# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE LIGAÇÕES VIGA-COLUNA DE PÓRTICOS PLANOS UTILIZANDO O MÉTODO DAS COMPONENTES

**RAFAEL DA SILVA HORTENCIO** 

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ MAIO - 2017

# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE LIGAÇÕES VIGA-COLUNA DE PÓRTICOS PLANOS UTILIZANDO O MÉTODO DAS COMPONENTES

# RAFAEL DA SILVA HORTENCIO

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: DSc. Gines Arturo Santos Falcón

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ Maio - 2017

### FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CCT / UENF

52/2017

Hortencio, Rafael da Silva Dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna de pórticos planos utilizando o método das componentes / Rafael da Silva Hortencio. -Campos dos Goytacazes, 2017. xvi, 101 f. : il. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil. Campos dos Goytacazes, 2017. Órientador: Gines Arturo Santos Fálcon. Área de concentração: Estruturas. Bibliografia: f. 94-97. 1. ALGORITMOS GENÉTICOS 2. LIGAÇÃO COM CHAPA DE EXTREMIDADE ESTENDIDA 3. LIGAÇÃO VIGA-COLUNA 4. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL 5. MÉTÓDOS DAS COMPONENTES I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Engenharia Civil II. Título CDD 624.1772

# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE LIGAÇÕES VIGA-COLUNA DE PÓRTICOS PLANOS UTILIZANDO O MÉTODO DAS COMPONENTES

# RAFAEL DA SILVA HORTENCIO

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovado em 12 de maio de 2017.

Comissão Examinadora:

Prof. José Guilherme Santos da Silva (Doutor, Engenharia Civil) - UERJ

Prof. Sérgio Luis González Garcia (Doutor, Engenharia Civil) - UENF

Prof. Sérgio Rafael Côrtes de Oliveira (Doutor, Engenharia Civil) - IFF

Prof. Gines Arturo Santos Falcon (Doutor, Engenharia Mecânica) - UENF Orientador

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus por estar sempre me guiando e me dando forças para vencer todos os obstáculos da vida.

Ao meu orientador, o professor DSc. Gines Arturo Santos Falcón, pela paciência, incentivo e transmissão de conhecimentos indispensáveis para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores que participaram da minha formação e que contribuíram para o meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos meus pais por sempre me incentivarem e me apoiarem durante toda a minha vida, sempre me ensinando que quem busca sempre alcança.

À minha esposa Paula, que sempre acreditou em mim e sempre me motivou durante toda a caminhada, além da compreensão nos momentos de ausência.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS			
LISTA	DE T	ABELAS	x
LISTA	DE A	ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	xi
RESU	<b>IO</b>		xv
ABSTR	RACI	۲	xvi
1. INT	roi	DUÇÃO	1
1.1.	CO	NSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2.	OB	JETIVOS	4
1.2	.1.	Objetivo geral	4
1.2	.2.	Objetivos específicos	5
2. RE	VISÂ	ÀO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1.	MO	DELAGEM DE LIGAÇÕES	6
2.2.	ΟΤΙ	MIZAÇÃO DE PÓRTICOS	7
2.3.	ΟΤΙ	MIZAÇÃO DAS COMPONENTES DA LIGAÇÃO	10
3. LIC	<b>JAÇ</b>	ÕES VIGA-COLUNA	12
3.1.	CLA	ASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES QUANTO À RIGIDEZ	13
3.1	.1.	Ligações rotuladas	13
3.1	.2.	Ligações rígidas	14
3.1	.3.	Ligações semirrígidas	15
3.2.	ΜÉ	TODO DAS COMPONENTES	16
3.3.	LIG	AÇÃO COM CHAPA DE EXTREMIDADE ESTENDIDA	17
3.4.	CÁI	LCULO DA RESISTÊNCIA E RIGIDEZ DAS COMPONENTES	20
3.4	.1.	"T-stub" tracionada	22
3.4	.2.	Alma da coluna ao cortante	26
3.4	.3.	Alma da coluna à compressão	27
3.4	.4.	Alma da coluna à tração	
3.4	.5.	Mesa da coluna à flexão	29
3.4	.6.	Chapa de extremidade à flexão	
3.4	.7.	Mesa e alma da viga à compressão	32
3.4	.8.	Alma da viga à tração	32
3.4	.9.	Parafusos à tração	32
3.5.	МО	MENTO RESISTENTE DE UMA LIGAÇÃO	
3.5	.1.	Resistência das filas de parafusos	

3.6.	RIGIDEZ ROTACIONAL DE UMA LIGAÇÃO	
3.7.	RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE	37
3.8.	CÁLCULO DAS SOLDAS	
4. OT	ÎMIZAÇÃO ESTRUTURAL	41
4.1.	CONCEITOS GERAIS	42
4.2.	ALGORITMOS GENÉTICOS	45
5. DII	MENSIONAMENTO ÓTIMO	50
5.1.	VARIÁVEIS DE PROJETO	50
5.2.	FUNÇÃO OBJETIVO	51
5.3.	RESTRIÇÕES DE PROJETO	52
5.4.	MÓDULOS COMPUTACIONAIS	57
5.4	I.1. Módulo de otimização	57
5.4	I.2. Cálculo da função objetivo	58
5.4	I.3. Módulo das restrições de projeto	59
5.4	A. Módulo de análise da ligação semirrígida	60
6. AN	IÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
6.1.	VALIDAÇÃO DO MÓDULO DE ANÁLISE CALC_LSR_MC2005	61
6.2.	APLICAÇÕES	65
6.2	2.1. Pórtico 1	66
6.2	2.2. Pórtico 2	73
6.3.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	83
6.4.	ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO	84
7. CC	DNCLUSÕES	92
7.1.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
7.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	93
REFE	RÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94
ANEX	D I	
•		

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Propriedades para dimensionamento de uma ligação	12
Figura 2: Classificação das ligações quanto à rigidez	13
Figura 3: Gráfico de classificação das ligações quanto à rigidez	15
Figura 4: Curva momento-rotação para ligações viga-coluna	16
Figura 5: Componentes de uma ligação com chapa de extremidade	18
Figura 6: Modelo mecânico – ligação com chapa de extremidade estendida.	18
Figura 7: Parâmetros geométricos de uma ligação com chapa de extremidad	le
estendida	20
Figura 8: Ligação viga-coluna com perfil "T"	22
Figura 9: Ligação " <i>T-stub</i> "	22
Figura 10: Origem do efeito alavanca.	23
Figura 11: Dimensões da mesa de um modelo " <i>T-stub</i> " tracionado	23
Figura 12: Modelo " <i>T-stub</i> " tracionado	23
Figura 13: Modos de ruptura do modelo " <i>T-stub".</i>	24
Figura 14: Chapa de extremidade mais estreita que o banzo do pilar	30
Figura 15: Modelagem de uma chapa de extremidade estendida sob a forma	ι de " <i>T-</i>
stub"	30
Figura 16: Distribuição das forças nos parafusos	34
Figura 17: Procedimento para cálculo da rigidez rotacional de uma ligação	36
Figura 18: Ligação (solda) entre a viga e chapa	38
Figura 19: Função convexa $fx = x^2$	43
Figura 20: Mínimos local e global	44
Figura 21: Cromossomo representado por um binário	46
Figura 22: Mutação no indivíduo	47
Figura 23: <i>Crossover</i> simples	48
Figura 24: Fluxograma da otimização estrutural através de Algoritmo Genétic	co49
Figura 25: Variáveis de projeto	51
Figura 26: Diagrama da linha da viga com a rigidez rotacional ótima	54
Figura 27: Fluxograma de pré-processamento da ligação	58
Figura 28: Fluxograma da ferramenta computacional.	59
Figura 29: Modelo experimental T101.010	62
Figura 30: Geometria e cargas aplicadas para o Pórtico 1	66

Figura 31: Histórico das iterações da ligação A1	67
Figura 32: Histórico das iterações da ligação B1	68
Figura 33: Histórico das iterações da ligação C1	68
Figura 34: Histórico das iterações da ligação D1	68
Figura 35: Detalhamento da ligação A1	70
Figura 36: Detalhamento da ligação B1	70
Figura 37: Detalhamento da ligação C1	71
Figura 38: Detalhamento da ligação D1	71
Figura 39: Restrições de momento e rigidez do Pórtico 1	72
Figura 40: Restrições geométricas do Pórtico 1	73
Figura 41: Geometria e cargas aplicadas no Pórtico 2	74
Figura 42: Histórico das iterações da ligação A2	75
Figura 43: Histórico das iterações da ligação B2	75
Figura 44: Histórico das iterações da ligação C2	75
Figura 45: Histórico das iterações da ligação D2	76
Figura 46: Histórico das iterações da ligação E2	76
Figura 47: Histórico das iterações da ligação F2	76
Figura 48: Histórico das iterações da ligação G2	77
Figura 49: Detalhamento da ligação A2	78
Figura 50: Detalhamento da ligação B2	78
Figura 51: Detalhamento da ligação C2	79
Figura 52: Detalhamento da ligação D2	79
Figura 53: Detalhamento da ligação E2	79
Figura 54: Detalhamento da ligação F2	79
Figura 55: Detalhamento da ligação G2	80
Figura 56: Restrições de momento e rigidez do Pórtico 2	80
Figura 57: Restrições geométricas do Pórtico 2	82
Figura 58: Sensibilidade das variáveis em relação ao custo	84
Figura 59: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> - t <sub>p</sub> - S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) - HEB 140 e	;
parafuso 12 mm.	87
Figura 60: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> – t <sub>p</sub> – S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160	е
parafuso 12 mm.	87
Figura 61: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> – t <sub>p</sub> – S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180	е
parafuso 12 mm.	88

Figura 62: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> – t <sub>P</sub> – S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 140 e
parafuso 16 mm
Figura 63: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> - t <sub>p</sub> - S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160 e
parafuso 16 mm
Figura 64: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> – t <sub>p</sub> – S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180 e
parafuso 16 mm
Figura 65: Ábaco $M_{j,Rd} - t_p - S_{j,ini}$ : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 140 e
parafuso 20 mm
Figura 66: Ábaco M <sub>j,Rd</sub> - t <sub>P</sub> - S <sub>j,ini</sub> : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160 e
parafuso 20 mm
Figura 67: Ábaco $M_{j,Rd}$ - $t_p$ - $S_{j,ini}$ : IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180 e
parafuso 20 mm

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Limites inferiores e superiores do EN 1993-1-8 (CEN, 2005)	.55
Tabela 2: Propriedades geométricas dos perfis do modelo T101.010	.62
Tabela 3: Propriedades geométricas das soldas dos parafusos e disposições	
geométricas do modelo T101.010	.63
Tabela 4: Propriedades mecânicas dos materiais do modelo T101.010	.63
Tabela 5: Resultados do modelo T101.010	.64
Tabela 6: Comparativo entre o Autodesk Robot e o Calc_LSR_MC2005	.65
Tabela 7: Rigidezes e momentos do Pórtico 1	.67
Tabela 8: Configurações ótimas das variáveis de projeto do Pórtico 1	.69
Tabela 9: Custo, rigidez rotacional e momento resistente do Pórtico 1	.69
Tabela 10: Diferença entre custos	.70
Tabela 11: Perfis, rigidezes e momentos do Pórtico 2	.74
Tabela 12: Configurações ótimas das variáveis de projeto do Pórtico 2	.77
Tabela 13: Custo, rigidez rotacional, momento resistente e diferença entre	
custos do Pórtico 2	.77
Tabela 14: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 12 mm	.85
Tabela 15: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 16 mm	.86
Tabela 16: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 20 mm	.86

# LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

$a_1$	Distância vertical entre os parafusos da fila 1 e a mesa superior da viga
<i>a</i> <sub>2</sub>	Distância vertical entre os parafusos da fila 2 e a mesa superior da viga
<i>a</i> <sub>3</sub>	Distância vertical entre os parafusos da fila 3 e a mesa inferior da viga
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
$\alpha_{fp}$	Espessura do cordão de solda entre a mesa da viga e a chapa
AG	Algoritmo Genético
$A_s$	Área resistente do parafuso
$A_{vc}$	Área resistente ao cortante da coluna
$\alpha_{wp}$	Espessura do cordão de solda entre a alma da viga e a chapa
$b_b$	Largura da viga
b <sub>c</sub>	Largura da coluna
b <sub>eff,c,wc</sub>	Largura efetiva da alma da coluna à compressão
b <sub>eff,t,wb</sub>	Largura efetiva da alma da viga à tração
b <sub>eff,t,wc</sub>	Largura efetiva da alma da coluna à tração
$b_p$	Largura da chapa
$B_{p,Rd}$	Resistência de cálculo ao puncionamento do parafuso
C <sub>c</sub>	Custo da chapa cortada, furada e instalada na obra
$C_m$	Custo de montagem da ligação
$C_p$	Custo dos parafusos instalados na obra
$C_s$	Custo da solda acabada
d	Diâmetro do parafuso
$d_0$	Diâmetro do furo
$d_c$	Canto da alma do pilar
$d_{wc}$	Altura da parte reta da alma da coluna
е	Distância horizontal entre os parafusos e a borda da chapa
E	Módulo de elasticidade longitudinal
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
EN	Norma Europeia
$e_x$	Distância vertical entre os parafusos da fila 1 e a borda da chapa
$F_{c,fb,Rd}$	Resistência da alma e da mesa da viga à compressão

$F_{c,wc,Rd}$	Resistência da alma da coluna à compressão
$F_{t,1,Rd}$	Resistência da primeira fila de parafusos
$F_{t,2,Rd}$	Resistência da segunda fila de parafusos
$F_{t,3,Rd}$	Resistência da terceira fila de parafusos
$F_{t,b,Rd}$	Resistência à tração de um parafuso
$F_{tr,fc,Rd}$	Resistência da mesa da coluna à flexão para cada linha r
$F_{tr,fp,Rd}$	Resistência da chapa de extremidade à flexão para cada linha r
F <sub>tr,Rd</sub>	Resistência à tração da linha de parafusos r
F <sub>tr,wb,Rd</sub>	Resistência da alma da viga à tração para cada linha r
F <sub>tr,wc,Rd</sub>	Resistência da alma da coluna à tração para cada linha r
f <sub>u</sub>	Tensão última
f <sub>u,b</sub>	Tensão última do parafuso
$f_{u,fb}$	Tensão última da mesa da viga
f <sub>u,fc</sub>	Tensão última da mesa da coluna
f <sub>u,p</sub>	Tensão última da chapa
f <sub>u,wb</sub>	Tensão última da alma da viga
f <sub>u,wc</sub>	Tensão última da alma da coluna
F <sub>w,Rd</sub>	Resistência do cordão de solda
f(x)	Função objetivo
$f_y$	Tensão de escoamento
$f_{y,b}$	Tensão de escoamento do parafuso
$f_{y,fb}$	Tensão de escoamento da mesa da viga
$f_{y,fc}$	Tensão de escoamento da mesa da coluna
$f_{y,p}$	Tensão de escoamento da chapa
$f_{y,wb}$	Tensão de escoamento da alma da viga
f <sub>y,wc</sub>	Tensão de escoamento da alma da coluna
g(x)	Restrição de desigualdade
$h_b$	Altura da viga
$h_c$	Altura da coluna
$h_p$	Altura da chapa
h <sub>r</sub>	Distância da linha de parafusos até o centro de compressão
h(x)	Restrição de igualdade

I <sub>b</sub>	Momento de inércia da viga
I <sub>c</sub>	Momento de inércia da coluna
K <sub>eff,r</sub>	Rigidez equivalente para a fila r
kN	Quilonewton
K <sub>opt</sub>	Grau de rigidez ótimo
$K_{r,r}$	Rigidez da componente
K <sub>wc</sub>	Fator de redução
$l_b$	Limite inferior
$L_B$	Comprimento de alongamento dos parafusos; comprimento da viga
L <sub>c</sub>	Comprimento da coluna
l <sub>eff</sub>	Comprimento efetivo
$l_{pi}$	Distância vertical da borda inferior da chapa à mesa inferior da viga
$l_{ps}$	Distância vertical da borda superior da chapa à mesa superior da viga
$M^+$	Momento fletor no meio do vão
$M^{-}$	Momento fletor sobre o apoio
$M_{b,pl,Rd}$	Momento plástico da viga
$M_{c,pl,Rd}$	Momento plástico da coluna;
MC	Método das Componentes
MEF	Método dos Elementos Finitos
$M_{j,Ed}$	Momento solicitante
M <sub>j,Rd</sub>	Momento resistente
$n_b$	Número de parafusos na alma do pilar
$N_{b,pl,Rd}$	Esforço normal plástico da viga
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
N <sub>j,Ed</sub>	Esforço normal solicitante
N <sub>j,Rd</sub>	Esforço normal resistente
p	Distância vertical entre os parafusos das filas 2 e 3
PM	Programação Matemática
$p_x$	Distância vertical entre os eixos dos parafusos das filas 1 e 2
$r_b$	Raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da viga
$r_c$	Raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da coluna
$S_j$	Rigidez rotacional
S <sub>j,ini</sub>	Rigidez rotacional inicial

S <sub>j,min</sub>	Rigidez mínima
t <sub>fb</sub>	Espessura da mesa da viga
t <sub>fc</sub>	Espessura da mesa da coluna
$t_p$	Espessura da chapa de extremidade
t <sub>wb</sub>	Espessura da alma da viga
t <sub>wc</sub>	Espessura da alma da coluna
$u_b$	Limite superior
$V_{Ed}$	Esforço cortante solicitante
V <sub>pl,b,Rd</sub>	Esforço cortante plástico da viga
V <sub>wp,Rd</sub>	Resistência da alma da coluna ao corte
W	Distância horizontal entre os parafusos.
x <sub>i</sub>	Variáveis de projeto
$x_i^i$	Limite inferior das variáveis de projeto
$x_i^s$	Limite superior das variáveis de projeto
$x^{k+1}$	Nova configuração de projeto
Ζ	Distância até o centro de compressão
z <sub>eq</sub>	Braço de alavanca equivalente

# LETRAS GREGAS

β	Parâmetro de transformação
Ø	Giro relativo entre os eixos
Ø <sub>cd</sub>	Capacidade rotacional
$\gamma_{M_0}$	Coeficiente parcial para a resistência das seções transversais
$\gamma_{M_2}$	Coeficiente de segurança para os parafusos
$\overline{\lambda_p}$	Esbeltez da alma da coluna
μ	Relação entre a rigidez inicial e a rigidez secante
υ	Coeficiente de Poisson
ρ	Fator de redução considerando a flambagem da alma da coluna
$ ho_A$	Peso específico do aço
$\sigma_{com,Ed}$	Tensão longitudinal de compressão
$\sigma_y$	Tensão de escoamento
$\sigma_u$	Tensão última

#### RESUMO

Nesta dissertação apresenta-se uma metodologia para dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna de pórticos planos de aço, a fim de obter ligações viga-coluna mecanicamente mais eficientes e de custo mínimo através da determinação das dimensões ótimas das componentes da ligação; satisfazendo restrições mecânicas associadas ao momento fletor e a rigidez rotacional da ligação, no entanto, sem comprometer a sua segurança e integridade. São também considerados limites mínimos e máximos dos parâmetros geométricos, de acordo com normativas vigentes. Foram implementados códigos computacionais para o cálculo do momento fletor resistente e da rigidez rotacional da ligação utilizando o "Método das Componentes" do Eurocode 3 (CEN, 2005). Inicialmente, desenvolveu-se um banco de dados com perfis estruturais, chapas e parafusos de aço, obtidos de catálogos de fabricantes, com interfaces computacionais para acesso automático dos dados pelos módulos computacionais de análise e otimização. No modelo de otimização proposto é adotada a ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores; as variáveis de projeto são as dimensões e a espessura da chapa de extremidade, o diâmetro e a localização dos parafusos. No processo de otimização, na busca de mínimos globais do problema, são utilizados algoritmos genéticos com variáveis contínuas e discretas, sendo as variáveis discretas associadas ao banco de dados. Desta forma, este trabalho apresenta uma ferramenta computacional desenvolvida integralmente no ambiente MATLAB<sup>®</sup> para análise e dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna com chapa de extremidade estendida em pórticos planos de aço. Adicionalmente, foram implementados códigos computacionais para visualização detalhada da geometria da ligação otimizada. São apresentadas aplicações que mostram resultados satisfatórios quando comparados com resultados disponíveis na literatura.

Palavras Chave: Algoritmos Genéticos, Ligação com chapa de extremidade estendida, Ligação viga-coluna, Otimização estrutural, Método das Componentes.

#### ABSTRACT

This work presents a methodology for optimization beam-column connections of plane steel frames, in order to obtain beam-column connections mechanically more efficient and with minimum cost determined by the optimal dimensions of the connection components; satisfying mechanical constraints associated with the bending moment and the rotational stiffness of the connection, however, without compromising its safety and integrity. According to current regulations, minimum and maximum limits of geometric parameters are also considered. Computational codes were implemented to calculate the bending moment and the rotational stiffness of connection using the "Component Method" of Eurocode 3 (CEN, 2005). Initially, it was developed a database with structural profiles, steel plates and commercial bolts obtained from manufacturers' catalogues, with computational interfaces to automatic access of the data by the computational modules of analysis and optimization. In the proposed optimization model, the connection with extended end plate is adopted without stiffeners; the design variables are the dimensions and the thickness of the end plate, the diameter and the location of the bolts. In the optimization process, searching for global minimum of the problem we use genetic algorithms with continuous and discrete variables, with the discrete variables being associated with the database. In this way, this paper presents a computational tool developed integrally in MATLAB® environment for analysis and optimal design of beam-column connections with extended plate in plane steel frames. Additionally, computational codes were implemented to detailed visualization of the optimized connection geometry. Presented applications show satisfactory results when comparing to results available in the literature.

