto/ancoragem se movimenta monoliticamente, ou seja, perfeitamente fixos um ao outro.

4.3.2. ANÁLISE COMPARATIVA COM O MÉTODO EXPERIMENTAL

A seguir serão apresentados os resultados e discussões das simulações numéricas relativos aos modelos reduzidos de dutos enterrados simulados com gravidade aumentada por Santiago (2010).

i. DUTO SEM ANCORAGEM.

A Tabela 4.20 apresenta os resultados das simulações referentes ao duto instalado sem ancoragem. Segundo o modelo adotado nas simulações do modelo reduzido foram apresentados dois resultados para os dutos enterrados sem ancoragem.

Em experimentos temos que nos contentar muitas vezes com um número limitado, algumas vezes até restrito de medidas. Neste contexto, devemos considerar também a faixa dos valores efetivos possíveis. Ressalta-se então a importância dessa repetição de ensaios para visualizar que existe uma faixa considerável dos resultados, dentre os quais a resistência pode variar. Justamente essa faixa de variação da resistência que se buscou alcançar com as retroanálises.

Tabela 4.20. Análise comparativa da resistência ao arrancamento (P) entre os ensaios experimentais de Santiago (2010) e das simulações numéricas da ALN para os dutos instalados sem ancoragem.

	Ensaio	H*/D	Resistência ao arrancamento, P (kN/m)			
			Santiago (2010)		ALN:R1	ALN:R2
Areia fofa	P23/P24	1.00	6.14	5.90	3.47	3.82
	P15/P16	2.00	11.19	9.93	10.72	12.01
	P7/P8	3.50	31.37	27.58	26.09	21.32
Areia densa	P19/P20	1.00	8.77	9.70	4.55	5.10
	P11/P12	2.00	15.91	13.93	14.82	17.07
	P3/P4	3.50	44.15	44.60	38.14	43.61

A Figura 4.23 apresenta uma comparação gráfica dos resultados obtidos experimentalmente com os obtidos com a análise limite para a areia fofa. Esta areia foi simulada com a densidade relativa de 23% e coeficiente de atrito de 20° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 25° (Retroanálise 1 – ALN:R2) que correspondem às simulações P7/P15/P23 e P8/P16/P24.

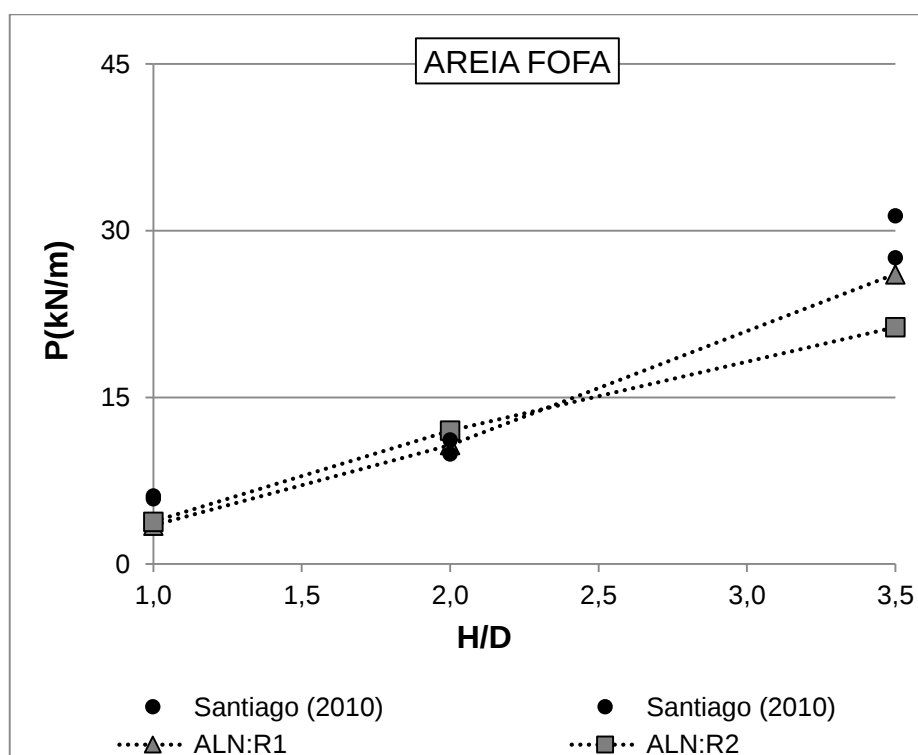


Figura 4.23. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados em areia fofa obtidas com a ALN e experimentalmente por Santiago (2010).

A análise comparativa entre os resultados experimentais e os da ALN para os dutos sem ancoragem em areia densa estão apresentados na Figura 4.24, estes

foram simulados com os parâmetros de densidade relativa de 70% e coeficiente de atrito de 30° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 35° (Retroanálise 1 – ALN:R2), correspondendo as curvas das simulações P3/P11/P19 e P4/P12/P20.

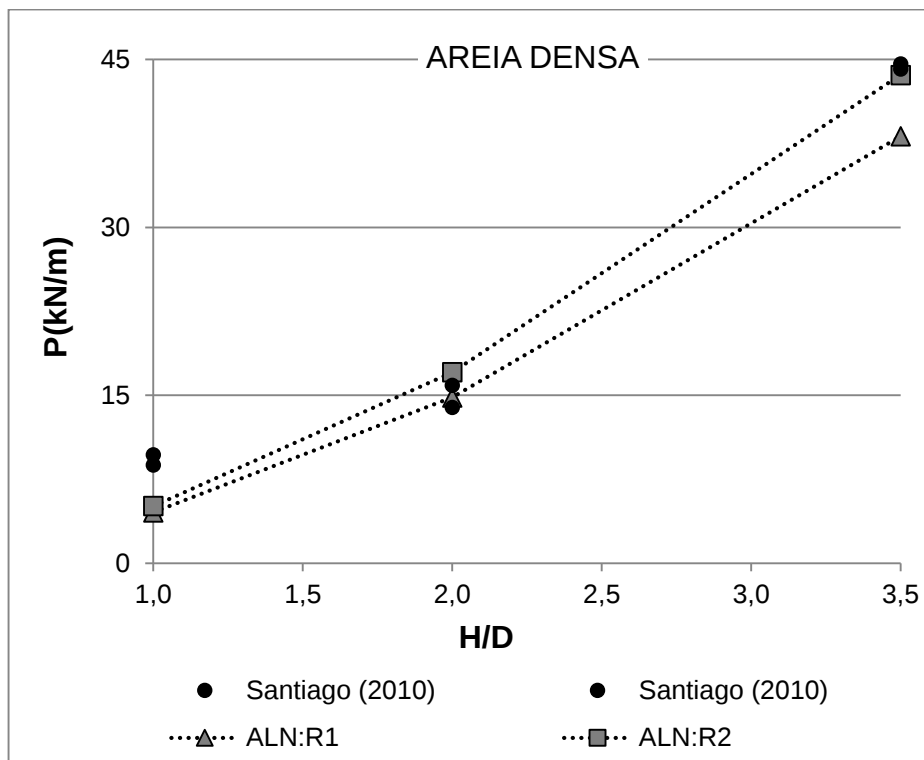


Figura 4.24. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados em areia fofa entre os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e com a ALN,

Os gráficos apresentados nas Figura 4.23 e na Figura 4.24 mostraram que ambas as retroanálises apresentaram resultados muito semelhantes aos obtidos experimentalmente para as areias fofa e densa.

A análise do campo de velocidades e da deformada são realizadas de forma qualitativa, na Figura 4.25 é possível ver o resultado obtido para o duto enterrado na profundidade de 1,5m em areia densa. Sendo interpretada como o mecanismo de colapso da estrutura relacionada ao fator de colapso obtido (resultado dual) é possível ver que a superfície de ruptura indica que ocorreu uma ruptura inclinada.

