

**PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS  
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS E ELEMENTOS FINITOS HÍBRIDOS**

**SÉRGIO DA SILVA FERREIRA JÚNIOR**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE (UENF)**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ**

**JULHO – 2018**



**PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS  
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS E ELEMENTOS FINITOS HÍBRIDOS**

**SÉRGIO DA SILVA FERREIRA JÚNIOR**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Gines Arturo Santos Falcón

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

JULHO – 2018

## FICHA CATALOGRÁFICA

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

F383 Ferreira Júnior, Sérgio da Silva.

Projeto ótimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas utilizando algoritmos genéticos e elementos finitos híbridos / Sérgio da Silva Ferreira Júnior. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2018.

109 f. : il.

Bibliografia: 95 - 101.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2018.

Orientador: Gines Arturo Santos Falcon.

1. Otimização Estrutural. 2. Pórtico de Aço. 3. Ligações Semirrígidas. 4. Algoritmo Genético. 5. Elementos Finitos. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 624

**PROJETO ÓTIMO DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS  
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS E ELEMENTOS FINITOS HÍBRIDOS**

**SÉRGIO DA SILVA FERREIRA JÚNIOR**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Aprovada em 5 de julho de 2018.

Comissão Examinadora:

---

Prof. Raul Dario Farfan (D. Sc., Engenharia Civil) – UNB

---

Prof. Sergio Rafael Cortes de Oliveira (D. Sc., Engenharia Civil) – IFF/Campos

---

Prof. Walnório Graça Ferreira (D. Sc., Engenharia Civil) – UFES

---

Prof. Gines Arturo Falcón (D. Sc., Engenharia Civil) – LECIV – UENF  
Orientador

## DEDICATÓRIA

*Aos meus pais, minhas irmãs e à minha namorada.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus.

Agradeço meu pai Sérgio da Silva Ferreira e minha mãe Katia da Silva Santos, pois sem eles eu não teria conseguido atingir meus objetivos. Nunca mediram esforços para me dar uma boa educação, e hoje sou mestre em Engenharia Civil.

À minha namorada Thalita Machado de Figueiredo, que mesmo com a distância sempre me deu forças e apoio nesta jornada. Uma mulher incrível que Deus colocou em minha vida.

Nathália e Gabriele, obrigado por serem vocês.

E por último, meu orientador, o prof. Gines Arturo Santos Falcón, que esteve ao meu lado trocando conhecimentos desde o último período da graduação.

Obrigado!

## SUMÁRIO

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Lista de Figuras</b> .....  | <b>x</b>    |
| <b>Lista de Tabelas</b> .....  | <b>xii</b>  |
| <b>Lista de Abreviaturas e Símbolos</b> .....                        | <b>xiii</b> |
| <b>Resumo</b> .....  | <b>xv</b>   |
| <b>Abstract</b> .....  | <b>xvi</b>  |
| <b>Capítulo I – Introdução</b> .....                                 | <b>14</b>   |
| 1.1. Objetivos .....   | 16          |
| 1.2. Motivação e justificativa .....                                 | 17          |
| 1.3. Revisão bibliográfica .....                                     | 18          |
| <b>Capítulo II – Pórticos de aço com Ligações Semirrígidas</b> ..... | <b>26</b>   |
| 2.1. Ligações viga-coluna .....                                      | 26          |
| 2.2. Comportamento das ligações .....                                | 28          |
| 2.3. Classificação das ligações .....                                | 30          |
| 2.3.1. Classificação segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005) .....          | 30          |
| 2.3.2. Classificação segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008) .....           | 32          |
| 2.4. Modelagem das ligações semirrígidas .....                       | 33          |
| 2.4.1. Modelagem analítica .....                                     | 33          |
| 2.4.2. Modelagem experimental .....                                  | 33          |
| 2.4.3. Modelagem numérica .....                                      | 34          |
| 2.5. Avaliação do comportamento da ligação .....                     | 37          |
| <b>Capítulo III – Análise Estrutural de Pórticos de Aço</b> .....    | <b>40</b>   |
| 3.1 . Análise linear .....   | 41          |
| 3.2. Análise não-linear .....  | 42          |
| 3.2.1. Não linearidade física .....                                  | 43          |
| 3.2.2. Não linearidade geométrica .....                              | 43          |

|  |           |
|--|-----------|
| 3.3. Método dos elementos finitos.....                             | 44        |
| 3.3.1. Matriz de rigidez da viga com ligações rígidas .....        | 45        |
| <b>Capítulo IV – Elemento Finito Híbrido .....</b>                 | <b>48</b> |
| 4.1. Vantagem da utilização do elemento finito híbrido .....       | 51        |
| 4.2. Validação do elemento finito híbrido .....                    | 52        |
| <b>Capítulo V – Dimensionamento de Pórticos Planos de Aço.....</b> | <b>57</b> |
| 5.1. Flambagem global.....   | 57        |
| 5.1.1. Cálculo do coeficiente de flambagem $K_x$ .....             | 58        |
| 5.2. Flambagem local de barras axialmente comprimidas .....        | 59        |
| 5.2.1. Elementos comprimidos AA.....                               | 60        |
| 5.2.2. Elementos comprimidos AL .....                              | 61        |
| 5.3. Flambagem global por flexão .....                             | 62        |
| 5.4. Momento fletor resistente .....                               | 62        |
| 5.5. Flexo compressão .....  | 63        |
| 5.6. Deslocamentos máximos .....                                   | 63        |
| <b>Capítulo VI – Otimização.....</b>                               | <b>65</b> |
| 6.1. Tipos de otimização .....                                     | 66        |
| 6.2. Métodos de otimização .....                                   | 68        |
| 6.3. Algoritmos Genéticos .....                                    | 69        |
| 6.3.1. Terminologia em Algoritmos Genéticos .....                  | 70        |
| 6.3.2. Operadores genéticos .....                                  | 70        |
| 6.3.3. Vantagens e desvantagens dos Algoritmos Genéticos.....      | 72        |
| <b>Capítulo VII – Modelagem do Problema de otimização.....</b>     | <b>74</b> |
| 7.1. Módulos computacionais.....                                   | 76        |
| 7.1.1. Entrada de dados .....                                      | 77        |
| 7.1.2. Processamento.....  | 77        |
| 7.1.3. Resultados.....   | 77        |

|  |            |
|--|------------|
| 7.2. Diagrama das ferramentas computacionais .....                             | 78         |
| <b>Capítulo VIII – Aplicações.....</b>   | <b>80</b>  |
| 8.1. Aplicação 1.....  | 80         |
| 8.1.1. Comentários .....   | 84         |
| 8.2. Aplicação 2.....  | 84         |
| 8.2.1. Comentários .....   | 88         |
| 8.3. Aplicação 3.....  | 88         |
| 8.3.1. Comentários .....   | 92         |
| <b>Capítulo IX – Considerações finais.....</b>                                 | <b>93</b>  |
| 9.1. Conclusões.....   | 93         |
| 9.2. Proposta para trabalhos futuros .....                                     | 94         |
| <b>Referências Bibliográficas .....</b>  | <b>95</b>  |
| <b>Apêndice A – Implementação computacional: módulo de Análise Estrutural.</b> | <b>102</b> |
| <b>Apêndice B – Arquivo de dados da aplicação 1 .....</b>                      | <b>104</b> |
| <b>Apêndice C – Configuração do Algoritmo Genético .....</b>                   | <b>107</b> |

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO 2

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 2.1.</b> Rotação de uma ligação viga-pilar (ALBUQUERQUE, 2015).....                       | 26 |
| <b>Figura 2.2.</b> Pórtico com ligações rígidas (FIGUEIREDO, 2004). .....                           | 27 |
| <b>Figura 2.3.</b> Pórticos com ligações articulados (FIGUEIREDO, 2004).....                        | 27 |
| <b>Figura 2.4.</b> Relação momento-rotação de ligações usuais (modificado de LOPES, 2008). .....    | 28 |
| <b>Figura 2.5.</b> Tipos de ligações pilar-viga comumente usadas (NUNO, 2009). .....                | 29 |
| <b>Figura 2.6.</b> Influência da rigidez da ligação no comportamento da viga. ....                  | 30 |
| <b>Figura 2.7.</b> Zonas de classificação. ....   | 32 |
| <b>Figura 2.8.</b> Rigidez rotacional inicial da ligação. ....                                      | 32 |
| <b>Figura 2.9.</b> Representação matemática da curva momento-rotação relativa.....                  | 35 |
| <b>Figura 2.10.</b> Aproximação multilinear da curva momento-rotação (Adaptado EC3-1-8:2005). ..... | 36 |
| <b>Figura 2.11.</b> Representação não-linear da curva momento-rotação.....                          | 37 |
| <b>Figura 2.12.</b> Viga bi engastada uniformemente distribuída.....                                | 38 |
| <b>Figura 2.13.</b> Curva Momento-rotação da ligação e linha da viga.....                           | 39 |

### CAPÍTULO 3

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 3.1.</b> Tipos gerais de análise de pórticos estruturais, (adaptado de CHAN & CHUI, 2000). ..... | 41 |
| <b>Figura 3.2.</b> Curva tensão x deformação do aço.....   | 43 |
| <b>Figura 3.3.</b> Efeitos da análise não-linear (SILVESTRE, 2007). .....                                  | 44 |
| <b>Figura 3.4.</b> Elemento tipo viga. ....  | 46 |

### CAPÍTULO 4

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 4.1.</b> Elemento híbrido. ....  | 48 |
| <b>Figura 4.2.</b> Representação do elemento viga e molas com comprimento não nulo. .... | 51 |
| <b>Figura 4.3.</b> Viga com ligações semirrígidas. ....                                  | 52 |
| <b>Figura 4.4.</b> Momentos fletores nos apoios e meio do vão da viga. ....              | 53 |
| <b>Figura 4.5.</b> Rotações nas extremidades da viga.....                                | 54 |
| <b>Figura 4.6.</b> Flecha no meio do vão da viga.....                                    | 54 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 4.7.</b> Pórtico simples para teste. ....          | 55 |
| <b>Figura 4.8.</b> Pórtico para análise de influências. .... | 56 |

## **CAPÍTULO 5**

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 5.1.</b> Deslocamentos verticais considerados pela NBR 8800 (ABNT, 2008). . | 64 |
|---|----|

## **CAPÍTULO 6**

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 6.1.</b> Otimização topológica de uma treliça (VÉLEZ, 2015). ....                                 | 66 |
| <b>Figura 6.2.</b> Otimização topológica bidimensional (CHRISTENSEN E KLARBLING, 2009). ....                | 67 |
| <b>Figura 6.3.</b> Otimização de forma (VÉLEZ, 2015). ....  | 67 |
| <b>Figura 6.4.</b> Otimização dimensional (seção transversal dos elementos da treliça), (VÉLEZ, 2015). .... | 68 |
| <b>Figura 6.5.</b> Fluxograma de otimização utilizando AGs, modificado de ZOU et al. (2011). ....           | 71 |
| <b>Figura 6.6.</b> Cruzamento. (a) pais, (b) cruzamento e (c) filhos. ....                                  | 72 |
| <b>Figura 6.7.</b> Mutação de um indivíduo. ....  | 72 |

## **CAPÍTULO 7**

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 7.1.</b> Fluxograma do programa computacional. ....                        | 76 |
| <b>Figura 7.2.</b> Diagrama com a rotina de leitura das funções computacionais. .... | 79 |

## **CAPÍTULO 8**

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 8.1.</b> Pórtico 1: 2 pavimentos e 1 vão, adaptado de SIMÕES (1996). ....  | 80 |
| <b>Figura 8.2.</b> Histórico do processo de otimiza o com liga es semirrígidas. .... | 82 |
| <b>Figura 8.3.</b> Restri es de projeto. ....  | 83 |
| <b>Figura 8.4.</b> Pórtico 2: 2 pavimentos e 3 v os. ....                            | 85 |
| <b>Figura 8.5.</b> Histórico do processo de otimiza o com liga es semirrígidas. .... | 86 |
| <b>Figura 8.6.</b> Restri es de projeto. ....  | 87 |
| <b>Figura 8.7.</b> Pórtico 3: 3 pavimentos e 2 v os. ....                            | 89 |
| <b>Figura 8.8.</b> Histórico do processo de otimiza o com liga es semirrígidas. .... | 90 |
| <b>Figura 8.9.</b> Restri es de projeto. ....  | 91 |

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO 4

|   |    |
|---|----|
| <b>Tabela 4.1.</b> Resultados dos momentos do pórtico teste. ....   | 55 |
| <b>Tabela 4.2.</b> Deslocamento lateral dos nós da Figura 4.6. .... | 56 |

### CAPÍTULO 5

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabela 5.1.</b> Coeficiente de flambagem para elementos isolados, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008). .... | 58 |
| <b>Tabela 5.2.</b> Limites de esbeltez, $(b/t)_{lim}$ , NRB 8800 (ABNT, 2008). ....                        | 60 |
| <b>Tabela 5.3.</b> Deslocamentos máximos, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008). ....                            | 64 |

### CAPÍTULO 6

|   |    |
|---|----|
| <b>Tabela 6.1.</b> Técnicas de busca (SOARES, 1997). .... | 69 |
|---|----|

### CAPÍTULO 8

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabela 8.1.</b> Configuração do Algoritmo Genético. ....          | 81 |
| <b>Tabela 8.2.</b> Perfis ótimos para cada elemento do pórtico. .... | 82 |
| <b>Tabela 8.3.</b> Custo total do pórtico. ....                      | 83 |
| <b>Tabela 8.4.</b> Perfis ótimos para cada elemento do pórtico. .... | 86 |
| <b>Tabela 8.5.</b> Custo total do pórtico. ....                      | 87 |
| <b>Tabela 8.6.</b> Perfis ótimos para cada elemento do pórtico. .... | 90 |
| <b>Tabela 8.7.</b> Custo total do pórtico. ....                      | 91 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

|        |   |
|--------|---|
| ABNT   | Associação Brasileira de Normas Técnicas;       |
| NBR    | Norma brasileira regulamentadora;               |
| AG     | Algoritmo Genético;                             |
| AISC   | American Institute of Steel Construction;       |
| ALGA   | Augmented Lagrangian Genetic Algorithm;         |
| CALFEM | Computer Aided Learning Finite Element Methods; |
| MEF    | Método dos Elementos Finitos;                   |
| MAM    | Método de Análise Matricial.                    |

## LETRAS ROMANAS

|           |  |
|-----------|--|
| $A$       | área da seção transversal do elemento;             |
| $C$       | custo total da estrutura;                          |
| $c_a$     | custo do aço;                                      |
| $C_i$     | matriz de correção;                                |
| $E$       | Módulo de elasticidade do aço;                     |
| $\{F\}$   | vetor de cargas;                                   |
| $f_y$     | Tensão de escoamento;                              |
| $f_{obj}$ | função objetivo;                                   |
| $G$       | matriz de transformação;                           |
| $g_i(x)$  | restrições de desigualdade;                        |
| $h_j(x)$  | restrições de igualdade;                           |
| $I_c$     | momento de inércia da seção transversal da coluna; |
| $I_v$     | momento de inércia da seção transversal da viga;   |
| $[K]$     | matriz de rigidez;                                 |

|             |  |
|-------------|--|
| $K_C$       | valor médio de $(I_C/L_C)$ de todas as colunas no topo do andar; |
| $K_{gi}$    | matriz de rigidez não linear geométrica do elemento;             |
| $K_i^{SR}$  | matriz de rigidez do elemento plano com ligações semirrígidas;   |
| $K_V$       | valor médio de $(I_V/L_V)$ de todas as vigas no topo do andar;   |
| $L$         | comprimento;   |
| $L_C$       | comprimento efetivo da coluna;                                   |
| $L_V$       | comprimento efetivo da viga;                                     |
| $M$         | momento fletor;  |
| $m_{eq}$    | massa equivalente das ligações;                                  |
| $N$         | esforços normais;  |
| $P$         | carga concentrada;   |
| $q$         | carga distribuída;   |
| $r$         | fator de rigidez;  |
| $S_{j,ini}$ | rigidez rotacional da ligação;                                   |
| $\{u\}$     | vetor de deslocamentos;  |
| $Z$         | módulo plástico de resistência da seção;                         |

## LETRAS GREGAS

|               |   |
|---------------|---|
| $\gamma_i$    | densidade do material;                  |
| $\delta$      | flecha da viga;                         |
| $\varepsilon$ | deformação elástica;                    |
| $\Delta$      | deslocamento lateral máximo do pórtico. |
| $\lambda_0$   | índice de esbeltez;                     |
| $\sigma$      | tensão;                                 |
| $\chi$        | fator de redução;                       |
| $\theta$      | rotação;                                |

## RESUMO

Nesta dissertação de mestrado é proposta uma metodologia para otimização de pórticos planos de aço utilizados em edificações. O projeto objetiva definir estruturas mecanicamente mais eficientes através da determinação de perfis comerciais ótimos para vigas e colunas concomitantemente com a definição das rigidezes rotacionais ótimas das ligações viga-coluna semirrígidas. Dessa forma, as variáveis de projeto são os códigos identificadores dos perfis comerciais e as rigidezes rotacionais das ligações viga-coluna; as primeiras são tratadas como variáveis discretas e as segundas variáveis contínuas. Como restrições de projeto considera-se o comportamento mecânico não linear, de acordo com normas regulamentadoras nacionais para construções de aço. Foi desenvolvido um banco de dados com as dimensões e as propriedades geométricas de perfis comerciais obtidos de fabricantes nacionais, que é acessado automaticamente pelos módulos computacionais de análise e otimização. Foram desenvolvidos códigos computacionais próprios para análise não linear geométrica de estruturas, necessário para o caso de pórticos não contraventados com ligações semirrígidas. No módulo de otimização foram utilizados algoritmos genéticos, adequado para o problema com variáveis discretas e contínuas que possibilitam a busca eficiente do mínimo global do problema. Todos os códigos computacionais foram desenvolvidos no ambiente computacional MATLAB®. São apresentadas algumas aplicações utilizadas para validação da metodologia proposta, confrontando com resultados disponíveis na literatura. Todavia, apresentam-se comparações com estudos que consideram ligações rígidas, mostrando que a consideração de ligações semirrígidas conduz a estruturas mecanicamente mais eficientes e conseqüentemente de menor custo.

**Palavras-chave:** Otimização Estrutural, Pórticos de Aço, Ligações Semirrígidas, Algoritmo Genético, Elementos Finitos.

## ABSTRACT

In this master's dissertation a methodology is proposed for optimization of steel frames used in buildings. The design aims to define mechanically more efficient structures by the determination of optimal commercial profiles for beams and columns concomitantly with the definition of optimal rotational stiffness of the semi-rigid beam-column connections. Therefore, the design variables are the identifying codes of the commercial profiles and the rotational stiffness of the beam-column connections; the first ones are treated as discrete variables and the second ones as continuous variables. As design constraints, the non-linear mechanical behavior is considered, according with the national regulatory standards for steel constructions. A database was developed with the dimensions and geometric properties of commercial profiles obtained from national manufacturers, which is accessed automatically by the computational modules of analysis and optimization. Computational codes were developed for a geometric nonlinear analysis of structures, which are necessary for non-contravened frames with semi-rigid connections. In the optimization module, genetic algorithms were used, appropriate for the problem with discrete and continuous variables that allow the efficient search of the global minimum of the problem. All the computational codes were developed in the MATLAB® computing environment. Some applications used for validation of the proposed methodology are presented, confronting with results available in the literature. However, comparisons are made with studies that consider rigid connections, showing that the consideration of semi-rigid connections leads to mechanically more efficient and consequently lower cost structures.

**Keywords:** Structural Optimization, Steel Frames, Semi-rigid Connections, Genetic Algorithms, Finite Elements.

## CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Esta dissertação de mestrado tem como tema principal o Dimensionamento Ótimo de Pórticos de Aço com ligações semirrígidas. Desta forma dá-se continuidade ao trabalho desenvolvido por (SANTOS, 2016) para otimização de pórticos planos de aço com ligações rígidas.

Nas últimas décadas, o projeto de estruturas de edifícios tem passado por um desenvolvimento significativo, devido principalmente a disponibilidade de modernos sistemas de cálculo estrutural. Muito se tem estudado acerca do desenvolvimento de ferramentas computacionais para definição de projetos com maior eficiência e de menor custo, para os mais variados assuntos no âmbito da engenharia estrutural. Neste contexto, as ligações viga-coluna desempenham um papel importantíssimo na distribuição de esforços internos e conseqüentemente no comportamento mecânico de pórticos de aço, como atestam os estudos de CHEN & GOTO (1991), XU & GRIERSON (1993), SIMÕES (1996), KAMESHKI & SAKA (2001), FREITAS *et al.* (2010) e SÁNCHEZ & ESPÍN (2013).

O cálculo das estruturas reticuladas tem sido realizado, tradicionalmente, por duas concepções: ligações rígidas ou rotuladas. No entanto, as ligações reais possuem um comportamento semirrígido, isto é, apresentam um certo grau de flexibilidade e de rigidez rotacional. Vale destacar que a Norma Brasileira para construção de estruturas em aço, NBR 8800 (ABNT, 2008) classifica as ligações somente em dois casos extremos já mencionados. No entanto, existem diversas pesquisas e inúmeros artigos publicados atestando a importância das ligações semirrígidas, como: HIGAKI (2014). Algumas normas internacionais que consideram o dimensionamento estrutural utilizando ligações semirrígidas, como o “Eurocode” 3 (CEN, 2005) e “*American Institute of Steel Construction*” (AISC, 2016), foram consultadas para tornar a pesquisa mais completa.

No caso dos pórticos não contraventados os deslocamentos laterais da edificação podem ser controlados através de uma adequada definição da rigidez das ligações viga-coluna. No entanto, deve-se considerar também que o custo das ligações depende do grau de rigidez da ligação, sendo maior o custo das ligações rígidas, devido a maior quantidade de material e mão de obra necessárias para sua produção.

Analisando o caso de vigas bi apoiadas, observa-se que, no meio do vão, as ligações semirrígidas causam momentos fletores menores que os produzidos com ligações rotuladas e, maiores que no caso de ligações rígidas. Enquanto que nas extremidades das vigas (nos apoios) a situação é inversa. Logo, o correto entendimento deste comportamento mecânico possibilita o projeto de pórticos mecanicamente mais eficientes.

Têm sido desenvolvidos métodos e estudos para inserir o comportamento real das ligações na análise e projeto de estruturas. Estes estudos incluem a definição de modelos numéricos para caracterização do comportamento das ligações bem como, a consideração dos efeitos da não-linearidade geométrica e do material.

Devido a esses métodos e estudos, inúmeras técnicas numéricas para análise estrutural e algoritmos de otimização estão sendo disponibilizados, possibilitando a definição de metodologias de projeto capazes de encontrar a melhor solução para diversos sistemas estruturais. O conceito de otimização está diretamente ligado à realização de tarefas ou projetos de modo mais eficiente possível. Na Engenharia Civil ela vem sendo muito aplicada em diversas áreas visando o projeto ótimo de estruturas para diferentes finalidades. A modelagem de problemas matemáticos de otimização se inicia pela definição de parâmetros que podem ser alterados arbitrariamente, de uma função objetivo e das restrições de projeto. A função objetivo quantifica a qualidade da estrutura, e as restrições de projeto limitam o espaço das soluções viáveis do projeto. Desta forma, o modelo matemático geral de otimização busca minimizar uma função objetivo, sujeito a restrições de desigualdade e igualdade.

No presente trabalho são estudados pórticos de aço planos não contraventados com ligações semirrígidas. Para o modelo de otimização são definidas as variáveis de projeto, a função objetivo e as restrições de projeto, visando obter pórticos mecanicamente eficientes e de mínimo custo.

Em geral, o processo de otimização estrutural parte de uma configuração inicial que é melhorada automaticamente por meio de um processo iterativo. O esquema de otimização compreende-se em dois módulos computacionais, o módulo de Análise Estrutural e o módulo de Otimização, que são independentes, porém podem ser vinculados através de interfaces computacionais de comunicação de dados.

Com o avanço das ferramentas computacionais permitiu-se o surgimento de novos procedimentos de otimização. Por ser atualmente um dos mais utilizados na otimização de estruturas, o Algoritmo Genético (AG) é adotado neste projeto. Trata-se de uma heurística evolucionista baseada na evolução natural das espécies (Darwinistas) que tem como estratégia encontrar o melhor indivíduo dentro de uma população de soluções.

As implementações computacionais foram realizadas no ambiente computacional do MATLAB®. Os códigos computacionais para análise estrutural foram desenvolvidos tendo como base o programa de domínio público CALFEM (LUND UNIVERSITY, 2004), modificando a programação e implementado o “efeito mola” caracterizando um elemento finito híbrido. A rotina do Algoritmo Genético está disponível no *toolbox* de otimização do MATLAB®.

Foram estudados os conceitos para análise estrutural de pórticos de aço de acordo com as prescrições da norma NBR 8800 (ABNT, 2008) e implementados os códigos computacionais para cálculo das respostas mecânicas da estrutura considerando inicialmente o comportamento linear e, em seguida, o comportamento não linear geométrico da mesma.

Foi utilizado um banco de dados digital para seleção de perfis estruturais, chapas de aço, desenvolvido na dissertação de (SANTOS, 2016) com melhorias e atualizações necessárias.

Para a validação da metodologia aqui proposta, foram realizadas comparações dos resultados obtidos nesta dissertação com outros estudos deste tema na literatura, visando identificar principalmente as diferenças dos resultados.

## **1.1. Objetivos**

Esta dissertação de mestrado tem por objetivo geral a definição e implementação computacional de uma metodologia de projeto ótimo de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas mais econômicos e eficientes, considerando simultaneamente o dimensionamento ótimo da rigidez das ligações viga-coluna e a escolha dos melhores perfis dos elementos constitutivos da estrutura, visando uma estrutura eficiente sem que haja redução da capacidade resistente do pórtico.

Os objetivos específicos compreendidos nesta pesquisa são:

- A aplicação e implementação de um elemento finito híbrido para simulação computacional do comportamento flexível das barras rígidas com molas semirrígidas nas suas extremidades.
  - A consideração do comportamento não-linear geométrica da estrutura;
  - Restrições de projeto que verifiquem a segurança e resistência mecânica de acordo com as normas brasileiras.
- A implementação de uma ferramenta computacional para a busca da melhor configuração possível de pórticos de aço com ligações semirrígidas. Onde esses módulos computacionais para Análise e Projeto Estrutural são desenvolvidos integralmente no ambiente computacional MATLAB™.

## **1.2. Motivação e justificativa**

Surgiu o interesse de dar continuidade a esta linha de pesquisa devido a recente dissertação realizada no Laboratório de Engenharia Civil (LECIV) da UENF. SANTOS (2016) desenvolveu ferramentas computacionais para o dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando de forma convencional as ligações viga-coluna como sendo rígidas. A otimização foi definida através da escolha dos perfis estruturais mais adequados visando a definição de pórticos de custo mínimo.

Dessa vez, dando prosseguimento a linha de pesquisa, inclui-se ao modelo de otimização a consideração das ligações viga-coluna semirrígidas e sua influência no comportamento mecânico de pórticos planos de aço. Dessa forma, a otimização estrutural se obtém através da escolha simultânea dos valores ótimos da rigidez rotacional inicial das ligações viga-coluna e dos perfis estruturais mais eficientes. Esta abordagem apresenta resultados condizentes com o comportamento real da estrutura.

Com isso, em decorrência da disponibilidade de equipamentos computacionais mais rápidos e de maior capacidade de cálculo nos projetos de pórticos de aço modernos, observa-se uma forte tendência de realizar simulações computacionais mais apuradas, realizando cálculos que consideram o comportamento real da estrutura. Desta forma o presente projeto considera a realização de análises estruturais de tipo não linear geométrica visando o melhoramento qualitativo da simulação do comportamento estrutural.

A escolha e utilização dos Algoritmos Genéticos se deu pelas boas referências encontradas na revisão bibliográfica realizada. Aonde se destaca a obtenção de mínimos globais do problema e a possibilidade de utilização simultânea de variáveis de projeto discretas e contínuas.

Dessa forma, no presente estudo, as diretrizes motivadoras são a busca pela redução do custo de pórticos de aço através da utilização racional e mais eficiente dos materiais construtivos.

### **1.3. Revisão bibliográfica**

São apresentados neste tópico resumos de alguns trabalhos científicos relacionados com o tema proposto, ilustrando ao leitor a importância do tema.