Keywords: Genetic Algorithms, Extended end-plate connection, Beam-column connection, Structural optimization, Component Method.

xvi

### 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos últimos anos, tem-se observado em diversas cidades do país um grande crescimento de construções industriais e residenciais estruturadas em aço. As estruturas em aço são formadas pela ligação de diversos elementos estruturais visando a condução dos esforços externos atuantes nas estruturas para as fundações. O aço possui características físicas e mecânicas vantajosas para utilização na construção de pórticos planos, como: boa relação entre resistência e peso estrutural, capacidade de adaptação a variadas formas arquitetônicas, grande variedade de perfis disponíveis no mercado, grande controle no processo de fabricação nas usinas siderúrgicas, o que consequentemente, gera maior confiabilidade na sua utilização nessas obras.

Nos pórticos planos de aço, usualmente, as ligações entre os elementos estruturais são os trechos mais críticos da estrutura, onde ocorrem diversas solicitações internas gerando prováveis pontos de insegurança estrutural. Por isso, é imprescindível que as ligações sejam capazes de transmitir de forma adequada os esforços entre os elementos.

Atualmente, vem ocorrendo um grande avanço tecnológico na engenharia estrutural, no qual a busca por edifícios mais altos, esbeltos e arrojados vem desafiando engenheiros civis a encontrar novas metodologias de projeto, visando representação mais realista do comportamento mecânico das edificações.

Nos pórticos em aço a busca por metodologias de projeto e dimensionamento mais seguras e eficientes torna-se imprescindível, uma vez que a redução do custo de fabricação é obtida, principalmente, pela redução do seu peso estrutural através da utilização de elementos cada vez mais esbeltos, buscando uma maior eficiência do projeto. Esta está atrelada a evolução dos modelos estruturais e ferramentas numéricas empregadas na definição do projeto.

Nos últimos anos, estão sendo desenvolvidas técnicas de projeto que visam a busca da solução que melhor atende às necessidades do projeto com mínimo custo e máxima eficiência mecânica. Nos pórticos de aço, essas técnicas referem-se principalmente, ao dimensionamento ótimo de vigas e pilares. No entanto, observa-se que é necessária, também, atenção especial a componentes menos evidentes da

estrutura, como as ligações entre os elementos, principalmente, na consideração do seu comportamento mecânico, através das relações intrínsecas entre rigidez rotacional e resistência última à flexão.

A escolha do modelo das ligações viga-coluna e de suas dimensões principais influencia significativamente o comportamento estrutural de pórticos de aço, notadamente em relação à distribuição de esforços internos na estrutura (FAELLA *et al.*, 2000 e PFEIL, 2009).

O comportamento de uma ligação pode ser complexo e com alto grau de indeterminação, o que faz com que uma análise mais detalhada da ligação se torne, muitas vezes, um processo computacionalmente inviável. Desta forma, existe a necessidade de novas formulações, que considerem o comportamento real das ligações, para melhor avaliação do seu comportamento mecânico.

Os métodos atualmente conhecidos para a predição do comportamento das ligações viga-coluna podem ser divididos em quatro categorias diferentes: modelos experimentais, modelos analíticos, modelos numéricos e os modelos mecânicos.

Segundo Rodrigues (2009), os modelos experimentais são os mais confiáveis para se obter informações sobre o comportamento mecânico de uma ligação; eles são baseados em ensaios de laboratório em escala real ou reduzida, porém, a principal desvantagem desse tipo de modelo é o elevado custo do ensaio. Por outro lado, através destes ensaios é possível calibrar os outros modelos.

Os modelos analíticos caracterizam-se por aplicar os conceitos teóricos de análise estrutural a modelos simplificados de ligações viga-coluna que só consideram as zonas com maiores deformações como responsáveis pela ruptura, sendo obtidas a partir de resultados de ensaios em laboratório. A sua principal vantagem é a capacidade para prever a rigidez inicial e o momento resistente (DÍAZ, 2010).

Os modelos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos são os mais adequados para analisar o comportamento rotacional de uma ligação; no entanto, a realização de uma simulação numérica completa é bastante complexa (DÍAZ, 2010).

Já os modelos mecânicos, também conhecidos como "modelos de molas", utilizados na predição do comportamento de ligações viga-coluna, são baseados na simulação das ligações através da consideração de alguns componentes flexíveis e rígidos, que compõem a ligação. A não-linearidade destes elementos é considerada através das leis constitutivas inelásticas adotadas para cada elemento de mola. São os mais utilizados (RODRIGUES, 2009). A análise convencional de pórticos de aço considera duas situações ideais opostas para modelagem das ligações viga-coluna, ligações flexíveis ou rígidas, de acordo com a sua capacidade de transferir momento e de sua rigidez rotacional ou giro relativo entre as barras.

As ligações flexíveis ou rotuladas são aquelas em que a rigidez rotacional é idealmente zero, ou seja, a rotação relativa na extremidade da viga é livre e não há transferência de momentos entre os elementos ligados. Já as ligações rígidas são aquelas em que a rigidez é considerada infinita, ou seja, há continuidade rotacional e não se admite nenhuma rotação entre os elementos, mesmo após o carregamento da estrutura, havendo transferência total de momento. No entanto, essa consideração é uma forma simplificada de análise estrutural que não mostra o comportamento real das ligações. Essa simplificação do comportamento das ligações se deve ao fato de que as normas só contemplavam a verificação da resistência da ligação diante dos esforços solicitantes e não previam uma análise da rigidez.

No entanto, o comportamento real das ligações sempre tem certo grau de rigidez rotacional, o que gera um comportamento intermediário entre os dois extremos teóricos aqui citados. Como toda ligação tem certo grau de rigidez, isto permite a consideração de uma situação intermediária, mais próxima do comportamento real, que é a ligação semirrígida.

A análise global de uma estrutura utilizando ligações semirrígidas em vez de ligações rígidas ou flexíveis, provoca uma modificação não apenas nos deslocamentos, mas também na distribuição de esforços e magnitude das forças internas em toda a estrutura.

No Brasil, a norma para construção em aço, a NBR 8800 (ABNT, 2008), não tem normativa específica para dimensionamento de ligações semirrígidas e sugere que, em ausência de norma brasileira aplicável, aplique-se o Eurocode 3 (CEN, 2005). Esta norma europeia disponibiliza uma metodologia consistente para o cálculo do comportamento semirrígido da ligação e para a construção da curva momentorotação, denominada Método das Componentes (MC).

O Método das Componentes proposto pelo Eurocode 3 (CEN, 2005) consiste inicialmente em decompor a ligação em vários elementos que a formam e em seguida analisar a resistência, a rigidez e a deformação de cada um deles por separado e, finalmente, através de um procedimento de redução, obter o comportamento conjunto da ligação.

Nesse contexto, a simulação numérica do comportamento das ligações e o emprego de técnicas para dimensionamento ótimo das ligações vêm ao encontro das necessidades de segurança estrutural e eficiência mecânica requeridos para o projeto de pórticos de aço.

Usualmente, o objetivo da otimização estrutural é a minimização do peso ou volume dos elementos estruturais. As ligações representam apenas uma pequena parte do peso da estrutura, no entanto, estas podem ter um custo de fabricação significativo uma vez que possuem várias peças com diferentes procedimentos de fabricação além de detalhes de acabamento específicos. Além disso, o custo de fabricação das ligações viga-coluna depende diretamente do grau de rigidez rotacional da ligação, sendo mais econômicas aquelas que apresentam menor rigidez (FALCÓN e MONTRULL, 2014).

Na otimização estrutural, geralmente, são utilizados algoritmos de otimização advindos de técnicas de Programação Matemática ou mais recentemente algoritmos evolucionistas, sendo os Algoritmos Genéticos (AG's) os mais conhecidos. A escolha do algoritmo de otimização depende da classe das funções envolvidas na modelagem do problema de otimização, tanto para função objetivo quanto para o cálculo das restrições de projeto, podendo ser funções contínuas ou descontínuas, lineares ou não-lineares, e também depende do tipo das variáveis de projeto que podem ser variáveis continuas ou discretas (ARORA, 2016).

Os AG's, baseiam-se no modelo biológico de reprodução natural dos seres vivos e no modelo evolucionista de Darwin. Mediante um processo computacional, os AG's conseguem identificar a melhor solução possível, a partir de uma população que se aprimora iterativamente, utilizando operadores de reprodução, cruzamento e mutação entre os indivíduos da população.

Os AG's têm apresentado resultados satisfatórios no que diz respeito à otimização de problemas de engenharia (YANG e SOH, 2002).

#### 1.2. OBJETIVOS

#### 1.2.1. Objetivo geral

O objetivo principal desta dissertação é o desenvolvimento de uma metodologia para o dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna de pórticos planos de aço utilizando o Método das Componentes do Eurocode 3 (CEN, 2005). Dado um momento fletor solicitante e um grau de rigidez mínimo para a ligação viga-coluna, buscar-se-á, a combinação de parâmetros geométricos e mecânicos da ligação que definam uma ligação de custo de fabricação mínimo.

## 1.2.2. Objetivos específicos

- Estudo do comportamento das ligações viga-coluna.
- Implementação de um banco de dados com perfis estruturais para vigas e colunas e outros componentes das ligações, como parafusos e chapas de aço disponíveis no mercado, com o acesso automatizado dos programas de análise e de otimização.
- Utilização do Método das Componentes do Eurocode 3 (CEN, 2005) para cálculo do comportamento semirrígido da ligação.
- Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas, visando a minimização do custo de fabricação das ligações viga-coluna, considerando restrições de resistência e rigidez das ligações e utilizando Algoritmos Genéticos.

### 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É apresentada a seguir uma revisão bibliográfica de publicações técnicas e científicas referentes ao tema abordado. Nesta revisão são considerados principalmente trabalhos relacionados à modelagem e otimização de ligações semirrígidas. Esta revisão tem o objetivo de mostrar o estado da arte do tema deste trabalho e a relevância e o contexto em que se insere esta dissertação.

### 2.1. MODELAGEM DE LIGAÇÕES

Modelos numéricos vêm sendo desenvolvidos por diversos pesquisadores, com o objetivo de reproduzir computacionalmente o comportamento das ligações em uma estrutura de aço. Entre eles Castro (2006) e Rodrigues (2009) propuseram modelos para análise de ligações semirrígidas.

Castro (2006) propôs um modelo mecânico com elementos de mola rotacionais não-lineares, objetivando simular o efeito das ligações viga-coluna especificamente em pórticos de aço com solicitações dinâmicas. Esse estudo empregou elementos de mola que representam mais fielmente os efeitos das ligações estruturais na análise dinâmica de estruturas de aço, com ligações semirrígidas. Os resultados do modelo computacional desenvolvido foram comparados com resultados disponíveis na literatura e, na sequência, foi desenvolvida uma análise paramétrica para avaliar a resposta dinâmica dos pórticos de aço, deslocamentos e esforços. O modelo foi utilizado no estudo de um edifício residencial de quatro pavimentos.

Rodrigues (2009) utilizou o Método das Componentes do Eurocode 3 (CEN, 2005) no estudo de ligações semirrígidas para analisar alguns resultados, obtidos através de elementos finitos, de ligações viga-coluna com chapa de extremidade ajustada à altura da viga. Para tal, foi realizada uma análise considerando nãolinearidades física e geométrica. Essa análise possibilitou a avaliação dos principais parâmetros que influenciam no comportamento da chapa de extremidade em relação à distribuição de tensões e deformações na ligação.

### 2.2. OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS

Os primeiros registros sobre a utilização de técnicas de otimização, foram encontrados nos trabalhos de Euler e Lagrange, em que se estabelecem as condições básicas para determinação de máximos e mínimos de funções (SILVA, 1997).

Os avanços tecnológicos, principalmente relacionados com a capacidade de processamento de dados, e a busca por estruturas cada vez mais eficientes, têm levado uma gama de pesquisadores a desenvolverem metodologias voltadas à otimização de pórticos. Entre os diversos trabalhos, pode-se citar:

Simões (1996) desenvolveu um método computacional para otimização de estruturas de aço com ligações semirrígidas. Este método considerava a rigidez das ligações como variável contínua e as dimensões dos perfis como variáveis discretas. O algoritmo de otimização minimizava o custo das ligações e dos elementos da estrutura, sujeito a restrições de tensão e deslocamentos. Nesse trabalho, foram apresentados dois exemplos para ilustrar as características desse método de otimização.

Faella *et al.* (2000) publicaram uma formulação para definição dos limites admissíveis para a rigidez rotacional de ligações viga-coluna de pórticos contraventados. Eles estabeleceram as condições de estado limite último (ELU) e do estado limite de serviço (ELS) que as ligações devem atender, relacionando duas propriedades das ligações: rigidez rotacional e resistência última à flexão. A rigidez rotacional da ligação viga-coluna é definida em função dos valores dos momentos fletores no meio do vão e os momentos fletores nos apoios da viga. No entanto, observam que a metodologia apresentada era adequada apenas para os casos de vigas biapoiadas, com apoios infinitamente rígidos, não sendo considerada a rotação dos pilares, no cálculo dos limites de rigidez rotacional.

Hayalioglu e Degertekin (2005) apresentaram um método de otimização para pórticos de aço com ligações semirrígidas, utilizando um algoritmo genético para a minimização do custo total. O custo total do pórtico consistia no custo dos elementos, acrescido do custo das ligações. As variáveis de projeto foram a área da seção e o peso dos perfis, utilizando restrições de resistência, deslocamento e dimensões das vigas e colunas. Os esforços atuantes foram determinados a partir de uma análise não-linear das ligações e do método P-delta do pórtico em aço.

Cabrero e Bayo (2005) apresentaram uma metodologia para a otimização de pórticos com ligações semirrígidas buscando obter os valores teóricos ideais para momento fletor e rigidez rotacional da ligação. Esse método consiste em não apenas otimizar o tamanho dos perfis de vigas e colunas, mas também encontrar os momentos e a rigidezes ótimas do pórtico. A partir desses valores ótimos, obtidos em função do momento no apoio e da rotação da viga, as ligações foram dimensionadas. Foram apresentados dois pórticos e seus resultados comparados com a concepções rígidas e flexíveis. Os resultados demonstraram que a concepção semirrígida é a mais econômica.

Degertekin e Hayalioglu (2010) desenvolveram um algoritmo, baseado no método Harmony Search (Busca Harmônica), para a determinação do custo mínimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas. O método de Busca Harmônica é uma técnica de otimização numérica desenvolvida recentemente que imita o processo de performance musical quando um músico procura por um melhor estado de harmonia. O algoritmo desenvolvido impôs restrições de resistência e deslocamento de acordo com a norma americana. A eficiência e a robustez do algoritmo de Busca Harmônica, em comparação com o Algoritmo Genético, foi verificada através de três exemplos de referência. Os resultados indicaram que o algoritmo de Busca Harmônica obteve pórticos mais leves e de menor custo que os Algoritmos Genéticos.

Freitas (2010) apresentou uma metodologia para o dimensionamento ótimo de pórticos de aço planos considerando o comportamento não-linear da estrutura e o comportamento semirrígido das ligações viga-coluna. Esse trabalho teve como objetivo minimizar o custo de fabricação da estrutura a partir da identificação de valores ótimos da rigidez inicial das ligações viga-coluna concomitantemente ao dimensionamento ótimo das dimensões da seção transversal dos elementos estruturais. Nesse trabalho, as variáveis de projeto foram as constantes de rigidez rotacional inicial das ligações viga-coluna, junto com as dimensões da seção transversal das barras, enquanto que as restrições impostas no projeto visaram garantir a resistência mecânica e a estabilidade da estrutura. Na análise estrutural, foi considerado o comportamento não-linear do material. As ligações viga-coluna foram modeladas usando modelos empíricos simplificados recomendados na literatura. Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram que a metodologia de otimização proposta conduziu a distintas configurações viáveis, com diferentes distribuições de tensões nos elementos. Foram obtidos projetos estruturais eficientes,

ou seja, projetos com menor peso que as configurações iniciais utilizadas, no entanto, sem a perda de sua capacidade de carga inicial.

Yassami e Ashtari (2015) utilizaram uma combinação entre o Algoritmo Genético e a Lógica Fuzzi para a otimização do peso de pórticos de aço com ligações rígidas e semirrígidas. Para o processo de otimização foi utilizado o MATLAB<sup>®</sup> combinado com o software OpenSees para a análise estrutural. Na análise foram consideradas restrições de deslocamento e tensão, além de restrições geométricas impostas pela norma americana para construção em aço (AISC). Foram apresentados três exemplos com diferentes tipos de ligações. Os resultados mostraram que o Algoritmo Fuzzi Genético demostrou robustez e eficiência na otimização dos exemplos apresentados, obtendo estruturas mais leves e consumindo menos tempo computacional que o Algoritmo Genético simples.

Santos (2016) apresentou uma metodologia para minimização do peso próprio de pórticos planos de aço, com a finalidade de obter estruturas mecanicamente mais eficientes com o menor peso possível. A metodologia propôs a determinação de perfis ótimos de vigas e colunas, satisfazendo restrições mecânicas de tensão e deslocamentos. Para isso, foi desenvolvido um banco de dados com perfis comerciais obtidos de fabricantes nacionais, com acesso automatizado pelos módulos de análise e otimização. Também foram implementados códigos computacionais para análise linear e não linear geométrica da estrutura, considerando o método P-delta e a verificação à flambagem global e local da estrutura. No processo de otimização foram utilizados algoritmos genéticos com variáveis discretas associadas aos perfis estruturais. Os resultados obtidos mostraram um bom comportamento do modelo de otimização proposto e dos AGs para resolver este tipo de problema.

Recentemente, Hasançebi (2017) realizou uma análise de eficiência de custos, na qual foram analisadas treze estruturas de aço em busca da configuração mais econômica para edifícios de múltiplos andares. Para esses pórticos foram utilizadas ligações viga-coluna rígidas e rotuladas, e diferentes condições de contraventamento (X, Z, V e V excêntrica) que posteriormente foram comparados, buscando a melhor relação custo-eficiência. Para isso foi utilizado uma estratégia evolucionista integrada a um algoritmo de otimização paralela para minimizar o peso total dos membros em cada uma das estruturas. A análise de custos foi realizada na configuração otimizada de cada um dos pórticos, através de uma função que detalhava os custos de todas as etapas de produção, incluindo material, fabricação, montagem e transporte. A partir dessas análise concluiu-se que estruturas com ligações rotuladas são mais viáveis para pórticos até 10 pavimentos e que as estruturas com ligações rígidas são as com melhor relação custo-eficiência para pórticos com mais de 10 pavimentos.

### 2.3. OTIMIZAÇÃO DAS COMPONENTES DA LIGAÇÃO

Nos últimos anos foram desenvolvidas diversas estratégias para minimização do custo de fabricação dos pórticos com ligações semirrígidas, notadamente visando a minimização do peso dos perfis estruturais. Em geral, apenas as dimensões dos perfis são consideradas como variáveis de projeto, ou seja, os componentes das ligações não são considerados. Desta forma, observa-se que esses modelos não garantem que a estrutura resultante seja realmente a ótima. Em busca de estruturas ainda mais eficientes alguns autores desenvolveram modelos de otimização que incluem também o comportamento das ligações, considerando algumas dimensões importantes da ligação como variáveis de projeto.

Díaz (2010) apresentou um modelo numérico para análise e dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna. Estudou ligações parafusadas com chapa de extremidade estendida. O modelo de análise estrutural, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi validado por ensaios disponíveis na literatura, demonstrando que ele reproduzia corretamente o comportamento real da ligação. Com o objetivo de reduzir os custos computacionais relacionados ao MEF foram utilizados metamodelos. Foi apresentada uma metodologia computacional que integra a análise via MEF com meta-modelos, visando a redução dos custos computacionais envolvidos no processo iterativo de otimização. As variáveis de projeto utilizadas foram o diâmetro e a localização dos parafusos e a geometria da chapa de extremidade. Os modelos de otimização objetivaram maximizar a resistência e a rigidez da ligação e minimizar o custo. As restrições de projeto foram os valores mínimos e máximos dos parâmetros geométricos das ligações e a resistência e/ou a rigidez da ligação, segundo a norma EN 1993-1-8 (2005). Foram utilizados algoritmos genéticos para o processo de otimização. Os resultados mostraram que a metodologia possibilitou a obtenção de um projeto ótimo detalhado em um tempo razoável. Com base nos resultados, foram obtidos ábacos que relacionam o momento resistente com a rigidez da ligação.

Falcón Montrull (2014) apresentaram metodologia е uma para 0 dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço utilizando um modelo que chamaram de "Pórtico Auxiliar". Esse modelo considerava a rotação dos pilares e permitia a definição de uma faixa de rigidez viável para as ligações. O "Pórtico Auxiliar" correlaciona importantes propriedades como a resistência à flexão e a rigidez inicial. O modelo proposto tornou possível o uso de técnicas de otimização multinível ou de programação paralela para otimização de pórticos de aço planos. A partir da faixa de rigidez viável fornecida pelo "Pórtico Auxiliar" os autores otimizaram as ligações do pórtico, apresentando as dimensões das principais componentes. A partir da análise dos resultados da otimização concluíram que a inclusão da rotação dos pilares é fundamental para o dimensionamento da ligação semirrígida e que os resultados obtidos tiveram maior precisão que os resultados que não consideraram a rotação dos pilares.

#### 3. LIGAÇÕES VIGA-COLUNA

As ligações em aço são usualmente projetadas como flexíveis ou rígidas, no entanto, apesar de serem classificadas como flexíveis, as ligações possuem uma certa restrição a rotação, e as ligações rígidas permitem uma certa rotação por flexão. Por isso, toda ligação real em aço pode ser classificada como semirrígida, ou seja, tem uma rigidez finita.

A resistência das ligações viga-coluna é representada por uma curva momento versus rotação e essa curva representa um dos dados mais importantes para análise estrutural de uma ligação semirrígida.

