

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO – METODOLOGIA
E BANCO DE DADOS PARA LIGAÇÕES VIGA-COLUNA SEMIRRÍGIDAS**

JOSÉ CARLOS DA SILVA GAMA JÚNIOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE (UENF)

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

AGOSTO – 2025

**DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO – METODOLOGIA
E BANCO DE DADOS PARA LIGAÇÕES VIGA-COLUNA SEMIRRÍGIDAS**

JOSÉ CARLOS DA SILVA GAMA JÚNIOR

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Gines Arturo Santos Falcón

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ

AGOSTO – 2025

Ficha Catalográfica

FICHA CATALOGRÁFICA

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

G184

Gama Júnior, José Carlos da Silva.

DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO – METODOLOGIA E BANCO DE DADOS PARA LIGAÇÕES VIGA-COLUNA SEMIRRÍGIDAS / José Carlos da Silva Gama Júnior. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2025.

121 f. : il.

Bibliografia: 110 - 114.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2025.

Orientador: Gines Arturo Santos Falcon.

1. Otimização estrutural. 2. Algoritmo Genético. 3. Pórticos planos de aço. 4. Análise não linear. 5. Banco de Dados. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 624


BANCO DE DADOS DE LIGAÇÕES VIGA-COLUNA PARA DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

JOSÉ CARLOS DA SILVA GAMA JÚNIOR


“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil”.

Aprovada em 04 de julho de 2025.


Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **DAVI FAGUNDES LEAL**
Data: 26/08/2025 19:39:19-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Davi Fagundes Leal (D. Sc., Engenharia Civil) – IFF

Documento assinado digitalmente
 **VANIA JOSE KARAM**
Data: 28/08/2025 10:28:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Vânia José Karam (D. Sc., Engenharia Civil) – UENF

Documento assinado digitalmente
 **NIANDER AGUIAR CERQUEIRA**
Data: 27/08/2025 16:22:44-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Niander Aguiar Cerqueira (D. Sc., Engenharia Civil) – UENF

Documento assinado digitalmente
 **GINES ARTURO SANTOS FALCON**
Data: 26/08/2025 16:50:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Gines Arturo Santos Falcón (D. Sc., Engenharia Civil)
Orientador

DEDICATÓRIA

Por que quem compreendeu a mente do Senhor? ou quem foi seu conselheiro? Ou quem lhe deu primeiro a ele, para que lhe seja recompensado? Porque dele e por ele, e para ele, são todas as coisas; glória, pois, a ele eternamente. Amém. Romanos 11:34-36.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força, sabedoria e perseverança ao longo desta caminhada.

Aos meus pais, José Carlos e Rosa Helena, pelo apoio incondicional e pelo investimento na minha formação humana, cristã e acadêmica. E ao meu irmão Bruno Gabriel.

Ao Pastor Alex Maciel (*in memoriam*) e a Gabriela Maciel, pela amizade, pelas conversas de fé e pelas orações que tanto me encorajaram.

À Igreja Evangélica Discípulos de Jesus e aos meus irmãos em Cristo, pelo cuidado, pelas orações e pelo incentivo constante.

Aos professores Gines Falcón e Niander Cerqueira, pela orientação, incentivo e exemplo, inclusive nos períodos mais difíceis.

Aos colegas de turma, em especial a Jonathan Andrade, Mayara Almeida, Rafael Hortêncio e Pablo José pela amizade e parceria ao longo desta jornada.

À Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), pela formação e pelo ambiente acadêmico que tornaram este trabalho possível.

SUMÁRIO

Listas de Figuras	xi
Listas de Tabelas	xiii
Lista de Abreviaturas e Símbolos	xv
Resumo	xix
Abstract	xx
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	21
1.1. Objetivos	24
1.2. Motivação e justificativa.....	24
1.3. Organização do texto	26
CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
2.1. Otimização estrutural através de técnicas evolucionistas	28
2.2. Otimização estrutural em pórticos de aço com ligações semirrígidas ..	31
2.3. Análise estrutural elástica linear e não linear	33
CAPÍTULO III – LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS	36
3.1. Ligações viga-coluna.....	36
3.2. Comportamento das ligações e tipos mais utilizados	37
3.3. Método dos componentes	41
3.4. Componentes de ligações de chapa de extremidade estendida	42
3.4.1. Alma da coluna ao corte	45
3.4.2. Alma da coluna a compressão.....	46
3.4.3. Alma da coluna a tração	46
3.4.4. Mesa da coluna à flexão	46
3.4.5. Placa de extremidade à flexão.....	47
3.4.6. Parafusos à tração.....	47
3.4.7. Rigidez de ligações semirrígidas	47

3.4.8. Módulo de análise das ligações semirrígidas – Calc_LSR_MC.....	49
CAPÍTULO IV – ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS	50
4.1. Análise estrutural.....	50
4.2. Análise estrutural considerando ligações semirrígidas.....	50
4.3. Análise linear de barras com ligação semirrígidas	52
4.4. Análise não linear geométrica	53
4.5. Análise não linear de barras considerando ligações semirrígidas	54
CAPÍTULO V – DIMENSIONAMENTO DE PÓRTICOS EM AÇO	57
5.1. Dimensionamento de barras de aço à compressão axial	57
5.2. Determinação do coeficiente de flambagem K.....	58
5.3. Flambagem local de elementos axialmente comprimidos	61
5.4. Elemento comprimido AA.....	63
5.5. Elemento comprimido AL	64
5.6. Momento resistente	64
5.7. Flexo-compressão	66
5.8. Deslocamento da estrutura	67
CAPÍTULO VI – OTIMIZAÇÃO	68
6.1. Formulação do problema de otimização.....	68
6.2. Otimização estrutural.....	69
6.3. Características do problema e justificativa para o AG	69
6.4. Algoritmos genéticos	70
6.5. Terminologia	70
6.6. Método de execução	71
6.7. Operadores Genéticos	73
6.7.1. Iniciação.....	73
6.7.2. Função Aptidão.....	74

6.7.3. Seleção	74
6.7.4. Cruzamento	74
6.7.5. Mutação	75
6.7.6. Atualização	75
6.7.7. Elitismo	75
6.7.8. Finalização.....	76
6.8. Parâmetros de configuração do algoritmo genético no MATLAB®	76
CAPÍTULO VII – MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	78
7.1. Etapa 0 – banco de dados de ligações.....	78
7.2. Restrição nas ligações	80
7.3. Banco de dados (BDD_LVC).....	81
7.4. Etapa 1 – otimização do pórtico em aço.....	82
7.5. Etapa 1 - Modelagem do problema de otimização	84
7.6. Etapa 1 - Restrições de projeto	85
7.6.1. Restrições de deslocamento.....	86
7.6.2. Restrição de flexo-compressão.....	86
7.6.3. Restrição de compatibilidade geométrica entre viga-coluna e coluna- coluna.....	87
7.7. Etapa 2 – Seleção e detalhamento das ligações.....	87
7.8. Validação do programa Calc_LSR_MC.....	89
7.9. Validação do módulo de análise estrutural.....	92
CAPÍTULO VIII – RESULTADOS.....	95
8.1. Aplicação 1	95
8.1.1. Resultados e discussões da aplicação 1	96
8.2. Aplicação 2.....	101
8.2.1. Resultados e discussões da aplicação 2	102
CAPÍTULO IX – CONCLUSÕES	108

9.1. Conclusões.....	108
9.2. Proposta para trabalhos futuros	109
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110
Apêndice A – Implementação Computacional: Módulo do Banco de Dados...	115
Apêndice B – Implementação Computacional: Módulo de Otimização.....	118
Apêndice C – Implementação Computacional: Seleção e Detalhamento das Ligações.....	121

LISTAS DE FIGURAS

CAPÍTULO II

- Figura 2.1.** Rotação de uma ligação viga-pilar (Jaspart, 2000, *apud* Albuquerque 2015).32
- Figura 2.2.** Pórticos plano não contraventado com ligações rígidas (Figueiredo, 2004).33

CAPÍTULO III

- Figura 3.1.** Rotação θ_r da ligação pela ação de um momento fletor M (Adaptado de Chen *et al.*, 2011 e Oliveira, 2019).38
- Figura 3.2.** Comportamento da rotação relativa conforme a ação do momento nas ligações (Adaptado de Chen *et al.*, 2011).39
- Figura 3.3.** Comportamento da ligação viga-coluna (CEN, 2005).39
- Figura 3.4.** Tipos de ligações semirrígidas mais utilizadas (Chen *et al.*, 2011).41
- Figura 3.5.** Componentes de uma ligação viga-coluna de chapa de extremidade (Lima, 2003).42
- Figura 3.6.** Parâmetros geométricos de uma ligação viga-coluna com chapa de extremidade estendida (Díaz, 2010).43
- Figura 3.7.** Componentes da ligação viga-coluna representado em molas (Lima, 2003).48

CAPÍTULO IV

- Figura 4.1.** Barra com extremidades semirrígidas (Liu e Burns, 2003).51
- Figura 4.2.** Efeito da não linearidade geométrica (Silvestre, 2007).54

CAPÍTULO V

- Figura 5.1.** Valores do coeficiente de Flambagem (NBR 8800, 2008).58
- Figura 5.2.** Modelo do método de alinhamento de quadro (Duan e Chen, 1999).59
- Figura 5.3.** Viga com molas nas extremidades (Oliveira, 2019).60

Figura 5.4. Limite de Esbeltez segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).	62
Figura 5.5. Deslocamento máximo, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).	67

CAPÍTULO VI

Figura 6.1. Fluxograma do funcionamento do Algoritmo Genético (Alves, 2013).	72
Figura 6.2. Cruzamento (Lacerda e Carvalho, 1999).	75

CAPÍTULO VII

Figura 7.1. Etapas de processamento computacional.	78
Figura 7.2. Fluxograma da Etapa 0.	80
Figura 7.3. Posição das ligações - Pórtico 2a3v.	82
Figura 7.4. Fluxograma da Etapa 1.	84
Figura 7.5. Fluxograma da Etapa 2.	89
Figura 7.6. Modelo Experimental T101.010 (Janss <i>et al</i> , 1987).	90
Figura 7.7. Pórtico 1v1a.	92

CAPÍTULO VIII

Figura 8.1. Pórtico plano de dois andares e um vão – 2a1v.	95
Figura 8.2. Comparação das massas do pórtico - A1.	98
Figura 8.3. Comparação das massas equivalentes das ligações viga-coluna – A1 .	99
Figura 8.4. Massa total do pórtico considerando vigas, colunas e ligações – A1 ...	100
Figura 8.5. Valores da restrição de projeto do pórtico –2a1v.	100
Figura 8.6. Pórtico plano de 2 andares e 3 vãos - 2a3v.	102
Figura 8.7. Comparação das massas dos perfis estruturais do pórtico – A2.	104
Figura 8.8. Comparação das massas equivalentes das ligações viga-coluna nos diferentes estudos – A2.	105
Figura 8.9. Comparação das massas totais do pórtico considerando vigas, colunas e ligações. – A2.	106
Figura 8.10. Valores da restrição de projeto do pórtico - 2a3v.	107

LISTAS DE TABELAS

CAPÍTULO I

Tabela 1.1. Trecho do BDD_LVC	23
--	----

CAPÍTULO III

Tabela 3.1. Componentes e Zonas da ligação de chapa de extremidade estendida.	42
---	----

CAPÍTULO V

Tabela 5.1. Coeficiente αk (Kishi <i>et al.</i> 1997).	61
---	----

CAPÍTULO VI

Tabela 6.1. Fases de um algoritmo de otimização.....	68
Tabela 6.2. Terminologias do Algoritmo Genético.	71
Tabela 6.3. Parâmetros principais do algoritmo genético e suas funções.	76

CAPÍTULO VI

Tabela 7.1. Perfis estruturais considerados na Etapa 0.....	79
Tabela 7.2. Parâmetros de chapas e parafusos considerados na Etapa 0.....	79
Tabela 7.3. BDD_LVC - momento resistente (M_j, rd em kN) das ligações viga-coluna.	82
Tabela 7.4. BDD_LVC - rigidez inicial (S_j, ini em kNm/rad) das ligações viga-coluna.	82
Tabela 7.5. Variáveis de projeto e limites considerados na Etapa 1.....	83
Tabela 7.6. Parâmetros de β_{ik0} e β_{ik1} (Sánchez-Olivares e Espín, 2013).	85
Tabela 7.7. Propriedades geométricas (mm) das soldas dos parafusos e disposições geométricas do modelo T101.010.	90
Tabela 7.8. Parâmetros dos perfis da ligação em (mm) do modelo T1010.10.....	91
Tabela 7.9 Propriedades dos materiais do modelo T101.10 (Mpa).	91

Tabela 7.10. Resultados do modelo T101.010.	92
Tabela 7.11. Esforços em kN considerando a semirrigidez = 1,0.....	93
Tabela 7.12. Esforços em kN considerando a semirrigidez = 0,5.....	93
Tabela 7.13. Esforços em kN considerando a semirrigidez = 0.	94

CAPÍTULO VII

Tabela 8.1. Parâmetros do Algoritmo Genético do pórtico 2a1v.....	96
Tabela 8.2. Resultados de vigas e colunas do pórtico 2a1v.	97
Tabela 8.3. Resultados de chapas e parafusos da aplicação 1.	98
Tabela 8.4. Massa total do pórtico 2a1v.	99
Tabela 8.5. Parâmetros do Algoritmo Genético - Pórtico 2a3v.	102
Tabela 8.6. Resultados de vigas e colunas do pórtico 2a3v.	103
Tabela 8.7. Resultados dos componentes das ligações viga-coluna.....	104
Tabela 8.8. Massa total do pórtico 2a3v.	106

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

AA	Placas Enrijecidas
AG	Algoritmo Genético
AISC	American Institute of Steel Construction
AL	Placas Não Enrijecidas
ANSYS	Analysis Systems
APDL	Application Program Development Language
API	Interface de Programação de Aplicações
BBO	Biogeography-Based Optimization
BDD_LVC	Banco de Dados Digital de Ligações Viga-Coluna
COM	Component Object Model
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
EM	European Norm
EUROCODE	European Committee for Standardization
HM	Harmony Memory
HMS	Harmony Memory Size
HS	Harmony Search
LECIV	Laboratório de Engenharia Civil
LRFD	Load and Resistance Factor Design
LVC	Ligação Viga-Coluna
MATLAB®	Matrix Laboratory
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
PSO	Particle Swarm Optimization
S3D	Structures 3D
SAP	Structural Analysis Program
TCIM	Método Iterativo de Dois Ciclos
UENF	Universidade Estadual do Norte Fluminense
A_{ef}	Área efetiva da seção transversal;
A_g	Área bruta da seção transversal do componente;

A_s	Área da seção transversal do parafuso;
A_{vc}	Representa a área de corte de escoamento da alma da coluna;
b	Largura da mesa;
b_{ef}	Largura efetiva de um elemento comprimido aa;
$b_{eff,c,wc}$	Largura efetiva à compressão da coluna;
$b_{eff,c,tc}$	Largura efetiva da coluna à tração;
C_a	Custo por unidade de massa;
d_0	Diâmetro dos furos dos parafusos;
d_c	Representa a profundidade da alma da coluna;
E	Módulo de elasticidade longitudinal do aço;
f_y	Tensão resistente de escoamento do aço;
$f_{y,wc}$	Representa a área de corte de escoamento da alma da coluna;
$f_{y,fb}$	Tensão de escoamento da alma da viga;
$f_{y,fc}$	Tensão de escoamento da alma da coluna;
$f_{y,p}$	Tensão de escoamento da chapa;
$f_{u,wb}$	Tensão última da alma da viga;
$f_{y,wc}$	Tensão de escoamento da alma da coluna;
$f_{u,p}$	Tensão última da chapa;
$f_{u,wb}$	Tensão última da alma da viga
$f_{u,wc}$	Tensão última da alma da coluna;
F	Força;
$f(x)$	Função objetivo;
$g(x)$	Restrições de desigualdade;
$h_i(x)$	Restrições de igualdade;
h_r	Distância entre a linha r de parafusos e o centro da zona comprimida;
I	Momento de inércia;
I_p	Momento de inércia de um pilar no plano da estrutura;
I_v	Momento de inércia da seção transversal da viga;
K	Fator de comprimento de flambagem por flexão;
$k_{eff,r}$	Coeficiente de rigidez efetiva da fileira r de parafusos;

K_{eq}	Rigidez total equivalente das diferentes linhas de parafusos dispostas em paralelo;
K_p	Valor médio de $\frac{I_v}{L_p}$ para todas as vigas no topo do andar sob análise;
K_v	Valor médio de $\frac{I_p}{L_p}$ para todos os pilares do andar sob análise;
K_1	Coeficiente de rigidez da alma do pilar ao cortante;
K_2	Coeficiente de rigidez da alma da coluna sob compressão;
K_3	Coeficiente de rigidez da alma da coluna sob esforço trativo;
K_4	Coeficiente de rigidez referente à mesa da coluna sob flexão;
K_5	Coeficiente de rigidez referente à placa de extremidade sob flexão;
K_{10}	Coeficiente de rigidez referente aos parafusos sob efeito trativo;
K	Rigidez axial;
l_{eff}	Comprimento efetivo mínimo da fileira de parafusos;
L	Comprimento do elemento;
L_b	Dimensão resultante da soma da distância total entra a cabeça e a porca do parafuso, acrescida de metade da espessura da cabeça e da porca;
L_p	Comprimento destravado para um pilar;
L_v	Comprimento da viga conectada à ligação;
m	Distância entre o eixo central do parafuso ao eixo central do raio de curvatura do pilar;
M_i	Momento fletor na extremidade da barra;
$M_{j,Sd}$	Momento solicitante da ligação;
$M_{j,Rd}$	Momento resistente da ligação;
M_{rd}	Momento resistente;
M_{Sd}	Momento solicitante;
$M_{rd,x}$	Momento resistente ao longo do eixo x;
$M_{rd,y}$	Momento resistente ao longo do eixo y;
$M_{Sd,x}$	Momento fletor solicitante de projeto ao longo do eixo x;

$M_{sd,y}$	Momento fletor solicitante de projeto ao longo do eixo y;
N_{sd}	Esforço axial solicitante de projeto, que pode ser de tração ou compressão;
N_{rd}	Esforços resistentes axiais;
Q	Fator de redução associado à flambagem local;
Q_a	Fator de redução que leva em conta a flambagem local da alma;
Q_s	Fator de redução que leva em conta a flambagem local da mesa;
S_j	Coeficiente de rigidez secante;
$S_{j,ini}$	Coeficiente de rigidez inicial da ligação;
t_{fc}	Espessura da mesa da coluna;
t_p	Espessura da chapa de extremidade estendida;
t_{wc}	Largura da alma da viga;
x	Vetor que abrange as variáveis de projeto;
x_l	Vetor que inclui os limites inferiores das variáveis de projeto;
x_u	Vetor que inclui os limites superiores das variáveis de projeto;
Z	Módulo plástico de resistência;
Z	Representa a distância até o centro de compressão;
Z_{eq}	Braço de alavanca equivalente;
β	parâmetro de transformação;
μ	é a relação entre as rigidezes inicial (S_{ini}) e secante (S_j);
λ	parâmetro de esbeltez;
λ_o	índice de esbeltez reduzido;
λ_p	parâmetro de esbeltez relacionado à plastificação;
λ_r	parâmetro de esbeltez no início do escoamento;
γ_{a1}	coeficiente de segurança: 1,10;
σ	tensão;
χ	fator de redução da resistência à compressão.
ϕ_{sd}	rotação inicial da ligação;
ϕ_{Xd}	rotação da ligação;
ϕ_{Cd}	capacidade rotacional.

RESUMO

O presente estudo apresenta uma metodologia computacional direcionada ao dimensionamento otimizado de pórticos planos de aço não contraventados, considerando o comportamento não linear geométrico dessas estruturas e a semirrigidez característica das ligações viga-coluna com placa de extremidade estendida. A proposta detalha o processo de modelagem das ligações, contemplando aspectos fundamentais para a representação adequada do sistema estrutural. A metodologia compreende três etapas principais: a Etapa 0 consiste na geração de um banco de dados de ligações viga-coluna executáveis (BDD_LVC), utilizando componentes estruturais amplamente comercializados, com o objetivo de mitigar a recorrência de cálculos computacionais nos processos de otimização promovidos por algoritmos evolucionários. O BDD_LVC reúne informações detalhadas referentes ao comportamento mecânico das ligações, como rigidez rotacional e momento resistente. Na Etapa 1, são definidos os perfis estruturais e os níveis ótimos de rigidez das ligações. A Etapa 2 é destinada à identificação das componentes das ligações, incluindo espessura de chapa de extremidade e diâmetro dos elementos de fixação. Para a otimização, emprega-se o Algoritmo Genético (AG) e, para a análise estrutural, o software acadêmico CALFEM, devidamente adaptado para considerar os efeitos não lineares geométricos e a semirrigidez das ligações viga-coluna. As respostas mecânicas das ligações são obtidas por meio do programa Calc_LSR_MC, fundamentado no Método dos Componentes do Eurocode 3. A metodologia proposta consiste numa solução estruturada e computacionalmente eficiente para o dimensionamento de pórticos de aço, promovendo melhorias no desempenho mecânico e viabilidade econômica visando sua utilidade prática. As aplicações desenvolvidas demonstraram resultados satisfatórios, validados por meio de comparações com dados consagrados na literatura técnica.

Palavras-chave: Otimização estrutural, Algoritmo Genético, Pórticos planos de aço, Análise não linear, Banco de Dados.

ABSTRACT

This study presents a computational methodology aimed at the optimized design of unbraced steel planar frames, considering the geometric nonlinear behavior of these structures and the semi-rigidity characteristic of beam-to-column connections with extended end plates. The proposal details the modeling process of the connections, addressing fundamental aspects for the proper representation of the structural system. The methodology comprises three main stages: Stage 0 consists of generating a database of feasible beam-to-column connections (BDD_LVC), using widely commercially available structural components, with the objective of reducing the recurrence of computational calculations in optimization processes promoted by evolutionary algorithms. The BDD_LVC gathers detailed information related to the mechanical behavior of the connections, such as rotational stiffness and resistance moment. In Stage 1, the structural profiles and the optimal connection stiffness levels are defined. Stage 2 is dedicated to identifying the connection components, including the thickness of the end plate and the diameter of the fastening elements. For optimization, a Genetic Algorithm (GA) is employed, and for structural analysis, the academic software CALFEM is adapted to consider geometric nonlinear effects and the semi-rigidity of beam-to-column connections. The mechanical responses of the connections are obtained through the Calc_LSR_MC program, based on the Component Method of Eurocode 3. The proposed methodology consists of a structured and computationally efficient solution for the design of steel frames, promoting improvements in mechanical performance and economic feasibility aimed at practical utility. The developed applications demonstrated satisfactory results, validated through comparisons with established data in the technical literature.

Keywords: Structural optimization, Genetic Algorithm, Steel plane frames, Nonlinear analysis, Database.