Os estudos pioneiros tendo o conceito de otimização de estruturas são os de MAXWELL (1872) e MITCHELL (1904). No estudo feito por Maxwell, decidiu-se obter um projeto de ponte que utilizasse a menor quantidade de material possível e que atendesse todas as necessidades mecânicas, visto que naquela época haviam basicamente estruturas civis, principalmente pontes. Os engenheiros em sua maioria se preocupavam em desenvolver modelos para calcular com exatidão as tensões mecânicas para verificar o risco de falhas. Maxwell utilizou conceitos de teoria da elasticidade, para o cálculo do campo de tensões mecânicas principais. Mitchell retomou a ideia de Maxwell, que decidiu aplicar o método utilizado para projeto de outros tipos de estruturas. Atualmente os resultados obtidos por ele são utilizados como padrões de aferição de softwares que sintetizam estruturas.

Levando em consideração a evolução histórica dos estudos voltados para a modelagem de ligações semirrígidas. WILSON & MOORE (1917), avaliaram a rigidez rotacional de ligações viga-coluna com utilização de rebites, após este, inúmeros trabalhos têm sido realizados com o intuito de se investigar o comportamento real das ligações viga-coluna.

Os estudos das características semirrígidas para ligações viga-coluna e seus efeitos no comportamento da estrutura teve início em 1930. A partir daí grande quantidade de trabalho experimental e teórico foi desenvolvido no que tange o comportamento das ligações e dos seus efeitos no conjunto de estruturas. BATHO & ROWAN (1934) propuseram um método gráfico para prever a restrição final para

ligações, chamado método da viga-linha, em que a curva  $M - \theta$  (momento-rotação) é obtida experimentalmente. Eles foram os pioneiros a aplicar os métodos convencionais da inclinação da deformada e da distribuição do momento na análise de estruturas semirrígidas.

YOUNG & JACKSON (1934) realizaram ensaios experimentais com ligações soldadas e rebitadas com cantoneiras. Até então pouca informação quantitativa estava disponível na literatura sobre o grau de restrição desenvolvido nas vigas de aço com ligações soldadas, e as possíveis economias e melhorias na rigidez. Logo foram investigados experimentalmente dois aspectos, que foram: a capacidade relativa sob a carga gravitacional das ligações viga-viga e viga-pilar, e a capacidade das ligações de uma estrutura de resistirem as deformações mediante uma carga lateral.

Subsequentemente, o comportamento de ligações com placa de extremidade soldada à mesa da coluna foi investigado através de dezesseis ensaios realizados por Sommer (SOMMER, 1969), que também realizou quatro ensaios de ligações aparafusadas com cantoneiras.

BELL *et al.* (1958) realizaram alguns ensaios com o mesmo tipo de ligação, mas com parafusos de alta resistência.

Na década de 60, surgiu o método de análise matricial na análise estrutural, muito adequado para aplicação em computadores. Para levar em consideração os efeitos das ligações semirrígidas na análise estrutural, MONFORTON & WU (1963), foram os primeiros a considerar estes efeitos na matriz de rigidez do elemento.

LIONBERGER & WEAVER (1969) e SUKO & ADAMS (1971) investigaram o comportamento dinâmico de estruturas semirrígidas. Nessas análises, o comportamento elasto-plástico da ligação foi modelado por molas equivalentes. Mais estudos a respeito da análise semirrígida na estrutura incluindo o cortante e deformação axial das ligações foram feitas por LIGHTFOOT & LE MESSURIER (1974). Desde então, inúmeras abordagens e aperfeiçoamentos para análise de estruturas semirrígidas têm sido desenvolvidas na adoção da técnica da matriz de rigidez.

A partir da década de 80, estudos e pesquisas do comportamento das ligações semirrígidas implementaram a não-linearidade do diagrama momento-rotação da

ligação viga-pilar. MONCARZ *et al.* (1981) deram início aos estudos do comportamento real da conexão apresentando um método de análise matricial pelo método dos deslocamentos aplicado a um elemento com “molas” nas extremidades. A implementação computacional foi feita considerando a técnica incremental das cargas.

No ano subsequente, ACKROYD *et al.* (1982) através de estudos experimentais, avaliaram as rigidezes à rotação de diferentes tipos de ligações metálicas.

A partir de meados da década de oitenta, muitos pesquisadores realizaram ensaios de ligações semirrígidas conforme apresentado na revisão bibliográfica realizada por Mesquita (MESQUITA, 2002), que apresenta um banco de dados, denominado por SERICON II, onde diversos ensaios realizados na época encontram-se devidamente catalogados. Neste banco de dados são citados diversos autores, conforme apresentados a seguir.

JASPART *et al.* (1987) realizaram treze ensaios com três ligações básicas identificadas como sendo da série 101, considerando ligações com placa de extremidade estendida, ligações com cantoneiras de alma e ligações com cantoneiras de apoio.

Na Universidade de Innsbruck, Áustria, onde foi realizada a maior parte dos ensaios catalogados neste banco de dados. KLEIN (1985), realizou os vinte e cinco ensaios da série 105, todos com ligações soldadas, onde foram considerados nós extremos e internos. Este tipo de ligação também foi objeto de estudo de outros dois autores, Braun (BRAUN, 1987) e Elimerer (ELIMERER, 1988), que ensaiaram respectivamente, quinze ensaios da série 106 e quatro ensaios da série 107.

Modelos analíticos foram desenvolvidos com o intuito de representar corretamente o comportamento não linear do momento-rotação das ligações viga-pilar. KISHI *et al.* (1989), como pioneiros e entre os maiores colaboradores do desenvolvimento destas pesquisas, apresentaram um modelo que leva em consideração três parâmetros: rigidez inicial da ligação, parâmetros de forma e capacidade de momento último.

Na década de noventa, BJORHOVDE *et al.* (1990), apresentaram um esquema de classificação das ligações viga-pilar em termos de resistência, ductilidade e rigidez, usando banco de dados de testes experimentais e teóricos.

TOADER (1993), apresenta funções estáveis para elementos com ligações semirrígidas através de “molas” localizadas nas suas extremidades que compõem a matriz de rigidez equivalente, para uma análise não-linear de segunda ordem de estruturas espaciais.

XU *et al.* (1993) utilizam a técnica de análise matricial pelo método da rigidez aplicado ao elemento plano com “molas” nas extremidades para simular a flexibilidade da ligação. O processo de cálculo consiste em considerar as ligações e membros da estrutura representados pelas suas rigidezes e dimensões, respectivamente, como variáveis contínuas e discretas.

SIMÕES (1996) descreveu um método computacional para um cálculo otimizado de estruturas metálicas representando o comportamento das ligações semirrígidas, desenvolvendo assim um algoritmo de otimização que minimiza o “custo” das ligações e os elementos da estrutura.

LI *et al.* (1995) criaram uma nova interpretação da implementação da flexibilidade nos elementos de uma estrutura, considerando a ligação como um elemento independente. Os autores citados apresentam um cálculo simplificado onde somente a rigidez à flexão da ligação é considerada.

A ideia de formulação de Elementos Finitos foi introduzida por EL-SAYED (1989) e ajustada por CAMERON *et al.* (1997), otimizando as dimensões dos elementos de viga das estruturas, apresentando um cálculo utilizando a rigidez da ligação inicial por elemento finito placa (shell) e/ou por dados experimentais. Esta análise é aplicada a estruturas tridimensionais.

Um estudo do comportamento de edifícios altos é proposto por KISHI *et al.* (1996), para reduzir custos, utilizando os conceitos das ligações rígidas e semirrígidas, com o modelo de 3 parâmetros.

Nessa década, começaram a ser efetuados alguns ensaios de ligações metálicas aqui no Brasil. Alguns dos principais trabalhos encontrados na literatura são citados a seguir.

CARVALHO *et al.* (1998), realizaram três ensaios de ligações com cantoneiras de alma, cantoneiras de topo e apoio no eixo de maior inércia da coluna. LIMA *et al.* (2003) seguindo a mesma metodologia utilizada por CARVALHO *et al.* (1998), também realizaram três ensaios com o mesmo tipo de ligação, mas efetuados

segundo o eixo de menor inércia da coluna. Em 2003, ainda LIMA *et al.* (2003) realizaram mais oito ensaios de ligações com placa de extremidade ajustada e oito para placa de extremidade estendida.

Modelos numéricos vêm sendo desenvolvidos, baseados em ensaios experimentais. KATTNER & CRISINEL (1999) desenvolveram modelos numéricos através do método de elementos finitos, para caracterizar um modelo bidimensional que simule o comportamento de ligações viga-coluna mistas, apresentando a influência do dimensionamento da ligação para a estrutura global. Entretanto, os modelos desenvolvidos apresentam limitações de aplicações, podendo ser utilizados apenas para o caso específico do estudo realizado.

SILVA (2000) apresentou uma análise numérica do comportamento de pórticos planos com ligações semirrígidas entre vigas e pilares, arranjando as peças conectadas de acordo com seu comportamento à flexão. O objetivo geral do estudo foi implementar computacionalmente um modelo que simulasse o comportamento linear e não-linear das ligações e que tivessem aplicação prática em projeto.

BRITO JR. (2001) fez um estudo paramétrico de pórticos de uma edificação de quatro pavimentos. Foram consideradas ligações viga-coluna semirrígidas no dimensionamento segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005). O estudo foi feito para estruturas de aço e mistas e considerou efeitos de não-linearidade geométrica, comportamento elástico-plástico e a estabilidade lateral dos pórticos, tendo utilizado como ferramenta de implementação o programa ANSYS (ANSYS, 2007). Observou que a consideração da semirrígidez nas ligações influencia significativamente a distribuição de esforços internos na estrutura e nos deslocamentos nodais.

Em 2004, DEL SAVIO *et al.* (2004) apresentaram uma metodologia e uma ferramenta para otimização da flexão em estruturas de aço com ligações semirrígidas utilizando algoritmos genéticos. Tendo como base o programa FTOOL - uma ferramenta de análise estrutural bidimensional bastante utilizada por estudantes e engenheiros devido à sua simplicidade. Desenvolveram o programa FTOOL/SRC, para o pré-processamento, análise e pós processamento das estruturas com ligações semirrígidas. Os resultados comprovaram a eficácia do algoritmo implementado e da metodologia proposta.

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos mostrando a potencialidade do algoritmo genético como metodologia de busca para projeto ótimo de sistemas estruturais de maneira geral. Contudo outros algoritmos foram propostos ao longo dos anos e aplicados ao processo de otimização.

CAMP *et al.* (2005) propuseram uma técnica de colônia de formigas (ACO - Ant Colony Optimization) para otimização discreta de pórticos de aço com perfis laminados tipo W. A função objetivo considerada foi o peso total da estrutura, sujeita a restrições de utilização e de tensão, de acordo com as especificações do Instituto Americano para a Construção em Aço (AISC-LFRD). O projeto de estruturas de aço foi mapeado em um problema modificado do caixeiro viajante, onde a configuração da rede reflete a topologia estrutural, corresponde ao peso da estrutura. O número de caminhos potenciais entre os nós da rede representa todos (ou uma parte) os perfis W disponíveis no banco de dados AISC. O pórtico resultante foi minimizado usando uma função de penalidade para impor restrições de força e de serviço.

VELLASCO *et al.* (2006) apresentaram uma análise paramétrica de pórticos mistos, aço-concreto, com ligações semirrígidas. Na análise estrutural foram considerados parâmetros como a rigidez da ligação, o sistema estrutural e a estabilidade lateral do pórtico, baseada no Eurocode 3, através de um modelo em elementos finitos, considerando a não-linearidade geométrica e do material e o comportamento semirrígido da ligação. Com o estudo, conseguiram uma economia de 15% em termos de peso de aço se comparada a métodos convencionais.

KIM *et al.* (2007) apresentaram uma análise com modelagem através de elementos finitos para estruturas com ligações aparafusadas, em que foram pesquisados quatro modelos distintos, considerando-se a protensão dos parafusos e elementos de contato.

DIAZ *et al.* (2010) apresentaram uma metodologia para o projeto ótimo de ligações semirrígidas., usando metamodelos gerados com Kriging e Latin Hypercube e otimizados utilizando algoritmos genéticos. O processo de desenvolvimento desse metamodelo consistiu na concepção dos experimentos, o metamodelo da estrutura e a validação do metamodelo. Com isso, esta metodologia foi aplicada a dois exemplos envolvendo ligações de placas de extremidades aparafusadas e foi constatado que o método funciona corretamente na obtenção de perfis ótimos para este tipo de ligação.

OLIVEIRA & FALCÓN (2013) apresentaram um programa computacional para otimização geométrica de treliças planas usualmente utilizadas em coberturas metálicas, com o objetivo de minimizar o peso estrutural sujeito a restrições de tensões nas barras e deslocamentos nodais. As variáveis de projeto consideradas foram as coordenadas horizontais e verticais de alguns nós da treliça. As áreas das seções foram consideradas fixas.

ALVES (2013) desenvolveu uma metodologia prática para o dimensionamento ótimo de seções transversais de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão. Implementou códigos computacionais para verificação estrutural de pilares, que calcula a posição da linha neutra e os esforços resistentes do pilar no ambiente computacional MATLAB®. No projeto ótimo, considerou como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e as áreas de aço tracionadas e comprimidas. As restrições de projeto foram definidas de acordo com a capacidade resistente do pilar e obedecendo as normas técnicas de projeto de estruturas de concreto. A otimização utilizando algoritmos de Programação Matemática apresentou uma economia ligeiramente maior do que a obtida utilizando Algoritmos Genéticos.

LEAL & CAMPELLO (2013) estudaram a análise dos efeitos da não linearidade geométrica em pórticos planos de aço, onde apresentaram um estudo comparativo entre os resultados dos efeitos da deslocabilidade de pórticos planos de aço obtidos com o uso do método aproximado e do método baseado numa formulação isogeométrica, como forma de avaliar a validade da metodologia recomendada pela NBR 8800 (ABNT, 2008). Eles observaram que a análise geometricamente exata forneceu, em todos os parâmetros de carga e pórticos planos estudados, valores dos esforços solicitantes inferiores àqueles obtidos pela análise aproximada.

FALCÓN & MARTÍ (2014) apresentaram um estudo para dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço utilizando um modelo chamado de “Pórtico Auxiliar” que considera a rotação dos pilares no cálculo da Faixa de Rigidez Viável da ligação (FRV). Este modelo possibilita o uso de técnicas de otimização multinível, permitindo a otimização da ligação de forma isolada do resto da estrutura.

SANTOS (2016) desenvolveu uma ferramenta computacional no ambiente computacional MATLAB®, com auxílio do programa CALFEM (LUND UNIVERSITY, 2004) para otimização de pórticos planos de aço, considerando de forma convencional as ligações viga-coluna como sendo rígidas. Através da escolha das seções

comerciais mais leves buscou a definição de pórticos de menor custo possível. Considerou como restrições de projeto as tensões nos elementos, a instabilidade global e local da estrutura e os deslocamentos nodais significativos do pórtico.

Mais recentemente, NGUYEN & KIM (2017) apresentaram um procedimento numérico para a análise não linear de estruturas de aço sob cargas dinâmicas que considera a não linearidades geométrica e do material para estudar a influência das ligações semirrígidas base-pilar em edificações estruturadas em aço submetidas a ações sísmicas.

Ainda sobre o estudo de estruturas semirrígidas, pode-se citar os livros de (CHEN & LUI, 1987), (CHEN & TOMA, 1994) e (CHEN & SOHAL, 1995). Inúmeros estudos sobre este tema vêm sendo realizados por pesquisadores brasileiros, onde se pode citar, entre vários outros, os trabalhos de (SILVA, 1990), (SILVEIRA *et al.*, 2017) e (BATELO, 2018).

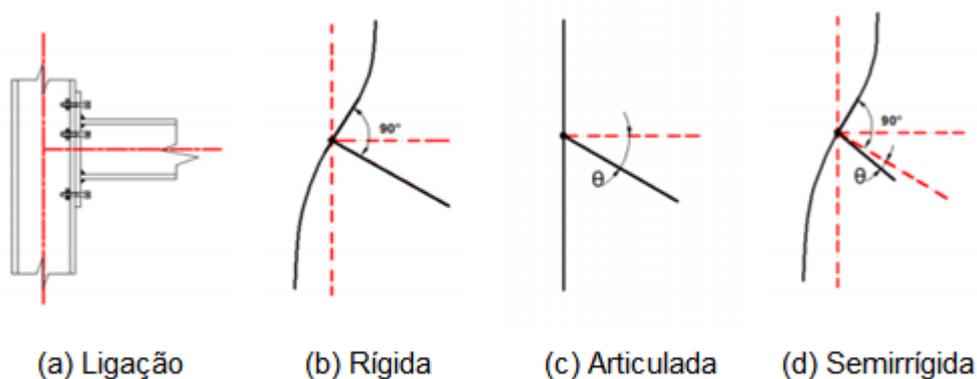
## CAPÍTULO II – PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Este capítulo tem a finalidade de apresentar e discutir embasamentos teóricos a respeito das ligações semirrígidas e o comportamento estrutural de pórticos planos de aço.

Apresentar-se-á a influência do grau de rigidez das ligações no comportamento real de pórticos planos de aço e seu aproveitamento no dimensionamento ótimo. Como apontado no capítulo anterior, a escolha do tipo de ligação determina a distribuição dos esforços internos nos elementos, e o conhecimento do comportamento real da ligação possibilita o dimensionamento mecanicamente mais eficiente dos elementos constitutivos do pórtico.

### 2.1. Ligações viga-coluna

Inicialmente, são apresentadas as ligações ideais (ligações rígidas e articuladas) e em seguida as ligações semirrígidas, tópico principal deste projeto. As ligações viga-coluna podem ser classificadas segundo a sua rigidez rotacional, como ligações rígidas, articuladas ou semirrígidas, como apresentado na Figura 2.1.



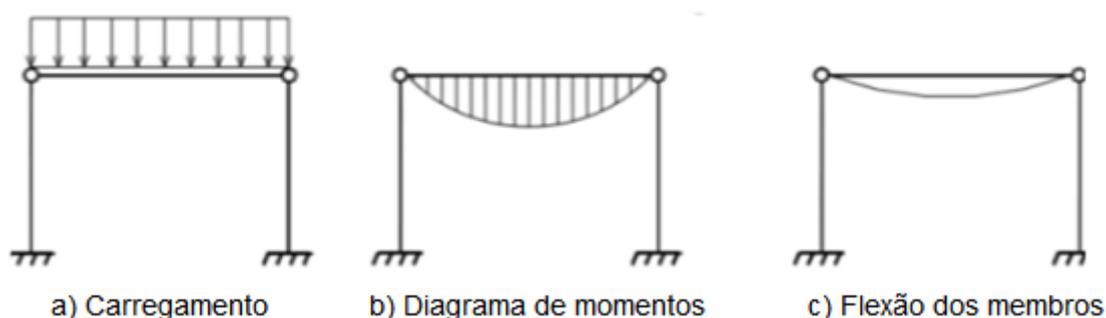
**Figura 2.1.** Rotação de uma ligação viga-pilar (ALBUQUERQUE, 2015).

Uma ligação é considerada rígida quando as rotações relativas entre os membros ligados da estrutura são restringidas ao máximo e a transmissão de momento fletor entre os elementos é total. Para fins práticos, pode-se admitir que o ângulo formado entre a viga e o pilar permanece inalterado mesmo após o carregamento, conforme é mostrado na Figura 2.1 (b).

Numa ligação articulada (Figura 2.1 (c)), as rotações relativas entre os membros ligados da estrutura não são restringidas, portanto a ligação estará sujeita apenas a esforços de cisalhamento. No caso de uma ligação rígida os esforços no pilar são maiores que no caso de uma ligação articulada, onde os esforços são distribuídos entre a viga e o pilar, como se pode observar nas Figuras 2.2 e 2.3 (FIGUEIREDO, 2004).



**Figura 2.2.** Pórtico com ligações rígidas (FIGUEIREDO, 2004).



**Figura 2.3.** Pórticos com ligações articuladas (FIGUEIREDO, 2004).

De acordo com diversos estudos teóricos e experimentais realizados conclui-se que inexistente uma ligação perfeitamente rígida ou perfeitamente articulada. No geral, as ligações estão compreendidas entre esses dois casos extremos, ou seja, são ligações semirrígidas. Se as ligações forem tratadas como rígidas ou articuladas, haverá necessidade de superdimensionar os elementos da estrutura. Daí a necessidade de se estudar melhor o comportamento das ligações para que estas possam ser tratadas de uma forma mais próxima da realidade.

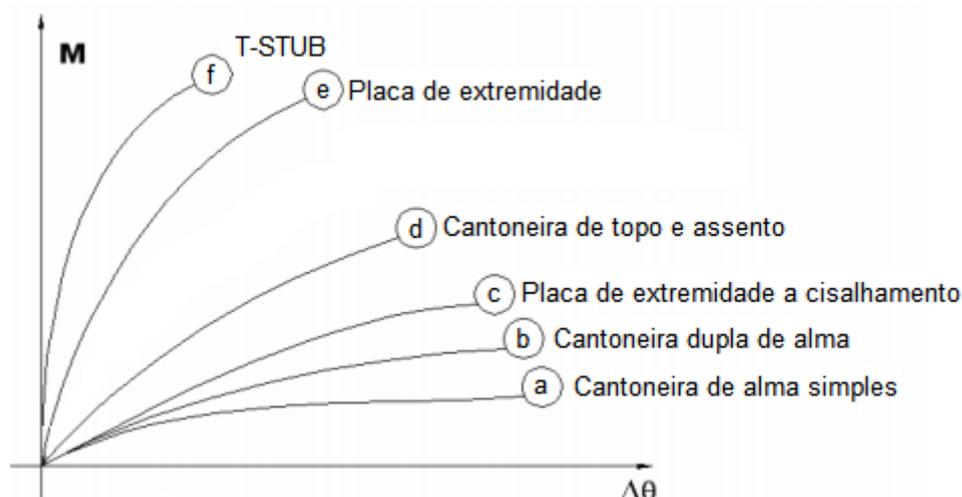
Considera-se que uma ligação é tratada como semirrígida quando a rotação entre os membros é restringida, aproximadamente, entre 20% a 90% (SANCHÉZ & ESPÍN, 2013), quando comparada à rotação que ocorreria no caso de uma ligação

perfeitamente rígida. Portanto o momento que é transmitido pela ligação é maior que no caso de uma ligação articulada, e será menor que no caso de uma ligação rígida.

## 2.2. Comportamento das ligações

Como citado no item anterior, existem diversos tipos de ligações viga-pilar. Dessa maneira, o engenheiro de estruturas tem à sua disposição inúmeras opções para controlar o comportamento da estrutura de acordo com o modelo comportamental desejado para o projeto.

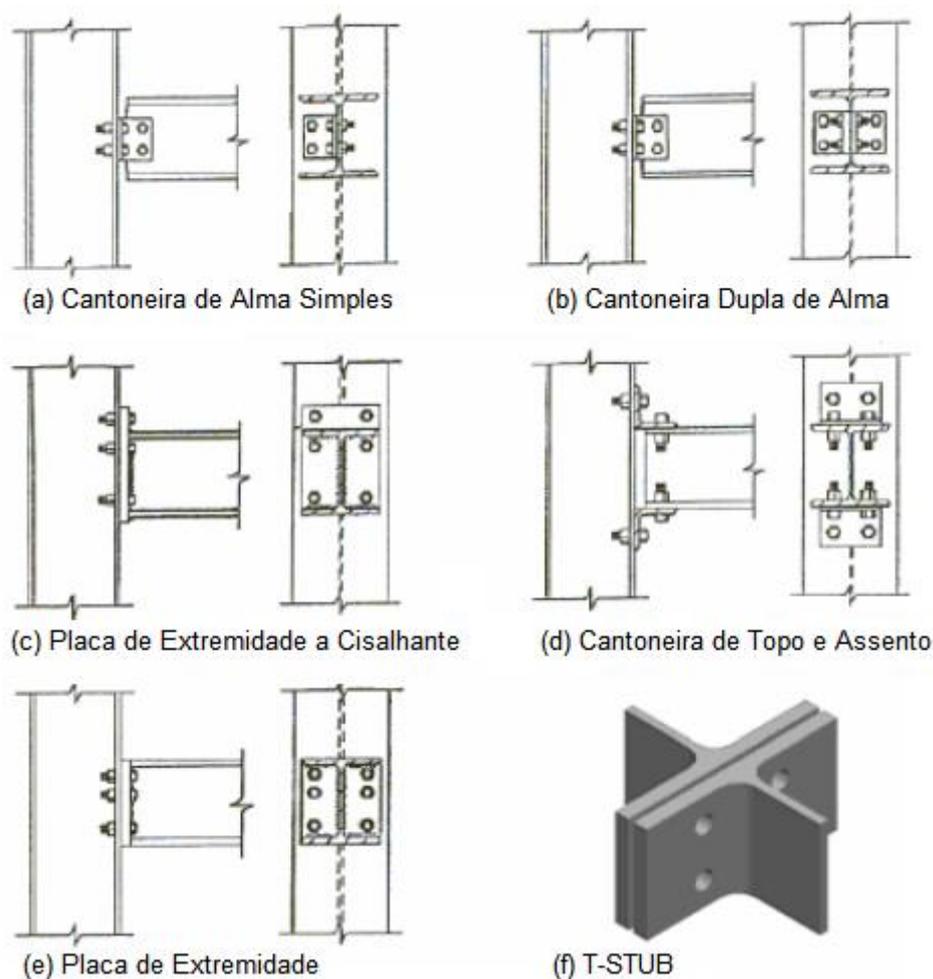
Na Figura 2.4, apresentam-se curvas momento – rotação para alguns tipos de ligações usuais em estruturas de aço. As ligações com peças simplificadas, como a letra (a), apresentam um patamar de escoamento bem definido, resultando mais flexíveis e com menos rigidez, diferentemente de ligações complexas, como a letra (d), ou robustas como a de letra (f), que apresentam maior rigidez ao deslocamento rotacional.



**Figura 2.4.** Relação momento-rotação de ligações usuais (modificado de LOPES, 2008).

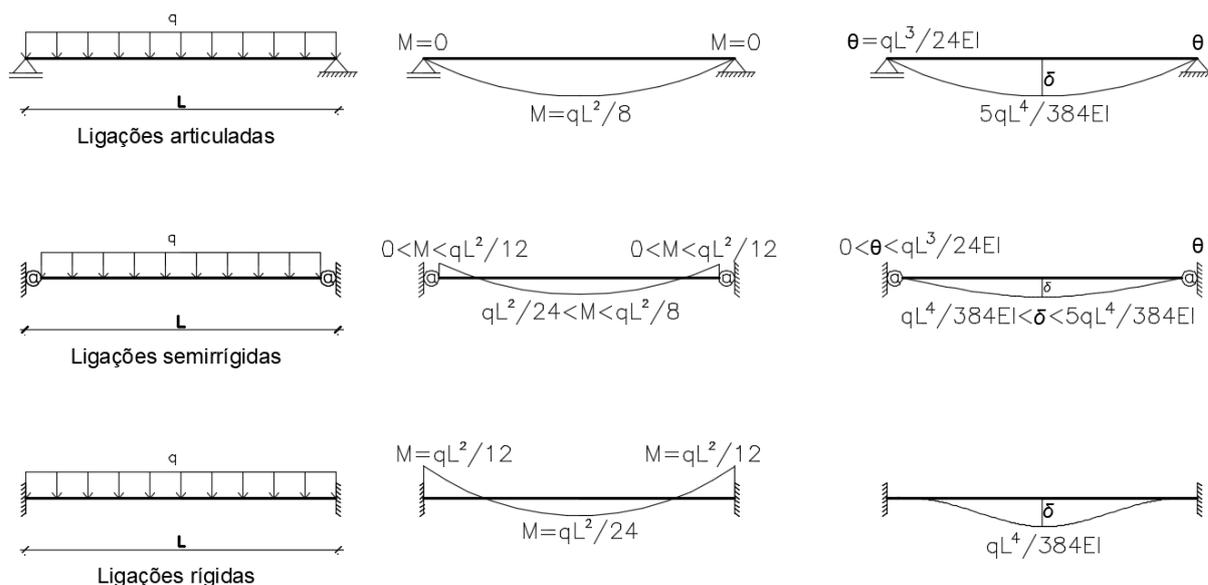
Devido a aplicação de esforços externos, ocorre a deformação relativa entre os membros unidos por uma ligação. Com isso, para cada tipo de ligação corresponde uma curva momento-rotação distinta que descreve o seu comportamento, relacionando o momento a que a ligação está sujeita com a rotação que esta desenvolve.