De forma simplificada, o processo de análise estrutural de uma ligação pode ser representado por uma mola rotacional que liga a linha média dos membros, considerando para isso três propriedades básicas: momento resistente, rigidez rotacional e capacidade de rotação, conforme a Figura 1.



Figura 1: Propriedades para dimensionamento de uma ligação. Fonte: Eurocode 3 (2005).

Sendo  $M_{j,Rd}$  o momento resistente;  $M_{j,Ed}$  o momento solicitante;  $S_j$  a rigidez secante;  $S_{j,ini}$  é a rigidez inicial;  $\phi_{Ed}$  a rotação inicial da ligação;  $\phi_{Xd}$  a rotação da ligação e  $\phi_{cd}$  é a capacidade rotacional;

Na análise de pórticos, segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005), para  $M_{j,Ed}$  > 2/3  $M_{j,Rd}$ , deve-se utilizar a rigidez secante da ligação ( $S_j$ ). Caso contrário, a rigidez inicial da ligação ( $S_{j,ini}$ ) deve ser utilizada. Em geral, o primeiro caso corresponde ao ELU, enquanto o segundo caso corresponde ao ELS. A rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ) da ligação é proporcional a inclinação do trecho elástico da curva momento-rotação da ligação (FAELLA, 2000; FALCÓN E MONTRULL, 2014).

A caracterização da curva momento-rotação de uma ligação baseia-se na avaliação de suas propriedades de resistência à flexão, rigidez à rotação e capacidade rotacional (ductilidade).

## 3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES QUANTO À RIGIDEZ

De acordo com a rigidez rotacional, as ligações podem ser classificadas como ligações rotuladas, rígidas e semirrígidas, conforme a Figura 2.



Figura 2: Classificação das ligações quanto à rigidez. Fonte: Lopes (2008)

### 3.1.1. Ligações rotuladas

São ligações capazes de transmitir os esforços cortantes e, eventualmente, as forças normais provenientes de uma viga ou um pilar. Este tipo de ligação deve ter a capacidade de se deformar sem desenvolver momentos significativos, que possam afetar a resistência dos pilares a elas ligados. Assim como, admitir rotação entre os elementos ligados (Figura 2a). Os limites estabelecidos pelo Eurocode 3 (CEN, 2005) (item 5.2.2) são:

$$S_{j,ini} \le \frac{0.5EI_b}{L_b} \tag{3.1}$$

em que:

*S<sub>i,ini</sub>* é a rigidez inicial à rotação da ligação;

*I<sub>b</sub>* é o momento de inércia da viga conectada;

 $L_b$  é o vão da viga conectada;

*E* é o módulo de elasticidade.

Neste caso, por exemplo, estão as ligações com a alma parafusada ou soldada (Figura 4 c)

#### 3.1.2. Ligações rígidas

São ligações que transmitem todos os esforços que nela atuam com deformações insignificantes, pois estas não influenciam na distribuição de esforços na estrutura e na sua deformação total. Estas deformações podem ser desprezadas, segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005), pois as mesmas não reduzem a resistência da estrutura mais que 5% (LIMA *et al.*, 2002). Nestas ligações, não se produzem rotações relativas entre as extremidades das barras (Figura 2b), pois como se trata de um sólido rígido, o nó está sujeito a um giro único. Os limites estabelecidos pelo Eurocode 3 (CEN, 2005) (item 5.2.2) são:

$$S_{j,ini} \ge \frac{K_b E I_b}{L_b} \tag{3.2}$$

em que:

 $S_{j,ini}$  é a rigidez inicial à rotação ligação;

*I<sub>b</sub>* é o momento de inércia da viga conectada;

 $L_b$  é o vão da viga conectada;

E é o módulo de elasticidade;

 $K_b = 8$  para estruturas contraventadas;

 $K_b = 25$  para estruturas não contraventadas, desde que a seguinte relação seja atendida:

$$\frac{k_b}{k_c} \ge 0,1 \tag{3.3}$$

sendo:  $k_b$  o valor médio de  $I_b/L_b$  para todas as vigas no topo do pavimento;  $k_c$  o valor médio de  $I_c/L_c$  para todas as colunas do pavimento.

Neste caso, por exemplo, estão as ligações de mesa e alma parafusados e soldados, ligações soldadas com enrijecedores e ligações de chapa de extremidade parafusada com enrijecedores na coluna, conforme a Figura 4a.

#### 3.1.3. Ligações semirrígidas

São ligações que não atendem nem ao critério das ligações rígidas e nem das ligações rotuladas. Estas ligações são projetadas para um grau intermediário de interação entre os elementos. Este tipo de ligação permite um giro relativo (Ø) entre os elementos conectados (Figura 2c).

Na Figura 3 tem-se a representação gráfica da classificação das ligações quanto à rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ), conforme o Eurocode 3 (CEN, 2005).



Figura 3: Gráfico de classificação das ligações quanto à rigidez. Fonte: Castro (2006).

Neste caso:

$$\frac{0.5EI_b}{L_b} < S_{j,ini} < \frac{K_b EI_b}{L_b} \tag{3.4}$$

Como exemplos, estão as ligações com chapa de extremidade estendida e parafusada (Figura 4b) e a ligação de viga soldada a mesa da coluna.

Na Figura 4 são apresentadas as curvas momento *versus* rotação para os diferentes tipos de ligações viga-pilar já apresentadas.



Figura 4: Curva momento-rotação para ligações viga-coluna: (a) rígida; (b) semirrígida; (c) rotulada. Fonte: Díaz (2010).

## 3.2. MÉTODO DAS COMPONENTES

O Método das Componentes é um método mecânico-analítico que consiste em dividir a ligação em uma série de molas (componentes), no qual cada uma possui sua resistência e rigidez à tração, compressão e ao cortante. Através do Método das Componentes é possível prever o comportamento da ligação a partir das propriedades mecânicas e geométricas de cada componente.

Para aplicar o Método das Componentes é necessário caracterizar adequadamente o comportamento mecânico das ligações e as propriedades de cada componente.

De acordo com Díaz (2010), as principais etapas para a aplicação do Método das Componentes são:

- 1. Escolher o tipo de ligação.
- 2. Definir a geometria.
- 3. Identificar as componentes da ligação.
- 4. Determinar as forças atuantes na ligação.
- 5. Calcular as dimensões das soldas.
- 6. Avaliar a resistência (F) e a rigidez axial (k) de cada uma das componentes.
- Calcular a resistência ou o momento resistente equivalente (M<sub>j,Rd</sub>) e a rigidez inicial (S<sub>j,ini</sub>) da ligação, através da montagem das componentes. A componente com menor resistência determina a resistência da ligação.

- Determinar a capacidade de deformação de cada componente, a partir da qual pode-se obter a ductilidade da ligação.
- 9. Verificar o esforço cortante máximo que a ligação suporta.
- 10. Verificar as soldas calculadas na etapa 5.

Após a obtenção do momento resistente ( $M_{j,Rd}$ ), da rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ) e da capacidade de rotação da ligação é possível obter a curva momento-rotação. Porém, a precisão dos resultados obtidos pelo Método das Componentes está diretamente ligada ao número de componentes utilizadas na descrição mecânica da ligação. Apesar das componentes terem suas características individuais, é necessário analisar também a interação entre eles, pois uma componente pode influenciar e ser influenciada por outras componentes próximas.

### 3.3. LIGAÇÃO COM CHAPA DE EXTREMIDADE ESTENDIDA

De acordo com as componentes utilizadas (vigas, colunas, parafusos, chapas e soldas), essa ligação apresenta um comportamento semirrígido, embora as vezes possa ser classificada como rígida devido a sua elevada rigidez inicial. Esse tipo de ligação também pode ser usada com colunas enrijecidas para obter um comportamento rígido da ligação.

O Eurocode 3 (CEN, 2005) considera 20 componentes básicas para projetar ligações em estruturas de aço. Na Figura 5, é possível identificar as 8 componentes que formam uma ligação com chapa de extremidade estendida, separadas por componentes em zona tracionada, zona comprimida ou zona flexionada.

As componentes da Figura 6 estão identificadas com os correspondentes números adotados e nomenclatura do Eurocode 3 (CEN, 2005).





Algumas das componentes da Figura 5 são dependentes do número de linhas e da localização dos parafusos: alma da coluna à tração, mesa da coluna à flexão, chapa de extremidade à flexão, alma da viga à tração e parafusos à tração. A contribuição destas componentes deve ser avaliada considerando, separadamente, cada linha de parafausos e também como pertencentes a uma fila de parafusos, considerando uma possível interação entre as linhas.

A Figura 6 mostra o modelo mecânico de molas equivalentes da ligação, em que as componentes que influenciam a resistência à flexão e a rigidez da ligação à rotação são representados por molas elastoplásticas.



Figura 6: Modelo mecânico – ligação com chapa de extremidade estendida. Fonte: Rodrigues (2009).
Na Figura 7 são mostrados os parâmetros necessários para a definição deste tipo de ligação, sendo:

- $a_1$  a distância vertical entre o eixo dos parafusos da fila 1 e a mesa superior da viga;
- $a_2$  a distância vertical entre o eixo dos parafusos da fila 2 e a mesa superior da viga;
- *a* a distância vertical entre o eixo dos parafusos da fila 3 e a mesa inferior da viga;
- $a_{fp}$  a espessura do cordão de solda entre a mesa da viga e a chapa;
- $a_{wp}$  a espessura do cordão de solda entre a alma da viga e a chapa;
- $b_b$  a largura da viga;
- $b_c$  a largura da coluna;
- $b_p$  a largura da chapa;
- $d_0$  o diâmetro dos furos dos parafusos;
- *e* a distância horizontal entre o eixo dos parafusos e a borda da chapa;
- $e_x$  a distância vertical entre o eixo dos parafusos da fila 1 e a borda da chapa;
- $h_b$  a altura da viga;
- $h_c$  a altura da coluna;
- $h_p$  a altura da chapa;
- $l_{pi}$  a distância vertical da borda inferior da chapa à mesa inferior da viga;
- $l_{ps}$  a distância vertical da borda superior da chapa à mesa superior da viga;
- *p* a distância vertical entre os eixos dos parafusos das filas 2 e 3;
- $p_x$  a distância vertical entre os eixos dos parafusos das filas 1 e 2;
- $r_b$  o raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da viga;
- $r_c$  o raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da coluna;
- $t_{fb}$  a espessura da mesa da viga;
- $t_{fc}$  a espessura da mesa da coluna;
- $t_{wb}$  a espessura da alma da viga;
- $t_{wc}$  a espessura da alma da coluna;
- *w* a distância horizontal entre os eixos dos parafusos.



Figura 7: Parâmetros geométricos de uma ligação com chapa de extremidade estendida. Fonte: Díaz (2010).

# 3.4. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E RIGIDEZ DAS COMPONENTES

Após a identificação das componentes é possível determinar a resistência e a rigidez de cada uma delas através do procedimento de cálculo apresentado no Eurocode 3 (CEN, 2005). Porém, antes da aplicação do método é preciso levar em conta algumas considerações:

 As ligações trabalham principalmente à flexão, desta forma, o esforço normal de cálculo (N<sub>Ed</sub>) da viga não deve ultrapassar em 5% o esforço normal plástico da viga ( $N_{b,pl,Rd}$ ), conforme o item 6.2.3 (2) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005). Caso contrário é preciso fazer a seguinte verificação:

$$\frac{M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} + \frac{N_{j,Ed}}{N_{j,Rd}} \le 1$$
(3.5)

- O esforço cortante (V<sub>Ed</sub>) não deve superar 50 % do esforço cortante plástico da alma da viga (V<sub>b,pl,Rd</sub>).
- As soldas que ligam a alma da viga à chapa de extremidade devem ser capazes de resistir aos esforços cortantes, sem a colaboração das soldas que conectam a mesa da viga à chapa de extremidade, conforme o item 6.2.2 (1) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005);
- A dimensão das soldas devem ser tal que o momento resistente de cálculo resistente à flexão seja sempre limitado pelas componentes da ligação e não pelas soldas (6.2.3 (4) do EN 1993-1-8(CEN, 2005));
- Para que a coluna resista a flambagem, deve-se atender a seguinte equação, conforme o item 6.2.6.1 (1) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

$$\frac{d_{wc}}{t_{wc}} \le 0,69\varepsilon; \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yc}}}$$
(3.6)

em que:

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{wc} + r_c) \tag{3.7}$$

 Nas ligações viga coluna na qual ocorre a formação de rótulas plásticas, as soldas devem resistir ao efeito de um momento fletor igual ao menor dos seguintes valores (6.2.3 (5) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005):

- ao momento plástico da viga;

-  $\alpha$  vezes o valor do momento resistente da ligação, sendo:

 $\alpha = 1,4$  para estruturas contraventadas;

 $\alpha = 1,7$  para o restante dos casos.

Após a verificação e a satisfação das condições anteriores, é possível aplicar o Método das Componentes para calcular a resistência e a rigidez de cada uma das componentes e da ligação.

A seguir será apresentada integralmente toda a metodologia do cálculo para a determinação da resistência e da rigidez das componentes, de acordo com o EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

## 3.4.1. "T-stub" tracionada

Nas estruturas de aço, frequentemente, os parafusos da ligação estão submetidos a forças de tração produzidas por ações externas. Na ligação da Figura 8, os parafusos submetidos a esse tipo de esforço são localizados próximos à mesa superior da viga.



Figura 8: Ligação viga-coluna com perfil "T". Fonte: Romano (2001).

Dentre os modelos de dimensionamento, pode-se destacar o modelo simplificado da Figura 9, denominado "*T-stub*", que considera além das forças de tração que atuam nos parafusos, também as forças de equilíbrio interno exercidas pela flexão dos flanges, conforme a Figura 10. Isto faz com que surjam forças de alavanca, podendo assim constatar que, para o equilíbrio das forças, os parafusos não podem estar sujeitos apenas a solicitações oriundas de forças externas, mas também a forças de alavanca, provenientes da flexão dos flanges dos perfis "*T-stub*".



Figura 9: Ligação "T-stub". Fonte: Romano (2001).



Figura 10: Origem do efeito alavanca. Fonte: Romano (2001).

Nas ligações com chapa de extremidade estendida, o modelo da Figura 11 é utilizado para o cálculo da resistência das seguintes componentes: mesa da coluna à flexão (Figura 12a) e chapa de extremidade à flexão (Figura 12b).



Figura 11: Dimensões da mesa de um modelo "T-stub" tracionado. Fonte: Eurocode 3 (2005).



Figura 12: Modelo "*T-stub*" tracionado: (a) T-stub para a mesa da coluna; (b) T-stub para a chapa à flexão. Fonte: Díaz (2010).

Segundo Romano (2001), o modelo para ligações "*T-stub*" foi apresentado inicialmente por Zoetemeijer e De Back (1972), no qual considerou-se possível a formação de rótulas plásticas na interseção mesa/alma e na linha de parafusos da mesa do perfil "*T-stub*". Atualmente esse modelo de dimensionamento está presente no Eurocode 3 (CEN, 2005).

A seguir serão mostrados os três diferentes modos de ruptura que as ligações *"T-stub*" submetidas à tração podem apresentar, conforme a Figura 13.



Figura 13: Modos de ruptura do modelo "*T-stub*": (a) modo 1; (b) Modo 2; (c) modo 3. Fonte: Faella *et al.* (2000).

### Modo de ruptura 1

Neste modo de ruptura ocorre o completo escoamento da mesa do perfil "*T*stub", devido à sua reduzida espessura, mesmo sem que os parafusos entrem em ruptura. Pode-se observar, conforme a Figura 13a, a formação de quatro rótulas plásticas na mesa, sendo duas devido à flexão causada pelos parafusos e as outras duas na ligação entre a mesa e a alma do perfil "*T*-stub", a uma distância *m*.

$$m = d - 0.8r$$
 (3.8)

em que:

d é a distância do eixo do parafuso até a alma;

r é raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa do perfil

A resistência para o modo 1 é dada pela equação que segue:

$$F_{t,1,Rd} = 4 \frac{M_{pl,1,Rd}}{m}$$
(3.9)

sendo:

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}}$$
(3.10)

em que:

 $t_f$  é espessura da mesa ;

 $l_{eff,1}$  é o comprimento efetivo para o modo de ruptura 1;

 $f_{v}$  é a tensão de escoamento da mesa;

 $\gamma_{M0}$  é o coeficiente parcial para a resistência das seções transversais.

#### Modo de ruptura 2

Neste modo de ruptura ocorre a formação de duas rótulas plásticas, junto à ligação entre a alma e a mesa do "*T-stub*", e a ruptura dos parafusos (Figura 13b).

Para este caso, as forças de alavanca podem levar à ruptura dos parafusos antes do escoamento total nas seções da mesa junto às linhas de parafusos. Este modo ocorre quando as espessuras da mesa são maiores e as deformações por flexão das mesas e os alongamentos dos parafusos são similares.

A resistência para o modo 2 é dada pela equação seguinte:

$$F_{t,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n\sum F_{t,b,Rd}}{m+n}$$
(3.11)

em que:

n é a distância entre o eixo do parafuso e a força de alavanca (Q);

 $F_{t,b,Rd}$  é a resistência à tração de um parafuso.

#### Modo de ruptura 3

Neste modo de ruptura o colapso dos parafusos ocorre antes que a mesa do perfil "*T-stub*" se deforme suficientemente para que haja ocorrência de rótulas

plásticas (Figura 13c). Este modo ocorre quando a espessura da mesa do "*T-stub*" é muito grossa, de forma que sua deformação é desprezada e os parafusos absorvem todo o esforço de tração. No modo 3 as forças de alavanca são inexistentes ou desprezáveis.

$$F_{t,3,Rd} = \sum F_{t,b,Rd} \tag{3.12}$$

## Resistencia do "T-stub"

A resistência do "*T-stub*" é definida como o valor mínimo da resistência obtido nos modos de ruptura 1,2 e 3, e a resistência à punção entre a cabeça do parafuso e a sua porca, conforme a seguinte equação:

$$F_{t,Rd} = \min\left(F_{t,1,Rd}, F_{t,2,Rd}, F_{t,3,Rd}, \sum B_{p,Rd}\right)$$
(3.13)

sendo:

$$B_{p,Rd} = \frac{0.6\pi d_m t f_u}{\gamma_{M_2}} \tag{3.14}$$

em que:

 $B_{p,Rd}$  é a resistência à punção;

 $d_m$  é a dimensão média entre a face e entre os vértices da cabeça do parafuso e da porca, utilizando o menor valor;

t é a espessura mínima abaixo da cabeça do parafuso e da porca;

 $f_u$  é a resistência última da chapa.

### 3.4.2. Alma da coluna ao cortante

Antes de aplicar o Método das Componentes para o cálculo da resistência e da rigidez da alma do pilar ao corte é preciso atender a uma condição para que este método seja válido, ou seja, é necessário verificar se a esbeltez da alma do pilar atende a condição da Eq. (3.6).

Sendo esta condição atendida pode-se iniciar o dimensionamento, caso contrário, deve-se alterar o perfil usado ou não se pode usar o Método das Componentes.

A resistência da alma da coluna ao cortante é dada pela equação a seguir:

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9 f_{y,wc} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M_0}}$$
(3.15)

em que:

 $A_{Vc}$  é a área de corte da seção do pilar, que pode ser obtida a partir da equação:

$$A_{vc} = A - 2b_{cf}t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c)t_{fc}$$
(3.16)

em que:

 $f_{y,wc}$  é a tensão de escoamento da alma da coluna;

 $\gamma_{M_0}$  é o coeficiente parcial para a resistência das seções transversais ( $\gamma_{M_0}$ =1 (EN 1993-1-8(CEN, 2005))).

Desta forma, o coeficiente de rigidez da alma do pilar ao cortante ( $K_1$ ) é dado por:

$$K_1 = \frac{0.38A_{vc}}{\beta z}$$
(3.17)

em que:

 $\beta$  é um parâmetro de transformação (Tabela 5.4 do EN 1993-1-8 (CEN, 2005)); z é a distância até o centro de compressão.

#### 3.4.3. Alma da coluna à compressão

A resistência da alma da coluna à compressão é determinada a partir da equação apresentada a seguir. Nesta equação, o coeficiente de redução *w* traduz o efeito da interação entre a compressão na alma do pilar com as tensões de corte na alma do pilar e as tensões normais verticais.

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{wk_{wc} \times b_{eff,c,wc} \times t_{wc} \times f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}} \le \frac{w \times k_{wc} \times \rho \times b_{eff,c,wc} \times t_{wc} \times f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}}$$
(3.18)

sendo:

$$w = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3\left(\frac{b_{eff,c,wc}t_{wc}}{A_{Vc}}\right)^2}}$$
(3.19)

 $b_{eff,c,wc}$  é a largura efetiva à compressão da coluna. Para ligações parafusadas com chapa de extremidade o valor de  $b_{eff,c,wc}$  é dado pelo menor valor da equação seguinte:

$$b_{eff,c,wc} = min \begin{cases} t_{fb} + 2\sqrt{2}a_{fp} + 5(t_{fc} + r_c) + 2t_p \\ t_{fb} + 2\sqrt{2}a_{fp} + 5(t_{fc} + r_c) + t_p + l_{pi} \end{cases}$$
(3.20)

 $\rho$  é o coeficiente de redução em função da flambagem da alma do pilar. Pode ser calculado a partir da esbeltez ( $\overline{\lambda_p}$ ) nas equações seguintes:

$$\rho = \begin{cases}
1,00 & se \quad \overline{\lambda_p} \leq 0,72 \\
\rho = \frac{\overline{\lambda_p} - 0.92}{\overline{\lambda_p}^2} & se \quad \overline{\lambda_p} > 0,72
\end{cases}$$
(3.21)

em que:

 $\overline{\lambda_p}$  é determinado a partir de:

$$\overline{\lambda_p} = 0.932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}}$$
(3.22)

O coeficiente  $k_{wc}$  assume o valor de 1 quando a tensão longitudinal de compressão ( $\sigma_{com,Ed}$ ) é desconhecida. Mas quando se sabe o valor da tensão longitudinal de compressão, devido à força normal e ao momento fletor na coluna, este valor pode ser facilmente obtido, a partir de:

$$k_{wc} = \begin{cases} 1,00 & se \ \sigma_{com,Ed} \le 0.7 f_{y,wc} \\ 1,7 - \frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,wc}} & se \ \sigma_{com,Ed} > 0.7 f_{y,wc} \end{cases}$$
(3.23)

Desta forma, o coeficiente de rigidez da alma da coluna à compressão ( $K_2$ ) pode ser obtido a partir de:

$$K_2 = \frac{0.7b_{eff,c,wc}t_{wc}}{d_c}$$
(3.24)

## 3.4.4. Alma da coluna à tração

No dimensionamento da alma o valor da resistência é dado por:

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{wb_{eff,t,wc}t_{wc}f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}}$$
(3.25)

em que:

w é o fator de redução (Eq. (3.19))

 $b_{eff,t,wc}$  é a largura efetiva da coluna à tração. Para ligações parafusados adota-se o mesmo valor de  $b_{eff,c,wc}$  (Eq. (3.20)).

