# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

# PAULO CÉSAR GONÇALVES PANDINO DE OLIVEIRA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE- UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES, AGOSTO DE 2019

# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

# PAULO CÉSAR GONÇALVES PANDINO DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Gines Arturo Santos Falcón

CAMPOS DOS GOYTACAZES,

AGOSTO DE 2019

### FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do CCT / UENF /

# DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS CONSIDERANDO ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA

# PAULO CÉSAR GONÇALVES PANDINO DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovado em 23 de Agosto de 2019.

Comissão Examinadora:

Prof. Sergio Rafael Côrtes de Oliveira (D. Sc., Engenharia Civil) – IFF/Campos

Prof. Francisco José Da Cunha Pires Soeiro (D.Sc., Engenharia Mecânica) – UERJ

Prof. Sergio Luis González Garcia (D. Sc., Engenharia Civil) – LECIV – UENF

Prof. Gines Arturo Falcón (D. Sc, Engenharia Civil) – LECIV – UENF Orientador

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre me guiar e me dar forças para completar mais uma etapa da minha vida.

Aos meus pais por todo incentivo e amor dedicado, sendo em toda a vida grandes exemplos de pessoas para mim.

Aos amigos da UENF pela amizade e troca de conhecimentos durante este período do mestrado.

Aos professores que participaram da minha formação e que contribuíram para o meu crescimento profissional.

Ao meu orientador, professor DSc. Gines Arturo Falcón, pelo incentivo e transmissão de conhecimento que foram indispensáveis para a conclusão desta pesquisa.

À UENF e à FAPERJ pelo apoio financeiro.

A Faculdade de Engenharia da UERJ, pelas orientações iniciais para desenvolvimento das interfaces computacionais utilizada neste trabalho.

À minha esposa Rayssa, que sempre acreditou em mim e sempre me motivou durante toda a caminhada, além da compreensão nos momentos de ausência.

### RESUMO

Devido à grande utilização do aço como solução estrutural em edificações residenciais necessário o desenvolvimento е comerciais, torna-se de metodologias computacionais para definição de projeto mecanicamente mais eficientes e consequentemente de menor custo. Neste sentido, neste trabalho apresenta-se uma computacional que utiliza a interface MATLAB-ANSYS ferramenta para dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço com ligações viga-coluna semirrígidas e considerando o comportamento não linear geométrico da estrutura. Foi desenvolvido um banco de dados com perfis estruturais comerciais disponíveis. O módulo computacional de análise estrutural foi implementado na linguagem computacional APDL, do ANSYS®, devidamente adaptado para o procedimento automatizado de análise estrutural para diferentes configurações. As restrições do projeto consideradas foram as limitações de resistência e estabilidade bem como deslocamentos importantes da estrutura, de acordo com as prescrições da norma NBR 8800 (ABNT, 2008). O módulo computacional de otimização, foi desenvolvido baseado no Algoritmo Genético (AG) disponível no toolbox "Global Optimization" do MATLAB®. Na busca de minimizar o custo de fabricação da estrutura perfis estruturais comerciais foram considerados variáveis de projeto e o fator de rigidez rotacional das ligações viga-coluna. Para validação da metodologia proposta os resultados obtidos foram confrontados com resultados de pesquisas encontradas na literatura.

**Palavras-Chave:** Algoritmo Genético, Análise não-linear, Pórticos de Aço, Otimização Estrutural, Ligações semirrígidas.

## ABSTRACT

Due to the great use from steel as a structural solution in residential and commercial buildings, the development of computational methodologies becomes necessary for definition of design mechanically more efficient and consequently of less cost. In this sense, this work presents a computational tool that uses the MATLAB-ANSYS interface for optimal design of steel frames with semi-rigid joints between the columns and beams, considering the geometric nonlinear behavior of the structure. A database was developed with available commercial structural profiles. The structural analysis computational module was implemented in the computational language APDL, of ANSYS ®, properly adapted for the automated proceeding of structural analysis for different configurations. The design constraints considered were the strength and stability limitations of the employed materials, as well as important displacements of the structure, in accordance with the prescriptions of the standard NBR 8800 (ABNT, 2008). The computational module of optimization was developed based on the Genetic Algorithm (AG) available in the "Global Optimization" toolbox of MATLAB®. In order to minimize the cost of manufacture of the structure, it was commercial structural profiles and rotational stiffness factor of the beam-column connections were considered design variables. For validate the proposed methodology, the obtained results were confronted with research results found in the literature.

**Palavras-Chave:** Genetic Algorithm, nonlinear analysis, steel frame, structural optimization, Semi-rigid connections.

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iv			
RESUMO	v			
ABSTRACT	vi			
SUMÁRIO	vii			
LISTA DE FIGURAS	ix			
LISTA DE TABELAS	xi			
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	xii			
1. INTRODUÇÃO	1			
1.1 Considerações iniciais	1			
1.2 Objetivos	6			
1.2.1 Objetivos específicos	6			
1.3 Justificativa	7			
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8			
2.1 Análise não linear de estruturas	8			
2.2 Modelagem de ligação semirrígida	9			
2.3 Otimização de pórticos planos de aço	10			
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15			
3.1 Ligação viga-coluna	15			
3.2 Modelagem de ligação semirrígida	18			
3.3 Influência das ligações viga-coluna no comportamento estrutural	20			
3.4 Análise estrutural	22			
3.4.1 Modelagem no ANSYS	23			
3.4.2 Não linearidade geométrica	25			
3.5 Análise de Instabilidade	27			
3.6 Otimização Estrutural	27			
3.6.1 Conceitos gerais	29			
3.6.2 Algoritmos Genéticos	31			
3.6.2.1 Terminologia em Algoritmos Genéticos	33			
3.6.2.2 Operadores genéticos	33			
3.6.2.2.1 Inicialização	33			
3.6.2.2.2 Função Aptidão	34			
3.6.2.2.3 Seleção	34			
3.6.2.2.4 Cruzamento	36			
3.6.2.2.5 Mutação	37			
3.6.2.2.6 Atualização				
3.6.2.2.7 Finalização				
4. DIMENSIONAMENTO DE PÓRTICOS DE AÇO				
4.1 Flambagem global	39			
4.2 Cálculo do Coeficiente de Flambagem K	40			
\/II				

4.3 Flam	pagem local de barras axialmente comprimidas	43
4.3.1	Elemento comprimido AA	44
4.3.2	Elemento comprimido AL	45
4.4 Mome	ento fletor resistente	46
4.5 Flexo	compressão	47
4.6 Deslo	camentos máximos	47
5. METODO	_OGIA	49
5.1 Módu	lo computacional de análise estrutural	51
5.2 Módu	lo computacional de otimização	53
5.2.1	Entrada de dados	53
5.2.2	Processamento	54
5.2.4.1	Módulo banco de dados	55
5.2.4.2	Análise estrutural	56
5.2.4.3	Cálculo da função objetivo	56
5.2.4.4	Cálculo da função de restrição	57
5.2.3	Resultados	57
5.3 Funçã	ões implementadas no MATLAB®	58
5.4 Proble	ema de dimensionamento ótimo	59
5.5 Variá	veis de projeto	60
5.6 Funçá	ăo objetivo	61
5.7 Funçá	ăo restrição	63
6. RESULTA	DOS E DISCUSÕES	65
6.1 Aplica	ação 1	65
6.1.1	Resultado utilizando ligações rígidas	66
6.1.2	Resultado utilizando ligações semirrígidas	68
6.1.3	Comparativo entre os resultados	69
6.2 Aplica	ação 2	72
6.2.1	Resultados utilizando ligações rígidas	73
6.2.2	Resultados utilizando ligações semirrígidas	74
6.2.3	Comparativo entre os resultados	76
6.3 Aplica	ação 3	79
6.3.1	Resultados utilizando ligações rígidas	80
6.3.2	Resultados utilizando ligações semirrígidas	81
6.3.3	Comparativo entre os resultados	83
7. CONCLUS	SÕES	87
7.1 Consi	derações finais	87
7.2 Suge	stões para trabalhos futuros	89
REFERÊNCI	AS	90
APÊNDICE A	- MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DAS APLICAÇÕES	95
APÊNDICE B	– ANÁLISE ESTRUTURAL NA LINGUAGEM APDL	97
APÊNDICE C	- VALIDAÇÃO DA ANÁLISE ESTRUTURAL	107

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Empresas pesquisadas x produção de estruturas de aço (CBCA, 2018)1	I
Figura 1.2. Comportamento das ligações quanto à rotação (Díaz et al, 2011)2	2
Figura 1.3. Estado de equilíbrio de uma barra (Mahfouz, 1999)	3
Figura 3.1. Comportamento da ligação dado pela curva momento versus rotação17	7
Figura 3.2. Relação Momento x Rotação de ligações usuais (modificado de LÓPES e	t
al., 2008)	7
Figura 3.3. Ligações viga-coluna usuais (Chan e Chui, 2000;)18	3
Figura 3.4. Representação matemática da curva Momento x Rotação (CASTRO	
2006)	, )
Figura 3.5 Pórtico (Van Keulen 2003)	ĺ
Figura 3.6. Geometria do elemento linear BEAM 3 (ANSYS 2013) 24	1
Figura 3.7 Geometria do elemento de ligação COMBIN40 (ANSYS 2013) 24	1
Figura 3.8 Diagrama de forca versus deslocamento através do método Newton	-
Ranhson	:
Figure 3.9. Trelice ideal obtida por Michell em 1904 (SILVA 2003)	, 2
Figura 3.10. Example des três tipes bésices de etimização: (a) dimensional. (b) de	,
forma a (a) tanalágiaa (Silva, 2015)	; \
Figure 2.11. Esqueme gerel de etimização estrutural	,
Figura 3.11. Esquerna geral da otimização estrutural	 <b> </b>
Figura 3.12. O fluxograma da otimização de Algoritmo Genetico (ALVES, 2013)32	<u>_</u>
Figura 3.13. Esquema de funcionamento do metodo Roleta	)
Figura 3.14. Esquema de funcionamento do metodo Torneio	)
Figura 3.15. Funcionamento do cruzamento de ponto único	5
Figura 3.16. Funcionamento do cruzamento de ponto duplo	5
Figura 3.17. Funcionamento do cruzamento de ponto aleatório	,
Figura 3.18. Funcionamento da Mutação aleatória37	, ,
Figura 3.19. Funcionamento da Mutação por troca38	3
Figura 4.1. Coeficiente de flambagem para elementos isolados, NBR 8800 (ABNT)	,
2008)	)
Figura 4.2. Modelo do método de alinhamento de quadro (DUAN E CHEN, 1999)41	ł
Figura 4.3. Viga com molas nas extremidades42	2
Figura 4.4. Limites de esbeltez informados pela NBR 8800 (ABNT, 2008)44	ł
Figura 4.5. Deslocamento máximo segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008)48	3
Figura 5.1. Distribuição dos programas em sua seguência de utilização	
Figura 5.2. Comando para atualizar os valores das variáveis de projeto no arguivo de	)
análise APDL	
Figura 5.3. Fluxograma do pré-processamento da estrutura	3
Figura 5.4. Pórtico 1 processado através do pré-processador	ļ.
Figura 5.5. Propriedades mecânicas de um dos perfis disponível no banco de dados	
	Ś
Figura 5.6. Comandos no MATLAB® responsável por solicitar a análise estrutural no	Ś
ANSVS®	;
Figura 5.7. Eluvograma geral da ferramenta computacional do otimização	/ 2
Figura 6.1: Carrogamento, geometria e verióveia de primeira pórtica	י ג
Figura 0.1. Carregamento, geometria e variaveis do primeiro portico	) 7
rigura o.∠ ⊑volução da lunção objetivo para o modelo rígido do primeiro portico6/	,
rigura o.o. Restrições para a solução otima do modelo rigido do primeiro portico6/	_
rigura 6.4. Evolução da função objetivo para o modelo semirrigido do primeiro portico	)
	5

Figura 6.5. Restrições para a solução ótima do modelo semirrígido do primeiro pórtico Figura 6.6. Diagrama de Momento fletor da solução ótima do primeiro pórtico para os dois modelos distintos ......71 Figura 6.8. Evolução da função objetivo para o modelo rígido do segundo pórtico ...73 Figura 6.9. Restrições para a solução ótima do modelo rígido do segundo pórtico ..74 Figura 6.10. Evolução da função objetivo para o modelo semirrígido do segundo Figura 6.11. Restrições para a solução ótima do modelo semirrígido do segundo Figura 6.12. Diagrama de Momento fletor da solução ótima do segundo pórtico para Figura 6.14. Evolução da função objetivo para o modelo rígido do terceiro pórtico ..81 Figura 6.15. Restrições para a solução ótima do modelo rígido do terceiro pórtico..81 Figura 6.16. Evolução da função objetivo para o modelo semirrígido do terceiro pórtico Figura 6.17. Restrições para a solução ótima do modelo semirrígido do terceiro pórtico Figura 6.18. Diagramas de Momentos fletores da solução ótima do terceiro pórtico Figura A.0.1. Malha de elementos finitos da aplicação 1 ......95 Figura A.0.3. Malha de elementos finitos da aplicação 3 ......96 

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Principais autores do tema abordado	.14
Tabela 3.1: Momentos do pórtico em função das rigidezes rotacionais	.21
Tabela 3.2: Deslocamento lateral do pórtico em função das rigidezes rotacionais	.21
Tabela 4.1: Valores do parâmetro αk	.42
Tabela 5.1 Comandos básicos da linguagem APDL	.52
Tabela 6.1. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do primeiro pórtico	.70
Tabela 6.2. Resultados da otimização: Custo e massa do primeiro pórtico	.70
Tabela 6.3. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do segundo pórtico	.76
Tabela 6.4. Resultados da otimização: Custo e massa do segundo pórtico	.77
Tabela 6.5. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do terceiro pórtico	.84
Tabela 6.6. Resultados da otimização: Custo e massa do terceiro pórtico	.85
Tabela B.0.1. Comparativo entre deslocamentos obtidos através do Robot e	do
ANSYS®1	108
Tabela B.0.2. Comparativo entre esforços obtidos através do Robot e do ANSYS	S®.
1	108
Tabela A.0.3. Perfis laminados da série W1	109

# LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

- ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas
- AISC Associação Americana de construção em Aço
- AG Algoritmo Genético
- APDL ANSYS® Parametric Design Language
- CBCA Centro Brasileiro de Construção em Aço
- EN Norma Europeia
- MEF Método dos Elementos Finitos
- NBR Norma Brasileira Regulamentadora
- ELU Estado Limite Último
- ELS Estado Limite de Serviço

### LETRAS ROMANAS

Ag	Área bruta da seção transversal do elemento
Ai	Área da seção transversal do elemento
b	Largura do perfil
Cs	Custo do aço por massa unitária
С	Custo
d	Altura do perfil
Delta	Deslocamento horizontal
Ε	Módulo de elasticidade longitudinal do aço
fc	Tensão última de compressão
f(x)	Função objetivo
fу	Tensão de escoamento do aço
G	Relação de rigidez de colunas e vigas nas extremidades
gi(x)	Restrição de desigualdade
$g\delta$	Restrição de deslocamento
gσ	Restrição de esforços normais
h	Deslocamento horizontal
hj(x)	Restrição de igualdade
Н	Altura total da coluna / pórtico
Ι	Momento de inércia da seção transversal
i	Raio de giração
Ip	Momento de inércia da seção transversal do pilar
Iv	Momento de inércia da seção transversal da viga

Κ	Coeficiente de flambagem por flexão
Kv	Valor médio de $I_v/L_v$ para todas as vigas no topo do andar
Kp	Valor médio de $I_p/L_p$ para todos as pilares no topo do andar;
L	Comprimento do elemento
Lv	Comprimento da viga
Lp	Comprimento do pilar entre pavimentos
meq	Massa equivalente da ligação
$m_{ m perfis}$	Massa total dos perfis
Mrd	Momento fletor resistente de cálculo
Msd	Momento fletor solicitante de cálculo
n	Variáveis de projeto
пе	Número de elementos da estrutura
np	Número de pilares da estrutura
nv	Número de vigas da estrutura
Nrd	Força normal resistente de cálculo
Nsd	Força normal solicitante de cálculo
Р	Carga Axial
Pcr	Carga Crítica de flambagem elástica
Q	Fator de redução
r	Fator de rigidez da ligação
Si	Rigidez inicial da ligação
t	Espessura do perfil
Z	Módulo plástico de resistência

## LETRAS GREGAS

α	Coeficiente linear da equação de massa equivalente
β	Coeficiente angular da equação de massa equivalente
$\gamma_{a1}$	Coeficiente de segurança
δ	Deslocamento vertical máximo (flecha)
λ	Índice de esbeltez
θ	Ângulo de rotação das ligações

## 1. INTRODUÇÃO

#### 1.1 Considerações iniciais

Largamente usado na construção civil, o aço pode estar presente como parte das obras ou como material principal. Já é sabido que o sistema construtivo em aço permite liberdade no projeto de arquitetura, além de possibilidade de execução mais rápida e limpa, fabricação de estruturas com boa precisão, alto controle de qualidade, dentre outras.

De acordo com o Centro Brasileiro de Construção em Aço (CBCA, 2018), a construção em aço representou cerca de 14% do universo do setor de edificações no ano de 2014, quando a produção de estruturas de aço atingiu seu pico. Porém, desde 2015 o setor vem sofrendo queda na produção de estruturas de aço e em 2017 houve uma queda de 50% do volume em relação a 2014. Segundo o CBCA a situação político econômica do país resultou na redução desta produção, além do fechamento de algumas empresas, conforme Figura 1.1.



Figura 1.1. Empresas pesquisadas x produção de estruturas de aço (CBCA, 2018)

Desta forma, com o intuito de viabilizar soluções estruturais em aço, tem-se procurado cada vez mais a definição de projetos de maior eficiência e, consequentemente, com menor custo. Neste contexto, o desenvolvimento de metodologias modernas para otimização estrutural tem recebido uma atenção especial.

Nos projetos de estruturas de aço, o comportamento das ligações viga-coluna tradicionalmente é considerado como rígido ou flexível, sendo esta classificada em relação à sua rigidez à rotação. O caso rígido considera que não ocorre rotação relativa entre a viga e a coluna. Desta forma, os esforços normais e cortantes e o momento fletor atuantes na extremidade da viga também atuam na coluna. O caso flexível considera apenas a transmissão de esforços normais e cortantes da viga para a coluna, pois a rotação relativa entre elas não são restringidas. Contudo, na grande maioria das estruturas reais, essas ligações são casos ideais, ou seja, não têm um comportamento rígido nem flexível, localizam-se em estágios intermediários, de modo que as mesmas possuem um grau finito de flexibilidade. Deste modo, conexões podem ser classificadas em três tipos: Flexível, rígida ou semirrígida. Sendo esta classificação relacionada a rigidez à rotação, provocada pelo comportamento momento (M) *x* rotação relativa ( $\varphi$ ).

A ligação rígida possui rigidez suficiente para manter praticamente constante o ângulo entre as peças para qualquer nível de carga, conforme Figura 1.2 (b). As ligações flexíveis permitem a rotação relativa entre as peças com um comportamento próximo ao de uma rótula, permitindo um pequeno momento fletor, conforme Figura 1.2(a). Já as ligações semirrígidas possuem comportamento intermediário entre os casos (a) e (b), conforme Figura 1.2 (c).



Figura 1.2. Comportamento das ligações quanto à rotação (Díaz et al, 2011).

Diversos estudos anteriores demonstram que o desempenho real da ligação é diferente do idealizado totalmente flexível e totalmente rígido e que toda ligação possui um comportamento intermediário (Higaki, 2014). E que as ligações apresentam comportamentos de rigidez parcial em diversos graus, a depender das características de seus elementos (Castro, 2006).

Observa-se também que a semirrigidez nas ligações influencia no comportamento estrutural. A rigidez da ligação viga-pilar conduz a soluções estruturais distintas em relação aos casos extremos, rígidos e flexíveis. Em particular nos pórticos planos, observa-se que a consideração da semirrigidez nas ligações influencia, significativamente, na distribuição dos esforços internos da estrutura, nos deslocamentos laterais e na estabilidade.

Com a utilização cada vez mais por estruturas mais esbeltas, a não consideração da instabilidade nos projetos atuais pode levar a resultados desastrosos. No estado de equilíbrio estável ao aplicar um carregamento a uma coluna, um pequeno deslocamento poderá ocorrer. Quando este carregamento é removido, a coluna irá retornar para a forma não deformada. Enquanto que o estado de equilíbrio neutro pode ser definido quando o limite de estabilidade elástica é alcançado. Por outro lado, quando removido o carregamento, a coluna mantiver a forma deformada, a coluna está em um estado de equilíbrio instável, como mostra a Figura 1.3.



Figura 1.3. Estado de equilíbrio de uma barra (Mahfouz, 1999)

Outro fator relevante são os modelos de análise estrutural utilizado nos projetos estruturais, que tradicionalmente são baseadas na teoria elástica linear de primeira ordem devido a sua simplicidade, em que se considera uma relação linear entre as ações e os seus efeitos sobre as estruturas. Percebe-se que para que esta consideração seja aplicável é necessário que haja a "linearidade geométrica" e a "linearidade física" na estrutura analisada.

No entanto, com o aumento da esbeltez das estruturas a análise não linear das estruturas torna-se cada vez mais importante, porém pouco empregado no dimensionamento. Sendo assim, estudos sobre os efeitos da deslocabilidade horizontal tornam-se cada vez mais importantes. Este deslocamento horizontal da estrutura resulta em um acréscimo de esforços denominados de efeitos de segunda ordem. Na ocorrência de efeitos significativos é necessário considerar a não linearidade geométrica para a obtenção dos esforços finais. Um tipo de análise não linear geométrica comumente empregada é o método P-Delta que considera os efeitos da deslocabilidade horizontal nas estruturas, este efeito de segunda ordem relaciona a magnitude da carga axial (P) ao deslocamento horizontal (Delta).

O aperfeiçoamento do projeto de estruturas de aço é objeto de diversas pesquisas em diversos países do mundo e, em particular, no Brasil. Em diversos centros de pesquisa e desenvolvimento, procura-se por melhores técnicas de análise e de projeto estrutural que proporcionem maior economia e adequada segurança. Buscam-se técnicas mais apuradas de análise estrutural, através do emprego de metodologias que consideram os efeitos não lineares de segunda ordem e, mais recentemente, a consideração de ligações semirrígidas entre os elementos constitutivos do pórtico, uma vez que estas considerações refletem uma avaliação mais realista da estrutura.

Nos últimos anos vários pesquisadores têm se dedicado ao estudo ou desenvolvido formulações geometricamente não lineares considerando elementos finitos com a finalidade de examinar o comportamento não linear de pórticos com ligações semirrígidas, entre os quais pode-se citar: Lui *et al.* (1988), King (1994), Simões (1996), Chui *et al.* (1997), Xu (2001), Sekulovic *et al.* (2001) e Pinheiro (2003). Além deles, muitos autores também têm se dedicado à otimização estrutural destas estruturas considerando os efeitos de segunda ordem com ligações semirrígidas, entre os quais pode-se citar: Kameshi *et al.* (2001), Falcón *et al.* (2014), Freitas (2010) e Troung *et al.* (2017).

Sendo assim, de acordo com o pressuposto, para se obter projetos mais eficientes é necessária a consideração dos efeitos de segunda ordem e a semirrigidez das ligações.

Segundo Arora (2012), a metodologia clássica para melhorar o desempenho ou a eficiência de um sistema estrutural decorre de um processo de tentativas e erros, tornando-se praticamente impossível verificar todas as configurações possíveis num espaço de tempo razoável. Desta forma, é fundamental uma ferramenta que facilite o engenheiro projetista na busca das melhores configurações estruturais que atendam simultaneamente a todos os requisitos de projeto.

Assim sendo, com o avanço computacional atrelado ao conhecimento do comportamento real das estruturas, novas técnicas de projeto têm sido lançadas com o objetivo de proporcionar maior auxílio ao engenheiro estrutural. Isto tem-se tornado possível devido à grande capacidade de processamento dos computadores em solucionar as equações complexas que regem o comportamento das estruturas. A partir disto tem-se desenvolvido novas metodologias de análise e projetos estruturais mais ousados. Este avanço também tem possibilitado novos procedimentos de otimização, que auxiliam na busca da melhor configuração de um sistema estrutural.

Portanto, o intuito desta dissertação de mestrado é utilizar uma ferramenta computacional automatizada que busque o dimensionamento ótimo de pórticos de aço, visando a minimização do custo de fabricação da estrutura sem perder eficiência estrutural, utilizando perfis estruturais comerciais disponíveis no mercado como variáveis de projeto e os coeficientes de rigidez inicial das ligações viga-coluna. O projeto ótimo considera restrições mecânicas associadas às tensões máximas dos materiais empregados e os deslocamentos em pontos nodais importantes do pórtico, atendendo aos ELU (Estado Limite Último) e ELS (Estado Limite de Serviço) de acordo com as prescrições das normas de projeto e construção locais como a (ABNT, NBR 8800 2008).