Na Figura 2.5, pode ser visto o detalhamento da topologia das ligações apresentadas na Figura 2.4.



**Figura 2.5.** Tipos de ligações pilar-viga comumente usadas (NUNO, 2009).

Os resultados dos esforços nas barras, deslocamentos e rotações dos nós, dependem do tipo de ligação considerado. A Figura 2.6 apresenta como o momento fletor na barra e a flecha no meio do vão podem variar para os três tipos de apoios (articulado, semirrígido e rígido) considerando o mesmo carregamento aplicado na estrutura. Dessa maneira, pode se afirmar que a rigidez das ligações é responsável pelo comportamento final da estrutura, no que diz respeito a rotações, deslocamentos e à distribuição dos esforços.



**Figura 2.6.** Influência da rigidez da ligação no comportamento da viga.

### 2.3. Classificação das ligações

As ligações são geralmente representadas pela curva  $M - \theta$ . Como visto no Tópico 2.2, o objetivo da utilização da ligação semirrígida é a redistribuição do momento negativo numa viga bi engastada controlada através do grau de rigidez rotacional da ligação.

Existem diferentes metodologias que estabelecem limites de classificação das ligações segundo os critérios de rigidez, resistência e capacidade de rotação. Nesta pesquisa, os critérios de classificação propostos pelas normas Eurocode 3 (CEN, 2005) e NBR 8800 (ABNT, 2008) são apresentados.

#### 2.3.1. Classificação segundo o Eurocode 3 (CEN, 2005)

O Eurocode 3 estabelece uma classificação para as ligações baseada nos critérios de rigidez e resistência. Porém, devido ao foco desta pesquisa, é abordado somente o critério de rigidez.

A classificação proposta utiliza o comprimento real da viga para definir a rigidez, sendo dependente do tipo de estrutura (contraventada ou não) já que os efeitos da semirrígidez das ligações diferem para cada caso. Logo, três zonas são definidas, conforme a Figura 2.7.

1) Zona para ligações rígidas: possuem rigidez rotacional suficiente para justificar a análise baseada na continuidade total. Para estruturas não contraventadas:

$$S_{j,ini} \geq 25 \cdot E \cdot \frac{I_V}{L_V} \quad (2.1)$$

em que:

$S_{j,ini}$  é a rigidez rotacional da ligação,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $I_V$  é o momento de inércia da seção transversal da viga e  $L_V$  é o comprimento efetivo da viga conectada à ligação, em centímetros.

Ainda, para o limite apresentado para ligações rígidas, o mesmo só pode ser aplicado em estruturas em que para cada andar são satisfeitas as seguintes condições:

$$\frac{K_V}{K_C} \geq 0,1 \quad (2.2)$$

sendo:

$K_V$  o valor médio de  $(I_V/L_V)$  de todas as vigas no topo do andar;

$K_C$  o valor médio de  $(I_C/L_C)$  de todas as colunas no plano do andar considerado.

2) Zona para ligações articuladas: possuem capacidade de transmitir as forças internas, sem desenvolver momentos significativos que podem afetar as barras ou estruturas como um todo.

A ligação pode ser classificada nominalmente articulada quando:

$$S_{j,ini} \leq 0,5 \cdot E \cdot \frac{I_V}{L_V} \quad (2.3)$$

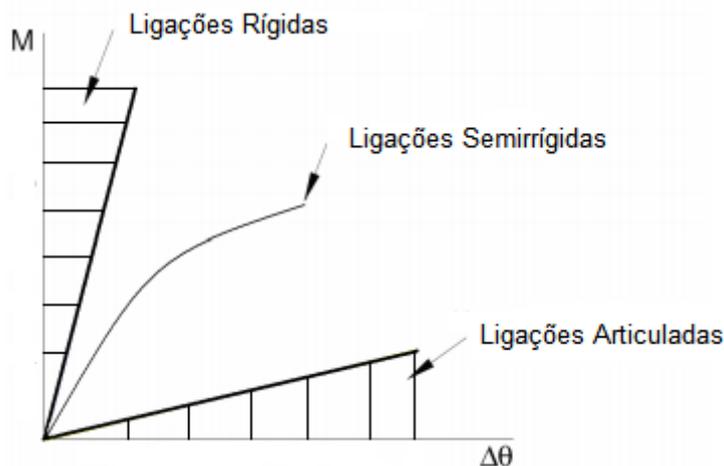


Figura 2.7. Zonas de classificação.

### 2.3.2. Classificação segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008)

A NBR 8800 (ABNT, 2008) classifica as ligações somente em relação à rigidez rotacional. A ligação é considerada rígida quando sua rigidez satisfaz à Equação (2.1) e articulada quando satisfaz a Equação (2.3), independentemente do tipo de estrutura. Quando a ligação não atende aos critérios de ligação rígida e articulada, ela é classificada como semirrígida.

A NBR 8800 (ABNT, 2008) considera a rigidez rotacional inicial ( $S_{j,ini}$ ) constante para todo o carregamento, sendo correspondente a  $2/3$  do momento resistente de cálculo da ligação, Figura 2.8.

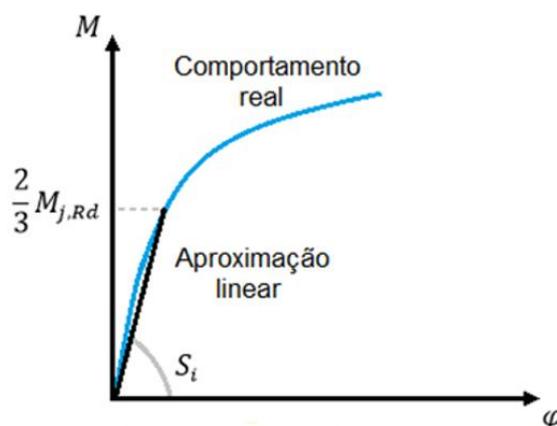


Figura 2.8. Rigidez rotacional inicial da ligação.

## **2.4. Modelagem das ligações semirrígidas**

As ligações semirrígidas são representadas como sendo molas rotacionais lineares ou não-lineares com dois graus de liberdade restringidos, sendo estes as rotações nos eixos x e y, e um livre, a rotação no eixo z. Os elementos tipo mola permitem simular o comportamento mecânico das ligações semirrígidas possibilitando incluir os efeitos de não linearidade geométrica através da definição de sua curva característica.

O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas: momento resistente, rigidez à rotação inicial e capacidade de rotação. Seu comportamento pode ser simplificado por um conjunto de relações aproximadas do momento com a rotação relativa, que definem a sua curva característica. Esta curva característica, usualmente de forma aproximada, pode ser representada através de modelos analíticos, experimentais ou numéricos.

### **2.4.1. Modelagem analítica**

No modelo analítico, a relação momento-rotação se baseia nas características físicas das ligações, ou seja, ele é utilizado para prever por meio de formulações matemáticas com base na disposição das componentes e nas propriedades geométricas das ligações, a rigidez rotacional inicial e momento resistente da ligação.

### **2.4.2. Modelagem experimental**

A modelagem experimental consiste na realização de ensaios laboratoriais em modelos de escala real ou reduzida, com a finalidade de estudar o comportamento mecânico da ligação. A realização de ensaios experimentais permite obter, de forma confiável, o comportamento real das ligações.

No entanto, mesmo que a modelagem experimental seja importante na avaliação dos resultados, na calibração e na validação dos modelos analíticos, os custos envolvidos são elevados, fazendo com que esta não seja uma técnica adotada com frequência na prática.

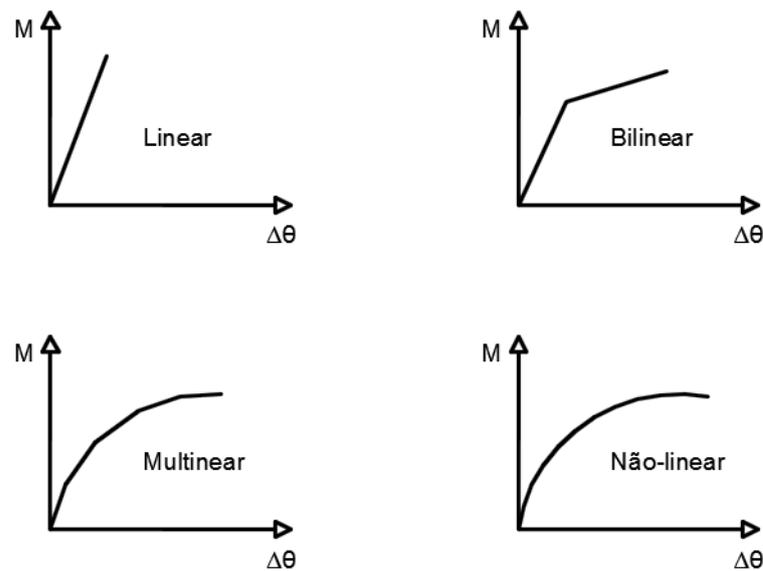
### 2.4.3. Modelagem numérica

Métodos numéricos/matemáticos podem ser usados para modelar o comportamento mecânico da ligação, para então, determinar a deformação das componentes e o momento resistente das ligações; assim pode se obter a relação momento-rotação das ligações. Nesse modelo, tem-se como desvantagem as incertezas inerentes às ligações que podem afetar significativamente a rigidez da articulação computada pelos modelos.

A relação momento-rotação é expressa por uma função matemática em que os parâmetros são determinados por uma curva ajustada a resultados experimentais. Esses parâmetros relacionam diretamente a curva momento-rotação das ligações por funções matemáticas com o uso de constantes de ajustes de curvas, que podem ser determinadas diretamente por dados experimentais, o que possibilita a realização direta da análise estrutural. Segundo CHAN & CHUI (2000), os modelos matemáticos são mais simples que os analíticos e para funcionarem melhor necessitam de poucos parâmetros e a garantia da geração de uma curva suave com primeiras derivadas positivas e que englobe uma grande quantidade de tipos de ligações.

A representação matemática pode ser feita por diferentes formas, desde a mais simples, a linear, que superestima a rigidez da ligação para grandes rotações, ou a bilinear, recomendada pelo Eurocode 3 (CEN, 2005), que representa uma melhora significativa, apesar de não ser capaz de considerar mudanças contínuas de rigidez na curva. Para melhores aproximações, utilizam-se modelos multilíneares ou até mesmo pode ser usada uma curva não-linear. Entretanto, os modelos mais sofisticados, muitas vezes, são inviáveis ou desnecessários. Na Figura 2.9 podem ser vistos graficamente os tipos de aproximações dos modelos matemáticos descritos acima.

As representações matemáticas da curva momento-rotação podem ser classificadas em dois grandes grupos: aqueles que são baseados em parâmetros com um claro significado físico e um fator de forma, e os que são baseados em aproximações matemáticas obtidas através de regressões, em que os fatores de ajuste não tem um significado físico claro.



**Figura 2.9.** Representação matemática da curva momento-rotação relativa.

Os tipos de representações matemáticas dependem de alguns parâmetros que têm um explícito significado físico, como: a rigidez, a resistência e o fator de forma das ligações. Por exemplo:

- *Linear*: depende somente da rigidez rotacional da ligação ( $S_\theta$ ).

$$M_j = S_\theta \theta \quad (2.4)$$

- *Bilinear*: depende de três parâmetros: rigidez rotacional, resistência plástica ( $M_{j,p}$ ) e rigidez rotacional plástica da ligação ( $S_{\theta,p}$ ).

$$M_j = \begin{cases} S_\theta \theta, & \text{se } M_j \leq M_{j,p} \\ S_{\theta,p} \theta, & \text{se } M_{j,p} \leq M_j \end{cases} \quad (2.5)$$

- *Multilinear*: depende de cinco parâmetros: rigidez rotacional, resistência elástica ( $M_{j,e}$ ), rigidez rotacional elastoplástica da ligação ( $S_{\theta,e}$ ), resistência plástica e rigidez rotacional plástica.

$$M_j = \begin{cases} S_\theta \theta, & \text{se } M_j \leq M_{j,e} \\ S_{\theta,e} \theta, & \text{se } M_{j,e} < M_j < M_{j,p} \\ S_{\theta,p} \theta, & \text{se } M_{j,p} \leq M_j \end{cases} \quad (2.6)$$

Na Eurocode (CEN, 2005), no tópico 6.3.1, há a sugestão de que a representação da curva momento-rotação seja multilinear (trilinear), com um valor de  $S_{\theta,p} = 0$ . A primeira parcela representa um comportamento linear controlado pelo valor

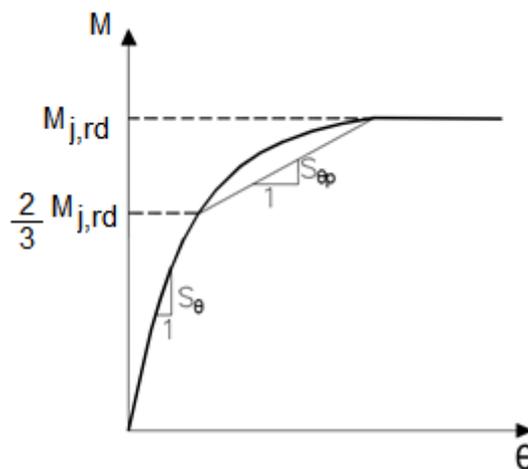
da rigidez rotacional, até um valor de momento igual a  $\frac{2}{3} M_{j,Rd}$ , sendo  $M_{j,Rd}$  o momento resistente da ligação. A segunda parcela é não linear e está compreendida entre  $\frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_j < M_{j,Rd}$ , sendo:

$$M_j = \frac{S_\theta \theta}{\left(1,5 \frac{M_j}{M_{j,Rd}}\right)^\xi} \quad (2.7)$$

em que  $\xi$  depende do tipo de ligação:

$$\xi = \begin{cases} 2,7 & \text{ligações soldadas e aparafusadas com placa} \\ 3,1 & \text{demais ligações} \end{cases} \quad (2.8)$$

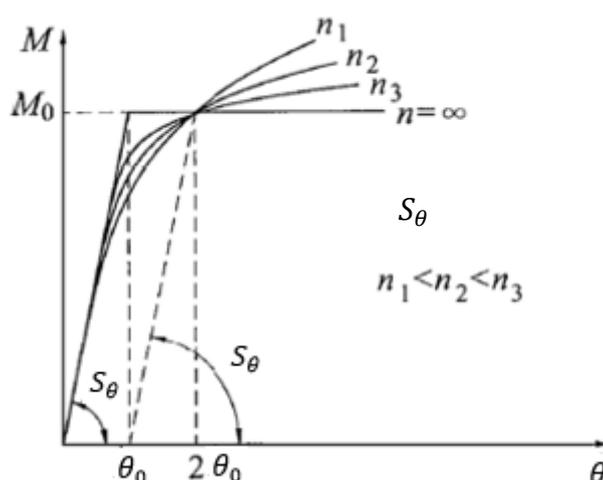
E a última parcela é horizontal e se assume um comportamento perfeitamente plástico ( $M_j = M_{j,Rd}$ ).



**Figura 2.10.** Aproximação multilinear da curva momento-rotação (Adaptado EC3-1-8:2005).

- *Não-linear*: a formulação, talvez, mais simples é a proposta por RAMBERG e OSGOOD (1943), Figura 2.11.

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{M}{M_0} \left[ 1 + \left( \frac{M}{M_0} \right)^{n-1} \right] \text{ com } M_0 = S_\theta \theta_0 \quad (2.9)$$



**Figura 2.11.** Representação não-linear da curva momento-rotação.

Essa representação depende de três parâmetros: fator de forma que caracteriza a concentração devido a mudança da curva de inclinação ( $n$ ), a rotação permanente ( $\theta_0$ ) correspondente ao momento de referência ( $M_0$ ) depois do descarregamento e a rigidez inicial ( $S_\theta$ ).

A modelagem por elementos finitos simula a interação e o comportamento dos elementos. Este tipo de análise é importante na presença de soldas, mas o problema desse modelo está no tempo e nos recursos computacionais necessários para esta análise.

Os modelos de análise de ligações podem ser divididos da seguinte forma:

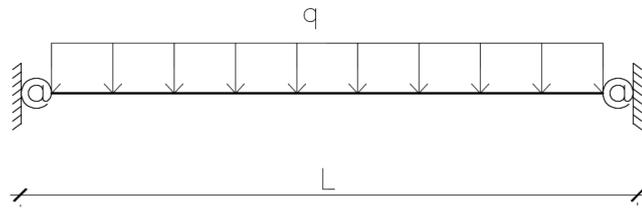
- Modelos globais;
- Modelos baseados na montagem das componentes da ligação;
- Modelagem da ligação em elementos finitos.

## 2.5. Avaliação do comportamento da ligação

Para analisar o comportamento das ligações semirrígidas em estruturas de aço BATHO & ROWAN (1934) *apud* FALCÓN & MARTÍ (2014) estudaram um procedimento chamado “linha de viga”, que compatibiliza o grau de rigidez rotacional da ligação semirrígida com a distribuição dos momentos fletores no apoio e no meio do vão da viga.

A reta chamada “linha de viga” é definida a partir da união dos dois pontos correspondentes às situações extremas, engastamento perfeito e de rótula perfeita

nas extremidades da viga. Para o melhor entendimento, considere a viga da Figura 2.12.



**Figura 2.12.** Viga bi engastada uniformemente distribuída.

Sabe-se que para a viga apresentada anteriormente, o momento de engastamento perfeito é dado por:

$$M = \frac{qL^2}{12} \quad (2.10)$$

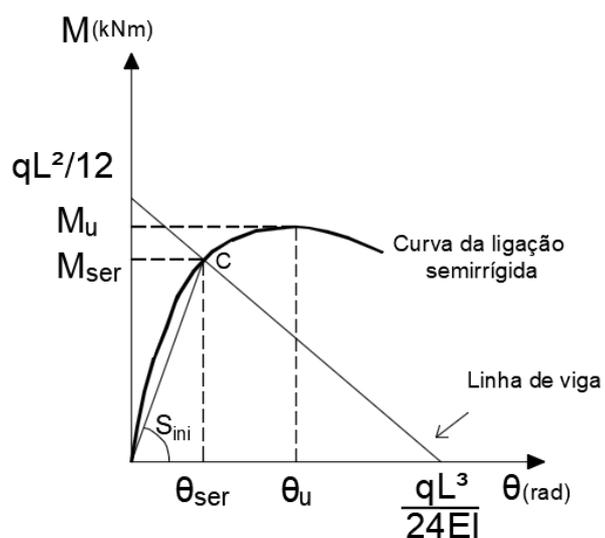
No entanto, para ligação totalmente articulada, com momento fletor nulo, a rotação nos apoios é dada por:

$$\theta = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \quad (2.11)$$

Visto que estes resultados são extremos idealizados, não ocorrem na prática, pode-se definir a linha de uma reta (linha de viga) dada por:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{12} - \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} \theta \quad (2.12)$$

Na Figura 2.13 é representado o gráfico do momento fletor na extremidade da viga – rotação, onde são plotados a linha de viga e a curva  $M - \theta$  de uma ligação semirrígida.



**Figura 2.13.** Curva Momento-rotação da ligação e linha da viga.

Na interseção da reta (linha de viga) com a curva momento x rotação da ligação, ponto C, existe uma compatibilização entre o giro da extremidade da viga com o grau de rigidez rotacional inicial,  $S_{ini}$ , da ligação, podendo-se definir o momento de serviço da ligação  $M_{ser}$ , relacionado à rotação  $\theta_{ser}$ .

### CAPÍTULO III – ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS DE AÇO

Este capítulo tem como finalidade descrever os tipos de análises empregadas nesta pesquisa e também, apresentar a formulação computacional implementada para o cálculo dos esforços nos elementos da estrutura.

A análise estrutural é uma etapa extremamente importante na elaboração de projetos de pórticos de aço, que consiste em obter as respostas mecânicas da estrutura perante as ações que lhe são aplicadas. Seu principal objetivo é, a partir das características geométricas e mecânicas de uma estrutura e das características físicas dos materiais que as compõem, determinar os deslocamentos de todos os seus pontos e os esforços internos (tensões e/ou esforços internos solicitantes) bem como as reações nos apoios.

Os resultados obtidos na análise estrutural influenciam diretamente nas etapas posteriores do projeto. Uma análise imprecisa ou extremamente simplificada pode gerar respostas totalmente incondizentes com a realidade, fazendo com que a estrutura fique ineficiente ou até mal dimensionada.

Diversas técnicas de análise estrutural com diferentes graus de refinamento podem ser usadas de acordo com comportamento da estrutura, no caso de estruturas aporticadas podem ter características não lineares. As técnicas de análise não linear possuem alto grau de complexidade e são realizadas utilizando computadores (DEL SAVIO, 2004).

A Figura 3.1 resume diversos tipos de comportamento de pórticos estruturais, caracterizados por curvas carga-deslocamento. Para cada tipo de comportamento considerado existe uma metodologia de análise mais adequada.

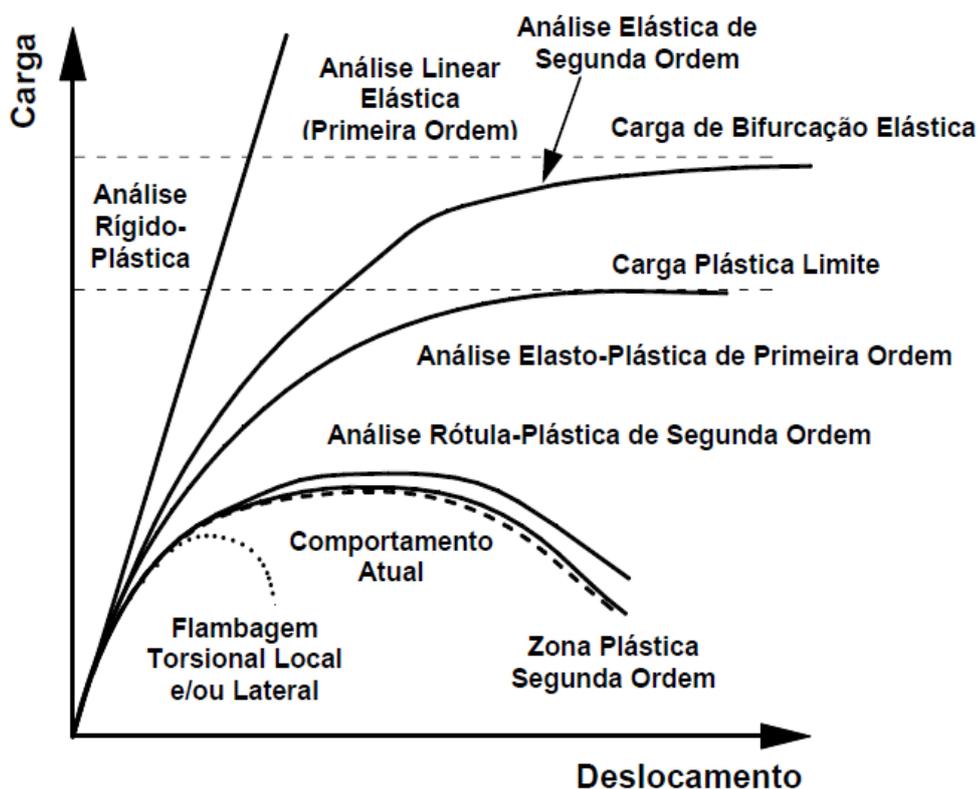
Dessa maneira, é possível afirmar que a rigidez rotacional varia de acordo com as deformações que ocorrem na estrutura. Em geral, as técnicas de análise estrutural utilizam uma formulação matricial em que se define um sistema linear (ou não linear) de equações que possibilita o cálculo dos deslocamentos como mostrado na Equação (3.1) (ALVARENGA, 2005).

$$\{F\} = [K] \times \{u\} \quad (3.1)$$

onde,  $\{F\}$  é o vetor de cargas,  $[K]$  é a matriz de rigidez e  $\{u\}$  o vetor de deslocamentos.

Esta formulação de Método de Análise Matricial (MAM) é a base da maioria dos programas computacionais desenvolvidos para análise de diferentes tipos de estruturas planas e espaciais, incluindo treliças, pórticos, placas e cascas tridimensionais (LEET *et al.*, 2009).

Nesta pesquisa, a análise estrutural é feita, inicialmente, como linear elástica (primeira ordem) e em seguida não linear elástica (segunda ordem).



**Figura 3.1.** Tipos gerais de análise de pórticos estruturais, (adaptado de CHAN & CHUI, 2000).

### 3.1. Análise linear

A análise linear é o método mais usado na prática corrente da engenharia civil para cálculo dos efeitos das ações na estrutura, considerando os estados limites últimos e de serviço. Nesta análise é assumida que a deflexão é proporcional à força aplicada. A deflexão vertical é presumida ser muito pequena e os efeitos de segunda ordem devido à mudança na geometria são ignorados, valendo então o princípio da superposição dos efeitos.

O problema é que esta suposição ignora os efeitos  $P - \Delta$  e  $P - \delta$ , que são os efeitos decorrentes dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura (efeitos

globais) e os decorrentes da não-retilineidade dos eixos das barras (efeitos locais), respectivamente.

Embora a análise linear seja a mais usada nas rotinas de cálculo em projetos, ela não fornece informações sobre a influência da plasticidade e da estabilidade no comportamento da estrutura. Essas influências são consideradas indiretamente no dimensionamento, ao verificar isoladamente cada elemento da estrutura através do uso das equações de iteração, das curvas de resistência de pilares, do comprimento efetivo e dos fatores de amplificação dos momentos.

### 3.2. Análise não-linear

Na NBR 8800 (ABNT, 2008), o item 4.9.2.2 recomenda que “a análise não-linear deve ser usada sempre que os deslocamentos afetarem de forma significativa os esforços internos”. Estes esforços surgem a partir das cargas atuantes na estrutura na sua condição deformada. Estes efeitos são particularmente importantes nos pórticos de aço, principalmente nos pórticos analisados nesta pesquisa, que não possuem contraventamentos que impedem o deslocamento lateral.

Na NBR 8800 (ABNT, 2008), o item 4.9.4 classifica as estruturas de edificações em aço de acordo com sua sensibilidade a deslocamentos laterais. Esta classificação é feita a partir da razão entre os deslocamentos relativos entre pavimentos obtidos por meio de uma análise de segunda ordem ( $\Delta_{2^a}$ ) e os resultados de uma análise de primeira ordem ( $\Delta_{1^a}$ ), sendo a deslocabilidade:

- a) pequena, para:  $\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a} \leq 1,1$ ;
- b) média, para:  $1,1 < \Delta_{2^a}/\Delta_{1^a} \leq 1,4$ ;
- c) grande, para  $\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a} > 1,4$

Para as estruturas classificadas como de pequena deslocabilidade, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados na maioria dos casos. Já nas de média e grande, os esforços solicitantes devem ser calculados levando em conta estes efeitos.

Na procura de uma avaliação mais realística da estrutura, análises que levam em consideração os inúmeros efeitos não-lineares devem ser realizados. Duas classes de não-linearidade são normalmente identificadas. A primeira classe consiste na não-linearidade do material, que se origina das mudanças na resposta física de um material às tensões e aparece sob a forma de leis constitutivas variáveis e

dependentes da trajetória. A segunda classe consiste na não-linearidade geométrica que é produzida por deslocamentos generalizados acompanhadas de modificações na rigidez de uma estrutura sob um certo carregamento.

### 3.2.1. Não linearidade física

Como é de amplo conhecimento na engenharia estrutural, a curva característica dos aços em geral tem uma parte elástica linear, seguida de outra parte de considerável escoamento. O diagrama tensão-deformação pode ser aproximado por duas retas, com boa precisão. O material obedece à lei de Hooke, inicia o escoamento e, após o escoamento, apresenta uma tensão constante. O aço tem comportamento considerado elástico perfeitamente plástico e sua curva característica é apresentada na Figura 3.2. Quando o valor da tensão atinge o da tensão de escoamento, a deformação continua a crescer e torna-se tão grande que a estrutura já não tem mais serviço, mesmo que não tenha atingido o colapso.