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas em aço na engenharia civil passou por avanços significativos nas últimas décadas, impulsionado, principalmente, pela crescente capacidade de processamento dos computadores e pelo desenvolvimento de métodos numéricos de análise estrutural. Esse progresso permitiu aos engenheiros projetar sistemas cada vez mais complexos, com elevado nível de precisão e confiabilidade. Entre os principais beneficiários dessa evolução estão os edifícios em aço e suas respectivas ligações, utilizados em construções industriais, comerciais e residenciais. A análise do comportamento das ligações entre vigas e pilares passou a desempenhar um papel central, sobretudo quando se busca aliar desempenho mecânico, economia de materiais e racionalização construtiva.

Tradicionalmente, as estruturas metálicas são modeladas assumindo que as ligações entre vigas e pilares se comportam como totalmente rígidas ou completamente articuladas (rotuladas). Essa simplificação, adotada inclusive em normas como a NBR 8800 (ABNT, 2008), visa facilitar os cálculos e o dimensionamento. No entanto, diversos estudos demonstram que, na prática, as ligações apresentam rigidez rotacional intermediária, sendo denominadas ligações semirrígidas. Este tipo de ligação influencia, de forma significativa, o comportamento global da estrutura, alterando a distribuição de esforços internos, os deslocamentos e a rigidez global do sistema.

A consideração do comportamento semirrígido das ligações viga-coluna torna-se ainda mais relevante em estruturas de aço do tipo pórtico plano não contraventado, onde os deslocamentos laterais e o comportamento global da edificação dependem fortemente da rigidez rotacional das ligações. A escolha incorreta de um modelo de ligação pode levar a projetos superdimensionados, onerando a estrutura, ou subdimensionados, comprometendo sua segurança. Além disso, ligações completamente rígidas tendem a exigir maior volume de material e mão de obra, elevando os custos da estrutura. Por outro lado, o uso de ligações com rigidez intermediária pode contribuir para um desempenho mecânico ideal da estrutura, ao mesmo tempo que permite a redução de custos e maior racionalização de recursos.

O entendimento adequado e a modelagem dessas ligações exigem a consideração de efeitos não lineares, já que o comportamento real das estruturas sob carregamento, especialmente nas edificações de múltiplos pavimentos, tende a apresentar deslocamentos e deformações significativas. A análise estrutural não linear, neste sentido, torna-se fundamental para representar com mais fidelidade o comportamento da estrutura, em comparação com as análises lineares tradicionais. Conforme apontam Souza *et al.* (2019), esse tipo de abordagem auxilia na determinação de esforços internos, deslocamentos e tensões, sendo eficaz para o dimensionamento mais apurado da estrutura em aço.

Em paralelo, a busca por soluções mecanicamente eficientes e econômicas levou à disseminação do conceito de otimização estrutural no âmbito da engenharia civil. A otimização visa encontrar, dentro de um conjunto de alternativas viáveis, aquela que oferece o melhor desempenho segundo um ou mais critérios, como custo, topologia ou eficiência estrutural. O processo envolve a definição de variáveis de projeto, uma função objetivo, que representa o critério a ser minimizado ou maximizado e um conjunto de restrições, que delimitam o espaço de soluções possíveis de acordo com critérios normativos e funcionais.

Com o avanço das técnicas de inteligência artificial e heurísticas de busca, diversos algoritmos passaram a ser aplicados à otimização de estruturas. Dentre eles, destacam-se os algoritmos genéticos (AG), que se baseiam nos princípios da evolução natural das espécies propostos por Darwin. Esses algoritmos operam sobre uma população de soluções, selecionando e combinando as melhores alternativas a cada geração, com o objetivo de encontrar a solução ótima ou quase ótima para o problema em questão. Sua robustez e flexibilidade fazem do AG uma ferramenta bastante eficaz na otimização de sistemas complexos e com múltiplas variáveis, como é o caso dos pórticos metálicos com ligações semirrígidas.

Diante desse contexto, o presente estudo consistiu no desenvolvimento e implementação de uma metodologia de otimização de pórticos planos de aço não contraventados com ligações semirrígidas, incorporando os efeitos da não linearidade geométrica e utilizando algoritmos genéticos como estratégia de busca. Como principal contribuição, destaca-se a criação e aplicação de um banco de dados digital de ligações viga-coluna (BDD_LVC). A modelagem estrutural foi realizada por meio do método dos elementos finitos, utilizando o programa de domínio público CALFEM

(LUND UNIVERSITY, 2004), desenvolvido em 2004 para ensino acadêmico na Lund University, na Suécia. O processo de otimização é executado por meio do ambiente computacional MATLAB®, utilizando rotinas específicas do *toolbox Global Optimization* de otimização.

A proposta metodológica identificou as configurações de perfis estruturais mais eficientes, tanto do ponto de vista mecânico quanto do econômico, promovendo o uso racional de materiais, de acordo com as práticas usuais de projeto em estruturas de aço. Inicialmente (Etapa 0), foi criado o banco de dados digital (BDD_LVC), contendo os parâmetros mecânicos e geométricos das ligações. Em seguida, na etapa de otimização clássica (Etapa 1), o programa CALFEM adaptado para consideração dos efeitos de não linearidade do pórtico e da semirrigidez das ligações viga-coluna foi utilizado para a análise estrutural dos pórticos, enquanto o Algoritmo Genético (AG) foi empregado na otimização dos perfis estruturais e dos graus de rigidez das ligações viga-coluna. Nesta fase, foram consideradas apenas as variáveis relacionadas às vigas e colunas e à rigidez rotacional, sem interação com o BDD_LVC. Por fim, na Etapa 2, o BDD_LVC foi carregado para viabilizar a seleção automática das chapas de extremidade e dos parafusos, de forma compatível com os perfis otimizados na Etapa 1, assegurando o atendimento aos requisitos normativos e construtivos.

O BDD_LVC incluiu valores pré-calculados de momento resistente e rigidez rotacional de ligações de chapa de extremidade estendida, já associados a tipos específicos de chapas e de parafusos, adequados para atender diferentes níveis de solicitação estrutural. Para ilustrar a estrutura do BDD_LVC, a Tabela 1.1 apresenta um trecho do banco de dados, evidenciando os parâmetros estruturais gerados na Etapa 0. Este arquivo, em formato digital e em planilha de dados, é utilizado na seleção automática das componentes das ligações durante o processo da Etapa 2.

Tabela 1.1. Trecho do BDD_LVC.

Coluna (Perfil)	Viga (Perfil)	Espessura de Chapa (mm)	Diâmetro do Parafuso (mm)	Momento Resistente (kN.m)	Rigidez Rotacional (kNm/rad)
<i>W</i> 150 x 22,5 (<i>H</i>)	<i>W</i> 150 x 13,0	8	12	12,38	1954,51
<i>W</i> 150 x 22,5 (<i>H</i>)	<i>W</i> 150 x 13,0	8	16	15,90	2520,47
<i>W</i> 150 x 22,5 (<i>H</i>)	<i>W</i> 150 x 13,0	8	20	17,91	3303,84

A validação dos resultados obtidos foi conduzida por meio de comparações com estudos da literatura, os quais consideram ligações semirrígidas, permitindo avaliar a coerência da metodologia proposta, bem como sua eficácia em conduzir a soluções estruturalmente viáveis e economicamente otimizadas.

1.1. Objetivos

Desenvolver uma metodologia computacional para o dimensionamento ótimo de pórticos planos em aço em edifícios multiandares, baseada na integração de um banco de dados digital de ligações viga-coluna (BDD_LVC) com rotinas de análise estrutural não linear e técnicas de otimização por algoritmos genéticos.

Para alcançar o objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Estruturar e implementar o BDD_LVC (Etapa 0), contendo valores pré-calculados de momento resistente e rigidez rotacional para combinações viáveis entre perfis estruturais, chapas de extremidade e parafusos disponíveis no mercado local;
- b) Empregar o programa CALFEM (Etapa 1) na análise estrutural dos pórticos, incorporando modificações específicas que permitam considerar a rigidez rotacional nas extremidades das vigas com ligações semirrígidas, bem como os efeitos da não linearidade geométrica;
- c) Aplicar algoritmos genéticos (Etapa 1) para a otimização dos perfis estruturais laminados dos pórticos planos, com base nos dados obtidos nas análises estruturais;
- d) Desenvolver a Etapa 2, integrando o BDD_LVC à solução ótima obtida na Etapa 1, para selecionar automaticamente as chapas de extremidade e os parafusos compatíveis com os perfis e rigidezes otimizadas, garantindo adequação construtiva e atendimento às restrições normativas.

1.2. Motivação e justificativa

A construção de edifícios com estruturas metálicas de aço tem se tornado cada vez mais comum no Brasil, impulsionada por vantagens como rapidez na execução,

alta resistência e a redução do tempo total de obra. No entanto, alguns aspectos ainda carecem de investigação mais aprofundada, notadamente como o comportamento não linearidade geométrica dos pórticos e o comportamento rotacional das ligações viga-coluna. Quando negligenciados, esses fatores podem comprometer a segurança e a eficiência global da estrutura, o que torna o tema relevante para o presente estudo.

Os métodos computacionais têm se mostrado úteis para a análise e otimização de sistemas estruturais, permitindo uma abordagem mais rápida, segura e economicamente viável. A integração entre diferentes módulos computacionais, como os de análise estrutural, algoritmos de otimização e bancos de dados, possibilita a identificação de configurações ótimas para perfis estruturais e ligações, além de contribuir significativamente para redução do tempo de cálculo e para a racionalização de materiais.

Neste contexto, esta pesquisa deu continuidade a trabalhos desenvolvidos por Ferreira (2018) e Hortêncio e Falcón (2018), que também consideraram ligações do tipo chapa de extremidade estendida e implementaram suas metodologias com o auxílio do software MATLAB®. Ferreira (2018) utilizou o CALFEM para desenvolver um método de dimensionamento ótimo de pórticos planos, considerando a não linearidade geométrica da estrutura, e aplicou o AG com foco na minimização do custo dos perfis estruturais e na otimização da rigidez rotacional das ligações. No entanto, sua abordagem não detalhou os elementos construtivos da ligação, como o tipo de chapa ou parafuso empregado. Por outro lado, Hortêncio e Falcón (2018) concentraram-se exclusivamente na otimização das ligações viga-coluna, utilizando o programa Calc_LSR_MC, baseado no Eurocode 3 (CEN, 2005), para determinar propriedades mecânicas como momento resistente e rigidez rotacional, considerando explicitamente os elementos físicos da ligação, como chapas, parafusos e perfis. Ainda assim, sua metodologia não estava integrada ao dimensionamento global do pórtico.

Diante dessas limitações, o presente estudo propôs uma abordagem integrada que associou a modelagem global do pórtico à escolha eficiente das ligações viga-coluna, organizando o processo em etapas distintas. Um dos principais problemas enfrentados em métodos evolutivos é o elevado custo computacional, sobretudo quando há necessidade de recalcular, a cada iteração, as propriedades mecânicas das ligações. Para contornar esse gargalo, foi criado um banco de dados digital

(BDD_LVC) com valores previamente calculados (Etapa 0), permitindo que sua utilização ocorra apenas na etapa específica de seleção das ligações (Etapa 2), e não durante o processo de otimização estrutural (Etapa 1). Essa separação possibilitou substituir o recálculo contínuo por uma consulta rápida e automatizada, reduzindo significativamente o tempo computacional e assegurando coerência com parâmetros normativos e construtivos. Assim, o método proposto avançou em relação aos trabalhos anteriores ao consolidar, em um único ambiente computacional, a análise estrutural, a otimização baseada em algoritmos genéticos, o detalhamento das ligações e o uso automatizado de um banco de dados digital (BDD_LVC) com propriedades mecânicas pré-calculadas.

Diante desse panorama metodológico, esta dissertação desenvolveu uma metodologia de otimização para pórticos planos de aço. A metodologia proposta fez uso dos programas MATLAB® na versão R2021a, e CALFEM, que, por sua versatilidade e funcionalidade, ofereceram o suporte necessário para realizar as análises e otimizações estruturais. O uso do algoritmo genético para otimização dos parâmetros estruturais se justificou pela sua comprovada eficácia em estudos anteriores, sendo amplamente aplicado na área de engenharia. Ambos os programas estavam disponíveis no Laboratório de Engenharia Civil (LECIV) da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), o que facilitou o acesso aos recursos necessários para o desenvolvimento do estudo.

Ressalta-se que o presente estudo adotou a NBR 8800 (ABNT, 2008), por ser a norma em vigor no início da pesquisa. A opção assegurou a aderência às diretrizes normativas disponíveis à época, garantindo consistência metodológica. A posterior publicação da NBR 8800 (ABNT, 2024) não compromete os resultados aqui obtidos, mas constitui um marco normativo relevante a ser considerado em futuras pesquisas.

1.3. Organização do texto

A dissertação está estruturada em oito capítulos, além das listas de figuras, tabelas, abreviaturas e símbolo resumo e abstract.

O Capítulo I apresenta a introdução, incluindo objetivos, motivação e justificativa.

O Capítulo II aborda a revisão bibliográfica sobre otimização estrutural, ligações semirrígidas, e estudos com análise linear e não linear.

Para facilitar a compreensão do leitor, a fundamentação teórica foi organizada em quatro capítulos distintos ao longo do texto: Capítulo III, IV, V e VI, cada um dedicado a abordar aspectos específicos ao desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo III aborda as ligações viga-coluna, descrevendo comportamento, tipologias e o Método dos Componentes, detalhando seus principais elementos.

No Capítulo IV, são abordados os fundamentos da análise estrutural de pórticos de aço, com destaque para a consideração de ligações semirrígidas e a influência da não linearidade geométrica no comportamento global da estrutura.

O Capítulo V expõe critérios de dimensionamento conforme a NBR 8800 (ABNT, 2008), incluindo flambagem, flexo-compressão, momento resistente e deslocamentos.

O Capítulo VI descreve a otimização estrutural, conceitos, aplicação de algoritmos genéticos e parâmetros de configuração.

O Capítulo VII apresenta a modelagem computacional, descrevendo as etapas de desenvolvimento, incluindo a Etapa 0 (geração do banco de dados de ligações viga-coluna, BDD_LVC), a Etapa 1 (otimização estrutural) e a Etapa 2 (detalhamento das ligações).

O Capítulo VIII reúne aplicações e resultados, comparando-os com trabalhos de referência e discutindo os ganhos obtidos.

O Capítulo IX traz as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Adicionalmente, o Apêndice A apresenta o programa utilizado na geração do BDD_LVC, o Apêndice B reúne o programa de otimização estrutural e o Apêndice C contempla o programa destinado à seleção e detalhamento das ligações.

CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo tem como objetivo apresentar uma revisão da literatura relacionada ao tema desta dissertação, reunindo artigos e pesquisas que tratam da otimização estrutural de pórticos de aço. Busca-se condensar os principais avanços teóricos e computacionais já alcançados, destacando tanto os fundamentos clássicos quanto as contribuições recentes que representam o estado da arte na aplicação de técnicas evolucionistas e meta-heurísticas ao dimensionamento estrutural.

2.1. Otimização estrutural através de técnicas evolucionistas

Algoritmos evolucionistas são técnicas de otimização inspiradas na evolução natural, que usam mecanismos como seleção, mutação e recombinação para encontrar soluções eficientes para problemas complexos. Dentro desse grupo, os algoritmos genéticos (AG) são os mais conhecidos: eles simulam a reprodução biológica, representando soluções como “cromossomos” e aplicando operadores genéticos para evoluir populações ao longo das gerações, buscando a melhor solução com base em uma função de aptidão.

Dentre outros, Torregosa e Kanok-Nukulchai (2000) publicaram uma aplicação de AGs na minimização do peso de estruturas submetidas a múltiplas combinações de carregamento, evidenciando maior eficiência dos procedimentos elitistas na convergência dos resultados. Posteriormente, Vatani *et al.* (2012) empregaram AGs para análise não linear e dimensionamento de pórticos de aço, demonstrando que a consideração da não linearidade estrutural contribui para a redução do peso total, especialmente em sistemas com ligações semirrígidas.

No intuito de aprimorar o desempenho computacional, Yassami e Ashtari (2015) integraram a lógica Fuzzy ao AG, resultando em diminuição significativa do peso estrutural e do tempo de processamento, quando comparado ao algoritmo genético tradicional. Em avanços mais recentes, Mousavi *et al.* (2022) propuseram a integração de diferentes tipos de ligações e modelagem pelo programa ABAQUS, utilizando AGs via MATLAB® para otimização dos elementos estruturais em aço. Os resultados obtidos indicam que tais métodos são eficientes na obtenção de soluções ótimas, respeitando as restrições de projeto e promovendo significativa redução de

material, validando a aplicação dos AGs mediante comparação com projetos ótimos de referência.

Dessa forma, observa-se que a evolução das técnicas meta-heurísticas, aliada ao desenvolvimento de ferramentas computacionais e à consideração de aspectos não lineares e comportamentais das ligações estruturais, proporciona avanços substanciais na busca por soluções mais eficientes e eficazes para a otimização de pórticos de aço.

No cenário nacional, Brasil *et al.* (2023) desenvolveram uma metodologia que integra o programa *Structural Analysis Program* (SAP 2000) a algoritmos meta-heurísticos para dimensionamento ótimo de pórticos de aço de uso industrial. O modelo de projeto considerou restrições baseadas nos critérios ELU (Estado Limite Último) e ELS (Estado Limite de Serviço) da NBR 8800 (ABNT, 2008), bem como investigou a não linearidade dos pórticos gerada pela ação do vento e das cargas gravitacionais. Os elementos estruturais utilizados foram perfis I soldados, e os algoritmos utilizados foram AG, Enxame de Partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*) e Busca Harmônica (HS, do inglês *Harmony Search*).

A otimização por PSO consiste em um algoritmo estocástico, o qual faz analogia à inteligência coletiva observada em grupos naturais de insetos, pássaros ou peixes. No domínio desse algoritmo, cada partícula assume uma posição “x” em um dado momento, representando um ponto específico. A busca pela solução ótima para o problema acontece através do movimento coordenado do conjunto de partículas. Esse movimento é orientado por experiências individuais e coletivas do enxame. Portanto, as partículas se movem como um enxame de abelhas ou um cardume, relacionando-se umas com as outras à procura da solução ótima.

A Busca Harmônica, originalmente desenvolvida por Geem *et al.* (2001), a fim de resolverem problemas com variáveis discretas, comparando-as a algoritmos meta-heurísticos tradicionais. A inspiração para a criação desse algoritmo adveio da arte da harmonia musical.

No HS há um conjunto de “harmonias”, cujo número de elementos é determinado pelo parâmetro *Harmony Memory Size* (HMS). Essas harmonias são armazenadas em uma “memória”, conhecida como *Harmony Memory* (HM). A HM é utilizada para a geração de soluções dentro do algoritmo. Durante o processo de

iterações, realizam-se operações que determinam se a nova harmonia foi criada com base nos valores armazenados na HM ou se uma variável de projeto recebe um valor aleatório dentro de seu conjunto de intervalo. Sendo assim, esse algoritmo estabelece uma analogia entre o processo de composição musical e o processo de resolução de problemas de otimização, em que cada “harmonia” representa uma possível solução ótima.

Em consonância, Brasil *et al.* (2023) encontraram bons resultados utilizando a Busca Harmônica. Os dados do estudo revelaram que a metodologia proposta possibilita considerável economia de aço e ser utilizada, de forma segura para dimensionamento de galpões industriais.

A ideia de reduzir o custo computacional também foi tratada por Lou *et al.* (2022), que desenvolveram um módulo de otimização híbrida para projetos de edifícios altos de concreto, visando superar o alto custo computacional da análise estrutural. Nesse sentido, o módulo envolve duas etapas. Primeiro, criou-se uma aproximação baseada na metodologia de superfície de resposta combinada. Utilizou-se, assim, três problemas de subotimização para aprimorar o modelo de superfície.

Na segunda etapa, aplicou-se uma técnica de PSO discreta, empregando-se o modelo de superfície de resposta. Nessa fase, desenvolveu-se um *software* de otimização especializado com interface independente e constata-se a eficácia do modelo por meio de três exemplos de projetos de edifícios. Comparado a um algoritmo PSO convencional, o módulo de otimização reduziu o uso de material em 14,3% e melhorou a eficiência computacional. Essa abordagem é útil para otimizar tamanhos de elementos estruturais de pórticos altos, buscando projetos sustentáveis e estáveis.

Por fim, Falcón *et al.* (2023) combinaram os programas MATLAB® e ANSYS para a otimização de treliças de aço, considerando o comportamento não linear geométricos dos pórticos de aço. Embora o método tenha apresentado elevado custo computacional, os resultados foram consistentes e demonstraram a eficácia da integração entre ferramentas de análise estrutural robustas e algoritmos de busca.

2.2. Otimização estrutural em pórticos de aço com ligações semirrígidas

Sob a ótica da semirrígidez, Simões (1996) apresentou um método computacional de otimização de pórticos de aço com ligações semirrígidas que minimiza o custo combinado das barras e das próprias ligações, sob restrições de estados limite de serviço e de resistência mecânica. O autor modelou as ligações como molas rotacionais, e tratou de forma conjunta variáveis discretas, como a seleção de perfis, e variáveis contínuas, como a rigidez das ligações. A estratégia de solução empregou um método determinístico de otimização baseado em análise sensitiva com projeto segmental ótimo, no qual identificam-se as variáveis mais influentes no desempenho estrutural e otimizam-se segmentos da estrutura, integrando-os posteriormente para compor a solução global.

Em sequência, Cabrero e Bayo (2005) sistematizaram procedimentos de projeto para pórticos de aço com ligações semirrígidas segundo o Eurocode 3 e propuseram o uso de uma rigidez inicial ótima das ligações, a fim de melhorar a distribuição de momentos e viabilizar perfis mais leves. Apresentaram regras práticas de pré-dimensionamento para ligações com chapas de topo estendidas não enrijecidas. Em estudos de caso, evidenciaram que considerar a semirrígidez atendeu aos estados-limite e reduziu custos quando comparada às hipóteses rigidamente engastadas ou articuladas.

Nesse contexto, Sánchez-Olivares e Espín (2013) desenvolveram um método numérico que se baseia em técnicas evolucionistas, com o objetivo de otimizar o dimensionamento de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas. Por meio de Algoritmo Genético, determinaram o perfil estrutural ideal de aço para cada componente da estrutura. Outrossim, otimizaram o dimensionamento das ligações semirrígidas entre os elementos, considerando variáveis discretas vinculadas perfis de aço, diâmetros de parafusos e espessuras de chapas de aço.

Aqueles pesquisadores contabilizaram, na função objetivo, o custo combinado das barras de aço e das ligações semirrígidas incluíram restrições referentes aos estados de serviço e de resistência. Ademais, empregaram o Método das Componentes, do Eurocode 3 (CEN, 2005), para analisar o comportamento das ligações semirrígidas entre pilares e vigas. Visando demonstrar a eficácia e a praticidade do método proposto, eles projetaram duas estruturas a título de exemplo.

Desse modo, concluíram que o método é eficiente para o projeto automatizado focado na minimização de custos de pórticos planos semirrígidos de aço.

Ampliando a compreensão sobre o papel das ligações semirrígidas no projeto de pórticos, Oliveira (2019), desenvolveram um programa computacional para estudo da influência do grau de rigidez das ligações no comportamento real de pórticos planos de aço e sua relevância para otimização estrutural. Averiguaram que a escolha do grau de rigidez rotacional das ligações define a distribuição dos esforços internos nos elementos. Portanto, o conhecimento do comportamento real da ligação permite um dimensionamento eficiente do ponto de vista mecânico.