Para a implementação do módulo computacional de análise estrutural deste trabalho foi utilizado o *software* comercial ANSYS®, que é um programa computacional baseado no método dos elementos finitos. O *software* é capaz de realizar diversos tipos de análise estruturais.

Na busca do mínimo global com variáveis discretas com restrições não convexas, foram utilizados algoritmos de otimização evolucionistas, em particular o Algoritmo Genético (AG) que nos últimos anos obteve-se grande aceitação por pesquisadores e engenheiros projetistas. O AG é uma técnica heurística baseada na evolução natural das espécies que têm como estratégia encontrar a melhor solução (indivíduo) dentro de um conjunto de possíveis soluções (população).

O AG do *toolbox "Global Optimization"* do MATLAB® disponibiliza o método Lagrangeano Aumentado (*Augmented Lagrangian Genetic Algorithm - ALGA*) que transforma um problema padrão restrito, com restrições lineares e não lineares de

igualdade e de desigualdade em um problema irrestrito. A transformação resulta em um subproblema que é constituído por um somatório da função aptidão (função objetivo) e das restrições penalizadas pelo método Lagrangeano Aumentado.

Diante do quadro exposto, este trabalho destinou-se a investigar a otimização de pórticos de aço plano considerando a análise não linear geométrica e as ligações viga-coluna como semirrígidas utilizando Algoritmos Genéticos (AG).

As implementações computacionais foram realizadas no ambiente computacional MATLAB® (THE MATHWORKS INC., 2015) juntamente com o ANSYS® (Versão 16.2). Os códigos computacionais de análise estrutural foram construídos no APDL ("ANSYS *Parametric Design Language*"), já a rotina do Algoritmo Genético (AG) empregado pertence ao toolbox de otimização do MATLAB®.

O APDL ("ANSYS *Parametric Design Language*"), é uma linguagem de programação própria do ANSYS® baseada na linguagem Fortran através da qual torna-se possível automatizar o uso de comandos para as diversas etapas do processo de análise estrutural. Com este comando é possível realizar análises estruturais para as diversas configurações da estrutura definidas no processo de otimização, por meio de arquivos neutros de entrada de comando no ANSYS®.

Foi implementado também um banco de dados dos perfis estruturais de aço laminado obtidos de catálogos de fabricantes nacionais, sendo este acessado automaticamente pelos módulos computacionais de análise estrutural e pelo algoritmo de otimização.

#### 1.2 Objetivos

O presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que utiliza a interface MATLAB-ANSYS para dimensionamento ótimo automatizado de pórticos planos de aço com ligações viga-coluna rígidas e semirrígidas considerando análise não linear geométrica. Sendo o MATLAB e ANSYS ferramentas amplamente utilizadas nos ambientes acadêmico e industrial da engenharia.

#### 1.2.1 Objetivos específicos

- Implementar um banco de dados com perfis estruturais disponíveis no mercado.

 Definir uma metodologia computacional para análise estrutural de pórticos planos de aço com ligações rígidas e semirrígidas empregando análise não linear geométrica, em particular os efeitos P-Delta;

- Através da linguagem APDL, presente no sistema ANSYS®, realizar a análise estrutural e utilizar o algoritmo genético disponível no *toolbox* do MATLAB® para otimização do pórtico estudado.

- Validar a metodologia desenvolvida através da comparação de resultados com casos encontrados na literatura.

#### 1.3 Justificativa

A crescente utilização do aço como solução estrutural, tem resultado em estruturas cada vez mais arrojadas e esbeltas. Neste sentido torna-se necessário o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que realize o dimensionamento ótimo de estruturas metálicas com menor custo de acordo com a NBR 8800 (2008).

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É apresentada a seguir uma revisão bibliográfica de trabalhos técnicos e científicos referentes ao tema. Nesta revisão, para melhor entendimento dos assuntos abordados, são exibidos primeiramente trabalhos referentes a análise não linear de estruturas efeitos P-Delta, em seguida modelagem de ligações semirrígidas e, por fim, otimização de pórticos planos de aço. Esta revisão tem o objetivo de mostrar o estado da arte do tema em estudo, a relevância e o contexto em que se insere esta dissertação.

#### 2.1 Análise não linear de estruturas

O efeito P-Delta é um tipo de análise não linear geométrica que considera os efeitos da deslocabilidade horizontal na estrutura. Em relação a este tema vários autores têm proposto estudos que auxiliam o engenheiro na melhor escolha do método de análise P-Delta a ser utilizado nos projetos. Dentre eles os autores Gaiotti (1989) e Lopes *et al.* (2005) apresentaram trabalhos para analisar os diferentes tipos de análise P-Delta disponíveis na literatura.

Gaiotti (1989) analisou diversos tipos de análise P-Delta, entre eles o método do fator de amplificação, o método direto, o método iterativo, os métodos de rigidez negativa e o método utilizando os efeitos de segunda ordem. Além disso o método de carga de gravidade iterativa, semelhante ao método iterativo, mas com base em análises usando o carregamento de gravidade atual aplicado de formas sucessivas. O estudo verificou que os fatores que diferenciam os métodos incluem a precisão, facilidade de uso, seja analiticamente ou no computador, e se eles são aplicáveis para todos os tipos de estruturas.

Já Lopes *et al.* (2005) forneceram uma síntese aos engenheiros sobre os diferentes métodos de análise P-Delta encontrados na literatura, tais como: Método de Dois Ciclos Iterativo, Método da Carga Lateral Fictícia, Método da Carga de Gravidade Iterativa e Método da Rigidez Negativa, além de auxiliar o engenheiro na escolha do método de análise P-Delta a ser utilizado nos projetos. O artigo também fornece uma introdução de como os efeitos P- Delta são considerados em quatro programas comerciais de análise estrutural.

#### 2.2 Modelagem de ligação semirrígida

Nos últimos anos vários pesquisadores propuseram modelos numéricos que simulam o comportamento semirrígido das ligações. Segundo Santos (1998), estudos realizados no início do século XX demostraram que as ligações das estruturas de aço possuem um comportamento intermediário entre rígido e o de rótula ideal, ou seja, são capazes de transmitir momento, porém possuem alguma capacidade de giro. Sendo assim, com o objetivo de propor análise estrutural mais adequada, alguns autores propuseram modelos numéricos que simulam o comportamento das ligações, entre eles Rodrigues (2009) e Silva (2017).

O estudo apresentado por Rodrigues (2009) teve como objetivo avaliar o comportamento estrutural de ligações viga-coluna com placa de extremidade ajustada à altura da viga, submetidas a momento fletor e esforço normal, através de uma análise numérica baseada no Método dos Elementos Finitos. O estudo ainda visou a comparação deste modelo numérico com resultados experimentais realizados em outros trabalhos. Propondo-se um modelo mecânico elasto-plástico, baseado nas recomendações de projeto apresentada pelo EUROCODE 3 (2003).

Já Silva (2017) propôs um modelo numérico e uma formulação para cálculo do grau de rigidez teórica de ligações em perfis de aço formados a frio. Para tal, utilizou o método analítico proposto pela EUROCODE (2005). Apresentou ainda o comportamento momento *x* rotação de alguns tipos de ligações pré-definidas. O estudo aplicou as equações propostas pelo método citado e foram incorporados coeficientes de ajuste devido à diferença nas características geométricas da ligação. Os resultados desta nova formulação foram comparados com modelos numéricos, realizados no programa ANSYS® versão 12.0. Os resultados foram considerados satisfatórios, dentro da geometria e modelos verificados.

Alguns autores também têm se dedicado a implementação de modelos numéricos para a análise não linear de estruturas metálicas com ligações semirrígidas, com o objetivo de alcançar uma avaliação mais realista do comportamento mecânico de sistemas estruturados em aço levando em consideração os vários efeitos não-lineares.

Pinheiro *et al.* (2005) analisou estratégias numéricas e computacionais para análise não-linear de pórticos com ligações semirrígidas. Inicialmente analisou a formulação do problema não-linear. Em seguida foram aplicados os procedimentos necessários para a caracterização dos elementos viga-coluna semirrígidos. A fim de verificar as implementações realizadas, os resultados obtidos foram confrontados com um pórtico de seis pavimentos estudado por Vogel (1985), como um exemplo de calibração para se verificar a precisão das análises.

Já Lopes *et al.* (2009) apresentaram uma análise não-linear de pórticos planos metálicos com conexões semirrígidas do tipo dupla cantoneira de alma. A análise considera tanto o comportamento não-linear das conexões viga-coluna quanto os efeitos P - Delta dos elementos estruturais. O modelo polinomial de Frye e Morris foi utilizado para a modelagem das conexões semirrígidas. Os elementos estruturais são dimensionados de acordo com o AISC (*American Institute of Steel Construction*) e o método de tensões admissíveis (ASD -*Allowable Stress Design*). Para comprovação do modelo proposto foram resolvidos dois exemplos numéricos com ligações rígidas do tipo dupla cantoneira de alma.

Balling *et al.* (2010) que denominaram um elemento "*co-rotacional*" que é desenvolvido pelas equações diferencias de segunda ordem da teoria das vigas. O elemento inclui os efeitos P-Delta assim como as deformações axiais devido a rotação das ligações e as condições de extremidades flexível e semirrígidas. O método foi implementado e para validação do mesmo foi executado em três exemplos. Os resultados obtidos encontraram-se bem próximo dos resultados fornecidos pelos programas comerciais.

Outro trabalho relevante é de Reis (2012) propôs um modelo de ligação semirrígida para análise não linear geométrica de pórticos planos, que considera as ligações com comportamento elastoplástico. As ligações foram modeladas via Métodos dos Elementos Finitos (MEF) e acopladas no programa Acadframe, software acadêmico, baseado no Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP). Para validação das implementações realizadas foram simulados diversos tipos de ligações semirrígidas de estruturas metálicas e de concreto pré-moldado.

#### 2.3 Otimização de pórticos planos de aço

Os primeiros registros sobre a utilização de técnicas de otimização, foram encontrados nos trabalhos de Euler e Lagrange, em que se estabelecem as condições básicas para determinação de máximos e mínimos de funções (Silva, 2001).

Os avanços dos computadores digitais e a busca de estruturas cada vez mais eficientes, porém com o menor custo, tem levado muitos pesquisadores a estudarem diversos metodologias aplicadas a otimização de estruturas. Porém algumas destas metodologias assumem que as variáveis de projeto sejam contínuas, no entanto em problemas reais sabe-se que estas variáveis devem assumir valores discretos. É o caso de estruturas metálicas onde os perfis disponíveis no mercado possuem valores padronizados através de gabaritos especificados em normas.

Diante do exposto, uma metodologia que tem sido muito utilizada nos últimos anos são os métodos evolucionistas, com maior destaque para o Algoritmo Genético (AG). Segundo Linden (2012), o Algoritmo Genético foi desenvolvido inicialmente por John Holland, em 1975, através de uma pesquisa que visava estudar os processos evolutivos, de forma que os fenômenos de adaptação e evolução do mundo real fossem simulados através de processos computacionais. Após a formulação de Holland, alguns estudos foram realizados com os AGs para a solução de problemas de projeto ótimo na Engenharia.

Rajeev *et al.* (1992) foram um dos primeiros estudiosos de otimização estrutural utilizando o AGs. Neste estudo foi feita a otimização da seção transversal das barras de uma treliça, sendo as mesmas consideradas como varáveis discretas. As restrições de projeto foram a tensão máxima do material e deslocamento, já a função objetivo foi o peso total da estrutura. A metodologia foi aplicada a problemas apresentados na literatura e por último foi analisado um problema padrão de uma torre de transmissão com 160 barras. Os resultados apresentados foram comparados a problemas similares em que a otimização foi realizada por Programação Matemática (PM). O estudo em questão apresentou resultados satisfatórios.

Camp (1997) apresentou uma metodologia de otimização de pórticos de aço que utiliza o AG como técnica de otimização com variáveis de projeto discretas. O modelo apresenta como função objetivo o peso total da estrutura e restrições de projeto as tensões e deslocamentos estabelecidos pela AISC-ASD e critérios de construção. Os resultados apresentados pelo AG foram comparados com resultados obtidos por outras técnicas de otimização. Concluiu-se que o AG além de ser uma abordagem prática, pode ser utilizados para o dimensionamento ótimo de estruturas.

Além da aplicação de novas metodologias para otimização estrutural, outra preocupação dos autores tem sido com o comportamento estrutural. De forma a apresentar soluções ainda mais eficientes alguns modelos de otimização têm levado em consideração a rigidez da ligação e comportamento não linear da estrutura.

Simões (1996) utilizou um método computacional para otimização do custo de estruturas metálicas, que considera a influência das ligações viga-coluna como rígidas

e semirrígidas no comportamento estrutural do pórtico. As varáveis de projeto foram o fator de rigidez da ligação e os perfis da estrutura. As restrições de projeto consideradas foram as tensões e deslocamento. Os resultados mostraram que estruturas com ligações semirrígidas tendem a ser mais baratas.

Pesezeshk *et al.* (2000) apresentaram uma metodologia de otimização de pórticos de aço através do AG, porém com algumas adaptações nos operadores genéticos como seleção de grupo, cruzamento e mutação. Para os exemplos estudados foram realizados três tipos diferentes de análise estrutural sendo a análise linear, análise linear considerando os efeitos P-Delta e a análise considerando a não linearidade geométrica e considerando os efeitos P-Delta. O dimensionamento foi realizado atendendo às normas da AISC relativas a tensão, deslocamento e interação de esforços e a função objetivo foi o peso total da estrutura. Concluiu-se que os diferentes tipos de análise não afetaram significativamente no resultado final dos exemplos estudados, porém projetos com análise não linear podem representar melhor os projetos.

Kameshi e Saka (2001) utilizaram o AG como método de otimização estrutural, o modelo mecânico utilizado considerou a flexibilidade das ligações de acordo com o modelo polinomial de Frey-Morris e foram realizadas análise linear e não linear geométrica, as restrições de projeto são os limites de tensão e deslocamento do estado limite de serviço. As varáveis de projeto foram apenas os perfis sendo estudados pórticos com diversos tipos de ligação. O trabalho mostrou que estruturas que consideram ligações semirrígidas com análise não linear geométrica apresentaram comportamento mais próximo do real e em alguns casos foi possível obter estruturas mais leves.

Cabrero e Bayo (2005) desenvolveram uma metodologia para otimização estrutural utilizando o AG, para pórticos com ligações semirrígidas realizando análise linear e não linear geométrica. A metodologia apresentada consistiu em otimizar além do tamanho dos perfis de viga e coluna, mas também os momentos e rigidezes ótimas das ligações do pórtico. A partir dos momentos e rigidezes ótima da ligação a mesma foi dimensionada. Foram estudados dois exemplos com ligações rígida, flexível e semirrígida. Os resultados encontrados mostraram que a concepção semirrígida é a mais econômica.

Ali *et al.* (2009) estudaram a otimização de pórticos de aço considerando como variável de projeto os perfis metálicos e os componentes da ligação. Para isto

desenvolveram um método baseado em AG para otimização, porém em multiníveis visando minimizar o custo da estrutura de aço. Na função objetivo o custo total das diferentes produções e das etapas de montagem da estrutura foram considerados. Foi apresentado um modelo de cálculo do custo que detalha os custos de todas as etapas de produção (material, fornecimento, fabricação, montagem e fundação da estrutura). As restrições de projeto foram a capacidade local e a verificação de flambagem de vigas e colunas, além dos limites de deslocamento horizontal e vertical estabelecidos pelo Eurocode 3. A validação numérica mostrou que a otimização de projeto em vários estágios resulta em benefícios de custo entre 10% e 25% em comparação com o projeto tradicional de pórticos de aço. Além disso, a metodologia desenvolvida mostrou ser capaz de medir o impacto das escolhas feita pelo projetista. A análise estrutural realizada levou em consideração a não linearidade geométrica da estrutura e ligações semirrígidas. Os resultados obtidos mostraram que o uso de ligações semirrígidas interfere significativamente na análise estrutural e isso é mostrado na otimização tanto os membros da estrutura como as ligações foram escolhidas em relação ao menor custo, os resultados mostraram também que o custo da ligação pode representar 20% do custo de uma estrutura.

Sánchez-Olivares et al. (2013) desenvolveram um método numérico prático, baseado em técnicas evolucionistas, para o projeto ótimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas. O AG identificou o melhor perfil de aço para cada membro da estrutura e o melhor fator de rigidez rotacional das ligações semirrígidas. O tipo de perfil das vigas e colunas, diâmetro dos parafusos e espessura de chapa das ligações foram considerados variáveis de projeto discretas. A função objetivo combinou o custo de cada perfil e o custo de cada ligação semirrígida. Foram consideradas restrições de projeto atendendo limites de serviço, assim como limite de resistência. As modelagens das ligações foram obtidas através do método das componentes do EUROCODE (2005). Como exemplo para demostrar a eficácia do método proposto apresentam dois pórticos conhecidos da literatura. O tipo de análise estrutural realizado foi não linear geométrica mais precisamente os efeitos P-Delta. Sendo considerado linear o comportamento das ligações. A pesquisa mostrou valores de rigidez e resistência das ligações mais próximas da real. Mostrou também como as condições de semirrigidez das ligações possuem grande relevância nos projetos e que não apenas as características geométricas da ligação como diâmetro do parafuso e largura da chapa influenciam, mas a zona que a chapa está ligada no flange da coluna

também possui influência na rigidez da ligação. E que ela influencia no comprimento de flambagem da coluna. Verificou-se também que elas reduzem a rigidez lateral da estrutura e aumentam os efeitos de segunda ordem, assim como que em estruturas com grande influência dos efeitos de segunda ordem as vantagens ao uso de ligações semirrígidas são reduzidas.

Em estudos mais recentes como de Troung *et al.* (2017) foi proposto um método para otimizar pórtico espacial de aço com ligações semirrígidas e usando Análise Prática Avançada (PAA) e Algoritmo Micro Genético ( $\mu$ GA). A PAA é uma análise não linear que considera fatores tais como os efeitos P- $\delta$ , P- $\Delta$ , os efeitos da imperfeição geométrica inicial, das tensões residuais e a diminuição da rigidez inicial para registrar o efeito P- $\delta$  das vigas e colunas. Enquanto nas ligações foi utilizado um modelo denominado por elemento de comprimento zero, este modelo considera a viga e a coluna ligados a uma ligação com seis molas, sendo as molas responsáveis pela translação assumem rigidez linear e as molas com movimento de rotação com comportamento não linear para representar o comportamento inelástico da estrutura. Neste estudo as variáveis de projeto foram os perfis das vigas e colunas, assim como o tipo de ligação semirrígida a ser utilizado. Os resultados mostram os tipos de conexões semirrígidas que devem ser utilizado para todo o projeto por conveniência e facilidade de construção.

A Tabela 2.1 resume em ordem cronológica os principais trabalhos revisados na presente pesquisa.

Autor	Variáveis de Projeto	Análise Estrutural	Tipos de Ligação	Otimização Estrutura	Observação
Simões (1996)	Perfis Estruturais e fator de rigidez da ligação	Análise Não Linear Geométrica	Ligação Rígida e Semirrígida	AG	A utilização de ligação semirrígida torna o projeto mais próximo do real, além de mais barato comparado ao modelo com ligação rígida.
Pesezeshk et al. (2000)	Perfis Estruturais	Análise linear e Não linear geométrica	Ligação Rígida	AG (Adaptado)	Os tipos de análise não afetaram siginificamente o valor final, porém análise não linear obteve valores mais realísticos
Kameshi e Saka (2001)	Perfis Estruturais	Análise Linear e não linear geométrica	Ligação rígida e semirrígida	AG	É necessário a utilização de análise não linear geométrica para pórticos que consideram ligações semirrígidas, visto que há um aumento da deslocabilidade lateral da estrutura.
Cabrero e Bayo (2005)	Perfis Estruturais e componentes da ligação	Análise Linear e Não linear geométrica	Ligação flexível, semirrígida e rígida	AG	O custo de estruturas com ligação semirrígida foi menor comparado aos modelos com ligação rígido flexivel.
Ali et al. (2009)	Perfis Estruturais e componentes da ligação	Análise não linear geométrica	Ligação semirrígida	AG	Apresentou um novo modelo de custo que consider todas as etapas de construção. As ligações semirrígidas interferem na análise estrutural e que o custo da ligação pode representar 20% do custo de uma estrutura.
Sánchez-Olivares <i>et</i> <i>al.</i> (2013)	Perfis Estruturais e componentes da ligação	Análise não linear geométrica	Ligação semirrígida	AG	As características geométricas da ligação possuem influência na rigidez da ligação. E que ela influencia no comprimento de flambagem da coluna. Estruturas com grande influência dos efeitos de segunda ordem as vantagens ao uso de ligações semirrigidas são reduzidas.
Troung et al. (2017)	Perfis Estruturais e tipos de ligação	Análise não linear geométrica	Ligação semirrígida	(µGA)	Os resultados mostram os tipos de conexões semirrígidas que devem ser utilizados. Porém o uso de um tipo de ligação para o pórtico pode ser mais conveniente devido a facilidade de construção.

#### Tabela 2.1: Principais autores do tema abordado.

# 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem a finalidade de apresentar e discutir o conteúdo teórico necessário para o desenvolvimento desta dissertação, compreendendo os seguintes temas: Comportamento de ligações metálicas, comportamento estrutural de pórticos planos de aço e técnicas de otimização estrutural.

#### 3.1 Ligação viga-coluna

As ligações viga-coluna são responsáveis por conectar os elementos da estrutura e seu comportamento mecânico tem influência na distribuição de esforços e deslocamentos. A NBR 8800 (ABNT, 2008) define os critérios que possibilitam a classificação nominal das ligações.

Com isso, uma ligação pode ser classificada como nominalmente flexível caso satisfaça a Equação (1):

$$S_{ini} \le 0.5 \ E \ \frac{l_v}{L_v} \tag{1}$$

Em que:

 $S_{ini}$ - Coeficiente de rigidez inicial da ligação;

E - Modulo de elasticidade longitudinal do aço;

 $I_v$ - Momento de Inércia da seção transversal da viga.

 $L_{v}$ - Comprimento da viga conectada à ligação;

Já para a ligação ser considerada rígida deve atender as Equações (2) e (3):

$$S_{ini} \ge 25 E \frac{I_v}{L_v} \tag{2}$$

$$\frac{K_v}{K_p} \ge 0,1\tag{3}$$

Em que:

 $K_v$ - Valor médio de  $I_v/L_v$  para todas as vigas no topo do andar;

 $K_p$ - Valor médio de  $I_p/L_p$  para todos os pilares no topo do andar;

 $I_p$ - Momento de inércia de um pilar no plano da estrutura;

 $L_p$ - Altura do andar para um pilar.

Sendo assim, para a ligação ser considerada semirrígida o valor da rigidez inicial deve estar no seguinte intervalo:

$$0,5 \ E \ \frac{I_{\nu}}{L_{\nu}} \le S_{ini} \le 25 \ E \ \frac{I_{\nu}}{L_{\nu}} \tag{4}$$

O Método dos Componentes publicado em 2005 pelo Eurocode 3 – *EN-*1993 parte 1-8: Projeto de Estruturas de Aço - Projeto de Ligações, é fruto de uma compilação de diversos trabalhos como de Yee e Melchers (1986), Jaspart (2000), Faella *et al.*(2000), entre outros. Possibilita o cálculo da rigidez rotacional e o momento resistente da ligação, através da identificação de um conjunto de componentes da ligação. Cada uma dessas componentes é associada a uma mola, representando os mecanismos de rigidez e deformação dos componentes da ligação.

No Brasil, a norma brasileira para construção em aço a NBR 8800 (ABNT, 2008), não tem apontamento para dimensionamento de ligações semirrígidas e sugere que, em ausência de norma brasileira aplicável, normas estrangeiras podem ser utilizadas.

Pode ser utilizada a rigidez inicial ( $S_{ini}$ ) como a própria rigidez da ligação desde que o valor do momento solicitado na ligação ( $M_{j,Sd}$ ) não ultrapasse 2/3 do seu momento resistente de cálculo ( $M_{j,Rd}$ ), como pode ser visto na Figura 3.1 (a), neste caso pode-se garantir que os elementos da ligação não alcançam a plastificação. Já na Figura 3.1 (b) é possível observar a curva momento *versus* rotação, com a classificação nominal das ligações quanto à rigidez  $S_{ini}$ .



Figura 3.1. Comportamento da ligação dado pela curva momento versus rotação.

Caso o momento solicitante  $(M_{j,Sd})$  seja superior a 2/3 do seu momento resistente de cálculo  $(M_{j,Rd})$ , não se pode garantir que todos os componentes da ligação encontram-se no regime elástico. Vale ressaltar que os casos estudados nesta dissertação encontram-se no regime elástico.