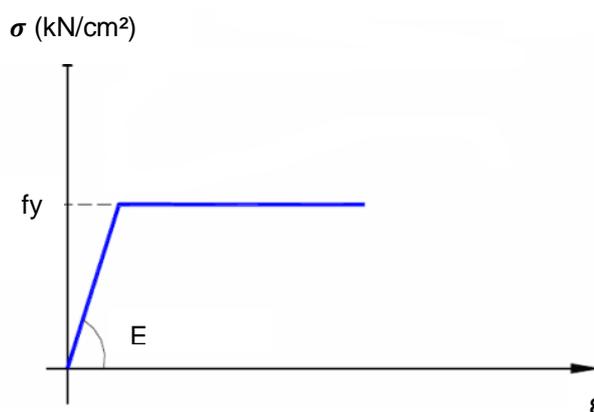


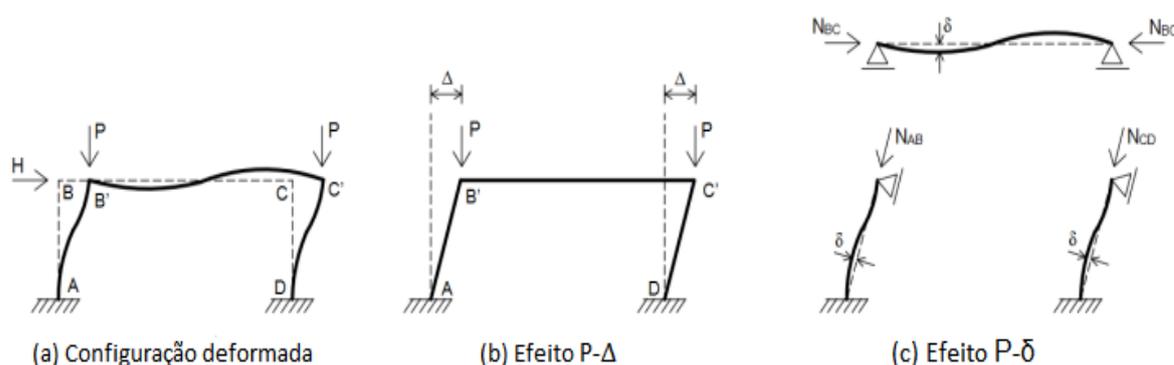
Figura 3.2. Curva tensão x deformação do aço.

### 3.2.2. Não linearidade geométrica

Este tipo de não-linearidade considera os efeitos de mudanças na configuração geométrica da estrutura sob a ação de cargas ou outros tipos de solicitações e efeitos de imperfeições iniciais, como desvios da geometria idealizada e excentricidade das cargas aplicadas. Neste caso, o comportamento da estrutura é caracterizado por grandes deslocamentos, pequenas deformações específicas e mudanças de curvatura.

Os dois tipos de efeitos de segunda ordem que ocorrem nas estruturas são apresentados na Figura 3.3:

- **Efeito  $P-\Delta$** : que corresponde ao acréscimo de momentos por efeito da deformação estrutural, resultando na mudança do ponto de aplicação das cargas verticais contrastado à configuração inicial indeformada.
- **Efeito  $P-\delta$** : é o efeito referente a cada elemento da estrutura. Sendo assim, os momentos fletores adicionais são obtidos considerando as forças de compressão axial correspondente a cada um.



**Figura 3.3.** Efeitos da análise não-linear (SILVESTRE, 2007).

Uma estrutura pode ter um comportamento não-linear, ainda que constituída de um material que obedeça à lei de Hooke. Para valores relativamente grandes de deslocamentos, a deflexão lateral de um membro pode trazer como consequência, o aparecimento de momentos fletores adicionais (denominadas de segunda ordem), em virtude da presença de um esforço normal.

No presente estudo, levando em conta o comportamento de pórticos de aço com ligações viga-coluna semirrígidas, resulta imprescindível a verificação do comportamento não-linear geométrico da estrutura.

### 3.3. Método dos elementos finitos

Atualmente, com o grande avanço na capacidade e velocidade de processamento dos computadores, é possível realizar análises muito mais refinadas e com grau de aproximação do comportamento real das estruturas.

Dada a necessidade da utilização, as técnicas de análise estrutural vêm se aprimorando ao longo dos anos, tornando-as mais abrangentes e principalmente mais precisas. Como exemplos das técnicas mais destacadas atualmente têm-se: o Método

dos Elementos Finitos (MEF), o Método dos Elementos de Contorno (MEC) e o Método de Análise Matricial (MAM).

Os métodos numéricos de análise estrutural são divididos em soluções numéricas de equações diferenciais para deslocamentos ou tensões, e métodos matriciais baseados na idealização discreta em elementos estruturais.

Na primeira, todas as equações de elasticidade são solucionadas para uma configuração estrutural particular, tanto por técnicas de diferenças finitas quanto pela integração numérica direta. Com isso, a análise é baseada na aproximação matemática de equações diferenciais, porém, limitações de ordem prática restringem sua aplicação a estruturas simples.

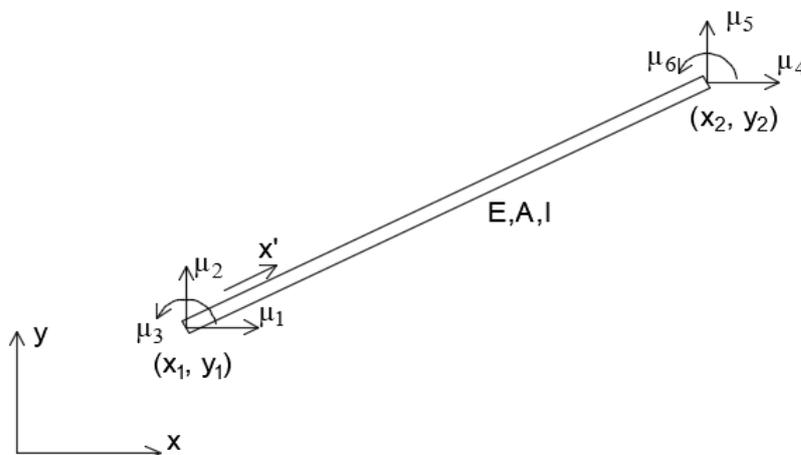
Já nos métodos matriciais, toda teoria é desenvolvida utilizando técnicas de álgebra matricial em todas as etapas da análise. A estrutura é idealizada inicialmente com uma montagem de elementos discretos com formas presumidas da distribuição de deslocamentos e tensões, e a solução é obtida pela combinação dessa distribuição individual aproximada de deslocamentos e tensões de maneira que se satisfaça o equilíbrio de forças e a compatibilidade de deslocamentos nas ligações desses elementos. Métodos baseados nesta abordagem mostram-se mais adequados à análise de estruturas complexas.

No MEF considera-se a estrutura dividida em partes ou elementos, ligados entre si em pontos nodais, onde se supõem concentradas todas as forças de ligação entre elementos. Sendo as solicitações e deformações discretizadas nos nós, o comportamento elástico e mecânico de cada elemento pode ter expressão matemática tão simples quanto a dos elementos infinitesimais da solução clássica. A composição desses elementos de tamanho finito para construir a estrutura considerada dá lugar a sistemas de equações facilmente tratadas por via matricial (MOREIRA, 1977).

### **3.3.1. Matriz de rigidez da viga com ligações rígidas**

No modelo clássico de análise de pórticos, o elemento finito tipo viga é utilizado para representação de vigas e colunas de pórticos planos com ligações rígidas entre seus elementos. Nesse modelo são considerados três deslocamentos generalizados

em cada ponto nodal (deslocamento horizontal, deslocamento vertical e rotação), como mostrado na Figura 3.4.



**Figura 3.4.** Elemento tipo viga.

Para elementos unidimensionais com comportamento linear elástico, a matriz de rigidez,  $k_e$ , de um elemento finito viga em coordenadas locais é definida na Equação (3.2):

$$K_r = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

em que, A é a área da seção transversal da barra, E é o módulo de elasticidade longitudinal e L é o comprimento da barra.

Para converter a matriz do elemento em coordenadas locais  $k_e$  para coordenadas globais, multiplica-se pela matriz de transformação G:

$$K_r = G^T \cdot \bar{k}_e \cdot G \quad (3.3)$$

sendo:

$$G = \begin{bmatrix} n_{x\bar{x}} & n_{y\bar{x}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n_{x\bar{y}} & n_{y\bar{y}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{x\bar{x}} & n_{y\bar{x}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{x\bar{y}} & n_{y\bar{y}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde:

$$n_{x\bar{x}} = n_{y\bar{y}} = \frac{x_2 - x_1}{L} \quad (3.5)$$

$$n_{x\bar{y}} = n_{y\bar{x}} = \frac{y_2 - y_1}{L} \quad (3.6)$$

O vetor de carregamentos ( $\bar{f}_l^e$ ), no caso de elementos com carregamento distribuído, é armazenado da seguinte forma:

$$\bar{f}_l^e = \begin{bmatrix} \frac{q_x L}{2} \\ \frac{q_y L}{2} \\ \frac{q_y L^2}{12} \\ \frac{q_x L}{2} \\ \frac{q_y L}{2} \\ \frac{q_y L^2}{12} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

## CAPÍTULO IV – ELEMENTO FINITO HÍBRIDO

Neste capítulo é apresentado a abordagem adotada para a simulação do comportamento de elementos com ligações semirrígidas, chamado de elemento finito híbrido, apresenta-se também a validação deste elemento a partir de uma análise da influência das ligações no comportamento de estruturas.

A abordagem adotada para simulação do comportamento flexível de elementos viga com apoios semirrígidos, é de que as ligações viga-coluna sejam modeladas através de elementos tipo mola rotacional de dimensão nula, como pode ser observado na Figura 4.1.

Desta forma, foi desenvolvido um elemento finito híbrido para a representação do comportamento semirrígido das ligações viga-pilar semirrígidas de pórticos planos de aço. Inicialmente implementou-se o elemento finito híbrido para análise linear da estrutura, em seguida, considerou-se a não linearidade resultante do comportamento do material e a geometria da estrutura.

A flexibilidade das ligações é medida pela rigidez rotacional inicial,  $S_{ini}$ , atuante na  $i$ -ésima extremidade da barra, como pode ser observado na Figura 4.1.

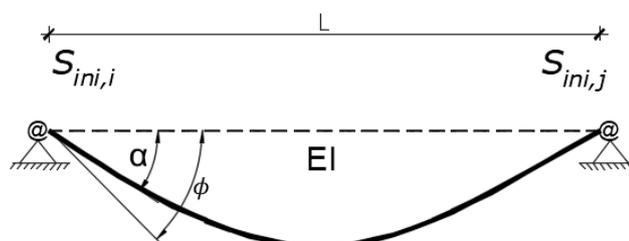


Figura 4.1. Elemento híbrido.

De acordo com SIMÕES (1996) na análise estrutural pelo MEF, a matriz de rigidez do elemento plano considerando os efeitos das ligações semirrígidas ( $K_i^{SR}$ ) pode ser obtida a partir da matriz de rigidez do elemento viga clássico, ( $K_r$ ), modificada por uma matriz de correção ( $C_e$ ), (SIMÕES, 1996):

$$K_i^{SR} = K_r \cdot C_e \quad (4.1)$$

Na Equação (4.1), a matriz de correção ( $C_e$ ) considera a alteração da flexibilidade das vigas devido às ligações semirrígidas anexadas nas suas

extremidades. Desta forma, altera-se somente os valores de rigidez flexional, pois a rigidez axial continua igual em ambos os elementos.

Na formulação da matriz  $C_e$ , de forma prática, utiliza-se o conceito de fator de rigidez ( $r$ ), como sendo a relação entre a rotação da extremidade da viga devido à aplicação de um momento unitário, e a rotação em razão deste mesmo momento acrescida da rotação devido à flexibilidade da própria ligação (Sánchez & ESPÍN, 2013), Equação (4.2).

$$r_i = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{S_{ini,i}L}} \quad (i = 1, 2) \quad (4.2)$$

Desse modo, para ligações flexíveis a rigidez rotacional é idealizada como zero; assim, o valor do fator de rigidez é zero ( $r = 0$ ). Enquanto que para ligações rígidas, o fator de rigidez é unitário ( $r = 1$ ). Assim sendo, uma ligação semirrígida pode ter um fator de rigidez variando entre zero e um ( $0 < r < 1$ ).

No processo de otimização, o fator de rigidez ( $r$ ) é utilizado como parâmetro variável para definição do grau de rigidez rotacional das ligações viga-coluna. Dessa forma, facilitando a definição dos limites inferiores e superiores das rigidezes das ligações.

Dessa maneira, a matriz de correção ( $C_i$ ), é:

$$C_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4r_j - 2r_i + r_i r_j}{4 - r_i r_j} & \frac{-2Lr_i(1 - r_j)}{4 - r_i r_j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6(r_i - r_j)}{L(4 - r_i r_j)} & \frac{3r_i(2 - r_j)}{4 - r_i r_j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4r_i - 2r_j + r_i r_j}{4 - r_i r_j} & \frac{2Lr_j(1 - r_i)}{4 - r_i r_j} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6(r_i - r_j)}{L(4 - r_i r_j)} & \frac{3r_j(2 - r_i)}{4 - r_i r_j} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

sendo  $L$  comprimento do elemento,  $r_i$  o fator de rigidez da ligação da extremidade inicial do elemento e  $r_j$  o fator de rigidez da ligação da extremidade final do elemento.

Para a análise não-linear geométrico da estrutura no programa CALFEM (LUND UNIVERSITY, 2004), a matriz de rigidez do elemento  $K_r$  é modificada. Assim,

tendo como base a matriz  $\mathbf{K}_r$  definida na Equação (3.2), consideram-se os efeitos dos esforços normais ( $N$ ) e a matriz de rigidez não linear geométrica do elemento ( $\mathbf{K}_{gi}$ ) é:

$$\mathbf{K}_{gi} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} \phi_5 & \frac{6EI}{L^2} \phi_2 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} \phi_5 & \frac{6EI}{L^2} \phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} \phi_2 & \frac{4EI}{L} \phi_3 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \phi_2 & \frac{2EI}{L} \phi_4 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} \phi_5 & -\frac{6EI}{L^2} \phi_2 & 0 & \frac{12EI}{L^3} \phi_5 & -\frac{6EI}{L^2} \phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} \phi_2 & \frac{2EI}{L} \phi_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \phi_2 & \frac{4EI}{L} \phi_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{kL}{2} \cot \frac{kL}{2}; \\ \phi_2 &= -\frac{1k^2L^2}{12(1-\phi_1)}; \\ \phi_3 &= \frac{1}{4} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2; \\ \phi_4 &= -\frac{1}{2} \cot \frac{3}{2}; \\ \phi_5 &= \phi_1 \phi_2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

sendo:

$$k = \frac{\pi}{L} \sqrt{-\rho} \quad (4.6)$$

O parâmetro  $\rho$  é dado por:

$$\rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI} \quad (4.7)$$

onde  $N$  é a força normal positiva,  $L$  o comprimento do elemento,  $I$  o momento de inércia e  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal.

Os carregamentos nodais equivalentes ( $f_i^e$ ), são armazenados da seguinte forma:

$$f_l^e = G^T \bar{f}_l^e \quad (4.8)$$

em que  $G$  é a matriz de transformação representado pela Equação (3.4) e:

$$\bar{f}_l^e = qL \left[ 0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{L}{12} \psi \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{L}{12} \psi \right]^T \quad (4.9)$$

Para força axial de compressão, tem-se:

$$\psi = 6 \left( \frac{2}{(kL)^2} - \frac{1 + \cos kL}{kL \sin kL} \right) \quad (4.10)$$

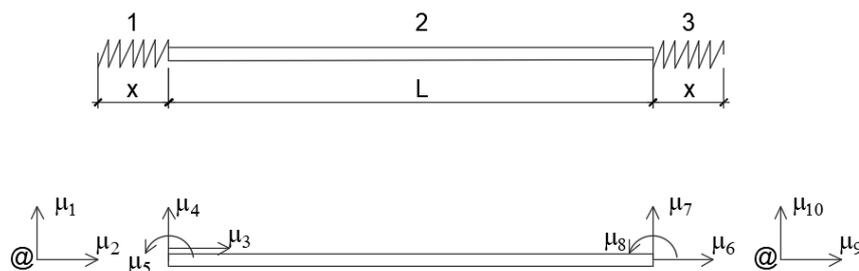
e para as forças axiais de tração:

$$\psi = 6 \left( \frac{1 + \cos kL}{kL \sin kL} - \frac{2}{(kL)^2} \right) \quad (4.11)$$

#### 4.1. Vantagem da utilização do elemento finito híbrido

A vantagem da utilização do elemento finito híbrido, com elementos mola de dimensões nulas adotada nesta pesquisa, está relacionada com a facilidade de implementação em uma única função que inclua todos os efeitos desse elemento.

A utilização de dois elementos tipo mola em cada extremidade da viga, demandaria um maior processamento computacional. Além disso, esta consideração seria um empecilho utilizando o programa computacional MATLAB, visto que o elemento mola apresenta somente dois graus de liberdade em cada extremidade (normal e cisalhante) e o elemento viga clássico apresenta três graus de liberdade (normal, cisalhante e momento), Figura 4.2, acarretando numa incompatibilidade de esforços.

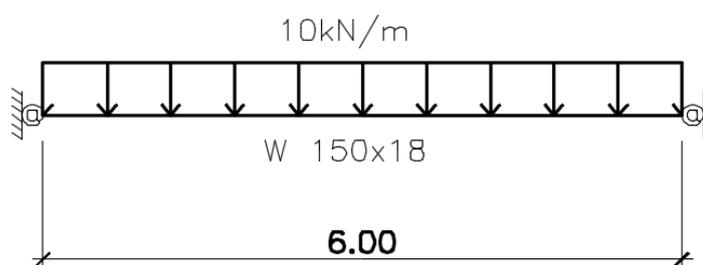


**Figura 4.2.** Representação do elemento viga e molas com comprimento não nulo.

Considerando um elemento único (elemento finito híbrido), consegue-se evitar esse obstáculo facilitando também o processamento dos dados no programa computacional.

#### 4.2. Validação do elemento finito híbrido

Foram realizadas diversas simulações computacionais visando quantificar os efeitos do fator de rigidez ( $r$ ) nas vigas. Como exemplo, apresenta-se a viga simplesmente apoiada de perfil W 150x18, com carregamento uniformemente distribuído de 10 kN/m, como mostrado na Figura 4.3.



**Figura 4.3.** Viga com ligações semirrígidas.

Foi adotado módulo de elasticidade do aço igual a 200 GPa, momento de inércia da seção I igual a 939 cm<sup>4</sup>. Considerou-se apoios com ligações articuladas com fator de rigidez variando de  $r = 0$  (ligação articulada) a  $r = 1$  (ligação rígida).

Utilizando o programa de análise estrutural desenvolvido, foram obtidos os resultados apresentados nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6.

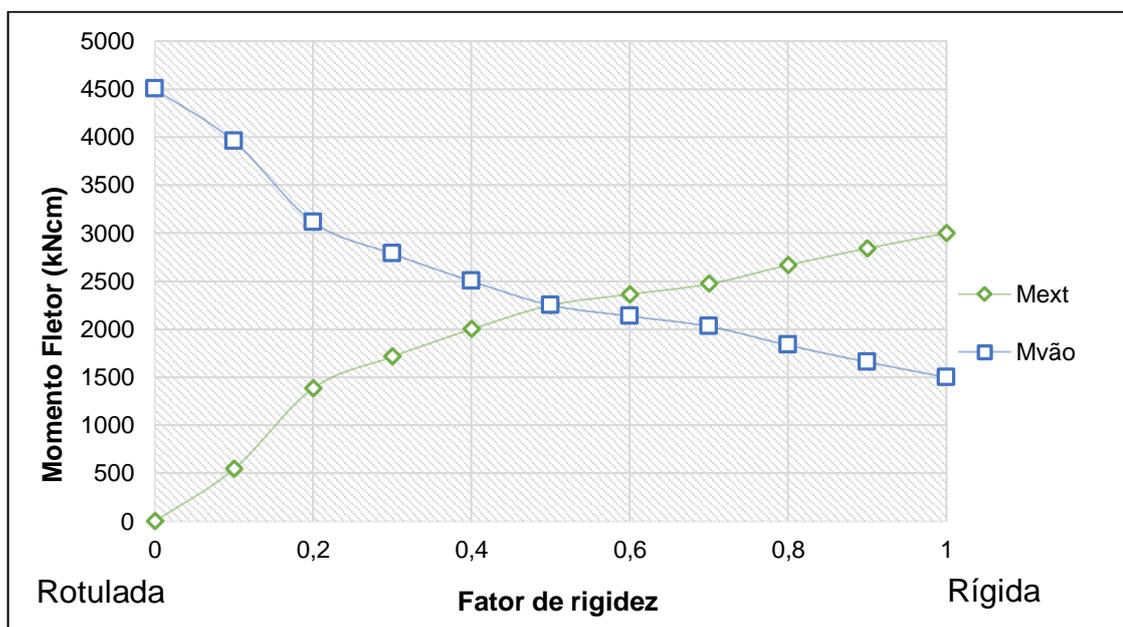
Na Figura 4.4, observa-se que o aumento do fator de rigidez da ligação provoca um aumento do momento nas extremidades da viga ( $M_{ext}$ ) e concomitantemente uma diminuição do momento no meio do vão ( $M_{vão}$ ). As curvas de momento fletor da Figura 4.4 mostram que, o emprego de ligações semirrígidas permite uma redistribuição de esforços entre os momentos nas extremidades e no meio do vão.

À luz dos resultados mostrados, pode-se afirmar que a identificação de um grau de rigidez adequado nos apoios das vigas, possibilita a escolha de um perfil mais econômico, pois o crescimento de momentos nas extremidades diminui a solicitação no meio do vão. E para uma viga bi engastada possibilita a definição de ligações

menos rígidas, significando menos detalhes de fabricação e materiais utilizados na ligação, relacionados com a redução de custo da ligação (PFEIL & PFEIL, 2014).

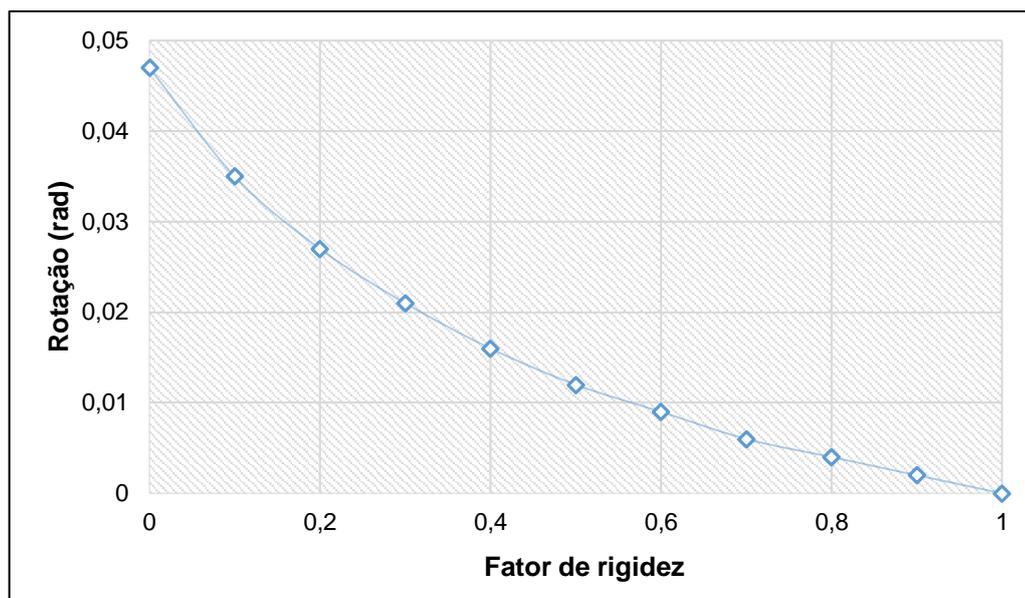
A alteração do momento fletor transmitido pelas vigas podem ser observadas de duas formas, verificar Curva  $M_{ext}$  da Figura 4.4:

- Em vigas engastadas nas colunas ( $r = 1$ ), se forem analisadas com ligações semirrígidas, obter-se-á momentos fletores nas extremidades das colunas inferiores àqueles obtidos na primeira análise, pois a rotação permitida pela ligação acarreta numa redução nos momentos transmitidos pelas vigas às colunas.
- Em vigas rotuladas nas colunas ( $r = 0$ ), se forem analisadas com ligações semirrígidas, obter-se-á momentos fletores nas extremidades maiores do que a primeira análise, pois com ligações rotuladas não há transferência de momentos pelo fato da permissão total de rotação. A consideração da rigidez faz surgir momentos que dependem do próprio valor de rigidez.



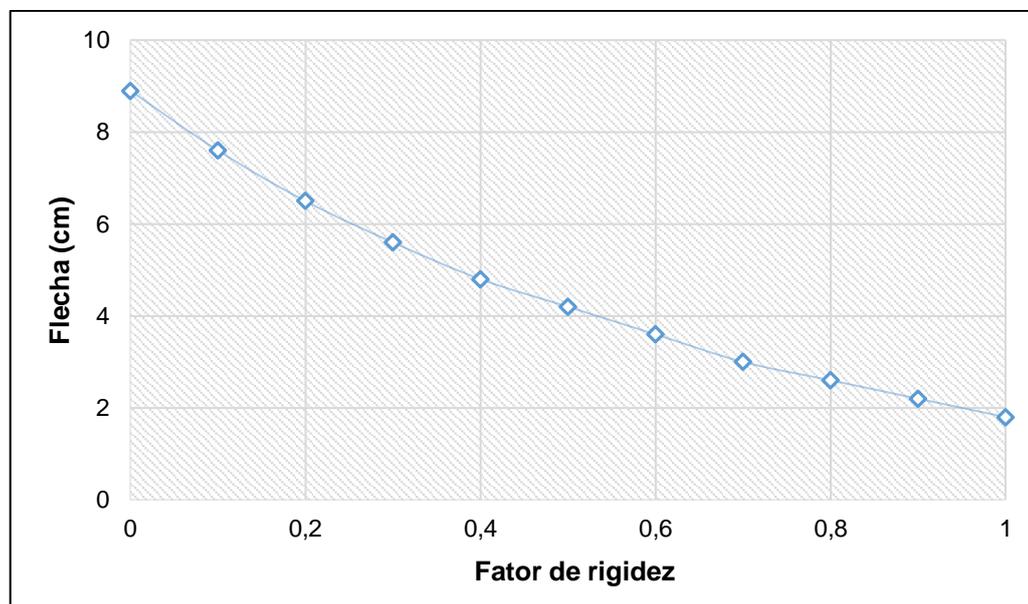
**Figura 4.4.** Momentos fletores nos apoios e meio do vão da viga.

Verificou-se, a partir da Figura 4.5, que as rotações nas extremidades da viga variam de  $qL^3/24EI = 0,0479$  rad, para ligação articulada ( $r = 0$ ), até um valor nulo para ligação rígida ( $r = 1$ ).



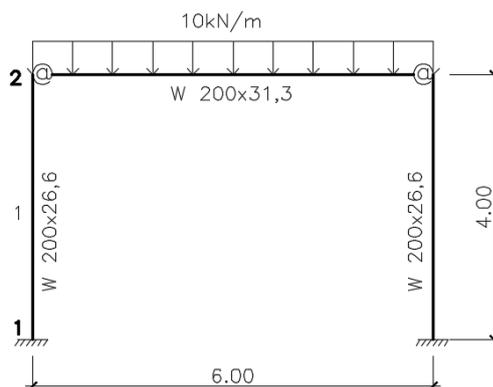
**Figura 4.5.** Rotações nas extremidades da viga.

Enquanto que a flecha no meio do vão, Figura 4.6, varia do valor  $5qL^4/384EI = 8,9$  cm, para ligação totalmente articulada ( $r = 0$ ), a  $qL^4/384EI = 1,8$  cm, para ligação idealmente rígida ( $r = 1$ ).



**Figura 4.6.** Flecha no meio do vão da viga.

Apresenta-se também um pórtico de aço no qual foram realizadas análises considerando-se nós articulados, semirrígidos ( $r = 0,5$ ) e rígidos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.1.