A literatura citada classifica as ligações viga-coluna em três categorias: rígidas, articuladas e semirrígidas, de acordo com a sua rigidez rotacional inicial. É o que se observa na Figura 2.1.

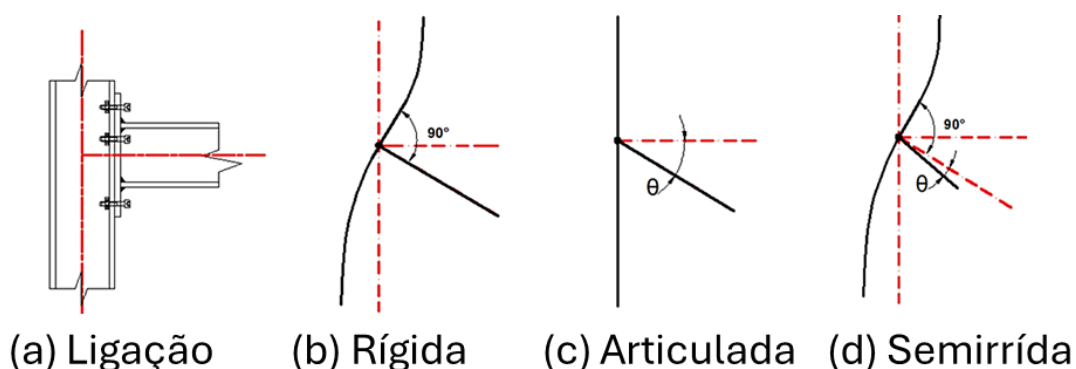


Figura 2.1. Rotação de uma ligação viga-pilar (Jaspart, 2000, *apud* Albuquerque 2015).

Oliveira (2019) explicam que uma ligação rígida ocorre quando as rotações relativas entre os membros ligados da estrutura são minimizadas ao máximo, e a transmissão do momento fletor entre os elementos é total. Para fins práticos, declaram que o ângulo formado entre a viga e o pilar permanece inalterado, mesmo após o carregamento, conforme apresentado na Figura 2.1.b. Destacam, também, que em uma ligação articulada, ilustrada na Figura 2.1.c, as rotações relativas entre os membros conectados da estrutura não são restringidas, fazendo com que a ligação esteja sujeita apenas a esforços de cisalhamento. No caso da ligação rígida, os esforços no pilar são maiores do que em uma ligação articulada, em que eles são distribuídos entre a viga e o pilar. Essa observação pode ser verificada na Figura 2.2.

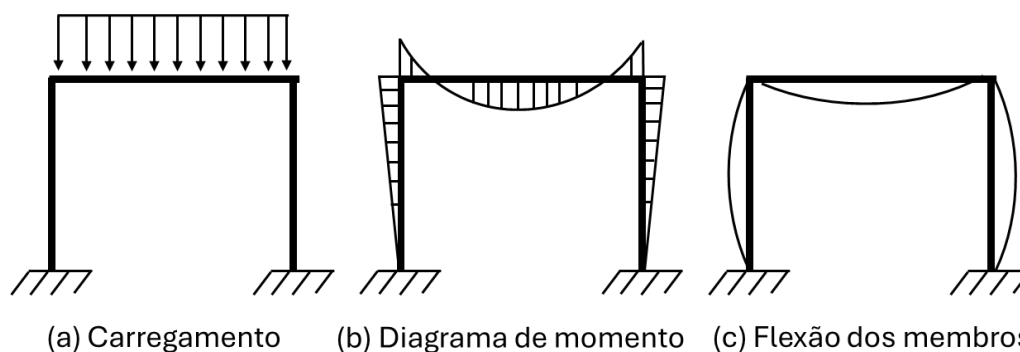


Figura 2.2. Pórticos plano não contraventado com ligações rígidas (Figueiredo, 2004).

Por fim, uma ligação semirrígida, apresentada na Figura 2.1d, acontece quando a rotação entre os membros é restringida em um intervalo de 20% a 90% em comparação com a rotação que ocorreria em uma ligação rígida. Em suma, o momento transmitido pela ligação é superior ao de uma ligação articulada, mas inferior ao de uma ligação rígida.

Avançando na direção da otimização focada exclusivamente nas ligações, Hortêncio e Falcón (2018), desenvolveram uma metodologia para a otimização das ligações viga-pilar para pórticos de aço, obtendo a determinação ótima das dimensões do perfil, das espessuras de chapas e dos parafusos. Para tanto, desenvolveram uma ferramenta computacional no MATLAB®, que consiste em dois módulos computacionais, sendo um para análise e outro para otimização, os quais se comunicam entre si através de interfaces computacionais.

A análise da ligação viga-coluna foi feita por meio do Método dos Componentes do Eurocode 3 (CEN, 2005), que permite caracterizar o comportamento mecânico das ligações, dividindo-as em uma série de molas. Como resultado, determinaram que a ferramenta computacional desenvolvida atendeu ao objetivo de minimizar o custo das ligações viga-pilar, por estabelecer de forma automática os perfis ótimos com base em perfis comerciais disponíveis.

2.3. Análise estrutural elástica linear e não linear

Breda *et al.* (2021) realizaram uma análise estrutural não linear, utilizando algoritmos numéricos iterativos, o que acarretou altos esforços computacionais. Com o objetivo de reduzir a carga de dados a ser processada, implementaram o Método Iterativo de Dois Ciclos no *Structures 3D (S3D)*, *software* de otimização em

desenvolvimento no MATLAB®, com auxílio de um AG, desenvolvido por pesquisadores da Universidade Federal do Espírito Santo. Além disso, aqueles autores incluíram no S3D a análise estrutural de acordo com o Eurocode 3 (CEN, 2005), objetivando aprimorar suas funcionalidades. O estudo considera, de forma aproximada, a não linearidade geométrica e o dimensionamento de estruturas metálicas pelo Eurocode 3 (CEN, 2005).

Dessa forma, o S3D tornou-se ferramenta para a otimização estrutural, visto que reduz os esforços computacionais ao implementar o Método Iterativo de Dois Ciclos, tendo em conta as diretrizes do Eurocode 3 (CEN, 2005). Essa abordagem permitiu obter resultados confiáveis e compará-los com estudos disponíveis na literatura.

Já Shallan *et al.* (2019) realizaram a otimização simultânea de seções de vigas metálicas e ligações em pórticos planos de aço com ligações semirrígidas. O estudo, englobou diferentes tipos de bases (fixas, semirrígidas e articuladas) e utilizou os Algoritmos e de Otimização Biogeográfica (BBO, do inglês *Biogeography-Based Optimization*).

Os pesquisadores utilizaram uma simulação detalhada das ligações semirrígidas, empregando o modelo não linear de Kanvinde *et al.* (2012) para investigarem as deformações nas diferentes partes da ligação de base sob várias cargas. As ligações viga-coluna foram analisadas com o modelo não linear numérico de Frye e Morris (1975), considerando ainda os efeitos $P-\Delta$ (P-Delta) e a não linearidade geométrica.

O modelo de otimização estrutural segue as diretrizes AISC-LRFD (2016) considerando restrições de tensão, deslocamento e tamanho das seções. O estudo utilizou exemplos de pórticos planos de aço para examinar como ligações semirrígidas influenciam o peso dos pórticos. Ambos os algoritmos, BBO e AG, foram aplicados como parte do processo de otimização.

Por fim, Alves *et al.* (2023) realizaram o estudo abordando a otimização de estruturas de aço utilizando o Algoritmo Genético (AG) em conjunto com o Método Iterativo de Dois Ciclos (TCIM) para uma análise não linear geométrica. O estudo segue as diretrizes do Eurocode 3 (CEN, 2005) e demonstra que o AG é eficiente na otimização de estruturas de aço ao trabalhar com variáveis discretas, facilitando o uso

de catálogos de perfis fornecidos pelos fabricantes. A adição de efeitos de segunda ordem no processo de otimização, através do TCIM, resultou em soluções com baixo custo computacional. Além disso, a aplicação do método permite a criação de análises estruturais que consideram efeitos de segunda ordem, otimizando a estrutura conforme a norma EN 1993 Part 1-1 (CEN, 2005). Os resultados evidenciam uma redução no peso das estruturas, destacando a importância de considerar os efeitos de segunda ordem no dimensionamento estrutural.

CAPÍTULO III – LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Neste capítulo, são apresentados os fundamentos teóricos e normativos relacionados às ligações viga-coluna em pórticos de aço, com foco especial em ligações semirrígidas. Inicialmente, discute-se a classificação dessas ligações conforme critérios da NBR 8800 (ABNT, 2008), norma que também foi adotada como referência para o dimensionamento dos perfis que compõem o pórtico de aço analisado neste estudo. Em seguida, analisa-se o comportamento estrutural das ligações sob momentos fletores, com base nas curvas momento–rotação, bem como os principais tipos de ligações utilizados em projetos de engenharia estrutural, com destaque para a ligação com chapa de extremidade estendida, selecionada para aplicação neste trabalho.

Na sequência, é introduzido o Método dos Componentes, conforme preconizado pelo Eurocode 3 (CEN, 2005), descrevendo-se os elementos que compõem uma ligação, organizados em zonas de tração, compressão e cisalhamento. São detalhadas também as equações normativas para cálculo da rigidez e da resistência de cada componente, além da formulação da rigidez rotacional das ligações semirrígidas. Por fim, apresenta-se o módulo computacional Calc_LSR_MC, utilizado para a análise dessas ligações.

3.1. Ligações viga-coluna

As ligações entre vigas e colunas possuem a função de unir esses elementos da estrutura, uma vez que seu comportamento mecânico influencia a distribuição de esforços internos e deslocamentos.

A NBR 8800 (ABNT, 2008) estabelece critérios que permitem a classificação nominal das ligações. Dessa forma, uma ligação pode ser classificada como nominalmente flexível quando atende à Equação (3.0).

$$S_{ini} \leq 0,5 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \quad (3.0)$$

em que:

S_{ini} é o coeficiente de rigidez inicial da ligação;

E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço;

I_v é o momento de inércia da seção transversal da viga;

L_v é o comprimento da viga conectada à ligação.

Classifica-se uma ligação como rígida quando ela cumpre os requisitos estabelecidos pelas Equações (3.1) e (3.2):

$$S_{ini} \geq 25 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \quad (3.1)$$

$$\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1 \quad (3.2)$$

onde:

K_v é o valor médio de $\frac{I_v}{L_v}$ para todas as vigas no topo do andar sob análise;

K_p é o valor médio de $\frac{I_p}{L_p}$ para todos os pilares do andar sob análise;

I_p é o Momento de inércia de um pilar no plano da estrutura;

L_p é o Comprimento destravado para um pilar.

Dessa forma, considera-se a ligação semirrígida se o valor de sua rigidez inicial estiver compreendido no intervalo especificado na Equação 3.3.

$$0,5 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \leq S_{ini} \leq 25 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \quad (3.3)$$

Manter a rigidez inicial dentro dos limites ajuda a caracterizar a ligação como semirrígida. Pois permite entender as propriedades de rigidez das ligações e como elas afetam o comportamento da estrutura.

3.2. Comportamento das ligações e tipos mais utilizados

Dando continuidade ao tópico 3.1, que abordou os critérios para classificação das ligações viga-coluna com base em sua rigidez inicial, neste tópico serão discutidos os comportamentos dessas ligações e os tipos mais utilizados. No contexto das ligações entre vigas e colunas, um conjunto de forças transmitidas engloba forças axiais e de cisalhamento, momentos fletores e torção, sendo que esta última pode ser desconsiderada em análises de estruturas planas. Na maioria das ligações, os

deslocamentos resultantes das forças axiais e de cisalhamento tendem a ser pequenos em comparação com os deslocamentos rotacionais. Como resultado, nos estudos sobre ligações, apenas as rotações são, em geral, consideradas para fins práticos (Chen e Lui, 1991).

Conforme convenção, a rotação θ_r é, via de regra, relacionada ao momento fletor M na ligação. O parâmetro θ_r denota a modificação do ângulo entre a viga e o pilar, baseado em sua configuração original, como mostrado na Figura 3.1. Pode-se interpretar o ângulo θ_r como uma representação da rotação relativa ocorrida na viga em relação ao pilar após a aplicação de um momento fletor M .

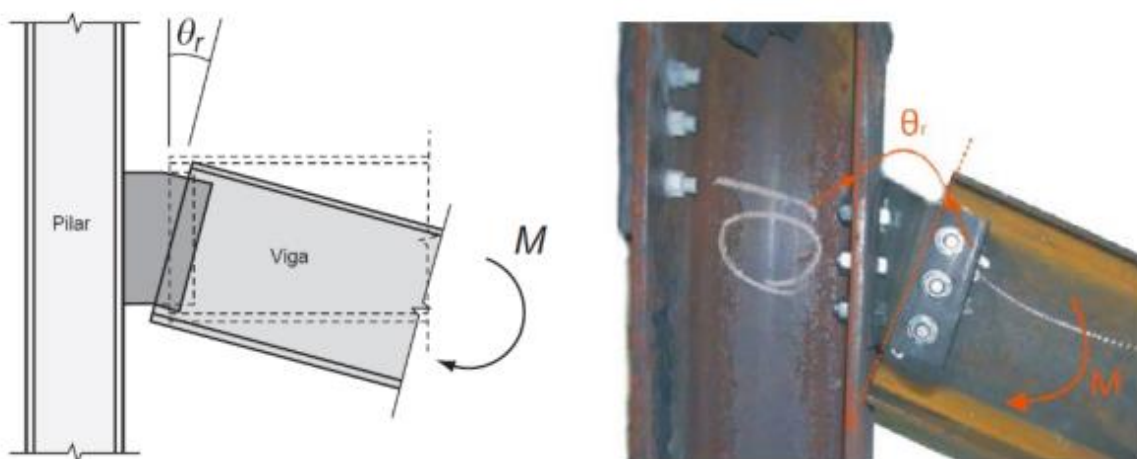


Figura 3.1. Rotação θ_r da ligação pela ação de um momento fletor M (Adaptado de Chen et al, 2011 e Oliveira, 2019).

O comportamento das ligações ao serem submetidas à flexão pode ser apresentado por meio de gráficos de momento-rotação ($M - \theta_r$). Esses gráficos apresentam a maneira como o ângulo de rotação relativa, representado pelo plano θ_r da ligação, varia em resposta à aplicação do momento fletor (M). Exemplifica-se tal conceito na Figura 3.2, na qual também se exhibe a diversidade de curvas possíveis, de acordo com a topologia da ligação viga-coluna. A curva apresenta, de forma comparativa, a rigidez e resistência de cada modelo de ligação, desde as mais flexíveis, como a cantoneira simples de alma, até as mais rígidas e resistentes, como o modelo T-STUB.

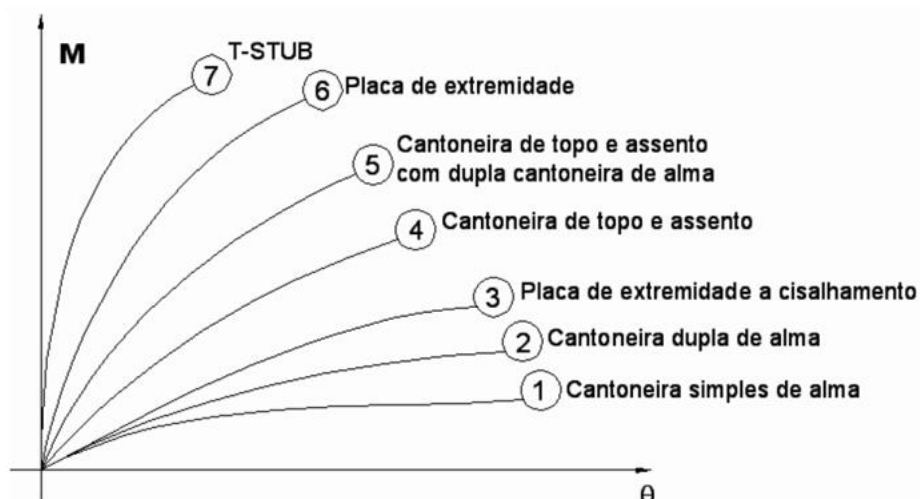


Figura 3.2. Comportamento da rotação relativa conforme a ação do momento nas ligações (Adaptado de Chen *et al.*, 2011).

Representa-se a resistência das ligações viga-coluna por uma curva que vincula o momento aplicado à rotação, sendo esse um dos dados para a análise de uma ligação semirrígida. A análise de uma ligação pode ser representada como uma mola rotacional que conecta a linha média dos membros, considerando três propriedades fundamentais: momento resistente, rigidez rotacional e capacidade de rotação, tal como apresentado na Figura 3.3.

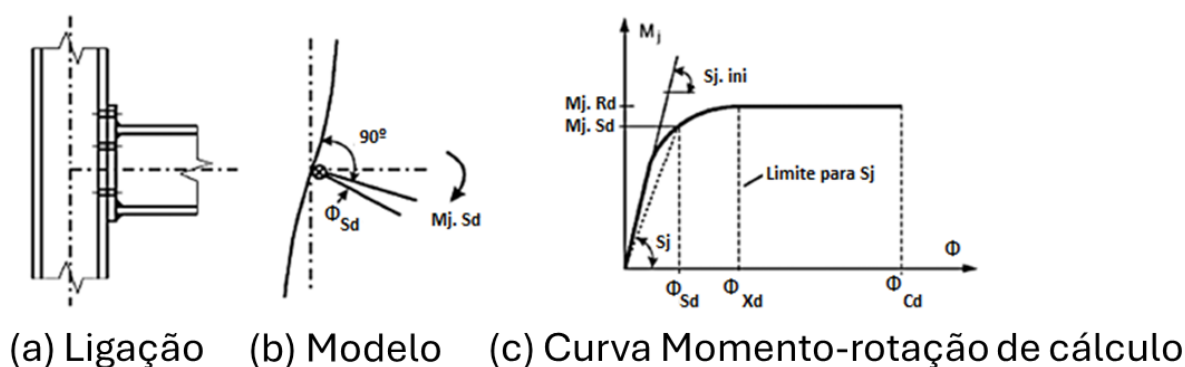


Figura 3.3. Comportamento da ligação viga-coluna (CEN, 2005).

Considera-se que:

$M_{j,Rd}$ é o momento resistente da ligação;

$M_{j,Sd}$ é o momento solicitante da ligação;

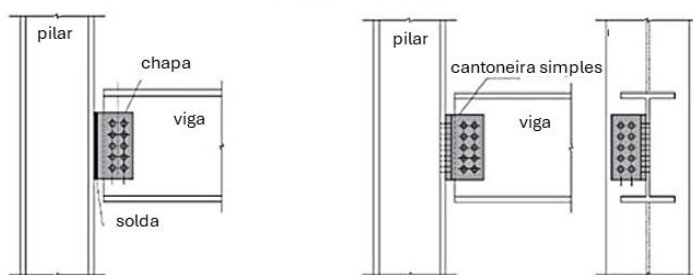
S_j é o coeficiente de rigidez secante;

Φ_{Sd} é a rotação inicial da ligação;

ϕ_{X_d} é a rotação da ligação;

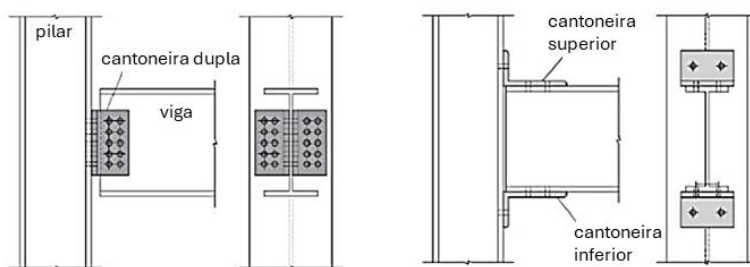
ϕ_{C_d} é a capacidade rotacional.

Em conformidade com as prescrições delineadas no Eurocode 3 (CEN, 2005), no âmbito da análise estrutural de ligações, quando o valor de $M_{j,Sd}$ excede dois terços de $M_{j,Rd}$, recomenda-se a adoção da rigidez secante da ligação (S_j). Em situações opostas, nas quais $M_{j,Sd}$ não ultrapassa o limite de dois terços de $M_{j,Ed}$, sugere-se a utilização da rigidez inicial da ligação ($S_{j,ini}$). Via de regra, o primeiro cenário relaciona-se com os ELUs, e o segundo com o ELS. Convém notar que a rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da ligação associa-se à inclinação elástica na curva momento-rotação da ligação, conforme abordado por Faella *et al.*, (2000) e Falcón e Montrull (2014). Nesse viés, Costa (2020) ilustrou as ligações mais comuns em projetos estruturais. É o que se observa na Figura 3.4, na qual são apresentados exemplos de tais ligações.



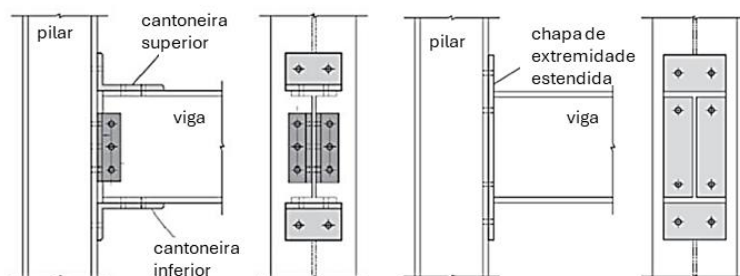
a) Ligação com chapa conectada à alma da viga;

b) Ligação com cantoneira simples conectada à alma da viga;



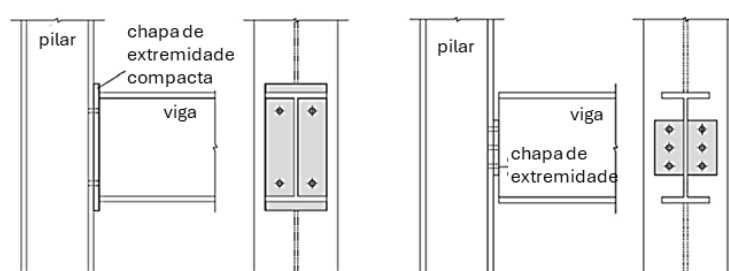
c) Ligação com cantoneiras duplas conectadas à alma da viga;

d) Ligação com cantoneira conectada às mesas superior e inferior da viga;



e) Ligação com cantoneiras conectada às mesas superior e inferior da viga e na alma da viga;

f) Ligação com chapa de extremidade estendida;



g) Ligação com chapa de extremidade compacta

h) Ligação com chapa de extremidade conectada à alma da viga

Figura 3.4. Tipos de ligações semirrígidas mais utilizadas (Chen *et al.*, 2011).

A ligação estudada no presente trabalho é a apresentada na Figura (3.4f).

3.3. Método dos componentes

O Método das Componentes é um enfoque mecânico-analítico que implica dividir uma ligação em uma série de elementos de molas (componentes), cada uma com sua capacidade de resistência e rigidez para tração, compressão e cisalhamento.