Na Figura 3.2, apresentam-se curvas de momento *x* rotação para diferentes tipos de ligações utilizadas em estruturas metálicas e na Figura 3.3 o detalhamento das ligações sendo elas: (a) cantoneira de alma simples, (b) cantoneira dupla de alma, (c) placa de extremidade a cisalhamento, (d) cantoneira de topo e assento, (e) placa de extremidade, (f) T-STUB (dois perfis t).



Figura 3.2. Relação Momento x Rotação de ligações usuais (modificado de LOPES et al., 2008)

Na Figura 3.3 é possível observar que o comportamento da ligação depende da disposição dos componentes e de suas propriedades geométricas. As ligações compostas por peças simplificadas, como a Figura 3.3 (a) resultam em comportamento mais flexíveis. Ao contrário ligações complexas como a Figura 3.3 (e) resultam em comportamento mais rígido.



Figura 3.3. Ligações viga-coluna usuais (Chan e Chui, 2000;)

#### 3.2 Modelagem de ligação semirrígida

Diversas são as técnicas de modelagem que podem ser adotadas para determinar a curva momento *x* rotação de uma ligação viga-coluna, sendo classificadas como modelagem experimental, analítica e numérica.

A modelagem experimental consiste na realização de ensaios laboratoriais em modelos de escala real ou reduzida, com a finalidade de estudar o comportamento mecânico da ligação. Determina-se a curva momento *x* rotação através de dados

coletados por instrumentação mecânica instalados na estrutura. Os ensaios experimentais permitem obter, de forma confiável, o comportamento real das ligações, porém não é uma modelagem prática para se desenvolver em grande escala devido ao alto custo.

A modelagem analítica associa os componentes da ligação a um modelo de molas e bielas, empregando relações empíricas para caracterizar a ligação, determinando sua rigidez e sua resistência. A exemplo deste modelo pode-se citar o Métodos das componentes que é amplamente utilizado por estar previsto no Eurocode 3 (2005) – EN- 1993 parte 1-8: *Projeto de Estruturas de Aço - Projeto de Ligações.* 

Já a modelagem numérica expressa a relação momento *x* rotação através de uma função matemática em que os parâmetros são determinados por uma curva ajustada a resultados experimentais. Esses parâmetros relacionam diretamente a curva momento *x* rotação das ligações por funções matemáticas com o uso de constantes de ajustes de curvas que podem ser determinadas diretamente por dados experimentais, o que possibilita a realização direta da análise estrutural.

Segundo Chan & Chui (2000), os modelos numéricos são mais simples que os analíticos e para funcionarem melhor necessitam de poucos parâmetros e a garantia da geração de uma curva suave com primeiras derivadas positivas e que englobe uma grande quantidade de tipos de ligações.

A representação numérica pode ser feita por diferentes formas, desde a mais simples, a linear que superestima a rigidez da ligação para grandes rotações ou a bilinear recomendada pelo Eurocode 3 (2005) que representa uma melhora significativa, apesar de não ser capaz de considerar mudanças contínuas de rigidez na curva. Para melhores aproximações utilizam-se modelos multilineares ou até mesmo pode ser usada uma curva não-linear. Entretanto, os modelos mais sofisticados, muitas vezes, são inviáveis ou desnecessários.

Na Figura 3.4 podem ser vistos graficamente os tipos de aproximações dos modelos numéricos. Os tipos de representações matemáticas dependem de alguns parâmetros que têm um explícito significado físico, como a rigidez, a resistência e o fator de forma das ligações. O modelo utilizado neste trabalho emprega apenas o modelo linear, justamente por necessitar apenas da rigidez rotacional da ligação como dado de entrada. Além de que é também objetivo desta dissertação encontrar a rigidez inicial ótima das ligações viga-coluna.

As ligações semirrígidas podem ser representadas como sendo molas com dois graus de liberdade restringidos, sendo estes as rotações nos eixos x e y, e um livre, a rotação no eixo z. Os elementos finitos tipo mola permitem simular o comportamento mecânico das ligações semirrígidas, possibilitando a inclusão dos efeitos de não linearidade geométrica através da definição de sua curva característica.



Figura 3.4. Representação matemática da curva Momento x Rotação (CASTRO, 2006)

#### 3.3 Influência das ligações viga-coluna no comportamento estrutural

Conforme pesquisa bibliográfica feita pode-se observar que a consideração da ligação semirrígida nas ligações viga-coluna influencia significativamente a distribuição dos esforços internos na estrutura, conduzindo a soluções estruturais bastante distintas em relação aos casos rígidos e flexíveis.

A fim de exemplificar a influência da ligação no comportamento estrutural no presente estudo foi realizado uma simulação computacional em um pórtico simples de três barras estudado por Van Keulen *et al.* (2003), visando quantificar os efeitos do fator de rigidez (r) nos esforços de momento fletor em cada nó identificado na Figura 3.5. Sendo assim, foi realizada análise linear desse pórtico com ligações flexíveis (r = 0), semirrígida (r = 0.5) e rígida (r = 1).



Figura 3.5. Pórtico (Van Keulen, 2003)

Na Tabela 3.1 pode-se observar que os momentos transmitidos pela viga com (r = 0,5) são menores que os transmitidos pela viga com nós rígidos (r = 1,0) e maiores que os transmitidos com nós articulados (r = 0,0). Isso mostra que existe uma redistribuição dos esforços em todo pórtico gerando um melhor aproveitamento dos elementos do mesmo, já que o momento fletor no topo do pilar (nó 2 e nó 5) irão diminuir aproximadamente 35% comparado ao modelo rígido.

Rigidez	Nó 1 (kN.m)	Nó 2 (kN.m)	Nó 3 (kN.m)	Nó 4 (kN.m)	Nó 5 (kN.m)	Nó 6 (kN.m)
r = 0	18	0	40,1	40,1	0	18
<i>r</i> = 0,5	-6,6	-9,4	27,6	24,6	-18,4	20,4
r = 1	-0.6	-14.6	21.0	16.5	-28.1	21.9

Tabela 3.1: Momentos do pórtico em função das rigidezes rotacionais

Destaca-se também a influência da rigidez das ligações viga-coluna no deslocamento da estrutura, pois em muitos casos a deslocabilidade da estrutura pode ser um fator importante no projeto. Por isso, na Tabela 3.2 é possível observar a influência da ligação na deslocabilidade lateral da estrutura nos nós 2 e 5 onde o deslocamento lateral será maior e deslocamento vertical no meio do vão onde o mesmo será maior.

Rigidez	Nó 2 (cm)	Nó 5 (cm)	Nó no meio do vão (cm)
<i>r</i> = 0	5,98	5,97	17,11
r = 0,5	3,72	3,70	8,64
<i>r</i> = 1	2,63	2,60	6,52

Tabela 3.2: Deslocamento lateral do pórtico em função das rigidezes rotacionais

Observando a Tabela 3.2 é possível concluir que com o aumento da rigidez rotacional o deslocamento tende a diminuir, porém na maioria dos casos com uma rigidez intermediária é possível atender aos critérios de projeto, não sendo necessário uma rigidez elevada com custo maior.

Na grande maioria dos casos, as ligações semirrígidas são mais leves e envolvem menos componentes como soldas e parafusos quando comparadas com a solução rígida tradicional. Que ao ser considerada, pode reduzir o custo da estrutura. Embora as ligações viga-coluna representem uma parcela pouco significativa do peso total da estrutura, o preço para a sua fabricação e montagem é significativo e deve ser levado em conta (Del Savio, 2004).

#### 3.4 Análise estrutural

A análise estrutural é fundamental para o prognóstico do comportamento da estrutura, determinando a distribuição de esforços, deformações e deslocamentos, necessários para o correto dimensionamento. No presente trabalho à análise estrutural foi realizada com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). Segundo Assan (1999) o MEF prevê a discretização dos elementos estruturais, dividindo-os em um número finito de pequenas regiões, denominadas elementos finitos, que formam uma malha contínua, em que nos vértices de cada elemento são definidos os nós. Nessa condição ainda não se adota uma função admissível que satisfaça as condições de contorno para todo o domínio do elemento estrutural, sendo as funções admissíveis definidas no domínio de cada elemento finito. A resolução do sistema de equações determina os valores dos parâmetros nodais que podem ser deslocamentos e/ou forças internas.

Nesta dissertação, para o módulo computacional de análise estrutural foi adotado o programa comercial ANSYS®. Este software é baseado no MEF e apresenta ferramentas que possibilitam a integração com os demais programas considerados para a resolução do problema de otimização. Que pode ser inclusive o MATLAB®, o programa utilizado para o processo de otimização. Essa integração entre os programas através da troca automatizada de dados é necessária para o desenvolvimento da metodologia.
#### 3.4.1 Modelagem no ANSYS

O software ANSYS® está formado por um conjunto de sistemas computacionais cujo procedimento de análise se baseia no Método dos Elementos Finitos. Cada sistema contido no programa ANSYS® se destina a um determinado tipo de análise. As principais análises que podem ser processadas pelo programa são: Mecânica estrutural, transmissão de calor, escoamento interno e externo de fluidos e eletromagnetismo.

Dentre as ferramentas disponibilizadas no ANSYS®, foi utilizada a linguagem de programação APDL (ANSYS *Parametric Design Language*). Trata-se de uma linguagem de programação própria do ANSYS, baseada na linguagem Fortran, através da qual torna-se possível criar modelos da análise com variáveis paramétricas que podem ser atualizadas através de interfaces computacionais.

Durante a fase de modelagem da estrutura foram inseridas todas as informações necessárias para a resolução da análise estrutural. Foram definidos, portanto, as propriedades do material empregado, a geometria do pórtico estudado, configurações de contato entre os elementos, geração da malha de elementos finitos, implementação das condições de carregamento e de contorno, definição dos resultados a serem exibidos (solicitações e deslocamentos).

A análise considerada neste trabalho é a análise não-linear geométrica devido ao comportamento de elementos esbeltos e das ligações semirrígidas.

A análise dos pórticos no ANSYS® foi implementada adotando-se dois elementos finitos distintos. Um para representar o comportamento mecânico de vigas e colunas e outro para representar o comportamento semirrígido das ligações vigacoluna.

Para as vigas e colunas adotou-se o elemento finito linear BEAM3 do ANSYS. Como mostrado na Figura 3.6, o elemento finito BEAM3 é um elemento uniaxial com capacidades de tração, compressão e flexão. O elemento tem três graus de liberdade em cada nó: translações nas direções x e y e rotação sobre o eixo z. O elemento é definido por dois nós extremos i e j, a área da seção transversal, o momento de inércia e a altura. Para realização da análise estrutural de pórticos planos este elemento se apresenta como uma boa alternativa de solução devido a sua simplicidade sendo necessário apenas a área da seção transversal, o momento de inércia e as coordenadas dos nós extremos.



Figura 3.6. Geometria do elemento linear BEAM 3 (ANSYS, 2013)

Já as ligações viga-coluna foram representadas através do elemento de contato COMBIN40 do ANSYS, conforme Figura 3.7, este elemento finito é uma combinação de um deslizador de mola e um amortecedor em paralelo. Um elemento de barra pode ser associado a um ou ambos os pontos nodais. O elemento possui um grau de liberdade em cada nó, ou seja, translação ou rotação nodal. O COMBIN40 pode ser usado em qualquer tipo de análise, sendo definido por dois nós extremos i e j, o coeficiente de rigidez inicial da ligação (K1) e o momento resistente da ligação (M).



Figura 3.7. Geometria do elemento de ligação COMBIN40 (ANSYS, 2013)

Em que:

K1- Rigidez da mola para rotação K2- Rigidez da mola para translação C- Coeficiente de amortecimento GAP- Limite de deslocamento M- Momento resistente da ligação FSLIDE- Limite de força deslizante

O elemento COMBIN40 permite a rotação relativa entre os membros conectados, sendo seu grau de rotação, função do valor do coeficiente de rigidez inicial da ligação ( $S_{ini}$ ) previamente atribuído para a ligação. Nessa situação, seu comportamento assemelha-se ao de uma mola rotacional.

#### 3.4.2 Não linearidade geométrica

No processo de aplicação das cargas num sistema estrutural a interação entre os carregamentos atuantes nos elementos e os deslocamentos laterais da estrutura provoca o surgimento de esforços adicionais da estrutura configurando nãolinearidade geométrica, ou seja, causa uma alteração nos esforços internos na estrutura, tais como momentos fletores e esforços normais. Esse comportamento deve ser considerado em situações em que, em virtude do carregamento imposto, a estrutura sofra mudanças significativas em sua geometria, caracterizado por mudanças de curvatura e grandes deslocamentos.

Nas estruturas rígidas tais efeitos são pequenos e podem ser desprezados. No entanto, pode ocorrer um aumento da esbeltez da estrutura devido à mudança de comportamento do pórtico. Este aumento de esbeltez pode ser causado pela consideração de ligações viga-coluna como semirrígidas que geram maior flexibilidade rotacional das ligações e, consequentemente, maiores deslocamentos laterais da estrutura.

Este deslocamento horizontal da estrutura resulta em um acréscimo de esforços denominados de segunda ordem. Caso estes efeitos sejam significativos é necessário considerar os efeitos da deslocabilidade horizontal na estrutura.

A NBR8800 (ABNT, 2008), classifica as estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais como de pequena, média ou grande deslocabilidade. Essa classificação depende da diferença entre os deslocamentos laterais obtidos em análise de primeira e segunda ordem. Caso essa diferença seja menor ou igual a 10% a estrutura é de pequena deslocabilidade, se for maior que 10% e menor ou igual a 40% é de média deslocabilidade e se for maior que 40% será considerada de grande deslocabilidade.

A referida norma estabelece que para estruturas de pequena deslocabilidade, os efeitos de segunda ordem sejam desconsiderados, impondo alguns critérios para essa situação. Já para as estruturas com média ou grande deslocabilidade os efeitos de segunda ordem, não podem ser desconsiderados, o que impõe a consideração de análise não-linear geométrica para estruturas mais flexíveis.

Dentre os métodos para cálculo dos efeitos de segunda ordem, a NBR8800 (ABNT, 2008) permite a utilização do método de amplificação dos esforços solicitantes, descrito em seu Anexo D, ou ainda a utilização de uma análise rigorosa considerando as não linearidades geométricas. Neste trabalho a análise estrutural não

linear geométrica foi feita no *software* ANSYS®, que aproxima de forma satisfatória a resposta da estrutura a carregamentos horizontais, e sendo assim, pode ser considerada uma análise rigorosa na consideração dos efeitos da não linearidade geométrica.

O software usa a abordagem de Newton-Raphson para resolver problemas não-lineares. A carga é subdividida em uma série de incrementos de carga que podem ser aplicados em várias etapas sucessivas de carga. Antes de cada solução, o algoritmo de Newton-Raphson avalia o vetor de carga fora de equilíbrio que é a diferença entre o carregamento aplicado e a carga para configuração de equilíbrio da estrutura. O programa, em seguida, executa análise linear usando as cargas fora de equilíbrio e verifica a convergência. Se os critérios de convergência não forem satisfeitos, o vetor de carga fora de equilíbrio é reavaliado, a matriz de rigidez é atualizada e uma nova solução é obtida. Este procedimento iterativo continua até que o problema atinja a convergência sendo este método utilizado com seus valores de tolerância mantidos em 0,5%.

O método considera a subdivisão da força aplicada em uma série de incrementos de carga. A Figura 3.8 apresenta um diagrama força *versus* deslocamento mostrando a convergência de dois incrementos de carga.





A convergência é observada quando o vetor de equilíbrio, obtido pela diferença entre a força aplicada (representada pelas interseções entre a linha contínua horizontal e a reta inclinada) e a força para configuração de equilíbrio (representada pelas interseções entre a curvas e a reta vertical correspondente) apresenta valores menores que a tolerância definida.

#### 3.5 Análise de Instabilidade

A instabilidade deve ser avaliada principalmente em elementos comprimidos esbeltos e ocorre quando um componente do sistema estrutural perde sua estabilidade (equilíbrio) antes que o material atinja sua tensão de escoamento, o que pode acarretar em significativa diminuição da resistência mecânica do elemento estrutural (Pfeil, 2010).

Para garantir que a instabilidade não ocorra, verifica-se que o carregamento imposto (P) ao elemento estrutural não exceda a carga crítica de flambagem elástica ( $P_{cr}$ ) do mesmo, que é definida pela Equação (5):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \tag{5}$$

Sendo:

*E* - Módulo de Elasticidade;

- *I* Menor momento de inércia da seção transversal;
- *K* Fator de comprimento de flambagem por flexão;
- *L* Comprimento do elemento;

A carga crítica, ou carga de Euler, descrita pela Equação (5) é usada para o cálculo da força normal resistente de cálculo ( $N_{rd}$ ) descrito pela NBR8800 (ABNT, 2008).

#### 3.6 Otimização Estrutural

As técnicas de otimização estrutural possibilitam o uso racional dos recursos materiais disponíveis de acordo com objetivos baseados em eficiência mecânica ou segurança estrutural. Estas técnicas vêm sendo empregadas amplamente na Engenharia através de metodologias que permitem identificar a melhor solução dentre

um conjunto de soluções possíveis, podendo assim, ser determinados os valores ótimos de parâmetros importantes do projeto estrutural como, por exemplo, dimensões da seção transversal dos elementos, geometria, etc.

O conceito de otimização estrutural é antigo tendo como pioneiro os trabalhos de Maxwell, em 1872, retomado por Michell, em 1904, segundo (Silva, 2003). O estudo considerou um determinado domínio infinito de pontos com um dado carregamento aplicado como mostrado na Figura 3.9 (a), estando este domínio devidamente apoiado nas extremidades para que fosse possível calcular o campo de tensões principais. A estrutura ótima obtida seria uma treliça alinhada com as direções principais, porém com o menor volume de material necessário para suportar o carregamento aplicado, a Figura 3.9 (b) observa-se a treliça obtida por Michell em 1904. As barras seguem as linhas de isotensão principais. A linha tracejada indica compressão e a contínua tração.



a) Configuração inicial b) Solução ótima Figura 3.9. Treliça ideal obtida por Michell em 1904 (SILVA, 2003)

Nos últimos anos, devido ao surgimento de novas ferramentas de análise estrutural e de novos algoritmos de otimização atrelado ao avanço computacional. Tem levado um grande número de pesquisadores a estudarem esse tema.

De acordo com o tipo de variável de projeto usada, os problemas de otimização podem ser classificados em dimensional, de forma e topológica, conforme Figura 3.10.



Figura 3.10. Exemplo dos três tipos básicos de otimização: (a) dimensional, (b) de forma e (c) topológica (Silva, 2015)

Na otimização dimensional, as variáveis de projeto são as dimensões principais das seções transversais dos elementos da estrutura.

No problema de otimização de geometria ou de forma as coordenadas dos nós da estrutura são as variáveis de projeto. Neste tipo de otimização não se determina a quantidade de elementos, mas sim a posição e comprimento deles alterando as coordenadas dos pontos nodais.

A otimização topológica se preocupa com a quantidade e a distribuição de material na estrutura, considerando como variável de projeto a existência ou não de cada barra da estrutura,

No presente estudo, as variáveis de projeto caracterizam-se problema de otimização dimensional.

# 3.6.1 Conceitos gerais

De modo geral, o problema de otimização consiste em identificar a configuração de mínimo (ou máximo) de uma função objetivo f(x), sujeita a restrições de projeto.

$$Minimizar f(x) \tag{6}$$

Sujeita a restrições de projeto que podem ser de igualdade ou desigualdade:

$$h_j(x) = 0; \ j = 1, \dots, p$$
 (7)

$$g_i(x) \le 0; \ i = 1, \dots, m$$
 (8)

Sendo:

p – Número de restrições de igualdade;

m – Número de restrições de desigualdade;

As variáveis de projeto (x) possuem uma relação com as restrições de projeto e podem ser modificadas arbitrariamente na busca de uma solução ótima, podendo ser contínuas que representa um conjunto de números reais positivos, ou discretas, em que as soluções estão contidas em um conjunto finito de valores prédeterminados.

As restrições de projeto são limitações impostas ao problema a ser analisado, com o objetivo de limitar o espaço de busca do algoritmo e os valores assumidos pelas variáveis, portanto influenciando na determinação dos resultados.

A função objetivo é um valor, capaz de quantificar a qualidade de um problema de otimização. Esta função pode ser simples, quando ela tem apenas um objetivo, ou multiobjetivo, quando tem mais de um objetivo.

Um problema de otimização pode ser linear ou não linear. Considera-se otimização linear quando a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto e otimização não linear quando a função objetivo ou alguma das restrições são funções não lineares das variáveis de projeto (Haftka e Gurdal, 1992).

No geral, o processo de otimização parte de uma configuração inicial (X<sup>0</sup>) que será melhorada (X<sup>k+1</sup>) a cada iteração até atingir uma determinada tolerância.

O trabalho tem por objetivo a realização de uma otimização estrutural, com isso trabalha-se com dois módulos computacionais independentes, porém vinculados um ao outro. No módulo de verificação estrutural realiza-se a análise estrutural, onde são calculadas as respostas mecânicas da estrutura para a configuração corrente. Já no módulo de otimização são geradas novas configurações (X<sup>k+1</sup>) que visam a redução da função objetivo, respeitando-se as restrições de projeto impostas ao modelo. O processo será repetido até atender à tolerância estipulada que, em geral, se referem ao grau de alteração numérica das restrições ativas ou das varáveis de projeto ou da função objetivo. A Figura 3.11 mostra o esquema geral de como será realizada a otimização do problema.



Figura 3.11. Esquema geral da otimização estrutural

Existem muitos métodos capazes de solucionar tal problema. Um método clássico é a Programação matemática (PM), que possui rápida convergência, porém não são adequados para problemas multimodais em que o problema pode apresentar vários valores extremos e as variáveis apenas podem ser consideradas como contínuas. Para o problema do presente estudo este método não poderia ser utilizado visto que a metodologia trabalha com todas as varáveis como discretas.

Nos últimos anos, os métodos de otimização estrutural têm evoluído expressivamente como consequência de muita pesquisa e desenvolvimento nesta área. Entretanto, nos últimos anos há uma crescente tendência para utilização de algoritmos evolucionistas na solução de problemas de otimização estrutural. Em especial, destacam-se os algoritmos genéticos (AGs), que usam uma metodologia baseada na teoria evolutiva da seleção natural das espécies para encontrar a solução do problema.

#### 3.6.2 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos foram criados com o intuito de imitar determinados processos da evolução natural das espécies na resolução de diversos problemas da engenharia, Goldberg (1989). Deste modo, a técnica fundamenta-se na teoria proposta por Charles Darwin a respeito da seleção e evolução dos indivíduos na natureza onde apenas os indivíduos que melhor se adaptassem tenderiam a sobreviver, como também, em outras teorias de genética formuladas posteriormente.

Os AGs iniciam sua amostragem com uma população de indivíduos gerados aleatoriamente. A cada iteração os indivíduos são avaliados através de uma função de aptidão, que identifica o quão bom é cada indivíduo, e os que apresentarem

melhores resultados são mantidos com configuração intacta, enquanto os outros são descartados. Os membros mantidos pela seleção podem sofrer modificações em suas características fundamentais por meio de cruzamentos (*crossover*), mutações ou recombinação genética gerando descendentes para a próxima geração, que será formada com o mesmo número de indivíduos definidos na população inicial. Com a nova geração já definida, os indivíduos são então analisados para definir se a solução encontrada atende os critérios de parada ou se uma nova interação deve ser realizada. A Figura 3.12 apresenta o fluxograma com as etapas principais do algoritmo.



Figura 3.12. O fluxograma da otimização de Algoritmo Genético (ALVES, 2013)

Os AGs se mostram eficientes para resolver problemas multimodais, ou seja, problemas que apresentam vários valores extremos, uma vez que sua metodologia envolve várias possíveis soluções (indivíduos) a cada iteração, o que faz com que a busca pelo melhor resultado não se limite a um pequeno intervalo no domínio da função objetivo, mas ocorram em todo domínio da função objetivo, diminuindo as chances da busca pelo resultado se limitar a ótimos locais. Outra vantagem do AGs é que permitem a utilização de variáveis de projeto contínuas, discretas ou ambas em uma mesma análise e não requerem o cálculo de derivadas da função do modelo, que em alguns casos pode ser bem complexo.

#### 3.6.2.1 Terminologia em Algoritmos Genéticos

Os AGs estão baseados na teoria da evolução das espécies, portanto muitos termos são originados dela.

Gene é um elemento do vetor de variáveis de projeto. Nas aplicações do presente estudo, gene seria o conjunto de perfis estruturais disponíveis para a solução.

Em contrapartida, o alelo representa cada um dos perfis estruturais disponibilizados no banco de dados.

O indivíduo, também denominado de cromossomo, é formado por um conjunto de genes. Logo, nos casos empregados, o indivíduo seria o conjunto de perfis estruturais que definem um pórtico candidato a solução.

População é um conjunto de indivíduos que representam as possíveis soluções avaliadas durante uma geração.