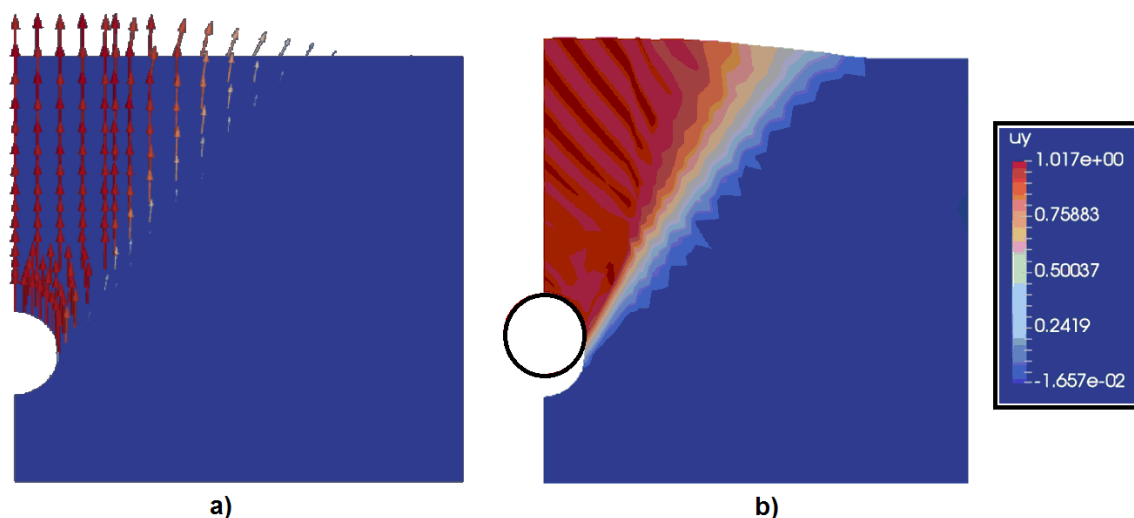


Figura 4.25. Mecanismo de colapso da simulação do duto enterrado sem ancoragem na profundidade de 1,5m em areia densa. a) Campo de velocidades e b) Deformada.

Essas análises corroboram com a prerrogativa, utilizada por diversos autores, de que a superfície de ruptura se aproxima a forma de um trapézio invertido. Este formato da superfície de ruptura tem sido a mais empregada a desde o trabalho de Murray e Geddes em 1987. Santiago (2010) também observou esta superfície, conforme mostra a Figura 4.26.

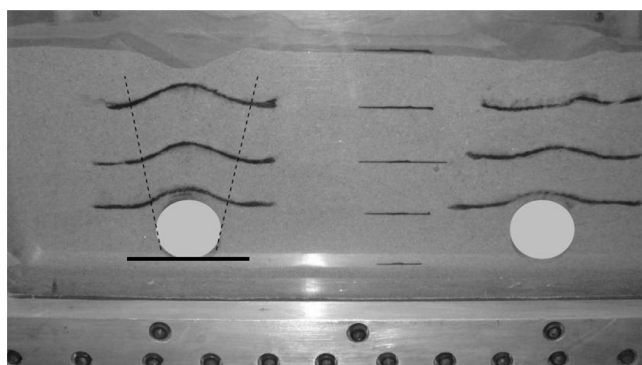


Figura 4.26. Deslocamento de dutos em areia fofa (SANTIAGO, 2010).

ii. DUTO COM ANCORAGEM

Conforme foi dito na seção anterior foram realizadas duas retroanálises. Essas retroanálises foram balizadas de acordo com as simulações dos dutos sem ancoragem. Foram empregadas as mesmas propriedades nas simulações dos dutos com ancoragem, tendo em vista que nos protótipos experimentais foram realizadas apresentando mesmas condições para ambas as simulações (com e sem ancoragem).

Foram testadas duas larguras, B , para os ensaios com ancoragem conforme os modelos adotados por Santiago (2010). Inicialmente são apresentados os resultados para o duto ancorado com a largura de duas vezes o diâmetro da instalação ($B = 1\text{m}$) e em seguida para o duto enterrado com uma ancoragem de três vezes o diâmetro do duto ($B = 1,5\text{m}$). A Tabela 4.21 apresenta estes resultados referente aos dutos instalados com ancoragem com a largura de 1m .

Tabela 4.21. Análise comparativa da resistência ao arrancamento (P) entre os ensaios experimentais de Santiago (2010) e das simulações numéricas da ALN para os dutos instalados com ancoragem de 1m .

	Ensaio	H^*/D	Resistência ao arrancamento, P (kN/m)		
			Santiago (2010)	ALN:R1	ALN:R2
Areia fofa $B = 1,0\text{m}$	P22	0.8	9.74	10.76	11.55
	P14	1.3	15.60	22.82	24.78
	P6	2.0	34.29	45.41	50.31
Areia densa $B = 1,0\text{m}$	P18	0.8	11.93	13.49	14.51
	P10	1.3	17.94	29.93	32.81
	P2	2.0	51.31	61.21	68.69

A Figura 4.27 apresenta a comparação gráfica entre os resultados experimentais e os da ALN para os dutos com ancoragem de 1m de largura em areia fofa. Correspondendo às simulações P6/P14/P22, esta areia foi simulada com a densidade relativa de 23% e coeficiente de atrito de 20° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 25° (Retroanálise 1 – ALN:R2).

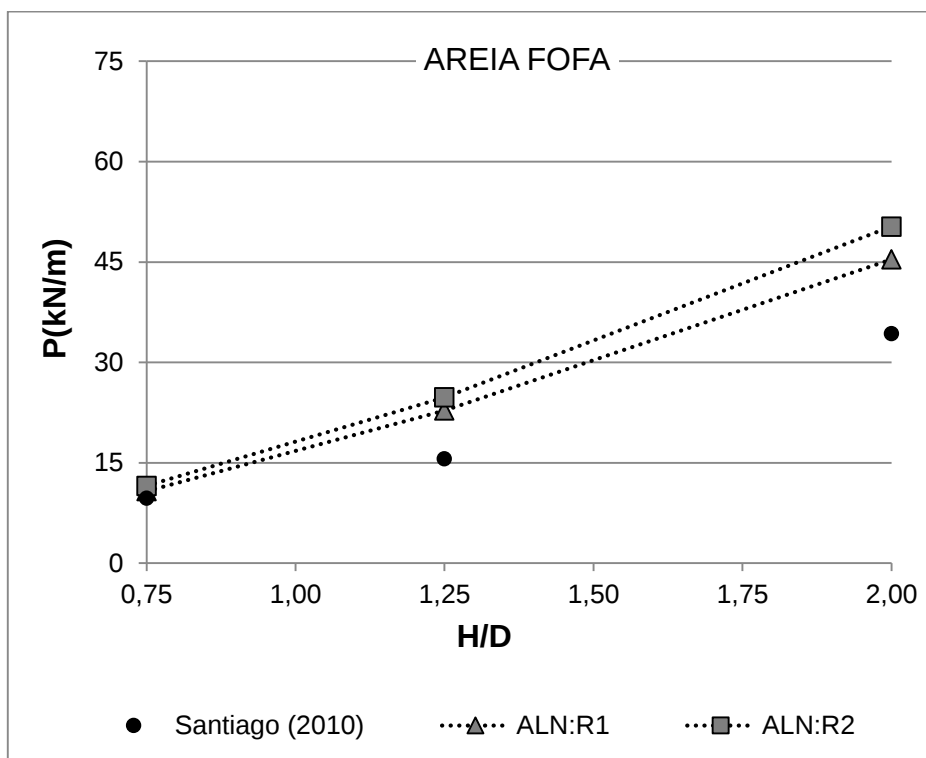


Figura 4.27. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados com ancoragem de 1m de largura em areia fofa entre os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e com a ALN,

A análise comparativa entre os resultados experimentais e os da ALN para os dutos com ancoragem de 1m de largura em areia densa estão apresentados na Figura 4.28, estes foram simulados com os parâmetros de densidade relativa de 70% e coeficiente de atrito de 30° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 35° (Retroanálise 1 – ALN:R2), correspondendo as curvas das simulações P2/P10/P18.

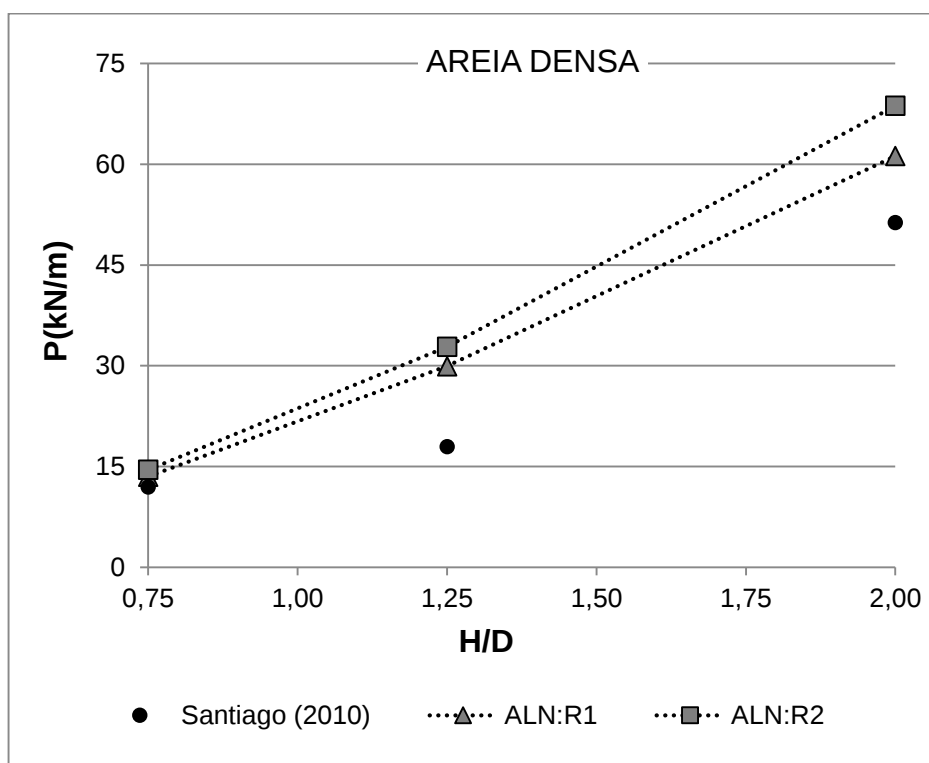


Figura 4.28. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados com ancoragem de 1m de largura em areia densa entre os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e com a ALN,

Nos gráficos apresentados na Figura 4.27 e Figura 4.28 é possível observar que a resistência ao arrancamento obtidas através da análise limite obtiveram resultados maiores que as obtidas experimentalmente para todas as análises, apresentando um desvio relativo maior que a simulação dos dutos sem ancoragem. Tanto para a areia densa quanto para a areia fofa apenas para o fator de profundidade de 0,5 que as curvas apresentaram resultados próximos, apenas entre 11 e 20% maiores que os obtidos experimentalmente.