A aplicação do Método das Componentes envolve a caracterização do comportamento mecânico da ligação e das propriedades de cada componente. De acordo com Díaz (2010), as etapas para aplicar esse método incluem selecionar o tipo de ligação, definir sua geometria, identificar os componentes, determinar as forças atuantes, calcular as dimensões das soldas, avaliar a resistência (F) e rigidez axial (k) de cada componente, calcular a resistência ($M_{j,Rd}$) e rigidez inicial ($S_{j,ini}$) da ligação, determinar a capacidade de deformação e ductilidade, avaliar o esforço cortante

máximo suportado pela ligação e, por fim, verificar as dimensões das soldas para garantir conformidade com os critérios de projeto.

3.4. Componentes de ligações de chapa de extremidade estendida

Nesta dissertação, foram adotadas as ligações de chapa de extremidade estendida, segundo os preceitos da subseção 3.3. O Eurocode 3 (CEN, 2005) estabelece 20 componentes básicos presentes no projeto de ligações em estruturas de aço. Na Figura 3.5 é possível identificar oito deles, os quais formam uma ligação que envolve chapa de extremidade estendida. Tais componentes estão divididos em zonas de tração, compressão e flexão.

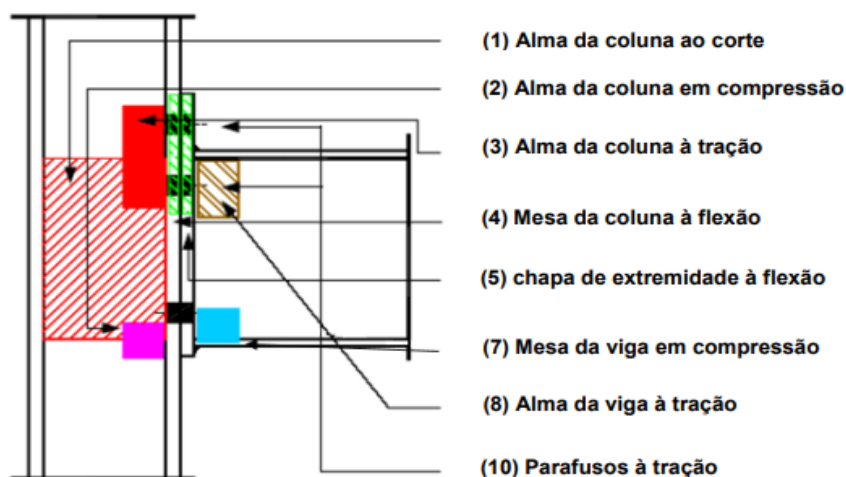


Figura 3.5. Componentes de uma ligação viga-coluna de chapa de extremidade (Lima, 2003).

Conforme observado na Figura 3.5, para ligações que envolvem chapa de extremidade estendida, os principais componentes estão catalogados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Componentes e Zonas da ligação de chapa de extremidade estendida.

Zona	Componente
Cisalhamento	componente 1: alma da coluna submetida a cisalhamento;
Tração	componente 3: alma da coluna sob tração;
	componente 4: mesa da coluna sob flexão;
	componente 5: chapa de extremidade sob flexão;
	componente 8: alma da viga sob tração;
	componente 10: parafusos sob tração;
Comprimida	componente 2: alma da coluna sob compressão;
	componente 7: mesa e alma da viga sob compressão.

Considera-se que:

h_b é a altura da viga;

t_{wb} é a espessura da alma da viga;

t_{fb} é a espessura da mesa da viga;

b_b é a largura da viga;

r_b é o raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da viga;

h_c é a altura da coluna;

t_{wc} é a espessura da alma da coluna;

t_{fc} é a espessura da mesa da coluna;

b_c é a largura da coluna;

r_c é o raio de concordância da ligação entre a alma e a mesa da coluna;

b_p é a largura da chapa de extremidade estendida;

h_p é a altura da chapa de extremidade estendida;

t_p é a espessura da chapa de extremidade estendida;

l_{ps} é a distância vertical do bordo superior da chapa à mesa superior da viga;

l_{pi} é a distância vertical do bordo inferior da chapa à mesa inferior da viga;

w é a distância horizontal entre os eixos dos parafusos;

e é a distância horizontal entre os eixos dos parafusos à borda da chapa;

e_x é a distância vertical entre os eixos dos parafusos da fila 1 e a borda da chapa;

p_x é a distância vertical entre os eixos dos parafusos das filas 1 e 2;

p é a distância vertical entre os eixos dos parafusos das filas 2 e 3;

d_0 é o diâmetro dos furos dos parafusos;

a_1 é a distância vertical entre os eixos dos parafusos da fila 1 e a mesa superior da viga;

a_2 é a distância vertical entre os eixos dos parafusos da fila 2 e a mesa superior da viga;

a_3 é a distância vertical entre os eixos dos parafusos da fila 3 e a mesa inferior da viga;

a_{wp} é a espessura da garganta de solda entre a alma da viga e a chapa;

a_{fp} é a espessura da garganta de solda entre a mesa da viga e a chapa.

Os parâmetros geométricos de uma ligação viga-coluna com chapa de extremidade influenciam a análise e o projeto de estruturas, interagindo diretamente com os valores de momento fletor e rigidez da ligação.

3.4.1. Alma da coluna ao corte

Para calcular tanto a resistência quanto a rigidez da alma do pilar sob corte, é necessário verificar se a esbelteza da alma do pilar atende à condição estipulada na Equação (3.5). O dimensionamento pode ser iniciado caso a condição seja atendida; caso contrário, será necessário ajustar o perfil do pilar ou, em alguns casos, o método das Componentes não poderá ser empregado. A Equação (3.4) que define a resistência da alma do pilar ao corte.

$$V_{wp,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{y,wc} \cdot A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M_o}} \quad (3.4)$$

em que:

A_{vc} representa a área de corte de escoamento da alma da coluna.

$$A_{vc} = A - 2b_{cf}t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c)t_{fc} \quad (3.5)$$

$f_{y,wc}$ representa a área de corte de escoamento da alma da coluna;

γ_{M_o} é o coeficiente parcial para a resistência das seções transversais, com valor igual a 1 conforme a norma EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

O coeficiente de rigidez da alma do pilar ao cortante K_1 é determinado pela Equação (3.6).

$$K_1 = 0,38 \frac{A_{vc}}{\beta z} \quad (3.6)$$

onde:

β é o parâmetro de transformação;

z representa a distância até o centro de compressão.

3.4.2. Alma da coluna a compressão

A determinação da rigidez da alma da coluna sob compressão é realizada através da Equação (3.7).

$$K_2 = \frac{0,70 \cdot b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_c} \quad (3.7)$$

sendo:

$b_{eff,c,wc}$ refere-se à largura efetiva à compressão da coluna;

d_c representa a profundidade da alma da coluna;

t_{wc} é a largura da alma da viga.

3.4.3. Alma da coluna a tração

A componente K_3 , associada à alma da coluna submetida a esforço trativo, é calculada conforme a Equação (3.8)

$$K_3 = \frac{0,7 \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc}}{d_c} \quad (3.8)$$

onde:

$b_{eff,t,wc}$ representa a largura efetiva da coluna à tração.

3.4.4. Mesa da coluna à flexão

A componente K_4 está associada à mesa da coluna sob flexão, é calculada conforme a Equação (3.9)

$$K_4 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_{fc}^3}{m^3} \quad (3.9)$$

em que:

l_{eff} é o comprimento efetivo mínimo da fileira de parafusos;

t_{fc} é a espessura da mesa da coluna;

m é a distância entre o eixo do parafuso ao eixo do raio de curvatura do pilar.

3.4.5. Placa de extremidade à flexão

A componente K_5 referente à placa de extremidade sob flexão é determinada conforme a Equação (3.10).

$$K_5 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3}{m^3} \quad (3.10)$$

onde:

t_p representa a espessura da placa de extremidade onde os parafusos estão fixados.

3.4.6. Parafusos à tração

A componente K_{10} referente aos parafusos sob tração é determinada conforme a Equação (3.11).

$$K_{10} = \frac{1,6 \cdot A_s}{L_b} \quad (3.11)$$

sendo:

A_s é a área da seção transversal do parafuso;

L_b é a dimensão resultante da soma da distância total entra a cabeça e a porca do parafuso, acrescida de metade da espessura da cabeça e da porca.

3.4.7. Rigidez de ligações semirrígidas

De acordo com as diretrizes estabelecidas na Eurocode 3 (CEN, 2005), é possível calcular a rigidez das ligações semirrígidas. Para as estruturas que empregam esse tipo de ligação, a norma determina que esse valor seja calculado e integrado na análise estrutural. A rigidez da ligação é determinada pela combinação das rigidezes dos componentes, inicialmente associadas em série e, posteriormente, em paralelo, conforme apresentado na Figura 3.7.

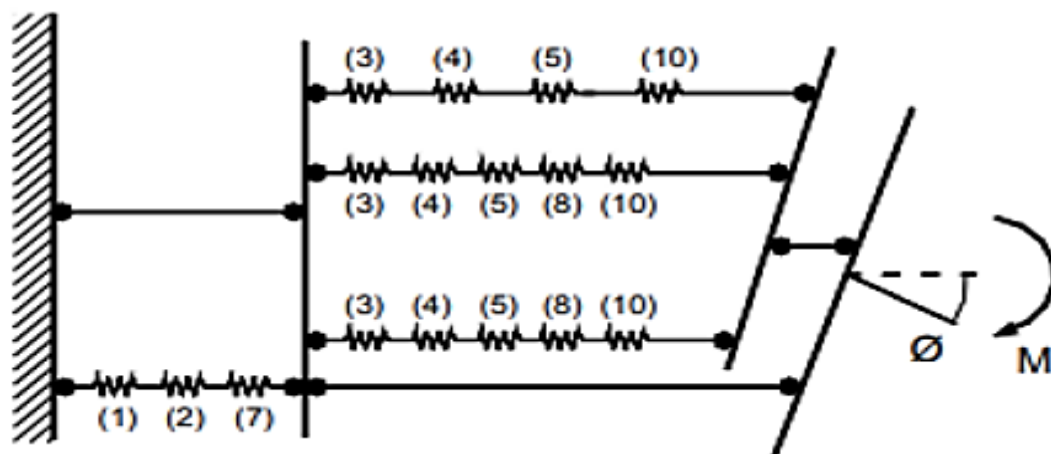


Figura 3.7. Componentes da ligação viga-coluna representado em molas (Lima, 2003).

A norma EN 1993-1-8 (CEN, 2005), parte do Eurocode 3 (2005), especifica a rigidez rotacional de uma ligação parafusada de chapa estendida com múltiplas fileiras por meio da Equação (3.12).

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_{eq}} \right)} \quad (3.12)$$

em que:

E representa o módulo de elasticidade do aço;

z corresponde ao braço de alavanca até o centro de compressão;

μ é a relação entre as rigidezes inicial (S_{ini}) e secante (S_j);

K_{eq} é a rigidez total equivalente das diferentes linhas de parafusos dispostas em paralelo, calculado segundo a Equação (3.13).

$$K_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}} \quad (3.13)$$

onde:

h_r é a distância entre a linha r de parafusos e o centro da zona comprimida;

z_{eq} é o braço de alavanca equivalente, determinado de acordo com a Equação (3.14).

$$z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r} \quad (3.14)$$

$k_{eff,r}$ é o coeficiente de rigidez efetiva da fileira r de parafusos, determinado conforme a Equação (3.15).

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_r \left(\frac{1}{K_{3,r}} + \frac{1}{K_{4,r}} + \frac{1}{K_{5,r}} + \frac{1}{K_{10,r}} \right)} \quad (3.15)$$

Os valores de $K_{3,r}$, $K_{4,r}$, $K_{5,r}$ e $K_{10,r}$ correspondem, respectivamente, aos valores de K_3 , K_4 , K_5 e K_{10} para a fileira r de parafusos.

3.4.8. Módulo de análise das ligações semirrígidas – Calc_LSR_MC

O módulo computacional Calc_LSR_MC destina-se à análise estrutural de ligações semirrígidas. Esse módulo baseou-se no programa Calc_US_MC (FALCÓN e MARTI, 2014) e foi, a princípio, criado segundo as orientações do Eurocode 3 – Anexo J (CEN, 1993). Posteriormente, o módulo foi atualizado conforme as diretrizes da norma EN 1993-1-8 (CEN, 2005).

Com essa base, na Etapa 0, o Calc_LSR_MC foi responsável por calcular a resistência ao momento e a rigidez rotacional das ligações, conforme as normas do Eurocode 3 (CEN, 2005). Em caráter complementar, a Etapa 0 oferece o armazenamento dos resultados advindos do cálculo da ligação, como também mostra e armazena os resultados e os parâmetros geométricos dos componentes da ligação, formando-se assim um banco de dados de ligações viga-coluna (BDD_LVC).

CAPÍTULO IV – ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS EM AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Neste capítulo, são abordadas a análise estrutural de pórticos de aço e a influência das ligações, conforme investigado neste estudo. É apresentado a abordagem não linear geométrica para a análise das barras com ligações semirrígidas. Essas considerações foram implementadas nos cálculos realizados para representar o comportamento estrutural.

4.1. Análise estrutural

No presente estudo, o módulo computacional utilizado para análise estrutural foi o programa CALFEM. Este *software*, fundamentado no Métodos Elementos Finitos (MEF), oferece recursos que permitem a integração com outros programas, a exemplo do MATLAB®, o qual foi empregado na implementação do módulo de otimização deste estudo.

4.2. Análise estrutural considerando ligações semirrígidas

Segundo Xu (2000), podem ser considerados dois métodos distintos para incorporar a flexibilidade das ligações nas extremidades de uma barra em uma rotina computacional de análise de pórticos. O primeiro método é introduzir “elementos de ligações” adicionais no modelo de ligações entre vigas e pilares diretamente na rotina computacional de análise de pórticos. No entanto, esta modelagem envolve um custo computacional elevado e requer modificações nos programas computacionais. O segundo método é modelar as ligações entre vigas e pilares como molas rotacionais com comprimento desprezível, inseridas nas extremidades das vigas, conforme apresentado na Figura 4.1. Este método é de fácil aplicação, não exige alto custo computacional e permite uma compreensão simplificada do comportamento da flexibilidade das ligações.



Figura 4.1. Barra com extremidades semirrígidas (Liu e Burns, 2003).

Esse método, conforme Chen (2000), pode ser aplicado em modelos de elementos finitos, permitindo representar a rigidez da ligação sem adicionar novos elementos ao modelo. A inclusão dessas molas altera a distribuição dos esforços internos, influenciando diretamente os momentos fletores ao longo das vigas. Sob a ação de uma carga distribuída, surgem momentos (M_1) e (M_2) nas extremidades, cujos valores podem ser determinados pelas Equação (4.0).

$$M_i = \frac{qL^2}{12} \left[\frac{3r_1(2 - r_2)}{4 - r_1r_2} \right] \quad \text{para } i = 1,2 \quad (4.0)$$

em que:

q é o valor da carga distribuída;

L é o comprimento da barra.

OS fatores de fixação na extremidade da barra, denotados por r_1 e r_2 , calculados segundo a Equação (4.1), foram empregado para refletir a rigidez relativa da barra e das ligações como molas rotacionais (Monforton e Wu, 1963 *apud* Xu, 2000).

$$r_i = -\frac{1}{1 + \frac{3EI}{S_{j,ini,i}L}} \quad \text{para } i = 1,2 \quad (4.1)$$

onde:

E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço;

L é o comprimento da barra;

$S_{j,ini,i}$ é a rigidez Inicial da ligação da extremidade i do elemento finito.

O segundo método, que consiste em modelar as ligações entre vigas e pilares como molas rotacionais de comprimento desprezível inseridas nas extremidades das vigas, foi o escolhido para o presente estudo devido à sua facilidade de implementação no CALFEM e ao seu baixo custo operacional.

4.3. Análise linear de barras com ligação semirrígidas

No modelo tradicional de análise de barras, a formulação do elemento finito do tipo barra é utilizada para representar vigas e colunas em pórticos planos com ligações rígidas. Nesse contexto, cada nó do modelo possui três graus de liberdade: deslocamento horizontal, deslocamento vertical e rotação, conforme apresentado na Figura 4.1. Considera-se na Equação (4.2) a matriz de rigidez S de um elemento finito com extremidades rigidamente ligadas. Essa matriz representa a relação entre forças e deslocamentos nodais, modelado dentro do contexto da análise de pórticos planos.

$$S = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Segundo (Chen, 2000), considerando-se a semirrigidez das ligações viga-coluna do pórtico, a matriz de rigidez S do elemento finito pode ser adaptada através da Equação (4.3).

$$K = S.C \quad (4.3)$$

Em que C é uma matriz de correção capaz de representar a rigidez das ligações viga-pilar, cujos elementos são calculados a partir dos valores das rigidezes rotacionais das molas nas extremidades da viga. No presente estudo, a matriz de correção C foi incorporada nas funções do CALFEM. A matriz C pode ser obtida através da Equação (4.4).

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e & f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & g \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

sendo:

$$a = \frac{4r_2 - 2r_1 + r_1r_2}{4 - r_1r_2} \quad (4.5)$$

$$b = \frac{-2Lr_1(1 - r_2)}{4 - r_1r_2} \quad (4.6)$$

$$c = \frac{6(r_1 - r_2)}{L(4 - r_1r_2)} \quad (4.7)$$

$$d = \frac{3r_1(2 - r_2)}{4 - r_1r_2} \quad (4.8)$$

$$e = \frac{4r_1 - 2r_2 + r_1r_2}{4 - r_1r_2} \quad (4.9)$$

Os valores de r_1 e r_2 são determinados pela aplicação da Equação (4.1).

A incorporação da matriz C ao programa CALFEM permitiu que os efeitos da semirrígidez fossem considerados diretamente na formulação do modelo, sem a necessidade de inserir elementos adicionais. Essa estratégia assegurou compatibilidade com o MEF e manteve o custo computacional reduzido, além de garantir fidelidade na representação do comportamento rotacional das ligações.

4.4. Análise não linear geométrica

A não linearidade geométrica surge da influência das cargas na configuração deformada de uma estrutura, como pode ser visto na Figura 4.2, ocasionando deslocamentos, deformações e mudanças na curvatura. Consideram-se dois tipos de não linearidade geométrica, a saber:

1. efeito P- Δ : resulta dos deslocamentos horizontais relativos nas extremidades das barras de uma estrutura, quando submetidas a carregamentos axiais, podendo gerar momentos fletores adicionais até que um novo equilíbrio seja atingido.

2. efeito $P-\delta$: surge na aplicação de cargas axiais de compressão em barras, causando deformação transversal e, por consequência, aumento no momento fletor nas seções transversais por conta da carga axial. Isso interfere na estabilidade individual das barras.

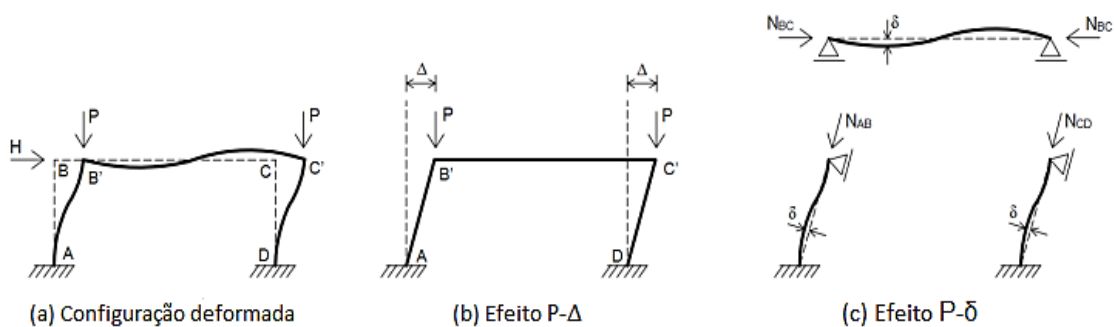


Figura 4.2. Efeito da não linearidade geométrica (Silvestre, 2007).

A consideração desses efeitos foi incorporada à formulação da matriz de rigidez total apresentada na próxima subseção, por meio da matriz geométrica G . Essa matriz captura a dependência da rigidez com relação ao esforço axial normal atuante, permitindo simular os efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$ de forma integrada ao modelo computacional. A inclusão desses efeitos permite para representar com maior realismo o comportamento dos pórticos planos de aço com ligações semirrígidas, especialmente nos casos em que a estrutura se deforma significativamente sob carregamento.

4.5. Análise não linear de barras considerando ligações semirrígidas

Adicionalmente, a matriz de rigidez de elemento viga plana com extremidades semirrígidas foi adaptada para consideração do comportamento não-linear geométrico da estrutura. Segundo Equação (4.10), são considerados os efeitos dos esforços normais (N) e a matriz de rigidez geométrica não linear do elemento (G) (Chen, 2000).

$$K = S.C + G \quad (4.10)$$

em que:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & G_{23} & 0 & G_{25} & G_{26} \\ 0 & G_{23} & G_{33} & 0 & G_{35} & G_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{25} & G_{35} & 0 & G_{55} & G_{56} \\ 0 & G_{26} & G_{36} & 0 & G_{65} & G_{66} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

sendo:

$$G_{22} = \frac{2N}{5L(4 - r_1 r_2)^2} (3r_1^2 r_2^2 + r_1^2 r_2 + r_1 r_2^2 + 8r_1^2 + 8r_2^2 - 34r_1 r_2) \quad (4.12)$$

$$G_{23} = \frac{N}{10(4 - r_1 r_2)^2} (3r_1^2 r_2^2 - 12r_1^2 r_2 + 16r_1 r_2^2 - 28r_1 r_2 + 32r_1^2) \quad (4.13)$$

$$G_{33} = \frac{2NL}{5(4 - r_1 r_2)^2} (2r_1^2 r_2^2 - 7r_1^2 r_2 + 8r_1^2) \quad (4.14)$$

$$G_{36} = \frac{-NL}{10(4 - r_1 r_2)^2} (7r_1^2 r_2^2 - 16r_1^2 r_2 - 16r_1 r_2^2 + 28r_1 r_2) \quad (4.15)$$

$$G_{26} = \frac{N}{10(4 - r_1 r_2)^2} (r_1^2 r_2^2 - 16r_1^2 r_2 - 12r_1 r_2^2 - 28r_1 r_2 + 32r_2^2) \quad (4.16)$$

$$G_{66} = \frac{2NL}{5(4 - r_1 r_2)^2} (2r_1^2 r_2^2 - 7r_1 r_2^2 + 8r_2^2) \quad (4.17)$$

$$G_{55} = G_{22} \quad (4.18)$$

$$G_{25} = -G_{22} \quad (4.19)$$

$$G_{35} = -G_{23} \quad (4.20)$$

$$G_{56} = -G_{26} \quad (4.21)$$

considerando que:

L é o comprimento do elemento finito;

N é o esforço normal aplicado ao elemento finito;

r_1 e r_2 são determinados de acordo com a Equação (4.1).

Esta formulação permite que o modelo considere os efeitos de segunda ordem, como P- Δ e P- δ , que são tratados na subseção 4.4.

A implementação deste modelo no CALFEM possibilitou a análise de pórticos planos com ligações semirrígidas submetidos a grandes deslocamentos, considerando, simultaneamente, a rigidez rotacional das ligações e a interação entre esforço axial e flexão. Com isso, tornou-se possível avaliar a resposta estrutural com maior precisão, sobretudo em situações mais delicadas, como estruturas de aço de múltiplos pavimentos não contraventadas.