Desta forma, o coeficiente de rigidez da alma do pilar à tração  $(K_3)$  é obtido por:

$$K_3 = \frac{0.7b_{eff,t,wc}t_{wc}}{d_{wc}}$$
(3.26)

## 3.4.5. Mesa da coluna à flexão

O dimensionamento desta componente é feito com base em um modelo simplificado, ou seja, utiliza-se uma "*T-stub*" equivalente, no qual a componente é avaliada a partir da carga que leva a chapa ao colapso plástico.

Para a utilização do modelo "*T-stub*", deve-se ter em conta que a análise é feita para cada linha de parafuso de forma isolada e de forma combinada com a linha anteriormente analisada isoladamente.

A resistência da mesa da coluna à flexão de uma fila de parafusos é dada pela menor resistência do modelo "*T-stub*" obtida, a partir das linhas de parafusos analisadas individualmente e em grupo.

Após o cálculo da resistência para os três modos de ruptura, a partir da disposição geométrica dos furos, das características dos parafusos e das dimensões da mesa da coluna, é possível determinar a resistência da mesa da coluna à flexão, conforme a equação:

$$F_{tr,fc,Rd} = \min(F_{tr,fc,1,Rd}, F_{tr,fc,2,Rd}, F_{tr,fc,3,Rd})$$
(3.27)

O cálculo dos comprimentos equivalentes ( $l_{eff}$ ) do "*T-stub*" da mesa da coluna correspondentes a cada fila de parafusos é feito com base na Tabela 6.4 do EN 1993-1-8 (CEN, 2005), diferenciando as filas externas das internas.

Desta forma, o valor do coeficiente de rigidez da mesa da coluna à flexão ( $K_4$ ) é obtido através de:

$$K_4 = \frac{0.9l_{eff}t_{fc}^3}{m^3} \tag{3.28}$$

em que:

 $l_{eff}$  é o menor comprimento equivalente para uma fila de parafusos, calculada individualmente ou em grupo;

*m* é o valor obtido a partir da disposição geométrica da ligação, conforme apresentado na Figura 14.



Figura 14: Chapa de extremidade mais estreita que o banzo do pilar. Fonte: Eurocode 3 (2005).

## 3.4.6. Chapa de extremidade à flexão

A análise da chapa de extremidade à flexão também é feita com base no modelo "*T-stub*", deste modo, o dimensionamento é análogo ao dimensionamento da mesa da coluna à flexão, com algumas diferenças nas definições geométricas.

A resistência da chapa de extremidade à flexão é calculada como a menor resistência da "*T-stub*", a partir das linhas de parafusos analisadas individualmente e em grupo. Neste modelo, a mesa da seção "*T-stub*" é a chapa e a mesa da viga é a alma da seção T, conforme a Figura 15.









O cálculo para cada modo de ruptura da "*T-stub*" é feito com base na disposição geométrica dos furos, nas características dos parafusos e nas dimensões da chapa. Após a determinação da resistência de cada modo de ruptura, a resistência da chapa à flexão é dada por:

$$F_{tr,fp,Rd} = \min(F_{tr,fp,1,Rd}, F_{tr,fp,2,Rd}, F_{tr,fp,3,Rd})$$
(3.29)

O cálculo dos comprimentos equivalentes ( $l_{eff}$ ) do "*T-stub*" da chapa de extremidade à flexão correspondentes a cada fila de parafusos é feito com base na Tabela 6.6 do EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

Desta forma, o valor do coeficiente de rigidez da chapa de extremidade à flexão  $(K_5)$  é obtido através de:

$$K_5 = \frac{0.9l_{eff}t^3_{\ p}}{m^3} \tag{3.30}$$

em que:

 $l_{eff}$  é o menor comprimento equivalente para um fila de parafusos, calculada individualmente ou em grupo;

m é igual a mx, quando a fila está situada na parte estendida da chapa conforme apresentado na Figura 15.

#### 3.4.7. Mesa e alma da viga à compressão

A resistência à compressão da mesa e da alma da viga é calculada a partir do momento resistente da seção transversal da viga, conforme a equação:

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h_b - t_{tb}}$$
(3.31)

em que:

 $M_{c,Rd}$  é o momento de cálculo da viga. Se o cortante de cálculo ( $V_{Ed}$ ) é menor que 50% do cortante plástico da viga ( $V_{pl,b,Rd}$ ), o momento  $M_{c,Rd}$  é igual ao momento plástico da viga (EN 1993-1-1(CEN, 2005)).

O cálculo do coeficiente de rigidez da mesa e alma da viga à compressão não é efetuado, pois é considerado que esta componente tem um comportamento rígidoplástico. De acordo com o Eurocode 3 (CEN, 2005), todas as componentes com esse tipo de comportamento têm rigidez considerada infinita.

$$k_7 = \infty \tag{3.32}$$

## 3.4.8. Alma da viga à tração

O cálculo da resistência à tração da alma da viga é dado pela por:

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{M_0}}$$
(3.33)

no qual:

 $b_{eff,wb}$  é a largura equivalente da viga à tração para um fila de parafusos, calculada individualmente ou em grupo;

O coeficiente de rigidez da alma da viga à tração, da mesma forma que a rigidez da mesa e alma da viga à compressão é considerado infinito.

$$k_8 = \infty \tag{3.34}$$

#### 3.4.9. Parafusos à tração

A resistência dos parafusos à tração é dada por:

$$F_{t,Rd} = \frac{0.9 f_{ub} A_s}{\gamma_{M_2}}$$
(3.35)

em que:

 $f_{ub}$  é a resistência última do parafuso;

 $A_s$  é a área resistente do parafuso;

 $\gamma_{M_2}$  é um coeficiente de segurança para parafusos.  $\gamma_{M_2} = 1,25$ .

O coeficiente de rigidez dos parafusos à tração ( $K_{10}$ ) é obtido através de:

$$K_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b} \tag{3.36}$$

em que:

 $L_b$  é o comprimento dos parafusos sujeito a alongamento, considerado igual à espessura da chapa e das arruelas mais a metade da soma da cabeça do parafuso mais a porca.

#### 3.5. MOMENTO RESISTENTE DE UMA LIGAÇÃO

O procedimento de montagem da resistência tem por objetivo a obtenção do momento resistente de cálculo ( $M_{i,Rd}$ ) de uma ligação.

A resistência de uma ligação é obtida a partir das resistências das componentes. O momento resistente de cálculo  $(M_{j,Rd})$  de uma ligação está associado a resistência  $F_{tr,Rd}$  do componente mais frágil, tendo um comportamento similar ao comportamento de uma corrente, em que a resistência está condicionada a resistência do elo mais fraco.

Nas ligações viga-coluna com chapa estendida, o momento resistente é determinado pela equação seguinte:

$$M_{j,Rd} = \sum_{r} h_r F_{tr,Rd} \tag{3.37}$$

onde:

 $F_{tr,Rd}$  é a resistência à tração de cada linha de parafuso r,

 $h_r$  é a distância da linha de parafusos até o centro de compressão;

r é o número de linhas de parafusos da zona tracionada.

As filas de parafuso são numeradas a partir da mais distante do centro de compressão, conforme a Figura 16. Em uma ligação parafusada com chapa estendida, o centro de compressão encontra-se na metade da espessura da mesa de compressão da viga, conforme item 6.2.7.2(2) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005).



Figura 16: Distribuição das forças nos parafusos. Fonte: Díaz (2010).

#### 3.5.1. Resistência das filas de parafusos

A resistência de cada fila de parafusos r ( $F_{tr,Rd}$ ) é determinada de forma sequencial, sendo que em cada etapa de cálculo ignora-se a influência dos parafusos da fila menos tracionada (fila inferior). Com base nisso, a resistência da primeira fila é a sua capacidade resistente atuando individualmente. Para as filas seguintes são consideradas a sua atuação individualmente ou como parte de um grupo, em combinação com as filas superiores.

## Resistência da fila 1

A resistência da fila 1 ( $F_{t1,Rd}$ ) é o menor valor das resistências abaixo:

- Alma da coluna ao cortante:  $F_{t1,Rd} \leq \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- Alma da coluna à compressão:  $F_{t1,Rd} \leq F_{c,wc,Rd}$
- Mesa e alma da viga à compressão:  $F_{t1,Rd} \leq F_{c,fb,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 1:  $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,fc,Rd}$
- Alma da coluna à tração para a fila 1:  $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,wc,Rd}$
- Chapa de topo à flexão para a fila 1:  $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,fp,Rd}$

#### Resistência da fila 2

A resistência da fila 2 ( $F_{t2,Rd}$ ) é o menor valor das resistências abaixo:

- Alma da coluna ao cortante:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \le \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- Alma da coluna à compressão:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \le F_{c,wc,Rd}$
- Mesa e alma da viga à compressão:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \le F_{c,fb,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 2:  $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,fc,Rd}$
- Alma da coluna à tração para a fila 2:  $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,wc,Rd}$
- Chapa de topo à flexão para a fila 2:  $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,fp,Rd}$
- Alma da viga à tração para a fila 2:  $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,wb,Rd}$
- Alma da coluna à tração para a fila 1+2:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{t(1+2),wc,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 1+2:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \le F_{t(1+2),fc,Rd}$

Caso  $F_{t1,Rd} > 1,9(2F_{t1,b,Rd})$  deve-se verificar se  $F_{t2,Rd} \leq \frac{F_{t1,Rd}h_1}{h_2}$ . Isto garante

que se a fila 1 não tem capacidade de deformação suficiente para redistribuir os esforços das filas inferiores, a distribuição de forças é linear, a partir do centro de compressão.

## Resistência da fila 3

A resistência da fila 3 ( $F_{t3,Rd}$ ) é o menor valor das resistências abaixo:

- Alma da coluna ao cortante:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- Alma da coluna à compressão:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \le F_{c,wc,Rd}$
- Mesa e alma da viga à compressão:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \le F_{c,fb,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 3:  $F_{3,Rd} \leq F_{t3,fc,Rd}$
- Alma da coluna à tração para a fila 3:  $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,wc,Rd}$
- Chapa de topo à flexão para a fila 3:  $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,fp,Rd}$
- Alma da viga à tração para a fila 3:  $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,wb,Rd}$
- Alma da coluna à tração para a fila 2+3:  $F_{2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),wc,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 2+3:  $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),fc,Rd}$
- Chapa de topo à flexão para a fila 2+3:  $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),fp,Rd}$
- Alma da viga à tração para a fila 2+3:  $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \le F_{t(2+3),wb,Rd}$

- Alma da coluna à tração para a fila 1+2+3:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \le F_{t(1+2+3),wc,Rd}$
- Mesa da coluna à flexão para a fila 1+2+3:  $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \le F_{t(1+2+3),fc,Rd}$

Caso  $F_{t2,Rd} > 1,9(2F_{t,b,Rd})$  deve-se verificar se  $F_{t2,Rd} \leq \frac{F_{t2,Rd}h_2}{h_3}$ . Isto garante que se a fila 2 não tem capacidade de deformação suficiente para redistribuir os esforços das filas inferiores, a distribuição de forças é linear, a partir do centro de compressão.

## 3.6. RIGIDEZ ROTACIONAL DE UMA LIGAÇÃO

A rigidez rotacional de uma ligação é obtida a partir da combinação dos valores das rigidezes das componentes, associadas em série e posteriormente em paralelo, conforme a Figura 17.



Figura 17: Procedimento para cálculo da rigidez rotacional de uma ligação. Fonte: Lima (2003).

No cálculo da rigidez da ligação não se considera a rigidez do componente mesa da viga em compressão ( $k_7$ ), porque essa componente tem o seu valor adotado igual a infinito.

Para determinar a rigidez rotacional de uma ligação, o primeiro passo é calcular a rigidez efetiva das molas associadas em série, para cada linha de parafusos em tração, pela seguinte equação:

$$K_{eff,r} = \frac{1}{\sum_{r}^{n_c} \frac{1}{k_{r,r}}}$$
(3.38)

em que:

 $k_{r,r}$  é o valor da rigidez de cada uma das componentes da linha r;

 $n_c$  é o número de componentes ativas em cada linha de parafusos.

O segundo passo é calcular a rigidez equivalente total das várias linhas de parafusos em paralelo, pela equação:

$$K_{eq} = \frac{\sum_{r}^{n_b} k_{eff,r} h_r}{z_{eq}} \tag{3.39}$$

no qual:

 $z_{eq}$  é o braço de alavanca equivalente, dado pela equação:

$$Z_{eq} = \frac{\sum_{r}^{n_b} k_{eff,r} h_r^2}{\sum_{r}^{n_b} k_{eff,r} h_r}$$
(3.40)

Desta forma, o EN 1993-1-8 (CEN, 2005) define a rigidez rotacional de uma ligação parafusada com chapa estendida, em seu item 6.3, como:

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_{eq}}\right)}$$
(3.41)

em que:

E é o módulo de elasticidade do aço;

 $k_1 e k_2$  são os valores das rigidezes, calculadas para as componentes 1 e 2;

z é o braço de alavanca até o centro de compressão;

 $\mu$  é a razão entre as rigidezes inicial e secante, obtida através da seguinte equação:

$$\mu = \begin{cases} 1 & se \ M_{j,Ed} \le \frac{2}{3}M_{j,Rd} \\ 1,5\left(\frac{M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}}\right)^{\psi} & se \ \frac{2}{3}M_{j,Rd} \le M_{j,Ed} \le M_{j,Rd} \end{cases}$$
(3.42)

com:

 $\psi$  = 2,7 para ligações parafusadas com chapa de extremidade (Tabela 6.8 do EN 1993-1-8 (CEN, 2005)).

## 3.7. RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

Nas ligações parafusadas com chapa de extremidade estendida, a resistência de cálculo de cada fila de parafusos deverá ser verificada para a combinação de esforços de tração e cortante, conforme o item 6.2.2 (2) do EN 1993-1-8 (CEN,2005),

usando os critérios da Tabela 3.4 do EN 1993-1-8 (CEN,2005) para verificar se a ligação resiste ao esforço cortante ao qual está submetida ( $V_{Ed}$ ).

# 3.8. CÁLCULO DAS SOLDAS

Os cordões de solda, nas ligações com chapa de extremidade, têm a função de ligar a viga à chapa. Esta ligação é feita entre a alma da viga e chapa e entre a mesa da viga e a chapa, conforme a Figura 18.



Figura 18: Ligação (solda) entre a viga e chapa. Fonte: Díaz (2010).

A resistência do cordão de solda por unidade de área, independente da orientação do cordão em relação a força aplicada, é dada por:

$$F_{w,Rd} = f_{vw,d}a \tag{3.43}$$

sendo:

*a* é a garganta do cordão de solda, definido como a altura do maior triangulo isósceles inscrito na seção transversal, cujos lados iguais estão em contato com os elementos a serem ligados.

em que:

a ≥ 3 mm (seção 4.5.2 (2) do EN 1993-1-8 (CEN, 2005) e

 $a \leq 7t mm$ , sendo t a espessura mínima dos elementos ligados.

 $f_{vw.d}$  é a resistência ao cortante da solda, sendo obtido pela equação:

$$f_{vw.d} = \frac{\frac{J_u}{\sqrt{3}}}{\beta_w \gamma_{M_2}} a.l \tag{3.44}$$

em que:

 $f_u$  é a tensão última do elemento mais frágil a ligar;

 $\beta_w$  é o coeficiente de correlação, dependente do tipo de material (Tabela 4.1 do EN 1993-1-8 (CEN,2005));

l é o comprimento do cordão de solda;

 $\gamma_{M_2}$ é um coeficiente de segurança

### Cordão de solda horizontal

A solda horizontal é aquela que une a mesa da viga à chapa de extremidade, com um cordão com a espessura  $a_{fp}$  e os comprimentos  $l_{1,afp}$  e  $l_{1,afp}$  (Figura 18).

A espessura do cordão horizontal é calculada considerando que a resistência das soldas deve ser maior ou igual à resistência plástica da mesa da viga, como mostra a equação seguinte:

$$F_{w,Rd} = f_{vw.d} a_{fp} (l_{1,afp} + l_{2,afp}) \le N_{b,pl,Rd}$$
(3.45)

## Cordão de solda vertical

A solda vertical é aquela que une a alma da viga à chapa de extremidade, com um cordão com a espessura  $a_{wp}$  e o comprimento  $l_{3,awp}$  (Figura 18).

De acordo com o item 6.2.2(1) do EN 1993-1-8 (CEN,2005), as soldas que unem a alma da viga e a chapa de extremidade são dimensionadas para resistir ao

esforço cortante da viga sem a contribuição das soldas da mesa da viga e da chapa. Sendo assim, o esforço cortante máximo considerado é igual ao cortante plástico da viga:

$$F_{w,Rd} = f_{vw.d} a_{wp} (2l_{3,awp}) \le V_{pl,b,Rd}$$
(3.46)

Em suma, o Método das Componentes pode ser dividido em duas etapas, compostas por várias fases:

- 1- Cálculo da resistência da ligação:
  - Identificação das componentes e o tipo de solicitação (corte, tração, compressão ou flexão) sobre cada uma das componentes e avaliação da sua respectiva resistência;
  - Identificação do componente menos resistente de cada linha de parafusos, pois a força nesta linha não pode ultrapassar a resistência desse componente;
  - Redistribuição das forças desenvolvidas e a obtenção do momento resistente.
- 2- Cálculo da rigidez da ligação:
  - Representação esquemática da ligação e identificação das componentes;
  - Avaliação da rigidez característica de cada componente;
  - Montagem do modelo mecânico representando as componentes como molas dispostas em série e em paralelo;
  - Cálculo da rigidez rotacional da ligação.

## 4. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Atualmente o termo otimização tem sido muito utilizado para melhorar a eficiência ou tornar algo viável, de forma a produzir o melhor resultado possível com o emprego mínimo dos recursos disponíveis, enquanto algumas restrições impostas pelo problema são satisfeitas, ou seja, máxima eficiência a um custo mínimo.

As técnicas de otimização estrutural possibilitam o uso de forma mais racional e eficiente dos recursos materiais, através da condução eficiente dos esforços mecânicos na estrutura. Dessa forma, podem ser determinados valores ótimos de parâmetros importantes do projeto estrutural, como o custo de fabricação e a confiabilidade de uma estrutura (FREITAS, 2010).

Os primeiros registros sobre o emprego de técnicas de otimização foram encontrados em alguns trabalhos de Euler e Lagrange, nos quais se estabelecem as condições para a determinação dos máximos e mínimos de funções.

A otimização estrutural ganhou força em meados da década de 70 com o surgimento de técnicas de aproximação numérica (Método dos Elementos Finitos) e, desde então esse tema tem levado um grande número de pesquisadores a desenvolverem algoritmos e técnicas cada vez mais apuradas de otimização.

Em função do tipo de variáveis de projeto usadas, destacam-se os tipos de otimização a seguir: otimização dimensional, otimização geométrica e a otimização topológica.

A otimização dimensional é aquela em que as variáveis são as dimensões principais de um elemento estrutural, como, por exemplo, as dimensões da seção transversal.

A otimização geométrica é aquela em que as variáveis de projeto são algumas coordenadas de pontos de controle da geometria, desta forma há modificação de forma da estrutura sem a retirada de elementos que a compõem.

Na otimização topológica, as variáveis de projeto são parâmetros que podem afetar a distribuição de material ao longo da estrutura, com o objetivo de retirar material em regiões com poucas solicitações, ou retirando elementos de uma estrutura reticulada, sem que se viole as restrições impostas.

#### 4.1. CONCEITOS GERAIS

O problema de otimização é aquele que busca definir os valores ótimos das variáveis de projeto minimizando uma função objetivo, enquanto um conjunto de restrições é atendido.

A aplicação da otimização em um problema tem início com a definição de um objetivo, que representa uma medida de desempenho para o algoritmo de otimização. No contexto, deste trabalho este objetivo é a redução dos custos da ligação. Em seguida são definidas variáveis de projeto, que a medida que são alteradas, afetam a função objetivo. Assim, o objetivo principal de uma otimização é encontrar os valores das variáveis de projeto que proporcionem o melhor desempenho ao algoritmo.