A Tabela 4.22 apresenta estes resultados obtidos por Santiago (2010) e pelo método da análise limite referente aos dutos instalados com ancoragem com a largura de 1,5m nas areias fofa e densa.

Tabela 4.22. Análise comparativa da resistência ao arrancamento (P) entre os ensaios experimentais de Santiago (2010) e das simulações numéricas da ALN para os dutos instalados com ancoragem de 1,5m

	Ensaio	H/B	Resistência ao arrancamento, P (kN/m)		
			Santiago (2010)	ALN:R1	ALN:R2
Areia fofa B = 1,5m	P21	0.5	12.01	15.71	15.76
	P13	0.8	18.37	31.03	32.20
	P5	1.3	34.76	58.88	61.32
Areia densa B = 1,5m	P17	0.5	13.68	18.83	19.78
	P9	0.8	19.88	38.59	41.76
	P1	1.3	55.33	76.71	84.00

A Figura 4.29 apresenta a comparação gráfica entre os resultados experimentais e os da ALN para os dutos com ancoragem de 1,5m de largura em areia fofa. Correspondendo às simulações P5/P13/P21, esta areia foi simulada com a densidade relativa de 23% e coeficiente de atrito de 20° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 25° (Retroanálise 1 – ALN:R2).

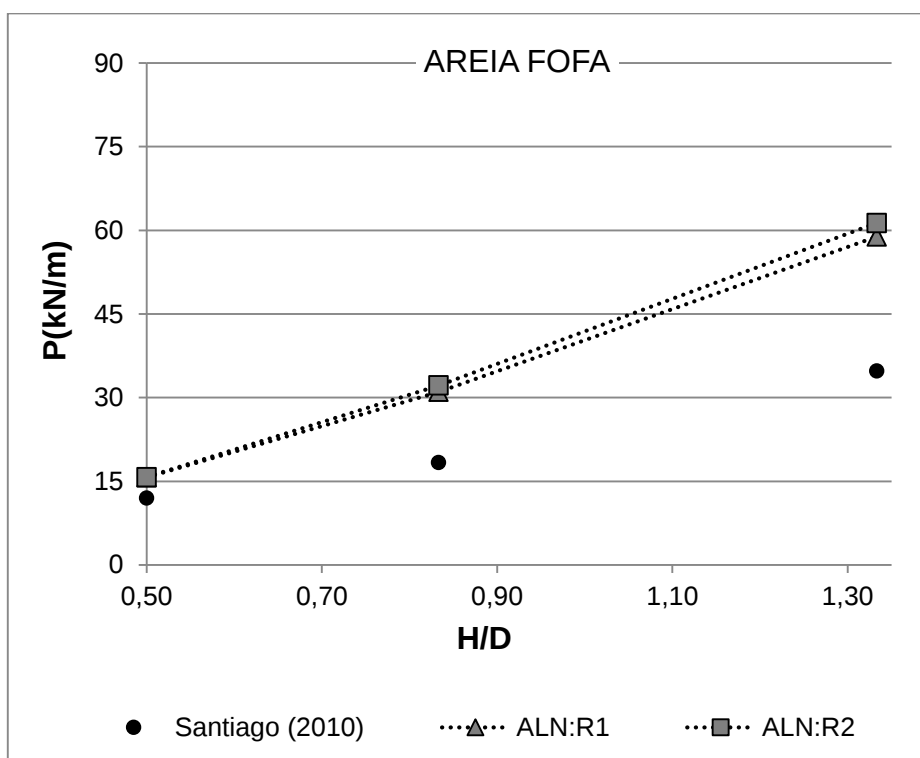


Figura 4.29. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados com ancoragem de 1,5m de largura em areia fofa entre os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e com a ALN,

A Figura 4.30 apresenta o resultado gráfico dos ensaios P1/P9/P17 que correspondem a análise comparativa entre os resultados experimentais e os da ALN para os dutos com ancoragem de 1,5m de largura em areia densa. Estas simulações numéricas foram realizadas com os parâmetros de densidade relativa de 70% e coeficiente de atrito de 30° (Retroanálise 1 – ALN:R1) e 35° (Retroanálise 1 – ALN:R2).

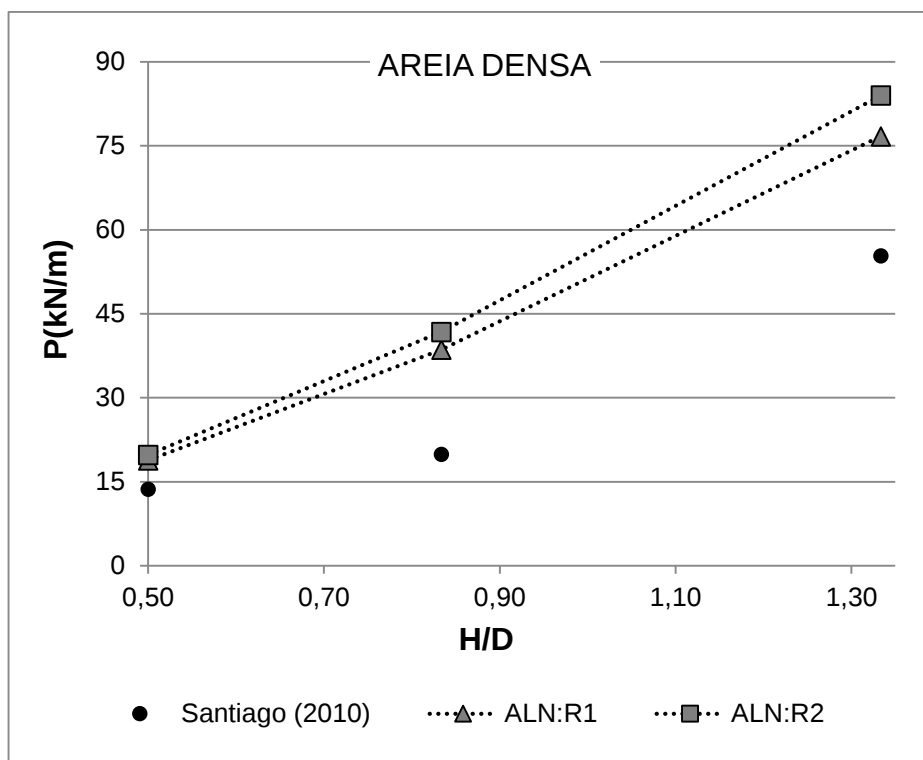


Figura 4.30. Comparação da resistência ao arrancamento para dutos enterrados com ancoragem de 1,5m de largura em areia densa entre os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e com a ALN,

Para o modelo representando o duto enterrado com a ancoragem de largura de 1,5m a dispersão em relação aos resultados experimentais foi ainda maior, ainda sendo o ponto mais próximo aqueles onde o fator de profundidade foi de 0,5, obtendo valores de resistência ao arrancamento entre 30 a 40% maiores que os obtidos experimentalmente. Em alguns pontos chegando aos valores 100% maiores, ou seja com o dobro do valor experimental, como é o caso do ensaio P9 (Ver Tabela 4.22)

Acredita-se que esta discrepância maior entre os resultados para o duto ancorado ocorre devido ao modelo adotado nas simulações. Neste modelo a ancoragem é definida como um comportamento rígido e ainda assume-se que a ligação entre duto e geogrelha é perfeita, ou seja, se pressupõe que o conjunto duto/ancoragem se movimenta em conjunto sem um deslocamento relativo ou deformação da estrutura.