CAPÍTULO V – DIMENSIONAMENTO DE PÓRTICOS EM AÇO

O dimensionamento de um pórtico requer cálculo dos esforços resistentes em cada perfil da estrutura e dos deslocamentos nos nós. Neste capítulo, serão fornecidas as fórmulas utilizadas para verificar esses esforços resistentes, considerando a resistência em relação às flambagens global e local, além dos deslocamentos permitidos pela estrutura. Esses cálculos seguem as diretrizes da NBR 8800 (ABNT, 2008).

5.1. Dimensionamento de barras de aço à compressão axial

Conforme estipulado na norma NBR 8800 (ABNT, 2008), o dimensionamento das barras sujeitas à compressão axial deve satisfazer a condição da Equação (5.0):

$$N_{sd} \leq N_{rd} \quad (5.0)$$

em que N_{sd} representa a força axial de compressão solicitante de cálculo e N_{rd} a força axial resistente de cálculo. A força axial resistente de cálculo para uma barra, tendo em vista os ELUs de instabilidade por flexão, torção ou flexo-torção e flambagem local, está representada na Equação (5.1).

$$N_{rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.1)$$

Nesta equação, Q representa o fator de redução associado à flambagem local, A_g denota a área bruta da seção transversal do componente, γ_{a1} é o coeficiente de segurança (1,10) e f_y refere-se à tensão resistente de escoamento do aço.

As Equações (5.2) e (5.3) são utilizadas para calcular o fator de redução relacionado à resistência à compressão, devido a flambagem global das barras, representado por χ . Para $\lambda_o \leq 1,5$, tem-se a Equação (5.2):

$$\chi = 0,658^{\lambda_o^2} \quad (5.2)$$

Já para $\lambda_o > 1,5$, usa-se a Equação (5.3):

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_o^2} \quad (5.3)$$

Na Equação (5.4), λ_o é dado por:

$$\lambda_o = \frac{KL}{i} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} \quad (5.4)$$

sendo, i é o raio de giração da seção transversal em relação ao eixo de flambagem, enquanto K representa o coeficiente de flambagem. O cálculo desse coeficiente pode ser feito, como e apresentado na subseção 5.2.

5.2. Determinação do coeficiente de flambagem K

A NBR 8800 (ABNT, 2008) apresenta uma tabela que contém os valores do coeficiente de flambagem (K) para elementos isolados, conforme apresentado na Figura 5.1. Nota-se, contudo, que a referida norma não contempla os valores de K para elementos inseridos em sistemas estruturais do tipo pórtico. Nesses casos, o comprimento efetivo pode ser determinado por meio de uma análise específica de estabilidade estrutural.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

Figura 5.1. Valores do coeficiente de Flambagem (NBR 8800, 2008).

Neste estudo, adotou-se o Método de Alinhamento de Quadro, proposto por Duan e Chen (1999), que oferece uma estimativa aproximada do fator K . Esta metodologia opera por meio de uma série de pressupostos que permitem estudar o comportamento de cada coluna e pavimento de forma isolada dos demais, tal como apresentado na Figura 5.2. As premissas centrais incluem a igualdade das rotações nas duas extremidades de cada viga (θ_a e θ_b representam os ângulos de rotação das ligações), a ocorrência simultânea da perda de estabilidade de todas as colunas do pórtico e a consideração de que as ligações entre vigas e colunas são rígidas.

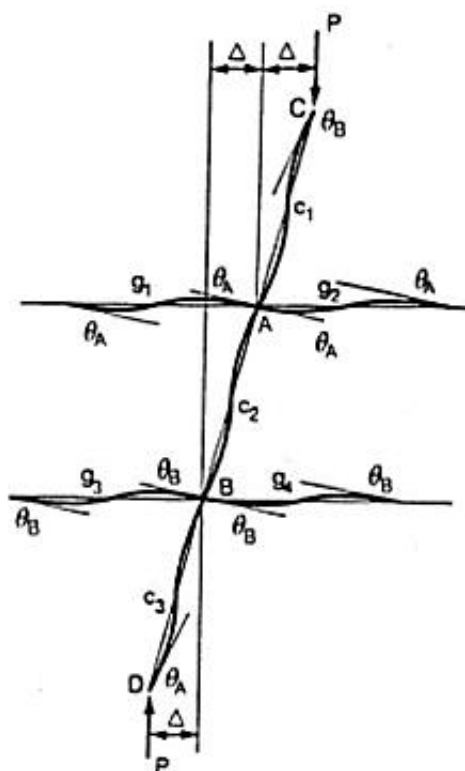


Figura 5.2. Modelo do método de alinhamento de quadro (Duan e Chen, 1999).

O valor do coeficiente de flambagem K é obtido utilizando-se a fórmula de aproximação, representada na Equação (5.5):

$$K = \sqrt{\frac{1,6G_aG_b + 4(G_a + G_b) + 7,5}{G_a + G_b + 7,5}} \quad (5.5)$$

em que as das relações de rigidez entre colunas e vigas nas extremidades A e B são representadas por G_a e G_b , respectivamente. Ademais, tem-se a Equação (5.6):

$$G_{nó} = \frac{\sum \left(\frac{E_c I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{E_v I_v}{L_v} \right)} \quad (5.6)$$

Nos apoios engastados, isto é, nas ligações entre pilares e fundação, o valor de G é fixado em 1. Usa-se o símbolo \sum para agregar todos os elementos que estão conectados de modo rígido às ligações no plano de flambagem da coluna sob análise, com os subíndices c e v denotando colunas e vigas.

Em se tratando de ligações, as Equações (5.5) e (5.6) podem ser empregadas com ajustes para considerar a semirrígidez da ligação viga-coluna, contemplando-se também a possibilidade de variação nas rotações dos nós. Na Figura 5.3, ilustra-se o efeito da introdução de elementos elásticos (molas) nas extremidades das vigas, influenciando tanto o momento quanto a rotação da estrutura.

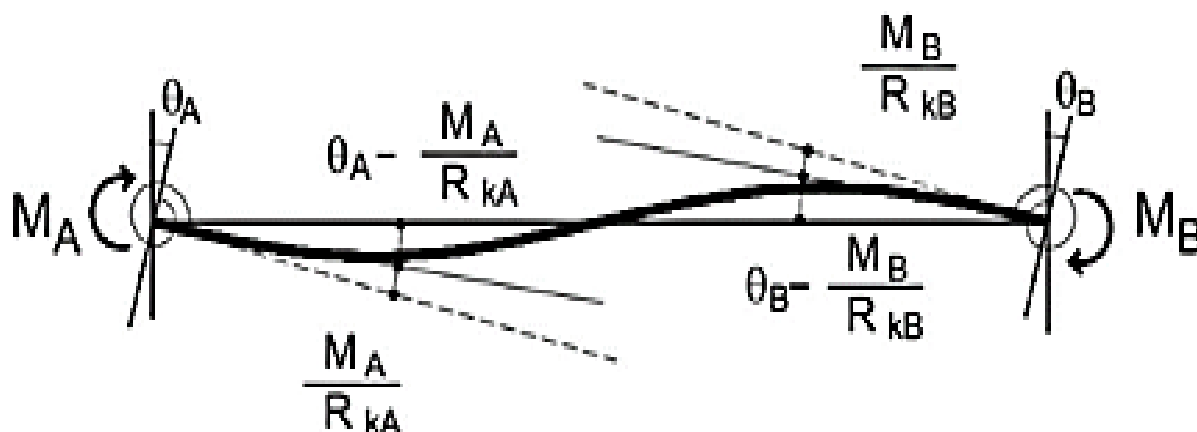


Figura 5.3. Viga com molas nas extremidades (Oliveira, 2019).

A Equação (5.5), para o comprimento de flambagem, permanece a mesma. Todavia, altera-se a relação de rigidez na Equação (5.6), multiplicando-se o denominador por um coeficiente α_k . Já a Equação (5.7) representa as relações de rigidez de colunas e vigas nas extremidades A e B, simbolizadas por G_a e G_b , respectivamente.

$$G_{nó} = \frac{\sum \left(\frac{E_c I_c}{L_c} \right)}{\sum \alpha_k \left(\frac{E_v I_v}{L_v} \right)}$$

O coeficiente α_k é calculado com base nas expressões apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Coeficiente α_k (Kishi *et al.* 1997).

Extremidade A	Extremidade B	Coeficiente α_k
Engaste	Engaste	1
Engaste	Rótula	$\frac{1}{2}$
Engaste	Semirrígida	$\frac{\left(1 + \frac{2EI_v}{L_v R_{kb}}\right)}{\left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{kb}}\right)}$
Semirrígida	Engaste	$\frac{1}{\left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{kb}}\right)}$
Semirrígida	Rótula	$\frac{\frac{1}{2}}{\left(1 + \frac{3EI_v}{L_v R_{kb}}\right)}$
Semirrígida	Semirrígida	$\frac{\left(1 + \frac{2EI_b}{L_v R_{kb}}\right)}{R^*}$

Na Tabela 5.1, tem-se:

$$R^* = \left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{ka}}\right) \left(1 + \frac{4EI_v}{L_v R_{kb}}\right) - \left(\frac{EI_v}{L_v}\right)^2 \left(\frac{4}{R_{ka} R_{kb}}\right) \quad (5.8)$$

A norma NBR 8800 (ABNT, 2008) permite simplificar cálculos usando $K = 1,0$ na análise de estabilidade de estruturas. Porém, é preciso realizar uma análise elástica com considerações de não linearidade geométrica para determinar os esforços internos. Desta forma, nesta pesquisa, foi considerado o valor de $K = 1$ para todos os modelos com ligação viga-coluna.

5.3. Flambagem local de elementos axialmente comprimidos

Nos modelos usuais de seções, os elementos são tratados como placas, distinguindo-se em enrijecidas (AA) e não enrijecidas (AL). Para que os componentes comprimidos axialmente sejam considerados efetivos, suas abas e a alma devem respeitar os limites de flambagem local apresentados Figura 5.4.

Caso contrário, o fator de redução Q é determinado pela Equação (5.9), levando em consideração os fatores Q_a e Q_s , que abarcam a rigidez dos componentes do perfil.

$$Q = Q_a * Q_s \quad (5.9)$$

Vale notar que Q_a e Q_b são parâmetros que refletem a rigidez dos componentes do perfil. Esses fatores atuam na análise e no projeto de estruturas, pois dialogam com a capacidade de carga e a estabilidade desses componentes.

Elementos	Grupo	Descrição dos elementos	Alguns exemplos com indicação de b e t	$(b/t)_{lim}$
AA	1	<ul style="list-style-type: none"> Mesas ou almas de seções tubulares retangulares Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas 		$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	2	<ul style="list-style-type: none"> Almas de seções I, H ou U Mesas ou almas de seção-caixão Todos os demais elementos que não integram o Grupo 1 		$1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
AL	3	Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas de travessamento		$0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	4	<ul style="list-style-type: none"> Mesas de seções I, H, T ou U laminadas Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas Chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas 		$0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	5	Mesas de seções I, H, T ou U soldadas ^a		$0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y / k_c)}}$
	6	Almas de seções T		$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Figura 5.4. Limite de Esbeltez segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).

5.4. Elemento comprimido AA

Para elementos com componentes AA, o valor limite de esbeltez da alma dos perfis laminados utilizados neste projeto é determinado pela equação (5.10).

$$\frac{b}{t} \leq 1,49 * \sqrt{\frac{E}{fy}} \quad (5.10)$$

em que:

b é a largura do elemento AA sob compressão;

t é a espessura do elemento AA sob compressão.

Caso a relação largura-espessura ultrapasse o valor limite, o fator de redução Q_a das seções transversais com elementos comprimidos AA é definido conforme Equação (5.11).

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (5.11)$$

Nesta equação, A_g representa a área bruta e A_{ef} , a área efetiva da seção transversal, que é dada pela Equação (5.12).

$$A_{ef} = A_g - \Sigma(b - b_{ef}) * f \quad (5.12)$$

sendo:

b_{ef} é a largura efetiva do elemento comprimido AA;

t é a espessura.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), calcula-se a largura efetiva dos elementos AA por meio de um somatório que se estende a todos esses elementos, representado na Equação (5.13).

$$b_{ef} = 1,92 * t * \sqrt{\frac{E}{\sigma} \left[1 - \frac{c_a}{\frac{b}{t}} \right]} \leq b \quad (5.13)$$

O coeficiente c_a é igual a 0,34, e σ representa a tensão que atua no elemento analisado, encontrando-se na Equação (5.14):

$$\sigma = X \cdot f_y \quad (5.14)$$

Logo, este procedimento destaca-se por avaliar a largura efetiva dos elementos e garantir a conformidade com os requisitos de projeto e a segurança estrutural estabelecidos pela norma.

5.5. Elemento comprimido AL

As chapas que possuem uma extremidade apoiada e outra livre (AL), e não contam com enrijecedores, têm valores específicos de Q_s a serem utilizados nas mesas ou nos flanges dos perfis laminados. Tais valores pertencem ao grupo 4, representado na Figura 5.4. O limite de esbelteza para essas chapas é calculado de acordo com a Equação (5.15).

$$\frac{b}{t} \leq 0,56 * \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.15)$$

Caso atenda as condições, usa-se a Equação (5.16):

$$Q_s = 1,415 - 0,74 * \frac{b}{t} * \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (5.16)$$

Caso não atenda, usa-se a Equação (5.17):

$$Q_s = \frac{0,69E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (5.17)$$

Estas equações são utilizadas para determinar os limites de esbelteza das chapas e calcular o parâmetro Q_s , com base nos critérios de segurança e no projeto estabelecidos pela norma.

5.6. Momento resistente

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), o dimensionamento de barras submetidas à flexão deve assegurar que o momento solicitante de cálculo (M_{sd}) não ultrapasse o momento resistente de cálculo (M_{rd}), sendo este determinado a partir dos estados-limites últimos de flambagem lateral por torção (FLT), flambagem local

da mesa (FLM) e flambagem local da alma (FLA). Ainda que, para barras contidas lateralmente, a verificação de FLT possa ser desconsiderada, neste trabalho optou-se por expor e calcular também essa condição, de modo a apresentar de forma completa as expressões normativas que regem o dimensionamento à flexão em perfis I e H laminados. A norma classifica as seções em compactas, semi-compactas ou esbeltas conforme a esbelteza relativa da mesa e da alma, definindo equações específicas para cada situação.

Assim, os momentos resistentes de cálculo para FLT, FLM e FLA são obtidos pelas seguintes equações:

- Flambagem lateral com torção

$$M_{Rd} = \begin{cases} \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, & \lambda \leq \lambda_p \\ \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_p}{\gamma_{a1}}, & \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \\ \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_p - \frac{M_p - M_r}{\lambda_r - \lambda_p} (\lambda - \lambda_p) \right] \leq \frac{M_p}{\gamma_{a1}}, & \lambda \leq \lambda_r \end{cases} \quad (5.18)$$

- Flambagem local da mesa (FLM):

$$M_{Rd} = \begin{cases} \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, & \lambda \leq \lambda_p \\ \frac{M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}}{\gamma_{a1}}, & \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \\ \frac{M_r}{\gamma_{a1}}, & \lambda > \lambda_r \end{cases} \quad (5.19)$$

- Flambagem local da Alma (FLA):

$$M_{Rd} = \begin{cases} \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, & \lambda \leq \lambda_p \\ \frac{M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}}{\gamma_{a1}}, & \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \\ \frac{M_r}{\gamma_{a1}}, & \lambda > \lambda_r \end{cases} \quad (5.20)$$

onde:

C_b é o fator de correção de momento não-uniforme;

M_{pl} é o momento plástico;

M_r é o momento resistente;

M_{cr} é o momento elástico;

λ é a esbeltez da mesa (FLM) ou da alma (FLA);

λ_p é o limite de esbeltez de plastificação;

λ_r é o limite de esbeltez de correspondente ao início do escoamento.

5.7. Flexo-compressão

A NBR 8800 (ABNT, 2008) define que as colunas podem apresentar imperfeições construtivas. Desse modo, as cargas aplicadas podem ter alguma excentricidade, o que resulta em esforços combinados de flexo-compressão. Para esses casos, a norma estabelece equações de iteração que devem ser verificadas, a exemplo de (5.21) e (5.22).

$$\text{para } \frac{N_{sd}}{N_{rd}} \geq 0,2 \quad \frac{N_{sd}}{N_{rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{sd,x}}{M_{rd,x}} + \frac{M_{sd,y}}{M_{rd,y}} \right) \leq 1 \quad (5.21)$$

$$\text{para } \frac{N_{sd}}{N_{rd}} < 0,2 \quad \frac{N_{sd}}{2N_{rd}} + \left(\frac{M_{sd,x}}{M_{rd,x}} + \frac{M_{sd,y}}{M_{rd,y}} \right) \leq 1 \quad (5.22)$$

em que:

N_{sd} é o esforço axial solicitante de projeto, que pode ser de tração ou compressão;

N_{rd} é o esforço axial resistente de projeto, que pode ser de tração ou compressão;

$M_{sd,x}$ é o momento fletor solicitante de projeto ao longo do eixo x;

$M_{sd,y}$ é o momento fletor solicitante de projeto ao longo do eixo y;

N_{rd} são os esforços resistentes axiais;

$M_{rd,x}$ é o momento resistente ao longo do eixo x.

$M_{rd,y}$ é o momento resistente ao longo do eixo y.

Convém observar que os momentos $M_{sd,y}$ e $M_{rd,y}$ são igualmente zero, uma vez que o pórtico é plano.

5.8. Deslocamento da estrutura

Avaliam-se os deslocamentos da estrutura no ELS para garantir seu correto funcionamento. A norma NBR 8800 (ABNT, 2008), nesse caso, define limites para deslocamentos verticais, conforme demonstrado na Figura 5.5, chamados de flechas em vigas, e deslocamentos laterais em pilares.

Descrição	δ^a
- Travessas de fechamento	$L/180^b$
	$L/120^{c,d}$
- Terças de cobertura ^{g)}	$L/180^e$
	$L/120^f$
- Vigas de cobertura ^{g)}	$L/250^h$
- Vigas de piso	$L/350^h$
- Vigas que suportam pilares	$L/500^h$
Vigas de rolamento: ^{l)}	
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN	$L/600^i$
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas	$L/800^i$
- Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN	$L/1000^i$
- Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas	$L/400$
- Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas	$L/600$
Galpões em geral e edifícios de um pavimento:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/300$
- Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base	$H/400^{k,l}$
Edifícios de dois ou mais pavimentos:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/400$
- Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos	$h/500^m$

Figura 5.5. Deslocamento máximo, segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).

A limitação de deslocamentos evita flechas elevadas, vibrações e trincas em componentes sensíveis, a exemplo de divisórias e caixilharias. Tais movimentos podem ocasionar desconforto e percepção de insegurança, além de incômodo no uso das estruturas. Assim, adotam-se limites de deslocamento vertical e horizontal segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008).

CAPÍTULO VI – OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo, são apresentadas as etapas de formulação do problema de otimização, as técnicas aplicadas e a justificativa para a escolha do método dos Algoritmos Genéticos (AG), incluindo os parâmetros de configuração empregados no MATLAB®.

6.1. Formulação do problema de otimização

No tocante à otimização, a formulação inicial de um problema relativo a essa área é necessária para se obterem resultados confiáveis. Erros nessa etapa, como definir de forma incorreta a função objetivo ou negligenciar restrições, podem gerar resultados incoerentes ou a incapacidade de encontrar soluções ótimas. Arora (2012) propõe um método em cinco fases para orientar a formulação adequada em uma variedade de problemas de otimização, conforme a Tabela 6.1.

Tabela 6.1. Fases de um algoritmo de otimização.

Fase	Descrição
1.	Descrição do projeto ou problema;
2.	Coleta de dados e informações;
3.	Definição das variáveis do projeto;
4.	Estabelecimento do critério de otimização;
5.	Formulação das restrições.

No presente estudo, a função objetivo buscou minimizar o custo total da estrutura, expresso em termos do peso dos perfis e das ligações. Essa função é avaliada considerando simultaneamente restrições normativas da NBR 8800 (ABNT, 2008) e construtivas. O modelo matemático do problema pode ser representado pelas Equações (6.0) a (6.5).

minimizar:

$$f(x) \tag{6.0}$$

sujeito a:

$$h_i = 0 \quad (6.1)$$

$$g_i \leq 0 \quad (6.2)$$

com as restrições sobre as variáveis de projeto:

$$[x_l] \leq [x] \leq [x_u] \quad (6.3)$$

onde:

$f(x)$ – Função objetivo;

$h_i(x)$ – Restrições de igualdade;

$g_j(x)$ – Restrições de desigualdade;

x – Vetor que abrange as variáveis de projeto;

x_l – Vetor que inclui os limites inferiores das variáveis de projeto;

x_u – Vetor que inclui os limites superiores das variáveis de projeto.

6.2. Otimização estrutural

A otimização estrutural permite encontrar a melhor configuração de uma estrutura considerando variáveis como geometria, propriedades dos materiais, cargas e restrições normativas (Penadés-plà *et al.*, 2019). Os métodos podem ser:

- Determinísticos: baseados em soluções analíticas ou numéricas exatas;
- Heurísticos: voltados para problemas complexos, com variáveis discretas e múltiplos mínimos locais;
- Meta-heurísticos: abordagens mais avançadas para escapar de soluções subótimas.

6.3. Características do problema e justificativa para o AG

No caso do dimensionamento ótimo de pórticos de aço, a presença simultânea de variáveis discretas e contínuas, restrições múltiplas e funções objetivo não deriváveis torna as abordagens determinísticas menos eficientes. Assim, recorre-se a métodos heurísticos e meta-heurísticos que oferecem maior flexibilidade.

- Múltiplas variáveis (perfil viga, perfil coluna e rigidez rotacional);

- Restrições lineares;
- Função objetivo descontínua: o peso total da estrutura não é representado por função analítica contínua;
- Presença de múltiplos mínimos locais.

Nesse contexto, optou-se pela utilização do Algoritmo Genético (AG), por sua capacidade de explorar eficientemente espaços de busca complexos e por não precisar da derivada da função objetivo e as restrições de projeto. A escolha também se justifica pelo fato de o AG ser amplamente aplicado em problemas estruturais discretos e não lineares, como o dimensionamento ótimo de pórticos metálicos.

6.4. Algoritmos genéticos

O Algoritmo Genético possibilita a busca por uma solução ótima através do melhoramento de diversas populações de indivíduos candidatos a solução. Esse processo envolve a aplicação de uma série de operações genéticas, tais como seleção, cruzamento e mutação à população atual. Isso faz com que a população evolua de maneira gradual até um estado que contenha ou se aproxime da solução ideal.

O algoritmo desenvolveu-se com base na teoria da evolução natural de Darwin e tem encontrado aplicações diversas, sendo utilizado em campos como otimização, processamento de sinais e aprendizado de máquina. No entanto, uma vez que o Algoritmo Genético é aplicado a produtos complexos de montagem, com muitas peças, ele pode enfrentar desafios, como a dificuldade de encontrar a solução ideal de forma rápida, o que afeta, assim, a qualidade da resposta (Liu *et al.*, 2023).

Cabe comentar que não se pode garantir a obtenção dos valores mínimos globais com o uso do Algoritmo Genético nem assegurar a replicabilidade dos resultados. Portanto, é necessário que o código seja reproduzido diversas vezes e que os algoritmos sejam configurados de modo adequado (Arora, 2012).