De modo geral, um problema de minimização de uma função objetivo sujeita a restrições de igualdade e desigualdade é caracterizado por:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{Sujeito a} & g_k(x) \leq 0; \ k = 1, \dots, m \ e \\ & h_j(x) = 0; \ j = 1, \dots, p \\ & x_i^i \leq x_i \leq x_i^s; i = 1, \dots, n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{(4.1)} \\ \end{array}$$

em que f(x),  $g(x) \in h(x)$  são funções diferenciáveis lineares ou não, sendo x o vetor que contém as variáveis de projeto; f(x) é a função objetivo, g(x) são as restrições de desigualdade e h(x) são as restrições de igualdade; m representa o número de restrições de desigualdade e p o número de restrições de igualdade. Já  $x_i^i$  representa o limite inferior,  $x_i^s$  o limite superior e n o número de variáveis das restrições laterais.

A função objetivo representa uma medida de eficiência do projeto, capaz de quantificar numericamente um problema de otimização. Esta função objetivo pode ser simples, quando ela tem apenas um objetivo, ou multiobjetivo, quando tem mais de um objetivo simultâneo.

As variáveis de projeto são parâmetros do problema que podem ser modificados arbitrariamente durante o processo de busca pelo ótimo. As variáveis são classificadas como: contínuas, quando podem assumir qualquer valor real e variáveis discretas, quando só podem assumir determinados valores.

As restrições são limitações impostas as variáveis de projeto, com o objetivo de limitar o espaço de busca do algoritmo e os valores assumidos pelas variáveis.

No contexto do problema de otimização, alguns outros conceitos também são muito relevantes, como a convexidade e o mínimo local. Para explicar esses conceitos, vamos usar a função de uma variável  $f(x) = x^2$ , mostrada na Figura 19. Note que se uma reta for construída entre  $(x_1, f(x_1)) \in (x_2, f(x_2))$ , a linha ficará acima da curva f(x) em todos os pontos entre  $x_1 \in x_2$ . Essa propriedade caracteriza funções convexas (ARORA, 2016). A partir dessa geometria apresentada na Figura 19, podemos escrever a definição de convexidade como a seguinte desigualdade:

$$f(x) \le \alpha f(x_2) + (1 - \alpha) f(x_1)$$
 (4.2)

em que:

$$x = \alpha x_2 + (1 - \alpha) x_1$$
 (4.3)



Figura 19: Função convexa  $f(x) = x^2$ . Fonte: Arora (2016)

Essa inequação pode ser escrita como:

$$f(\alpha x_2 + (1 - \alpha)x_1) \le \alpha f(x_2) + (1 - \alpha)f(x_1) \qquad para \ 0 \le \alpha \le 1 \qquad (4.4)$$

De acordo com Arora (2016) essa definição pode ser generalizada para uma função com *n* variáveis. A função f(x) é convexa quando satisfaz a seguinte inequação:

$$f(\alpha X^{(2)} + (1 - \alpha)X^{(1)}) \le \alpha f(X^{(2)}) + (1 - \alpha)f(X^{(1)}) \quad para \ 0 \le \alpha \le 1$$
(4.5)

Essas inequações representam condição necessária e suficiente. Porém nos problemas de otimização de engenharia, geralmente, é difícil atender essas condições de convexidade. A função não convexa resulta em ocorrência de mínimos locais e

mínimos globais. Um ponto é definido como mínimo local quando o valor da função f(x) é menor apenas em comparação com os seus arredores. A Figura 20 apresenta um exemplo de função com mínimos locais e globais. Portanto o problema da equação (4.1), consiste em encontrar o mínimo global da função objetivo, isto é, encontrar  $x^* \in S$ , sendo  $f(x^*) \le f(x) \forall x \in S$  (SOUZA, 2016).



Figura 20: Mínimos local e global. Fonte: Souza (2016).

Os problemas de otimização podem trabalhar com funções convexas ou não. Os problemas de otimização com funções convexas podem ser resolvidos através de métodos matemáticos, garantindo a convergência a um mínimo global. Já os problemas com funções não convexas, quando resolvidos através de métodos matemáticos, não garantem a convergência

O algoritmo de otimização consiste em uma configuração inicial, com um vetor  $x_0$  da variável x, que é melhorada por um processo iterativo, seguindo a sequência  $x_0, x_1, ..., x_n$ , até convergir para um mínimo global. Além disso, a medida que configuração atual é melhorada, é feita a análise das restrições buscado uma solução ótima que atenda as restrições impostas ao algoritmo.

A solução da Equação (4.1) é a configuração ótima que minimiza a função objetivo, podendo em alguns casos existir mais de uma solução ótima (ARORA, 2016).

No processo de otimização os módulos de cálculo podem ser, de maneira prática, agrupados em dois grandes módulos computacionais: um módulo de análise estrutural e um módulo do algoritmo de otimização. No módulo de análise estrutural, a cada iteração, são calculadas as respostas mecânicas da estrutura para a configuração do passo atual. Já no módulo de otimização são propostas novas

configurações que buscam reduzir ou minimizar o valor da função objetivo, buscando atender também as restrições impostas ao problema. Este processo iterativo é repetido até atingir a tolerância estipulada, geralmente em função do grau de alteração numérica das variáveis de projeto ou da função objetivo ou das restrições, em iterações consecutivas.

A Programação Matemática (PM) é um método clássico de otimização, no qual parte-se de uma de uma configuração inicial e a solução é melhorada a cada iteração. Apesar dessas técnicas apresentarem rápida convergência, não são as mais adequadas para a resolução de problemas multimodais, ou seja, quando a curva representativa do problema possui vários valores extremos; isso se deve ao fato desses algoritmos buscarem os valores extremos mais próximos, o que pode levar a uma solução local. Sendo assim, esse algoritmo não garante que a solução encontrada seja a solução global para o problema.

# 4.2. ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos são algoritmos de busca com fundamento no processo natural proposto por Charles Darwin, no qual ele defendia a ideia que aqueles seres vivos que melhor se adaptassem tenderiam a sobreviver. Esses algoritmos são classificados como algoritmos evolucionistas. Os algoritmos genéticos são muito utilizados para a resolução de problemas em que, dado um conjunto de elementos, deseja-se encontrar aquele ou aqueles que melhor atendam as condições impostas.

Os algoritmos genéticos são adequados para resolução de problemas com a presença de variáveis contínuas e variáveis, ou ambas, e para problemas com funções não lineares e não convexas, que em geral tornam o problema de otimização complexo. A não linearidade e a não convexidade resultam em problemas que não podem ser resolvidos pelas técnicas de Programação Matemática.

Os algoritmos genéticos foram desenvolvidos inicialmente por John Holland, em 1965, através de uma pesquisa que, inicialmente, visava estudar os processos evolutivos, de forma que os fenômenos de adaptação e evolução do mundo real fossem simulados através de processos computacionais. (LINDEN, 2012).

Os algoritmos genéticos se baseiam, de forma simplificada, no darwinismo como modelo de evolução e na reprodução natural existente na natureza.

De acordo com Silva (2011), a seleção natural é um processo pelo qual características hereditárias que contribuem para a sobrevivência e reprodução se tornam mais comuns em uma população e as características prejudiciais, mais raras. Isso porque os indivíduos com características vantajosas têm mais sucesso na reprodução, de maneira que os indivíduos da próxima geração herdam essas características.

Os algoritmos genéticos trabalham com princípios básicos da teoria da evolução e genética que podem ser modelados através de códigos computacionais. De modo geral, os AGs são estratégias flexíveis e eficientes de busca de configurações que melhor se ajustam ao modelo do problema adotado (CAMP *et al.*, 1997).

Os AGs têm início definindo diversas soluções arbitrárias representadas por um conjunto de cromossomos chamado de população. A cada nova iteração, a solução dessa população é avaliada e o seu grau de ajuste ao problema é usada para formar uma nova população que apresente características superiores às da população anterior. Este processo é repetido até que alguma condição de convergência do problema seja satisfeita.

As principais definições relacionadas com os AGs são:

 Cromossomo: representa a estrutura de dados que codifica uma possível solução para o problema, ou seja, representa um elemento do vetor no espaço de busca, uma solução candidata. Um cromossomo é formado por genes, que podem que podem assumir um determinado valor entre os vários possíveis, denominados alelos, que podem ser representados por valores reais ou binários, conforme mostrado na Figura 21.



Figura 21: Cromossomo representado por um binário.

População: é o conjunto de cromossomos. Um importante parâmetro é o tamanho da população, que indica quantos cromossomos existem em cada população. Quanto maior o tamanho da população, maior o tempo de processamento do algoritmo; em compensação, maior é a diversidade da solução e ainda previne convergências prematuras para uma solução local em vez de global. Usualmente, o tamanho da população varia de 10 a 100 cromossomos.

- Geração e cruzamento: geração é o número de iterações que o algoritmo executa. Para iniciar uma nova geração, o algoritmo executa o cruzamento, no qual dois cromossomos são selecionados e têm seus genes misturados para gerar novos indivíduos.
- Seleção: os cromossomos são selecionados dentro de uma população para serem pais de um cruzamento. Existem diversos métodos para selecionar o melhor cromossomo, dentre eles: seleção por campeonato, seleção por roleta, seleção por classificação, seleção por estado estacionário, etc.
- Mutação: muda aleatoriamente a descendência criada pelo cruzamento. Tem como objetivo prevenir que todas as soluções de uma população convirjam a um ótimo local.
- Taxa de mutação e crossover: se não houver mutação, a descendência é gerada sem nenhuma alteração, e se houver mutação de todos os cromossomos, o AG poderá se tornar uma busca aleatória. Os operadores alteram alguns genes de alguns indivíduos.



Figura 22: Mutação no indivíduo. Fonte: Mahfouz (1999).

O operador *crossover* (taxa de cruzamento), mais simples, atua após a seleção dos pais. Após a seleção dos pais é criado um ponto de corte separando cada pais em duas partes, conforme a Figura 22. Também podem ser definidos vários pontos de corte. Os filhos são gerados através da miscigenação de cada pai (LINDEN, 2012).

Sem a taxa de cruzamento, a nova geração será formada por cópia exata da antiga. Valores de taxa de cruzamento excessivamente altos podem acarretar perda de indivíduos de alta aptidão e valores baixos e perda da velocidade de convergência. De maneira geral, a taxa de cruzamento varia entre 50 e 95%.

A mutação (Figura 23) ocorre após a composição dos filhos. Ela altera aleatoriamente pelo menos um gene do cromossomo, dependendo de um fator probabilístico, que pode variar entre 0,1 e 10%.



Figura 23: Crossover simples. Fonte: Mahfouz (1999).

 Elitismo: tem a função de primeiro copiar os melhores indivíduos, para que esses não sejam perdidos no cruzamento ou na mutação, para a geração seguinte sem alterações, garantido que a melhor solução passe para a próxima geração. Isso aumenta o desempenho do algoritmo, porque previne a perda da melhor solução já encontrada.

De acordo com Silva (2011), a estrutura básica de um algoritmo genético é a seguinte:

- 1. Gere uma população com valores de genes aleatórios;
- 2. Avalie a adequação f(x) de cada cromossomo da população;
- Crie uma nova população por cruzamentos repetindo os passos seguintes até que a nova população esteja completa.
  - 3.1. Selecione dois cromossomos para serem pais;
  - 3.2. Cruze os pais para formar a nova geração;
  - 3.3. Com a taxa de mutação, altere os cromossomos da nova geração;
  - 3.4. Substitua a população atual pela nova população;
- 4. Utilize a nova população gerada para a próxima iteração do algoritmo;
- 5. Se a condição final foi alcançada, pare e retorne à melhor solução da população atual;
- 6. Vá para o passo 2.

A Figura 24 mostra graficamente a estrutura citada anteriormente.



Figura 24: Fluxograma da otimização estrutural através de Algoritmo Genético. Fonte: Alves (2013).

Os algoritmos genéticos apresentam algumas vantagens: não se restringem a informações locais do espaço de busca, evitando assim a convergência do algoritmo para uma solução local, como em outros métodos; mantém uma população de soluções que são avaliadas simultaneamente a cada iteração; não requerem o cálculo de derivadas das funções do modelo; trabalham com funções discretas e contínuas ou com ambas. (LINDEN, 2012).

### 5. DIMENSIONAMENTO ÓTIMO

Este capítulo tem por objetivo apresentar o modelo matemático adotado para o dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna com chapa de extremidade estendida, considerando o comportamento semirrígido destas ligações, utilizando o "Método das Componentes". Em seguida são apresentadas as formulações para a função objetivo e para as restrições de projeto. Para este trabalho, o modelo matemático foi idealizado a partir do custo de cada uma das componentes da ligação, visando a redução do custo total da ligação sem comprometer a segurança e atendendo a restrições de momento fletor e rigidez rotacional.

A formulação matemática, do problema de otimização é expressa a seguir:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & C_{LSR} \\ \text{Sujeito a} & M_j \leq 0; \\ & S_j \leq 0; \\ & x_i^i \leq x_i \leq x_i^s \end{array} \tag{5.1}$$

em que:  $C_{LSR}$  é o custo total da ligação, as desigualdade  $M_j$  e  $S_j$  representam respectivamente as restrições de momento fletor e de rigidez rotacional. Já  $x_i^i$  e  $x_i^s$  representam os limites geométricos recomendados pelo Eurocode 3 (CEN, 2005).

# 5.1. VARIÁVEIS DE PROJETO

As variáveis de projeto adotadas no presente modelo são as dimensões principais dos elementos componentes da ligação semirrígida. Assim, são adotadas sete variáveis de projeto, que são: o diâmetro dos parafusos (*d*); a espessura da chapa de extremidade  $(t_p)$ ; a largura da chapa de extremidade  $(b_p)$ ; a distância horizontal do eixo dos parafusos até a borda da chapa (*e*); a distância vertical entre o eixo da primeira fila de parafusos e a borda da chapa  $(e_x)$ ; a distância vertical entre os eixos dos parafusos da primeira e da segunda fila  $(p_x)$ ; e a distância vertical entre os eixos dos parafusos da segunda e da terceira fila (*p*). Conforme mostrado na figura a seguir.



Figura 25: Variáveis de projeto.

O modelo proposto considera variáveis contínuas e discretas, sendo o diâmetro do parafuso e a espessura da chapa variáveis discretas, para possibilitar o acesso automatizado ao banco de dados com perfis comerciais; e as demais variáveis são do tipo contínua, pois são parâmetros geométricos que podem assumir qualquer valor real. Adicionalmente, todas as variáveis de projeto estão sujeitas à restrições geométricas (valores mínimos e máximos), de acordo com imposições normativas do Eurocode 3 (CEN, 2005) ou pela disponibilidade dos produtos no mercado local, devidamente cadastrados no banco de dados desenvolvido no presente projeto

# 5.2. FUNÇÃO OBJETIVO

No presente trabalho foi elaborado um modelo visando a minimização de custos de fabricação a partir da otimização dimensional da ligação.

Observa-se que cada componente da ligação tem um custo diferente do outro, sendo assim cada componente tem um "peso" no custo final. Os valores dos coeficientes de custo foram obtidos em Díaz (2010), tomando-se como referência uma ligação com chapa de extremidade estendida com 6 parafusos. A partir dos coeficientes obtidos em Díaz (2010) os valores das componentes foram dispostos

proporcionalmente, em função do custo da chapa de extremidade, ao qual foi atribuído o peso 1.

A função objetivo apresentada adiante, considera o custo da ligação como sendo resultante da soma dos custos da chapa cortada, furada e instalada na obra; do custo dos parafusos instalados na obra; do custo da solda acabada e do custo da montagem da ligação.

$$C_{LSR} = C_c + C_p + C_s + C_m$$
 (5.2)

no qual:

$$C_c = 1(b_p h_p t_p) \rho_A \tag{5.3}$$

$$C_p = 4,54 \left[ \frac{6\pi d^2}{4} \left( 0,65d + t_p + t_{fc} + 0,8d + 0,5d \right) \right] \rho_A$$
(5.4)

$$C_s = 6,64 \left[ a_{fp}^2 \left( 2b_{fb} + 2(b_{fb} - 2r_b - t_{wb}) \right) + 2a_{wp}^2 (h_b - 2t_{fb} - 2r_b) \right] \rho_A$$
(5.5)

$$C_m = 0.54 (b_p h_p t_p) \rho_A \tag{5.6}$$

em que:

 $\rho_A$  é o peso específico do aço;

 $C_c$  é o custo da chapa cortada, furada e instalada na obra;

- $C_p$  é o custo dos parafusos instalados na obra;
- $C_s$  é o custo da solda acabada;
- $C_m$  é o custo da montagem da ligação.

# 5.3. RESTRIÇÕES DE PROJETO

Um ponto muito importante da modelagem do problema de otimização referese às restrições de projeto, uma vez que geralmente, pelo menos uma restrição é responsável por limitar a obtenção de maiores reduções de custo no projeto.

No processo de otimização, em um primeiro momento é feita a verificação se existem configurações estruturais (indivíduos gerados) que não atendem as restrições de projeto, nesses casos esses indivíduos são penalizados visando a sua possível eliminação em iterações futuras, impondo seu índice de aptidão igual a zero. Enquanto que os indivíduos que atendem as restrições com redução da função objetivo são

valorizados. Em seguida, a cada geração o dimensionamento da ligação é melhorado, buscando identificar a configuração com o menor custo possível, seguindo os parâmetros impostos pelo problema.

Para melhorar a eficiência numérica do processo de otimização as restrições foram normalizadas. As restrições consideradas neste projeto são: o momento fletor resistente, que deve ser maior que o momento fletor solicitante, e a rigidez inicial da ligação, que deve ser maior que a rigidez inicial mínima, de acordo com as equações que seguem:

$$\frac{M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} - 1 \le 0 \tag{5.7}$$

$$\frac{S_{j,ini,min}}{S_{j,ini}} - 1 \le 0 \tag{5.8}$$

em que  $M_{j,Ed}$  é o momento solicitante e  $S_{j,ini,min}$  é o valor mínimo admissível da rigidez rotacional inicial.

A rigidez inicial mínima (*S<sub>j,ini,min</sub>*) foi obtida através da teoria da "Linha da Viga", que segundo Faella *et al.* (2000) é a relação entre o giro da seção e o momento fletor atuante em função da rigidez rotacional da ligação.

A "Linha da Viga" inicia com o momento no apoio  $M^- = qL_b^2/12$ , para o casos de apoio engastado e rotação nula. À medida que a rigidez do apoio diminui o momento também diminui, até atingir um valor nulo, que teoricamente ocorre quando a rotação no apoio é máxima,  $\varphi = \frac{qL_b^3}{24}EI_b$ .

Por outro lado, o momento no meio do vão é  $M^+ = qL_b^2/24$ , para o caso de apoio engastado. A partir desse valor o momento no meio do vão aumenta de acordo com a diminuição da rigidez da ligação até atingir o seu valor máximo , que ocorre para o caso de ligações rotuladas.

A reta  $M^+$  representa a variação do momento no meio do vão em função da rigidez rotacional, conforme a Eq. (5.9) e a reta  $M^-$  representa a variação do momento nos apoios em função da rigidez rotacional, conforme a Eq. (5.10).

$$M^{+} = \frac{qL_{b}^{2}}{24} + \frac{2EI_{b}}{L_{b}}\varphi$$
(5.9)

$$M^{-} = \frac{qL_{b}^{2}}{12} - \frac{2EI_{b}}{L_{b}}\varphi$$
(5.10)

em que:

 $q - \acute{e}$  a carga distribuída;

 $L_b - \acute{e}$  o comprimento da viga;

 $I_b$  – é o momento de inércia da viga.

A distribuição ótima do momento fletor é caracterizada quando os momentos positivos e negativos são iguais. Essa distribuição pode ser obtida através do ponto de intercessão das retas  $M^+$  e  $M^-$  (Figura 26). A partir desse ponto é possível determinar a rigidez ótima do pórtico, conforme a Figura 26, que relaciona o momento com a rigidez rotacional.



Figura 26: Diagrama da linha da viga com a rigidez rotacional ótima. Fonte: Cabrero e Bayo (2005)

O ponto de interseção "A" indica a distribuição ótima do momento fletor, de modo que  $M^+ = M^- = qL_b^2/16$ . Este ponto de interseção corresponde a um grau de rigidez inicial ótimo ( $K_{ont}$ ).

No entanto, como na otimização de ligações os perfis de colunas e vigas devem ser definidos previamente, a rigidez ótima do pórtico é igual a rigidez inicial mínima da ligação ( $K_{opt} = S_{j,ini,min}$ ). Isso ocorre pelo fato de que os perfis das vigas já foram dimensionados para uma rigidez inicial ótima ( $K_{opt}$ ), que está atrelada a uma distribuição ótima de momento, e caso essa rigidez inicial seja menor que a rigidez para qual as vigas foram dimensionadas haverá uma modificação na distribuição do momento fletor, gerando um aumento no momento no meio do vão, causando assim uma sobrecarga nas vigas, podendo leva-las à ruptura.
Como no processo de otimização de ligações a tendência é a minimização da rigidez rotacional da ligação, é preciso impor uma restrição para essa minimização, pois se  $K < K_{opt}$ , o momento no meio do vão da viga será maior que o momento resistente, logo  $K_{opt}$  foi adotado como a rigidez inicial mínima para a ligação ( $S_{j,ini,min}$ ).

No processo de otimização além das restrições mecânicas também foram consideradas restrições geométricas sobre as variáveis de projeto, que neste caso, são limites inferiores  $(l_b)$  e superiores  $(u_b)$ . De acordo com o EN 1993-1-8 (CEN,2005), estes parâmetros geométricos são estabelecidos em função do diâmetro dos parafusos, da espessura da chapa e da espessura da mesa da coluna, como apresentado na Tabela 1.