As gerações dizem respeito à evolução que as populações vão tendo ao longo do tempo em função da aplicação dos operadores genéticos de reprodução.

Essas terminologias são necessárias para entender o funcionamento dos operadores genéticos que são responsáveis pela eficiência do método.

#### 3.6.2.2 Operadores genéticos

Os operadores genéticos têm por objetivo realizar transformações em uma população, fazendo com que a cada nova população gerada apresente indivíduos mais próximo da solução ótima, contribuindo assim para que as populações evoluam a cada nova geração. Com isto, os operadores genéticos são classificados em: inicialização, função de aptidão, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização. Sendo que destes, destacam-se os de seleção, cruzamento e mutação, responsáveis por conduzirem à melhor solução do problema.

# 3.6.2.2.1 Inicialização

Um AG tem início a partir da execução do operador denominado inicialização. Tal operador consiste na criação de uma população inicial, na qual os demais serão aplicados. Em geral, esta população é gerada de forma aleatória, onde os cromossomos são gerados randomicamente. Objetivando aumentar sua diversidade genética, garantindo desta forma, um maior alcance do espaço de busca. Caso a inicialização da população não ocorra de forma randômica, esta poderá convergir prematuramente, isso significa que em um curto espaço de tempo a população possuirá indivíduos muito semelhantes, ou seja, com pouca diversidade genética, o que dificultará na escolha da melhor solução possível para o problema estudado. Após a criação da população inicial é necessário avaliar todos os indivíduos gerados para dar prosseguimento ao método.

## 3.6.2.2.2 Função Aptidão

Nos problemas de busca e otimização deve-se determinar a qualidade de uma solução (indivíduo), para que se possa definir se esta contribuirá para a resolução do problema. Esse trabalho é realizado pela função de aptidão. Assim, este operador confere uma nota para cada indivíduo de acordo com o problema. Sendo tal nota, posteriormente, utilizada no operador genético de seleção.

O cálculo da função de aptidão é o único elo entre o algoritmo genético e o problema proposto. É a única parte não genérica do AGs e deve ser capaz de quantificar as restrições e objetivos, ou seja, a função de aptidão deve ser específica para cada problema. Ou seja, ela é utilizada para excluir os indivíduos que não atendam as funções de restrição e irá atribuir uma nota aos indivíduos que atenderem a todas as restrições do projeto.

## 3.6.2.2.3 Seleção

O operador de seleção é executado logo após o cálculo da aptidão dos cromossomos gerados. Sua implementação é baseada no processo de seleção natural, onde os indivíduos mais capazes possuem maior probabilidade de gerar mais descendentes, enquanto que os menos capazes poderão ainda gerar descendentes, porém em uma escala menor. Desta forma, a seleção não deve ser baseada somente na escolha do indivíduo mais capaz, pois existe a probabilidade de um indivíduo menos capaz gerar um indivíduo que possua os elementos com a melhor solução para o problema analisado. Existem diversas estratégias de seleção. Neste trabalho serão apresentados apenas duas: A roleta e o torneio. Vale ressaltar que esse operador interfere diretamente na convergência do método.

Roleta: Nesta técnica, a seleção dos indivíduos ocorre de forma proporcional ao seu valor de aptidão, sendo que os indivíduos de uma população são representados em uma roleta, onde ocupam um espaço proporcional ao seu valor de aptidão. Desta forma, os indivíduos que apresentarem maior valor de aptidão ocuparão um maior espaço da roleta, enquanto que os indivíduos com menor valor de aptidão ocuparão menores espaços. A roleta será girada quantas vezes forem necessárias para gerar os pares necessários para o cruzamento e mutação, conforme a Figura 3.13.

Torneio: A execução do método Torneio se dá a partir da escolha de um grupo de indivíduos da população atual de forma aleatória. Dentre os indivíduos escolhidos o mais apto é selecionado para compor uma população intermediária que também pode ser definida como a população dos pais que irão permanecer para a próxima geração. Em seguida os demais indivíduos inaptos são recolocados na população e realiza-se uma nova escolha aleatória, até que a população intermediária esteja completa. A Figura 3.14 ilustra o funcionamento de tal método.



# Seleção por Roleta

Figura 3.13. Esquema de funcionamento do método Roleta

População	Cromossomos candida	tos	Selecionados	
	0000,0001,0100	$\rightarrow [$	0001	
	0010,0111,1010	$\rightarrow$	1010	
0100,1000,0001,	0011, 1000, 1011	$\rightarrow$	0011	
0011 1001 1011	<b>1</b>		· .	
0110,0101,1010	<u>(*</u>			
	0110,0101,1001	→	0101	
		_		

Figura 3.14. Esquema de funcionamento do método Torneio

# 3.6.2.2.4 Cruzamento

O processo de cruzamento é iniciado após a realização da seleção. Nesta fase ocorre a troca de segmentos entre "pares" de indivíduos que foram selecionados como pais e irão originar os novos indivíduos que virão a formar a população da geração seguinte. Assim, a ideia principal do cruzamento é propagar as características positivas dos indivíduos mais aptos da população por meio da troca de segmentos de informações entre eles, originando novos indivíduos. As formas de cruzamento mais utilizadas são de ponto único, duplo e cruzamento de pontos aleatórios.

 Ponto único: É escolhido um ponto de corte aleatório e a partir desse ponto o material genético dos pais é trocado dando origem a dois novos indivíduos como na Figura 3.15.



Figura 3.15. Funcionamento do cruzamento de ponto único

• Ponto duplo: No método de ponto duplo são escolhidos dois pontos de cruzamento e a partir desses os genes dos pais são trocados como na Figura 3.16.



Figura 3.16. Funcionamento do cruzamento de ponto duplo

 Ponto aleatórios: A técnica de cruzamento de pontos aleatórios utiliza como base máscaras, que são definidas aleatoriamente e consistem de cromossomos binários. Definida a máscara, no local em que os alelos possuem o valor 1, utiliza-se o material genético de um dos pais e onde possui o valor 0, pega-se o material do outro pai, em seguida a troca é invertida e origina-se o outro filho conforme Figura 3.17.



Figura 3.17. Funcionamento do cruzamento de ponto aleatório

# 3.6.2.2.5 Mutação

Esta operação mostra-se importante uma vez que possibilita à população atual obter propriedades genéticas que não existiam ou eram encontradas em baixa porcentagem, proporcionando maior diversidade à população. Deste modo, a execução do operador de mutação permite uma melhor exploração da área viável. Vale ressaltar que a taxa de mutação deve afetar uma minoria da população, pois caso a porcentagem seja elevada, os indivíduos gerados pouco se assemelharão aos seus pais e a diversidade da população estará comprometida. Existem várias técnicas de mutação, dentre elas:

 Mutação aleatória: Um valor é escolhido aleatoriamente para substituir um gene do indivíduo que irá sofrer mutação como na Figura 3.18.

	Crom	10 \$ \$ 0	mo	antes	dan	nutaç	ão		Cron	10550	omo	depo	is a n	nutaç	ão
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Figura 3.18. Funcionamento da Mutação aleatória

• Mutação por troca: Pares de genes são sorteados e trocam valores entre si, como na Figura 3.19.

		_					_								
A	В	C	D	E	F	G	H	A	В	G	D	E	F	С	H

Figura 3.19. Funcionamento da Mutação por troca

Após a atuação do operador de mutação uma nova população terá sido formada.

# 3.6.2.2.6 Atualização

Na atualização a população antiga é substituída por uma nova população, formada pelo cruzamento dos indivíduos selecionados da população anterior e pela mutação. Nesta etapa, uma parte da população anterior convive com a nova população formada. Essa estratégia pode ser chamada de elitismo e geralmente uma percentagem muito pequena é selecionada para a próxima geração, pois caso contrário corre-se o risco de uma convergência prematura do AG.

# 3.6.2.2.7 Finalização

O operador de finalização é o responsável por determinar se o Algoritmo Genético irá prosseguir com a geração de uma nova população ou não. Tal ação é realizada a partir da verificação dos critérios de parada ou tolerância e esta condição de parada pode variar de diversas formas, desde a quantidade de gerações desenvolvidas até o grau de proximidade dos valores de aptidão de cada indivíduo.

# 4. DIMENSIONAMENTO DE PÓRTICOS DE AÇO

Uma vez obtidos os esforços solicitantes de projeto conforme descrito no capítulo anterior, o próximo passo é o dimensionamento que requer o cálculo dos esforços resistentes de cada perfil da estrutura. Neste capítulo são apresentadas as expressões que foram utilizadas para verificação dos esforços resistentes, considerando as perdas de resistência devido a flambagem global e local, assim como os deslocamentos admissíveis para a estrutura, de acordo com as regras da NBR 8800 (ABNT, 2008).

#### 4.1 Flambagem global

Para sistemas estruturais submetidos aos esforços axiais de compressão, no dimensionamento deve ser atendida a condição de segurança:

$$N_{sd} \le N_{rd} \tag{9}$$

O esforço axial resistente ( $N_{rd}$ ), associado aos estados limites últimos de instabilidade por flexão e flambagem local, deve ser determinado pela Equação (10):

$$N_{rd} = \frac{QA_g f_c}{\gamma_{a1}} \tag{10}$$

Em que, Q é o fator de redução associado à flambagem local,  $(A_g)$  é a área bruta da seção transversal do elemento,  $(\gamma_{a1})$  é o coeficiente de segurança (1,10) e  $(f_c)$  é a tensão última de compressão resistente da coluna, calculada pela Equação (11):

$$f_c = X.f_{\gamma} \tag{11}$$

O fator de redução associado à resistência à compressão (X) é calculado pelas Equações (12) e (13):

Para  $\lambda_0 \leq 1,5$ :

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2}$$
 (12)

Caso contrário:

$$\chi = \frac{0.877}{\lambda_0^2} \tag{13}$$

Sendo  $\lambda_0$  o índice de esbeltez reduzido calculado pela Equação (14):

$$\lambda_0 = \frac{KL}{i} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 \cdot E}} \tag{14}$$

Em que (i) é o raio de giração da seção transversal, em relação ao eixo de flambagem, e (K) o coeficiente de flambagem cujo cálculo tem diversas formulações, conforme apresentado adiante.

# 4.2 Cálculo do Coeficiente de Flambagem K

Para a obtenção do coeficiente de flambagem, a norma brasileira fornece uma tabela com valores de K apenas para elementos isolados, como mostrado na Figura 4.1. A norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008) não trata dos valores do coeficiente de flambagem para estruturas em pórtico. No entanto, o comprimento efetivo K pode ser encontrado através da análise de estabilidade.

A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem	(a)	(b)		(d)	(e)	(f)
Valores teóricos de $K_{\rm x}$ ou $K_{\rm y}$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	*** * * *	Rotação Rotação Rotação Rotação	e translag livre, tran impedida e translag	ção impec slação im , translaç ção livres	lidas Ipedida ão livre	

Figura 4.1. Coeficiente de flambagem para elementos isolados, NBR 8800 (ABNT, 2008)

Na prática esta análise não é simples, porém existe um procedimento simplificado que fornece um valor aproximado do fator K que é o método de

alinhamento de quadro (*Alignment Chart Method - Duan e Chen, 1999*). Este método faz uma série de suposições que permitem estudar o comportamento de cada coluna e andar isolados dos demais, conforme mostrado na Figura 4.2. As principais hipóteses são de que as rotações nas duas extremidades de cada viga são iguais ( $\theta_a$  e  $\theta_b$  os ângulos de rotação das ligações); todas as colunas do pórtico perdem a estabilidade simultaneamente e a ligação entre as vigas e as colunas são rígidas.



Figura 4.2. Modelo do método de alinhamento de quadro (DUAN E CHEN, 1999)

O coeficiente de flambagem K é calculado através da fórmula de aproximação adotada pela AISC (*American Institute of Steel Construction*). Tem-se:

$$K = \sqrt{\frac{1.6 \ G_A G_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}} \tag{15}$$

Em que,  $G_A$  e  $G_B$  são relações de rigidez de colunas e vigas nas extremidades A e B.

$$G_{n\acute{0}} = \frac{\sum (E_c I_c / L_c)}{\sum (E_v I_v / L_v)}$$
(16)

Nos apoios engastados, ligação pilar-fundação, *G* será igual a 1, em que  $\sum$  indica um somatório de todos os membros rigidamente ligados à ligação e que se encontram no plano de flambagem da coluna que está sendo considerada, os subscritos *c* e *v* representam colunas e vigas, respectivamente.

Para o caso de ligações semirrígidas é possível utilizar as equações já citadas, porém com uma adaptação do modelo para incorporação das ligações semirrígidas viga-coluna. A modelagem inclui a possibilidade de os nós não terem a mesma rotação. Na Figura 4.3 é possível observar a influência da introdução de molas nas extremidades da viga em relação ao momento e rotação da viga.



Figura 4.3. Viga com molas nas extremidades

O comprimento de flambagem continua sendo o mesmo da equação (15), porém a única alteração é na relação de rigidez em que o denominador é multiplicado por um coeficiente  $\alpha_k$  conforme equação (17).

$$G_{n\acute{o}} = \frac{\sum (E_c I_c / L_c)}{\sum \alpha_k (E_\nu I_\nu / L_\nu)}$$
(17)

Sendo  $\alpha_k$  calculado a partir das expressões mostrados na Tabela 4.1:

Extremidade A	Extremidade B	Parâmetro $\alpha_k$
Engaste	Engaste	1
Engaste	Rótula	1/2
Engaste	Ligação semirrígida	$\left(1 + \frac{2EI_v}{L_v R_{kB}}\right) / \left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{kB}}\right)$
Ligação semirrígida	Engaste	$1/\left(1+\frac{4EI_{v}}{L_{v}R_{kA}}\right)$
Ligação semirrígida	Rótula	$\left(\frac{1}{2}\right) / \left(1 + \frac{3EI_v}{L_v R_{kA}}\right)$
Ligação semirrígida	Ligação semirrígida	$\left(1 + \frac{2EI_b}{L_v R_{kB}}\right) / R^*$

Tabela 4.1: Valores do parâmetro  $\alpha_k$ 

Em que:

$$R^* = \left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{KA}}\right) \left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{KB}}\right) - \left(\frac{EI_v}{L_v}\right)^2 \frac{4}{R_{KA} R_{KB}}$$
(18)

Vale ressaltar que no método de análise de estabilidade de estruturas adotado pela NBR 8800 (ABNT, 2008) permite-se a utilização do valor de K igual a 1,0 de forma a simplificar todos os cálculos informados anteriormente. Porém é necessária a determinação dos esforços internos segundo uma análise elástica com não linearidade geométrica.

Neste trabalho poderia ser adotado o valor de K igual a 1,0 para os modelos com ligação rígida, visto que será realizada uma análise não linear geométrica em todo o processo de otimização. No entanto, a fim de analisar de forma mais realista o modelo mecânico, o coeficiente K será calculado conforme descrito anteriormente.

## 4.3 Flambagem local de barras axialmente comprimidas

Os elementos que fazem parte das seções transversais usuais são classificados em AA (placas enrijecidas) e AL (placas não enrijecidas). Os elementos comprimidos axialmente carregados só podem ser considerados totalmente efetivos (Q=1,0), se seus componentes (abas e alma) atenderem aos limites de flambagem local conforme limite informado na Figura 4.4.

Caso contrário o fator de redução Q será dado pela Equação (19) a seguir:

$$Q = Q_a \cdot Q_s \tag{19}$$

Em que  $Q_A$  e  $Q_B$  são fatores que levam em consideração a rigidez dos componentes do perfil.



Figura 4.4. Limites de esbeltez informados pela NBR 8800 (ABNT, 2008)

#### 4.3.1 Elemento comprimido AA

Para elementos com componentes enrijecidos (AA), a alma dos perfis laminados utilizados neste projeto, o valor limite de esbeltez é dado pela equação:

$$\frac{b}{t} \le 1,49.\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{20}$$

Em que b e t são a largura e a espessura do elemento, respectivamente. No banco de dados deste trabalho já está sendo informado o valor desta razão, sendo necessário apenas a comparação com o valor limite. O fator de redução  $Q_A$  das seções transversais com elementos comprimidos AA, caso a relação largura e espessura ultrapasse os valores limite será definido como:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \tag{21}$$

Em que,  $A_g$  a área bruta e  $A_{ef}$  a área efetiva da seção transversal, dada por:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b - b_{ef}) t$$
 (22)

Com somatório estendendo-se a todos os elementos AA,  $b_{ef}$  é a largura efetiva de um elemento comprimido AA e t a espessura.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), a largura efetiva dos elementos AA é igual a:

$$b_{ef} = 1,92t.\sqrt{\frac{E}{\sigma}}\left[1 - \frac{c_a}{b/t}\sqrt{\frac{E}{\sigma}}\right] \le b$$
(23)

Sendo  $c_a$  um coeficiente igual a 0,34 e $\sigma$  é a tensão que pode atuar no elemento analisado, sendo igual a  $\sigma = X f_y$ ;

## 4.3.2 Elemento comprimido AL

São as chapas sem enrijecedores com uma borda apoiada e a outra livre (AL). Os valores de  $Q_S$  a serem usados para as mesas ou flanges dos perfis laminados pertencem ao grupo 4 da Figura 4.4 e o valor limite de esbeltez é dado pela Equação (24):

$$\frac{b}{t} \le 0,56.\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{24}$$

Sendo ultrapassado o limite, o valor de  $Q_S$  será calculado da seguinte maneira, a partir da verificação da seguinte relação:

Verifique a relação abaixo

$$\frac{b}{t} \le 1,03.\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{25}$$

Caso verdadeiro:

$$Q_s = 1,415 - 0,74 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$
(26)

Senão

$$Q_{s} = \frac{0.69 \cdot E}{f_{y} \left(\frac{b}{t}\right)^{2}}$$
(27)

Neste trabalho todos os perfis disponíveis no banco de dados possuem a mesa compacta, logo o valor de  $Q_s$  será sempre 1.

#### 4.4 Momento fletor resistente

Para o cálculo do momento fletor resistente, as peças flexionadas são divididas em três classes: compactas, semi-compactas e esbeltas. A primeira é chamada seção compacta com  $\lambda < \lambda_p$ , a segunda é semi-compacta com  $\lambda_p \le \lambda \le \lambda_r$  e a terceira é esbelta caso  $\lambda > \lambda_r$ .

Neste trabalho todos os perfis disponíveis no banco de dados são compactos, portanto, o cálculo de  $M_{rd}$  será dado pela Equação (28):

$$M_{rd} = \frac{Z.f_{\gamma}}{\gamma_{a1}} \tag{28}$$

Em que, Z é o módulo plástico de resistência,  $f_y$  a tensão de escoamento do aço e  $\gamma_{a1}$  é coeficiente de segurança (1,10).

#### 4.5 Flexocompressão

Na prática é comum que as colunas apresentem imperfeições construtivas e as cargas aplicadas apresentem alguma excentricidade. Com isso, os elementos que constituem o sistema estrutural estão submetidos à combinação de esforços, principalmente de flexocompressão, que é a ação simultânea de esforços axiais e fletores. Para esses casos, a NBR 8800 (ABNT, 2008) define que as seguintes equações de iteração devem ser verificadas:

$$Para \ \frac{N_d}{N_{dres}} \ge 0,2 \qquad \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{dx}}{M_{dx\,res}} + \frac{M_{dy}}{M_{dy\,res}} \right) \le 1$$

$$Para \ \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2 \qquad \frac{N_d}{2N_{dres}} + \left( \frac{M_{dx}}{M_{dx\,res}} + \frac{M_{dy}}{M_{dy\,res}} \right) \le 1$$

$$(29)$$

Nestas expressões,  $N_d$  é o esforço axial de tração ou compressão solicitante de projeto,  $M_{dx}$  é o momento fletor solicitante de projeto no eixo x. Há também o esforço resistente axial  $N_{dres}$  e o momento resistente  $M_{dx res}$ . O  $M_{dy}$  e  $M_{dy res}$  são iguais a zero, pois o pórtico é plano.

#### 4.6 Deslocamentos máximos

Os deslocamentos da estrutura são avaliados no ELS (Estado Limite de Serviço) e são verificações que garantem a correta funcionalidade da estrutura. Deste modo a NBR 8800 (ABNT, 2008) define valores limites para os deslocamentos verticais e horizontais, conforme Figura 4.5.

Esses deslocamentos podem ser verticais ou horizontais. O deslocamento vertical também conhecido como flecha são deslocamentos que ocorrem nas vigas da edificação, já o deslocamento horizontal ou deslocamento lateral ocorrem nos pilares.

Descrição	δª
Traverses de fechamente	L/180 <sup>b</sup>
	L/120 <sup>cd</sup>
Tercas de cobertura <sup>g)</sup>	L/180 <sup>e</sup>
	L/120 <sup>f</sup>
- Vigas de cobertura <sup>9)</sup>	L/250 <sup>h</sup>
- Vigas de piso	<i>L</i> /350 <sup>h</sup>
- Vigas que suportam pilares	<i>L</i> /500 <sup>h</sup>
Vigas de rolamento: <sup>i)</sup>	an a transition
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN	L/600 '
<ul> <li>Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas</li> </ul>	L/800 <sup>+</sup>
<ul> <li>Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN</li> </ul>	L/1000 <sup>1</sup>
- Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas	L/400
- Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas	L/600
Galpões em geral e edifícios de um pavimento:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	H/300
- Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base	H/400 k1
Edifícios de dois ou mais pavimentos:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	<i>H</i> /400
- Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos	h/500 <sup>m</sup>

Figura 4.5. Deslocamento máximo segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008)

Dessa forma a restrição de deslocamento visam evitar problemas como flechas excessivas e deslocamentos laterais que causam desconforto visual e sensação de ruptura eminente, assim como vibrações que acarretam incômodos ao andar sobre a estrutura e deslocamentos que porventura podem ocasionar problemas de fissuração a elementos frágeis como divisórias e esquadrias. Esses deslocamentos podem ser verticais ou horizontais.

# **5. METODOLOGIA**

Após uma ampla revisão bibliográfica realizada, priorizando trabalhos recentes, cujos temas apresentam relevância para a pesquisa proposta, desenvolveu-se uma metodologia de dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço.

A metodologia computacional proposta altera de forma automática as variáveis de projeto, que são os perfis estruturais e o fator de rigidez das ligações viga-coluna criando diversas configurações de elementos que compõem o pórtico (populações de indivíduos) e assim determinar o comportamento mecânico de cada um dos candidatos a solução da estrutura, em seguida verifica-se a nova configuração atende as normas de dimensionamento estrutural.

A metodologia visa a minimização de uma função objetivo sujeita a uma região de projetos viáveis definida pelas restrições de projeto.

A função objetivo adotada é o custo total do pórtico, e as restrições de projeto estão associadas aos deslocamentos nos vãos centrais das vigas (flechas), deslocamentos horizontais (no topo dos pilares) e resistência mecânica crítica para os pilares e vigas que compõem a estrutura seguindo as recomendações da NBR 8800 (ABNT, 2008).

Para representar corretamente o comportamento de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas, é definido um módulo de análise estrutural utilizando o MEF através do programa comercial ANSYS APDL®. O modelo mecânico utiliza dois elementos finitos distintos: o elemento de barras uniaxiais BEAM3, para representar as vigas e pilares da estrutura e o elemento de contato COMBIN40, que simula a rigidez de uma ligação semirrígida do tipo viga-coluna.

Durante a geração da malha de elementos finitos, foram considerados apenas dois elementos finitos para o elemento estrutural vertical (coluna), quatro elementos finitos para o elemento estrutural horizontal (viga), um elemento para a ligação de canto e dois para a ligação de centro, sendo analisados os esforços e deslocamentos no início e extremo dos membros de cada elemento do pórtico analisado, com o objetivo de reduzir os custos computacionais da análise da estrutura ao definir uma malha com número reduzido de elementos, a malha gerada é apresentada no Apêndice A. Já a validação estrutural foi realizada no *Robot Structural Analysis* que utiliza o Método das Componentes do Eurocode 3 e pode ser observada no Apêndice C.

As propriedades geométricas dos perfis para o dimensionamento foram retiradas de catálogos comerciais de fabricação nacional. As informações dos perfis foram armazenadas em um banco de dados implementado em uma função no MATLAB® que atualiza um arquivo de texto definido como variavel\_portico.txt com as propriedades geométricas do perfil, tais como área e momento de inércia da seção. Através deste documento .txt o ANSYS APDL® lê-se os dados do perfil a ser utilizado na análise. Esta integração possibilita que as propriedades geométricas dos perfis estruturais sejam inseridas ao modelo de elementos finitos. Esse processo automatizado é fundamental para possibilitar o processo de otimização.

Um segundo arquivo de texto será gerado pelo ANSYS APDL®, após a realização da análise estrutural. Este arquivo irá conter todos os dados dos esforços da estrutura, assim como os deslocamentos da mesma e será definido como resultados\_da\_analise.dat. Estes dados são usados para os cálculos de resistência dos elementos estruturais e para as verificações previstas na norma de projetos de estruturas de aço NBR8800 (ABNT, 2008). As verificações implementadas correspondem às restrições de projeto adotadas para o problema de otimização.