Na prática nota-se que antes do colapso pode ocorrer a deformação da ancoragem ou ainda a ruptura da ligação duto/ancoragem. Um exemplo dessa situação foi descrita num relatório interno de ALLESSI *et al* (2013). Neste trabalho foram realizados com o objetivo de avaliar o uso de geossintéticos para combater os efeitos de subpressão em dutos enterrados. Foram realizados em escala real do arrancamento de dutos ancorados por um geocomposto. A Figura 4.31 apresenta o modelo utilizado em um desses ensaios, onde podem ser observados os procedimentos de ancoragem do duto com o geocomposto.

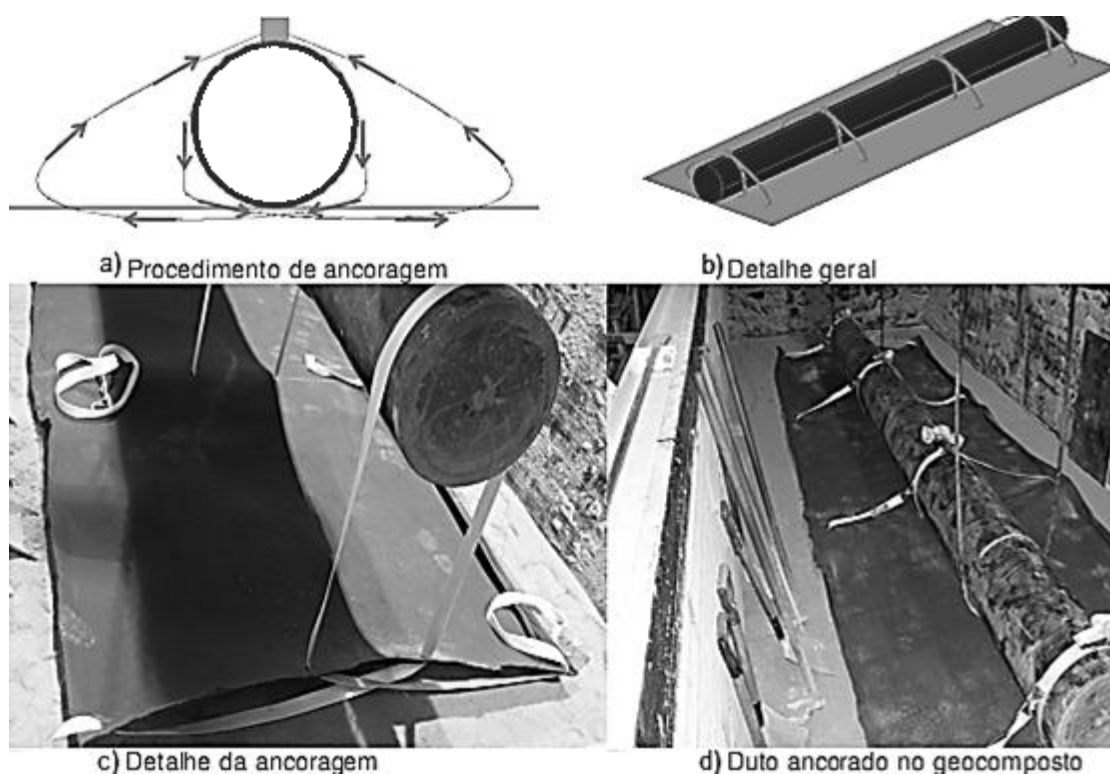


Figura 4.31. Esquema de montagem da simulação em escala real do arrancamento de um duto enterrado com uma ancoragem por m de geocomposto: a) Corte do modelo; b) Modelo simulado; c) Detalhe da instalação; d) Foto do duto antes da camada de aterro (ALLESSI, ARARUNA e ANDRADE, 2013).

Foi relatado que ao desmontar o segundo ensaio pode-se observar que o geocomposto rasgou nos pontos de ancoragem. Na Figura 4.32 esses rasgos são apresentados.

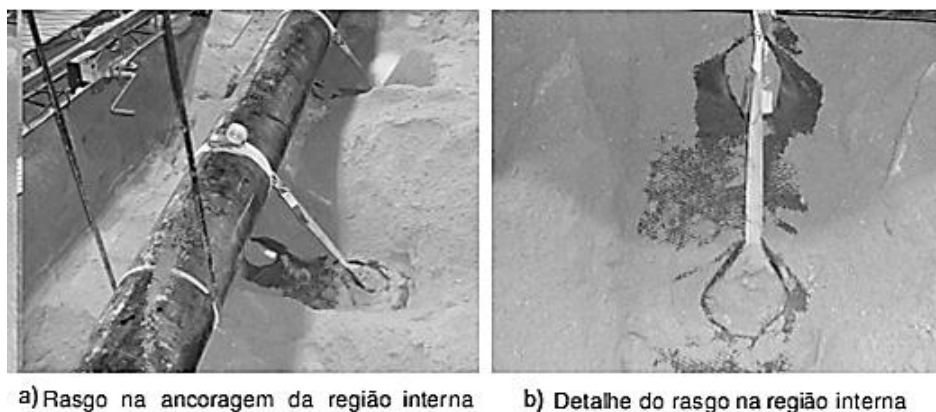


Figura 4.32. Fotos pós ensaio de arrancamento; a) Rasgo no geocomposto; b) detalhe do rasgo (ALLESSI, ARARUNA e ANDRADE, 2013) .

Este fator deve ser levado em consideração, pois, essas deformações vêm acompanhadas de uma dissipação de energia, obtendo assim uma menor resistência à movimentação na estrutura. Como essa deformação não foi prevista no modelo numérico é esperado que se obtenham valores mais elevados de resistência ao arrancamento.

iii. OUTRAS ANÁLISES

No trabalho de Santiago (2010) foi realizada uma análise comparativa entre os valores obtidos para Q^* , definida no trabalho como resistência normalizada. Os resultados obtidos experimentalmente nos ensaios de Santiago (2010) foram comparados aos obtidos com a formulação de White *et al.* (2008) e ainda aos obtidos experimentalmente pelos mesmos autores nos ensaios em uma areia fofa com $\varphi_{pico} = 36^\circ$ em areia densa com $\varphi_{pico} = 52^\circ$. Também foram plotados os resultados de uma modelagem numérica descrita por Borges (2009) em uma areia fofa saturada e numa areia fofa seca com $\varphi_{residual} = 31,97^\circ$, e ainda numa areia densa seca com $\varphi_{crit} = 36^\circ$. A Figura 4.33 estão apresentadas estas curvas para a análise comparativa com os resultados da areia fofa ($Dr = 23\%$) e densa ($Dr = 70\%$) do modelo experimental. Um valor mais elevado do fator de resistência em areias saturadas é esperado e explicado pelo aumento da densidade do material granular (Figura 4.33.a).

Nestes gráficos é possível observar que para ambas as areias nas maiores profundidades (fatores de profundidades 1,5 e 3,0), os valores de Q^* obtidos experimentalmente se aproximaram aos obtidos pelos outros autores, enquanto que

para a profundidade mais rasa o fator de resistência ao arrancamento obtido experimentalmente estes valores crescem.