Parâmetros	Valor mínimo (mm)	Valor Máximo (mm)
$b_p$	b <sub>b</sub>	b <sub>c</sub>
е	1,2 <i>d</i> <sub>0</sub>	30
e <sub>x</sub>	1,2 <i>d</i> <sub>0</sub>	30
$p_x$	2,2 <i>d</i> <sub>0</sub>	$min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
р	2,2d <sub>0</sub>	$min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
w	2,4 <i>d</i> <sub>0</sub>	$min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
<i>a</i> <sub>1</sub>	у	-
<i>a</i> <sub>2</sub>	у	-
<i>a</i> <sub>3</sub>	у	-

Tabela 1: Limites inferiores e superiores do EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

O valor do diâmetro dos furos dos parafusos, de acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008) é  $d_0 = d + 1,5$ . No entanto, para efeitos de comparação com os resultados da literatura, serão adotadas as prescrições das normas europeias.

Os valores dos diâmetros dos furos dos parafusos segundo as normas EN 1090 (CEN, 1996) e EN 1993-1-1 (CEN, 2011) são:

$$d_0 = d + 1, \text{ se } d \le 12$$
  

$$d_0 = d + 2, \text{ se } 12 < d \le 27$$
  

$$d_0 = d + 3, \text{ se } d > 27$$
(5.11)

A distância mínima entre os parafusos e a mesa da viga, para que os parafusos possam ser apertados sem dificuldades, está relacionada ao diâmetro do parafuso, conforme mostrado a seguir (DÍAZ, 2010):

$$y = 30 \quad se \quad d \le 20$$
  

$$y = 35 \quad se \quad 20 < d \le 22$$
  

$$y = 40 \quad se \quad d > 22$$
(5.12)

Para o emprego de AGs, o problema de otimização com restrições, precisa ser transformado em um problema sem restrições. Para que esta transformação ocorra é necessário definir uma função penalidade, baseada no nível de violação das restrições (SANTOS, 2016).

O AG do toolbox do MATLAB<sup>®</sup> utiliza o Método do Lagrangeano Aumentado para transformar um problema com restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade em um problema sem restrições.

A ideia do Lagrangeano Aumentado consiste em definir uma única função que inclui a função objetivo e as restrições de projeto, devidamente ponderadas, de maneira que o problema assim transformado seja irrestrito e, no entanto, tenha soluções iguais ao problema original. No caso dos AGs esta transformação resulta em um subproblema que é formado pelo somatório da função objetivo (função aptidão) e das restrições penalizadas pelo Lagrangeano Aumentado.

A função penalizada é obtida através da combinação da função objetivo, da função de restrição, dos parâmetros de penalidade  $\lambda_i$  e as variáveis de folga *s*, conforme:

$$L(x,\lambda,s,\rho) = f(x) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i s_i \log(s_i - c_i(x)) + \sum_{i=m+1}^{mt} \lambda_i ceq_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=m+1}^{mt} ceq_i(x)^2 \quad (5.13)$$

em que os parâmetros  $\lambda_i \in \mathbb{R}$  e  $\lambda_i \ge 0$  são os multiplicadores de Lagrange; já  $s_i$  são os parâmetros de folga, não negativos, que convertem as restrições de desigualdade em igualdades;  $\rho$  é o parâmetro de penalidade positivo.

No Método do Lagrangeano Aumentado, o AG minimiza uma sequência de subproblemas, dos quais cada um é uma aproximação do problema original. Neste método os valores de  $\lambda$ , *s* e  $\rho$  são fixos para cada subproblema, desta maneira, os passos fundamentais do método são:

- 1. Minimizar  $L(x, \lambda, s, \rho)$ ;
- Decidir se o ponto obtido no primeiro passo pode ser aceito como solução do problema original. Em caso positivo, parar a execução do algoritmo;
- De acordo com os resultados dos passos anteriores, atualizar os multiplicadores e o parâmetros de penalidade;
- 4. Voltar ao primeiro passo.

No instante em que um desses subproblemas é minimizado conforme uma das condições de precisão exigida e satisfaz as condições de viabilidade, as estimativas do Lagrangeano são atualizadas. Caso contrário o parâmetro  $\rho$  é aumentado.

### 5.4. MÓDULOS COMPUTACIONAIS

Os módulos computacionais deste trabalho foram integramente desenvolvidos no ambiente computacional MATLAB<sup>®</sup>. Este software é um programa de alta performance, utilizado para executar cálculos científicos e de engenharia. Neste trabalho foram implementados os módulos computacionais de análise e de otimização. No módulo análise, utiliza-se o Método das Componentes que fornece o cálculo das características de resistência e rigidez rotacional para o cálculo das restrições de projeto.

O módulo de análise estrutural, Calc\_LSR\_MC2005, tem acesso automatizado através de interfaces computacionais ao banco de dados, de onde são obtidas as dimensões e propriedades principais de perfis comerciais de vigas, colunas, chapas e parafusos.

Inicialmente é estabelecido um arquivo de entrada de dados, com as propriedades do pórtico, no qual está localizada a ligação a ser otimizada, e as solicitações, como por exemplo: são definidos o momento solicitante, a rigidez inicial mínima admissível da ligação, os perfis de vigas e colunas, o tipo de análise e o material das componentes (Apêndice I).

## 5.4.1. Módulo de otimização

Este módulo é composto pela estrutura básica para a otimização com Algoritmos Genéticos. O módulo otimizador consiste nas etapas a seguir:

Na primeira consiste em estabelecer um arquivo de dados de entrada contendo as propriedades do pórtico e da ligação, como: esforços solicitantes, materiais, tipo de análise e configuração da ligação. Após definido este arquivo, determina-se qual a ligação ser otimizada inserindo o nome do arquivo no módulo principal, na linha de comando "*Dados de Entrada*". Na sequência o módulo otimizador faz a leitura dos dados e armazena todas as características para o uso posterior do programa, conforme a Figura 27.

N	
	Ligacao_A
	TipConfLigacao = 'v-cf'
	Mj_Ed=22;
	Sj_min=9000;
	Viga ='IPE 200';
	Coluna = 'HE 140 B';
	MatAlma_v = 'S 275';
	<pre>MatAla_c = 'S 275';</pre>
	MatAlma_sold = 'S 275'
	Classe_Parafuso = '8.8'

Figura 27: Fluxograma de pré-processamento da ligação.

Após a leitura e armazenamento dos dados de entrada o programa define as restrições laterais do problema (restrições geométricas).

Em seguida é feita a definição dos parâmetros do AG, como: tamanho da população, número de gerações, taxa de elitismo, taxa *crossover*, tolerâncias da função objetivo e das restrições, etc; ainda no módulo otimizador é chamada a rotina de otimização, usando AG, do *toolbox* do MATLAB<sup>®</sup> (Anexo I).

No processo de otimização uma população de soluções candidatas é gerada e avaliada, repetindo-se até chegar a solução ótima. Após a solução ótima ser encontrada o programa exibe uma figura contendo os resultados e parâmetros da ligação otimizada.

Durante o processo iterativo de otimização, calculam-se as restrições de projeto e o valor da função objetivo. São utilizadas interfaces computacionais para comunicação com o programa de análise estrutural para cálculo do comportamento mecânico da ligação semirrígida pelo Método das Componentes.

# 5.4.2. Cálculo da função objetivo

A cada iteração o AG gera uma família de indivíduos (população) que são codificados simulando o comportamento dos cromossomos da genética. Para cálculo da função objetivo, o código de cada cromossomo é mapeado para obtenção da lista dos perfis utilizados por esse indivíduo. Identificados os perfis estruturais, a função

objetivo calcula o custo total da ligação, de acordo com a Eq. (5.2), e este processo é repetido para cada um dos indivíduos da população a cada geração analisada.

Este processo de cálculo da função objetivo, ocorre de forma análoga com o cálculo das restrições de projeto. Ou seja, também se inicia com os códigos dos cromossomos, estes são mapeados para identificação dos perfis que compõem esse indivíduo, etc.

## 5.4.3. Módulo das restrições de projeto

Neste módulo, primeiramente entra-se com o cromossomo que foi gerado aleatoriamente pelo AG e realiza-se o mapeamento das propriedades dos perfis. Na sequência são lidos os valores admissíveis das restrições de projeto e já com a estrutura totalmente definida, procede-se ao cálculo do momento fletor resistente e da rigidez rotacional. Finalmente, as restrições são calculadas de acordo com as Equações (5.7) e (5.8) necessários para o cálculo das restrições de projeto.

No fluxograma de Figura 28 é representado todo o procedimento.



Figura 28: Fluxograma da ferramenta computacional.

# 5.4.4. Módulo de análise da ligação semirrígida

O módulo de análise estrutural de ligações semirrígidas, Calc\_LSR\_MC2005, foi implementado computacionalmente tendo como base o programa *Calc\_US\_MC* (FALCÓN e MARTI, 2013). Este programa foi codificado inicialmente seguindo as instruções do Eurocode 3 - Anexo J (CEN, 1993) e atualizado neste trabalho de acordo com o EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

Desta forma, neste módulo são calculados o momento resistente e a rigidez rotacional das ligações de acordo com as prescrições do Eurocode 3 (CEN, 2005). Adicionalmente, este módulo também mostra graficamente o esquema da ligação, além dos principais resultados e parâmetros geométricos da ligação.

## 6. ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo tem por objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos pela metodologia de dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna em pórticos planos de aço que se propõe nesta dissertação.

A validação dos resultados do módulo computacional de análise (CALC\_LSR\_MC2005) foi feita através da comparação com os resultados de um modelo experimental, disponível na literatura, e com os resultados obtidos no programa Autodesk Robot Structural Analysis. A validação do módulo otimizador foi realizada através da comparação dos resultados obtidos no presente trabalho com os resultados disponíveis na literatura.

Neste capítulo são apresentados exemplos de aplicação desta metodologia de dimensionamento ótimo. Além disso, também são apresentados diversos ábacos de dimensionamento para ligações viga-coluna semirrígidas com chapa de extremidade estendida, desenvolvidos a partir da sensibilidade das variáveis de projeto apresentadas neste trabalho.

# 6.1. VALIDAÇÃO DO MÓDULO DE ANÁLISE CALC\_LSR\_MC2005

Para validação dos resultados obtidos através do modelo numérico proposto neste trabalho foi utilizado o modelo experimental T101.010 (JANSS *et al.*, 1987), disponível na literatura. Janss e seus colaboradores estudaram uma ligação vigacoluna com chapa de extremidade estendida parafusada, submetida a uma carga estática na extremidade da viga, conforme a Figura 29. Realizaram ensaios experimentais, nos quais a carga estática é aumentada até o colapso da ligação ou até um deslocamento máximo na extremidade da viga de 200 mm. Os parafusos utilizados foram de alta resistência (classe 10.9) com protensão inicial. Na última década, este modelo experimental também foi utilizado por outros autores como Faella, *et al.* (2000); Cabrero (2006) e Díaz (2010), para verificação de resultados obtidos com modelos numéricos.



Figura 29: Modelo experimental T101.010. Fonte: Janss et al. (1987).

As Tabelas 2, 3 e 4 apresentam os dados utilizados nos ensaios experimentais do modelo T101.010, disponíveis em Faella *et al.* (2000). As tabelas citadas mostram os parâmetros geométricos da viga, da coluna, da chapa de extremidade, das soldas, as disposições geométricas dos furos e dos parafusos e as propriedades mecânicas dos materiais.

Coluna (HEB 160)		Viga (II	PE 300)	Chapa de extremidade		
h <sub>c</sub>	162,5	$h_b$	298,8	$h_p$	380,0	
t <sub>wc</sub>	8,5	$t_{wb}$	7,3	b <sub>p</sub>	150,0	
t <sub>fc</sub>	12,6	$t_{fb}$	10,8	$t_p$	20,0	
b <sub>c</sub>	160,1	b <sub>b</sub>	150,9			
r <sub>c</sub>	15,0	$r_b$	15,0			

Tabela 2: Propriedades geométricas dos perfis do modelo T101.010 (mm)

Sol	Soldas		os (M20)	D	isposição	geomét	geométrica	
$a_{wp}$	4,0	d	20,0	l <sub>ps</sub>	70,0	<i>e</i> <sub><i>x</i></sub>	30,0	
$a_{fp}$	6,0	<i>d</i> <sub>0</sub>	22,0	l <sub>pi</sub>	11,2	$p_x$	90,0	
				е	30,0	p	200,0	
				w	90,0			

Tabela 3: Propriedades geométricas das soldas dos parafusos e disposições geométricas do modelo T101.010 (mm)

Tabela 4: Propriedades mecânicas dos materiais do modelo T101.010 (MPa)

Coluna (HEB 160)		Viga (II	PE 300)	Cha extre	apa de emidade	Parafusos		
Ε	210000	E	210000	Ε	210000	E	210000	
f <sub>y,fc</sub>	280,0	f <sub>y,fb</sub>	303,0	f <sub>y,p</sub>	291,5	<i>f</i> <sub>y,b</sub>	900,0	
$f_{y,wc}$	298,8	f <sub>y,wb</sub>	314,8	f <sub>u,p</sub>	463,4	f <sub>u,b</sub>	1000,0	
f <sub>u,fc</sub>	422,3	f <sub>u,fb</sub>	447,0					
$f_{u,wc}$	422,0	f <sub>u,wb</sub>	443,0					

sendo:

- $f_{y,fc}$  Tensão de escoamento da mesa da coluna;
- $f_{y,wc}$  Tensão de escoamento da alma da coluna;
- $f_{u,fc}$  Tensão última da mesa da coluna;
- $f_{u,wc}$  Tensão última da alma da coluna;
- $f_{y,fb}$  Tensão de escoamento da mesa da viga;
- $f_{y,wb}$  Tensão de escoamento da alma da viga;
- $f_{u,fb}$  Tensão última da mesa da viga;
- $f_{u,wb}$  Tensão última da alma da viga;
- $f_{y,p}$  Tensão de escoamento da chapa;
- $f_{u,p}$  Tensão última da chapa;
- $f_{v,b}$  Tensão de escoamento do parafuso;
- $f_{u,b}$  Tensão última do parafuso.

Na Tabela 5 são confrontados os resultados da rigidez rotacional inicial e do momento resistente da ligação viga-coluna do modelo experimental T101.010, do

modelo JMRC proposto por Faella *et al.* (2000), do modelo EC3 proposto por Díaz (2010) e do módulo de análise Calc\_LSR\_MC2005, proposto nesta dissertação. Os resultados do modelo experimental foram obtidos em Faella *et al.* (2000).

	Exp	JMRC	EC3	Calc	JMRC - ExpExp	$\frac{EC3 - Exp}{Exp}$	$\frac{\text{Calc} - \text{Exp}}{\text{Exp}}$
S <sub>j</sub> , ini (kNm/rad)	25316	20805	24181,36	24493	-17,62 %	-4,48 %	-3,25 %
<i>M<sub>j,Rd</sub></i> ( <i>kNm</i> )	96,36	100,05	93,70	93,90	3,83 %	-2,68 %	-2,55 %

Tabela 5: Resultados do modelo T101.010

Na Tabela 5, pode-se observar que os valores obtidos pelo Calc\_LSR\_MC2005, são 3,25% menos rígido que o modelo experimental e 2,55% menos resistente. No entanto, o Calc\_LSR\_MC2005 aproximou-se mais do comportamento real da ligação (ensaio experimental) do que os modelos apresentados por Díaz (2010) e Faella *et al.* (2000).

Segundo Díaz (2010) as diferenças entre os resultados dos modelos numéricos e o modelo experimental ocorrem devido à alguns fatores como:

- O efeito de tensões residuais gerados nos cordões de solda que não são levadas em conta no modelo numérico;
- Pequenos erros de aproximação e simplificações do modelo numérico;
- Imperfeições na montagem do modelo experimental.

Além da comparação com o modelo experimental, foi feita também uma comparação com o programa Autodesk Robot Structural Analysis, utilizando também o modelo T101.10. No entanto, devido a uma limitação do Robot, que não permite utilizar mais de um tipo de material para um mesmo perfil, nesta comparação foi utilizado o aço S 275 para os perfis em vez dos dados da Tabela 4.

Na Tabela 6 é mostrado o comparativo entre os resultados obtidos pelo Robot e pelo Calc\_LSR\_MC 2005 para o modelo experimental T101.010 (JANSS *et al.*,1987).

	Autodesk Robot	Calc_LSR_MC 2005	Calc – Robot Robot
Resistência da Fila 1 (kN)	176,08	176,08	0 %
Resistência da Fila 2 (kN)	75,29	75,29	0 %
Resistência da Fila 3 (kN)	0,00	0,000	0 %
Momento resistente ( $M_{j,Rd} = \sum h_j F_{tj,Rd}$ ) (kN)	77,35	77,30	-0,06 %
Rigidez rotacional inicial (S <sub>j,ini</sub> ) (kN.m/rad)	18920,81	18981,00	0,32 %
Componente mais fraco (Ruptura)	Alma	da coluna ao corta	nte

Tabela 6: Comparativo entre o Autodesk Robot e o Calc\_LSR\_MC2005.

Na Tabela 6 pode-se observar que as diferenças entre o Calc\_LSR\_MC2005 e Robot foram insignificantes. Essas diferenças, entre outros fatores podem ser atribuídas a pequenas diferenças no banco de dados dos programas. Através dessa tabela também é possível observar que ambos os programas verificaram que a componente mais frágil da ligação é a alma da coluna ao cortante.

A partir das Tabelas 5 e 6 é possível constatar que o módulo de análise desenvolvido neste trabalho (Calc\_LSR\_MC2005) apresentou bom desempenho, constituindo-se em uma metodologia válida para análise do comportamento mecânico de uma ligação semirrígida.

## 6.2. APLICAÇÕES

Visando validar e verificar o ambiente computacional aqui proposto são apresentadas duas aplicações de projetos obtidos na literatura.

Os parâmetros do AG utilizado, como tamanho da população, número de gerações, taxa de elitismo e de cruzamento empregados nos exemplos foram inicialmente obtidos em Díaz *et al.* (2012) e foram melhorados à medida que os testes foram realizados para cada exemplo, com o objetivo de encontrar a melhor solução possível.

#### 6.2.1. Pórtico 1

O primeiro exemplo trata-se de um pórtico plano de aço com 2 andares e 3 baias com 4 ligações viga-coluna, conforme a Figura 30. Anteriormente, este pórtico foi otimizado por Cabrero e Bayo (2005), no qual foram obtidos os perfis ótimos de vigas, colunas e também os valores de rigidez e momentos ótimos nas ligações. Porém este trabalho não realizou a otimização das componentes das ligações viga-coluna. Por outro lado, Díaz *et al.* (2012) apresentaram resultados da otimização das componentes das ligações B e D.

As propriedades dos materiais para o Pórtico 1 e para as ligações são: aço S 275, com tensão de escoamento  $\sigma_y = 275$  MPa e tensão última  $\sigma_u = 430$  MPa; módulo de elasticidade E = 210 GPa; coeficiente de Poisson v=0,3; peso específico  $\rho=7820$  kg/m<sup>3</sup>; parafusos de aço grau 8.8, com tensão de escoamento  $\sigma_y = 640$  MPa e tensão última  $\sigma_u = 800$  MPa.

No processo de otimização foram usados os perfis de vigas e pilares obtidos em Cabrero e Bayo (2005). Para alteração dos perfis de chapa e parafusos a cada iteração, estes elementos são escolhidos no banco de dados através de acesso automático pelos módulos de análise e de otimização.

Para o processo de otimização das ligações deste pórtico utilizou-se uma população de 24 indivíduos, com 4 indivíduos garantidos a sobreviver para a próxima geração, o que corresponde a uma taxa de elitismo de 16%. Além disso, o operador crossover foi configurado para uma taxa de 0,85%.



Figura 30: Geometria e cargas aplicadas para o Pórtico 1. Fonte: Cabrero e Bayo (2005).

Na Tabela 7 são mostrados os valores dos momentos fletores atuantes e as rigidezes rotacionais iniciais mínimas, obtidos por Cabrero e Bayo (2005) para as ligações do pórtico da Figura 30.

Ligação	$S_{j,ini,min}(kNm/rad)$	$M_{j,Ed}(kNm)$
Α	9000	22
В	9000	35
С	16000	40
D	16000	60

Tabela 7: Rigidezes e momentos do Pórtico 1. Fonte: Cabrero e Bayo (2005).

A partir das rigidezes iniciais mínimas e dos momentos fletores atuantes, mostrados na Tabela 7, foi realizada a otimização das ligações A, B, C e D do Pórtico 1. As figuras 31 a 34 mostram o histórico das iterações para a obtenção do custo mínimo para cada uma das ligações viga-coluna do Pórtico 1. Nessas figuras são mostrados, para cada geração, a relação entre o custo do indivíduo melhor ajustado ao problema e a média de custo de todos os indivíduos. Observa-se que todas as restrições foram atendidas, ficando dentro da tolerância estabelecida na configuração do AG. Nos histogramas observa-se alguns pontos que fogem à tendência monotonicamente decrescente da curva de iteração, que refletem todo o processamento dos operadores genéticos na geração das novas populações. Este tipo de comportamento, muito comum em AGs, se dá devido ao fato dos AGs terem uma natureza probabilística. Em contrapartida, observa-se que as tendências de custo dos melhores indivíduos ao longo das gerações mantem um comportamento monotonicamente decrescente e que converge a uma configuração ótima.



Figura 31: Histórico das iterações da ligação A1.





Figura 34: Histórico das iterações da ligação D1.

Na Tabela 8 são apresentadas as configurações ótimas das ligações vigacoluna obtidas neste estudo, em comparação com as configurações das ligações obtidas por Cabrero e Bayo (2005) e as configurações ótimas das ligações A e C otimizadas por Díaz *et al.* (2012).

(mm)	Cab	rero e E	Bayo (2	005)	Díaz e <i>t al.</i> (2012)		Presente (2017)			
	Α	В	С	D	Α	С	Α	В	С	D
d	20	16	22	22	16	16	16	16	16	16
b <sub>p</sub>	140	140	140	140	115	136	100	100,6	135,5	135
h <sub>p</sub>	285	295	345	345	-	-	258	262,3	358	334,2
$t_p$	10	12	15	14	12	11	12,5	9,5	9,5	12,5
$p_x$	90	110	70	70	61	61	76,5	71	89,9	73
W	80	80	80	80	-	-	53,8	50,7	76	76,4

Tabela 8: Configurações ótimas das variáveis de projeto do Pórtico 1.