O MATLAB® que possui integração com o ANSYS APDL® irá permitir a troca de dados de entrada e saída de forma automática e através do MATLAB® será realizado o dimensionamento e otimização da estrutura. A cada iteração do processo de otimização, o algoritmo de otimização altera arbitrariamente as variáveis de projeto criando novos indivíduos na população. O MATLAB®, então, recebe os resultados da análise estrutural feita no ANSYS APDL®, para realização dos cálculos previstos para a função objetivo e para as restrições de projeto.

O MATLAB interpreta os resultados da função objetivo e das restrições de projeto para identificar os indivíduos mais aptos cujas informações serão utilizadas para a geração dos indivíduos das próximas iterações. Desse modo, o algoritmo consegue gerar configurações cada vez melhores que vão convergindo a uma solução global do problema de otimização

A Figura 5.1 apresenta um esquema que mostra a organização dos programas utilizados na implementação computacional da metodologia para dimensionamento ótimo utilizada.

Em resumo, o processo de otimização tem início com o MATLAB® que controla todas as operações com o auxílio do algoritmo de busca escolhido. A interface entre

os softwares MATLAB® e ANSYS APDL® é realizada através do arquivo.txt e do arquivo.dat.



Figura 5.1. Distribuição dos programas em sua sequência de utilização

#### 5.1 Módulo computacional de análise estrutural

Inicialmente elabora-se o arquivo de análise (\*.txt) definido como modelo\_mecanico\_apdI.txt. Este contém o modelo parametricamente definido, caracterizando uma análise sequencial completa: Pré-processamento, solução e pós-processamento. Na fase inicial de elaboração desse arquivo, antes de iniciar a fase de pré-processamento inicializa-se as variáveis fornecidas pelo otimizador que é realizado através do comando /INPUT, que irá fornecerá o arquivo.txt com as variáveis atualizadas, conforme Figura 5.2.

/NOPR /PMETH,OFF KEYW,PR\_SET,1 KEYW,PR\_STRUC,1 /INPUT,variavel\_portico,txt,C:\Users\Paulo\Desktop\Programa\_Paulo\, /PREP7

# Figura 5.2. Comando para atualizar os valores das variáveis de projeto no arquivo de análise APDL

Ou seja, a atribuição dos valores dos parâmetros que serão atualizados a cada iteração que são a área (A) e momento de inércia (I) dos perfis disponíveis no banco de dados. Na fase de pré-processamento são definidos os principais dados do modelo estrutural, incluindo: o tipo de elemento finito a ser utilizado, a geometria da estrutura, os materiais de todos os seus componentes e, por fim, as características da malha de elementos finitos. Após o pré-processamento, na fase de solução, são definidas as condições de contorno (hipóteses de carregamento e restrições do modelo) e o tipo de análise a ser efetuada.

Já na fase de pós-processamento são definidos os dados de saída necessários através do comando ETABLE, que preenche uma tabela com os esforços em cada nó das barras do pórtico assim como os deslocamentos. Em seguida, através do PRETAB, gera-se uma tabela com os valores calculados. Esses resultados são armazenados em um arquivo tipo texto, com extensão.dat denominado resultados\_da\_analise.dat e são necessários para o modelo de otimização.

A Tabela 5.1, apresenta alguns comandos básicos da linguagem APDL, que são utilizados na elaboração dos arquivos. Já no Apêndice B iremos demostrar com mais detalhes a elaboração do modelo de análise estrutural realizado na linguagem APDL, para um exemplo estudado com os modelos rígido e semirrígido.

Comando	Descrição
/INPUT	Direciona a um arquivo que deverá ser aberto
/PREP7	Inicia o módulo de pré-processamento
ET	Define o tipo de elemento
R	Define as propriedades de entrada do elemento
MP	Define as propriedades mecânicas do material
K	Define um ponto
LSTR	Define uma linha entre dois pontos
LSEL	Seleciona uma linha
LESIZE	Define o número de elementos gerados numa linha
LMESH	Gera elementos ao longo da linha selecionada
E	Define um elemento
CP	Define a ligação entre dois nós
ESEL	Seleciona um elemento
SFBEAM	Especifica a face da viga onde será aplicada a carga
/POST1	Inicia o módulo de pós-processamento geral
ETABLE	Preenche os valores em uma tabela

Tabela 5.1 Comandos básicos da linguagem APDL

#### 5.2 Módulo computacional de otimização

O MATLAB® é um *software* de alta performance utilizado para executar cálculos científicos e de engenharia. Neste trabalho, o mesmo é utilizado pelo fato de ser uma linguagem de programação amigável e possibilitar a integração com outros *softwares*, permitindo a automatização do processo de simulação computacional e a utilização de algoritmos de busca para obtenção de resultados otimizados.

O MATLAB® possui integração com o ANSYS®, podendo acessar e alterar os dados de entrada da análise estrutural através de arquivo tipo texto. Isso possibilita ao MATLAB® alterar os dados de entrada, que corresponde à seleção dos elementos estruturais e receber em resposta os dados de saída, ou seja, os dados que irão possibilitar a verificação do dimensionamento, assim como a otimização do problema.

A metodologia foi dividida em três módulos principais que são a entrada de dados, processamento e resultados.

## 5.2.1 Entrada de dados

Na etapa de entrada de dados é fornecida toda a estrutura básica definida para a otimização usando Algoritmos Genéticos. O primeiro passo antes de iniciar o processo de otimização, é estabelecer arquivos com os dados iniciais de entrada contendo as propriedades da estrutura para o seu pré-processamento.

Os dados de entrada são organizados em arquivos tipo texto, com a extensão .dat, contendo as características de cada pórtico como, por exemplo, o número de elementos, o número de grupos, as coordenadas dos nós, a conectividade das barras do pórtico, os materiais, os grupos de elementos entre outros.

Assim, após definição do exemplo estudado o arquivo é salvo na pasta de execução do programa principal, e em seguida o pré-processador é chamado para a leitura dos dados e montagem da estrutura, como apresentado na Figura 5.3.

Módulo Principal		
arq_name= 'dados_da_estrutura.dat'; Dados_Estrtura (arq_name);	Ì	Leitor de dados arq_name;

#### Figura 5.3. Fluxograma do pré-processamento da estrutura

Depois de processar a estrutura, o Leitor de Dados retorna para o módulo principal com todas as características da estrutura processada para armazenar em variáveis globais para uso posterior no programa. A Figura 5.4 mostra o primeiro pórtico processado.



Figura 5.4. Pórtico 1 processado através do pré-processador

Terminado o pré-processamento da estrutura, segue-se para a definição dos parâmetros do Algoritmo Genético no próprio módulo, tais como: o tamanho da população, o número de gerações, a taxa de elitismo, a taxa de crossover, as tolerâncias da função objetivo e das restrições, dentre outros. Prosseguindo, no modulo principal é chamada a rotina de otimização contida no toolbox do MATLAB®, usando Algoritmo Genético.

#### 5.2.2 Processamento

A segunda etapa consiste no processamento da otimização, que se inicia com o indivíduo gerado pelo Algoritmo Genético para fazer o mapeamento das propriedades dos perfis estruturais e do grau de rigidez rotacional da ligação vigacoluna. Após a codificação e identificado as varáveis de projeto é acionado o módulo de análise que executa a análise estrutural no ANSYS®. Em seguida é realizado o dimensionamento estrutural e com os dados da análise estrutural é verificado as restrições de projeto. Para finalizar o processo, é realizado o cálculo da função objetivo, que quantifica o custo da estrutura.

Vale ressaltar que o processo descrito anteriormente é realizado para todos os indivíduos da população, sendo os valores da função objetivo de cada indivíduo armazenados. Para maior entendimento do processamento, o mesmo foi subdividido em quatro etapas da seguinte maneira: Módulo banco de dados, análise estrutural, cálculo da função objetivo e cálculo da função de restrição.

#### 5.2.4.1 Módulo banco de dados

No módulo do banco de dados são implementadas todas as propriedades das seções transversais de cada perfil estrutural disponível, como momento de inércia, módulo elástico, módulo plástico, altura e espessura da alma, altura e espessura da mesa, raio de giração, dentre outras propriedades da seção. Na Figura 5.5 é possível observar as propriedades de um dos perfis disponíveis no banco de dados.

```
x(i)==1 % perfil I 150 x 13.0 (W6x8.5) / 1

d_perfil = 0.148; massa_perfil = 13.0; % (m) / (kg/m)
Bf_perfil = 0.100; A_perfil = 1.66e-3; % (m) / (m2)
Zx_perfil = 9.64e-5; Zy_perfil = 2.55e-5; % (m3) / (m3)
Ix_perfil = 6.35e-6; Iy_perfil = 8.2e-7; % (m4) / (m4)
raiogx = 0.0618; raiogy = 0.0222; % (m) / (m)
Alma_W = 27.49; Mesa_F = 10.20; % (h0/t0) / (b/2t)
E_tw = 4.3e-3; % (m)
```

#### Figura 5.5. Propriedades mecânicas de um dos perfis disponível no banco de dados

Neste trabalho, optou por implementar apenas 64 perfis laminados. Porém vale destacar que no mercado brasileiro existe uma maior variedade destes perfis, além de perfis soldados.

Cada indivíduo entra no banco de dados digital e com os dados contidos no mesmo realiza-se um mapeamento. A partir dos códigos do indivíduo identifica-se o perfil das vigas e dos pilares do pórtico. Assim, são obtidas as propriedades dos perfis estruturais que formam um determinado pórtico candidato a solução.

Com objetivo de reduzir o número de variáveis de projeto, os elementos que compõem os pórticos foram associados em grupos. Cada grupo representa uma

variável de projeto. Assim, cada grupo é representado por apenas um perfil estrutural por vez.

# 5.2.4.2 Análise estrutural

A análise estrutural é realizada utilizando o ANSYS®, conforme mencionado anteriormente, porém antes de ser realizada esta análise faz-se necessária a informação de comandos no *software* MATLAB® para que seja solicitado a execução do ANSYS®.

O script principal desenvolvido em linguagem do MATLAB® comanda todo o processo de otimização, executando o ANSYS® para realizar a análise estrutural de cada indivíduo. A Figura 5.6, apresenta os comandos para lançamento da análise estrutural no ANSYS®.

```
dos('SET KMP_STACKSIZE=2048k & "C:\Program Files\ANSYS
Inc\v160\ansys\bin\winx64\ANSYS160.exe" -b -p ane3fl -dir
"C:\Users\Paulo\Desktop\Programa_Paulo" -i
"C:\Users\Paulo\Desktop\Programa_Paulo\modelo_mecanico_apdl.txt" -o
..."C:\Users\Paulo\Desktop\Programa_Paulo\resultados_da_analise.dat"');
arq_name='resultados_da_analise.dat';
```

fid=fopen(arq name);

## Figura 5.6. Comandos no MATLAB® responsável por solicitar a análise estrutural no ANSYS®

Após a análise estrutural, os resultados são armazenados em um arquivo neutro com extensão em \*.dat em arquivo padrão denominado de resultados\_da\_analise.dat. Estes resultados são necessários para o prosseguimento da otimização.

# 5.2.4.3 Cálculo da função objetivo

O cálculo da função objetivo é realizado com o indivíduo que atendeu as restrições de projeto proposto para o modelo, pois caso o indivíduo gerado não atenda aos critérios de projeto não há a necessidade de verificar seu custo, visto que o mesmo não irá apresentar viabilidade técnica. Em seguida, é feito o cálculo do peso total da estrutura.

Todo o cálculo da função objetivo ocorre simultaneamente com o cálculo das restrições de projeto.

## 5.2.4.4 Cálculo da função de restrição

No módulo computacional desenvolvido para cálculo das restrições de projeto, primeiro com o indivíduo gerado pelo AG realiza-se o mapeamento das propriedades dos perfis, conforme mencionado anteriormente. Com os dados dos perfis é realizada a análise não linear geométrica descrita. Para cada elemento do pórtico, calcula-se o coeficiente de flambagem de Euler *K* necessário para a verificação da resistência admissível, considerando a instabilidade estrutural dos elementos comprimidos. Neste mesmo módulo verifica-se se o problema é de ligações rígidas ou semirrígidas, visto que o procedimento de cálculo para o coeficiente *K* é diferente.

Após a determinação dos esforços solicitantes de projeto, verifica-se a resistência admissível dos perfis empregados. O processo de dimensionamento ótimo requer o cálculo do esforço resistente de projeto de cada elemento da estrutura, conforme a NBR8800 (ABNT, 2008). Neste cálculo são consideradas as perdas de resistência a flambagem global e local, considerando as características geométricas de cada perfil. Verificada a estrutura, calculam-se as restrições de força e deslocamento. Pelo fluxograma da Figura 5.7 é possível verificar todo o procedimento.

#### 5.2.3 Resultados

A terceira e última etapa consiste na apresentação dos resultados da otimização, com a apresentação da nomenclatura dos perfis ótimos selecionados para cada grupo da estrutura e o valor do fator de rigidez rotacional ótima das ligações vigacoluna da estrutura. É apresentado o histórico de otimização contendo o valor médio e o melhor valor encontrado a cada geração, gráficos para a visualização de todas as restrições de projeto e, também, são apresentados o peso aparente e o custo total de fabricação do pórtico ótimo.





# 5.3 Funções implementadas no MATLAB®

A seguir são apresentadas todas as funções que foram desenvolvidas neste trabalho, com suas respectivas atribuições.

- PP\_Otim\_Portico\_Paulo: Faz-se a leitura de todas as informações antes do processamento via Algoritmos Genéticos, além de ser a interface da metodologia.
- Dados\_Estrutura: Faz-se a leitura das informações da estrutura apresentadas pelo usuário através de um arquivo (.txt) e transforma-as em parâmetros para otimização.
- **Propriedades\_elementos**: Função que atribui os valores das propriedades mecânicas e física dos elementos do pórtico.
- Comprimento\_barras: Função que calcula o comprimento dos elementos através das coordenadas dos nós, fornecidas pela função Dados\_estrutura.
- Limites\_VPs: é a função em que o usuário pode configurar os limites das variáveis de projeto, como por exemplo, diminuir ou aumentar o número de perfis presentes no banco de dados e também alterar os valores (máximos e mínimos) do fator de rigidez da ligação.
- Fun\_restrições: calculam-se todas as funções de restrição que são prescritas pela NBR 8800 (ABNT, 2008).
- Mapa\_Perfil\_128\_real/ Mostrar\_Perfil\_128: É basicamente o banco de dados dos perfis estruturais. Estão presentes nesta função todas as características dos perfis que podem ser selecionados. Sendo a função *Mostra\_perfil\_128* responsável por mostrar a nomenclatura dos perfis solução do problema.
- Analise: Função responsável por acionar a análise estrutural no ANSYS® e realizar a leitura dos dados fornecidos pelo mesmo.
- Atualiza\_VPs\_APDL: Função que atualiza as variáveis de projeto no arquivo (.txt), que serão informadas ao ANSYS®.
- Comprimento\_Flambagem: Função que calcula o coeficiente K, todas as informações apresentadas no Capítulo 3 deste estudo estão implementados nesta função.
- **Dimensiomento\_elemen**: Função responsável pelo cálculo dos esforços resistentes dos perfis da estrutura.
- Flecha\_nas\_vigas: Função que verifica o deslocamento vertical da viga com o deslocamento admissível.
- **Deslocamento\_lateral**: Função que verifica o deslocamento lateral do pilar com o deslocamento admissível.
- Fun\_objetivo: Função que calcula o peso da estrutura que deverá ser minimizada no problema.
- **Peso\_individuo:** Calcula o peso de cada indivíduo.
- **Peso\_otimo:** Calcula o peso da configuração ótima.

## 5.4 Problema de dimensionamento ótimo

Para o problema em questão foi realizada a otimização dimensional com o objetivo de diminuir o custo da fabricação de pórticos de aço, através da escolha de

perfis para cada elemento da estrutura, assim como a definição do grau de rigidez rotacional ideal para as ligações viga-coluna sem comprometer a segurança e atendendo as restrições de deslocamento e esforços proposta pela norma NBR 8800 (ABNT, 2008).

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \mathcal{C} = \mathcal{C}_{perfis} + \mathcal{C}_{liga \varsigma \tilde{0} es} \\ \text{Sujeito a} & g_{\delta,i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, ne \\ & g_{\sigma,j} \leq 0, \quad j = 1, \dots, ne \end{array}$$

## 5.5 Variáveis de projeto

Foram consideradas como variáveis de projeto os identificadores dos perfis laminados da série W, obtidos em catálogos de fabricantes, e também as rigidezes rotacionais das ligações viga-coluna, que devem estar no intervalo semirrígido.

Para a consideração de perfis comerciais como variável de dimensionamento da estrutura, as propriedades geométricas dos perfis metálicos foram implementadas em uma função no MATLAB® denominado "Mapa\_Perfil\_128\_real" sendo os perfis de formato "I" e "H". A tabela com os dados dos perfis comerciais considerados neste estudo está apresentada no Anexo A.

Cada perfil recebeu um código de identificação ID distinto, que corresponde ao valor numérico discreto que identifica cada perfil. Os 64 perfis laminados de formato "I" e "H" utilizados no dimensionamento da estrutura estão dispostos no banco de dados e podem ser acessados a cada iteração do processo de otimização, através da variável de projeto.

O valor de rigidez inicial ( $S_{ini}$ ) das ligações viga-coluna não é possível ser avaliado pela equação (4), já mencionada na revisão bibliográfica, uma vez que depende do momento de inércia da viga ( $I_v$ ) e portanto, modifica-se sempre que o perfil é alterado. Para o problema de otimização é necessário utilizar um intervalo constante para representação dos limites superior e inferior da rigidez inicial ( $S_{ini}$ ) das ligações viga-coluna. Utiliza-se o conceito de fator de rigidez (r) proposto em Sánchez & Espín (2013), conforme a Equação (31).

$$r = \frac{1}{1 + \frac{3EI_v}{S_{ini}L_v}} \tag{31}$$

Desse modo, para ligações flexíveis, a rigidez rotacional é idealizada como zero, assim o valor do fator de rigidez é zero (r = 0). Enquanto que para ligações rígidas o fator de rigidez é unitário (r = 1). Ainda substituindo a equação (31) na equação (4) obtêm-se o respectivo intervalo para ligações semirrígidas.

$$0,143 \le r \le 0,893 \tag{32}$$

Para facilitar o processo de otimização optou-se por trabalhar com a variável (r) sendo discreta, estando os valores do fator de rigidez variando em 0,01 dentro do intervalo da equação (32). Esta estratégia visa diminuir o número de possibilidades para o coeficiente de rigidez inicial da ligação viga-coluna aumentando assim a eficiência do processo de otimização.

#### 5.6 Função objetivo

A função objetivo é a redução dos custos de fabricação da estrutura. Para tal, será avaliado separadamente o custo dos perfis metálicos ( $C_{perfis}$ ) e das ligações viga-coluna ( $C_{ligações}$ ).

$$C = C_{perfis} + C_{ligações} = c_s \cdot m_{perfis} + C_{ligações}$$
(33)

Em que:

 $c_s$  - Custo do aço por massa unitária;

 $m_{perfis}$  - Massa total dos perfis;

O custo dos perfis metálicos é calculado de forma simples, através da multiplicação entre o custo unitário do material ( $c_s$ : aço estrutural) e a massa total dos

perfis  $(m_{perfis})$  que compõem a estrutura. Já o custo das ligações viga-coluna, haveria de quantificar cada um dos elementos da ligação e assim calcular o custo, sendo a mesma igual ao somatório do custo de cada componente, porém, o presente estudo visa apenas calcular o coeficiente de rigidez ótima da ligação e os perfis estruturais de vigas e colunas.

Uma alternativa para calcular o custo de fabricação das ligações foi apresentada por Sánchez e Espín (2013), que apresentou um modelo para estimativa de custo considerando como variável apenas o grau de rigidez rotacional ( $S_{ini}$ ), uma das variáveis de projeto. O cálculo proposto da massa equivalente ( $m_{eq}$ ), segue conforme Equação (34):

$$m_{eq} = \alpha + \beta S_{ini} \tag{34}$$

O coeficiente linear  $\alpha$  e angular  $\beta$  recebem valores diferentes para cada tipo de ligação. Para o presente trabalho são considerados ligações viga-coluna do tipo placa de extremidade uma vez que esse tipo de ligação pode apresentar comportamentos rotacionais dependendo da sua geometria (Maggi, 2004). Para esse tipo de ligação, os coeficientes  $\alpha \in \beta$  da Equação (34) recebem, respectivamente, os valores 43,176 e 3, 35.10<sup>-4</sup>.

Sendo assim, a formulação matemática para o custo do pórtico, objetivo da otimização, será conforme equação (35):

$$C = c_s \left\{ \sum_{i=1}^{np} (\gamma A_i H_i) + \sum_{i=np+1}^{ne} \left[ (\gamma A_i L_{\nu,i}) + \sum_{k=1,2}^{ne} m_{eq} \right] \right\}$$
(35)

Sendo:

- $n_p$  Número de pilares da estrutura;
- $n_e$  Número total de elementos estruturais (vigas e colunas);
- $\gamma$  Massa específica do material;
- $A_i$  Área da seção transversal do elemento;
- $H_i$  Altura da coluna;
- $L_v$  Comprimento da viga;

Foram implementadas restrições de projeto referentes ao deslocamento máximo e resistência mecânica dos elementos, de acordo com as verificações recomendadas pela norma NBR 8800 (ABNT, 2008). Desse modo é possível garantir estruturas eficientes.

As restrições de deslocamentos  $(g_{\delta,i})$  consideram os deslocamentos horizontais máximos permitidos nas colunas e vigas, como mostrado nas equações seguintes:

$$g_{\delta,i} = \frac{h}{\Delta_{adm}} - 1 \le 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, np$$
 (36)

$$g_{\delta,i} = \frac{\delta}{\delta_{adm}} - 1 \le 0, \quad i = np + 1, \dots, ne$$
(37)

Em que:

*h*- Deslocamento horizontal máximo da coluna;

 $\Delta_{adm}$  - Deslocamento horizontal admissível da coluna;

 $\delta$  - Deslocamento vertical máximo (flecha) da viga;

 $\delta_{adm}$  - Deslocamento vertical admissível da viga;

Os limites admissíveis para os deslocamentos horizontal e vertical são:

$$\Delta_{adm} = \frac{H}{400} \tag{38}$$

$$\delta_{adm} = \frac{L_v}{350} \tag{39}$$

Já as restrições de resistência mecânica  $g_{\sigma,j}$  estão associadas às expressões de interação de esforços de acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), que considera a atuação simultânea de força axial e de momento fletor nos elementos. Esta restrição foi adotada para todos os elementos estruturais (vigas e colunas) e está apresentada a seguir:

$$g_{\sigma,j} = \begin{cases} se \ \frac{N_d}{N_{dres}} \ge 0,2; & \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_d}{M_{dres}}\right) - 1 \le 0\\ se \ \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2; & \frac{N_d}{2 \ N_{dres}} + \left(\frac{M_{dx}}{M_{dres}}\right) - 1 \le 0 \end{cases} \} j = 1,2,3,\dots,ne$$
(40)

Onde:

- $N_d$  Força normal solicitante no elemento;
- N<sub>dres</sub> Força normal resistente do elemento;
- $M_d$  Momento Fletor solicitante no elemento;
- *M<sub>dres</sub>* Momento Fletor resistente do elemento;

Em trabalhos anteriores revisados, verificou-se que os esforços mais solicitantes são momento fletor e carga axial, porém a verificação dos esforços cortantes deve ser realizada a fim de garantir um correto dimensionamento estrutural.

## 6. RESULTADOS E DISCUSÕES

Neste capítulo apresentam-se alguns exemplos de pórticos aplicando a metodologia proposta para o dimensionamento ótimo dessas estruturas. Também, são apresentadas comparações entre os resultados obtidos com os disponíveis na literatura.

Quanto as configurações dos parâmetros do Algoritmo Genético, como o tamanho da população, a taxa de elitismo, a taxa de cruzamento (*crossover*) e o número de gerações, vários testes foram realizados para cada exemplo a fim de encontrar a configuração que produzisse o melhor resultado.

Os problemas foram resolvidos considerando dois modelos distintos. A primeira adotou ligações rígidas. Já o segundo modelo considerou as ligações semirrígidas com o fator de rigidez *r* variando em toda a faixa de rigidezes semirrígidas ( $0,14 \le r \le 0,89$ ), porém, para facilitar a convergência, devido à grande quantidade de grupos de ligações adotados, a faixa de rigidezes de ligações foi subdividida em 75 intervalos iguais, totalizando 76 valores discretos possíveis.