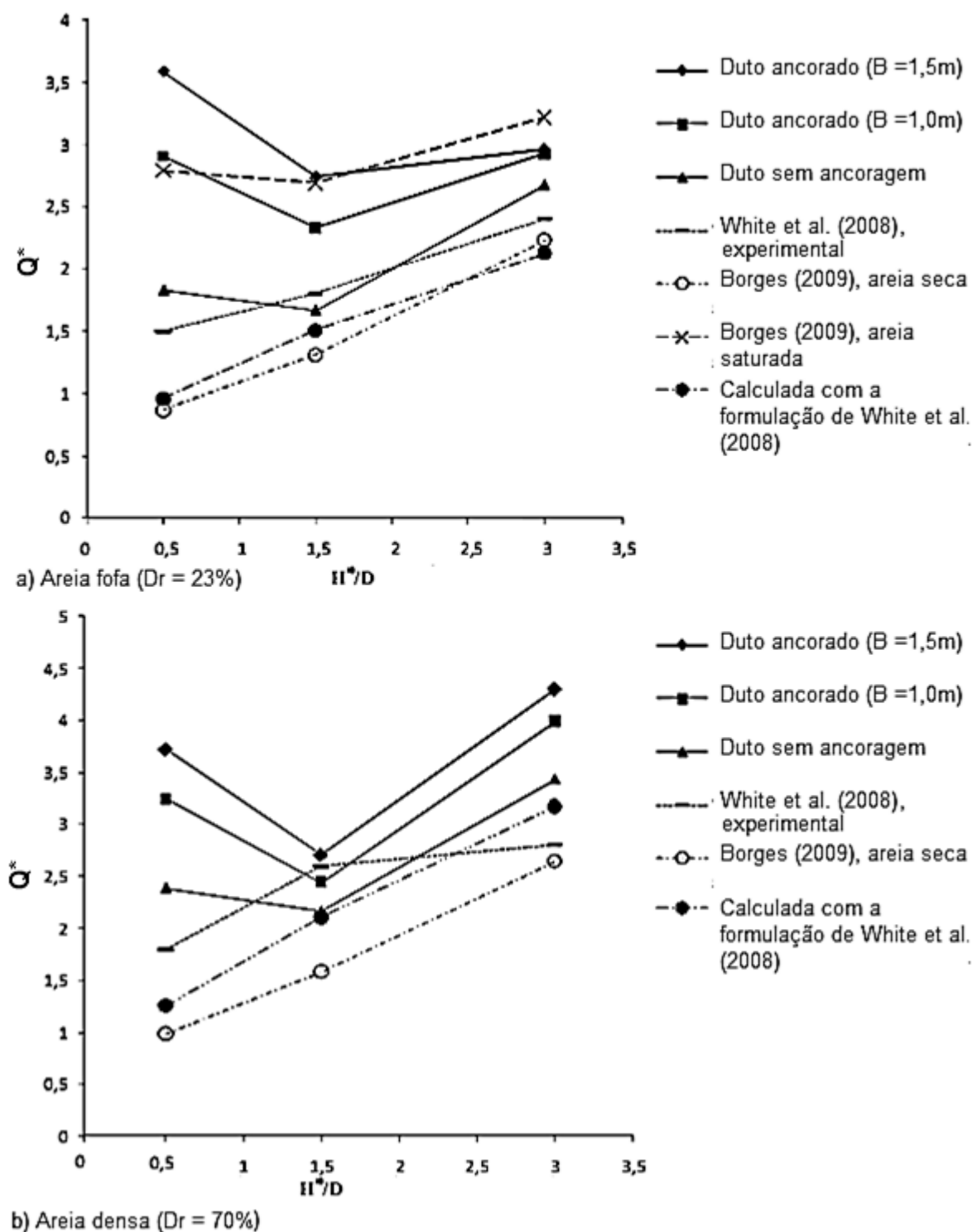


Figura 4.33. Comparação dos resultados de resistência medidos, calculados, de um ensaio descrito em White et al. (2008) e uma modelagem numérica descrita em Borges (2009) em (a) areia fofa e (b) densa dos valores (SANTIAGO, 2010).

Os resultados apresentados por Santiago (2010) mostraram o ganho significativo na eficiência do uso da geogrelha ancorada a dutos enterrados, principalmente em situações de solo fofo para baixas profundidades de instalação dos dutos. Foi também constatado pelo autor que os valores obtidos nos ensaios a 10g ficaram bem próximos dos valores encontrados na literatura e dos valores calculados em soluções de limite de equilíbrio, o que sugere uma coerência na análise dos resultados.

Esse mesmo tipo de análise também foi realizado comparando os resultados obtidos experimentalmente por Santiago (2010) e numericamente na presente pesquisa. Cabe destacar que nestes gráficos o eixo vertical o a resistência ao arrancamento normalizada (N_y), que também é apresentada como fator de resistência ao arrancamento, enquanto o eixo horizontal aparece com um fator de enterramento do duto (H^*/D), para que se possa avaliar a eficiência do emprego da ancoragem.

No gráfico da Figura 4.34 estão plotados os resultados referentes aos dutos instalados em areia fofo tanto com ancoragem quanto sem ancoragem.

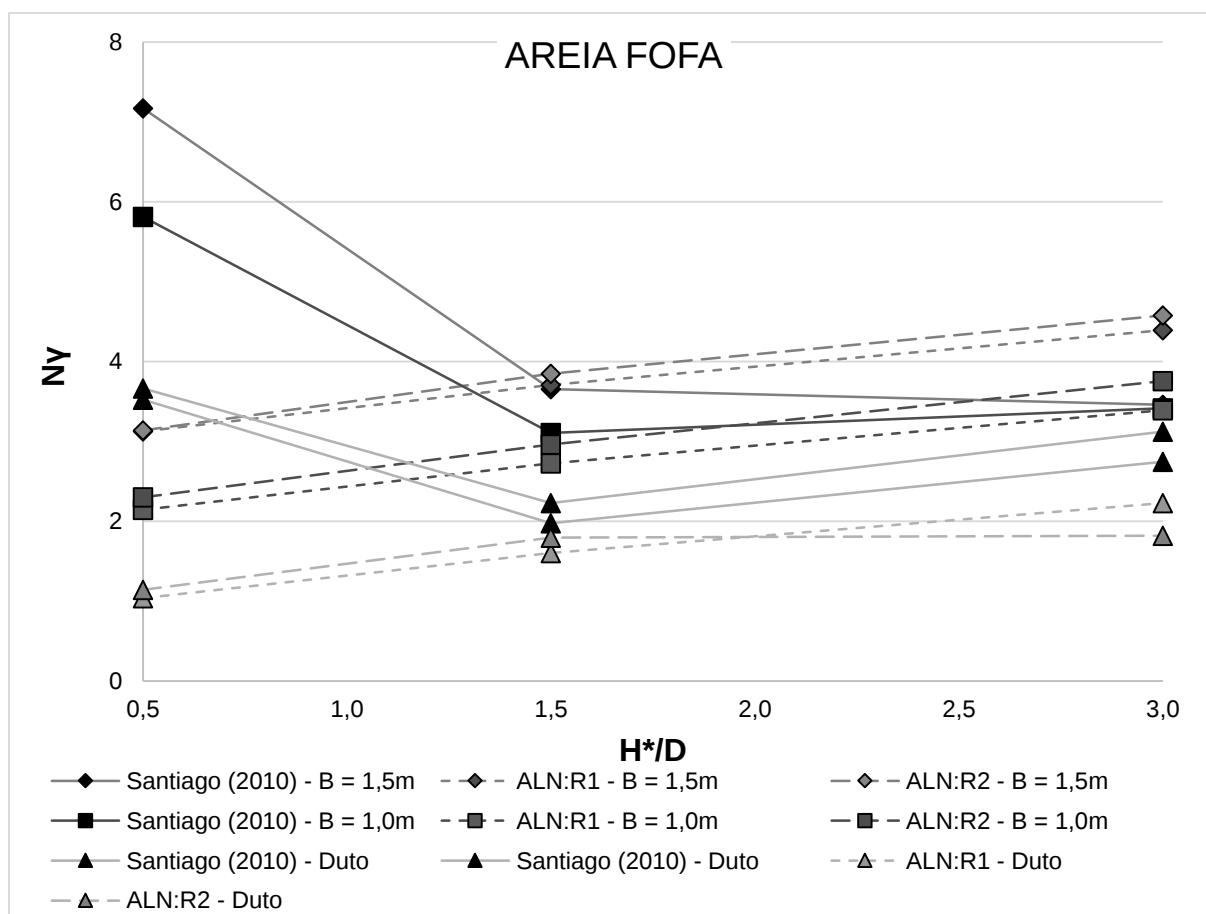


Figura 4.34. Comparação dos resultados obtidos para a areia fofo para os fatores de resistência medidos experimentalmente por Santiago (2010) e numericamente com a Análise Limite.

A Figura 4.35 apresenta graficamente a mesma análise comparativa, no entanto correspondente a areia densa.