Na Tabela 9 são apresentados os custos, os momentos resistentes e as rigidezes iniciais obtidos por Cabrero e Bayo (2005), Díaz *et al.* (2012) e pelo presente estudo. Para calcular o custo das ligações apresentadas por Cabrero e Bayo (2005) foi utilizada a Eq. (5.2) e para a obtenção da rigidez e do momento resistente das ligações foi utilizado o módulo de análise Calc\_LSR\_MC2005. Os resultados apresentados na Tabela 9 são utilizados para comparação e validação dos resultados obtidos neste trabalho.

	Cabrero e Bayo (2005)			Día	az et al. (	(2012)	Presente 2017		
Ligação	Custo (\$)	M <sub>j,Rd</sub> (kNm)	S <sub>j</sub> , ini ( <u><sup>kNm</sup></u> )	Custo (\$)	M <sub>j,Rd</sub> (kNm)	S <sub>j</sub> , ini ( <sup>kNm</sup> rad	Custo (\$)	M <sub>j,Rd</sub> (kNm)	$S_j, ini \ (rac{kNm}{rad})$
А	10,44	41,23	8042,50	7,91	41,28	9437,90	7,21	35,00	9009
В	9,88	38,60	12996,00	-	-	-	6,03	37,50	17149
С	15,93	55,88	17058,70	10,36	54,29	16040,90	9,02	42,60	20508
D	15,27	67,90	20108,00	-	-	-	10,41	74,60	42992

Tabela 9: Custo, rigidez rotacional e momento resistente do Pórtico 1.

Na Tabela 10 são apresentadas as diferenças percentuais entre os custos obtidos por Cabrero e Bayo (2005) e o presente trabalho e entre os custos obtidos por Díaz *et al.* (2012) e o presente trabalho.

Ligação	$\left(\frac{C_{C\&B}}{P}-1\right)\times 100$	$\left(\frac{C_D}{P}-1\right) \times 100$
Α	-44,80	-9,71
В	-63,85	-
С	-76,61	-14,85
D	-46,68	-

Tabela 10: Diferença entre custos.

Observa-se nas Tabelas 8 e 9 que a metodologia que aqui se apresenta obteve bons resultados em comparação com outros estudos disponíveis na literatura. Comparando-se os custos obtidos neste trabalho com os resultados disponíveis na literatura (Tabela 10), pode-se observar que o AG deste trabalho conseguiu reduzir o custo de todas as ligações. De forma geral, o AG obteve uma redução de 38,3 % em todas as ligações do pórtico, apresentadas por Cabrero e Bayo (2005) e uma redução de 11,8 % em relação às ligações A e C apresentadas por Díaz *et al.* (2012).

Nas figuras a seguir serão apresentados os esquemas detalhados das ligações otimizadas do Pórtico 1, apresentadas nas Tabelas 8 e 9.

HE 140 B - S 275	EC3/1-8:2011	HE 160 B - S 275	EC3/1-8:2011	
HE 140 B - \$ 275 IPE 200 - \$ 275 $M_{pc} = 67.5$ kNm $M_{pb}^{pc} = 60.7$ kNm TR M16.0 - 8.8 $d_0 = 18.0$ mm Placa - \$ 275 h = 258.0 mm $b_p^p = 100.0$ mm t = 12.5 mm $l_p^p = 47.5$ mm e = 23.1 mm w = 53.8 mm $e_x = 17.5$ mm $p_x = 76.5$ mm p = 113.4 mm $a_1 = 30.0$ mm $a_2 = 38.0$ mm $a_3 = 31.5$ mm $p_1 = 10.5$ mm	EC3/1-8:2011 Análise E/N: P/P Método: MC $M_{j,Rd} = 35.0 \text{ kNm}$ $S_{j,ini} = 9009 \text{ kNm/rad}$ Tipo de Falha TF1: P-F(M1) TF2: WC-S TF3: - Ruptura: WC-S $F_{obj} = 7.21 \text{ s}$	HE 160 B - S 275 IPE 200 - S 275 $M_{pc} = 97.3 \text{ kNm}$ $M_{pb}^{pc} = 60.7 \text{ kNm}$ TR M16.0 - 8.8 $d_0 = 18.0 \text{ mm}$ Placa - S 275 h = 262.3  mm $b_p = 100.6 \text{ mm}$ $t_p = 9.5 \text{ mm}$ $l_p = 51.8 \text{ mm}$ e = 24.9  mm w = 50.8  mm $e_x = 21.8 \text{ mm}$ $p_x = 71.0 \text{ mm}$ $p_x = 71.0 \text{ mm}$ $a_1 = 30.0 \text{ mm}$ $a_2 = 32.2 \text{ mm}$ $a_3 = 36.6 \text{ mm}$ $l_p = mm$	EC3/1-8:2011 Análise E/N: P/P Método: MC M <sub>.j,Rd</sub> = 37.5 kNm S <sub>j,ini</sub> = 17149 kNm/rad Tipo de Falha TF1: P-F(M1) TF2: FC-F(M2) TF3: FC-F(M3) F <sub>obj</sub> = 6.03 \$	
$a_{fp} = 0.0 \text{ mm}$ a = 4.0  mm		$a_{fp} = 4.0 \text{ mm}$		

Figura 35: Detalhamento da ligação A1.

Figura 36: Detalhamento da ligação B1.



Figura 37: Detalhamento da ligação C1.

Figura 38: Detalhamento da ligação D1.

sendo:

- WC\_S Falha da alma da coluna ao cortante;
- WC\_C Falha da alma da coluna à compressão;
- WC\_T Falha da alma da coluna à tração;
- FC\_F (Mx) Falha da mesa da coluna à flexão (Mx);
- P\_F (Mx) Falha da chapa à flexão (Mx);
- FB\_C Falha da mesa da viga à compressão;
- WB\_T Falha da alma da viga à tração.

A Figura 39 apresenta as restrições de cada uma das ligações na configuração ótima, onde o eixo *y* representa os valores das restrições normalizadas, conforme as Eqs (5.7) e (5.8), e o ponto zero do eixo *x* representa o limite para os valores das restrições normalizadas. A Figura 39 mostra que todos os valores apresentados são negativos, o que indica que nenhuma ligação violou as restrições e que os esforços solicitantes são inferiores as resistências.



Figura 39: Restrições de momento e rigidez do Pórtico 1.

A partir da análise dos valores das restrições e dos limites, apresentados na Figura 39, pode-se observar que a restrição de rigidez ficou mais ativa na ligação A e a restrição de momento ficou mais ativa nas ligações B e C e D. Isto significa que estas restrições foram limitantes para que o AG alcançasse uma redução ainda maior da função objetivo (custo da ligação).

A Figura 40 apresenta as diferenças entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites inferiores e superiores (restrições geométricas), aos quais as ligações estão sujeitas. Os valores negativos da figura representam a diferença entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites superiores, já os valores positivos da figura representam a diferença entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites superiores, já os valores positivos da figura representam a diferença entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites inferiores.



Figura 40: Restrições geométricas do Pórtico 1.

A Figura 40 mostra que  $b_p$  ficou ativa em todas as ligações, ou seja, em todas as ligações a largura mínima da chapa foi um limitante para que o AG minimizasse ainda mais o custo. Além de  $b_p$ , outras variáveis tiveram seus valores bem próximos aos limites mínimos como: *e* na ligação C e  $e_x$  nas ligações C e D. Através dessa figura também é possível observar que nenhum dos limites geométricos foi violado pelo AG.

### 6.2.2. Pórtico 2

O segundo exemplo trata-se de um pórtico plano irregular de aço com 2 andares e 4 baias com 7 ligações viga-pilar, conforme a Figura 41. Este pórtico também foi otimizado por Cabrero e Bayo (2005), no qual os autores obtiveram perfis ótimos de vigas, colunas e também os valores de rigidez e momentos ótimos nas ligações. No entanto, da mesma forma que no Pórtico 1 os autores não realizaram a otimização das componentes das ligações. Os materiais utilizados neste Pórticos e as propriedades do AG são os mesmos utilizados no Pórtico 1.



Figura 41: Geometria e cargas aplicadas no Pórtico 2. Fonte: Cabrero e Bayo (2005).

Na Tabela 11 são mostrados os valores dos momentos fletores atuantes e as rigidezes rotacionais iniciais mínimas, obtidos por Cabrero e Bayo (2005) para as ligações do pórtico da Figura 41.

Ligação	$S_{j,ini,min}(kNm/rad)$	$M_{j,Ed}(kNm)$		
Α	6000	19		
В	6000	32		
С	12000	62		
D	13000	47		
E	13000	70		
F	30000	133		
G	30000	93		

Tabela 11: Perfis, rigidezes e momentos do Pórtico 2. Fonte: Cabrero e Bayo (2005).

As figuras 42 a 48 mostram o histórico das iterações para a obtenção do custo mínimo das ligações viga-coluna do Pórtico 2. Assim como na primeira aplicação, essas figuras mostram para cada iteração, a relação entre o custo do indivíduo melhor ajustado ao problema e a média de custo de todos os indivíduos. Observa-se que, da mesma forma que na primeira aplicação, todas as restrições foram atendidas, ficando dentro da tolerância estabelecida na configuração do AG. Nos histogramas os pontos

fora da tendência da curva de iteração monotonicamente decrescente, como na aplicação anterior, refletem a ação dos operadores genéticos. No entanto, observa-se a tendência de custo dos melhores indivíduos ao longo das gerações mantém um comportamento monotonicamente decrescente e que converge a uma configuração ótima.



Figura 44: Histórico das iterações da ligação C2.



Figura 45: Histórico das iterações da ligação D2.



Figura 46: Histórico das iterações da ligação E2.



Figura 47: Histórico das iterações da ligação F2.



Figura 48: Histórico das iterações da ligação G2.

A Tabela 12 apresenta as configurações ótimas das ligações viga-coluna obtidas neste estudo, em comparação com as configurações das ligações obtidas por Cabrero e Bayo (2005).

	Cabrero e Bayo				Presente 2017									
(mm)	Α	В	С	D	Е	F	G	Α	В	С	D	E	F	G
d	16	20	20	22	22	22	22	12	16	16	16	16	20	20
$b_p$	140	140	140	140	140	170	170	85,7	96,4	110,2	120,1	121,1	170	170
$h_p$	245	240	295	295	295	435	435	224,9	218,7	284,5	306	309,4	434,6	431,2
t <sub>p</sub>	10	12	14	16	18	16	16	12,5	12,5	16	19	19	12,5	16
<b>p</b> <sub>x</sub>	90	80	70	70	70	70	70	78,5	70,4	71,5	75,7	70,2	80,1	80,8
w	80	80	80	80	80	80	80	50,9	60,7	52,1	62,9	75,8	111,2	110,2

Tabela 12: Configurações ótimas das variáveis de projeto do Pórtico 2.

Na Tabela 13 são apresentados os custos, os momentos resistentes e as rigidezes iniciais obtidas por Cabrero e Bayo (2005) e pelo presente estudo e a diferença percentual dos custos obtidos em ambos os trabalhos.

Tabela 13: Custo, rigidez rotacional, momento resistente e diferença entre custos do Pórtico 2 (continua).

Ligação	Cabr	ero e Ba	yo (2005)	l	Presente 2	$\left(\frac{C_{C\&B}}{1}-1\right) \times 100$	
	Custo (\$)	M <sub>j,Rd</sub> (kNm)	$S_j, ini$ $(rac{kNm}{rad})$	Custo (\$)	M <sub>j,Rd</sub> (kNm)	$S_j, ini \\ (\frac{kNm}{rad})$	(%)
A	7,15	24,60	5125,00	4,79	23,60	6020,00	-49,26
В	9,95	31,7	9899,00	6,41	32,20	11006,00	-55,23

					,		
С	12,71	74,20	24646,00	9,93	62,50	23961,00	-28,00
D	15,05	47,70	13156,00	12,42	47,20	13342,00	-21,17
E	16,37	99,50	37009,00	12,67	82,10	34779,00	-29,20
F	23,13	155,1	86652,00	17,00	136,10	67666,00	-36,06
G	23,02	93	30067,00	21,73	103,5	30034,00	-5,93

Tabela 13: Continuação (Custo, rigidez rotacional, momento resistente e diferença entre custos do Pórtico 2).

Observa-se pelas Tabela 12 e 13 que a metodologia de análise e otimização que aqui se apresenta, assim como no primeiro exemplo, obteve bons resultados em comparação com as ligações apresentadas por Cabrero e Bayo (2005). Na tabela 13 é possível observar que houve redução nos custos de todas as ligações, o que mostra que o algoritmo conseguiu otimizar o custo de todas as ligações apresentadas neste exemplo. O AG deste trabalho, obteve uma redução total no custo das ligações apresentadas por Cabrero e Bayo (2005) de 22,5%.

Nas figuras seguir são mostrados os detalhamentos das ligações otimizadas do Pórtico 2, apresentadas nas Tabelas 12 e 13. Estes detalhamentos foram gerados pela ferramenta computacional apresentada nesta dissertação.

HE 140 B - S 275 IPE 160 - S 275 $M_{pe} = 67.5 \text{ kNm}$ $M_{pb}^{pe} = 34.1 \text{ kNm}$ TR M12.0 - 8.8 $d_0 = 13.0 \text{ mm}$ Placa - S 275 h = 224.9  mm $b^p = 85.7 \text{ mm}$ $t^p = 12.5 \text{ mm}$ $l^p = 54.4 \text{ mm}$ e = 17.4  mm w = 50.9  mm $e_x = 24.4 \text{ mm}$ $p_x = 78.5 \text{ mm}$ p = 74.1  mm $a_1 = 30.0 \text{ mm}$ $a_2 = 41.1 \text{ mm}$ $a_3 = 30.1 \text{ mm}$ $l_{pi} = 10.5 \text{ mm}$	EC3/1-8:2011 Análise E/N: P/P Método: MC $M_{j,Rd} = 23.6 \text{ kNm}$ $S_{j,ini} = 6020 \text{ kNm/rad}$ Tipo de Falha TF1: P-F(M2) TF2: FC-F(M3) TF3: WC-S Ruptura: WC-S $F_{obj} = 4.79 \text{ s}$	HE 140 B - S 275 IPE 160 - S 275 $M_{pc} = 132.4 \text{ kNm}$ $M_{pb}^{pc} = 34.1 \text{ kNm}$ TR M16.0 - 8.8 $d_0 = 18.0 \text{ mm}$ Placa - S 275 h = 218.7  mm $b_p^p = 96.4 \text{ mm}$ $t_p = 12.5 \text{ mm}$ $l_p^p = 48.2 \text{ mm}$ e = 17.9  mm w = 60.7  mm $e_x = 18.2 \text{ mm}$ $p_x = 70.4 \text{ mm}$ $p_x = 70.4 \text{ mm}$ $a_1 = 30.0 \text{ mm}$ $a_3 = 41.9 \text{ mm}$ $l_p = 46.0 \text{ mm}$	EC3/1-8:2011 Análise E/N: P/P Método: MC $M_{j,Rd} = 32.2 \text{ kNm}$ $S_{j,ini} = 11006 \text{ kNm/rad}$ Tipo de Falha TF1: P-F(M1) TF2: FWB-C TF3: - Ruptura: FWB-C $F_{obj} = 6.41 \text{ s}$	T
$a_{fp} = 6.0 \text{ mm}$ $a_{wp} = 4.0 \text{ mm}$		$a_{fp} = 6.0 \text{ mm}$ $a_{wp} = 4.0 \text{ mm}$		

Figura 49: Detalhamento da ligação A2.

Figura 50: Detalhamento da ligação B2.

HE 180 B - S 275	EC3/1-8:2011		HE 140 B - S 275	EC3/1-8:2011	
IPE 220 - S 275	Análise E/N: P/P		IPE 240 - S 275	Análise E/N: P/P	
M <sub>pc</sub> = 132.4 kNm	Mátada: MC		$M_{pc} = 67.5 \text{ kNm}$	Mátodo: MC	
$M_{pb} = 78.5 \text{ kNm}$	$M_{-} = 62.5 \text{ kNm}$		$M_{pb} = 100.8 \text{ kNm}$	M = 47.2  kNm	
TR M160-88	s. = 23961 kNm/rad		TR M16.0 - 8.8	$S_{1,Rd} = 13342 \text{ kNm/rad}$	
$d_{1} = 18.0 \text{ mm}$	j,ini		$d_{1} = 18.0 \text{ mm}$	j,ini	
0 Placa - \$ 275	Tipo de Falha	• •	Placa - \$ 275	Tipo de Falha	
h = 284.5  mm	TF1: P-F(M2)		h = 306.0  mm	TF1: FC-F(M2)	
$b_{1}^{p} = 110.2 \text{ mm}$	TF2: WC-T	•••	$b^{p} = 120.1 \text{ mm}$	TF2: WC-S	• •
$t_{1}^{p} = 16.0 \text{ mm}$	TF3: FWB-C		$t_{1}^{p} = 19.0 \text{ mm}$	TF3: -	
$1^{p} = 52.6 \text{ mm}$	Ruptura: FWB-C		$1^{p} = 54.1 \text{ mm}$	Ruptura: WC-S	
e = 29.1 mm	F - 0.03 ¢		e = 28.6 mm	F - 12 42 ¢	
w = 52.1 mm	obj		w = 62.9 mm	obj - 12.42 \$	
$e_{x} = 22.6 \text{ mm}$			$e_x = 24.1 \text{ mm}$		
p <sub>x</sub> = 71.5 mm			$p_{x} = 75.7 \text{ mm}$		
p = 122.1 mm			p = 136.2 mm		
$a_1 = 30.0 \text{ mm}$			a <sub>1</sub> = 30.0 mm		
$a_2 = 32.3 \text{ mm}$			$a_2 = 35.9 \text{ mm}$		
$a_3 = 47.2 \text{ mm}$			$a_3 = 48.4 \text{ mm}$		
$I_{pi} = 11.9 \text{ mm}$			$I_{pi} = 11.9 \text{ mm}$		
a <sub>fa</sub> = 7.0 mm			$a_{f_{r_{r}}} = 7.0 \text{ mm}$		
$a_{wp}^{1P} = 4.0 \text{ mm}$			$a_{wp}^{1p} = 4.0 \text{ mm}$		

Figura 51: Detalhamento da ligação C2.

Figura 52: Detalhamento da ligação D2.



Figura 53: Detalhamento da ligação E2.

Figura 54: Detalhamento da ligação F2.



Figura 55: Detalhamento da ligação G2.

A figura 56 apresenta as restrições de cada uma das ligações, onde o eixo *y* representa as restrições normalizadas, e o ponto zero do eixo *x* representa o limite para as restrições. A Figura 56 mostra que todos os valores apresentados são negativos, o que indica que nenhuma ligação violou as restrições e que os esforços solicitantes são inferiores as resistências.



Figura 56: Restrições de momento e rigidez do Pórtico 2 (continua).



Figura 56: Continuação (Restrições de momento e rigidez do Pórtico 2).

Analisando a Figura 56 é possível observar que a restrição de rigidez ficou ativa nas ligações A e G; e a restrição de momento ficou mais ativas nas ligações B, C, D, E e F. A partir da figura pode-se ressaltar que estas restrições foram limitantes para que o AG alcançasse uma redução ainda maior da função objetivo (custo da ligação).

Na Figura 57 são apresentadas as diferenças entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites inferiores e superiores (restrições geométricas), aos quais as ligações estão sujeitas. Os valores negativos da figura representam a diferença entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites superiores, já os valores positivos da figura representam a diferença entre os valores ótimos das variáveis de projeto e os limites superiores das variáveis de projeto e os limites superiores.

В Α d tp bp ex рх d bp е ex е р tp рх 50 50 0 0 -50 -50 -100 -100 С D d d bp tp bp е ех рх р tp е ех рх 50 50 0 0 -50 -50 -100 -100 Ε F d tp bp ex рх d tp bp е ex рх р е 50 50 0 0 -50 -50 -100 -100

> G d tp bp e ex px p

50

0

-50



Figura 57: Restrições geométricas do Pórtico 2.

р

р

р

A Figura 57 mostra que a variável *d* ficou mais ativa na ligação A; a variável  $b_p$  ficou mais ativa nas ligações C, D, E, F e G, isso significa que os limites inferiores impostos ao diâmetro do parafuso e a largura da chapa limitaram a redução do custo da ligação. Além de  $b_p$ , *e* ficou mais ativa nas ligações C, D, E, F e G;  $e_x$  ficou mais ativa nas ligações E, F e G;  $p_x$  ficou mais ativa nas ligações E, F e G; p ficou mais ativa nas ligações E, F e G; p ficou mais ativa na ligação D. Estas restrições, de certa forma, limitaram o AG a alcançar reduções ainda maiores nos custos. A Figura 57 mostra que nenhum dos limites foi violado pelo AG.

O modelo de análise e otimização de ligações semirrígidas aqui proposto conseguiu aumentar a eficiência das ligações, visto que os valores dos momentos fletores resistentes e das rigidezes rotacionais ficaram mais próximos dos valores mínimos admissíveis, que os resultados apresentados na literatura. Além disso, todas as restrições impostas ao problema foram satisfeitas, ou seja, todas ficaram dentro da região viável.

## 6.3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

O objetivo desta análise é avaliar a variável de projeto mais representativa em relação à composição do custo da ligação. Para isso será analisada a sensibilidade da configuração otimizada perante a variação do valor de cada uma das variáveis de projeto.