## 6.1 Aplicação 1

A primeira estrutura apresentada é um pórtico de um vão e dois andares que foi estudada por Simões (1996). Os elementos do pórtico foram divididos em 6 grupos, onde cada grupo utiliza o mesmo perfil estrutural. Em cada andar foram definidos três grupos de elementos distintos: pilares (1 e 2), vigas (3 e 4) e rigidez das ligações. Foram considerados 64 perfis laminados disponíveis no banco de dados. As condições de carregamento, a geometria da estrutura e o agrupamento dos membros são apresentados na Figura 6.1.

Os valores adotados para as propriedades mecânicas adotadas para os materiais são: módulo de Elasticidade *E*=206 GPa, tensão de escoamento  $f_y$ =250MPa e custo unitário do aço  $C_S$ =3,98 R\$/kg. Foram adotados os mesmos valores utilizados por Simões (1996), visando a comparação de resultados.

Foram consideradas as seguintes restrições associadas aos valores máximos de deslocamentos horizontais nos topos das colunas, flechas nas vigas e interação de esforços nas vigas e colunas. Para a resolução desta aplicação foi utilizado uma população com 50 indivíduos, com 10 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,20 e um operador *crossover* de 0,85.



Figura 6.1: Carregamento, geometria e variáveis do primeiro pórtico.

## 6.1.1 Resultado utilizando ligações rígidas

A Figura 6.2 apresenta o histórico da variação do custo dos perfis estruturais em função das iterações de otimização (histórico de otimização) para o modelo de ligações rígidas, com a apresentação da média e do melhor custo a cada geração. Foram realizadas 27 iterações e o valor ótimo foi obtido na 20ª geração. O resultado ótimo apresentou um custo total de R\$ 5.851,47 apenas para os perfis estruturais, porém o custo total da estrutura considerando o fator de rigidez como (0,89) foi de R\$ 7.410,95.





Na Figura 6.2 é possível observar ainda certa dispersão dos valores médios de cada iteração com o valor mínimo que, aproxima-se do valor ótimo a cada iteração. Isto ocorre devido à utilização de técnicas estocásticas na geração dos indivíduos da população.

Os valores das restrições obtidos na configuração ótima estão apresentados na Figura 6.3, em que:

- $g_{\sigma,1}$  Interação de esforço do grupo 1
- $g_{\delta,1}$  Deslocamento do grupo 1
- $g_{\sigma,2}$  Interação de esforço do grupo 2
- $g_{\delta,2}$  Deslocamento do grupo 2



- $g_{\delta,3}$  Deslocamento do grupo 3
- $g_{\sigma,4}$  Interação de esforço do grupo 4
- $g_{\delta,4}$  Deslocamento do grupo 4



Figura 6.3. Restrições para a solução ótima do modelo rígido do primeiro pórtico

Para a configuração ótima obtida, as restrições praticamente ativas (- 0,05 < gi < 0) foram encontradas para os esforços nas colunas superiores ( $g_{\sigma,2}$ ) e para a viga do pavimento superior ( $g_{\sigma,3}$ ). Observa-se então que os critérios de resistência mecânica foram os determinantes para o dimensionamento e que o deslocamento da viga do grupo ( $g_{\delta,3}$ ) obteve o maior deslocamento entre todos os elementos do pórtico com deslocamento vertical de 1,60 cm.

#### 6.1.2 Resultado utilizando ligações semirrígidas

Para o modelo que considera ligações semirrígidas, a distribuição da função objetivo a cada iteração de otimização é apresentada na Figura 7.4. Nesse modelo foram realizadas 36 iterações. O resultado ótimo foi obtido na 35<sup>a</sup> geração e apresentou valor total de R\$ 6.322,33, dos quais 12,8% correspondem ao custo das ligações.





Na configuração ótima, conforme Figura 6.5, as restrições praticamente ativas (-0,05 < gi < 0) foram as restrições de interação de esforços na coluna do térreo  $(g_{\sigma,1})$  e para deslocamento do pilar do segundo pavimento  $(g_{\delta,2})$  além da viga do segundo pavimento  $(g_{\delta,3})$ . Outras restrições que ficaram próximas do limite

(-0,15 < gi< - 0,05) foi o esforço dos pilares do segundo pavimento ( $g_{\sigma,2}$ ) e deslocamento da viga do primeiro pavimento ( $g_{\delta,4}$ ).

Observa-se que as restrições mais ativas para este modelo foram os deslocamentos, sendo o deslocamento horizontal no topo do pórtico  $(g_{\delta,2})$  atingindo um valor máximo de 1,81 cm e a flecha na viga do segundo pavimento  $(g_{\delta,3})$  atingiu um deslocamento de 1,93 cm bem próximo do admissível.





O modelo rígido apresentou a resistência mecânica como restrição de projeto determinante para os pilares e vigas, enquanto o modelo semirrígido apresentou como restrições mais ativas o deslocamento. Essa variação no comportamento já era esperado, ocorre devido a maior flexibilidade da estrutura semirrígida, que embora aumente os deslocamentos laterais, provoca uma redistribuição dos momentos podendo reduzir o efeito de flexocompressão nos pilares.

#### 6.1.3 Comparativo entre os resultados

Os resultados para as variáveis de projeto obtidas nos dois modelos estudados são apresentados na Tabela 6.1 apresentando os resultados obtidos por Simões (1996). São exibidos os perfis para cada grupo de dimensionamento e a rigidez inicial das ligações, junto com seu fator de rigidez apontado entre parênteses.

Devido as características particulares de produção dos perfis estruturais nacionais, o banco de dados de perfis criado neste trabalho difere ligeiramente dos perfis estruturais utilizados no trabalho de referência (padrão europeu), o que impede sua comparação direta. No entanto, a comparação de resultados pode ser avaliada utilizando os valores da massa linear (kg/m) de cada um dos perfis utilizados, que foram apresentados.

Variával	Simões	(1996)	Presente trabalho		
Vallavel	Rígido	Semirrígido	Rígido	Semirrígido	
1 (coluna)	IPE 450 x 77,6	IPE 400 x 66,3	W 460 x 52,00	W 360 x 39,00	
2 (coluna)	IPE 450 x 77,6	IPE 400 x 66,3	W 360 x 44,6	W 310 x 32,7	
3 (viga)	IPE 450 x 77,6	IPE 400 x 66,3	W 410 x 38,8	W 460 x 52,00	
4 (viga)	IPE 550 x 105,0	IPE 500 x 90,7	W 530 x 66,00	W 530 x 66,00	
Lig. 1 (kN.m/rad)	Rígido (0,89)	38.000 (0,66)	88.000 (0,89)	14.000 (0,44)	
Lig. 2 (kN.m/rad)	Rígido (0,89)	59.000 (0,59)	240.000 (0,89)	32.000 (0,52)	

Tabela 6.1. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do primeiro pórtico

As massas dos pórticos dimensionados através dos modelos de otimização são apresentadas na Tabela 6.2, que apresenta também seus custos totais e custos das ligações obtidos utilizando a Equação (35). Em Simões (1996) não foram apresentados os custos das estruturas e das ligações, apenas os perfis de cada elemento e o coeficiente de rigidez das ligações semirrígidas. Desta forma, para efeito de comparação, os custos dos resultados publicados em Simões (1996) foram estimados através da Equação (35) e o fator de rigidez da ligação rígida considerado como (0,89), assim como no presente trabalho e calculado o valor do coeficiente de rigidez através da equação (5).

Tabela 6.2. Resultados da	otimização: Custo	e massa do	primeiro	pórtico
---------------------------	-------------------	------------	----------	---------

Comendo	Simões	(1996)	Presente trabalho		
Comando	Rígido	Semirrígido	Rígido	Semirrígido	
Custo total (R\$)	12.341,76*(49%)	9.360,14*(32%)	7.410,95 (15%)	6.322,33 (100%)	
Custo ligação (R\$)	2.527,32*(68%)	946,02*(14%)	1.562,07 (48%)	810,02 (100%)	
Massa total (Kg)	2.465,94 (44%)	2114,1 (34%)	1.470,22 (6%)	1.384,81 (100%)	
Massa coluna (Kg)	1.133,00 (54%)	968 (46%)	705,18 (26%)	523,41 (100%)	
Massa viga (Kg)	1.332,98 (35%)	1146,1 (25%)	765,04 (-13%)	861,4 (100%)	

(\*) resultados estimados através da Equação (35) e (5).

Observa-se, comparando os modelos apresentados, reduções de custo e de massa em relação ao modelo apresentado por Simões (1996). Analisando os modelos

que consideram ligações rígidas houve uma redução no custo ao valor da massa em 40%, já no modelo semirrígido nota-se uma redução no custo total da estrutura de 32% através da metodologia apresentada, além de uma redução de massa total de aço de 34%. Essa redução no custo pode estar atrelada à diminuição do peso da estrutura visto que os perfis de padrão europeu IPE utilizados no trabalho de referência possuem massa linear superiores comparados aos perfis utilizados no banco de dados desta pesquisa.

Compara-se também os resultados obtidos pela metodologia apresentada para os modelos rígido e semirrígido. O modelo semirrígido obteve uma redução de custo total de 15%, causada pela redução dos custos das ligações que foram de 48%. Já as massas dos perfis diminuíram em apenas 6%, apesar de ter ocorrido uma redução de massa dos pilares em 26 % em contrapartida houve um aumento da massa das vigas para reduzir os deslocamentos laterais da estrutura até os valores limites estabelecidos pela NBR 8800 (ABNT, 2008).

Ainda comparando os resultados para os modelos rígido e semirrígido com a metodologia apresentada, foram construídos os diagramas de momentos fletores para comparação da solução ótima, conforme Figura 6.6.



Figura 6.6. Diagrama de Momento fletor da solução ótima do primeiro pórtico para os dois modelos distintos

Na Figura 6.6 é possível observar que, o programa visa distribuir os momentos fletores entre os apoios e o meio do vão, levando em consideração o custo do perfil e das ligações. Com a diminuição da rigidez da ligação para o modelo semirrígido houve uma redução de momento fletor para as colunas ocasionando pilares com dimensões

menores, porém com este decréscimo foi necessário optar por vigas com dimensões maiores para suportar o momento fletor máximo no meio do vão. Mesmo com este aumento nas vigas a solução ótima para o modelo semirrígido apresentou massa total menor que a massa do modelo rígido.

## 6.2 Aplicação 2

A segunda estrutura apresentada é um pórtico de três vãos e dois pavimentos em que os elementos foram divididos em 8 grupos de dimensionamento. Os pilares foram separados em dois grupos, em função da sua posição no pórtico: de canto (1) e internos (2); as vigas foram agrupadas também em dois grupos: segundo pavimento (3) e primeiro pavimento (4); já as ligações foram organizadas em quatro grupos, sendo dois grupos para cada pavimento: internas e de canto. Para o grupo das colunas e vigas foram considerados todos os 64 perfis do banco de dados. As condições de carregamento, a geometria da estrutura e o agrupamento dos membros são apresentados na Figura 7.7.



Figura 6.7. Carregamento, geometria e variáveis do segundo pórtico.

A estrutura foi estudada por Cabrero e Bayo (2005), Bel Hadj Ali *et al.* (2009) e Sánchez e Espín (2013). Para possibilitar a comparação de resultados, foram adotados os mesmos valores utilizados por esses autores, sendo: módulo de Elasticidade *E*=210 GPa, tensão de escoamento  $f_y$ =250 MPa e custo unitário do aço Cs=3,98 R\$/kg.

As restrições de dimensionamento avaliadas estão relacionadas a: deslocamentos horizontais nos topos das colunas; flechas nas vigas e interação de esforços nas vigas e colunas.

Para a resolução desta aplicação, foi adotada população com 50 indivíduos, com 10 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,20 e um operador crossover de 0,85.

### 6.2.1 Resultados utilizando ligações rígidas

A Figura 7.8 apresenta o histórico de otimização para o modelo de ligações rígidas, em que são apresentados a média e o melhor custo a cada geração. Foram realizadas 39 gerações e o valor ótimo foi observado na 22ª geração. O resultado ótimo apresentou um custo total de R\$ 6.211,98 apenas para os perfis estruturais, porém o custo da estrutura considerando o fator de rigidez como (0,89) seria de R\$ 8.997,80.





Os valores das restrições obtidos na configuração ótima estão apresentados na Figura 6.9, em que:

 $g_{\sigma,1}$  - Interação de esforço do grupo 1  $g_{\sigma,3}$  - Interação de esforço do grupo 3

 $g_{\delta,1}$  – Deslocamento do grupo 1

 $g_{\delta,2}$  - Deslocamento do grupo 2

 $g_{\delta,3}$  - Deslocamento do grupo 3

 $g_{\sigma 4}$  - Interação de esforço do grupo 4

 $g_{\sigma,2}$  - Interação de esforço do grupo 2

```
g_{\delta,4} - Deslocamento do grupo 4
```



Figura 6.9. Restrições para a solução ótima do modelo rígido do segundo pórtico

Na configuração ótima, as restrições praticamente ativas (-0,05 < gi < 0) foram as restrições de interação de esforços na coluna do meio no primeiro pavimento ( $g_{\sigma,2}$ ) e para uma das vigas do pavimento superior no grupo 3 ( $g_{\sigma,3}$ ).

Observa-se que os critérios de deslocamento não foram determinantes para o dimensionamento, mas ficaram próximos do limite (- 0,15 < gi < - 0,05) para os pilares de canto ( $g_{\delta,1}$ ) e de centro ( $g_{\delta,2}$ ) com deslocamento de 1,83 cm e 1,72 cm respectivamente ambos no segundo pavimento. Outra restrição dentro deste intervalo foi a interação de esforços em uma das vigas do primeiro pavimento no grupo 4 ( $g_{\sigma,4}$ ).

### 6.2.2 Resultados utilizando ligações semirrígidas

A distribuição da função objetivo a cada iteração de otimização para o modelo que considera ligações semirrígidas é apresentada na Figura 6.10. Nesse modelo foram realizadas 44 gerações e seu resultado ótimo, obtido na 40<sup>a</sup> geração, apresentou valor total de R\$ 8.682,88 dos quais 28,05% correspondem ao custo das ligações.



Figura 6.10. Evolução da função objetivo para o modelo semirrígido do segundo pórtico

A Figura 6.11 apresenta os resultados para as restrições da configuração ótima encontrada. A restrição de deslocamento dos pilares ( $g_{\delta,1} e g_{\delta,2}$ ), da viga do segundo pavimento ( $g_{\delta,3}$ ) e de esforços dos pilares de centro ( $g_{\sigma,2}$ ) ficaram praticamente ativas (– 0,05< gi <0). Em seguida, as restrições mais ativas (-0,15< gi <-0,05) foram os esforços da viga do primeiro pavimento ( $g_{\sigma,4}$ ). Vale ressaltar que uma das vigas do conjunto do segundo pavimento apresentou deslocamento de 1,70 cm, valor que corresponde ao limite admissível, e os pilares de canto do segundo pavimento também atingiram o limite admissível com deslocamento de 2,00 cm.



Figura 6.11. Restrições para a solução ótima do modelo semirrígido do segundo pórtico

Observa-se que, assim como o exemplo anterior, as restrições mais relevantes para o dimensionamento foram a resistência mecânica para o modelo com ligação rígida e de deslocamentos para o modelo com ligação semirrígida. Porém, no modelo semirrígido, observou-se que com a variação de rigidez nas ligações houve uma maior rigidez nas ligações dos pilares de centro criando uma coluna de contraventamento para o pórtico estudado, consequentemente, os pilares do centro apresentaram maior momento fletor o que possibilitou que as restrições de esforços desses pilares fossem mais ativas.

## 6.2.3 Comparativo entre os resultados

Os resultados para as variáveis de projeto obtidos nos dois modelos estudados são apresentados na Tabela 6.3, juntamente com os resultados dos modelos semirrígidos apresentados por Cabrero e Bayo (2005), Bel Hadj Ali *et al.* (2009) e Sánchez e Espín (2013). São exibidos os perfis para cada grupo de dimensionamento e a rigidez inicial das ligações, junto com seu fator de rigidez apontado entre parênteses.

Variával	Cabrero e	Bel Hadji Ali et	Sánchez e	Presente trabalho	
variaver	Bayo (2005)	al. (2009)	Espín (2013)	Rígido	Semirrígido
1 (coluna)	HEB 140 x 33,7	HEB 140 x 33,7	HEB 120 x 26,7	W 200 x 22,5	W 200 x 15
2 (coluna)	HEB 160 x 42,6	HEB 140 x 33,7	HEB 160 x 42,6	W 250 x 17,9	W 310 x 21
3 (viga)	IPE 200 x 22,4	IPE 180 x 18,8	IPE 240 x 30,7	W 250 x 17,9	W 250 x 22,3
4 (viga)	IPE 270 x 36,1	IPE 240 x 30,7	IPE 300 x 42,2	W 360 x 32,9	W 360 x 32,9
Lig. 1 (kN.m/rad)	7.500* (0,69)	//	7.000 (0,63)	19.465 (0,89)	5.730 (0,65)
Lig. 2 (kN.m/rad)	11.900* (0,80)	//	16.300 (0,80)	19.465 (0,89)	6.870 (0,69)
Lig. 3 (kN.m/rad)	13.500* (0,79)	//	14.900 (0,63)	71.000 (0,89)	3.245 (0,27)
Lig. 4 (kN.m/rad)	25.000* (0,85)	//	20.500 (0,70)	71.000 (0,89)	58.730 (0,87)

Tabela 6.3. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do segundo pórtico

(\*) resultados estimados através do Robot Structural Analysis.

Alguns autores não apresentaram resultados de rigidez inicial ( $S_{ini}$ ) das ligações. Cabrero e Bayo (2005) por exemplo exibiram resultados referentes a parâmetros das ligações e para possibilitar a comparação as ligações foram modeladas no *Robot Structural Analysis* que adota o Método das Componentes do

Eurocode 3 (2005) para análise de ligações, sendo possível determinar seu valor de rigidez ( $S_{ini}$ ) da ligação.

Bel Hadj Ali *et al.* (2009) não forneceram valores que possibilitassem a determinação da rigidez inicial das ligações, portanto esse valor não foi exibido, inclusive, os mesmos autores apresentaram uma função objetivo que considera o custo de material e serviço da estrutura, diferente da função que foi apresentada neste trabalho onde considera apenas o custo do material.

O banco de dados de perfis criado neste trabalho difere dos perfis estruturais utilizados nos trabalhos da referência (padrão europeu), impossibilitando sua comparação direta. Para possibilitar a comparação de resultados, a massa linear (kg/m) de cada um dos perfis utilizados foi apresentada.

Analisando os resultados da Tabela 6.3 para as rigidezes dos modelos semirrígidos dos diversos autores, é possível observar um comportamento análogo realizado por todos os algoritmos de otimização. Os algoritmos obtiveram resultados que reduzem as rigidezes das ligações dos pilares de canto e apresentaram valores maiores para as rigidezes das ligações dos pilares centrais e também apresentou pilares de centro mais robustos. Esse comportamento forma uma coluna de contraventamento, responsável por combater os deslocamentos horizontais.

As massas dos pórticos dimensionados através dos modelos de otimização são apresentadas na Tabela 6.4, que apresenta também seus custos totais e custos das ligações, obtidos através da Equação (35).

Variável	Cabrero e Bayo (2005)	Bel Hadji Ali et al. (2009)	Sánchez e Espín	Presente trabalho	
			(2013)	Rígido	Semirrígido
Custo total (R\$)	11.364,6 (24%)	//	11.955,1 (27%)	8.997,8 (3%)	8.682,9 (100%)
Custo ligação (R\$)	2.314,9 (-5%)	//	2.316,8 (-5%)	2.785,8 (13%)	2.435,9 (100%)
Massa total (Kg)	2.273,8 (31%)	1.969,4 (20%)	2.421,7 (35%)	1.560,8 (-1%)	1569,6 (100%)
Massa coluna (Kg)	1.120,8 (49%)	1078,4 (47%)	1.108,6 (48%)	644,4 (11%)	576,0 (100%)
Massa viga (Kg)	1.053,0 (6%)	891,0 (-12%)	1.313,1 (24%)	914,4 (-9%)	993,6 (100%)

Tabela 6.4. Resultados da otimização: Custo e massa do segundo pórtico

Nos trabalhos supracitados foram apresentados os custos da estrutura e das ligações, porém os mesmos foram exibidos em Euros (€). Desta forma, para efeito de comparação, os custos dos resultados publicados em Cabrero e Bayo (2005) e Sánchez e Espín (2013) foram estimados através da Equação (35). No entanto, no trabalho de Bel Hadj Ali *et al.* (2009) não foi possível estimar o custo visto que o

mesmo não forneceu valores que possibilitassem a determinação da rigidez das ligações não sendo possível a utilização da equação (35), sendo assim não foram exibidos.

É possível observar, analisando o modelo semirrígido apresentado, reduções de custo e de massa, em relação aos modelos apresentados pelos demais autores. A redução no custo total da estrutura otimizada através da metodologia apresentada foi de 24% em relação ao melhor valor da referência, obtido por Cabrero e Bayo (2005). Também é possível verificar uma redução na massa total da estrutura de 20% em relação ao melhor valor da referência, apresentado por Bel Hadj Ali *et al.* (2009).

Pode-se ainda comparar os resultados obtidos pela metodologia apresentada para os modelos rígido e semirrígido. O modelo semirrígido obteve uma redução de custo total de 3%, em que as ligações, apresentaram uma redução dos custos de 13%. No entanto, a massa da estrutura foi acrescida em 1% para o resultado obtido no modelo semirrígido, devido à redução da rigidez da ligações houve em contrapartida um aumento em alguns dos elementos da estrutura principalmente nas vigas onde o aumento foi de 9%.

Ainda comparando os resultados para os modelos rígido e semirrígido com a metodologia apresentada, foram construídos os diagramas de momento fletores para comparação da solução ótima conforme Figura 6.12.



a) Modelo rígido

b) Modelo semirrígido



É possível observar que, com a diminuição da rigidez da ligação para o modelo semirrígido houve uma redução de momentos fletores para as colunas ocasionando pilares com dimensões menores, porém com este decréscimo, foram necessário vigas com dimensões maiores para resistir o momento fletor máximo no meio do vão. Logo percebeu-se que o comportamento foi análogo ao exemplo anterior.

#### 6.3 Aplicação 3

A terceira estrutura apresentada é um pórtico de dois vãos e três pavimentos estudado por Simões (1996), em que seus elementos foram divididos em 9 grupos de dimensionamento. Os pilares foram separados em seis grupos, sendo dois grupos a cada pavimento separados em função da sua posição no pórtico: de canto (1, 3 e 5); internos (2, 4 e 6); as vigas foram agrupadas em três grupos: Terceiro pavimento (7), segundo pavimento (8) e primeiro pavimento (9); já as ligações foram organizadas em três grupos, sendo um grupo a cada pavimento. Todos os 64 perfis do banco de dados foram considerados para os grupos das colunas e para as vigas. As condições de carregamento, a geometria da estrutura e o agrupamento dos membros são apresentados na Figura 6.13.



Figura 6.13. Carregamento, geometria e variáveis do terceiro pórtico.

Para as propriedades dos materiais foram mantidos os valores da referência: módulo de Elasticidade *E*=206 GPa, tensão de escoamento  $f_y$ =250 MPa e custo unitário do aço  $C_S$  =3,98 R\$/kg.

As restrições adotadas foram de deslocamentos horizontais nos topos das colunas, as flechas nas vigas e a interação de esforços nas vigas e colunas.

Para a resolução desta aplicação, foi utilizada uma população com 80 indivíduos, com 20 indivíduos selecionados para a próxima geração, configurando uma taxa de elitismo de 0,25 e um operador *crossover* de 0,85.

#### 6.3.1 Resultados utilizando ligações rígidas

A Figura 7.14 apresenta o comportamento da função objetivo para o modelo de ligações rígidas a cada geração, em que a cada iteração são apresentados a média e o melhor custo. Foram realizadas 37 gerações e o valor ótimo foi observado na 36<sup>a</sup> geração. O resultado ótimo apresentou um custo para os perfis de R\$ 10.552,63 apenas para os perfis estruturais, porém o custo total da estrutura considerando o fator de rigidez como (0,89) seria de R\$ 14.350,67, dos quais o custo das ligações corresponde a 26%.