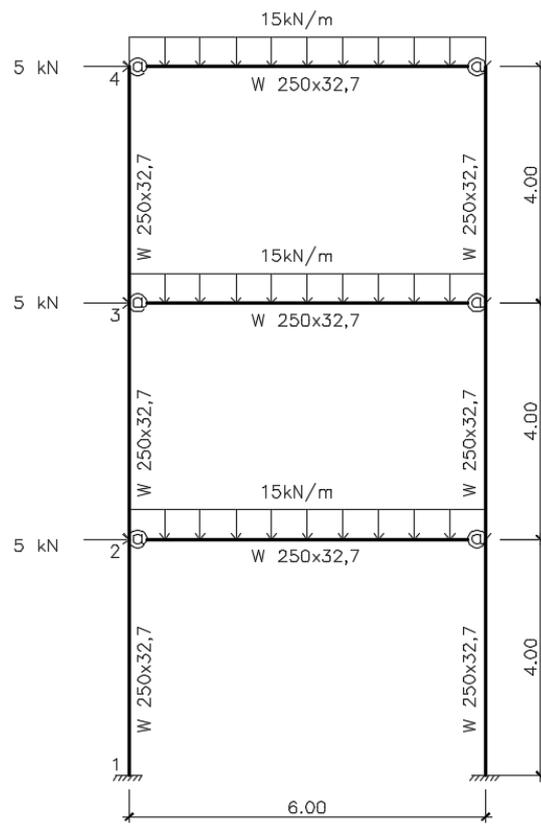
**Figura 4.7.** Pórtico simples para teste.

**Tabela 4.1.** Resultados dos momentos do pórtico teste.

| Fator de rigidez ( $r$ ) | Momento Barra 1 |        |
|--------------------------|-----------------|--------|
|                          | Nó 1            | Nó 2   |
| 0                        | 0               | 0      |
| 0,5                      | 7,2             | -14,41 |
| 1                        | 10,6            | -21,2  |

Analisando a Tabela 4.1, pode-se confirmar as afirmativas mencionadas anteriormente. Os momentos transmitidos pela viga com  $r = 0,5$  são menores que os transmitidos pela viga com nós rígidos e maiores que os transmitidos com nós articulados.

Destaca-se a influência da rigidez das ligações viga-coluna em pórticos submetidos a ação de cargas horizontais (vento), pois em muitos casos, a deslocabilidade lateral da estrutura pode ser um fator importante no projeto. Por isso, considerou-se o pórtico com ligações semirrígidas da Figura 4.7, com fator de rigidez variando de perfeitamente articuladas até perfeitamente rígidas. Na Tabela 4.2, são apresentados os deslocamentos laterais dos nós 2, 3 e 4 para fatores de rigidez variando de 0 a 1.



**Figura 4.8.** Pórtico para análise de influências.

A partir da Tabela 4.2, pode ser observado que com o aumento do fator de rigidez tem-se uma redução no deslocamento dos nós da estrutura. Lembrando que, a NBR 8800 (ABNT, 2008) limita o deslocamento lateral máximo da estrutura, sendo em algumas das vezes a restrição ativa dos problemas de otimização de pórticos de aço. Nessa estrutura, por exemplo, a utilização do fator de rigidez menor que 0,5 não seria viável, já que o deslocamento lateral máximo está limitado a 3 cm ( $L/400$ ).

**Tabela 4.2.** Deslocamento lateral dos nós da Figura 4.6.

| r   | Nó 2 | Nó 3 | Nó 4 |
|-----|------|------|------|
| 0   | 3,9  | 12,9 | 23,7 |
| 0,1 | 2    | 5,6  | 9,1  |
| 0,2 | 1,5  | 3,9  | 5,9  |
| 0,3 | 1,2  | 3,1  | 4,5  |
| 0,4 | 1,1  | 2,6  | 3,7  |
| 0,5 | 1    | 2,3  | 3,1  |
| 0,6 | 0,9  | 2    | 2,7  |
| 0,7 | 0,8  | 1,8  | 2,4  |
| 0,8 | 0,8  | 1,7  | 2,2  |
| 0,9 | 0,7  | 1,5  | 2,0  |
| 1   | 0,7  | 1,4  | 1,9  |

## CAPÍTULO V – DIMENSIONAMENTO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

Uma vez obtidos os esforços solicitantes de projeto, o processo de dimensionamento requer o cálculo dos esforços resistentes dos elementos da estrutura. Neste tópico, são apresentadas expressões utilizadas para verificação dos esforços resistentes, considerando as perdas de resistência devido a flambagem global e local, de acordo com as características geométricas e materiais, de acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008).

### 5.1. Flambagem global

Para elementos estruturais submetidos à esforço axial de compressão, no dimensionamento deve ser atendida a condição de segurança:

$$N_{sd} \leq N_{dres} \quad (5.1)$$

O esforço axial resistente,  $N_{dres}$ , associado aos estados limites últimos de instabilidade por flexão, torção ou flexo-torção e flambagem local, deve ser determinado pela expressão:

$$N_{dres} = \frac{Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.2)$$

onde,  $Q$  é o fator de redução associado à flambagem local,  $A_g$  é a área bruta da seção transversal do elemento,  $\gamma_{a1}$  é o coeficiente de segurança (1,10) e  $f_c$  é a tensão última de compressão resistente da coluna, calculada pela equação:

$$f_c = \chi \cdot f_y \quad (5.3)$$

O fator de redução associado à resistência à compressão ( $\chi$ ) é calculado pelas equações:

Para  $\lambda_0 \leq 1,50$ :

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad (5.4)$$

Caso contrário:

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad (5.5)$$

sendo ( $\lambda_0$ ) o índice de esbeltez reduzido calculado pela equação:

$$\lambda_0 = \frac{K_x l}{i} \sqrt{\frac{Q f_y}{\pi^2 E}} \quad (5.6)$$

em que,  $i$  o raio de giração da seção transversal, em relação ao eixo de flambagem e  $K_x$  o coeficiente de flambagem, cujo cálculo tem diversas formulações.

### 5.1.1. Cálculo do coeficiente de flambagem $K_x$

O cálculo do comprimento efetivo para pórticos planos e espaciais é essencial para seu dimensionamento. A norma brasileira para construções em aço, NBR 8800 (ABNT, 2008), apresenta a Tabela 5.1, para definição desse coeficiente para elementos isolados e não apresenta coeficiente de flambagem para o caso de pórticos.

**Tabela 5.1.** Coeficiente de flambagem para elementos isolados, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).

|  |   |      |     |     |     |     |
|--|---|------|-----|-----|-----|-----|
| A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem | (a)   | (b)  | (c) | (d) | (e) | (f) |
|  |   |      |     |     |     |     |
| Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$                     | 0,5   | 0,7  | 1,0 | 1,0 | 2,0 | 2,0 |
| Valores recomendados                                   | 0,65  | 0,80 | 1,2 | 1,0 | 2,1 | 2,0 |
| Código para condição de apoio                          | Rotação e translação impedidas<br>Rotação livre, translação impedida<br>Rotação impedida, translação livre<br>Rotação e translação livres |      |     |     |     |     |

Para o caso de pórticos planos o EUROCODE 3 (CEN, 2005), apresenta a Equação (5.7) para o cálculo do fator de comprimento efetivo de colunas de pórticos.

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (5.7)$$

em que  $\eta_1$  e  $\eta_2$  são os fatores de distribuição de rigidez para as extremidades da coluna. O fator de distribuição de rigidez ( $\eta$ ) é definido por:

$$\eta = \frac{\sum I_c/L_c}{\sum I_v/L_v + \sum I_c/L_c} \quad (5.8)$$

sendo o somatório é de todos os elementos conectados à ligação, sendo  $I_v$  e  $L_v$  são o momento de inércia e o comprimento da viga, respectivamente, correspondente ao plano de flexão.  $I_c$  e  $L_c$  são o momento de inércia e o comprimento da coluna, respectivamente.

## 5.2. Flambagem local de barras axialmente comprimidas

Os elementos que fazem parte das seções transversais usuais, salvo as seções tubulares circulares para efeito de flambagem local, são classificados em AA (duas bordas longitudinais vinculadas) e AL (apenas uma borda longitudinal vinculada). Os elementos comprimidos axialmente carregados só podem ser considerados totalmente efetivos ( $Q = 1,0$ ), se seus componentes, abas e alma atenderem aos limites de flambagem local  $b/t < (b/t)_{lim}$  da Tabela 5.2.

Para casos onde a relação entre largura e espessura ( $b/t$ ) supere os valores limites (elementos esbeltos), o fator de redução total dado por:

$$Q = Q_s \cdot Q_a \quad (5.9)$$

em que  $Q_s$  e  $Q_a$  são fatores de redução que levam em conta a flambagem local das chapas não enrijecidas e enrijecidas, respectivamente.

Deve-se considerar que:

a) se a seção possuir apenas elementos AL:

$$Q = Q_s \quad (5.10)$$

b) se a seção possuir apenas elementos AA:

$$Q = Q_a \quad (5.11)$$

**Tabela 5.2.** Limites de esbelteza,  $(b/t)_{lim}$ , NRB 8800 (ABNT, 2008).

| Elementos | Grupo | Descrição dos elementos  | Alguns exemplos com indicação de $b$ e $t$ | $(b/t)_{lim}$                       |
|-----------|-------|--|--|-------------------------------------|
| AA        | 1     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas ou almas de seções tubulares retangulares</li> <li>Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas</li> </ul>  |  | $1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$         |
|           | 2     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Almas de seções I, H ou U</li> <li>Mesas ou almas de seção-caixão</li> <li>Todos os demais elementos que não integram o Grupo 1</li> </ul>  |  | $1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$         |
| AL        | 3     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas de travessamento</li> </ul>   |  | $0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$         |
|           | 4     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas de seções I, H, T ou U laminadas</li> <li>Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas</li> <li>Chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas</li> </ul> |  | $0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$         |
|           | 5     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas de seções I, H, T ou U soldadas*</li> </ul>   |  | $0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y / k_c)}}$ |
|           | 6     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Almas de seções T</li> </ul>  |  | $0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$         |

### 5.2.1. Elementos comprimidos AA

Para elementos com componentes enrijecidos (AA), alma dos perfis laminados ou soldados utilizados no projeto, o valor limite de esbelteza é dado pela equação:

$$\frac{b}{t} = 1,49 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.12)$$

em que,  $b$  e  $t$  são a largura e espessura do elemento, respectivamente.

O fator de redução  $Q_a$  das seções transversais com elementos comprimidos AA, cuja relação entre largura e espessura ultrapasse os valores indicados na Tabela 5.2, é definido como:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (5.13)$$

em que,  $A_g$  é a área bruta e  $A_{ef}$  a área efetiva da seção transversal, dada por:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b - b_{ef}) t \quad (5.14)$$

com somatório estendendo-se a todos os elementos AA,  $b_{ef}$  é a largura efetiva de um elemento comprimido AA e  $t$  a espessura.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), a largura efetiva dos elementos AA é igual a:

$$b_{ef} = 1,92t \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[ 1 - \frac{c_a}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b \quad (5.15)$$

Sendo:  $c_a$  um coeficiente, igual a 0,38, para mesas ou almas de seções tubulares retangulares e 0,34 para todos os outros elementos e  $\sigma$  é a tensão que pode atuar no elemento analisado, igual a  $\sigma = \chi f_y$ .

### 5.2.2. Elementos comprimidos AL

São as chapas com uma borda apoiada e a outra livre (AL). Os valores de  $Q_s$  a serem usados para as mesas ou flanges dos perfis laminados ou soldados utilizados no projeto, são:

- Para perfis soldados pertencentes ao Grupo 4 da Tabela 5.1:

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}}, \text{ para } 0,56 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}} < \frac{b}{t} \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}} \quad (5.16)$$

$$Q_s = \frac{0,69E}{f_y(b/t)^2}, \text{ para } \frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}}$$

- Para perfis soldados pertencentes ao Grupo 5 da Tabela 5.1:

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}}, \text{ para } 0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}} < \frac{b}{t} \leq 1,17 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}} \quad (5.17)$$

$$Q_s = \frac{0,90E k_c}{f_y(b/t)^2}, \text{ para } \frac{b}{t} > 1,17 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}}$$

com  $k_c = \frac{4}{\sqrt{h_0/t_0}}$ .

### 5.3. Flambagem global por flexão

Para que não haja flambagem no elemento por flexão em relação ao eixo de maior inércia (eixo x da seção transversal), a carga atuante de serviço deve ser menor do que a força axial de flambagem elástica, dada por:

$$N_c = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2} \quad (5.18)$$

onde:

$K_x L_x$  é o comprimento de flambagem por flexão em relação ao eixo x;

$L$  é o comprimento do elemento;

$I_x$  é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo x;

$E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço.

### 5.4. Momento fletor resistente

Para o cálculo do momento fletor resistente, as peças flexionadas são divididas em três classes: compactas, semi-compactas e esbeltas. A primeira é chamada seção compacta, com  $\lambda \leq \lambda_p$ , onde o momento fletor resistente pode ser igualado ao momento de plastificação ( $M_p$ ), dado por:

$$M_{dres} = M_p = Z \cdot f_y \quad (5.19)$$

em que,  $Z$  é o módulo plástico de resistência da seção em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal e  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço.

Nos elementos semi-compactos,  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ , o momento resistente é dado por:

$$M_{dres} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[ M_p - (M_p - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \quad (5.20)$$

sendo:

$$M_r = 0,7Wf_y \quad \text{e} \quad C_b = 1,0 \quad (5.21)$$

E nos elementos esbeltos, com  $\lambda > \lambda_r$ , o momento resistente é dado por:

$$M_{dres} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \quad (5.22)$$

em que  $M_{cr}$  é o momento fletor crítico de flambagem elástica.

### 5.5. Flexo compressão

Devido a não existência de peças perfeitamente retilíneas e cargas completamente centradas, os elementos que constituem o sistema estrutural estão submetidos a combinação de esforços, principalmente, o chamado de flexo compressão. Para esses casos, a NBR 8800 (ABNT, 2008) define que, as seguintes equações de iteração devem ser verificadas:

$$\begin{aligned} \text{Para } \frac{N_d}{N_{dres}} \geq 0,2 \quad \text{então } \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{dx}}{M_{dxres}} + \frac{M_{dy}}{M_{dyres}} \right) &\leq 1,0 \\ \text{Para } \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2 \quad \text{então } \frac{N_d}{2N_{dres}} + \left( \frac{M_{dx}}{M_{dxres}} + \frac{M_{dy}}{M_{dyres}} \right) &\leq 1,0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

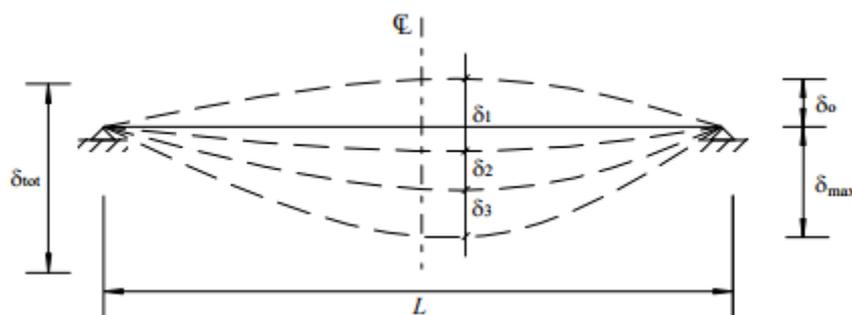
Nestas expressões,  $N_d$  é o esforço axial de tração ou compressão solicitante de projeto,  $M_{dx}$  e  $M_{dy}$  são os momentos fletores solicitantes de projeto nos eixos x e y. Há também o esforço resistente axial  $N_{dres}$  e os momentos resistentes  $M_{dxres}$  e  $M_{dyres}$  nos dois eixos principais da seção.

### 5.6. Deslocamentos máximos

Os deslocamentos verticais também conhecidos como flechas, avaliados no E.L.S (Estado Limite de Serviço), são verificações que garantem a funcionalidade adequada de utilização da estrutura, evitando problemas como: flechas excessivas, que causam desconforto visual e sensação de ruptura eminente; vibrações que acarretam incômodos ao andar sobre a estrutura.

Esses deslocamentos, são apresentados na Figura 5.2, onde  $\delta_0$  é a contraflecha da viga,  $\delta_1$  é o deslocamento devido às ações permanentes, sem efeitos de longa duração,  $\delta_2$  é o deslocamento devido aos efeitos de longa duração das ações permanentes,  $\delta_3$  é o deslocamento devido às ações variáveis,  $\delta_{máx}$  é o deslocamento

máximo da viga no estágio final de carregamento levando em consideração a contraflecha e  $\delta_{tot}$  é a soma de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ .



**Figura 5.1.** Deslocamentos verticais considerados pela NBR 8800 (ABNT, 2008).

Os deslocamentos horizontais, chamados também de deslocamentos laterais, são limitados tanto pelo deslocamento total da edificação como também pela diferença de deslocamentos entre dois pavimentos consecutivos.

Deste modo, a NBR 8800 (ABNT, 2008) define valores limites para as flechas de estruturas em geral, como apresentado na Figura 5.3

**Tabela 5.3.** Deslocamentos máximos, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).

| Descrição  | $\delta^a$    |
|--|---------------|
| - Travessas de fechamento  | $L/180^b$     |
|  | $L/120^{c,d}$ |
| - Terças de cobertura <sup>g)</sup>  | $L/180^e$     |
|  | $L/120^f$     |
| - Vigas de cobertura <sup>g)</sup>   | $L/250^h$     |
| - Vigas de piso  | $L/350^h$     |
| - Vigas que suportam pilares   | $L/500^h$     |
| Vigas de rolamento: <sup>j)</sup>  |               |
| - Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN                                      | $L/600^i$     |
| - Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas | $L/800^i$     |
| - Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN                | $L/1000^i$    |
| - Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas  | $L/400$       |
| - Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas  | $L/600$       |
| Galpões em geral e edifícios de um pavimento:  |               |
| - Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base  | $H/300$       |
| - Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base  | $H/400^{k,l}$ |
| Edifícios de dois ou mais pavimentos:  |               |
| - Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base  | $H/400$       |
| - Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos   | $h/500^m$     |

## CAPÍTULO VI – OTIMIZAÇÃO

As técnicas de otimização estrutural possibilitam o uso racional dos recursos materiais disponíveis, determinando uma condução eficiente dos esforços solicitantes para os apoios da estrutura. Podendo assim, ser determinados os valores ótimos de parâmetros importantes do projeto estrutural como, por exemplo, dimensões principais, geometria, propriedades dos materiais, etc.

Para a definição do modelo de otimização é de fundamental importância o conhecimento do problema a ser resolvido para a partir de então, eleger a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições de projeto. Assim, são definidas a função que mede a qualidade do projeto, os parâmetros fixos da estrutura e os que podem ser alterados arbitrariamente e delimita-se o espaço das soluções viáveis, respectivamente.

O comportamento da estrutura é definido por expressões matemáticas que dependem das variáveis de projeto. Com isso, cada conjunto de valores dessas variáveis define uma configuração diferente para o projeto. Elas têm influência direta na função objetivo e são alteradas arbitrariamente em busca do resultado ótimo do problema.

A função objetivo depende diretamente das variáveis de projeto, ela pode ser minimizada ou maximizada a fim de se obter a solução ótima do problema. São exemplos de função objetivo: custo de fabricação, confiabilidade estrutural, estabilidade estrutural, etc.

As variáveis de projetos são parâmetros estruturais escolhidos arbitrariamente que permitem alterar arbitrariamente o sistema estrutural em estudo, de modo a melhorar seu desempenho.

As restrições de projeto são prescrições baseadas em critérios de limites de resistência ou de utilização referentes ao comportamento da estrutura, que definem o espaço de busca viável associado ao problema em estudo.

Logo, um problema de otimização pode ser representado da seguinte forma:

Encontrar um vetor  $x$ :

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (6.1)$$

que minimiza a função objetivo:

$$f_{obj} = f(x) \quad (6.2)$$

sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} g_i(x) &\leq 0; i = 1, \dots, m; \\ h_j(x) &= 0; j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (6.3)$$

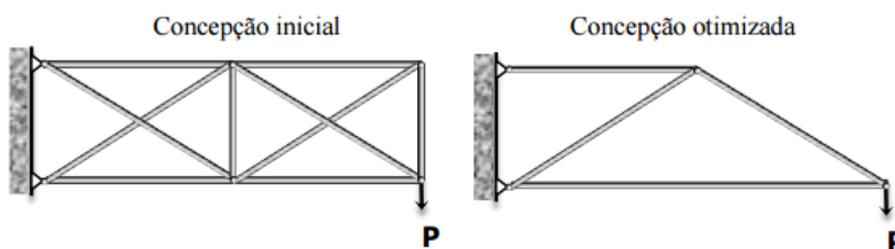
em que,  $g_i$  é a restrição de desigualdade,  $h_j$  é a restrição de igualdade,  $m$  é o número total de restrições de desigualdade e  $p$  é o número total de restrições de igualdade.

### 6.1. Tipos de otimização

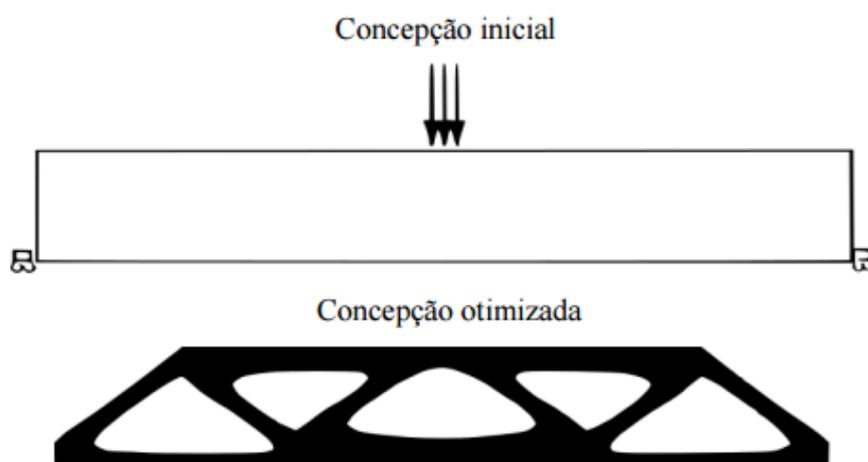
O processo de otimização pode ser dividido em três classes diferentes: topológica, de forma e dimensional.

Em estruturas, treliças ou pórticos, formadas por barras, a otimização topológica se preocupa com a quantidade e a distribuição de material na estrutura. Este tipo de otimização é a mais geral dentro do campo da otimização estrutural. Com a otimização topológica não é possível ter uma noção da forma ou topologia resultante, número de buracos, elementos, etc. Considera-se como variável de projeto a existência ou não de cada uma das barras da estrutura, sabendo que o problema de otimização se traduz na eliminação ou adição de elementos.

Na Figura 6.1 é apresentada uma treliça na qual se fez uma mudança na topologia, onde após a otimização alguns elementos da treliça foram retirados. No caso de problemas contínuos, algumas regiões do domínio podem ser subtraídas, como pode ser visto na Figura 6.2. Isto pode ser realizado através do uso de elementos finitos conjuntamente a técnicas de programação matemática.

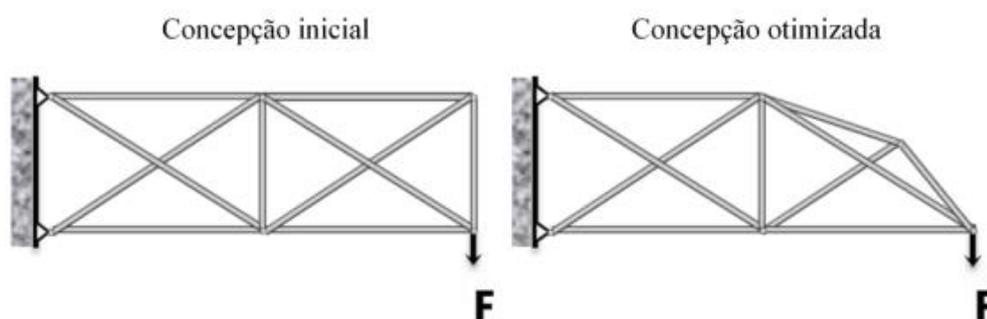


**Figura 6.1.** Otimização topológica de uma treliça (VÉLEZ, 2015).



**Figura 6.2.** Otimização topológica bidimensional (CHRISTENSEN E KLARBLING, 2009).

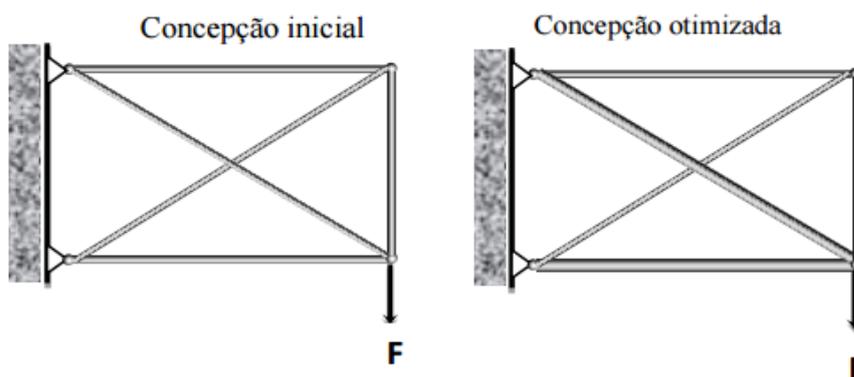
Na de otimização de forma, as coordenadas dos nós da estrutura são as variáveis de projeto. Neste problema não se altera a quantidade de elementos, mas apenas a posição e o comprimento deles modificando as coordenadas dos pontos nodais. Com isso, além das restrições usuais (deslocamento, tensões, frequências, comprimento de flambagem, etc.) devem-se incorporar restrições que evitem soluções hipoestáticas, Figura 6.3.



**Figura 6.3.** Otimização de forma (VÉLEZ, 2015).

Na otimização dimensional, as variáveis de projeto são as dimensões das seções transversais dos elementos da estrutura, como: altura, largura e até mesmo a área da seção transversal dos elementos. As coordenadas dos nós e a quantidade de elementos do sistema estrutural são fixos (VÉLEZ, 2015).

Como pode ser observado na Figura 6.4, na otimização dimensional, a topologia e a geometria da inicial da estrutura são mantidas, alterando-se apenas as áreas das seções transversais dos elementos.



**Figura 6.4.** Otimização dimensional (seção transversal dos elementos da treliça), (VÉLEZ, 2015).

## 6.2. Métodos de otimização

Na literatura podem ser evidenciados três conjuntos principais dos métodos de otimização (técnicas de busca): métodos determinísticos, métodos enumerativos e métodos estocásticos. A Tabela 6.1 apresenta uma classificação dessas técnicas.

Os métodos determinísticos, primeiro grupo da Tabela 6.1, associam algoritmos que utilizam o cálculo de derivadas e precisam de algum tipo de informação do gradiente na procura do extremo global. E isso pode ser um problema, pois a solução encontrada tem uma grande possibilidade de ser um extremo local. Além deste, são ineficientes quando aplicados a problemas que apresentam descontinuidade.

O método enumerativo é um método muito mais simples. O algoritmo procura todas as combinações possíveis de soluções em um espaço finito de busca ou um espaço contínuo e discreto. Esta técnica de busca é aplicável somente em de “dimensões pequenas”, pois a eficiência fica inviável para variáveis contínuas.

Em oposição a estes métodos, existem os chamados métodos estocásticos (aleatórios). Neste método, várias escolhas são feitas com base em números aleatórios, sorteados no momento de execução do código. Ou seja, este método não executa a mesma sequência de operações em duas execuções sucessivas.

Uma das maiores preocupações em um algoritmo de otimização é a robustez, ou seja, se o método é considerado robusto sua solução é mais confiável. Dentro do grupo de métodos estocásticos, encontram-se, por exemplo, os métodos de Enxame de Abelhas, Colônia de Formigas e de Algoritmos Genéticos (AGs).