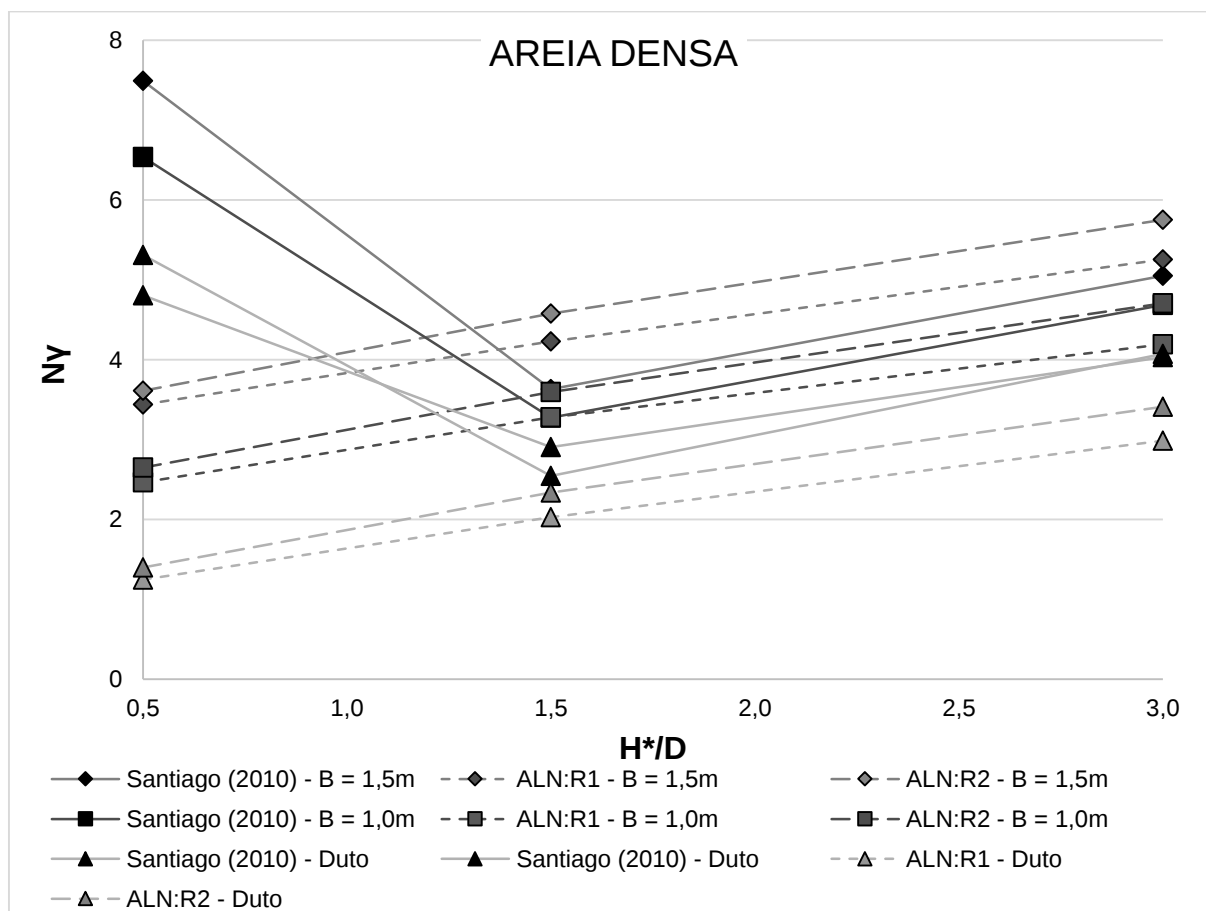


Figura 4.35. Comparação dos resultados obtidos para a areia densa para os fatores de resistência medidos experimentalmente por Santiago (2010) e numericamente com a Análise Limite.

Analisando as Figura 4.34 e Figura 4.35 nota-se que os resultados obtidos pelo método da análise limite também apresentaram um crescimento nos fatores de resistência entre os modelos sem ancoragem e com ancoragem, ressaltando a eficiência do método para essa predição.

Além disso para as maiores profundidades os fatores de resistência obtidos com a ALN foram muito próximos aos obtidos experimentalmente, enquanto que para a profundidade mais rasa estas curvas se dispersam, apresentando estimativas mais baixas que as experimentais. Destaca-se ainda que apesar das curvas da estimativa numérica não terem sido coerentes com os resultados experimentais para todos os fatores de profundidade, este resultado também foi observado por Santiago (2010), conforme foi constatado na Figura 4.33.

CAPÍTULO 5. CONSIDERAÇÕES FINAS

A resistência à elevação dos dutos enterrados, em virtude da sua importância, tem sido estudada largamente por muitos pesquisadores. Contudo, a maioria dos mecanismos propostos para combater os efeitos de elevação é baseada principalmente em três formas: no aproveitamento da sobrecarga de solo (aumentando a profundidade de instalação da estrutura); ou ainda melhorando a sua resistência (compactação, aumento da densidade); com uso de materiais com maiores densidades, como o aterro de cascalho ou mesmo enrocamento com bermas. Outro mecanismos que vem ganhando mais espaço é o uso de ancoragem na estrutura.

O foco da presente pesquisa foi avaliar principalmente os dois primeiros mecanismos citados, a profundidade de instalação e o aumento da densidade do solo e também do último mecanismos citado, o uso de ancoragem em dutos enterrados. Tendo como objetivo geral a avaliação da eficácia da aplicação Análise Limite Numérica (ANL) com uma abordagem mista na predição da resistência ao arrancamento de dutos rígidos enterrados em areias e ainda avaliar a superfície de ruptura para este fenômeno. Para tal foi verificada a consistência dessa metodologia realizando diversas análises comparativas com as referências bibliográficas dos métodos de Matyas e Davis (1983), Murray e Geddes (1989), White, Cheuk e Bolton (2008), Ng e Springman (1994) e Merifield e Sloan (2006).

Nesta fase foram analisadas inicialmente a coerência entre os resultados obtidos numericamente com o que se era esperado e constatou-se que as predições numérica apresentaram resultados muito concisos. Foram simulados 25 configurações que foram as combinações de areias com cinco densidades relativas distintas e ainda cinco fatores de profundidade. Notou-se um aumento da resistência ao arrancamento com o aumento do confinamento, tanto alterando a profundidade de instalação quanto com a alteração das propriedades das areias (aumento da densidade relativa). A profundidade de enterramento da estrutura é, segundo o referencial teórico, um dos fatores mais relevante na estabilidade de dutos e ancoras. O aumento do fator de profundidade se mostrou ainda mais efetivo para o aumento da resistência ao arrancamento de dutos enterrados nas areias mais densas, conforme era esperado, pois nestes casos a compacidade do solo é maior. Além disso, os mecanismos de colapso observados numericamente estão próximos a um trapézio invertido como mostra a literatura.

A análise comparativa com os métodos encontrados nas referências bibliográficas também apresentaram resultados significativos. O método do equilíbrio limite de Matyas e Davis (1983) é um dos mais simples e apresentou resultados mais conservadores que os da ALN, o que foi atribuído ao fato da consideração do empuxo passivo além das incertezas maiores em relação ao mecanismo na época em que este foi proposto. Quando comparadas ao método do equilíbrio limite apresentado por Murray e Geddes (1989) os resultados da ALN apresentaram o comportamento inverso, exibindo previsões inferiores no método do equilíbrio limite em relação aos obtidos pela abordagem mista da ALN (desvio relativo variando entre 1,1 e 2,0). Esta situação corrobora com o que foi previsto por White, Cheuk e Bolton (2008) – Ver Figura 2.9 – que também apresentou uma abordagem considerando o método do equilíbrio limite, cujos resultados da aplicação de sua formulação também foram inferiores aos obtidos com a ALN, com desvio relativo variando entre 1,3 e 1,7. Já o modelo adotado por Ng e Springman (1994) apresentou resultados muito semelhantes aos resultados obtidos com os da ALN, onde o desvio relativo não passou de 0,2. Essa proximidade deste resultados foi atribuída ao fato dos autores terem baseado sua formulação em ensaios controlados com as condições de normalidade, que é uma das pressuposições da análise limite. A análise comparativa com os resultados de Merifield e Sloan (2006) também demonstrou resultados muito compatíveis, onde o desvio relativo entre as curvas apresentaram valores menores que 0,6 – estes autores também utilizaram a análise limite em suas previsões, porém com a formulação forte.

A verificação da eficiência do uso de ancoragem para o aumento da resistência ao arrancamento em dutos enterrados foi realizada com base nos resultados experimentais obtidos no trabalho de Santiago (2010). Este autor realizou ensaios com a gravidade aumentada em modelos reduzido numa centrífuga geotécnica. As dezoito configurações testadas com dutos sem e com ancoragem para três fatores de profundidade foram simuladas numericamente com a análise limite na presente pesquisa.

Nesta segunda fase foi realizada uma retroanálise com base nos resultados obtidos experimentalmente para os dutos sem ancoragem para a busca de parâmetros. Assim as propriedades estimadas nessa retroanálise foram aplicadas aos modelos do duto sem ancoragem e ainda nas configurações com a consideração de ancoragem de comportamento rígido instalada junto ao duto. Conforme relatado experimentalmente as previsões indicaram para o aumento da resistência crescente

entre o duto instalado sem ancoragem e os modelos com ancoragem de 1,0m e 1,5m de largura.

Ainda assim é evidente que ocorreram diferenças significativas principalmente entre os resultados numéricos simulando a ancoragem atrelada ao duto. As cargas de colapso determinadas numericamente se mostram superiores às experimentais principalmente para maiores fatores de profundidade, isto para dutos ancorados. Isto pode ser explicado devido à consideração, na modelagem numérica, de comportamento completamente rígido da ancoragem e movimentação relativa nula entre a estrutura e ancoragem, que é distinto ao comportamento real observado com a aplicação de geogrelhas.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para este trabalho os resultados apresentados foram satisfatórios. O foco da pesquisa foi avaliar interação solo/duto e ainda a instalação de ancoragem para predição da resistência destes para evitar o desastre devido ao arrancamento do duto. Ressalta-se que não foi parte desta pesquisa estudar os materiais empregados no duto ou na geogrelhas e suas propriedades mecânicas, assim mais estudos são necessários para que se possa descrever melhor o comportamento e interação destes. Apresentamos aqui alguns itens devem complementar o estudo e ficam como sugestões para futuras pesquisas:

- Realizar novos ensaios para estudar a influência de modelos mais clássicos de instalação da ancoragem e ainda a influência se seus parâmetros no comportamento (rígido/flexível).
- Realizar novos ensaios para estudar a resistência à elevação de dutos flexíveis.
- Realizar novos ensaios para estudar a resistência à elevação em dutos enterrados em areias saturadas ou ainda em solos coesivos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKINMUSURU, J. O. Horizontally loaded vertical plate anchors in sand. **Journal of Geotechnical Engineering Division**, v. 104, n. 2, p. 283-286, 1978.