6.5. Terminologia

Os AGs, conforme pontuado, inspiraram-se nos processos biológicos, o que resulta em uma gama de termos da Biologia sendo utilizados na literatura de

Algoritmos Genéticos. Nesse sentido, apresenta-se, a seguir, a Tabela 6.2 com os principais termos empregados nessa área e seus respectivos significados.

Tabela 6.2. Terminologias do Algoritmo Genético.

Terminologia	Biologia	Algoritmo Genético
Cromossomo e genoma	O conceito de “genoma” abrange todos os genes de um organismo que podem estar distribuídos em diversos cromossomos.	Os genes consistem em estrutura de dados para codificar soluções de problemas. Em resumo, um cromossomo ou um genoma em AG representa uma única possibilidade dentro do espaço de busca.
Gene	É a unidade de hereditariedade que controla as características de um organismo.	O parâmetro é codificado no cromossomo e determina as características da solução.
Indivíduo	Um indivíduo é um membro de uma população.	Ele é composto por seu cromossomo, que contém informações genéticas, e sua aptidão, medida que indica quão bem ele se adapta ou resolve um problema específico.
Alelo	Configura uma das formas alternativas de um gene.	Refere-se aos valores que um gene pode assumir, como opções de cor de um objeto ou outros detalhes.
Geração	-	Significa a iteração atual do algoritmo. Cada geração envolve a reprodução e a seleção de indivíduos em busca de uma solução otimizada.
Espaço de busca	-	É a região que contém todas as soluções possíveis ou viáveis para um problema a ser otimizado. As funções de restrição definem as soluções viáveis e ajudam a delimitar a busca para encontrar a solução ótima.

Esses termos biológicos ajudam na compreensão e na aplicação dos Algoritmos Genéticos em problemas de otimização e são importantes para a linguagem e a terminologia específicas deste estudo.

6.6. Método de execução

O método de execução dos Algoritmos Genéticos (AG) pode ser visualmente representado por meio de um fluxograma (Figura 6.1), que esquematiza as etapas fundamentais do processo. Neste contexto estrutural particular, os indivíduos da população não representam seres vivos, mas configurações de pórticos de aço, com diferentes combinações de perfis e rigidezes.

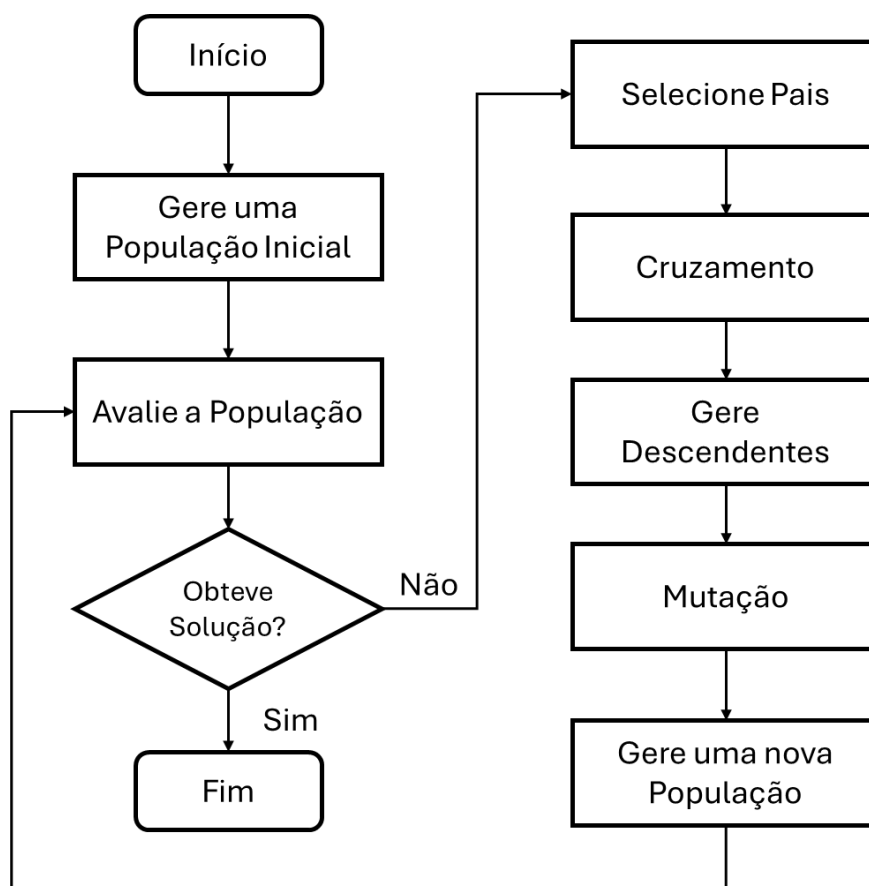


Figura 6.1. Fluxograma do funcionamento do Algoritmo Genético (Alves, 2013).

O procedimento segue os passos abaixo:

- Inicialização da população: Gera-se um conjunto inicial de pórticos candidatos, cujos perfis e ligações são definidos aleatoriamente dentro dos limites do problema;
- Avaliação de aptidão: Cada pórtico é analisado para determinar sua qualidade, atribuindo uma nota a cada pórtico;
- Seleção: As configurações mais promissoras são selecionadas para compor a próxima geração, com base em sua aptidão estrutural e de custo;
- Cruzamento e mutação: As combinações dos perfis e ligações dos pórticos selecionados são recombinadas e, sob efeito da mutação, criam-se novas alternativas estruturais.
- Formação de novos descendentes: Parte das melhores configurações (elitismo) é mantida para garantir convergência, enquanto os novos pórticos gerados substituem os menos aptos.

- Critério de parada: O algoritmo repete o ciclo até alcançar um número máximo de gerações, ou até que a melhora entre gerações se torne insignificante.

Essa abordagem iterativa permite a evolução progressiva das configurações de pórticos, aproximando-se de soluções com menor custo estrutural e desempenho mecânico satisfatório.

6.7. Operadores Genéticos

Os operadores genéticos atuam na transformação de uma população ao longo das gerações. Essas mudanças são orientadas no sentido de aproximar cada vez mais os indivíduos da solução ótima, possibilitando, assim, a evolução das populações a cada nova geração.

Os operadores genéticos podem ser categorizados em diferentes classes, quais sejam: inicialização, função de aptidão, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização. Entre elas, a seleção, o cruzamento e a mutação são as que se destacam, pois conduzem a população em direção à melhor solução do problema. Tais categorias trabalham em conjunto para garantir que os indivíduos mais adequados sejam escolhidos e combinados de maneiras dinâmicas, ao passo que introduzem novas variações, permitindo que a procura pela solução ótima continue se refinando e avançando.

Na próxima subseção, serão apresentados os parâmetros específicos utilizados, incluindo a função de aptidão, os métodos de seleção, mutação e elitismo, explicando a influência de cada um no funcionamento do algoritmo.

6.7.1. Iniciação

É determinado o número de membros na população inicial. Entretanto, os indivíduos que compõem essa população no processo evolutivo são selecionados, de forma aleatória, dentro do espaço de busca das variáveis. Tendo em vista as restrições do problema em exame, é preciso analisar a população inicial para identificar quantos indivíduos não atendem a essas restrições. Com base nisso,

geram-se outros indivíduos, de sorte a assegurar que todos os membros da população estejam dentro das restrições.

6.7.2. Função Aptidão

Em problemas de otimização convém avaliar a qualidade de uma solução (indivíduo), a fim de determinar se ela contribuirá para resolver o problema. Essa avaliação é executada pela função de aptidão. Tal operação atribui uma pontuação a cada indivíduo, de acordo com o problema. Essa pontuação é, posteriormente, utilizada no operador genético de seleção.

A função de aptidão é o elo entre o Algoritmo Genético e o problema sob análise. Ela é única para cada problema. Sua função é, portanto, excluir os indivíduos que não se ajustam às restrições estabelecidas e atribuir uma pontuação aos que atendem a todas as restrições do projeto.

6.7.3. Seleção

No processo de um Algoritmo Genético, a cada início de iteração, é preciso empregar um operador de seleção que escolhe os indivíduos específicos da população. Os indivíduos selecionados agem como as sementes para a geração subsequente. A probabilidade de um indivíduo ser escolhido não é aleatória, mas sim atrelada à sua aptidão. Em outras palavras, aqueles que se mostram mais aptos, que se encaixam melhor na solução desejada, têm maior chance de serem selecionados. É uma parte delicada do processo, refletindo a seleção natural, na qual os mais aptos prevalecem (Liu *et al.*, 2023).

6.7.4. Cruzamento

Os AGs utilizam diferentes métodos de *crossover* para combinar informações genéticas dos pais e gerar descendentes. Alguns tipos comuns incluem “um” ponto, “n” pontos e uniforme. O método “um” ponto, apresentado na Figura 6.2 seleciona um ponto de cruzamento aleatório e troca informações genéticas a partir dele. Já o método “n” pontos seleciona, de maneira aleatória, vários pontos de corte e troca as seções entre esses pontos e os pais. Por fim, o método uniforme cria uma máscara

de bits arbitrária para misturar, também de modo aleatório, as características genéticas dos pais nos filhos. Esses métodos são usados para criar variação genética e melhorar a busca por soluções ótimas.

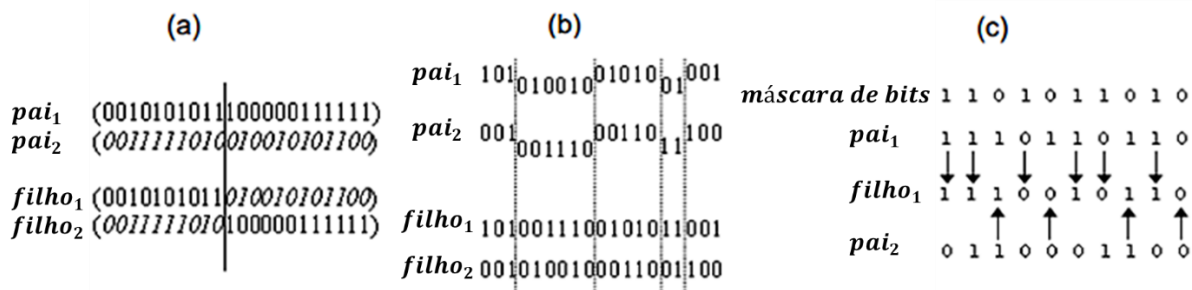


Figura 6.2. Cruzamento (Lacerda e Carvalho, 1999).

6.7.5. Mutação

Em síntese, o operador de mutação é uma técnica nos Algoritmos Genéticos que age como uma ferramenta que introduz pequenas alterações aleatórias no material genético da prole (Liu *et al.*, 2023).

6.7.6. Atualização

Na fase de atualização, a geração anterior dá lugar a uma nova, composta por indivíduos mais bem adaptados e por variações introduzidas por mutações genéticas. Durante essa etapa, parte da população original convive com a nova geração, movimento conhecido como “elitismo”. Apenas uma pequena porcentagem de indivíduos avança para a próxima geração, a fim de evitar progresso rápido em direção a uma solução específica.

6.7.7. Elitismo

De acordo com Liden (2012), o conceito de elitismo envolve escolher os indivíduos mais destacados de cada geração para que eles não sejam “descartados” junto com a geração atual. Em vez disso, esses indivíduos têm permissão para progredirem para a próxima geração, assegurando-se, desse modo, que suas composições genéticas sejam preservadas. Este procedimento contribui para a

conservação dos padrões genéticos que levaram às melhores avaliações dentro da população.

6.7.8. Finalização

O operador de término decide se o Algoritmo Genético avançará para criar uma população. Tal decisão ancora-se na avaliação de critérios de parada ou tolerância, e essa condição pode adotar diversas formas. Neste sentido, pode envolver a quantidade de gerações produzidas ou, até mesmo, a proximidade com os valores de aptidão entre os indivíduos.

6.8. Parâmetros de configuração do algoritmo genético no MATLAB®

A definição adequada dos parâmetros do Algoritmo Genético (AG) exerce influência significativa sobre a convergência das soluções, o tamanho da população e a qualidade dos resultados obtidos. Na Tabela 6.3, são apresentados os principais parâmetros adotados no presente estudo, acompanhados de suas respectivas funções no processo de otimização estrutural. A seleção desses parâmetros foi fundamentada nas recomendações metodológicas do MATLAB® *Toolbox Global Optimization*.

Tabela 6.3. Parâmetros principais do algoritmo genético e suas funções.

Parâmetro	Descrição e função
<i>PopulationSize</i>	Define o número de indivíduos em cada geração. Um tamanho maior aumenta a diversidade da busca, enquanto um menor reduz o tempo de execução.
<i>EliteCount</i>	Número de melhores indivíduos preservados de uma geração para a próxima.
<i>MaxGenerations</i>	Número máximo de gerações antes de finalizar o algoritmo. Define a quantidade de iterações permitidas para encontrar a melhor solução.
<i>CrossoverFraction</i>	Percentual da população gerado por recombinação genética. Um valor alto aumenta a diversidade das soluções.
<i>StallGenLimit</i>	Número de gerações consecutivas sem melhoria antes da interrupção do algoritmo. Evita execuções desnecessárias quando a convergência é alcançada.
<i>InitialPenalty</i>	Penalidade inicial aplicada a soluções inviáveis.
<i>PenaltyFactor</i>	Fator de penalização para restrições violadas. Reduz a chance de seleção de soluções não factíveis.

Parâmetros mal ajustados podem conduzir a soluções subótimas, estagnação prematura do algoritmo ou tempos excessivos de processamento. Dessa forma, a calibração criteriosa do AG contribui para a robustez do processo de otimização e para a obtenção de configurações estruturais mais eficientes e realistas.

CAPÍTULO VII – MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A modelagem computacional utilizada no presente estudo foi dividida em três etapas: Etapa 0, Etapa 1 e Etapa 2. O fluxograma da Figura 7.1 apresenta, de forma sequencial, essas três fases principais.

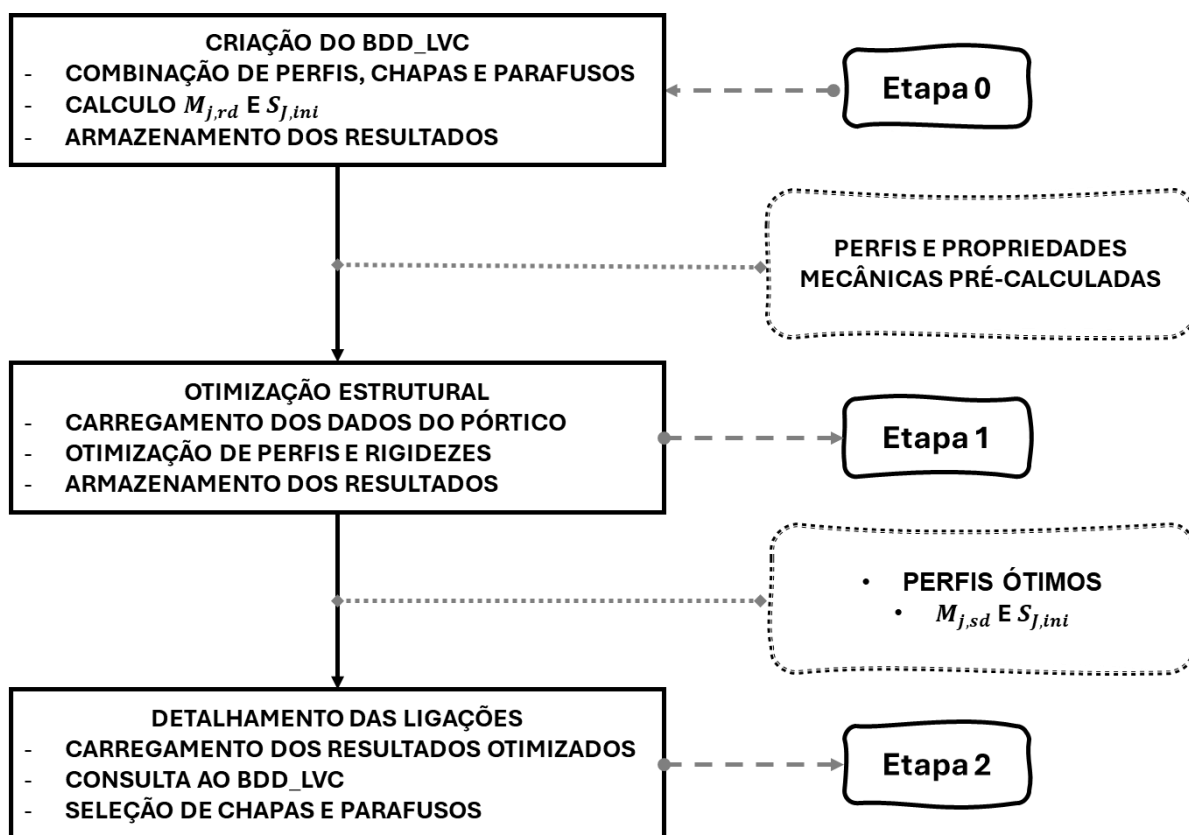


Figura 7.1. Etapas de processamento computacional.

Além disso, é discutida a validação dos programas Calc_LSR_MC e CALFEM, com o objetivo de garantir a confiabilidade dos resultados computacionais.

7.1. Etapa 0 – banco de dados de ligações

A Etapa 0 correspondeu à fase preliminar do processo de otimização, responsável pela criação e organização do BDD_LVC. A geração do banco de dados foi realizada por meio do programa principal disponível no Apêndice A, que automatizou a combinação de parâmetros construtivos e executou cálculos utilizando o módulo computacional Calc_LSR_MC. Cada ligação viga-coluna viável foi avaliada quanto ao momento fletor resistente ($M_{j,rd}$) e à rigidez rotacional inicial ($S_{j,ini}$), com

base nas propriedades dos materiais, critérios normativos e parâmetros de projeto estabelecidos.

Para garantir a aplicabilidade prática, foram consideradas apenas combinações de componentes disponíveis no mercado nacional, englobando:

- Perfis estruturais para vigas e colunas;
- Chapas de extremidade;
- Parafusos.

A Tabela 7.1 apresenta a quantidade de perfis estruturais considerados para vigas e colunas na Etapa 0.

Tabela 7.1. Perfis estruturais considerados na Etapa 0.

Elemento Estrutural	Tipo de Perfil	Faixa Considerada	Quantidade
Vigas	I	De W 150 x 13,0 até W 610 x 217,0*	68
Colunas	H	De W 150 x 22,50 (H) até W 360 x 122,0 (H)	38

A Tabela 7.2 apresenta os diâmetros de parafusos e espessuras de chapas de extremidade disponíveis no banco de dados para uso nas combinações viáveis.

Tabela 7.2. Parâmetros de chapas e parafusos considerados na Etapa 0.

Parâmetro	Valores considerados	Quantidade
Diâmetro dos parafusos (mm)	12, 16, 20, 22, 24, 27, 30, 33, 36	9
Espessura das chapas (mm)	6,3; 8,0; 9,5; 12,5; 16,0; 19,0; 22,4; 25,4; 31,5; 37,5; 44,5; 50,0; 63,0; 75,0; 100.	15

A Figura 7.2 apresenta o fluxograma do processamento da Etapa 0, servindo como guia para facilitar a compreensão da lógica aplicada na geração do banco de dados. Para o funcionamento adequado desta etapa, foram desenvolvidas 9 funções, responsáveis por executar as tarefas de cálculo, verificação e organização dos resultados. O Apêndice A contém o programa principal detalhado, responsável por automatizar a combinação e executar os cálculos com o módulo Calc_LSR_MC.

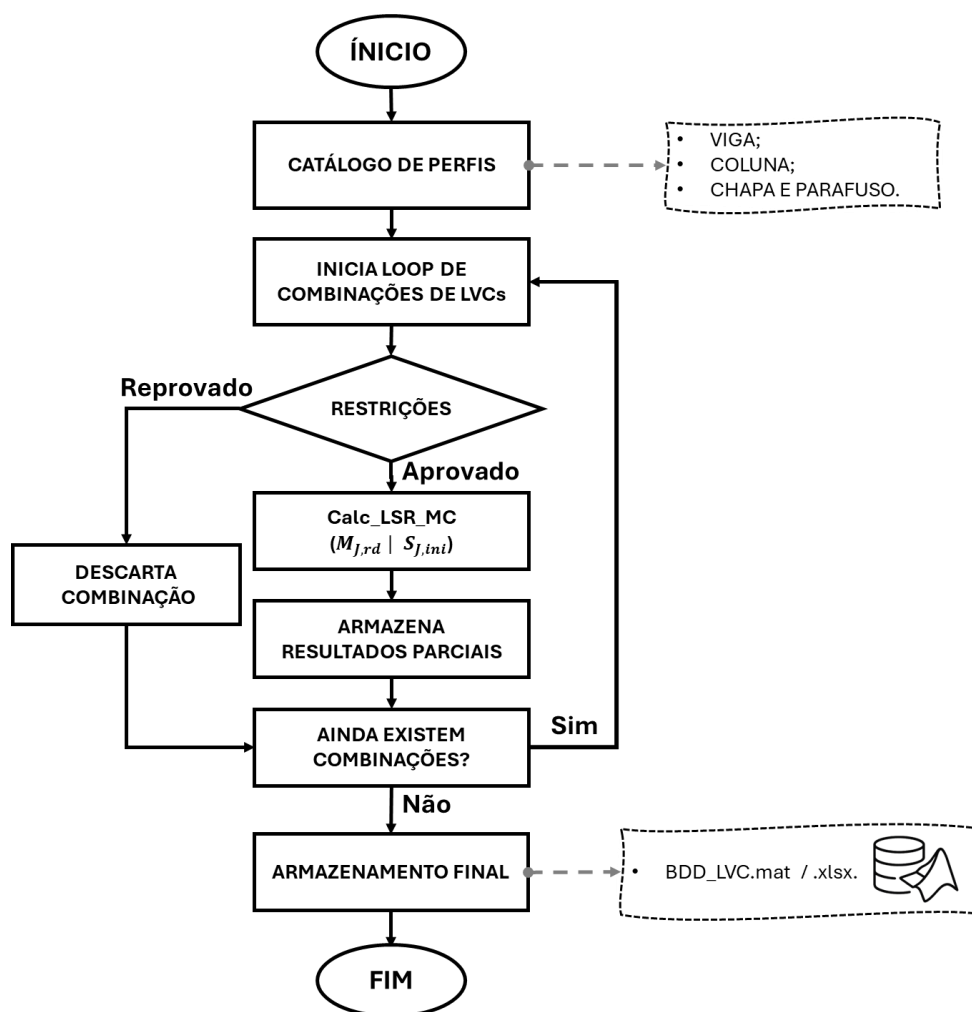


Figura 7.2. Fluxograma da Etapa 0.

O BDD_LVC foi salvo nos formatos digital e em planilha eletrônica, permitindo tanto a consulta manual quanto o acesso automatizado pelo algoritmo de otimização, sendo posteriormente carregado automaticamente na Etapa 2.