**Tabela 6.1.** Técnicas de busca (SOARES, 1997).

|                      |                         |                          |                            |   |
|----------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------|---|
| Técnicas de Procura  | Métodos Determinísticos | Programação Linear       | Simplex                    |   |
|                      |                         | Programação Não-Linear   | Sem Cálculo de Derivadas   | Brent,Powell,Rosenbrock e outros        |
|                      |                         |                          | Com Cálculo de Derivadas   | DBrent,Gradient;Newto, Steepest,Descent |
|                      |                         |                          | Direções Conjugadas        | BFGS,DF0,Fletcher & Reeves.             |
|                      |                         |                          | Métodos das penalidades    | Exterior,Interior,Interior Extendida    |
|                      | Outros                  | Elipsóide, Grid          |                            |   |
|                      | Métodos Enumerativos    | Programação Dinâmica     |                            |   |
|                      | Métodos Estocásticos    | Computação Evolucionária | Estratégias Evolucionárias |   |
|                      |                         |                          | Algoritmos Genéticos       |   |
|                      |                         | Outros                   | Tabu                       |   |
| Recozimento Simulado |                         |                          |                            |   |

### 6.3. Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos são métodos estocásticos de busca inspirados na teoria Darwinista da evolução natural, onde os indivíduos de uma população são candidatos à solução do problema. Esses indivíduos são modificados por processos de seleção, recombinação e mutação, de forma a impulsionar a evolução dos indivíduos ao longo de sucessivas gerações, até identificar o indivíduo mais apto.

Segundo KOZA (1994), através de Algoritmos Genéticos é possível transformar uma população, cujos indivíduos têm uma certa aptidão associada, em uma nova população com indivíduos com melhores aptidões.

### 6.3.1. Terminologia em Algoritmos Genéticos

Os AGs estão baseados em fenômenos da Biologia, na teoria da evolução das espécies, portanto muitos termos são originados dela. A terminologia convencional, utilizada no estudo de otimização, é apresentada a seguir:

Gene é a quantidade de valores que pode tomar um parâmetro; pode ser discreta e deve-se ter em conta que quanto maior o número, mais complexo se torna o espaço de busca. Nas aplicações do presente estudo, gene seria o conjunto de perfis estruturais disponíveis para a solução.

O Alelo representa cada um dos possíveis valores que o gene pode assumir, ou seja, se o gene é o conjunto de perfis estruturais disponíveis, o alelo representa cada um dos perfis estruturais disponibilizados no banco de dados.

O indivíduo é formado por um conjunto de genes, gerando uma cadeia de caracteres. Cada cromossomo representa uma estrutura de dados que codifica uma solução para o problema. Logo, nos casos empregados, o indivíduo seria o conjunto de perfis estruturais que definem um pórtico candidato a solução.

População é um conjunto de indivíduos que representam as possíveis soluções avaliadas durante uma geração (iteração). Ou seja, o conjunto de pórticos candidatos à solução.

As gerações dizem respeito à evolução que as populações vão tendo ao longo do tempo em função da aplicação dos operadores genéticos de reprodução.

### 6.3.2. Operadores genéticos

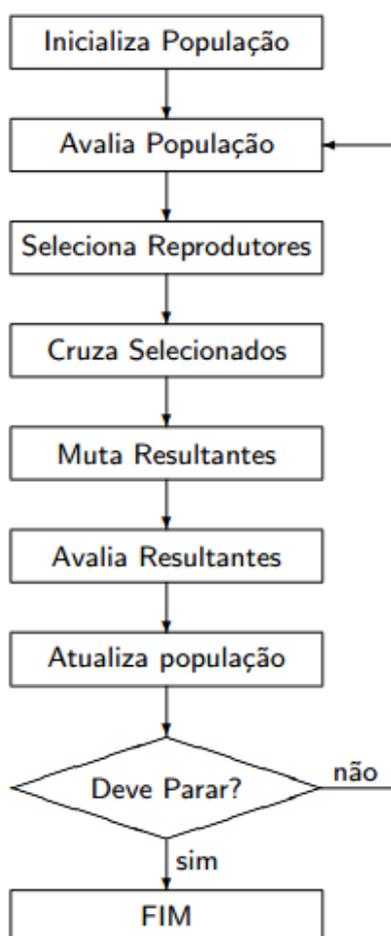
O princípio básico dos operadores genéticos é fazer a transformação da população através de sucessivas gerações, da mesma forma que acontece na natureza. Os operadores genéticos são necessários para a diversificação da população, mantendo as características de adaptação adquiridas nas gerações passadas.

Na Figura 6.5 é apresentado um esquema de funcionamento de um Algoritmo Genético, destacando os operadores no fluxograma.

No processo de otimização, em geral, são utilizados os seguintes operadores: iniciação, reprodução e mutação. Seguindo o fluxograma, têm-se o operador de

iniciação que é responsável pela geração da população inicial e de reinicializar uma população em determinadas condições. Geralmente é feito através da geração de um conjunto de genes de cada indivíduo, em outras palavras, um conjunto de perfis gerando cada um dos pórticos da população.

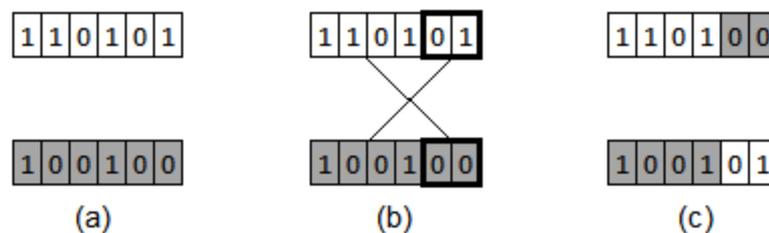
Posteriormente, têm-se os operadores de reprodução, esses comandam o processo de busca. O ciclo reprodutivo possui 3 passos: a seleção dos pais, o cruzamento dos pais para gerar novos indivíduos e a mutação que altera em maior ou menor medida o cromossomo dos novos filhos.



**Figura 6.5.** Fluxograma de otimização utilizando AGs, modificado de ZOU *et al.* (2011).

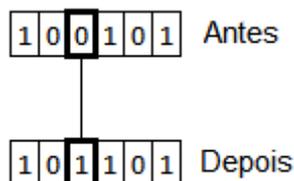
A seleção dos pais é feita de forma aleatória para assim dar início ao cruzamento. O cruzamento é o operador responsável pela recombinação de características dos pais durante a reprodução, permitindo que as próximas gerações herdem essas características, Figura 6.6. Quanto maior for esta taxa de cruzamento, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população. No entanto, se

esta for muito alta, pode ocorrer a perda de candidatos a solução com boas aptidões. E com um valor baixo da taxa de cruzamento, o algoritmo pode tornar-se muito lento.



**Figura 6.6.** Cruzamento. (a) pais, (b) cruzamento e (c) filhos.

O operador de mutação é imprescindível para a introdução e manutenção da diversidade genética da população, alterando arbitrariamente um ou mais componentes de um indivíduo candidato a solução do problema, Figura 6.7. Desta forma, a mutação assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do espaço de busca nunca seja zero, além de contornar o problema de mínimos locais, pois com este mecanismo, altera-se a direção da busca. Uma baixa taxa de mutação previne que uma dada posição fique estagnada em um valor, além de possibilitar que se chegue em qualquer ponto do espaço de busca. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória.



**Figura 6.7.** Mutação de um indivíduo.

Os critérios de parada do Algoritmo Genético podem variar de acordo com as opções desejadas. Uma das formas é definir um número total de gerações a serem realizadas no processo de otimização. Outra maneira é aplicá-lo até que a função objetivo não apresente significativa alteração em gerações sucessivas.

### 6.3.3. Vantagens e desvantagens dos Algoritmos Genéticos

Mesmo sendo destacado como abordagens mais promissoras para problemas de otimização, os AGs possuem vantagens e desvantagens na sua utilização, CASTRO (2001), GUERRA (2008) e CASTRO (2005).

A seguir, são resumidas as principais vantagens dos AGs quando comparados a outras metodologias de otimização:

- Apresentam um bom desempenho numérico para uma grande escala de problemas;
- São de fácil implementação numérica e proporcionam maior flexibilidade no tratamento do problema a ser resolvido;
- Funcionam tanto com parâmetros contínuos como discretos ou uma combinação deles;
- São mais robustos e menos suscetíveis a obter ótimos locais devido aos operadores genéticos serem probabilísticos;
- Otimizam simultaneamente um grande número de variáveis;
- Não precisa de computadores com processadores de grande desempenho;
- Realizam buscas simultâneas em várias regiões do espaço de busca, pois trabalham com uma população e não com simples indivíduos;
- São flexíveis com restrições arbitrárias;
- O campo de aplicação é em problemas complexos, com múltiplos mínimos e/ou máximos;

Assim como as vantagens apresentadas, os Algoritmos Genéticos ainda não são suficientes para inúmeros problemas. FOGEL (1997) descreve algumas desvantagens:

- Em geral, requer grande número de iterações para encontrar o ótimo global do problema;
- Caso não seja configurado adequadamente, pode levar inoportunamente à convergência do problema em um ótimo local;
- Pode ser necessário um grande número de avaliações da função de aptidão no processo de busca;
- As configurações das variáveis e a escolha dos operadores geram um número grande de combinações de parâmetros a serem investigados

## CAPÍTULO VII – MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo a descrição genérica de um problema de otimização, apresentada no capítulo IV, é reescrita para a definição da metodologia de projeto ótimo que minimize o custo de fabricação de pórticos planos de aço.

O modelo matemático é idealizado a partir de um problema de otimização dimensional, que tem como objetivo minimizar o custo de fabricação de pórtico de aço, através da escolha de perfis estruturais ótimos para cada elemento da estrutura e, simultaneamente, a definição do grau de rigidez rotacional ideal para as ligações viga-coluna. As restrições de projeto consideradas estão baseadas no comportamento mecânico da estrutura e seguem as recomendações das normas vigentes.

A formulação matemática para a função objetivo e para as restrições, é retratada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } C &= c_a \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{nc} (A_i \cdot \gamma_i \cdot L_i) + \sum_{i=nc+1}^{ne} \left[ \gamma_i A_i L_{b,i} + \sum_{k=1,2} (m_{eq}) \right] \right\} \\
 \text{Sujeito a } g_i^\sigma &\leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, ne \\
 g_j^\delta &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, ne
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

em que  $C$  é o custo total da estrutura,  $c_a$  é o custo unitário do aço (por kg),  $A_i$ ,  $L_i$  e  $\gamma_i$  são, respectivamente, a área da seção transversal do perfil, o comprimento do elemento e a densidade do  $i$ -ésimo elemento,  $n_e$  é o número total de elementos,  $n_c$  é o número total de colunas do pórtico e  $m_{eq}$  representa a massa equivalente das ligações viga-coluna semirrígidas.

Para a determinação do custo das ligações viga-coluna semirrígidas, utiliza-se o conceito de massa equivalente ( $m_{eq}$ ), que segundo SANCHÉZ (2013), é dada por:

$$m_{eq} = \alpha + \beta \cdot S_i \tag{7.2}$$

em que  $S_i$  é o valor da rigidez rotacional da ligação (kNm/rad) e os parâmetros de custo  $\alpha$  e  $\beta$  dependem do tipo de ligação.

Os parâmetros de custo  $\alpha$  e  $\beta$  são obtidos por meio de ajustes por mínimos quadrados, considerando os custos calculados para um conjunto de ligações semirrígidas, ou seja, com rigidezes variáveis. Dessa forma, o custo de uma ligação

semirrígida usada nesta pesquisa é encontrado de acordo com o valor da rigidez rotacional inicial da ligação, como apresentados na Tabela 7.1.

**Tabela 7.1.** Parâmetro de custos para ligações semirrígidas (SANCHÉZ, 2013).

| Tipo de Ligação                                | $\alpha$ (kg) | $\beta$ (kNm/rad) |
|--|---------------|-------------------|
| Chapa de extremidade com enrijecedor de coluna | 90,103        | 0,000615          |
| Chapa de extremidade                           | 43,176        | 0,000335          |

Nesta pesquisa são utilizadas somente ligações de chapa de extremidade estendida sem enrijecedor de coluna, ou seja,  $\alpha = 43,176$  e  $\beta = 33,5 \times 10^{-5}$ .

A função objetivo a ser minimizada é o custo de fabricação do pórtico. A mesma é avaliada através do custo dos perfis estruturais comerciais dos elementos que conformam o pórtico e o custo das ligações viga-coluna. As variáveis de projeto são os códigos identificadores dos perfis comerciais catalogados dentro de um banco de dados e as rigidezes rotacionais das ligações viga-coluna; as primeiras são tratadas como sendo variáveis discretas e as segundas variáveis contínuas.

A NBR 8800 (ABNT, 2008) estabelece requisitos para o Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), que serviram de base para a definição das restrições de deslocamentos do problema. As desigualdades  $g_i^\sigma$  e  $g_j^\delta$  representam as restrições de projeto associadas a resistência mecânica dos elementos e aos deslocamentos nodais significativos da estrutura, respectivamente.

De acordo com o manual do MATLAB (MATHWORKS INC, 2015), o problema padrão de otimização a ser transformado pelo Algoritmo Genético pelo método Lagrangeano Aumentado (ALGA) é:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) \\
 & c_i(x) \leq 0, \quad i, \dots, m \\
 & ceq_i(x) \leq 0, \quad j, = m + 1, \dots, mt \\
 & A \cdot x \leq b \\
 & A_{eq} \cdot x \leq b_{eq} \\
 & lb \leq x \leq ub
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

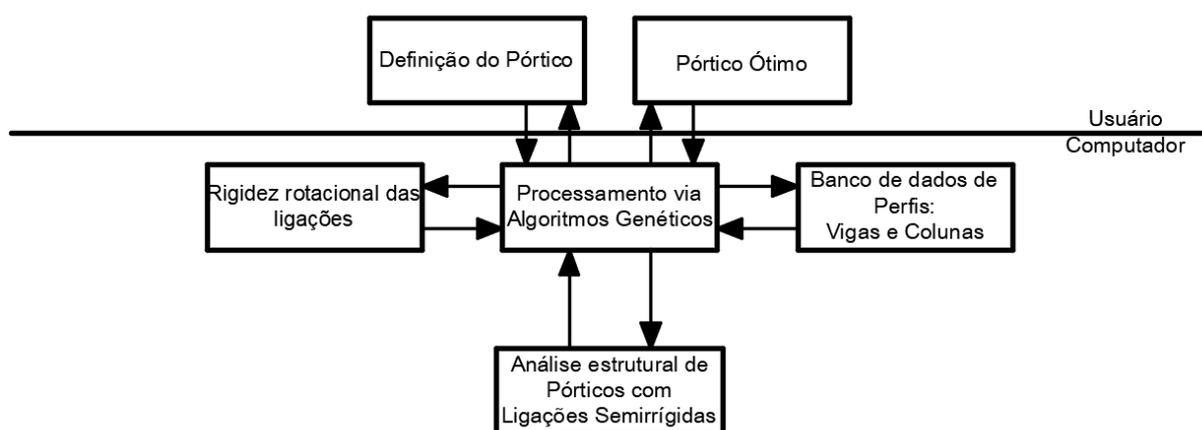
sendo,  $f(x)$  a função objetivo a ser minimizada,  $c(x)$  representa as restrições de desigualdade não lineares,  $ceq(x)$  representa as restrições de igualdade,  $m$  representa o número de restrições de desigualdade não lineares, e  $mt$  é o número total de restrições não lineares.  $A$  e  $A_{eq}$  são matrizes com restrições lineares de desigualdade e igualdade,  $b$  e  $b_{eq}$  são os termos independentes das restrições lineares.  $L_b$  e  $u_b$  são as restrições inferiores e superiores das variáveis empregadas.

O Algoritmo Genético do toolbox de otimização do MATLAB® disponibiliza o método Lagrangeano Aumentado (ALGA) para transformar um problema padrão restrito, com restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade, em um problema irrestrito (sem restrição). Essa transformação resulta em um subproblema que é constituído por um somatório da função objetivo e das restrições penalizadas pelo método Lagrangeano Aumentado.

### 7.1. Módulos computacionais

Neste tópico é descrita a forma de utilização dos módulos computacionais desenvolvidos nesta pesquisa.

O programa é dividido basicamente em três etapas: entrada de dados, processamento e resultados, como pode ser observado na Figura 7.1, explicadas posteriormente.



**Figura 7.1.** Fluxograma do programa computacional.

### 7.1.1. Entrada de dados

A primeira etapa consiste na entrada de dados gerais de otimização, como a definição da geometria, tipos de apoios e carregamentos do pórtico a ser otimizado. Esses dados de entrada são organizados em arquivos neutros (tipo texto: nome\_arq.txt), com as coordenadas dos nós da estrutura, grupos de perfis, grupos de ligações, características do material, carregamentos concentrados e distribuídos atuantes e as condições de contorno. Um exemplo com as informações contidas no arquivo de dados de entrada pode ser observado no Apêndice B.

### 7.1.2. Processamento

A segunda etapa consiste no módulo de otimização (processamento), dividido basicamente em três rotinas computacionais. A primeira é a calibração dos parâmetros do AG, a segunda visa o cálculo das restrições de projeto e a terceira o cálculo da função objetivo. Nesta etapa, o programa apresenta graficamente a imagem da estrutura, para o usuário visualizar e verificar os dados de entrada.

De acordo com os dados inseridos a partir do arquivo texto, são definidos os parâmetros estruturais fixos, que não variam durante o processo de otimização. Em seguida, são definidos os parâmetros de controle do Algoritmo Genético, como: tamanho da população, quantidade de gerações, taxa de elitismo, taxa de *crossover*, tolerâncias da função objetivo e das restrições, etc. Prossegue-se o processamento calculando as restrições de projeto e a função objetivo. Nesta etapa é acionado o módulo de análise estrutural. Neste módulo é executado o mapeamento, ou seja, para cada indivíduo da população são avaliadas as variáveis de projeto (cromossomos). Através desse mapeamento e da codificação destes resultados, são identificados os perfis estruturais e o grau de rigidez rotacional das ligações viga-coluna. Em seguida, as informações de análise estrutural são atualizadas.

### 7.1.3. Resultados

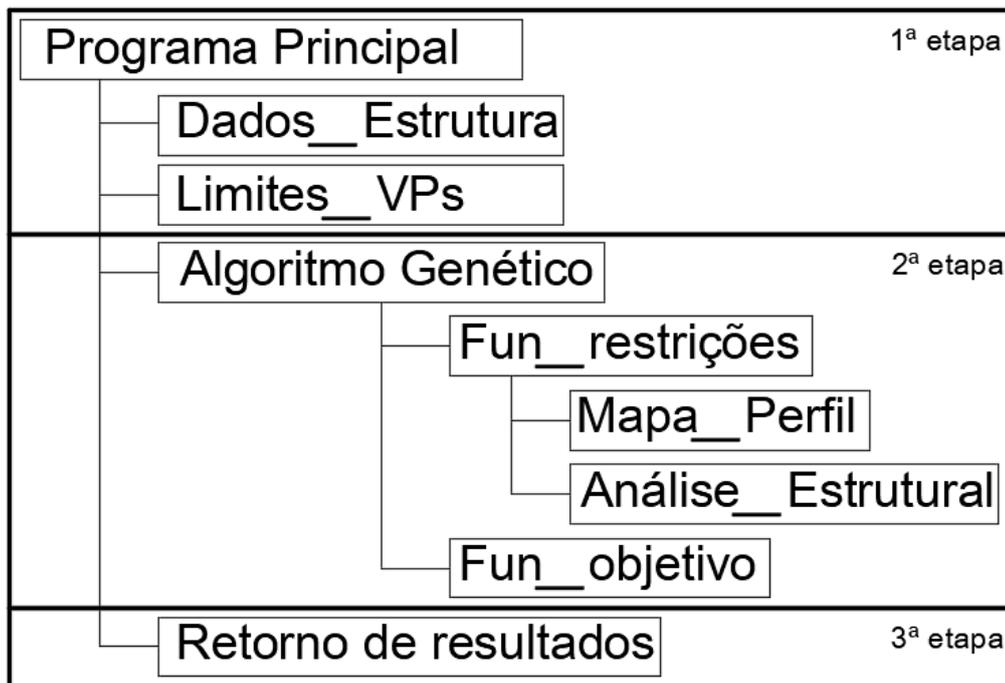
A terceira e última etapa consiste na apresentação dos resultados da otimização, com a apresentação da nomenclatura dos perfis ótimos selecionados para cada grupo de elemento da estrutura e o valor da rigidez rotacional ótima das ligações viga-coluna da estrutura. É apresentado o histórico de otimização, gráfico das

gerações, contendo o valor médio e o melhor valor encontrado a cada geração, e também, gráficos para a visualização das restrições ativas de projeto, e também, são apresentados o peso total e o custo total de fabricação do pórtico ótimo.

## 7.2. Diagrama das ferramentas computacionais

É apresentado um diagrama com rotina de leitura das ferramentas computacionais dentro da plataforma MATLAB, Figura 7.2, que representa os módulos computacionais descritos no tópico anterior. As funções descritas têm as seguintes atribuições:

- Programa Principal: faz-se a leitura de todas as informações antes do processamento via Algoritmos Genéticos.
- Dados\_Estrutura: faz-se a leitura das informações da estrutura apresentadas pelo usuário através de um arquivo (.txt) e transforma-as em parâmetros para otimização.
- Limites\_VPs: é a função onde o usuário pode configurar os limites das variáveis de projeto. Como por exemplo, diminuir ou aumentar o número de perfis presentes no banco de dados e também alterar os valores (máximos e mínimos) do fator de rigidez da ligação.
- Fun\_restrições: calculam-se todas as funções de restrições que são prescritas pela NBR 8800 (ABNT, 2008), Capítulo V.
- Mapa\_perfil: é basicamente o banco de dados dos perfis estruturais. Estão presentes nesta função todas as características dos perfis que podem ser selecionados.
- Análise\_Estrutural: todas as informações apresentadas no Capítulo III deste estudo, estão implementados nesta função. Além das funções para o cálculo dos esforços nos elementos da estrutura.
- Fun\_objetivo: função onde está descrita a função objetivo que deverá ser minimizada na otimização.
- Retorno a função de Programa Principal: apresenta todos os resultados obtidos na otimização, gerando relatórios e gráficos do pórtico otimizado.



**Figura 7.2.** Diagrama com a rotina de leitura das funções computacionais.

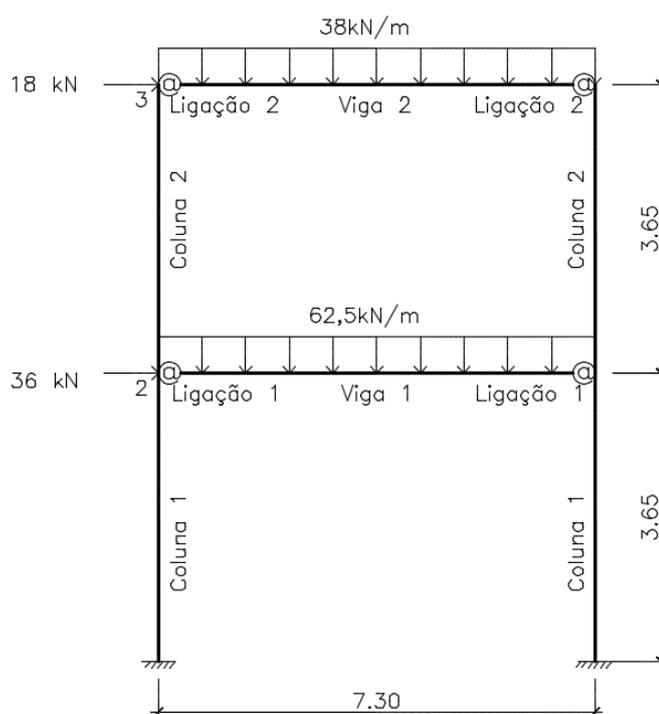
## CAPÍTULO VIII – APLICAÇÕES

Este capítulo tem como propósito apresentar algumas aplicações e discutir alguns resultados obtidos através da metodologia para o dimensionamento ótimo de pórticos de aço com ligação viga-pilar semirrígida proposta nesta dissertação.

Quanto as configurações dos parâmetros do Algoritmo Genético, como o tamanho da população, taxa de elitismo, taxa de cruzamento (*crossover*) e o número de gerações, vários testes foram realizados para cada exemplo a fim de encontrar a configuração que produzisse o melhor resultado.

### 8.1. Aplicação 1

Como primeira aplicação, utilizou-se um pórtico simples de 1 vão e 2 andares, trata-se de um pórtico plano que contém 6 elementos, dispostos em dois pavimentos, um vão e quatro ligações viga-coluna. A geometria, os carregamentos e os grupos dos elementos da estrutura estão representados na Figura 8.1. A estrutura também foi estudada por SIMÕES (1996), onde a estrutura foi otimizada de duas maneiras, utilizando somente ligações rígidas, e posteriormente, considerou-se a flexibilidade da ligação viga-pilar.



**Figura 8.1.** Pórtico 1: 2 pavimentos e 1 vão, adaptado de SIMÕES (1996).

Semelhante ao estudo que serve de comparação, foram definidas quatro variáveis de projeto associadas aos perfis estruturais, uma para cada grupo de elementos da estrutura e mais duas variáveis de projeto associadas as rigidezes rotacionais iniciais de cada grupo das ligações viga-coluna. As rigidezes rotacionais das ligações foram consideradas variáveis contínuas enquanto que os perfis estruturais variáveis discretas. No processo de otimização, os perfis são selecionados a partir de um banco de dados com 128 perfis obtidos de fabricantes nacionais.

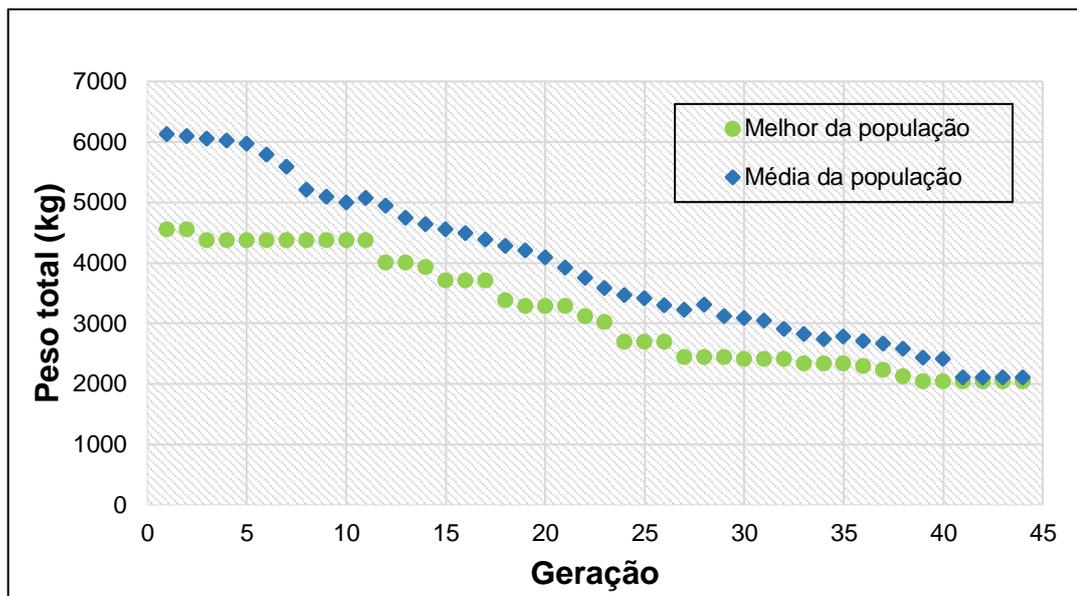
Para a resolução desta aplicação, foi utilizado a seguinte configuração dos parâmetros do Algoritmo Genético: foi adotada uma população com 100 indivíduos, com 36 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,36 e um operador crossover de 0,85.

**Tabela 8.1.** Configuração do Algoritmo Genético.

| Configuração do Algoritmo Genético |           |
|------------------------------------|-----------|
| <i>Population Size</i>             | 100       |
| <i>Generetaion</i>                 | 50        |
| <i>Elite Count</i>                 | 36        |
| <i>Crossover Fraction</i>          | 0,85      |
| <i>StallGenLimit</i>               | 25        |
| <i>Initial Penalty</i>             | 10        |
| <i>Penalty Factor</i>              | 100       |
| <i>TolFun</i>                      | $10^{-2}$ |
| <i>TolCon</i>                      | $10^{-2}$ |

Visando posterior comparação de resultados, para esta aplicação são considerados a tensão de escoamento do aço  $f_y = 250$  MPa, o módulo de elasticidade de  $E = 206$  GPa e o custo unitário do aço de 3,70 reais/kg.