ALLESSI, C.; ARARUNA, ; ANDRADE, S. **Uso de Geossintéticos para Combater os Efeitos de Subpressão em Dutos Enterrados**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, p. 94. 2013.

ARAI, K.; JINKI, R. A Lower-Bound Approach to Active Passive Earth Pressure Problems. **Soils and Foundations**, v. 30, n. 4, p. 25-41, 1990.

ARAI, K.; NAKAGAWA, M. A New Limit Equilibrium Analysis of Slope Stability Based on Lower-Bound Theorem. **Soils and Foundations**, v. 28, n. 1, p. 1-15, 1988.

ARAÚJO, L. G. **Estudo Numérico de Problemas de Estabilidade em Materiais Geotécnicos Através da Análise Limite**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ, Brasil. 1997.

ARAÚJO, L. G. et al. **Numerical Limit Analysis of Rock Mechanics Problems**. Numerical Models in Geomechanics. [S.l.], p. 747-751. 1987.

ARAÚJO, L. G. et al. **Estudo Numérico de Problemas de Estabilidade em Meios Fraturados**. 21º Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. CILAMCE 2000. Rio de Janeiro, Brasil, p. 1-15. 2000.

ARISTORENAS, G.; GÓMEZ, J. Subgrade Modulus – Revisited. **STRUCTURE magazine**, 2014. Disponível em: <<http://www.structuremag.org/?p=7840>>. Acesso em: 27 nov. 2016.

ASAOKA, A.; KODAKA, T.; POKHAREL, G. Stability Analysis of Reinforced Soil Structures Using Rigid Plastic Finite Element Method. **Soils and Foundations**, v. 34, n. 1, p. 107-118, 1994.

BAREFOOT, A. J. **Modelling the uplift resistance of buried pipes in a drum centrifuge**. MPhil thesis, Cambridge University Engineering Department. [S.l.]. 1998.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Saddle River, EUA: Ed. Prentice Hall, 1996.

BAUMGARD, A. J. **Monotonic and cyclic soil responses to upheaval buckling in offshore buried pipelines**. Ph.D. Thesis, The University of Cambridge. [S.I.]. 2000.

BERNAL, D. F. A. **Estudo em Modelos do Comportamento de Dutos Enterrados Ancorados por Geossintéticos**. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. [S.I.], p. 105. 2014.

BOLTON, M. D. The strength and Dilatancy of sands. **Geotechnique**, v. 36, n. 1, p. 65-78, 1986.

BONJEAN, D.; ERBRICH, C.; ZHANG, J. **Pipeline Flotation in Liquefiable Soil**. Offshore Technology Conference. Texas, U.S.A, p. 10. 2008.

BOTTERO, A. et al. Finite Element Method and Limit Analysis Theory for Soil Mechanic Problems. **Computer Meth. in Applied Mech. and Engng**, v. 22, p. 131-149, 1978.

BOTTERO, A. et al. Finite element method and Limit analysis theory for soil Mechanics probems. **COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING**, Grenoble, France, v. 22, p. 131-149, 1980.

BRANSBY, M. F. et al. **Numerical and centrifuge modeling of the upheaval resistance of buried pipes**. Proc. of OMAE pipeline symposium. [S.I.]: [s.n.]. 2002.

BUENO, B.; COSTA, Y. **Dutos enterrados, aspectos geotécnicos**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.

CAMARGO, J. T. **Análise limite tridimensional como um problema de otimização cônica quadrática: aplicação em estabilidade de taludes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil., p. 110. 2015.

CASCIARO, R.; CASCINI, L. A Mixed Formulation and Mixed Finite Elements for Limit Analysis. **Int. J. num. Meth. Engng**, v. 18, p. 211-243, 1982.

CHAKRABARTY, J. **Theory of plasticity**. 3^o Ed. ed. Oxford, UK: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006.

CHEN, W. F. **Limit Analysis and Soil Plasticity**. Elsevier Science Publishers. Amsterdam, the Netherlands, p. 638. 1975. (ISBN 0-444-41249-2. BV).

CHEN, W. F.; LIU, X. L. Limit analysis in soil mechanics. **Elsevier Science Publishers**, v. 52, p. 477, 1990. ISSN ISBN 0-444-43042-3.

CHEUK, C. Y.; WHITE, D. J.; BOLTON, M. D. Uplift Mechanisms of Pipes Buried in Sand. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 134, n. 2, ASCE, 2008.

CHONG, T. **Application of lower bound limit analysis with second-order cone programming for plane strain and axisymmetric geomechanics problems**. Thesis (Doctor of philosophy) - Department of civil and environmental engineering. National University of Singapore. [S.I.], p. 162. 2014.

CHRISTIANSEN, E. Computation of Limit Loads. **Int. J. num. Meth. Engng**, v. 17, p. 1547-1570, 1981.

COSTA, Y. D.. **Modelagem física de condutos enterrados sujeitos a perda de apoio ou elevação localizada**. Tese (Doutorado em Geotecnia) - Universidade de São Paulo. São Carlos - SP, Brasil, p. 345. 2005.

CRISTO, H. P. **Programação em Linguagem FORTRAN: Guia básico de programação em linguagem Fortran 77 e 90**. Belo Horizonte, p. 44. 2003.

CRUZ, L. F. C. **Determinação do Fator de Segurança em Estabilidade Taludes utilizando Análise Limite e Programação Cônica de Segunda Ordem**. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, p. 182. 2013.

DAS, B.; SEELEY, G. Load displacement relationship for vertical anchor plates. **Journal of Geotechnical Engineering Division**, v. 101, n. 7, p. 711-715, 1975.

DAVIS, R. O.; SELVADURAI, A. P. S. **Elasticity and Geomechanics**. Cambridge: Cambridge University Press [S.I.], 1996.

DICKIN, E. A. Uplift behaviour of horizontal anchor plates in sand. **J. Geotech. Engng ASCE**, v. 114, n. 11, p. 1300-1317, 1988.

DICKIN, E. A. Uplift resistance of buried pipelines in sand. **Soils Found**, v. 34, n. 2, p. 41-48, 1994.

DRUCKER, D. C. Limit analysis of two and three dimensional soil mechanics problems. **Journal of the Mechatricsa nd Physics of Solids**, London, v. 1, p. 217-226, 1953.

DRUCKER, D. C.; GRENBORG, H. J.; PRAGER, W. Extended Limit Design Theorems for Continuous Media. Quarterly Applied Mathematic. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 9, p. 381-389, 1952.

DRUCKER, D. C.; PRAGER, W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 10, n. 2, p. 157-165, 1952.

DURAND, A. F.; VARGAS JR, E. A.; VAZ, L. E. Applications of numerical limit analysis (NLA) to stability problems of rock and soil masses. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, n. 43, p. 408–425, 2006.

FARFÁN, A. D. **Aplicações da análise limite a problemas geotécnicos modelados como meios de contínuos convencionais e meios de Cosserat**. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil, PUC/RJ. Rio de Janeiro, Brasil. 2000.

FARIA, P. O. **Análise Limite de Problemas Geotécnicos**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil. 1992.

FERREIRA, J. C. **Modelagem computacional de elementos de reforço pelo método de análise limite numérica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)- Centro de Ciência e Tecnologia. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, p. 80. 2008.

FRANCESCATO, ; PASTOR, J. Lower and Upper Numerical Bounds to the Off-axis Strength of Unidirectional Fiber-reinforced Composites by Limit Analysis Methods. **Eur. J. Mech., A/Solids**, v. 16, n. 2, p. 213-234, 1997.

HILL, R. **The Mathematical Theory of Plasticity**. Claredon Press. Oxford. 1950.

HILL, R. On the state of stress in a plastic-rigid body at the yield point. **Philosophical Magazine**, v. 42, p. 868-875, 1951.

HILL, R. A note on estimating yield-point loads in a plastic-rigid body. **Philosophical Magazine**, v. 43, p. 353-355, 1952.

JIANG, G. L. **Non-Linear Finite Element Formulation of Kinematic Limit Analysis**. Int. J. for Num. and. Anal. Meth. in Eng. [S.l.]: [s.n.]. 1995.

KARIMI, M. S. et al. **NUMERICAL MODELING OF UPLIFT RESISTANCE OF BURIED CONCRETE DUCTS & PIPES**. 3rd International Conference on Concrete & Development. Tehran, I.R. Iran: [s.n.]. 2009.

LE MOS, P. A. **Estudo Numérico pela Análise Limite de problemas Geotécnicos em solos reforçados**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil. Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, Brasil, p. 76. 2002.

LYSMER, J. Limit Analysis of Plane Problems in Soil Mechanics. **J. of Soil Mech. and Foundations Div.**, v. 96, n. SM4, ASCE, p. 1311-1334, 1970.