Os valores das restrições obtidos na configuração ótima estão apresentados na Figura 6.15, em que:

- $g_{\sigma,1}$  Interação de esforço do grupo 1
- $g_{\delta,1}$  Deslocamento do grupo 1
- $g_{\sigma,2}$  Interação de esforço do grupo 2
- $g_{\delta,2}$  Deslocamento do grupo 2
- $g_{\sigma,3}$  Interação de esforço do grupo 3
- $g_{\delta,3}$  Deslocamento do grupo 3
- $g_{\sigma,4}$  Interação de esforço do grupo 4
- $g_{\delta,4}$  Deslocamento do grupo 4

- $g_{\sigma,5}$  Interação de esforço do grupo 5
- $g_{\delta,5}$  Deslocamento do grupo 5
- $g_{\sigma,6}$  Interação de esforço do grupo 6
- $g_{\delta,6}$  Deslocamento do grupo 6
- $g_{\sigma,7}$  Interação de esforço do grupo 7
- $g_{\delta,7}$  Deslocamento do grupo 7
- $g_{\sigma,8}$  Interação de esforço do grupo 8
- $g_{\delta,8}$  Deslocamento do grupo 8
- $g_{\sigma,9}$  Interação de esforço do grupo 9
- $g_{\delta,9}$  Deslocamento do grupo 9



Figura 6.14. Evolução da função objetivo para o modelo rígido do terceiro pórtico





Na configuração ótima, as restrições praticamente ativas (-0,05 < gi < 0) foram os deslocamentos dos pilares do terceiro pavimento ( $g_{\delta,5}$  e  $g_{\delta,6}$ ) e de esforços para uma das vigas do 2º pavimento ( $g_{\sigma,8}$ ).

Observa-se que os critérios de deslocamento foram determinantes para o dimensionamento deste modelo rígido, mas ficaram próximos do limite (-0,15 < gi < -0,05) a restrição de esforços para os pilares dos grupos  $(g_{\sigma,1}, g_{\sigma,2}, g_{\sigma,4}, g_{\sigma,6})$  e a restrição de esforço para a viga do terceiro pavimento  $(g_{\sigma,7})$ .

#### 6.3.2 Resultados utilizando ligações semirrígidas

Para o modelo que considera ligações semirrígidas, a distribuição da função objetivo a cada iteração de otimização é apresentada na Figura 6.16, que apresenta

a média de resultados e o melhor valor para cada iteração. Nesse modelo foram necessárias 45 iterações, devido à grande quantidade de variáveis consideradas. O resultado ótimo, foi encontrado na 42<sup>a</sup> geração e apresentou valor total de R\$ 13.831,72 dos quais as ligações contribuem com 20%.

Neste modelo em questão, foi aplicada uma restrição construtiva com o objetivo de evitar que pilares de pavimentos superiores fossem maiores que os pilares de pavimentos inferiores, sendo assim, o algoritmo selecionou pilares e vigas mais robustos nos pavimentos inferiores de forma a criar uma base mais rígida para a estrutura. Outra observação é que devido a essa restrição construtiva, acredita-se que nas primeiras gerações o algoritmo não conseguiu selecionar indivíduos que atendessem a todas as restrições mecânicas e construtivas. Com isso a média e o mínimo nas duas primeiras gerações foram nulas.



Figura 6.16. Evolução da função objetivo para o modelo semirrígido do terceiro pórtico

A Figura 6.17 apresenta os resultados para as restrições da configuração ótima encontrada. A restrição praticamente ativa (- 0,05<gi<0) foi observada no pilar de canto do terceiro pavimento do grupo ( $g_{\delta,5}$ ) em que o deslocamento horizontal foi máximo e que, inclusive, apresentou um deslocamento de 2,62 cm, mas também ficaram próximos do limite (-0,15 <gi< -0,05) a restrição de esforço para os pilares dos grupos ( $g_{\sigma,3}, g_{\sigma,4}$ ) e das vigas ( $g_{\sigma,8} \in g_{\sigma,9}$ ) e a restrição de deslocamento para o pilar ( $g_{\delta,6}$ ). Diferente dos outros modelos semirrígidos, os esforços de alguns elementos do pórtico também ficaram próximos do limite. Observa-se que as restrições mais relevantes para o dimensionamento foram a de deslocamentos para o modelo com ligação semirrígida e rígida. O motivo do deslocamento ter sido determinante para ambos os modelos é devido a estrutura estudada possuir maior esbeltez, sendo assim, o deslocamento lateral da estrutura foi critério de parada. Porém, diferentemente dos demais exemplos, as restrições de esforços também tiveram bem próximas do limite para o modelo semirrígido.





## 6.3.3 Comparativo entre os resultados

Os resultados para as variáveis de projeto obtidos nos dois modelos estudados são apresentados na Tabela 6.5, juntamente com os resultados do modelo semirrígido apresentado por Kameshi e Saka (2001) e dos resultados apresentados por Simões (1996). São exibidos os perfis para cada grupo de dimensionamento e a rigidez inicial das ligações, junto com seu fator de rigidez apontado entre parênteses.

Devido às características particulares de produção dos perfis estruturais nacionais, o banco de dados de perfis criado neste trabalho difere ligeiramente dos perfis estruturais utilizados em um dos trabalhos de referência (padrão europeu), o que impede sua comparação direta. No entanto, a comparação de resultados pode ser avaliada utilizando os valores da massa linear (kg/m) de cada um dos perfis utilizados, que estão apresentados.

Apesar de Kameshi e Saka (2001) terem estudado otimização com diversos tipos de ligação semirrígida com análise não linear os mesmos não forneceram valores

que possibilitassem a determinação da rigidez das ligações, portanto, esse valor não foi exibido.

Mariánal	Kameshi e	Simõ	es (1996)	Presente trabalho	
variavei	Saka (2001)	Rígido	Semirrígido	Rígido	Semirrígido
1 (coluna)	W 18 x 52	IPE 360 x 57,1	IPE 360 x 57,1	W 360 x 32,9	W 530 x 74
2 (coluna)	W 24 x 101	IPE 500 x 90,7	IPE 550 x 105,5	W 360 x 51,0	W 460 x 52
3 (coluna)	W 14 x 39,0	IPE 330 x 49,1	IPE 330 x 49,1	W 360 x 32,9	W 310 x 32.7
4 (coluna)	W 24 x 101,0	IPE 330 x 49,1	IPE 330 x 49,1	W 360 x 32,9	W 360 x 32.9
5 (coluna)	W 8 x 26,6	IPE 330 x 49,1	IPE 300 x 42,2	W 310 x 32,7	W 150 x 24
6 (coluna)	W 18 x 52,0	IPE 240 x 30,7	IPE 240 x 30,7	W 150 x 13,0	W 310 x 28.3
7 (viga)	W 15 x 38,8	IPE 360 x 57,1	IPE 330 x 49,1	W 360 x 32,9	W 410 x 38.8
8 (viga)	W 15 x 38,8	IPE 400 x 66,3	IPE 360 x 57,1	W 310 x 44,5	W 410 x 38.8
9 (viga)	W 15 x 38,8	IPE 450 x 77,6	IPE 360 x 57,1	W 460 x 52,0	W 360 x 39
Lig. 1 (kN.m/rad)	//	96.500 (0,89)	15000 (0,55)	68.500 (0,89)	36.840 (0,74)
Lig. 2 (kN.m/rad)	//	133.340 (0,89)	22000 (0,57)	82.000 (0,89)	48.700 (0,79)
Lig. 3 (kN.m/rad)	//	133.340 (0,89)	25000 (0,60)	175.000 (0,89)	39.375 (0,79)

Tabela 6.5. Resultados da otimização: Variáveis de projeto do terceiro pórtico

Analisando os resultados da Tabela 6.5 para os modelos semirrígidos, é possível observar um comportamento análogo realizado para ambos os exemplos estudados. Os algoritmos obtiveram resultados que reduzem as rigidezes das ligações dos pilares do terceiro pavimento e apresentaram valores maiores para as rigidezes das ligações dos pilares no térreo, conforme pode ser comparado com Simões (1996) para o modelo semirrígido. Também apresentaram pilares do térreo mais robustos conforme pode ser comparado com ambas as referências e os pilares do meio também apresentaram maior robustez. Com essa escolha, formou-se uma base mais rígida no térreo e no centro do pórtico responsável por diminuir os deslocamentos horizontais da estrutura.

As massas dos pórticos dimensionados através dos modelos de otimização são apresentadas na Tabela 6.6, que apresenta também seus custos totais e os custos das ligações obtidos utilizando a Equação (35). Em Simões (1996) não foram apresentados o custo da estrutura e das ligações, apenas os perfis de cada elemento e o coeficiente de rigidez das ligações semirrígidas. Desta forma, para efeito de comparação, o custo dos resultados publicados em Simões (1996) foram estimados através da Equação (35) e o fator de rigidez da ligação rígida considerado como (0,89), assim como no presente trabalho. Já em Kameshi e Saka (2001) foram

apresentados apenas os dados dos perfis utilizados e o peso total da estrutura, não sendo possível, portanto, a utilização da equação (35) para comparação do custo da ligação e da estrutura.

Variával	Kameshi e Saka (2001)	Simões (1996)		Presente trabalho	
Vallavel		Rígido	Semirrígido	Rígido	Semirrígido
Custo total (R\$)	//	20.747,7 (150%)	17.325,4 (125%)	14.350,7 (104%)	13.831,7 (100%)
Custo ligação (R\$)	//	3.999,0 (147%)	2.392,7 (88%)	3.798,0 (139%)	2.728,9 (100%)
Massa total (Kg)	3.225,0 (116%)	4.208,2 (151%)	3.751,9 (134%)	2.651,4 (95%)	2.789,8 (100%)
Massa coluna (Kg)	1.785,6 (131%)	1.756,0 (128%)	1.759,7 (129%)	1.072,7 (78%)	1.367,3 (100%)
Massa viga (Kg)	1.439,4 (101%)	2.452,2 (172%)	1.992,3 (140%)	1.578,7 (111%)	1.422,5 (100%)

Tabela 6.6. Resultados da otimização: Custo e massa do terceiro pórtico

É possível observar, analisando o modelo semirrígido apresentado, reduções de custo e de massa, em relação aos modelos apresentados pelos demais autores. A redução no custo total da estrutura otimizada através da metodologia apresentada foi de 20,2% em relação ao melhor valor encontrado por Simões (1996). Também é possível verificar uma redução na massa total da estrutura de 13,5% em relação ao melhor valor da referência, apresentado por Kameshi e Saka (2001).

Pode-se ainda comparar os resultados obtidos pela metodologia apresentada para os modelos rígido e semirrígido. O modelo semirrígido obteve uma redução de custo total de 3,5%, em que as ligações apresentaram uma redução dos custos de 28,14%. No entanto a massa da estrutura foi acrescida em 5% para o resultado obtido no modelo semirrígido. Devido à redução da rigidez da ligações houve em contrapartida um aumento em alguns dos elementos da estrutura principalmente nos pilares em que o aumento foi de 27%. Este resultado mostra, no entanto, que mesmo tendo um aumento na massa da estrutura no modelo semirrígido, a redução no custo da ligação gerou uma redução no custo final da estrutura.

Ainda comparando os resultados para o modelos rígido e semirrígidos com a metodologia apresentada, foram confeccionados os diagramas de momentos fletores para comparação da solução ótima conforme Figura 6.18.

É possível observar que houve uma diminuição da rigidez da ligação para o modelo semirrígido e com esta redução houve uma redistribuição dos momentos na viga. Porém, esta redução da rigidez não foi tão significativa como nos exemplos anteriores, conforme pode ser observado na Tabela 6.5 em que o maior fator de

rigidez de (0,79) está próximo do fator de rigidez de (0,89) do modelo rígido. Esta pequena redução no fator de rigidez da ligação é devido ao pórtico possuir uma esbeltez superior aos exemplos que foram estudados anteriormente. O deslocamento horizontal foi determinante para ambos os modelos estudados. Mesmo esta pequena redução no fator de rigidez da ligação foi suficiente para melhorar a redistribuição dos momentos fletores nos elementos do pórtico, fazendo com que os momentos da viga diminuíssem e os momentos das colunas aumentassem comparado ao modelo rígido.





b) Modelo semirrígido



Porém, vale ressaltar que o aumento da massa das colunas não ocorreu devido a este aumento dos momentos, mas sim devido ao deslocamento horizontal do pórtico que foi determinante nos dois modelos. Consequentemente, o modelo semirrígido apresentou uma eficiência melhor que o modelo rígido.

# 7. CONCLUSÕES

#### 7.1 Considerações finais

Foi desenvolvida uma ferramenta computacional para dimensionamento ótimo de pórticos de aço planos com ligações viga-coluna semirrígidas. A metodologia considera também análise não linear geométrica para determinar o comportamento estrutural.

A metodologia possibilita determinar a estrutura de menor custo considerando o custo das vigas e colunas como também o custo das ligações viga-coluna. Observase que a consideração de ligações semirrígidas no projeto ótimo possibilita uma redução adicional no custo final da estrutura

O modelo matemático do problema de otimização considera variáveis discretas tanto para a rigidez rotacional das ligações viga-coluna quanto para os perfis estruturais. Foi observado que a consideração da rigidez como variável contínua dificulta a obtenção de um resultado ótimo, pois aumenta de forma considerável o número de valores que podem ser atribuídos às variáveis de projeto. Pequenas variações na rigidez das ligações alteram pouco os resultados da análise estrutural, o que justifica a utilização de valores discretos de rigidez. Sendo que, os valores discretos considerados foram distribuídos no intervalo correspondente à faixa de ligações semirrígidas, desta forma reduzindo o número de variáveis e facilitando a busca da configuração ótima.

As restrições de projeto adotadas garantem que a estrutura ótima atenda as prescrições de resistência (ELU) e de utilização (ELS) preconizadas pela NBR 8800 (ABNT, 2008), que descreve os procedimentos de cálculo para definição das cargas críticas e dos deslocamentos máximos permitidos.

Nas duas primeiras aplicações em que os pórticos são mais robustos observouse que a metodologia reduziu a rigidez das ligações ao máximo no intuito de reduzir o custo da ligação. Pois o programa visa distribuir os momentos fletores entre os apoios e o meio do vão, levando em consideração o custo do perfil e das ligações. Com a diminuição da rigidez da ligação para o modelo semirrígido houve uma redução de momento fletor para as colunas ocasionando pilares com dimensões menores, porém com este decréscimo foram necessárias vigas com dimensões maiores para suportar o momento fletor máximo no meio do vão. Já na última aplicação o pórtico analisado possui robustez menor comparado aos exemplos anteriores. Com isso a redução do fator de rigidez das ligações não foi tão significativa, porém a ferramenta utilizada visou a redistribuição dos esforços nos elementos do pórtico, fazendo com que os momentos da viga diminuíssem e os momentos das colunas aumentassem comparado ao modelo rígido.

Analisando os resultados encontrados conclui-se que a metodologia proposta conduz a redução de custos de pórticos semirrígidos comparados com resultados observados na bibliografia.

Na primeira aplicação obteve-se uma redução de 32% dos custos para o modelo semirrígido apresentado em comparação aos resultados de Simões (1996). Já a comparação entre os resultados do modelo rígido e semirrígido obtidos através da metodologia apresentada apontou uma redução de custo total de 15% quando utilizado o modelo semirrígido.

Para a segunda aplicação foi observada uma redução de 23,6% em relação ao melhor resultado dentre os de referência. Já a comparação entre resultados obtidos para os modelos rígido e semirrígido, apontam uma redução de custo total de 3,5% adotando-se o modelo semirrígido.

Na terceira aplicação foi observada uma redução de 20,2% em relação ao melhor resultado dentre os de referência. Já a comparação entre os resultados obtidos para os modelos rígido e semirrígido da metodologia apresentada, apontam uma redução de custo total de 3,5% adotando-se o modelo semirrígido.

Em relação aos resultados apresentados, na bibliografia, esta redução no custo e massa da estrutura acredita-se que seja devido as características dos perfis de padrão Europeu IPE que apresentam massas lineares (peso por unidade de comprimento) muito maiores se comparadas aos perfis nacionais. Porém na terceira aplicação Kameshi e Saka (2001) utilizaram perfis da série W e o presente estudo exibiu uma redução da massa total da estrutura de 13,5%, confirmando que a metodologia apresentada é eficiente na busca de estruturas que apresentam menor custo.

Os resultados das aplicações indicam que a redução de custos em estruturas de aço pode ser encontrada quando é levado em consideração a semirrigidez da ligação e que o custo da ligação pode influenciar significativamente no custo final da estrutura. Mesmo nas aplicações em que a massa total encontrada estava superior ao modelo rígido o custo final do modelo semirrígido foi menor, pois o custo da ligação é mais baixo.

A metodologia apresentada neste trabalho demonstra eficiência computacional na obtenção de estruturas com custos de fabricação reduzido.

## 7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para os próximos trabalhos nessa linha de pesquisa, sugere-se:

- Aplicação da presente metodologia para o dimensionamento ótimo de estruturas espaciais (3D);
- Consideração dos componentes das ligações no problema de dimensionamento, e não apenas o valor de sua rigidez rotacional inicial;
- Implementação de curvas momento versus rotação bilineares, multilineares ou não lineares para a representação das ligações semirrígidas;
- Consideração de ligação semirrígida pilar-fundação, na base dos pórticos, levando em consideração a flexibilidade das ligações de base dos pilares;
- Consideração da não linearidade física do material para o dimensionamento;
- Uso de diferentes técnicas de otimização, utilização de outros algoritmos evolucionistas ou a utilização de metamodelos.
- Utilização de modelos mecânicos que considerem não apenas a rotação da ligação e da viga, mas que também considerem a rotação dos pilares.
- Consideração de outras funções objetivos que levem em consideração o custo da mão de obra.

# REFERÊNCIAS

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008), **NBR8800 – Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios.** Rio de Janeiro.

ALI, N.B.H.; et al. (2009). **Multi-stage production cost optimization of semirigid steel frames using genetic algorithms**. Engineering Structures, v. 31, n.11, p. 2766-2778.

ALVES, L.R.M. (2013). Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Campos dos Goytacazes - RJ, Universidade Estadual do Norte Flumunense - UENF, 106 p.

ANSYS (2013), **Finite Element Program User's Manuals, Release 15.0**, ANSYS, Inc., Crononsburg, United States.

ARORA, J. S., (2012), *Introduction to Optimum Design*. 3<sup>a</sup>. ed. Oxford: Elsevier.

ASSAN, A. E. (1999), **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos**. Editora da UNICAMP, Campinas.

AUTODESK (2016). Autodesk robot structural analysis professional, 2016.

BALLING, R. J.; LYON, J. W. (2010) **Second-order analysis of plane frames with one element per member**. Journal of Structural Engineering, vol. 137, n. 11, p. 1350-1358.

CABRERO J. M.; BAYO E. (2005). **Development of Practical Design Methods for Steel Structures with Semi-rigid Connections**. Engineering Structures, vol. 27, pp. 1125-1137.

CAMP, C.V.; PEZESHK, S.; CAO, G. (1997). **Design of framed structures using a genetic algorithm**. Advances in Structural Optimization, Reston, 19-30.

CASTRO, R.A. (2006). Modelagem computacional de ligações semirrígidas e sua influência na resposta dinâmica não-linear de pórticos de aço. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro – RJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, 117 p.

CBCA. (2018). **Cenário dos fabricantes de estruturas de aço**. CBCA, 2018. Acesso em: 20 de jan. de 2019.

CHAN, S. L.; CHUI, P. P. T. Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections. Oxford: Elsevier, 2000.

CHUI, P. P. T.; CHAN, S. L. (1997) Vibration and deflection characteristics of semi-rigid jointed frames. Engineering Structures, v. 19, n. 12, p. 1001-1010.

DEL SAVIO, A. A. et al. Otimização da Flexão em Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas através de Algoritmos Genéticos, 2004.

DÍAZ, C.; VICTORIA M.; MARTÍ, P.; QUERIN, O. M. (2011), **FE Model of Beam-to-column Extended End-plates Joints**. Journal of Constructional Steel Research, nº 67, pp. 1578-1590.

Duan, L.; Chen, W. F. (1999) Effective Length Factors of Compression Members. Structural Engineering Handbook.

European Committee for Standardization (2003). **Design of steel structure. Part 1.1: general rules and rules for building**, EN 1993-1-1, Eurocode 3. Brussels

European Committee for Standardization (2005). **Design of steel structure. Part 1.1: general rules and rules for building**, EN 1993-1-8, Eurocode 3. Brussels.

EN 1993-1-8:2005. *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-8: Design of Joints.* Bruxelas, Bélgica.

FAELLA, C.; PILUSO, V.; RIZZANO, G. (2000). **Structural steel semi-rigid** connections: theory, design and software. Boca Raton: CRC, 536 p.

FALCÓN, G.A.S; MONTRULL, P.M (2014). **Dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço – modelo "pórtico auxiliar".** XXXV Iberian Latin American congress on computational methods in engineering, Fortaleza – CE.

FREITAS, J. P. **Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semi-rígidas e a instabilidade estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Flumunense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, p. 113. 2010.

GAIOTTI, R.; SMITH, B. S. (1989) **P-Delta Analysis of Building Structures**. Journal of Structure Engineering, vol 115(4), pp. 755-770.

GOLDBERG, D. E.; SAMTANI, M. P. (1968) **Engineering optimization via** genetic algorithms. 9th Conf. on Electronic Computational. New York: ASCE. p. 471–482.

HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z. (1992) **Elements of Structural Optimization**. 3<sup>a</sup>. ed. Dordrecht: Klwer Academics Publishers.

HIGAKI, B. E. (2014). **Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, p. 278.

HORTENCIO, R. S. **Dimensionamento ótimo de ligações viga-coluna utilizando o método das componentes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) -Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Flumunense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, p. 119. 2017. JASPART, J. P. (2000) **General report: session on connections**. Journal of Constructional Steel Research, v. 55, n. 1-3, p. 69-89.

KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. (2001) **Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm**. Computers & Structures, v. 79, n. 17, p. 1593–1604.

KING, W. S. (1994) The limit loads of steel semi-rigid frames analyzed with different methods. Computers & structures, v. 51, n. 5, p. 475-487.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. 3<sup>a</sup>. ed. Rio de Janeiro - RJ: Ciência Moderna, 2012.

LOPES, A. P.; SANTOS, G. O.; SOUZA, A. L. A. C. (2005) **Estudo sobre diferentes Métodos de análise p-delta**. Teoria e Prática na Engenharia Civil. Brasília, n. 7, p. 9-19.

LOPES, A. P., SANTOS, A. A., Neto, G. C.; Neto, J. C. (2009) Análise não linear de pórticos planos com conexões semirrígidas do tipo double web angles. XII Encontro de Modelagem Computacional, Instituto Militar de Engenharia - IME, pp. 1-10

LOPES, F. R. C. (2008). Influência do comportamento semi-rígido de placas de base e de ligações viga-coluna na resposta dinâmica de pórticos de aço. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, 164 p.

LUI, E. M.; CHEN, W. F., (1988) **Behavior of Braced and Unbraced semirigid frames.** *Internationa* Journal of Solids and Structures, v. 24(9), pp. 893-913.

MAGGI, Y. I. (2004), Análise do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-pilar com Chapa de Topo Estendida. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

MAHFOUZ, S. Y. **Design Optimization Structural of Steelwork**. 1999. 323 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bradford. Bradford, UK. 1999.

PEZESHK, S.; CAMP, C. V.; CHEN, D. (2000) **Design of Nonlinear Framed Structures Using Genetic Optimization**. Journal of Structural Engineering, v. 126, n. 3, p. 382-388.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008. 8<sup>a</sup>. ed. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 2011.

PINHEIRO, L. (2003), Análises Não-lineares de Sistemas Estruturais Metálicos Rotulados e Semi-rígidos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. PINHEIRO, L.; SILVEIRA, R. A. M., (2005) **Computational procedures for nonlinear analysis of frames with semi-rigid connections**. Latin American Jounal of Solids and Structures, pp. 339-367.

RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. S. (1992) **Discrete Optimization of Strucutures Using Genetic Algorithms**. Journal of Structural Engineering, v. 118, p. 1233-1250.

REIS, M. C. J. (2012) Análise não linear geométrica de pórticos planos considerando ligações semirrígidas elastoplásticas. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Paulo.

RODRIGUES, M. C. (2009) **Modelagem numérica de ligações viga-coluna em aço sob momento fletor e força normal**. Dissertação (Mestrado), PGECIV-Postgraduate Program In Civil Engineering, State University of Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

ROSA, T. O.; LUZ, H. S. (2009) **Conceitos básicos de algoritmos genéticos: Teoria e prática**. XI Encontro de Estudantes de Informática do Tocantins, p. 27-37.

SÁNCHEZ-OLIVARES, G.; ESPÍN, A. T. (2013). **Design of Planar Semi-Rigid Steel Frames Using Genetic Algorithms and Component Method**. Journal of Constructional Steel Research, vol. 88, pp. 267-278.

SANTOS, L. B. (1998) **Influência da rigidez das ligações em estruturas de aço**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Paulo.

SANTOS, M. (2016). **Projeto ótimo de pórticos de aço utilizando perfis comerciais e algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) – Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Rio de Janeiro.

SEKULOVIC, M.; SALATIC, R., (2001). Nonlinear analysis of frame with flexible connections. Computers and Structures, vol. 79(11), pp. 1097-1107.

SILVA, A. T., (2017). Ligações Semirrígidas em perfis formados a frio de aço. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, UFOP. Minas Gerais.

SILVA, E. C. N. (2003) **Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos**. Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas - Escola Politécnica da USP. São Paulo, p. 43.