A influência de cada uma das variáveis de projeto no custo das ligações pode ser vista na Figura 58, na qual o eixo vertical representa a derivada da função objetivo em relação a cada uma das variáveis de projeto e o eixo horizontal representa as variáveis de projeto.

A Figura 58 mostra o nível de sensibilidade, de cada uma das variáveis, diante de pequenas variações, na qual é possível observar que as variáveis que alcançaram valores de sensibilidade mais elevados, são aquelas que mais influenciam a variação dos custos.



Figura 58: Sensibilidade das variáveis em relação ao custo.

Observa-se na Figura 58 que as variáveis que mais influenciam na obtenção do custo mínimo das ligações são o diâmetro dos parafusos (d) e a espessura da chapa ( $t_p$ ) em relação as demais variáveis que compõem a função custo. Isso se deve ao fato que a maioria das restrições geométricas inferiores ( $l_b$ ) são calculadas em função do diâmetro dos parafusos (d), como no processo de otimização a tendência é que as variáveis convirjam para os valores mínimos, logo, variações no diâmetro dos parafusos geram variações nos limites inferiores impostos as demais variáveis. Em relação a espessura da chapa ( $t_p$ ), como a chapa é a componente de maiores dimensões da ligação, pequenas variações na sua espessura têm efeitos consideráveis na composição final do custo da ligação.

# 6.4. ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO

Com base nos resultados obtidos pela metodologia de projeto ótimo proposta nesta dissertação, podem ser definidos ábacos para o dimensionamento de ligações

com chapa de extremidade estendida. A partir de dados de entrada como: perfis de viga e coluna, espessura da chapa e diâmetro dos parafusos; é possível obter o momento resistente e a rigidez inicial da ligação. Estes ábacos têm a finalidade de proporcionar ao projetista uma alternativa prática e confiável para a determinação das dimensões das componentes de uma ligação viga-coluna com chapa de extremidade estendida.

Os ábacos que serão apresentados nessa seção foram elaborados a partir da análise de sensibilidade das variáveis do projeto ótimo, apresentada anteriormente. Através dessa análise foi possível concluir que as variáveis e,  $e_x$ , p,  $p_x$  têm influência mínima na obtenção do projeto ótimo, quando comparadas as demais variáveis. Por outro lado, as variáveis d e  $t_p$  são as variáveis que têm maior influência, seguidas de  $b_p$ , na obtenção do projeto ótimo.

A partir dessas conclusões foram elaborados ábacos com os principais perfis de vigas, colunas, diâmetro de parafusos e espessuras de chapa. Os demais parâmetros, por terem influência mínima, conforme já foi constatado, foram fixados de maneira que cumpram as restrições geométricas do Eurocode 3 (CEN, 2005) (Tabela 1). Logo:

$$e = e_x = 1,2d_0$$
  
 $a_1 = a_2 = a_3$   
 $p_x = t_{fb} + a_1 + a_2$   
 $b_p = b_{p,min}$ 
(6.1)

Nas tabelas a seguir são apresentados os parâmetros geométricos para ligações viga-coluna utilizando vigas IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270), colunas HEB (140, 160, 180) e parafusos de grau 8.8 com diâmetros de 12, 16 e 20 mm.

	IPE 160	IPE 180	IPE 200	IPE 220	IPE 240	IPE 270
$h_p (mm)$	220	240	260	285	315	345
$b_p (mm)$	85	95	100	110	120	135
e (mm)	20	20	20	20	20	20
$e_x (mm)$	20	20	20	20	20	20
$p_x (mm)$	70	70	70	90	95	100
$a_1(mm)$	30	30	30	35	45	45

Tabela 14: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 12 mm.

	IPE 160	IPE 180	IPE 200	IPE 220	IPE 240	IPE 270
$h_p (mm)$	225	245	270	295	320	355
$b_p (mm)$	95	95	100	110	120	135
e (mm)	25	25	25	25	25	25
$e_x (mm)$	25	25	25	25	25	25
$p_x (mm)$	70	70	70	90	95	100
$a_1(mm)$	30	30	30	35	45	45

Tabela 15: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 16 mm.

Tabela 16: Parâmetros geométricos para ligações com parafusos de 20 mm.

	IPE 160	IPE 180	IPE 200	IPE 220	IPE 240	IPE 270
$h_p (mm)$	230	250	275	300	325	360
$b_p (mm)$	105	105	105	110	120	135
e (mm)	30	30	30	30	30	30
$e_x (mm)$	30	30	30	30	30	30
$p_x(mm)$	70	70	70	90	95	100
$a_1 (mm)$	30	30	30	35	45	45

A seguir são apresentados os ábacos de dimensionamento gerados a partir dos parâmetros apresentados nas Tabelas 14, 15 e 16. Estes ábacos foram construídos para colunas HEB (140, 160, 180) variando o diâmetro dos parafusos em 12, 16 e 20 mm. Cada ábaco representa a combinação entre um perfil HEB e um desses diâmetro de parafuso, associados a uma variedade de perfis de vigas.



Figura 59: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> - t<sub>p</sub> - S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 140 e parafuso 12 mm.



Figura 60: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> – t<sub>p</sub> – S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160 e parafuso 12 mm.



Figura 61: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> – t<sub>p</sub> – S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180 e parafuso 12 mm.



Figura 62: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> – t<sub>p</sub> – S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 140 e parafuso 16 mm.



Figura 63: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> - t<sub>p</sub> - S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160 e parafuso 16 mm.



Figura 64: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> – t<sub>p</sub> – S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180 e parafuso 16 mm.



Figura 65: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> – t<sub>p</sub> – S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 140 e parafuso 20 mm.



Figura 66: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> - t<sub>p</sub> - S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 160 e parafuso 20 mm.


Figura 67: Ábaco M<sub>j,Rd</sub> - t<sub>p</sub> - S<sub>j,ini</sub>: IPE (160, 180, 200, 220, 240, 270) – HEB 180 e parafuso 20 mm.

#### 7. CONCLUSÕES

#### 7.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta um modelo numérico e uma ferramenta computacional para projeto ótimo de ligações viga-coluna em pórticos planos de aço utilizando algoritmos genéticos, banco de dados e variáveis de projeto discretas e contínuas de acordo com a prática corrente de projeto e construção. Foram realizadas diversas análises para avaliar o comportamento mecânico da ligação e sua influência no dimensionamento ótimo das componentes. Através dos exemplos apresentados conclui-se que esta ferramenta computacional possui grande potencial para obtenção das dimensões ótimas para minimização do custo de ligações, sem violar as restrições normativas e construtivas.

A ferramenta computacional aqui apresentada conseguiu obter melhorias significativas nos custos das ligações em relação aos resultados disponíveis na literatura, sem comprometer a eficiência e a segurança da estrutura. No primeiro exemplo a ferramenta computacional obteve uma redução de 38,3% no custo das ligações apresentados por Cabrero e Bayo (2005) e uma redução de 11,8% no custo das ligações que foram apresentadas por Díaz *et al.* (2012). No segundo exemplo a redução foi de foi de 22,5%.

Nas curvas relativas ao histórico de otimização apresentadas é possível observar que o valor médio decresce, tendendo ao valor da melhor solução em cada geração, o que indica que o algoritmo convergiu monotonicamente.

O modelo de ligação semirrígida é aquele que mais se aproxima do comportamento real das ligações. Desta forma, o comportamento das ligações pode ser analisado através do Método das Componentes, que considera, a partir de uma curva momento-rotação, os efeitos da resistência e da rigidez no comportamento global das ligações. A comparação entre o comportamento de um modelo experimental (T101.010) e o programa Calc\_LSR\_MC2005, baseado no Método das Componentes, feita neste trabalho, mostrou que o Método das Componentes é um método mecânico-analítico capaz de reproduzir de forma eficiente o comportamento real de uma ligação. O Calc\_LSR\_MC2005 obteve resultados 3,25% menos rígidos e 2,5% menos resistentes que o modelo experimental.

Através do estudo de sensibilidade mediante pequenas variações nas variáveis de projeto pôde-se constatar que as variáveis com maior influência na obtenção do

custo final das ligações são o diâmetro dos parafusos (*d*) e a espessura da chapa ( $t_p$ ). Por outro lado as variáveis  $e_x$ ,  $p_x$  e *p* são as menos influenciam no custo da ligação.

Este trabalho demostrou, de forma geral, que a otimização de ligações vigacoluna em pórticos planos de aço foi bem-sucedida, além disso, o programa ainda é capaz de mostrar graficamente os detalhes da geometria otimizada da ligação, fornecendo para o projetista todas as propriedades da ligação e dos perfis utilizados. A ferramenta computacional também determina os perfis otimizados, de forma automática, a partir dos perfis comerciais disponíveis no banco de dados.

A partir dos resultados obtidos é possível concluir que o modelo de otimização apresentado neste trabalho demonstra ser uma ferramenta robusta e eficaz na minimização do custo de ligações viga-coluna. Além disso, o ambiente computacional desenvolvido neste trabalho é bastante amigável e de fácil compreensão, no qual o usuário pode configurar facilmente os dados de entrada do problema, os limites e as restrições de projeto.

## 7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa, sugere-se:

- Realizar a otimização das ligações paralela a otimização de pórticos planos e espaciais;
- Realizar a otimização, considerando os efeitos dinâmicos e restrições de frequência;
- Implementar restrições referentes ao Estado limite de Serviço (ELS);
- Realizar a otimização de ligações semirrígidas, considerando o efeito da rotação das colunas;
- Incorporar os efeitos das tensões residuais e das imperfeições geométricas ao modelo de otimização.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Ali, N.B.H.; Sellami, M.; Cutting-Decelle, A.F.; Mangin, J.C. (2009). **Multi-stage production cost optimization of semi-rigid steel frames using genetic algorithms**. Engineering Structures, 31 (11): 2766-2778.

Alves, L.R.M. (2013). Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Campos dos Goytacazes - RJ, Universidade Estadual do Norte Flumunense - UENF, 106 p.

Arora, J.S. (2016). Introduction to optimum design. 4. ed. Oxford: Elsevier, 968 p.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). **Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios**: NBR 8800. Rio de Janeiro.

Autodesk (2016). Autodesk robot structural analysis professional, 2016.

Cabrero, J.M.; Bayo, E. (2005). **Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections**. Engineering Structures, 27(8):1125–1137.

Camp, C.V.; Pezeshk, S.; Cao, G. (1997). **Design of framed structures using a genetic algorithm**. Advances in Structural Optimization, Reston, 19-30.

Camp, C.V.; Bichon, B. J.; Stovall, S. P. (2005). **Design of Steel frames using ant colony optimization**. Journal of Structural Engineering, 131 (3): 369-379.

Castro, R.A. (2006). **Modelagem computacional de ligações semirrígidas e sua influência na resposta dinâmica não-linear de pórticos de aço.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 117 p.

Degertekin, S.O.; Hayalioglu, M.S. (2010). Harmony search algorithm for minimum cost design of steel frames with semi-rigid connections and column bases. Structural Multidisciplinary Optimization, 42: 755-768.

Díaz, C. (2010) **Diseño óptimo uniones semirrigidas mediante simulación numérica y modelos kriging**. Tese (Doutorado em Análisis y diseño avanzado de estructuras) – Cartagena – ES, Universidad Politécnica de Cartagena - UPC, 245 p.

Díaz, C.; Victoria, M.; Martí, P.; Querin, O.M. (2011). **FE model of beam-to-column extended end-plate joints**. Journal of Constructional Steel Research, 67 (10): 1578-90.

Díaz, C.; Victoria, M.; Martí, P.; Querin, O.M. (2012). **Optimum design of semi-rigid connections using metamodels**. Journal of Constructional Steel Research, 67(10):1578-1590.

European Committee for Standardization (2005). **Design of steel structure. Part 1.1:** general rules and rules for building, EN 1993-1-1, Eurocode 3. Brussels.

European Committee for Standardization (2005). **Design of steel structure. Part 1.8:** design of joints, EN 1993-1-8, Eurocode 3. Brussels.

European Committee for Standardization (1997). **Execution of steel structures. Part 1-1: general rules and rules for building**, EN 1090, Brussels.

Faella, C.; Piluso, V.; Rizzano, G. (1997). A new method to design extended plate connections and semirigid braced frames. Journal of Constructional Steel Research, 41 (1): 61-91.

Faella, C.; Piluso, V.; Rizzano, G. (2000). **Structural steel semi-rigid connections: theory, design and software**. Boca Raton: CRC, 536 p.

Falcón, G.A.S; Montrull, P.M (2014). **Dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço – modelo "pórtico auxiliar".** XXXV Iberian Latin American congress on computational methods in engineering, Fortaleza – CE.

Freitas, J.P. (2010). **Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semirrígidas e a instabilidade estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense, UENF, 107 p.

Gonçalves, M.A.M. (2014). **Modelos para cálculo de ligações pilar-viga com chapa de extremidade em estruturas de aço**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Lisboa – POR, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, FCT, 113 p.

Haftka, R.T.; Gurdal, Z. (1992). **Elements of structural optimization**. 3. ed. Dordrecht: Klwer Academics Publishers.

Hasançebi, O. (2017). **Cost efficiency analyses of steel frameworks for economical design of multi-storey buildings**. Journal of Constructional Steel Research, 128: 380-396.

Hayalioglu, M.S.; Degertekin, S.O. (2005). **Minimum cost design of steel frames with semi-rigid connections and column bases via genetic optimization**. Computres & Structures, 83: 1849-1863.

Jans, J.; Jaspart, J.P.; Maquooi, R. (1987). **Experimental study of the non-linear behaviour of beam-to-column bolted joints**. Connections in Steel Structures. Behaviour, strength & design, Ed. Reidar Bjorhovde, Jacques Brozzetti, and André Colson, Elsevier applied science, 26-32.

Kameshki, E.S.; Saka, M.P. (2001). **Genetic algorithm based optimum bracing design of non-swaying tall plane frames**. Journal of Constructional Steel Research, 57: 1081–1097.

Lima, L.R.O.; Silva, L.S.; Vellasco, P.C.G. da S. and Andrade, S.A.L. (2002). **Experimental analysis of extended end-plate beam-to-column joints**. Trhird

European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL, Coimbra. António Lamas and Luís Simoes da Silva Editors, 1121-1130.

Lima, L.R.O (2003). **Comportamento de ligações com placa de extremidade em estruturas de aço submetidas a momento fletor e força axial.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica, PUC, 269 p.

Linden, R. (2012). Algoritmos genéticos. 3. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 496 p.

Lopes, F. R. C. (2008). Influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna na resposta dinâmica de pórticos de aço. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, 164 p.

MAHFOUZ, S. Y. (1999). **Design optimization structural of steelwork**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Bradford, UK: Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bradford, 323 p.

Oliveira, C.D. (2011). Estudo do comportamento de uma ligação viga-pilar. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e Gestão Industrial) – Viseu, Instituo Politécnico de Viseu – IPV, 112 p.

Pavlovčič, L.; Krajnc, A.; Beg, D. (2004). **Cost function analysis in the structural optimization of steel frames**. Structural and Multidisciplinary Optimization, 28: 286-95.

Pfeil, W.; Pfeil, M. (2009). Estruturas de aço: dimensionamento prático. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 357 p.

Rao, S.S. (2009). **Engineering optimization: theory and practice**. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 920 p.

Rodrigues, M. C. **Modelagem numérica de ligações viga-coluna em aço sob momento fletor e força normal**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 178 p.

Romano, V.P. (2001). **Dimensionamento de ligações viga-coluna com chapa de topo: modelo Eurocode 3**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Ouro Preto – MG, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP. 266 p.

Silva, A.B.C. (2011). **Dimensionamento ótimo de seções de viga T em concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF, 66 p.

Silva, E.E. (2001). Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – São Paulo – SP, Universidade de São Paulo - USP, 131p.

Simões, L.M.C. (1996). **Optimization of frames with semi-rigid connections.** Computres & Structures, 60 (4): 531-539. Spyrou, S.; Davison, J.B.; Burgess, I.W.; Plank, R.J. (2004). **Experimental and analytical investigation of the 'tension zone' components within a steel joint at elevated temperatures**. Journal of Constructional Steel Research, 60: 867–896.

The Mathworks Inc. (2014). **MATLAB the language of technical computing**. Natick, MA, USA.

Yang, Y.; Soh, C.K. (2002). Automated optimum design of structures using genetic programming. Computers and Structures, p.1537.

Yassami, M.; Ashtari, P. (2015). Using fuzzy genetic, artificial bee colony (ABC) and simple genetic algorithm for the stiffness optimization of steel frames with semi-rigid connections. Journal of Civil Engineering, 19 (5): 1366-1374.

### ANEXO I

O algoritmo genético (GA) do *toolbox* de otimização do MATLAB<sup>®</sup> é um método para resolver problemas de otimização restritos e sem restrições com base em um processo de seleção natural que imita a evolução biológica. O algoritmo modifica repetidamente uma população de soluções individuais. Em cada passo, o algoritmo genético seleciona aleatoriamente indivíduos da população atual e os usa como pais para produzir descendentes para a próxima geração. Ao longo das sucessivas gerações, a população "evolui" em direção a uma solução ideal.

Para utilizar o AG do MATLAB<sup>®</sup> é necessário configurar algumas opções antes da chamada do AG na linha de comando. As opções padrão do AG (*options*), mais utilizadas, são:

- PopulationSize Tamanho da população;
- Generation Inteiro positivo que especifica o número máximo de iterações;
- PopulationTipe Tipo de dados da população;
- EliteCount Inteiro positivo que especifica quantos indivíduos da geração atual estão garantidos para sobreviver à próxima geração;
- CrossoverFraction Fração da população na próxima geração não incluindo filhos de elite;
- StallGenLimit Inteiro positivo. O algoritmo para se a mudança relativa média no melhor valor da função de fitness ao longo de gerações StallGenLimit é inferior ou igual a TolFun;
- InitialPenalty Valor inicial do parâmetro de penalidade;
- PenaltyFactor Parâmetro de atualização da penalidade;
- TolFun Tolerância limite para variação do valor do melhor indivíduo avaliado pela função objetivo a cada iteração;
- TolCon Tolerância limite para variação do valor das restrições a cada iteração;
- PlotFcns Matriz de funções para imprimir os dados pré-estabelecidos pelo algoritmo;
- Display Tipo de exibição dos resultados obtidos.

Após definidos os parâmetros do AG, para usá-lo na linha de comando, a função AG é chamada com a sintaxe:

#### [x,fval] = ga(fitnessfcn,nvars,A,b,Aeq,beq,LB,UB,nonlcon,options)

em que *x* é a solução ótima do problema de otimização; *fval* é o valor da função objetivo em x; *fitnessfcn* representa a função objetivo; *nvars* é o número de variáveis de projeto; *A* e *b* representam a restrição linear de desigualdade na forma  $A^*x \le b$ ; já *Aeq* e *beq* representam a restrição linear de igualdade na forma *Aeq^\*x* = *beq*; *LB* e *UB* são respectivamente os vetores de limites inferiores e superiores para restrições lineares; *nonlcon* representa a função da restrição não linear, que retorna duas saídas *c* e *ceq* sob a forma [c,ceq] = *nonlcon(x)*, sendo *c* e *ceq* vetores quando há várias restrições de desigualdade e igualdade não linear, respectivamente.

# **APÊNDICE I**

Apresenta-se neste apêndice o arquivo "Dados de entrada.m", com os dados da ligação A do Pórtico 1

```
function[Viga,Coluna,Metodo,MatAlma b,MatAla b,MatAlma c,MatAl
a c,MatPlaca,Classe Parafuso,MatSold,CritS,gM0,gMw,gMb,E,nu,Pr
etensado, Analise, Norma, pespA, TipConfLigacao, Mj Ed, Sj Ed, Nome A
rq] = Dados A 1
pespA = 7.82e-6; %[kg/mm3)
%% Tipo de Configuração da ligação
8 _____
% Tabela 5.4 de EN 1993-1-8:2005:
% v-cc. Ligação viga-pilar a uma face. Pilar continuo
   v-cf.
          Ligação viga-pilar a uma face. Pilar extremo
00
   2v-cc. Ligação viga-pilar a duas faces. Pilar continuo
8
   2v-cf. Ligação viga-pilar a duas faces. Pilar extremo
8
TipConfLigacao = 'v-cf';
E = 210.0e3; % E Módulo de Elasticidade [N/mm2]
       0.3; % nu Coeficiente de Poisson
nu =
% Norma utilizada
% _____
              % 1. Anexo J do EC3
Norma = 2;
                  % 2. Parte 1-8:2005 do EC3
% Tipo de análise
8 -----
Analise = 3;
% 1.Análise elástica do pórtico / concepção elástica do nó
% 2.Análise elástico do pórtico / concepção plástica do nó
% 3.Análise plástico do pórtico / concepção plástica do nó
% Coeficientes de segurança
§ _____
if Norma == 1
   qM0 = 1.10;
elseif Norma == 2 % EN 1993-1-8:2005 Tabela 2.1
   gMO = 1.00; % Resistência das seções das classes 1,2,3,4
end
gMw = 1.25; % Resistência da seção líquida para as soldas
gMb = 1.25; % Resistência dos parafusos
```

```
%Solicitações
%_____
Mj Ed=22; %kN.m
Sj Min=9000; %kN.m/rad
% Perfis
8 _____
Viga ='IPE 200';
Coluna = 'HE 140 B';
% Materiais
% _____
MatAlma b = 'S 275';
MatAla b = 'S 275';
MatAlma_c = 'S 275';
MatAla \overline{c} = 'S 275';
MatPlaca = 'S 275';
% Parafusos
8 _____
Classe Parafuso = '8.8';
% Soldas
8 _____
MatSold = 'S 275';
% Parafusos protendidos
% -----
Protendido = 1;
                 % 0 -> Parafusos não protendidos
                  % 1 -> Parafusos protendidos
```