MAKRODIMOPOULOS, A.; MARTIN, C. M. Lower bound limit analysis of cohesive-frictional materials using second-order cone programming. **International journal for numerical methods in engineering**, n. 66, p. 604–634, 2006.

MAKRODIMOPOULOS, A.; MARTIN, C. M. Upper bound limit analysis using discontinuous quadratic displacement fields. **COMMUNICATIONS IN NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING**, n. 24, p. 911–927, 2008.

MARANGON, M. **Tópicos em Geotecnia e Obras de Terra: Unidade 2 - Geotecnia de Fundações**. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora - MG. 2006.

MATYAS, E. L.; DAVIS, J. B. Prediction of vertical earth loads on rigid pipes. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 109, n. 2, p. 190-201, 1983.

MCNULTY, J. W. **An experimental study of arching on sand**. US Waterways Experimental Station, Vicksburg, Tech. Report. [S.I.], p. 647. 1965.

MENDONÇA, T. M.; FARFÁN, A. D. **Análise geotécnica de deslocamentos horizontais em tubulações enterradas e semi-enterradas**. 2º CONGRESSO BRASILEIRO DE P&D EM PETRÓLEO & GÁS. Rio de Janeiro, Brasil. 2003.

MERIFIELD, R. S.; SLOAN, S. W. The ultimate pullout capacity of anchors in frictional soils. **Can. Geotech. J.**, v. 43, n. 8, p. 852–868, 2006.

MEYERHOF, G. G.; ADAMS, J. I. The ultimate uplift capacity of foundations. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 5, p. 225-244, 1968.

MICHALOWSKI, R. L. Limit Analysis in Stability Calculations of Reinforced Soil Structures. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 16, p. 311-331, 1998.

MURRAY, E. J.; GEDDES, J. D. Uplift of Anchor Plates in Sand. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 113, n. 3, p. 202–215., 1987.

MURRAY, E. J.; GEDDES, J. D. Resistance of passive inclined anchors in cohesionless medium. **Géotechnique**, v. 39, n. 3, p. 417-431, 1989.

MURTAGH, B. A.; SAUNDERS, M. A. **MINOS 5.5 User's Guide**. Report SOL 83-20R, Dept of Operations Research, Stanford University. [S.I.]. 1998.

NEELY, W.; STUART, J.; GRAHAM, J. Failure loads on vertical anchor plates in sand. **Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE**, v. 99, n. 9, p. 669-685.

NG, C. W. W.; SPRINGMAN, S. M. **Uplift resistance of buried pipelines in granular materials**. International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering; Technical Committee on Centrifuge Testing / National University of Singapore; Department of Civil Engineering in CENTRIFUGE-INTERNATIONAL CONFERENCE. Balkema, Rotterdam: [s.n.]. 1994. p. 753–758.

OVESEN, N. K. **Centrifuge tests of the uplift capacity of anchors**. Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. Stockolm, 15-18 July: Balkema, Rotterdam, The Netherlands. 1981. p. 717-722.

PACHÁS, M. A. C. **Análise Limite com Otimizador de Grande Escala e Análise de Confiabilidade**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, p. 188. 2009.

PACHÁS, M. C. et al. **Geotechnical Limit Analysis and Optimization**. International Conference on Engineering Optimization. Rio de Janeiro, Brazil. 2008.

PASQUALI, P. R. Z. **Análise Limite de Estruturas Através de uma Formulação em Elasticidade Não-Linear**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil.). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, Brasil, p. 104. 2008.

PEREIRA, A. **Projeto ótimo de pórticos planos com restrição à flambagem**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, PUC/RJ. Rio de Janeiro - Brasil, p. 99. 2002.

PORBAHA, A. et al. Upper Bound Estimate of Scaled Reinforced Soil Retaining Walls. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 18, p. 403-413, 2000.

RIBEIRO, W. N. **Aplicações da análise limite numérica a problemas de estabilidade axissimétricos em geotecnia**. Dissertação (Mestrado em engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil. Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, Brasil, p. 64. 2005.

ROWE, R. K. **Soil Structure Interaction Analysis and its Application to the Prediction of Anchor Plate Behaviour**. Ph. D thesis. University of Sydney. Sydney, Australia. 1978.

ROWE, R. K.; DAVIS, E. H. Behaviour of anchor plates in sand. **Géotechnique**, v. 32, n. 1, p. 25-41, 1982.

SANTIAGO, P. A. C. **Esudo experimental do arrancamento de dutos enterrados ancorados com geogrelhas utilizando centrífuga geotécnica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Centro de ciências e Tecnologia.

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, p. 118. 2010.

SCHAMINÉE, P. E. L.; ZORN, N. F.; SCHOTMAN, G. J. M. **Soil response for pipeline upheaval buckling analyses**: Full-scale laboratory tests and modeling. Proc., 22nd Annual Offshore Technology Conference. Houston, Texas: [s.n.]. 1990. p. 563–572.

SILVA, L. S. **Análise limite de problemas geotécnicos com elementos finitos mistos e híbridos**. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Distrito Federal, Brasil, p. 147. 2003.

SILVA, M. J. V. **Implementação numérica tridimensional do teorema cinemático da análise limite**. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, Portugal, p. 235. 2009.

SIMULIA. **Getting started with Abaqus: Interactive edition**. Dassault Systèmes Simulia Corp. Providence, RI, USA, p. 695. 2012.

SINGH, D. N.; BASUDHAR, P. K. Optimal Lower Bound Bearing Capacity of Strip Footings. **Soils and Foundations**, v. 33, n. 4, p. 18-25, 1993.

SINGH, D. N.; BASUDHAR, P. K. Determination of the Optimal Lower Bound Bearing Capacity of Reinforced Soil-Retaining Walls by Using Finite Elements and Non-Linear Programming. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 12, p. 665-686, 1993-a.

SLOAN, S. W. Upper Bound Limit Analysis Using Finite Elements and Linear Programming. **Int. J. Numer. and Analytical Methods in Geomech**, v. 13, p. 263-282, 1989.

SOUSA, L. S. M. R. **Estudo Numérico de Problemas de Estabilidade de Solos Reforçados via Análise Limite**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil. Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, p. 90. 2001.

SQUILLACOTE, A. H. **The ParaView Guide**. Kitware, Inc. [S.l.]. 2008. (ISBN-10 1-930934-21-1).

TAMURA, T.; KOBAYASHI, S.; SUMI, T. Limit Analysis of Soil Structure by Rigid Plastic Finite Element Method. **Soils and Foundations**, v. 24, n. 1, p. 34-42, 1984.

TRAUTMANN, C. H.; O'ROURKE, T. D.; KULHAWY, F. H. Uplift force–displacement response of buried pipe. **Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE**, v. 111, n. 9, p. 1061–1076, 1985.

UPHEAVAL & Lateral Buckling Calculations for Buried Pipelines. **TR Engineering Consultancy LLC**. Disponível em: <<http://www.tr-engineering.com/upheaval-lateral-buckling-calculations-buried-pipelines>>. Acesso em: 15 ago. 2016.

VARGAS JR, E. A. et al. Algumas aplicações da análise limite numérica a problemas geotécnicos. **Revista da sociedade portuguesa de geotecnia**, Lisboa, Portugal, v. 100, p. 311-332, 2004.

VERMEER, P. A.; SUTJIADI, W. **The uplift resistance of shallow embedded anchors**. Proc. 11th Int. Conf. Soil Mech Found. Engng. San Francisco: [s.n.]. 1985. p. 1635–1638.

VIANA, P. M. F. **Geovala: Um novo processo construtivo para dutos enterrados**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) –Geotecnia. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, p. 265. 2003.

WALTERS, J. V.; THOMAS, J. N. **Shear zone development in granular materials**. Proc. 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Edmonton: [s.n.]. 1982. p. 263-274.

WATKINS, R. K.; ANDERSON, L. R. **Structural mechanics of buried pipes**. 1. ed. Flórida: CRC Press, 1999.

WHITE, D. J.; BAREFOOT, A. J.; BOLTON, M. D. Centrifuge modelling of upheaval buckling in sand. **Int. J. Phys. Modelling Geomech**, v. 2, p. 19-28, 2001.

WHITE, D. J.; CHEUK, C. Y.; BOLTON, M. D. The uplift resistance of pipes and plate anchors buried in sand. **Géotechnique**, v. 58, n. 10, p. 771–779, 2008.

YU, H. S. **Plasticity and geotechnics**. 1º. ed. New York: Springer US, v. 13, 2006. 524 p.

YU, H. S.; SLOAN, S. W. Bearing Capacity of Jointed Rock. **Computer Methods and Advances in Geomechanics**, p. 2403-2408, 1994.

YU, H. S.; SLOAN, S. W. Finite Element Limit Analysis of Reinforced Soils. **Computers & Structures**, v. 63, n. 3, p. 567-577, 1997.