Para a obtenção da configuração ótima, foram necessárias 44 gerações com um tempo de execução de 36 segundos. Na Figura 8.2, é apresentado o histórico de otimização com a representação do peso estrutural a cada iteração executada até atingir o critério de parada. Como resultado ótimo obteve-se uma massa de 2.042,72 kg, tendo um custo de R\$ 7.558,06.



**Figura 8.2.** Histórico do processo de otimização com ligações semirrígidas.

Os perfis ótimos encontrados no processo de otimização e as rigidezes ótimas das ligações estão relacionados na Tabela 8.2, onde também estão listados os resultados obtidos por Simões (1996). Os pesos dos perfis em kg/m estão especificadas em parênteses após a nomenclatura e os valores do fator de rigidez das ligações também estão especificados em parênteses após o valor da rigidez rotacional da ligação.

**Tabela 8.2.** Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

| Variáveis de Projeto | Simões (1996)   |                | Presente Trabalho Semirrígida |
|----------------------|-----------------|----------------|-------------------------------|
|                      | Rígida          | Semirrígida    |                               |
| Coluna 1             | IPE 450 (77,6)  | IPE 400 (66,3) | I 360 x 44,6                  |
| Coluna 2             | IPE 450 (77,6)  | IPE 400 (66,3) | I 360 x 58,0                  |
| Viga 1               | IPE 550 (105,0) | IPE 500 (90,7) | I 530 x 82,0                  |
| Viga 2               | IPE 450 (77,6)  | IPE 400 (66,3) | I 360 x 64,0                  |
| Ligação 1 (kNm/rad)  | Rígida          | 59.000 (0,59)  | 29.426 (0,43)                 |
| Ligação 2 (kNm/rad)  | Rígida          | 38.000 (0,66)  | 53.015 (0,77)                 |

O peso e o custo total do pórtico após a otimização estão representados na Tabela 2. O cálculo do custo total da estrutura obtida por Simões (1996) foi estimado segundo a Equação 7.1.

A partir da Tabela 8.3 pode-se observar que, comparando os resultados obtidos no presente estudo com o projeto com ligações rígidas desenvolvido por SIMÕES

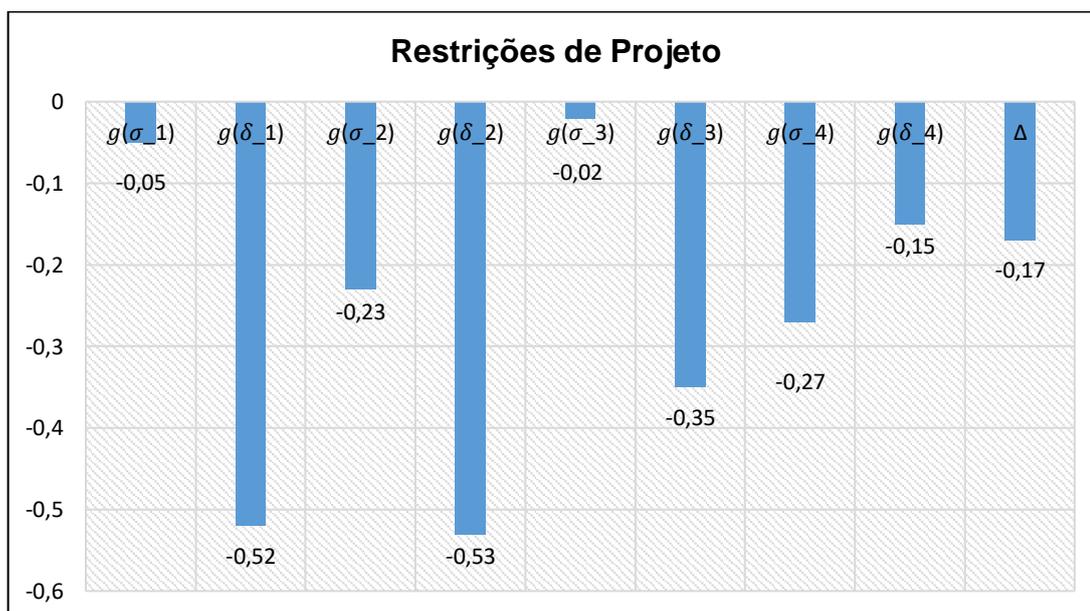
(1996), obtém-se uma redução de 34% no custo final. Já relacionando as duas estruturas com ligações semirrígidas, atinge-se uma redução de 15%.

**Tabela 8.3.** Custo total do pórtico.

| (R\$)              | Simões (1996)   |                | Ferreira (2018) |
|--------------------|-----------------|----------------|-----------------|
|                    | Rígida          | Semirrígida    | Semirrígida     |
| Custo das ligações | 1040,6 (123%)   | 879,47 (104%)  | 843,39 (100%)   |
| Custo dos perfis   | 9137,52 (136%)  | 7822,17 (116%) | 6714,69 (100%)  |
| Custo total        | 10178,12 (134%) | 8701,64 (115%) | 7558,06 (100%)  |

Dando ênfase apenas no custo das ligações, têm-se uma diferença de 23% com o custo das ligações rígidas e 4% das semirrígidas. Porém, no custo total da estrutura esse valor não apresenta tanta significância devido ao seu baixo valor comparado aos dos perfis estruturais.

A Figura 8.3 mostra graficamente os valores das restrições para a configuração ótima obtida.



**Figura 8.3.** Restrições de projeto.

em que  $g(\sigma_1)$  e  $g(\sigma_2)$  são, respectivamente, esforço interno das colunas dos grupos 1 e 2;  $g(\delta_1)$  e  $g(\delta_2)$  são, respectivamente, o deslocamento horizontal máximo das colunas dos grupos 1 e 2;  $g(\sigma_3)$  e  $g(\sigma_4)$  são, respectivamente, esforço interno das vigas 3 e 4;  $g(\delta_3)$  e  $g(\delta, 4)$  são, respectivamente, a flecha da vigas 3 e 4;  $g(\Delta)$  é o deslocamento lateral máximo do pórtico.

As restrições de tensão  $g(\sigma)$ , flecha  $g(\delta)$  e deslocamento lateral  $\Delta$  ficaram abaixo da tolerância estabelecida, ou seja, valores menores que zero atendem as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008).

Para esta configuração ótima, as restrições de projeto que limitam a redução da função objetivo (restrições ativas), foram o esforço interno na coluna 1 e na viga 3. O deslocamento lateral máximo no topo do pórtico  $g(\Delta)$  atingiu um valor de 1,5 cm e tinha como limite 1,825 cm. Tanto a restrição  $g(\sigma,1)$  quanto  $g(\sigma,3)$  podem ser consideradas restrições ativas, pois os valores estão dentro de uma tolerância próxima de zero.

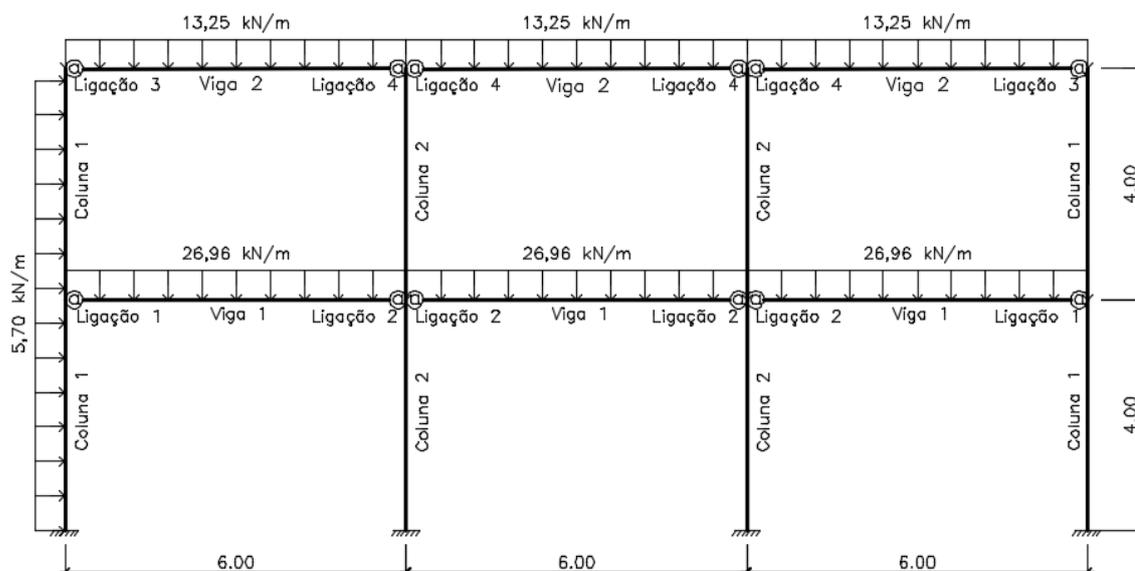
### 8.1.1. Comentários

A discrepância entre os resultados do presente trabalho e da referência utilizada pode ser justificada pelo critério de busca adotado. No estudo de SIMÕES (1996) utilizou-se a abordagem de programação matemática, que é uma busca mais exaustiva e menos “robusta”. Ou seja, esse tipo de programação possui uma menor habilidade de gerar bons resultados em condições diversas.

Pode ser observado também que os resultados referentes ao custo das ligações não foram muito diferentes, acontecimento que pode ser justificado pela semelhança da aplicação dos efeitos do fator rigidez.

## 8.2. Aplicação 2

Esta segunda aplicação, estudada por SANCHÉZ & ESPÍN (2013), considerando os efeitos da semirrigidez da ligação, trata-se de um pórtico plano com 14 elementos, dispostos em dois pavimentos e três vãos. São definidos quatro grupos de elementos para a estrutura divididos em colunas de extremidade, colunas internas, vigas do primeiro pavimento e vigas do segundo pavimento, e mais quatro grupos para as ligações divididas em ligações de extremidade do primeiro pavimento, ligações internas do primeiro pavimento, ligações de extremidade do segundo pavimento e ligações internas do segundo pavimento. A geometria da estrutura, os carregamentos e os grupos dos elementos estão representados na Figura 8.4.



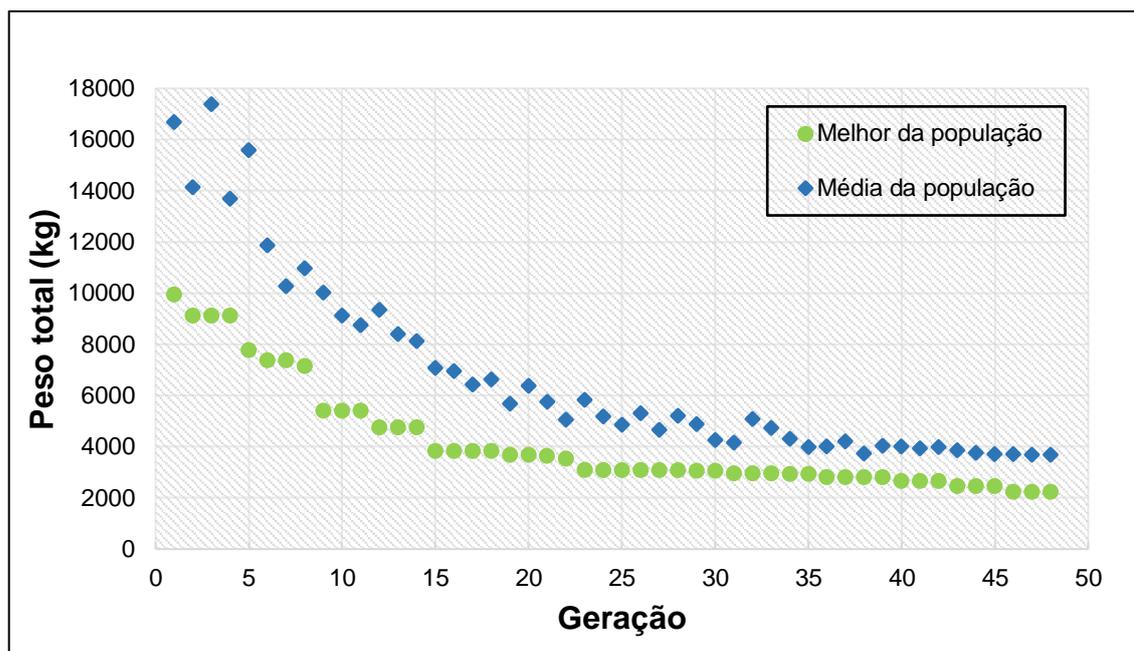
**Figura 8.4.** Pórtico 2: 2 pavimentos e 3 vãos.

Como na primeira aplicação, trata-se de um problema de otimização com variáveis contínuas que são os casos dos valores da rigidez rotacional das ligações e variáveis discretas que são os perfis para cada grupo de elemento. No projeto, os perfis são selecionados a partir de uma tabela de 128 perfis nacionais.

Para a resolução desta aplicação, foi utilizado a seguinte configuração dos parâmetros do Algoritmo Genético: uma população com 85 indivíduos, com 36 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,36 e um operador crossover de 0,85.

Para todos os elementos adotou-se o módulo de elasticidade  $E = 210$  GPa, uma tensão de escoamento  $f_y = 250$  MPa e o custo unitário do aço de 3,70 reais/kg.

Para a obtenção da configuração ótima foram necessárias 48 gerações com um tempo de execução de 65 segundos. Na Figura 8.5 é apresentado o histórico do processo de otimização com a representação do peso da estrutura a cada iteração até atingir o critério de parada. Como resultado ótimo obteve-se uma massa de 2.327,60 kg, tendo um custo de R\$ 10.476,11.



**Figura 8.5.** Histórico do processo de otimização com ligações semirrígidas.

Os perfis da configuração ótima obtida bem como as rigidezes das ligações estão relacionados na Tabela 8.4, onde também estão listados os resultados obtidos por SANCHÉZ & ESPÍN (2013). As massas unitárias dos perfis em kg estão especificadas em parênteses após a nomenclatura dos perfis e os valores do fator de rigidez das ligações também estão especificados em parênteses após o valor da rigidez rotacional da ligação.

**Tabela 8.4.** Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

| Variáveis de Projeto | Sánchez & Espín (2013) | Presente Trabalho |
|----------------------|------------------------|-------------------|
| Coluna 1             | HEB 120 (26,7)         | H 150 x 22,5      |
| Coluna 2             | HEB 160 (42,6)         | H 200 x 35,9      |
| Viga 1               | IPE 300 (42,2)         | I 310 x 38,7      |
| Viga 2               | IPE 240 (30,7)         | I 310 x 38,7      |
| Ligação 1 (kNm/rad)  | 14.900 (0,63)          | 10.211 (0,53)     |
| Ligação 2 (kNm/rad)  | 20.500 (0,70)          | 12.037 (0,58)     |
| Ligação 3 (kNm/rad)  | 7.000 (0,63)           | 30.077 (0,77)     |
| Ligação 4 (kNm/rad)  | 16.300 (0,80)          | 16.148 (0,64)     |

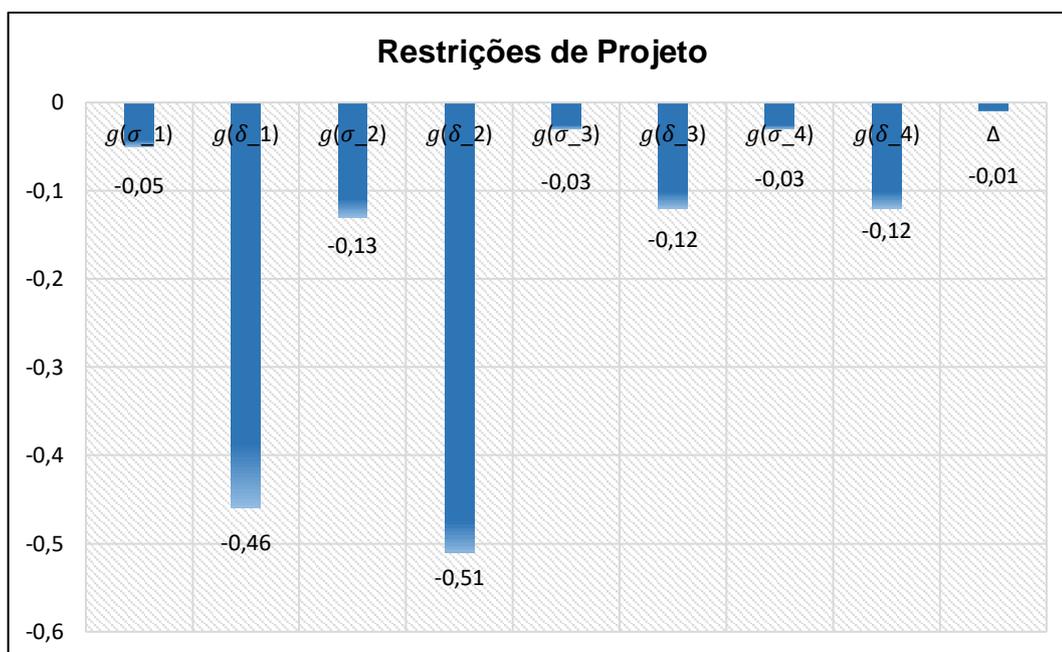
O custo final obtido da estrutura, Tabela 8.5, foi de 4% a menos comparado aos resultados de Sánchez & Espín (2013), mostrando que o presente programa está

condizente com os resultados obtidos na literatura. As rigidezes das ligações também são semelhantes, estando o fator de rigidez dentro do intervalo: 0,53 a 0,80.

**Tabela 8.5.** Custo total do pórtico.

| R\$                | Sánchez & Espín (2013) | Ferreira (2018)   |
|--------------------|------------------------|-------------------|
| Custo das ligações | 2.153,76 (100%)        | 2.154,99 (100,1%) |
| Custo dos perfis   | 8.960,29 (104%)        | 8.612,12 (100%)   |
| Custo total        | 11.114,05 (103%)       | 10.767,11 (100%)  |

Na solução ótima obtida, as restrições de tensão, flecha e deslocamento lateral ficaram abaixo da tolerância estabelecida. A Figura 8.6 mostra graficamente os valores das restrições para a configuração ótima obtida.



**Figura 8.6.** Restrições de projeto.

em que  $g(\sigma_1)$  e  $g(\sigma_2)$  são, respectivamente, esforço interno das colunas dos grupos 1 e 2;  $g(\delta_1)$  e  $g(\delta_2)$  são, respectivamente, o deslocamento horizontal máximo das colunas dos grupos 1 e 2;  $g(\sigma_3)$  e  $g(\sigma_4)$  são, respectivamente, esforço interno das vigas 3 e 4;  $g(\delta_3)$  e  $g(\delta_4)$  são, respectivamente, a flecha das vigas 3 e 4;  $g(\Delta)$  é o deslocamento lateral máximo do pórtico.

Para esta configuração ótima, as restrições de projeto que limitam a redução da função objetivo (restrições ativas) foram o deslocamento lateral máximo do pórtico

( $g(\Delta)$ ) e os esforços internos nos elementos 3 e 4 ( $g(\sigma)$ ), que atingiram aproximadamente 100% da máxima capacidade prescrita em norma.

### **8.2.1. Comentários**

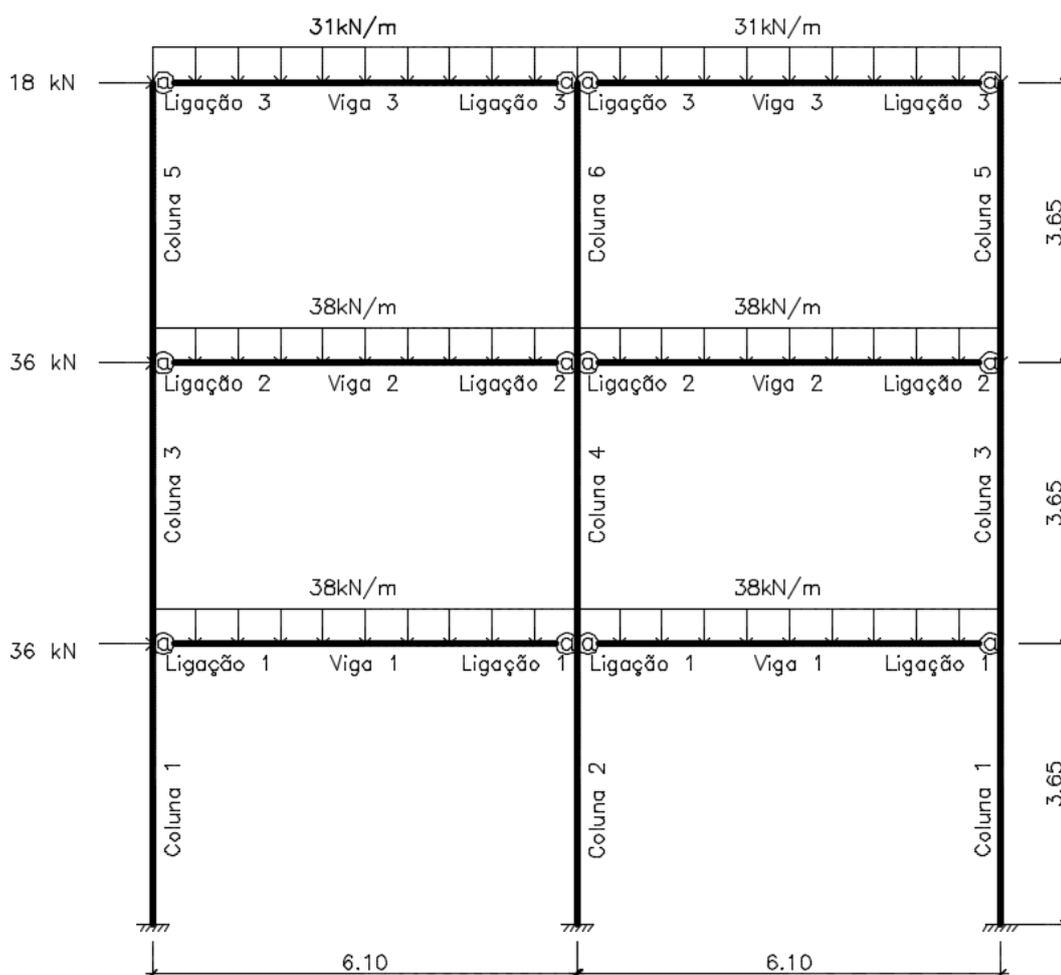
Na pesquisa desenvolvida por SÁNCHEZ & ESPÍN (2013), utilizou-se a técnica de busca de algoritmos genéticos e o método das componentes. Logo, por se tratar de um estudo que utilizou técnicas de busca e método de otimização semelhante ao usado no presente estudo, seria conveniente que os resultados fossem similares.

Sendo assim, esta aplicação passa a ser mais uma validação de que o programa de otimização desenvolvido nesta pesquisa é eficiência e apresenta resultados relevantes.

### **8.3. Aplicação 3**

Na terceira aplicação, estudada por SIMÕES (1996), aplicando os efeitos da semirrigidez da ligação, trata-se de um pórtico plano com 15 elementos, dispostos em três pavimentos e dois vãos. São definidos nove grupos de elementos para a estrutura divididos em colunas de extremidade do primeiro, segundo, terceiro pavimento, colunas internas do primeiro, segundo, terceiro pavimento, vigas do primeiro, segundo e terceiro pavimento, e mais três grupos para as ligações divididas em ligações de cada pavimento. Os grupos são definidos da seguinte forma: grupos para as colunas de extremidade e grupos para as colunas centrais em cada pavimento, grupos para vigas e ligações em cada pavimento.

A geometria da estrutura, os carregamentos e os grupos dos elementos estão representados na Figura 8.7.

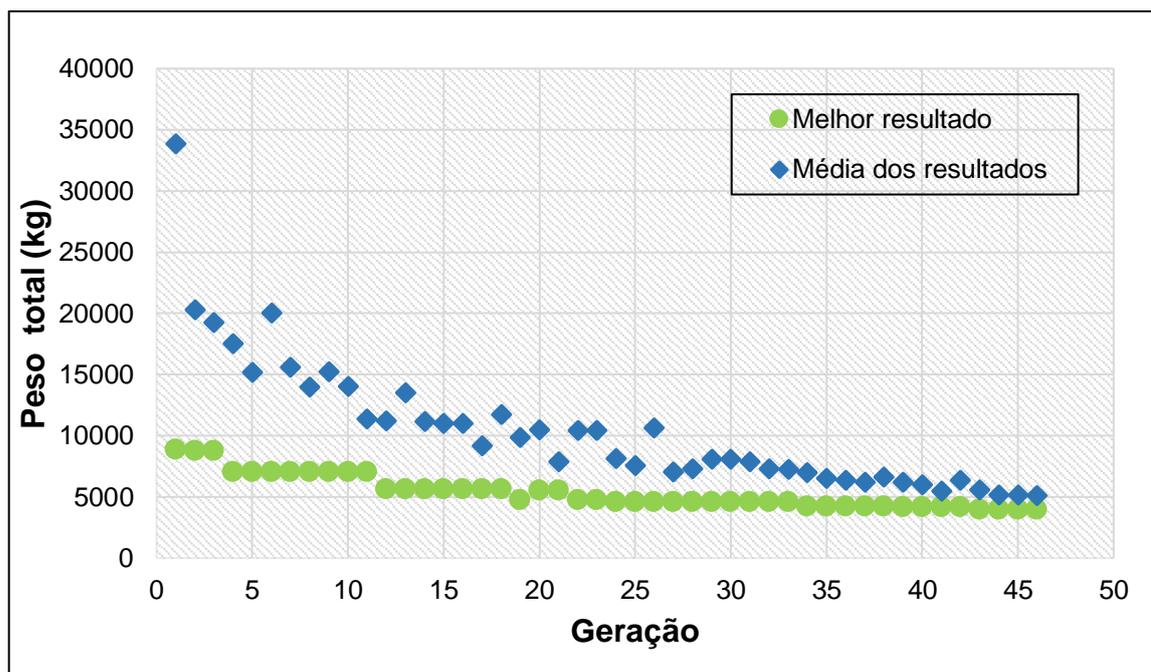


**Figura 8.7.** Pórtico 3: 3 pavimentos e 2 vãos.

Para a resolução desta aplicação foi utilizada a seguinte configuração dos parâmetros do Algoritmo Genético: uma população com 80 indivíduos, com 40 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,40 e um operador crossover de 0,85.

Para todos os elementos adotou-se o módulo de elasticidade,  $E = 206$  GPa, uma tensão de escoamento  $f_y = 250$  MPa e o custo unitário do aço de 3,70 reais/kg.

Para a convergência do resultado foram necessárias 46 gerações com um tempo de execução de 62 segundos. Na Figura 8.8 é apresentado o histórico do processo de otimização com a representação do peso da estrutura a cada geração executada até atingir o critério de parada. Na configuração ótima tem-se a massa de 3.998,75 kg, convertendo num custo de R\$ 14.795,38.



**Figura 8.8.** Histórico do processo de otimização com ligações semirrígidas.

Os perfis da configuração ótima obtida bem como as rigidezes das ligações estão relacionados na Tabela 8.6, onde também estão listados os resultados obtidos por SIMÕES (1996). O peso dos perfis em kg/m estão especificadas em parênteses após a nomenclatura dos perfis e os valores do fator de rigidez das ligações também estão especificados em parênteses após o valor da rigidez rotacional da ligação.