7.2. Restrição nas ligações

Na Etapa 0, foi implementado um conjunto de restrições geométricas destinadas a filtrar, previamente ao cálculo das propriedades mecânicas, combinações de espessura de chapa de extremidade (t_p) e diâmetro de parafuso (d) que não fossem construtivamente viáveis. Essas restrições são definidas pelas Equações (7.0) e (7.1).

$$0,5d \leq t_p \leq 1,2d \quad (7.0)$$

$$t_p < \text{maior} (b_{fb}, b_{fc}) \quad (7.1)$$

em que b_{fb} representa a largura da mesa da viga e b_{fc} a largura da mesa da coluna. O primeiro limite inferior ($0,5 \cdot d$) visou evitar chapas demasiadamente finas em relação ao diâmetro do parafuso. O segundo limite ($1,2 \cdot d$) restringiu chapas excessivamente espessas. Por fim, a terceira condição assegurou que a espessura da chapa fosse inferior à maior largura de mesa entre viga e coluna.

Quando qualquer uma dessas condições não era satisfeita, a ligação era automaticamente desconsiderada pelo programa, sendo atribuídos valores nulos para o momento resistente ($M_{j,Rd} = 0$), infinitos para a rigidez rotacional inicial ($S_{j,ini} = \infty$). Com isso, o algoritmo interrompia o processamento da ligação em análise e passava para a próxima combinação. Essa filtragem inicial reduziu significativamente o custo computacional e assegurou que o BDD_LVC fosse composto apenas por configurações construtivamente viáveis.

7.3. Banco de dados (BDD_LVC)

Após a execução da Etapa 0 para a criação do BDD_LVC de combinações de chapas, parafusos e perfis de vigas e colunas, foram geradas 282951 ligações viga-coluna, abrangendo diferentes perfis de vigas e colunas, espessuras de chapas e diâmetros de parafusos. Para cada combinação, a análise foi realizada para os seguintes tipos de configuração da ligação, que variam conforme a posição delas no pórtico, segundo os itens abaixo e a Figura 7.3.

- V-CF (A): Ligação viga-pilar, extremo, a uma face;
- 2V-CF (B): Ligação viga-pilar, extremo, a duas faces.
- V-CC (C): Ligação viga-pilar, contínuo, a uma face;
- 2V-CC (D): Ligação viga-pilar, contínuo, a duas faces.

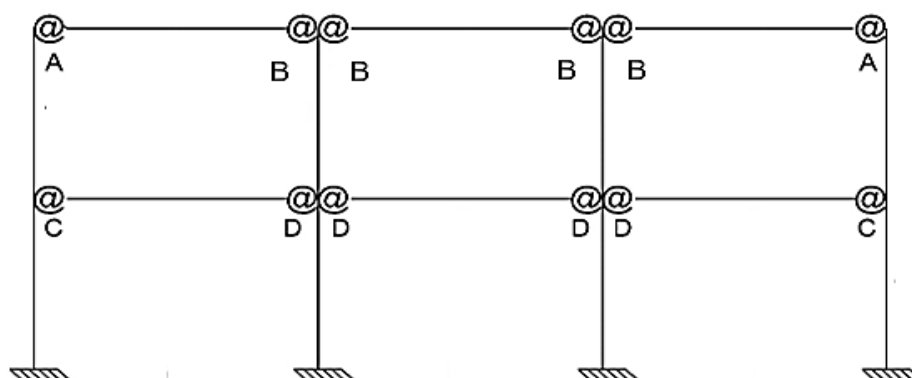


Figura 7.3. Posição das ligações - Pórtico 2a3v.

Finalmente, o programa imprime os resultados das ligações viga-coluna, apresentados parcialmente nas Tabela 7.3 e Tabela 7.4. Os resultados incluem os momentos resistentes ($M_{j,rd}$) e as rigidezes iniciais ($S_{j,ini}$) para diferentes tipos de ligações.

Tabela 7.3. BDD_LVC - momento resistente ($M_{j,rd}$ em kN) das ligações viga-coluna.

Viga	Coluna	d_p	t_p	V-CF (A)	2V-CF (B)	V-CC (C)	2V-CC (D)
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	16	8	7,90	7,90	12,38	12,39
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	16	8	9,91	9,91	15,90	15,91
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	20	8	12,50	12,50	17,91	17,92
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	22	8	14,77	14,77	19,46	19,46

Tabela 7.4. BDD_LVC - rigidez inicial ($S_{j,ini}$ em kNm/rad) das ligações viga-coluna.

Viga	Coluna	d_p	t_p	V-CF (A)	2V-CF (B)	V-CC (C)	2V-CC (D)
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	16	8	993,60	1073,21	1711,500	1954,51
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	16	8	1392,92	1562,40	2119,730	2520,47
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	20	8	1972,31	2341,04	2632,117	3303,27
W 150 x 13	W 150 x 22.5 (H)	22	8	2340,03	2875,72	2831,851	3635,84

7.4. Etapa 1 – otimização do pórtico em aço

Na Etapa 1, foram carregados os dados específicos do pórtico em estudo, contemplando materiais, carregamentos, condições de contorno, perfis, localização

das ligações e coordenadas dos nós. Essas informações, armazenadas em arquivo planilha eletrônica, também incluíram dados de barras e nós, topologia e grupos de ligações viga-coluna, além dos catálogos de fabricantes contendo dimensões e propriedades dos materiais.

A partir desses dados, definiram-se as variáveis de entrada do problema de otimização, envolvendo os perfis das vigas e colunas, bem como as rigidezes rotacionais das ligações viga-coluna. As variáveis associadas aos perfis foram tratadas como discretas, enquanto as rigidezes rotacionais foram consideradas contínuas. Para manter a coerência entre as etapas, foram empregados exatamente os mesmos perfis já utilizados na Etapa 0. A Tabela 7.5 apresenta as variáveis de projeto e seus respectivos limites adotados nesta etapa.

Tabela 7.5. Variáveis de projeto e limites considerados na Etapa 1.

Variável de Projeto	Limite inferior (x_u)	Limite superior (x_l)	Quantidade
Perfis vigas (i)	W 150 x 13,0	W 610 x 217,0*	68
Perfis coluna	W 150 x 22,5 (H)	W 360 x 122,0 (H)	38
Rigidez Rotacional (r_i)	0,13	0,89	–

Após o carregamento, iniciou-se o processo de otimização estrutural por meio do Algoritmo Genético (AG), configurado com parâmetros como tamanho da população, taxa de elitismo, crossover, taxa de mutação, método de seleção e critérios de parada. Durante a execução, o AG avaliou cada indivíduo da população (cada solução candidata) verificando o atendimento das restrições estruturais.

As restrições de projeto são consolidadas por tipo de restrição, adotou-se o maior valor obtido para cada tipo de restrição, de modo a garantir uniformidade construtiva e viabilidade prática. Para consolidar as restrições de projeto calculadas, os resultados obtidos são agrupados de acordo com o tipo de restrição, sendo adotado sempre o maior valor encontrado para cada categoria. Essa abordagem assegura redução do tamanho do problema e viabilidade prática na aplicação dos resultados.

A Figura 7.4 apresenta o fluxograma do processamento da Etapa 1, servindo como guia para facilitar a compreensão da lógica aplicada na geração do banco de dados. Para o funcionamento adequado desta etapa, foram utilizadas 33 funções,

responsáveis por executar as tarefas de cálculo, verificação e organização dos resultados. O Apêndice B contém o programa principal de otimização.

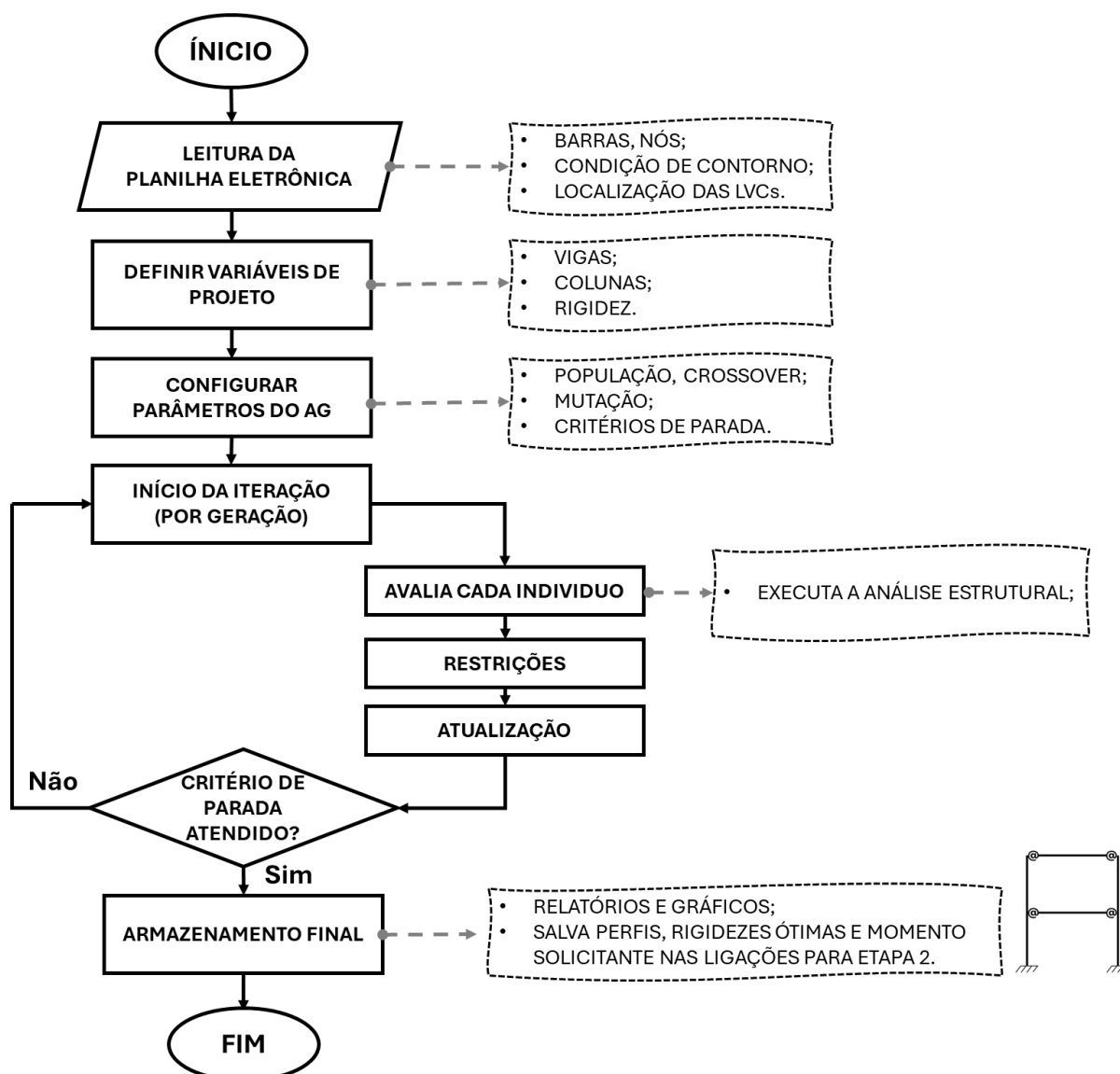


Figura 7.4. Fluxograma da Etapa 1.

Ao final, foram salvos os resultados da otimização, incluindo perfis de vigas, colunas, momento solicitante e rigidezes rotacionais associadas às ligações, de forma estruturada, permitindo seu carregamento posterior na Etapa 2.

7.5. Etapa 1 - Modelagem do problema de otimização

A formulação matemática do problema de otimização adotada neste estudo foi baseado no modelo proposto por Sánchez e Espín (2013). O objetivo consistiu em

minimizar o custo total da estrutura, considerando simultaneamente o peso dos elementos estruturais e uma aproximação do custo das ligações semirrígidas. Essa função objetivo é expressa na Equação (7.2), enquanto a condição geral de atendimento das restrições está representada na Equação (7.3).

Visou minimizar:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{np} (A_i \gamma_i L_i) + \sum_{i=nc+1}^{ne} \left[\gamma_i A_i L_{b,i} + \sum_{k=1,2} (\beta_{ik}^0 + \beta_{ik}^l S_{ini,lk}) \right] \quad (7.2)$$

sujeito a:

$$g_i \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, ne \quad (7.3)$$

Onde $f(x)$ é o custo total da estrutura, $A_i, \gamma_i L_i$, são respectivamente a área da seção transversal do perfil, o peso específico do material e o comprimento das barras, n_p e n_e são as quantidades de pilares e elementos, respectivamente, e $S_{ini,lk}$ representa a rigidez rotacional inicial da ligação semirrígida da barra i na extremidade k .

Os parâmetros $\beta_{ik}^0 + \beta_{ik}^l$ permitem calcular o custo das ligações semirrígidas em massa equivalente. Estes parâmetros definem a massa equivalente da barra i e da extremidade k e variam conforme o tipo de ligação, os dados utilizados estão registrados na Tabela 7.6 .

Tabela 7.6. Parâmetros de β_{ik}^0 e β_{ik}^l (Sánchez-Olivares e Espín, 2013).

Tipo de ligação	β_{ik}^0	β_{ik}^l
Chapa de extremidade estendida com enrijecedor no pilar	90,103	0,000615
Chapa de extremidade estendida	43,176	0,000335

No presente estudo, foram utilizadas apenas as ligações com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar, portanto $\beta^0 = 4,176 \text{ kg}$ e $\beta^l = 3,35 \times 10^{-4} \text{ kg/(kNm/rad)}$.

7.6. Etapa 1 - Restrições de projeto

A minimização da função objetivo da Equação (7.2) foi limitada segundo as restrições de desigualdade ($g_i \leq 0$). Essas restrições estiveram associadas ao

cumprimento dos requisitos dos estados-limites últimos (ELU) e estado-limite de serviço (ELS) da NBR 8800 (ABNT, 2008). A restrição de desigualdade esteve associada a resistência mecânica dos elementos e os deslocamentos verticais e horizontais da estrutura. Nos próximos itens, são descritas as restrições de projeto, abordando-se sua definição e formulação matemática.

7.6.1. Restrições de deslocamento

A restrição de deslocamento segue os preceitos da NBR 8800 (ABNT, 2008), considerando limites de deslocamento verticais e horizontais para vigas e colunas. Para vigas, os limites foram definidos conforme as Equações (7.4) e (7.5), enquanto para as colunas, aplica-se o limite estabelecido na Equação (7.6):

$$\delta_{adm (viga\ de\ cobertura)} = \frac{L}{250} \quad (7.4)$$

$$\delta_{adm (viga\ de\ piso)} = \frac{L}{350} \quad (7.5)$$

$$\delta_{adm (colunas)} = \frac{h}{400} \quad (7.6)$$

A Equação (7.7) avalia os deslocamentos calculados e assegura que permaneçam dentro dos limites estabelecidos pela norma.

$$\frac{\delta_{barra}}{\delta_{adm}} - 1 \leq 0 \quad (7.7)$$

sendo L o comprimento da viga e h sua altura.

7.6.2. Restrição de flexo-compressão

As inequações de restrição relacionadas aos esforços normais e momentos fletores nas colunas, de flexo-compressão, são definidas conforme a NBR 8800 (ABNT, 2008) e avaliam cada elemento da estrutura (vigas e colunas). Para as colunas consideram-se as Equações (7.8) e (7.9):

$$\text{Para } \frac{N_d}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad \text{então } \frac{N_d}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{dx}}{M_{dx\ res}} + \frac{M_{dy}}{M_{dy\ res}} \right) - 1 \leq 0 \quad (7.8)$$

$$\text{Para } \frac{N_d}{N_{Rd}} < 0,2 \quad \text{então } \frac{N_d}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{dx}}{M_{dx\,res}} + \frac{M_{dy}}{M_{dy\,res}} \right) - 1 \leq 0 \quad (7.9)$$

em que o N_{sd} representa a força axial atuante, N_{Rd} é a força axial resistente, M_{dx} é o momento fletor solicitante na direção x, M_{dx} é o momento fletor solicitante na direção y, $M_{dx\,res}$ é o momento fletor resistente na direção x e $M_{dy\,res}$ é o momento fletor resistente na direção y.

7.6.3. Restrição de compatibilidade geométrica entre viga-coluna e coluna-coluna

A restrição de compatibilidade entre viga e coluna avalia a coerência geométrica entre os perfis conectados nos nós estruturais. Com isso, a largura da mesa da viga ($b_{f,viga}$) deve ser menor ou igual à largura da mesa da coluna inferior ($b_{f,col,inf}$), conforme a Equação (7.10)

$$\frac{b_{f,viga}}{b_{f,col,inf}} - 1 \leq 0 \quad (7.10)$$

No que se refere à restrição de compatibilidade geométrica entre coluna-coluna, o objetivo foi garantir a continuidade vertical entre as colunas de diferentes pavimentos, assegurando que os perfis se conectassem adequadamente ao longo da altura da estrutura. Portanto, a altura da seção transversal da coluna superior ($d_{col,sup}$) deve ser menor ou igual à altura da seção transversal da coluna inferior ($d_{col,inf}$), conforme a Equação (6.11)

$$\frac{d_{col,sup}}{d_{col,inf}} - 1 \leq 0 \quad (7.11)$$

As restrições de compatibilidade geométrica garantem que as dimensões das vigas e colunas estejam adequadas, evitando discrepâncias que comprometam a compatibilidade construtiva.

7.7. Etapa 2 – Seleção e detalhamento das ligações

A Etapa 2 é responsável por detalhar os componentes físicos das ligações viga-coluna (LVC), a partir dos resultados otimizados obtidos na Etapa 1. Com base nos perfis estruturais e rigidezes rotacionais definidos na otimização, o algoritmo realizou

uma consulta automatizada ao BDD_LVC, gerado na Etapa 0, para identificar a espessura das chapas de extremidade e o diâmetro dos parafusos compatíveis com cada ligação.

O processo iniciou-se com o carregamento na memória de trabalho dos perfis de vigas e colunas e das rigidezes rotacionais ótimas obtidas na Etapa 1, juntamente com os momentos solicitantes nas ligações. Em seguida, identificou-se cada LVC no modelo estrutural, considerando sua posição. A partir disso, utilizou-se a rigidez rotacional ($S_{j,ini (Etapa1)}$) e momento solicitante ($M_{j,sd (Etapa 1)}$) para cada ligação.

A partir desses valores, o algoritmo realiza uma busca no BDD_LVC de forma a identificar todas as combinações que atendam simultaneamente ao perfil de viga e coluna, à rigidez rotacional mínima e ao momento solicitante ótimos. Uma vez identificada a combinação adequada, os valores correspondentes de espessura de chapa (t_p) e diâmetro de parafuso (d_p) são recuperados e associados à ligação em análise.

Para assegurar a configuração estrutural ótima, a Etapa 2 utilizou exclusivamente os perfis de viga e coluna definidos como ótimos na Etapa 1, sem realizar qualquer busca por perfis superiores. Assim, o algoritmo identificou apenas combinações de chapa de extremidade e parafuso que apresentassem capacidade igual ou superior àquela calculada, garantindo que o detalhamento preservasse a capacidade resistente e a rigidez previstas, além de manter total compatibilidade com os perfis de viga e coluna. Por fim, os valores de t_p e d_p foram consolidados por grupo de ligação.

A Figura 7.5 apresenta o fluxograma do processamento da Etapa 2, servindo como guia para facilitar a compreensão da lógica aplicada na geração do banco de dados. Para o funcionamento adequado desta etapa, foram desenvolvidas 4 funções, responsáveis por executar as tarefas de cálculo, verificação e organização dos resultados. O Apêndice C contém o programa principal de seleção e busca dos componentes da ligação.

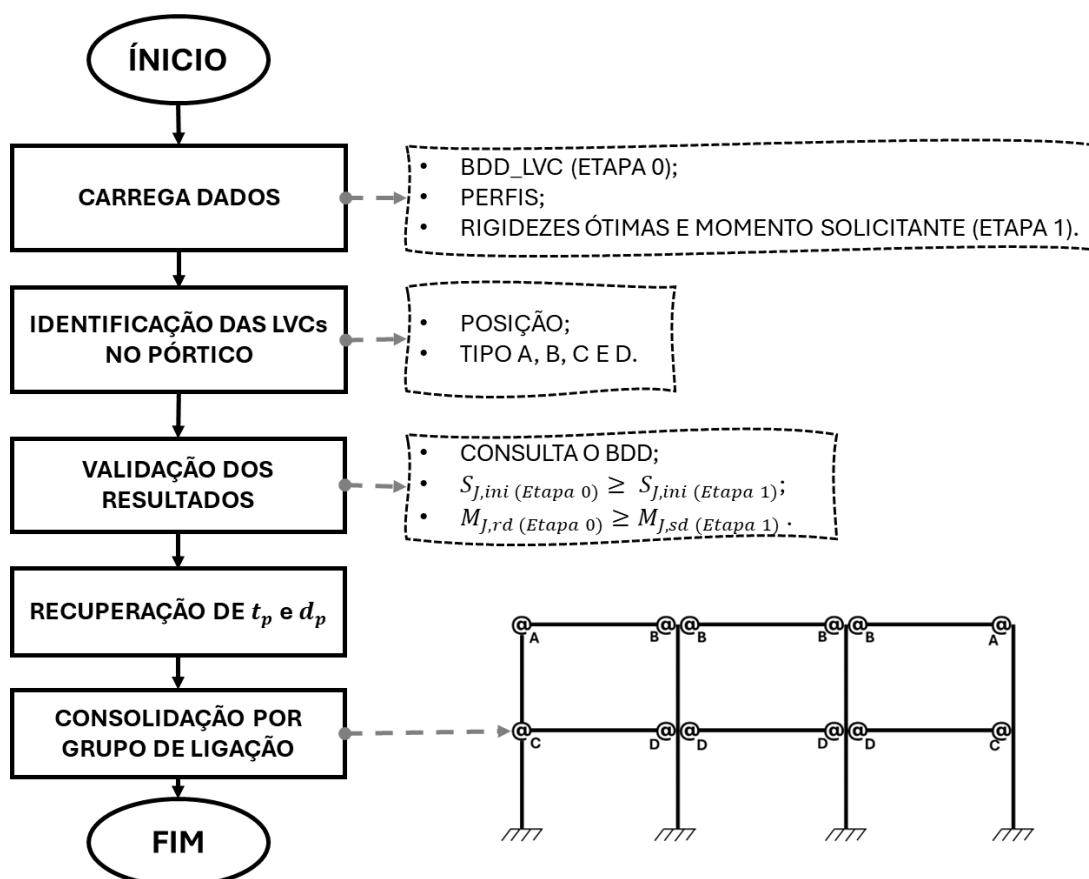


Figura 7.5. Fluxograma da Etapa 2.

Por fim, a Etapa 2 consolidou o elo final do processo metodológico, assegurando que as soluções otimizadas se traduzissem em especificações construtivas viáveis e normativamente adequadas. Dessa forma, completou-se o ciclo iniciado com a geração do banco de dados e a otimização estrutural.

7.8. Validação do programa Calc_LSR_MC

A validação dos resultados obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido neste trabalho foi realizada com base no modelo experimental T101.010, amplamente referenciado na literatura (Janss *et al.*, 1987). Este modelo foi inicialmente utilizado para estudar uma ligação viga-coluna com chapa de extremidade estendida parafusada, submetida a uma carga estática na extremidade da viga, como apresentado na Figura 7.6. Os ensaios experimentais realizados consistiam no aumento progressivo da carga estática até o colapso da ligação ou até que o deslocamento máximo na extremidade da viga atingisse 200 mm. Para esses ensaios, foram empregados parafusos de alta resistência (classe 10.9) com protensão inicial.