SILVA, F. E. D. C. (2015) Otimização dimensional, de forma e topológica de estruturas treliçadas utilizando um algoritimo híbrido. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Paraná. Paraná.

SILVA, E. E. (2001) Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Paulo. SIMÕES, L. M. C. (1996). *Optimization of Frames with Semi-Rigid Connections.* Computers & Structures, vol. 60, pp. 531–539.

TRUONG, V.-H., NGUYEN, P.-C., Kim, S.-E., (2017). An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm. Journal of Constructional Steel Research, pp. 416-427.

VAN KEULEN, D. C. *et al.* (2003) **Frame analysis incorporating semi-rigid joint action: Applicability of the half initial secant stiffness approach**. Journal of Constructional Steel Research, v. 59, n. 9, p. 1083-1100.

VOGEL, L., (1985). Calibrating Frames, s.l.: Stahlbau, vol 54, pp. 295-311.

XU, L., GRIERSON, D. E. (1993). *Computer-automated design of semi-rigid steel frameworks.* Journal of Structural Engineering, ASCE.

YEE, Y. L.; MELCHERS, R. E. (1986) **Moment-rotation curves for bolted connections.** Journal of Structural Engineering, v. 112, n. 3, p. 615-635.
### **APÊNDICE A - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS DAS APLICAÇÕES**

A seguir será fornecido a malha de elementos finitos utilizada para os exemplos estudados neste trabalho. Foram dois elementos finitos para o elemento estrutural vertical (coluna), quatro elementos finitos para o elemento estrutural horizontal (viga), um elemento finito para a ligação de canto e dois elementos para ligação de centro



Figura A.0.1. Malha de elementos finitos da aplicação 1



a) Modelo com ligação rígida

b) Modelo com ligação semirrígida

Figura A.0.2. Malha de elementos finitos da aplicação 2



Figura A.0.3. Malha de elementos finitos da aplicação 3

### **APÊNDICE B – ANÁLISE ESTRUTURAL NA LINGUAGEM APDL**

É apresentado o arquivo em formato.txt, com a linguagem paramétrica do ANSYS APDL para formulação mecânica do pórtico 1 para o modelo rígido e semirrígido.

#### Modelo Rígido

! \*\*\*\*\* EXEMPLO 1 - Pórtico Plano Ligação Rígida \*\*\*\*\* /NOPR /PMETH,OFF KEYW,PR\_SET,1 KEYW,PR\_STRUC,1

#### ! \*\*\*\*\* ENTRADA DAS VARÁVEIS DE PROJETO \*\*\*\*\*

/INPUT,variavel\_portico,txt,C:\Users\Paulo\Desktop\Programa\_Paulo\,

#### /PREP7

#### !\*\*\* TIPO DE ELEMENTO UTILIZADO \*\*\*

ET,1,BEAM3 ! TIPO DE ELEMENTO (VIGA 2D)

#### **!\*\*\* PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO DA VIGA \*\*\***

R,1,a1,i1 R,2,a2,i2 R,3,a3,i3 R,4,a4,i4

#### **!\*\*\* PROPRIEDADES DO MATERIAL \*\*\***

MP,EX,1,206000000! MÓDULO DE ELASTICIDADEMP,PRXY,1,0.3! COEFICIENTE DE POISSON

# !\*\*\* DEFINIÇÃO DOS NÓS \*\*\*

K,1,0,0,0, K,2,0,1.825,0, K,3,0,3.650,0, K,4,0,5.475,0, K,5,0,7.300,0,

K,6,1.825,7.300,0, K,7,3.650,7.300,0, K,8,5.475,7.300,0,

K,9,7.300,7.300,0, K,10,7.300,5.475,0, K,11,7.300,3.650,0, K,12,7.300,1.825,0, K,13,7.300,0,0,

K,14,1.825,3.650,0, K,15,3.650,3.650,0, K,16,5.475,3.650,0,

#### ! \*\*\* DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS \*\*\*

! PILARES DO GRUPO 1 LSTR,1,2 LSTR,2,3 LSTR,13,12 LSTR,12,11

! PILARES DO GRUPO 2 LSTR,3,4 LSTR,4,5 LSTR,11,10 LSTR,10,9

! VIGA DO GRUPO 3 LSTR,5,6 LSTR,6,7 LSTR,7,8

#### LSTR,8,9

! VIGA DO GRUPO 4 LSTR,3,14 LSTR,14,15 LSTR,15,16 LSTR,16,11

### ! \*\*\* DEFINIÇÃO DOS APOIOS \*\*\*

DK,1,all DK,13,all

### ! \*\*\* DISCRETIZAÇÃO DO MODELO \*\*\*

TYPE,1	
Real,1	
LSEL,S,,,1,2,1	! Pilares do térreo
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
LSEL,S,,,3,4,1	
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	

TYPE,1

Real,2	
LSEL,S,,,5,6,1	! Pilares do 2º Pavimento
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
LSEL,S,,,7,8,1	
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	

TYPE,1	! Vigas do 2º Pavimento
Real,3	
LSEL,S,,,9,12,1	

### LESIZE,ALL,,,1 LMESH,ALL,1

TYPE,1

Real,4	! Vigas do Térreo
LSEL,S,,,13,16,1	
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	

#### ! \*\*\* CARREGAMENTO \*\*\*

ESEL,S,REAL,,4	! seleciona os elementos relacionados
SFBEAM,all,1,PRES,62.5	! aplica carga distribuída
ESEL,S,REAL,,3	
SFBEAM,all,1,PRES,38	
ALLSEL	! seleciona todos os elementos novamente
FK,3,FX,36	! aplica força concentrada
FK,5,FX,18	! aplica força concentrada

FINISH /SOLU

! \*\*\* ATIVA ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA \*\*\*
ANTYPE,0
NLGEOM,ON
NSUBST,10,,,

SOLVE

! *** EXIBIÇÃO DOS RESU	LTADOS ***
FINISH	
/POST1	
PRRSOL,	! lista as reações dos apoios
ETABLE,NXI,SMISC,1	! define 'etable' para esforço normal no nó "i" 1

ETABLE,NX1,SMISC,7! define 'etable' para esforço normal no nó "j" 7ETABLE,QYI,SMISC,2! define 'etable' para esforço cortante no nó "i" 2ETABLE,QY1,SMISC,8! define 'etable' para esforço cortante no nó "j" 8ETABLE,MomFi,SMISC,6! define 'etable' para momento fletor no nó "i" 6ETABLE,MomFj,SMISC,12! define 'etable' para momento fletor no nó "j" 12ETABLE,UX,U,X! define 'etable' para momento fletor no nó "j" 12ETABLE,UX,U,XPRETABLE,UY,U,Y

#### Modelo Semirrígido

! \*\*\*\*\* EXEMPLO 1 - Pórtico Plano Ligação Semirrígida\*\*\*\*\*
/NOPR
/PMETH,OFF
KEYW,PR\_SET,1
KEYW,PR\_STRUC,1

#### ! \*\*\*\*\* ENTRADA DAS VARÁVEIS DE PROJETO \*\*\*\*\*

/INPUT,variavel\_portico,txt,C:\Users\Paulo\Desktop\Programa\_Paulo\,

#### /PREP7

#### !\*\*\* TIPO DE ELEMENTO UTILIZADO \*\*\*

ET,1,BEAM 3 ! TIPO DE ELEMENTO (VIGA 2D) ET,2,COMBIN40 ! TIPO DE ELEMENTO (MOLA ROTACIONAL)

#### **!\*\*\* PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO DA VIGA \*\*\***

R,1,a1,i1,1 R,2,a2,i2,1 R,3,a3,i3,1 R,4,a4,i4,1

#### **!\*\*\* PROPRIEDADES RIGIDEZ DA LIGAÇÃO \*\*\***

R,5,s1,0,0,0,1000,0 R,6,s2,0,0,0,1000,0

#### **!\*\*\* PROPRIEDADES DO MATERIAL \*\*\***

MP,EX,1,206000000 !(MÓDULO DE ELASTICIDADE) MP,PRXY,1,0.3 ! COEFICIENTE DE POISSON

#### !\*\*\* DEFINIÇÃO DOS NÓS \*\*\*

K,1,0,0,0, K,2,0,1.825,0, K,3,0,3.650,0, K,4,0,5.475,0, K,5,0,7.300,0,

K,9,7.300,7.300,0, K,10,7.300,5.475,0, K,11,7.300,3.650,0, K,12,7.300,1.825,0, K,13,7.300,0,0,

K,17,0,7.300,0, K,6,1.825,7.300,0, K,7,3.650,7.300,0, K,8,5.475,7.300,0, K,18,7.300,7.300,0,

K,19,0,3.650,0, K,14,1.825,3.650,0, K,15,3.650,3.650,0, K,16,5.475,3.650,0, K,20,7.300,3.650,0,

#### ! \*\*\* DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS \*\*\*

! PILARES DO GRUPO 1 LSTR,1,2 LSTR,2,3 LSTR,13,12 LSTR,12,11

! PILARES DO GRUPO 2 LSTR,3,4 LSTR,4,5 LSTR,11,10 LSTR,10,9

! VIGA DO GRUPO 3 LSTR,17,6 LSTR,6,7 LSTR,7,8 LSTR,8,18

! VIGA DO GRUPO 4 LSTR,19,14 LSTR,14,15 LSTR,15,16 LSTR,16,20

## ! \*\*\* DEFINIÇÃO DOS APOIOS \*\*\*

DK,1,all DK,13,all

#### ! \*\*\* DISCRETIZAÇÃO DO MODELO \*\*\*

TYPE,1 Real,1 ! Grupo Pilar 1 LSEL,S,,,1,2,1 ! Pilares do térreo LESIZE,ALL,,,1 LMESH,ALL,1 LSEL,S,,,3,4,1 LESIZE,ALL,,,1

### LMESH,ALL,1

TYPE,1	
Real,2	
LSEL,S,,,5,6,1	! Pilares do 2º Pavimento
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
LSEL,S,,,7,8,1	
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
TYPE,1	
Real,3	
LSEL,S,,,9,12,1	! Vigas do 2º Pavimento
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
TYPE,1	
Real,4	
LSEL,S,,,13,16,1	! Vigas do Térreo
LESIZE,ALL,,,1	
LMESH,ALL,1	
TYPE,2	! Define o elemento da ligação 2
REAL,6	
E,3,16	
E,6,20	
TYPE,2	! Define o elemento da ligação 1
REAL,5	
E,8,11	
E,10,15	

### !\*\*\* DEFINE A LIGAÇÃO ENTRE DOIS NÓS \*\*\*

CP,1,UX,3,16 CP,2,UX,6,20 CP,3,UX,8,11 CP,4,UX,10,15 CP,5,UY,3,16 CP,6,UY,6,20 CP,7,UY,8,11 CP,8,UY,10,15

#### ! \*\*\* CARREGAMENTO \*\*\*

ESEL,S,REAL,,4	! seleciona os elementos relacionados
SFBEAM,all,1,PRES,62.5	! aplica carga distribuída
ESEL,S,REAL,,3	
SFBEAM,all,1,PRES,38	
ALLSEL	! seleciona todos os elementos novamente
FK,3,FX,36	! aplica força concentrada
FK,5,FX,18	! aplica força concentrada

FINISH /SOLU

! \*\*\* ATIVA ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA \*\*\* ANTYPE,0 NLGEOM,ON NSUBST,10,,,

SOLVE

! *** EXIBIÇÃO DOS RESU	LTADOS ***
FINISH	
/POST1	
PRRSOL,	! lista as reações dos apoios
ETABLE,NXI,SMISC,1	! define 'etable' para esforço normal no nó "i" 1

ETABLE,NX1,SMISC,7 ETABLE,QYI,SMISC,2 ETABLE,QY1,SMISC,8 ETABLE,MomFi,SMISC,6 ETABLE,MomFj,SMISC,12 ETABLE,UX,U,X ETABLE,UY,U,Y ! define 'etable' para esforço normal no nó "j" 7
! define 'etable' para esforço cortante no nó "i" 2
! define 'etable' para esforço cortante no nó "j" 8
! define 'etable' para momento fletor no nó "i" 6
! define 'etable' para momento fletor no nó "j" 12

PRETAB,NXI,NX1,QYI,QY1,MomFi,MomFj,UX,UY

#### **APÊNDICE C - VALIDAÇÃO DA ANÁLISE ESTRUTURAL**

Apresenta-se a seguir a validação da análise estrutural não linear geométrica com o modelo semirrígido implementado no ANSYS APDL®. Foram considerados o elemento finito BEAM3 para os elementos tipo viga e coluna e o elemento finito COMBIN 40 para representação da ligação semirrígida. A validação foi realizada através da comparação com resultados de uma análise equivalente realizada no *Robot Structural Analysis.* Este software comercial utiliza o Método das Componentes do Eurocode 3, para cálculo do grau de rigidez rotacional e momento resistente das ligações viga-coluna.

Para validação foi resolvido o pórtico de geometria e carregamento apresentado na aplicação 1 com ligações semirrígidas, utilizando as seguintes variáveis: perfil W 250 × 73 em todos os pilares, perfil W 460 × 60 em todas as vigas e rigidez inicial  $S_{ini}$  = 100.000 kN.m/rad (r = 0,822) em todas as ligações.

A Figura B.0.1 apresenta as deformadas elaboradas pelo ROBOT e ANSYS®, respectivamente. Também são mostradas as numerações adotadas para cada um dos nós da estrutura.



Figura B.0.1. Deformadas obtidas através do ANSYS e do Robot.

Na Tabela B.0.1 são apresentados os valores dos deslocamentos nodais juntamente com o erro apresentado entre os resultados obtidos por ambos os programas de análise estrutural.

Nó	Ro	bot	AN	SYS	ERRO		
	UX (cm)	UY (cm)	UX (cm)	UY (cm)	UX (cm)	UY (cm)	
1	0	0	0	0	0,0%	0,0%	
2	0	0	0	0	0,0%	0,0%	
3	0,803	-0,070	0,79	-0,067	1,6%	4,5%	
4	0,808	-0,077	0,79	-0,075	2,3%	2,7%	
5	1,442	-0,096	1,41	-0,093	2,3%	3,2%	
6	1,408	-0,107	1,38	-0,103	2,0%	3,9%	

Tabela B.0.1. Comparativo entre deslocamentos obtidos através do Robot e do ANSYS®.

Já a Tabela B.0.2 apresenta a comparação entre os resultados obtidos para os esforços mecânicos nas extremidades das barras que compõem a estrutura também foi informado o erro apresentado entre os resultados.

Tabela B.0.2. Comparativo entre esforços obtidos através do Robot e do ANSYS®.

			ROBOT			ANSYS		ERRO (%)			
Barra	Nó	M (kN.m)	FN (kN)	FV (kN)	M (kN.m)	FN (kN)	FV (kN)	M (kN.m)	FN (kN)	FV (kN)	
1	1	-19,10	-355,99	-7,04	-19,14	-346,70	-6,95	-0,2%	2,7%	1,3%	
1	3	-44,80	-353,42	-7,04	-43,02	-346,72	-6,10	4,1%	1,9%	15,4%	
2	2	-104,11	-396,20	62,68	-102,56	-386,83	61,65	1,5%	2,4%	1,7%	
2	4	124,67	-393,63	62,68	122,51	-386,88	61,34	1,8%	1,7%	2,2%	
3	3	-153,14	11,07	216,28	-149,99	12,07	214,15	2,1%	-8,3%	1,0%	
3	4	-254,89	11,07	-244,16	-251,58	12,03	-241,99	1,3%	-8,0%	0,9%	
4	3	108,34	-137,22	-54,65	106,71	-132,64	-53,60	1,5%	3,5%	2,0%	
4	5	-91,13	-134,64	-54,65	-89,27	-132,60	-53,69	2,1%	1,5%	1,8%	
5	4	-130,21	-149,49	73,13	-128,57	-144,85	72,02	1,3%	3,2%	1,5%	
5	6	136,71	-146,92	73,13	134,51	-144,86	71,98	1,6%	1,4%	1,6%	
6	5	-91,13	-72,89	134,55	-89,35	-71,48	132,75	2,0%	2,0%	1,4%	
6	6	-136,71	-72,89	-147,04	-134,64	-71,49	-145,13	1,5%	2,0%	1,3%	

É possível observar que os resultados dos deslocamentos e dos esforços apresentados no *software* ANSYS APDL® não apresentaram valores com erros elevados comparadas ao *Robot Structural Analysis*, verifica-se que o modelo mecânico baseado nos elementos BEAM3 e COMBIN40 fornece resultados satisfatórios.

### **ANEXO A - TABELA DE PERFIS LAMINADOS**

#### Tabela A.0.3. Perfis laminados da série W.

		Massa					E	IXO X-X		EIXO Y-Y			ESBELTEZ	
ID	BITOLA	Linear	d	$\mathbf{b}_{\mathrm{f}}$	t <sub>w</sub>	Área	I <sub>x</sub>	r <sub>x</sub>	Z <sub>x</sub>	l <sub>y</sub>	ry	Zy	λ <sub>f</sub>	λ <sub>w</sub>
	mm x kg/m	kg/m	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm⁴	cm	cm <sup>3</sup>	cm⁴	cm	cm <sup>3</sup>	aba	alma
1	W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	16,6	635	6,18	96,4	82	2,22	25,5	10,20	27,49
2	W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	23,4	939	6,34	139,4	126	2,32	38,5	7,18	20,48
3	W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	29,0	1229	6,51	179,6	387	3,65	77,9	11,52	20,48
4	W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	31,5	1384	6,63	197,6	183	2,41	55,8	4,95	17,48
5	W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	38,5	1739	6,72	247,5	556	3,80	110,8	8,23	17,94
6	W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	47,8	2244	6,85	313,5	707	3,84	140,4	6,64	14,67
7	W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	19,4	1305	8,20	147,9	87	2,12	27,3	9,62	39,44
8	W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	29,0	2029	8,37	225,5	142	2,22	43,9	6,38	27,42
9	W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	34,2	2611	8,73	282,3	330	3,10	76,3	7,92	29,34
10	W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	40,3	3168	8,86	338,6	410	3,19	94,0	6,57	26,50
11	W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	45,7	3437	8,67	379,2	764	4,09	141,0	8,09	25,90
12	W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	53,5	4114	8,77	448,6	901	4,10	165,7	7,03	21,86
13	W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	58,6	4543	8,81	495,3	1.535	5,12	229,5	9,23	22,36
14	W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	66,9	5298	8,90	572,5	1.784	5,16	265,8	8,10	19,85
15	W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	76,0	700	8,99	802.2	2.041	5,18	303,0	7,22	17,32
10	W 200 x 71,0 (H)	71,0	210	206	10,2	91,0	7660	9,17	803,2	2.537	5,28	374,5	5,92	12.06
27	W 200 X 80,0 (H)	101.0	264	209	11 0	128.7	16352	3,20 11 27	1205 0	5.139	6 57	436,7	5,07	16.87
28	W 250 x 115 0 (H)	115.0	269	259	13.5	146 1	18920	11 38	1597 4	6,405	6.62	752.7	5.86	14.87
18	W 250 x 17.9	17.9	251	101	4.8	23.1	2291	9.96	211.0	91	1.99	28.8	9.53	45.92
19	W 250 x 22.3	22,3	254	102	5,8	28,9	2939	10,09	267.7	123	2,06	38,4	7,39	37,97
20	W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	32,6	3473	10,31	311,1	149	2,14	46,4	6,07	36,10
21	W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	42,1	4937	10,83	428,5	473	3,35	99,7	8,02	36,03
22	W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	49,6	6057	11,05	517,8	594	3,46	124,1	6,56	33,27
23	W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	57,6	7158	11,15	606,3	704	3,50	146,4	5,69	28,95
24	W 250 x 73,0 (H)	73,0	253	254	8,6	92,7	11257	11,02	983,3	3.880	6,47	463,1	8,94	23,33
25	W 250 x 80,0 (H)	80,0	256	255	9,4	101,9	12550	11,10	1088,7	4.313	6,51	513,1	8,17	21,36
26	W 250 x 89,0 (H)	89,0	260	256	10,7	113,9	14237	11,18	1224,4	4.841	6,52	574,3	7,40	18,82
36	W 310 x 107,0 (H)	107,0	311	306	10,9	136,4	24839	13,49	1768,2	8.123	7,72	806,1	9,00	22,48
37	W 310 x 117,0 (H)	117,0	314	307	11,9	149,9	27563	13,56	1952,6	9.024	7,76	893,1	8,21	20,55
29	W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	27,2	3776	11,77	291,9	98	1,90	31,4	8,86	53,25
30	W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	36,5	5500	12,28	412,0	158	2,08	49,4	5,73	45,20
31	W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6 E 0	42,1	0570	12,49	485,3	727	2,13	59,8 124.0	4,72	41,12
32	W 310 x 36,7	50,7	313	165	5,8	49,7	0007	13,14	712.8	955	3,02	154,9	8,51 7 /1	40,00
33	W 310 x 52 0	52.0	317	167	7.6	67.0	11909	13,22	842 5	1.026	3,07	188.8	6 33	35.61
35	W 310 x 97.0 (H)	97.0	308	305	9.9	123.6	22284	13.43	1594.2	7.286	7.68	725.0	9.90	24.77
47	W 360 x 101.0 (H)	101.0	357	255	10.5	129.5	30279	15.29	1888.9	5.063	6.25	606.1	6.97	27.28
48	W 360 x 110,0 (H)	110,0	360	256	11,4	140,6	33155	15,36	2059,3	5.570	6,29	664,5	6,43	25,28
49	W 360 x 122,0 (H)	122,0	363	257	13,0	155,3	36599	15,35	2269,8	6.147	6,29	732,4	5,92	22,12
38	W 360 x 32,9	32,9	349	127	5,8	42,1	8358	14,09	547,6	291	2,63	72,0	7,47	53,10
39	W 360 x 39,0	39,0	353	128	6,5	50,2	10331	14,35	667,7	375	2,73	91,9	5,98	47,32
40	W 360 x 44,6	44,6	352	171	6,9	57,7	12258	14,58	784,3	818	3,77	148,0	8,72	44,70
41	W 360 x 51,0	51,0	355	171	7,2	64,8	14222	14,81	899,5	968	3,87	174,7	7,37	42,75
42	W 360 x 58.0	58,0	358	172	7,9	72,5	16143	14,92	1014,8	1.113	3,92	199,8	6,56	38,96
43	W 360 x 64,0	64,0	347	203	7,7	81,7	17890	14,80	1145,5	1.885	4,80	284,5	7,52	37,40
44	W 360 x 72,0	72,0	350	204	8,6	91,3	20169	14,86	1285,9	2.140	4,84	321,8	6,75	33,47
45	W 360 x 79,0	79,0	354	205	9,4	101,2	22713	14,98	1437,0	2.416	4,89	361,9	6,10	30,68
46	W 360 X 91,0 (H)	91,0	353	254	9,5	115,9	20/55	15,19	1680,1	4.483	6,22	538,1	7,74	30,34
50	W 410 x 38,8	38,8	399	140	6,4	50,3	21707	15,94	736,8 1201 F	404	2,83	90,9	7,95	55,84
51	W 410 X 60,0	50,0 E2 0	407	152	7,7	70,Z	21707	17.01	1005.0	624	3,98	121 7	7.04	40,42
52	W 460 x 52,0	52,0 89.0	450	102	10.5	11/1 1	41105	18.08	2019 4	2 003	3,09	330.0	5.42	38 11
58	W 530 x 109 0	109.0	530	211	11 6	139.7	67226	21 94	2847 0	2.055	4 60	437.4	5 61	40 47
54	W 530 x 66.0	66.0	525	165	8.9	83.6	34971	20.46	1558.0	857	3.20	166.0	7.24	53.73
55	W 530 x 74.0	74.0	529	166	9.7	95.1	40969	20.76	1804.9	1.041	3.31	200.1	6.10	49.26
56	W 530 x 82,0	82,0	528	209	9,5	104,5	47569	21,34	2058,5	2.028	4,41	302,7	7,86	50,25
57	W 530 x 92,0	92,0	533	209	10,2	117,6	55157	21,65	2359,8	2.379	4,50	354,7	6,70	46,84
59	W 610 x 101,0	101,0	603	228	10,5	130,3	77003	24,31	2922,7	2.951	4,76	405,0	7,65	51,54
60	W 610 x 113,0	113,0	608	228	11,2	145,3	88196	24,64	3312,9	3.426	4,86	469,7	6,59	48,34
61	W 610 x 125,0	125,0	612	229	11,9	160,1	99184	24,89	3697,3	3.933	4,96	536,3	5,84	45,45
62	W 610 x 140,0	140,0	617	230	13,1	179,3	112619	25,06	4173,1	4.515	5,02	614,0	5,18	41,27
63	W 610 x 155,0	155,0	611	324	12,7	198,1	129583	25,58	4749,1	10.783	7,38	1022,6	8,53	42,60
64	W 610 x 174,0	174,0	616	325	14,0	222,8	147754	25,75	5383,3	12.374	7,45	1171,1	7,52	38,63