**Tabela 8.6.** Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

| Variáveis de Projeto | Simões (1996)   | Presente Trabalho |
|----------------------|-----------------|-------------------|
| Coluna 1             | IPE 360 (57,1)  | I 360 x 44,6      |
| Coluna 2             | IPE 550 (105,0) | I 410 x 60,0      |
| Coluna 3             | IPE 330 (49,1)  | H 150 x 24,0      |
| Coluna 4             | IPE 330 (49,1)  | I 410 x 60,0      |
| Coluna 5             | IPE 300 (42,2)  | I 310 x 32,7      |
| Coluna 6             | IPE 240 (30,7)  | I 310 x 32,7      |
| Viga 1               | IPE 360 (57,1)  | I 410 x 60,0      |
| Viga 2               | IPE 360 (57,1)  | I 360 x 58,0      |
| Viga 3               | IPE 330 (49,1)  | I 460 x 52,0      |
| Ligação 2 (kNm/rad)  | 25000 (0,60)    | 12.037 (0,54)     |
| Ligação 3 (kNm/rad)  | 22000 (0,575)   | 30.077 (0,58)     |
| Ligação 4 (kNm/rad)  | 15000 (0,55)    | 16.148 (0,61)     |

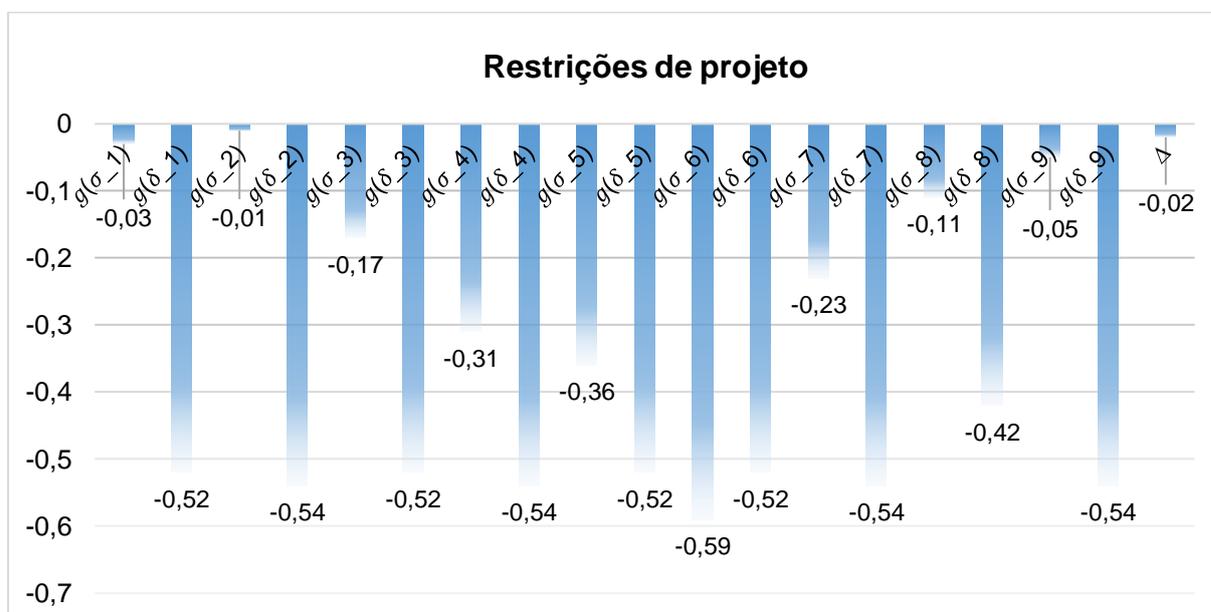
O custo final obtido da estrutura, Tabela 8.7, foi de 9% a menos comparado aos resultados de Simões (1996). Como também pode ser observado na tabela, os valores obtidos para as rigidezes das ligações são bem próximos dos resultados encontrados por Simões (1996).

**Tabela 8.7.** Custo total do pórtico.

| R\$                | Simões (1996)<br>(Semirrígida) | Ferreira (2018)<br>(Semirrígida) |
|--------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| Custo das ligações | 2.224,40 (100%)                | 2.323,23 (104%)                  |
| Custo dos perfis   | 13.875,37 (111%)               | 12.472,15 (100%)                 |
| Custo total        | 16.099,77 (109%)               | 14.795,38 (100%)                 |

A Figura 8.9 apresenta graficamente os valores das restrições para a configuração ótima obtida.

Na configuração ótima obtida, todas as restrições de projeto são atendidas ( $g < 0$ ). No entanto, as restrições ativas ( $g < 0,1$ ) que limitam a redução da função objetivo são os esforços internos das colunas do primeiro pavimento ( $g(\sigma_1)$  e  $g(\sigma_2)$ ), a flecha das vigas do terceiro pavimento ( $g(\sigma_9)$ ) e o deslocamento lateral máximo do pórtico  $g(\Delta)$ .



**Figura 8.9.** Restrições de projeto.

em que  $g(\sigma_1)$  a  $g(\sigma_6)$  são os esforços internos das colunas,  $g(\delta_1)$  a  $g(\delta_6)$  são os deslocamentos horizontais máximo das colunas;  $g(\sigma_7)$  a  $g(\sigma_9)$  são os esforços

internos das vigas e  $g(\delta_7)$  a  $g(\delta_9)$  são as flechas das vigas;  $g(\Delta)$  é o deslocamento lateral máximo do pórtico.

### **8.3.1. Comentários**

A justificativa pela diferença entre os resultados obtidos nessa aplicação, são similares aos comentários do tópico 8.1.1. Com isso, obteve-se um resultado mais satisfatório utilizando o programa de otimização aplicado neste apresenta trabalho.

No entanto, nesta Aplicação 3, também chamou atenção o resultado dos custos das ligações, onde nesta pesquisa obteve-se um aumento. Essa solução deixa claro que não existe um fator de rigidez geral ótimo para as ligações viga-coluna de um pórtico.

## CAPÍTULO IX – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi apresentada nesta dissertação de mestrado uma metodologia para solução de problemas não lineares de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas. Com intuito de verificar e validar uma implementação computacional realizada nesta pesquisa. As conclusões obtidas a partir da modelagem do problema e das aplicações realizadas nos Capítulos 7 e 8, bem como sugestões para trabalhos futuros, são apresentadas neste último capítulo da dissertação.

### 9.1. Conclusões

O estudo apresentado demonstra a importância de usar técnicas computacionais para o dimensionamento ótimo de edificações estruturadas em aço, a partir do desenvolvimento de uma ferramenta computacional para o dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas.

Foi apresentada a formulação e implementação de um elemento finito híbrido para simulação computacional de pórticos de aço planos com ligações semirrígidas. Com isso, verificou-se que o elemento finito híbrido proposto atende satisfatoriamente as expectativas da pesquisa, apresentando valores competitivos quando comparado com as soluções de outros autores que utilizam outras técnicas de análise estrutural e Algoritmos Genéticos já consagrados na literatura.

Os resultados das aplicações apresentadas indicam que foi possível a redução de custos de fabricação devido a consideração da semirrigidez da ligação, principalmente quando a comparação é feita com pórticos com ligações rígidas, apresentando resultados com maior eficiência mecânica dos elementos estruturais.

Foi observado também que a redução de custo de fabricação do pórtico está relacionada principalmente à redução dos custos associados aos perfis estruturais, cabendo salientar aqui, que foram obtidos elementos mais leves devido a consideração das ligações semirrígidas.

Mediante a pesquisa apresentada, pode-se dizer que as ferramentas computacionais continuam ganhando espaço no auxílio ao engenheiro para se obter uma estrutura mais eficiente e conseqüentemente mais econômica.

## 9.2. Proposta para trabalhos futuros

Futuros trabalhos nessa área devem ser realizados de maneira que a linha de pesquisa possa ter prosseguimento. Assim sendo, sugere-se que sejam consideradas:

- Análise dinâmica dos elementos estruturais;
- Aplicações que considerem estruturas de maior porte;
- Consideração da semirrigidez da ligação base-coluna;
- Desenvolvimento e emprego de superfície de resistência da seção transversal metálica que incorpore os esforços internos axial, cisalhamento e de flexão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT NBR 8800 (2008). *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.
- ACKROYD, M. H., GERSTLE, K. H. (1982). *Behavior of type 2 steel frames*. Journal of the Structural Engineering Division, ASCE, 108(ST7), 1541–56.
- AISC (2016). *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago.
- ALBUQUERQUE, L. (2015). *Análise de Pórticos de Aço com Ligações Viga-Pilar e de Base de Pilar Semirrígidas a Partir do Método das Componentes*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Minas Gerais.
- ALVES, L. R. M. (2013). *Dimensionamento Ótimo de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexo-compressão Normal Utilizando Programação Matemática e Algoritmos Genéticos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.
- BATHO, C., ROWAN, H. C. (1934). *Investigations on beam and stanchion connections*. Steel Structures Committee. Department of Scientific and Industrial Research, p.92. HMSO. London.
- BELL, W. G., CHESSON, E. J. and MUNSE, W. H. (1958). *Static Tests of Standard Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections*, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urban, IL.
- BETALO, E. A. P. (2018). *Análise Dinâmica Avançada Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Ouro Preto.
- BJORHOVDE, R. HELLESLAND, J. (1996). *Improved frame stability analysis with effective lengths*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(11), 1275–83.
- BRITO, O. F. (2001). *Desenvolvimento de Sistemas Estruturais Semi-Rígidos em Aço e Mistos para Edificações Residenciais Multi-Familiares*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, p. 163.

- CALFEM. *A Finite Element Toolbox to MATLAB, Version 3.4*. Department of Mechanics and Materials, Lund University, 2004.
- CAMP, C. V. *et al.* (2005). *Design of Steel Frames Using Ant Colony Optimization*. Journal of Structural Engineering, v. 131, n. 3, p. 369-379.
- CAMPELLO, E.M.B; LEAL, L.A. (2013). *Análise dos Efeitos da Não Linearidade Geométrica em Pórticos Planos de Aço*. XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, November 10-13.
- CARVALHO, L. C. V., ANDRADE, S. A. L. and VELLASCO, P. C. G. S. (1998). *Experimental Analysis of Bolted Semi-Rigid Connections*. Journal of Constructional Steel Research. Londres: Elsevier, v.46, nº 1-3, 1-20.
- CASTRO, L. L. B. (2005). *Algoritmo Genético Para Otimização de Estruturas Reticuladas*. Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília, Brasília - DF, 106 p.
- CASTRO, R. E. (2001). *Otimização de Estruturas com Multi-objetivos Via Algoritmos Genéticos de Pareto*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, 224 p.
- CEN Eurocode 3 (2005). *Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. The European Union Per Regulation.
- CHAN, S. L. and CHUI, P. P. T. (2000). *Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*, Elsevier Science Ltda.
- CEN - EUROCODE 3. (2005). *ENV – 1993-1-1:1992/A2, Annex J, Design of Steel Structures – Joints in Building Frames*. CEN, European Committee for Standardization, Document CEN/TC 250/SC 3, Brussels.
- CHEN, W. F; GOTO, Y. (1991). *Analysis of critical behavior of semi-rigid frames with or without load history in connection*. International Journal of Solids and Structures.
- CHEN, SHENG-JIN; WANG, WU-CHYUAN (1999). *Moment amplification factor for P- $\delta$  effect of steel beam-column*. Journal of Structural Engineering, Vol.125, No.2, February.
- CHEN, W. F.; KISHI, N. (1989) *Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling*. J. Struct. Div. ASCE, v. 115(1), p. 105-119.
- CHEN, W. F., LUI, E. M. (1987). *Structural Stability*. Elsevier, New York, NY.

- CHEN, W. F., SOHAL I. (1995). *Plastic Design and Second-order Analysis of Steel Frames*. Springer-Verlag New York Inc.
- CHEN, W. F., TOMA, S. (1994). *Advanced Analysis of Steel Frames*, CRC Press, Boca Raton, FL.
- CHRISTENSEN, P. W., KLARBLING, A. (2009). *An Introduction Structural Optimization*. Springer, p. 211.
- DEL SAVIO, A. A. et al. (2004). *Otimização da Flexão em Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas através de Algoritmos Genéticos*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio.
- FALCÓN, G.A., MARTÍ, P. M. (2014). *Dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço – Modelo “Pórtico Auxiliar”*. CILAMCE, 17p.
- FIGUEIREDO, L. M. (2004). *Ligações Mistas Viga-pilar – Análise Teórica e Experimental*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo.
- FOGEL, B.D. (1997). *The Advantages of Evolutionary Computation*. Proceedings of BCEC97: Biocomputing and Emergent Computation, World Scientific, Singapore, pp. 1-11.
- FREITAS, J. P. (2010). *Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semi-rígidas e a instabilidade estrutural*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, p.113. 2010.
- GUERRA, C. (2008). *Otimização Paramétrica de Estruturas Treliçadas por Algoritmos Genéticos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 111 p.
- HIGAKI, B. E. (2014). *Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, p. 278.
- JASPART. J. P. (1987). *Extending of the merchant-rankine formula for the assessment of the ultimate load of frames with semi-rigid joints*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 11, pp. 283-312.

- KAMESHKI, E. S., SAKA, M. P. (2001). *Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm*. Computer & Structures, Vol. 79, pp. 1593-1604.
- KATTNER, M., CRISINEL, M. (1999). *Finite element modelling of semi-rigid composite joints*. Computers and Structures, 78(1-3), 341-53.
- Kishi, N. and Chen, W. F. (1989). *Data base of steel beam-to-column connections*. Structural Engineering Report No.CE-STR-86-26, Purdue University, USA.
- KISHI, N., CHEN, W. F., GOTO, Y., and KOMURO, M. (1996). *Effective length factor of columns in flexibly jointed and braced frames*. Journal of Constructional Steel Research, 47(1-2), 93-118.
- KOZA, J. (1994). *Genetic Programming as a Means for Programming Computers by Natural Selection*. Statistics and Computing. 4(2) pp. 87-112.
- LEAL, L. A., CAMPELLO, E. M. (2013). *Análise dos efeitos da não linearidade geométrica em porticos planos de aço*. Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, November 10-13.
- LIGHTFOOT, E., LE MESSURIER, A. (1974). *Elastic analysis of frameworks with elastic connections*. Journal of the Structural Division, 100(ST6), 1297-1309.
- LIMA, L. R. O., VELLASCO, P. C. G. S., ANDRADE, S. A. L. (1999). *Bolted Semi-Rigid Connections In The Column's Minor Axis*. 2nd Eurosteel - Second European Conference on Steel Structures, Praga, República Tcheca: Editora da Universidade Técnica de Praga, v.2, 1-14.
- LIMA, L. R. O., VELLASCO, P. C. G. S., ANDRADE, S. A. L., SILVA, L. A. P. S. (2003), *Experimental and Mechanical Model for Predicting the Behavior of Minor Axis Beam-to-Column Semi-Rigid Joints*. International Journal of Mechanical Sciences. Inglaterra, Reino Unido, v. 44, nº 6, 1047-1065.
- LIONBERGER, S.R and WEAVER, J.W. (1969). *Dynamic response of frames with non-rigid connections*. J. Eng.Mech. Div., ASCE 95 (EM1).
- LOPES, F. R. C. (2008). *Influência do Comportamento Semi-rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/FEN/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

- NUNO, V. (2009). *Análise e dimensionamento de ligações metálicas segundo o Eurocode 3*. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia Universidade do Porto. Porto, Portugal.
- MAXWELL, J. C. (1872). *On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Force*, Trans. Royal Soc. Edinb., Vol. 26/1.
- MESQUITA, A. C. B. de, (2002). *Caracterização e Sistematização do Comportamento Experimental de Ligações Metálicas e Mistas*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal.
- MITCHELL, A. G. M. (1904). *The Limits of Economy of Material in Framed Structures*. Philosophical Magazine, Series 6, Vol. 8, pp. 589-97.
- MONCARZ, P. D., GERSTLE, K. H. (1981). *Steel frames with nonlinear connections*. Journal of the Structural Division, ASCE, 107(ST8), 1427–41.
- MONFORTON, G.R., WU, T.S. (1963). *Matrix analysis of semi-rigidly connected frames*. Journal of the Structural Division, ASCE, V.89.
- NGUYEN, P. C.; KIM, S.E. 2014. *Investigating Effects of Various Base Restraints on the Nonlinear Inelastic Static and Seismic Responses of Steel Frames*. Internacional Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 89, pp. 151-167.
- OLIVEIRA, S. R. C. D.; FALCÓN, G. A. S. *Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas*. VÉRTICES, Campos dos Goytacazes, v. 15, p. 101-115, maio/ago 2013.
- PEZESHK, S. et al. (2000) *Design of Nonlinear Framed Structures Using Genetic Optimization*. Journal of Structural Engineering, v. 126, n. 3, p. 382-388.
- PFEIL, W.; PFEIL, M. (2011). *Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008*. 8ª. ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC.
- SÁNCHEZ, G., ESPÍN, A. T. (2013). *Design of planar semi-rigid steel frames using genetic algorithms and Component Method*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 88, pp. 267-278.
- SANTOS, M. (2016). *Projeto ótimo de pórticos de aço utilizando perfis comerciais e algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado) – Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Rio de Janeiro.

- SILVA, A. R. D. (2009). *Sistema Computacional para Análise Avançada Estática e Dinâmica de Estruturas Metálicas*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Ouro Preto.
- SILVA, R.G.L. (2004). *Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- SILVEIRA, R.A.M., LEMES, Í.J.M., SILVA, A.R.D., ROCHA, P.A.S. (2017). *Numerical analysis of nonlinear behavior of steel-concrete composite structures*. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais (RIEM), v.10, p.53-67.
- SIMÕES, L. M. C. (1996). *Optimization of Frames with Semi-rigid Connections*. Computer & Structures, Vol. 60, No. 4, pp. 531-539.
- SOARES, G. L. (1997). *Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, p.137.
- SOMMER, W. H. (1969). *Behavior of Welded Header Plate Connections*, Master's Thesis, University of Toronto, ON, Canada.
- SUKO, M., ADAMS, P. F. (1971). *Dynamic Analysis of Multibay Multistorey Frames*. ASCE Journal of the Structures Division, Vol. 97.
- VÉLEZ, D. (2015). *Otimização de Estruturas Reticuladas Utilizando Algoritmos Genéticos*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, p. 97.
- VELLASCO, P., DE LIMA, L. R. O., DA SILVA, L. S., DE ANDRADE, S. A. L. (2006). *Experimental evaluation of extended endplate beam-to-column joints subjected to bending and axial force*. Engineering Structures, 26(10), 1333–47
- XU, L., GRIERSON, D. E. (1993). *Computer-automated design of semi-rigid steel frameworks*. Journal of Structural Engineering, ASCE.
- ZUO, W., XU, T., ZHANG, H., XU, T. (2011). *Fast Structural Optimization with Frequency Constraints by Genetic Algorithm Using Adaptive Eigenvalue Reanalysis Methods*. Struct Multidisc Optim, v.43, pp. 799-810.

WILSON, W.M. and. MOORE, H.F (1917). *Tests to determine the rigidity of riveted joints in steel structures*. Bulletin no. 104, Engineering Experiment station, University of Illinois, Urbane.

YOUNG, C. R. and JACKSON, K. B. (1934). *The Relative Rigidity of Welded and Riveted Connections*, Canadian J. Research, v. 11 (1-2), 62-134.

## APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL: MÓDULO DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Os códigos computacionais para análise estrutural foram implementadas utilizando como base o programa CALFEM (LUND UNIVERSITY, 2004). Onde as funções presentes no programa, para estruturas com ligações rígidas, são pré-estabelecidas. No entanto, estas funções foram adaptadas para realizar as análises linear e não linear de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas.

Para a análise dos pórticos planos foi utilizado o elemento tipo viga para análise estática em duas dimensões, *beam2e\_sr* (adaptado de *beam2e*), que fornece a matriz de rigidez do elemento *Ke* em coordenadas globais. A função é chamada com a sintaxe:

$$[Ke, fe] = beam2e\_sr(ex, ey, ep, eq, R1, R2)$$

onde, *Ke* é a matriz de rigidez e *fe* é o vetor força do elemento, *ep* contém as características do material [E A I], *eq* contém as cargas distribuídas por unidade de comprimento nas direções x e y e *R1* e *R2* são os valores de rigidez rotacional de cada extremidade da viga.

Posteriormente, é montada a matriz de rigidez global a partir da função *assem*. Este comando adiciona na matriz de rigidez da estrutura (*K*), a matriz de rigidez do elemento (*Ke*), de acordo com a topologia da matriz *edof* que contém os graus de liberdade de cada elemento da estrutura.

$$[K, F] = assem(edof, K, Ke, f, fe)$$

A função *solveq* calcula o vetor de deslocamento global considerando as condições de contorno.

$$[U, R] = solveq(K, f, bc)$$

onde *U* é o vetor de deslocamento global e *R* as reações dos apoios.

Obtido os deslocamentos globais para os graus de liberdade livres da estrutura, inicia-se o cálculo dos esforços (*es*), que são obtidos a partir da função *beam2s\_sr* (adaptado de *beam2s*), que calcula os esforços e deslocamentos ao longo do elemento viga.

$$[es, edi, eci] = beam2s\_sr(ex, ey, ep, eq, n, R1, R2)$$

$$\begin{cases} es = [N \ V \ M] \\ edi = [u \ v] \\ eci = [x] \end{cases}$$

sendo,  $es$  uma matriz de três colunas e duas ou mais linhas, onde a primeira coluna corresponde aos esforços axiais, a segunda aos esforços de cisalhamento e a terceira aos momentos fletores,  $edi$  representa os deslocamentos de cada elemento ( $u$ : deslocamentos horizontais e  $v$ : deslocamentos verticais) e  $eci$  indica a quantidade de pontos ( $x$ ) nas coordenadas locais onde são avaliados os esforços e deformações.

Já a análise não linear é realizada a partir do método iterativo. Nesta análise, é realizado primeiramente a análise de primeira ordem da estrutura, considerando as cargas axiais dos elementos próximas de zero ( $N = 0,01 \text{ N}$ ). Após a análise de primeira ordem o vetor de carga axial é atualizado com as cargas obtidas na primeira iteração. Uma nova iteração é feita e obtido um novo vetor de cargas. Este procedimento é repetido até atingir o critério de convergência.

O critério de convergência é estabelecido para que o processo iterativo seja finalizado e interrompido, atuando quando a diferença dos resultados das iterações (forças axiais) seja menor do que a tolerância ( $e = 0,001$ ).

$$N_i - N_{i-1} \leq e \quad (3.12)$$

onde,  $i$  é o número de iterações.

A função  $beam2g\_NL\_Simo$ es (adaptada de  $beam2g$ ) desenvolvida para resolver o problema não linear, é feita de forma análoga ao procedimento para análise linear.

$$[Kef, fe] = beam2g\_NL\_Simo$$
es( $ex, ey, ep, N, eq, R1, R2$ )

onde  $N$  é o valor da força axial para a carga incremental em cada elemento.

Para a obtenção dos esforços utiliza-se a função  $beam2gs\_NL\_Simo$ es (adaptado de  $beam2gs$ ), que calcula as forças e deslocamentos do elemento viga não linear.

$$[es] = beam2gs\_NL\_Simo$$
es( $ex, ey, ep, N, eq, R1, R2$ )

## APÊNDICE B – ARQUIVO DE DADOS DA APLICAÇÃO 1

É apresentado o arquivo em formato .txt, com os dados do pórtico de 1 vão e 2 pavimentos, primeira aplicação apresentada.

#Autor: Sergio Ferreira

#Data: 08/10/17

#dimensoes (nels nvigas ncrs ncrs\_dist n\_mat n\_rest N\_nos n\_grupo  
lsr\_grupo GL\_hsup Hmax)

6 2 2 2 2 6 6 4 2 13 7.3

#Tipo de estrutura (treliça ou pórtico)

Pórtico

#Coordenadas (nó, x, y, z) %(em metros)

1 0 0

2 7.3 0

3 0 3.65

4 7.3 3.65

5 0 7.3

6 7.3 7.3

#Incidencia (barra, nó inicial, nó final)

1 1 3

2 2 4

3 3 5

4 4 6

5 3 4

6 5 6

#Graus de liberdade (nó, gl1, gl2, gl3)

1 1 2 3

2 4 5 6

3 7 8 9

4 10 11 12

5 13 14 15

6 16 17 18

#Cargas (grau de liberdade, intensidade) %(em kN)

7 36

13 18

#Crgs. Distribuídas (Elemento, Intensidade x, Intensidade y) %(em kN/m)

5 0 -62.5

6 0 -38

#materiais (nMat E Area I fy[kN/cm2])

1 2.06e8 0 0 250000

2 2.06e8 0 0 250000

#Matbar (barra, Material da barra)

1 1

2 1

3 1

4 1

5 2

6 2

#restricoes (grau de liberdade, código) (0 -fixo, 1-livre)

1 0

2 0

3 0

4 0

5 0

6 0

#grupos (barras...)

1 2

3 4

5

6

#ligações (Nó,Grupo\_lsr)

1 0

2 0

3 1

4 1

5 2

6 2

#fimArquivo

## APÊNDICE C – CONFIGURAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO

A ferramenta computacional MATLAB® disponibiliza um *toolbox* de otimização para solucionar problemas de otimização chamado algoritmo genético, com base no processo de seleção natural, similar à evolução das espécies desenvolvido por DARWIN (1859).

A cada geração, o algoritmo genético seleciona aleatoriamente os indivíduos da população atual para usá-los como pais para reproduzir os filhos. No decorrer de consecutivas gerações, a população evolui em busca (convergência) da solução ótima.

O comando para utilização da função do algoritmo genético na plataforma MATLAB, tem a seguinte sintaxe:

$$[x, fval] = ga(fitnessfcn, nvars, A, b, Aeq, beq, LB, UB, nonlcon, options)$$

onde:

$x$  é a função objetivo;

$fval$  é o resultado da função objetivo em  $x$ ;

$fitnessfcn$  representa a função objetivo dentro do algoritmo genético;

$nvars$  é o número de variáveis utilizadas no projeto;

$A$  e  $b$  são restrições lineares de desigualdade, ou seja:

$$A \cdot x \leq b$$

$Aeq$  e  $beq$  são restrições de igualdade:

$$Aeq \cdot x = beq$$

$LB$  e  $UB$  são vetores de limites inferiores e superiores para as restrições lineares, respectivamente.

$nonlcon$  representa a função das restrições não lineares:

$$[c, ceq] = nonlcon(x)$$

Para simular algum problema, é necessário configurar o algoritmo genético, a fim de obter soluções mais interessantes. Algumas das configurações mais utilizadas do algoritmo genético (*options*) estão apresentadas a seguir:

- *PopulationSize*: é o tamanho da população para cada geração, indica o número de indivíduos;
- *PopulationType*: é o tipo de dados da população;
- *Generation*: número máximo de gerações permitidas;
- *EliteCount*: especifica a quantidade entre os melhores indivíduos da geração atual que irão sobreviver para a próxima geração.
- *CrossoverFraction*: a fração de genes trocados entre os indivíduos da população;
- *StallGenLimit*: número de gerações sobre as quais acumulam mudanças no valor da função objetivo menor que *TolFun*.
- *InitialPenalty*: valor inicial do parâmetro de penalidade;
- *PenaltyFactor*: parâmetro de atualização de penalidade;
- *TolFun*: tolerância limite para variação do valor da função objetivo a cada iteração;
- *TolCon*: tolerância limite para a variação das restrições a cada iteração;
- *PlotFcns*: funções usadas para imprimir os dados pré-estabelecidos pelo algoritmo durante a simulação.
- *Display*: tipo de exibição dos resultados obtidos;
- *MutationFcn*: determina a função que efetua a mutação que o algoritmo utilizará para criar os filhos da próxima geração.

## C.1. Configurações do Algoritmo Genético nas aplicações

### C.1.1. Aplicação 1

```

%% Configuração do Algoritmo Genético
options = gaoptimset(...
    'PopulationSize', 80, ...
    'Generations', 100, ...
    'PopulationType', 'doubleVector',...
    'EliteCount', 36, ...
    'CrossoverFraction',0.85,...
    'StallGenLimit',25,...
    'InitialPenalty', 10,...
    'PenaltyFactor', 100,...
    'TolFun', 1e-2, ...
    'TolCon', 1e-2, ...
    'PlotFcns', {@gaplotbestf},...
    'Display', 'diagnose');

```

### C.1.2. Aplicação 2

```

%% Configuração do Algoritmo Genético
options = gaoptimset(...
    'PopulationSize', 85, ...
    'Generations', 100, ...
    'PopulationType', 'doubleVector',...
    'EliteCount', 36, ...
    'CrossoverFraction',0.85,...
    'StallGenLimit',25,...
    'InitialPenalty', 10,...
    'PenaltyFactor', 100,...
    'TolFun', 1e-2, ...
    'TolCon', 1e-2, ...
    'PlotFcns', {@gaplotbestf},...
    'Display', 'diagnose');

```

### C.1.3. Aplicação 3

```

%% Configuração do Algoritmo Genético
options = gaoptimset(...
    'PopulationSize', 80, ...
    'Generations', 100, ...
    'PopulationType', 'doubleVector',...
    'EliteCount', 40, ...
    'CrossoverFraction',0.85,...
    'StallGenLimit',25,...
    'InitialPenalty', 10,...
    'PenaltyFactor', 100,...
    'TolFun', 1e-2, ...
    'TolCon', 1e-2, ...
    'PlotFcns', {@gaplotbestf},...
    'Display', 'diagnose');

```