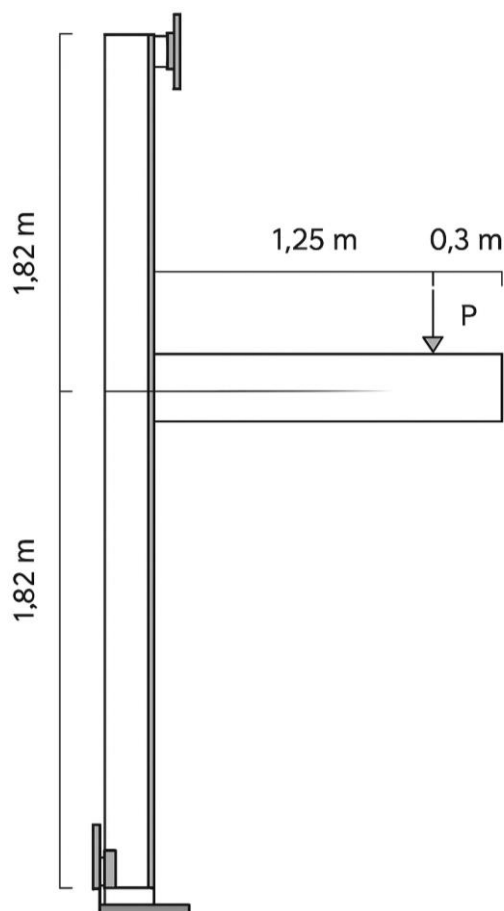


Figura 7.6. Modelo Experimental T101.010 (Janss *et al*,1987).

Nas últimas décadas, o modelo T101.010 foi extensivamente utilizado por diversos autores, como Janss *et al.* (1987), Faella *et al.* (2000), e Díaz (2010), para validar resultados obtidos por meio de modelos numéricos. As Tabela 7.7 a Tabela 7.9 apresentam os parâmetros geométricos e mecânicos da viga, coluna, chapa de extremidade, soldas, bem como a disposição geométrica dos furos e parafusos utilizados nos ensaios experimentais. Essas informações foram inseridas em arquivos de dados e processadas pelo programa Calc_LSR_MC.

Tabela 7.7. Propriedades geométricas (mm) das soldas dos parafusos e disposições geométricas do modelo T101.010.

Soldas		Parafusos (M20)		Disposição geométrica			
a_{wp}	4,0	d	20,0	l_{ps}	70,00	e_x	30,00
a_{fp}	6,0	d_0	22,0	l_{pi}	11,20	p_x	90,00
				e	30,00	p	200,0
				w	90,00		

Tabela 7.8. Parâmetros dos perfis da ligação em (mm) do modelo T1010.10.

Coluna		Viga		Chapa de extremidade	
h_c	162,5	h_b	298,8	h_p	380
t_{wc}	8,5	t_{wb}	7,3	b_p	150
t_{fc}	12,60	t_{fb}	10,80	t_p	20
b_c	160,1	b_b	150,9		
r_c	15,0	r_b	15		

Tabela 7.9 Propriedades dos materiais do modelo T101.10 (Mpa).

Pilar (HEB 160)		Viga (IPE 300)		Chapa de extremidade		Parafuso	
E	210000	E	210000	E	210000	E	210000
$f_{y,fc}$	280	$f_{y,fb}$	303	$f_{y,p}$	291,5	$f_{y,b}$	900
$f_{y,wc}$	298,8	$f_{y,wb}$	314,8	$f_{u,p}$	463,4	$f_{u,b}$	1000
$f_{u,fc}$	422,3	$f_{u,fb}$	447				
$f_{w,fc}$	422	$f_{u,wc}$	443				

considera-se que:

$f_{y,fc}$ é a tensão de escoamento da alma da coluna;

$f_{y,wc}$ é a tensão de escoamento da alma da coluna;

$f_{u,fc}$ é a tensão última da alma da coluna;

$f_{u,wc}$ é a tensão última da alma da coluna;

$f_{y,fb}$ é a tensão de escoamento da alma da viga;

$f_{y,wb}$ é a tensão de escoamento da alma da viga;

$f_{u,fb}$ é a tensão última da alma da viga;

$f_{u,wb}$ é a tensão última da alma da viga;

$f_{y,p}$ é a tensão de escoamento da chapa;

$f_{u,p}$ é a tensão última da chapa;

$f_{y,b}$ é a tensão de escoamento do parafuso;

$f_{u,b}$ é a tensão última do parafuso.

Adicionalmente, a Tabela 7.10 apresenta uma análise comparativa da rigidez rotacional inicial e do momento resistente da ligação viga-pilar do modelo T101.010, considerando os resultados do modelo JMRC proposto por Faella *et al.* (2000), do modelo EC3 de Díaz (2010) e do módulo de análise Calc_LSR_MC, utilizado neste estudo.

Tabela 7.10. Resultados do modelo T101.010.

	JANSS	FAELLA	DÍAZ	Presente Estudo
$S_{j,ini}$ (kN/m)	25316	20805	24181	23572,85
$S_{j,ini}$	107,4%	88,3%	102,6%	100%
$M_{j,Rd}$ (kN.m)	96,36	100,05	93,70	91,03
$M_{j,Rd}$ (%)	105,9%	109,9%	102,9%	100%

De modo geral, observa-se que o modelo numérico utilizado apresentou resultados compatíveis com os esperados, tanto em relação à rigidez inicial quanto ao momento resistente das ligações analisadas. As diferenças encontradas entre os valores calculados e aqueles disponíveis na literatura permaneceram dentro de uma faixa considerada aceitável para validação do método empregado.

7.9. Validação do módulo de análise estrutural

A validação dos códigos computacionais do módulo de análise estrutural empregado neste estudo foi realizada por meio da análise estrutural do pórtico, apresentado na Figura 7.7. São apresentados os casos de ligação totalmente rígida, ligação semirrígida e ligação totalmente articulada

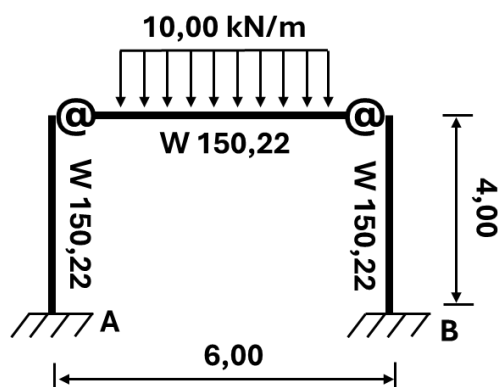


Figura 7.7. Pórtico 1v1a.

Na Tabela 7.11, é apresentada a comparação dos valores dos esforços internos, assim como os momentos nas extremidades das vigas, considerando a semirrígidez igual a 1,0.

Tabela 7.11. Esforços em kN considerando a semirrígidez = 1,0.

Esforço/Software	H_a	V_a	M_a	H_b	V_b	M_b	$M_{viga,1}$	$M_{viga,2}$
Presente estudo	8,42	30,00	11,22	-8,42	30,00	-11,22,	-22,50	-22,50
<i>Robot Structural Analysis</i>	9,71	31,30	12,92	-9,71	31,30	-12,92	-25,91	-25,91
Erro	1,29	1,30	1,70	1,29	1,30	1,70	3,41	3,41
Erro(%)	13,28	4,15	13,15	13,28	4,15	13,15	13,16	13,16

Observa-se que os resultados do presente estudo apresentaram diferenças pequenas em relação ao software *Robot Structural Analysis*, com erros absolutos variando de 1,29 kN a 3,41 kN e erros percentuais entre 4,15 % e 13,28 %. Esses valores indicam uma boa aproximação entre os métodos, evidenciando a aderência do modelo desenvolvido.

Na Tabela 7.12, são apresentados os esforços obtidos para a condição de semirrígidez igual a 0,5.

Tabela 7.12. Esforços em kN considerando a semirrígidez = 0,5.

Esforço/Software	H_a	V_a	M_a	H_b	V_b	M_b	$M_{viga,1}$	$M_{viga,2}$
Presente estudo	5,62	30,00	7,48	-5,62	30,00	-7,48	-15,00	-15,00
<i>Robot Structural Analysis</i>	6,81	31,30	9,06	-6,81	31,30	-9,06	-18,17	-18,17
Erro	1,19	1,30	1,58	1,19	1,30	1,58	3,17	3,17
Erro (%)	17	4,15	17	17	4,15	17	17	17

Novamente, os valores calculados pelo modelo implementado mostraram proximidade com os obtidos pelo software de referência, com erros absolutos de 1,19 kN a 3,17 kN e erros percentuais de até 17%. Apesar do leve aumento no erro percentual em relação ao caso anterior, os resultados ainda se mantêm em patamares aceitáveis para análises comparativas.

A Tabela 7.13 ilustra o caso de ligação totalmente articulada (semirrígidez = 0), onde apenas os esforços verticais são apresentados, pois os horizontais e os momentos tornam-se nulos.

Tabela 7.13. Esforços em kN considerando a semirrígidez = 0.

Esforço/ <i>Software</i>	H_a	V_a	M_a	H_b	V_b	M_b	$M_{viga,1}$	$M_{viga,2}$
Presente estudo	–	30,00	–	–	30,00	–	–	–
<i>Robot Structural Analysis</i>	–	31,30	–	–	31,30	–	–	–
Erro	–	1,30	–	–	1,30	–	–	–
Erro (%)	–	4,15	–	–	4,15	–	–	–

Nessa situação, a diferença entre os métodos foi de apenas $1,3 kN$, correspondente a um erro percentual de 4,15%, demonstrando mais uma vez a consistência entre o código proposto e o software comercial.

Em resumo, a comparação entre os resultados do código computacional desenvolvido e os do *Robot Structural Analysis* revelou uma forte consistência, com todos os esforços e deslocamentos apresentando uma boa convergência. As diferenças observadas foram pequenas e podem ser atribuídas a variações nos modelos computacionais, mas a validação mostra que a abordagem proposta para análise estrutural do pórtico é confiável.

CAPÍTULO VIII – RESULTADOS

O presente capítulo visa apresentar os modelos de pórticos a serem utilizados, a aplicação e os resultados estruturais obtidos por meio da metodologia computacional para dimensionamento de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas desenvolvida no presente estudo. Para validar o programa computacional proposto, são apresentados dois exemplos de aplicação, retirados de outros trabalhos acadêmicos. Em relação aos parâmetros do AG, como tamanho da população, número de gerações, taxa de elitismo e taxa de cruzamento, foram realizados diversos testes para cada exemplo, visando encontrar uma configuração que proporcionasse o melhor resultado em termos de solução ótima e menor custo computacional. Ressalta-se que os limites de projeto adotados seguem os valores definidos na Tabela 7.5 do capítulo anterior, sendo uniformemente aplicados para todas as aplicações analisadas. Em cada exemplo, o AG foi executado 10 vezes, utilizando o menor valor ótimo obtido como resultado.

8.1. Aplicação 1

Na primeira aplicação, foi utilizado um pórtico de um vão e dois andares, que contém seis barras e quatro ligações viga-coluna. A configuração geométrica, os carregamentos e os grupos dos elementos da estrutura estão representados na Figura 8.1. Para a otimização do pórtico, definiram-se seis variáveis de projeto, distribuídas em dois grupos para os pilares, dois para as vigas e dois para as ligações viga-coluna.

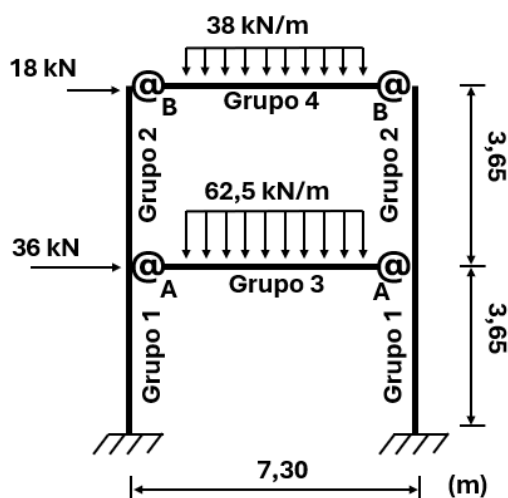


Figura 8.1. Pórtico plano de dois andares e um vão – 2a1v.

Para permitir uma comparação posterior dos resultados, consideram-se nesta aplicação os seguintes parâmetros: a tensão de escoamento do aço $f_y = 250 \text{ MPa}$, o módulo de elasticidade (E) igual a 206 GPa , e o custo em kg . Para implementação do AG, foram utilizados os parâmetros contidos na Tabela 8.1.

Tabela 8.1. Parâmetros do Algoritmo Genético do pórtico 2a1v.

Parâmetro	Valor
<i>Population Size</i>	60
<i>Generations</i>	30
<i>EliteCount</i>	4
<i>CrossoverFraction</i>	0,85
<i>StallGenLimit</i>	10
<i>InitialPenalty</i>	10
<i>PenaltyFactor</i>	10

O parâmetro *Population Size* foi definido de acordo com o número de variáveis de projeto multiplicado por dez, garantindo diversidade suficiente na população inicial. Parâmetros como *EliteCount*, *CrossoverFraction*, *StallGenLimit* e entre outros, foram ajustados com base em simulações sucessivas, com o objetivo de favorecer a convergência do algoritmo para soluções viáveis.

8.1.1. Resultados e discussões da aplicação 1

Os resultados obtidos na aplicação 1 foram comparados com os de estudos de Simões (1996) e Ferreira (2018), permitindo avaliar o desempenho das soluções otimizadas frente a diferentes abordagens metodológicas. Quanto à base normativa e de modelagem, Simões (1996) não divulgou a norma, aplicando análise estrutural linear e utilizou um método determinístico de otimização baseado em análise sensitiva com projeto segmental ótimo. Já Ferreira (2018) seguiu a NBR 8800 (ABNT, 2008), também com análise não linear geométrica, e empregou o Algoritmo Genético como estratégia de busca das soluções. No presente estudo, igualmente embasado na NBR 8800 (ABNT, 2008), adotou-se a análise não linear geométrica combinada com o Algoritmo Genético. A Tabela 8.2 apresenta os perfis adotados e as respectivas

massas totais obtidas em cada trabalho, permitindo uma análise dos resultados dos grupos otimizados.

Tabela 8.2. Resultados de vigas e colunas do pórtico 2a1v.

Pesquisador	Grupo	Perfil	Massa Total (kg)
SIMÕES (1996)	1	IPE 400	2114,1
	2	IPE 400	
	3	IPE 500	
	4	IPE 400	
FERREIRA (2018)	1	W 360 x 44,6	1814,8
	2	W 360 x 58,0	
	3	W 530 x 82,0	
	4	W 360 x 64,0	
PRESENTE ESTUDO	1	W 310 x 79,0 (H)	1700,17
	2	W 250 x 62,0 (H)	
	3	W 530 x 74,0	
	4	W 250 x 17,9	

Na Etapa 1, que correspondeu à otimização dos perfis de vigas e colunas, os resultados mostraram que, no estudo de Simões (1996), todos os quatro grupos utilizaram perfis IPE 400, totalizando uma massa de 2114,1kg, enquanto Ferreira (2018) otimizou esses pórticos, adotando perfis W padrão Gerdau, resultando em 1814,8kg, ou seja, uma redução de cerca de 14,2% em relação a Simões. No presente estudo, os resultados ótimos obtidos na Etapa 1 selecionaram W 310 × 79,0 (H) para o grupo 1, W 250 × 62,0 (H) para o grupo 2, W 530 × 74,0 para o grupo 3 e W 250 × 17,9 para o grupo 4, totalizando 1700,17kg. Essa massa representa 6,3% a menos que Ferreira (2018) e 19,6% a menos que Simões (1996). A comparação gráfica dessas reduções pode ser observada na Figura 8.2, a qual evidencia a superioridade da solução encontrada no presente estudo.

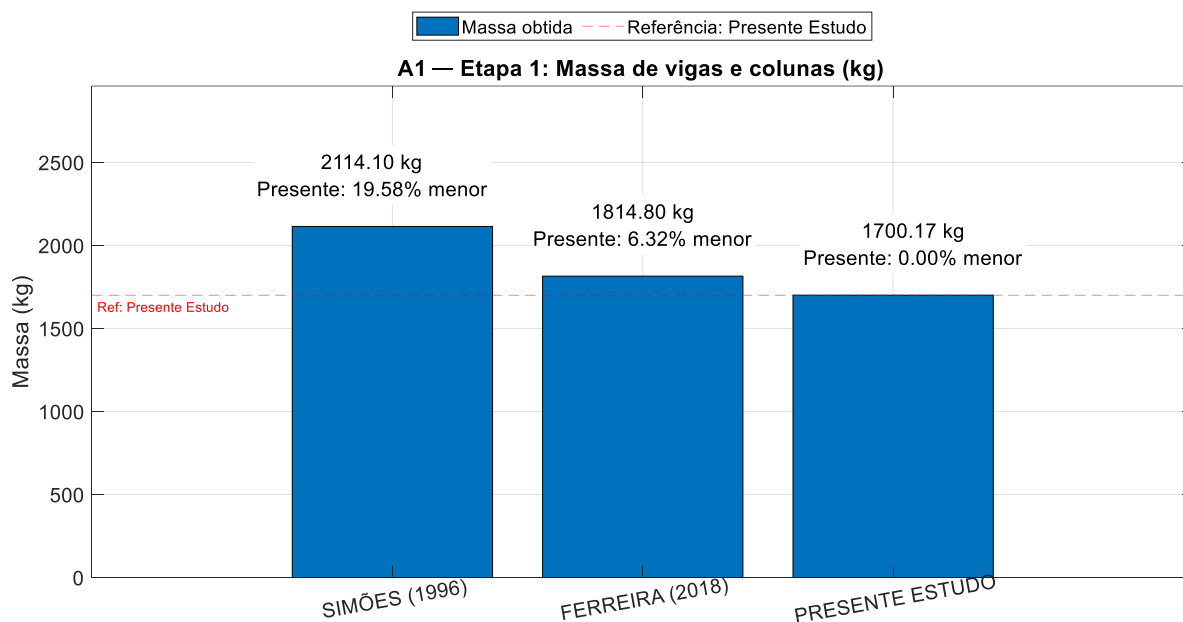


Figura 8.2. Comparação das massas do pórtico - A1.

Em continuidade à avaliação dos elementos estruturais, a Tabela 8.3 apresenta os resultados da otimização para os grupos de ligações, incluindo as dimensões das chapas de extremidade e parafusos, bem como a comparação com as massas equivalentes obtidas nos estudos de referência e no presente estudo.

Tabela 8.3. Resultados de chapas e parafusos da aplicação 1.

Pesquisador	Grupo	d_p (mm)	t_p (mm)	Rigidez Ótima	Massa Equivalente (kg)
SIMÕES (1996)	A	—	—	0,59	237,70
	B	—	—	0,66	
FERREIRA (2018)	A	—	—	0,43	227,94
	B	—	—	0,77	
PRESENTE ESTUDO	A	36	16	0,66	239,39
	B	36	12	0,71	

Dando sequência à metodologia, a Etapa 2 realizou o detalhamento das ligações viga-coluna a partir das rigidezes ótimas determinadas na Etapa 1. A consulta ao BDD_LVC permitiu definir, para o grupo A, chapas de extremidade com 16 mm de espessura e parafusos de 36 mm de diâmetro, e, para o grupo B, chapas de 12 mm e parafusos de 36 mm. Essa configuração resultou em massa equivalente de 239,39 kg,

representando aumento de 5% em relação a Ferreira (2018) e 0,7% em relação a Simões (1996). A Figura 8.3 ilustra esses valores e diferenças de forma gráfica.

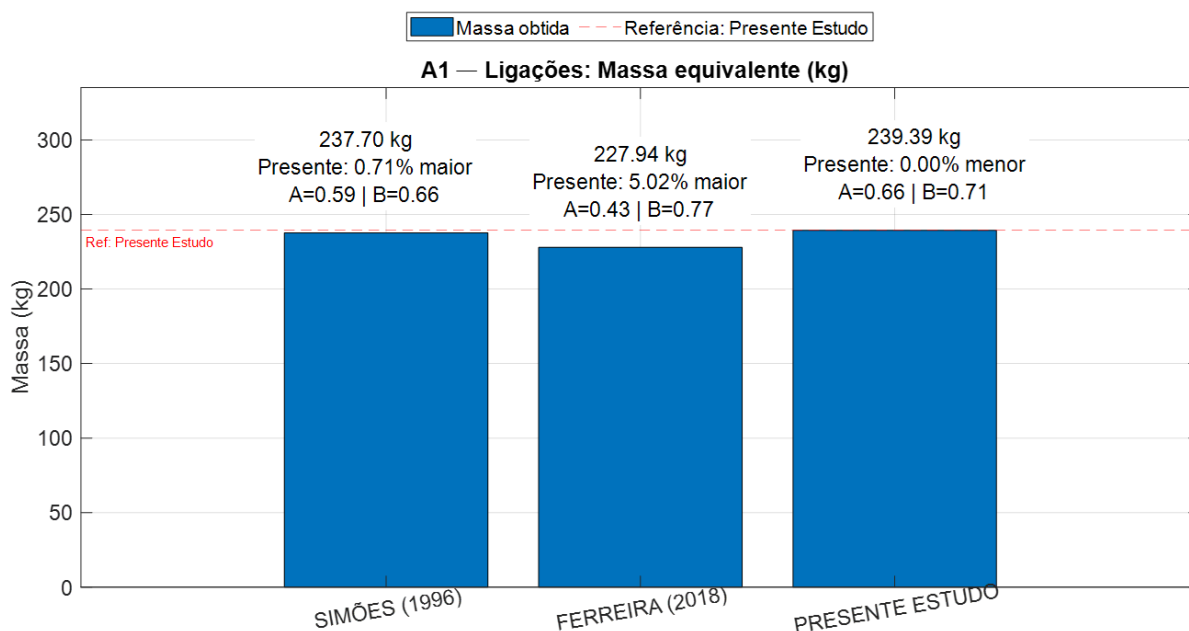


Figura 8.3. Comparação das massas equivalentes das ligações viga-coluna – A1.

A Tabela 8.4 resume a comparação das massas totais do pórtico, considerando tanto os elementos do pórtico quanto as ligações viga-coluna, nos três estudos analisados.

Tabela 8.4. Massa total do pórtico 2a1v.

Autor	Massa do pórtico (kg)	Massa equivalente das ligações (kg)	Massa total (kg)
Simões (1996)	2114,08	237,70	2351,78
Ferreira (2018)	1814,78	227,94	2042,72
Presente Estudo	1700,17	239,39	1939,56

A partir dos valores da Tabela 8.4, observa-se que a massa total combina a massa do pórtico (1700,17kg) com a massa equivalente das ligações (239,39kg), resultando em 1939,56kg. Comparativamente, Simões (1996) apresentou 2351,78kg

de massa total e Ferreira (2018) 2042,72kg. Assim, o presente estudo obteve 5% de redução adicional em relação a Ferreira (2018) e 17,0 % em relação a Simões (1996). Esses resultados estão representados graficamente na Figura 8.4.

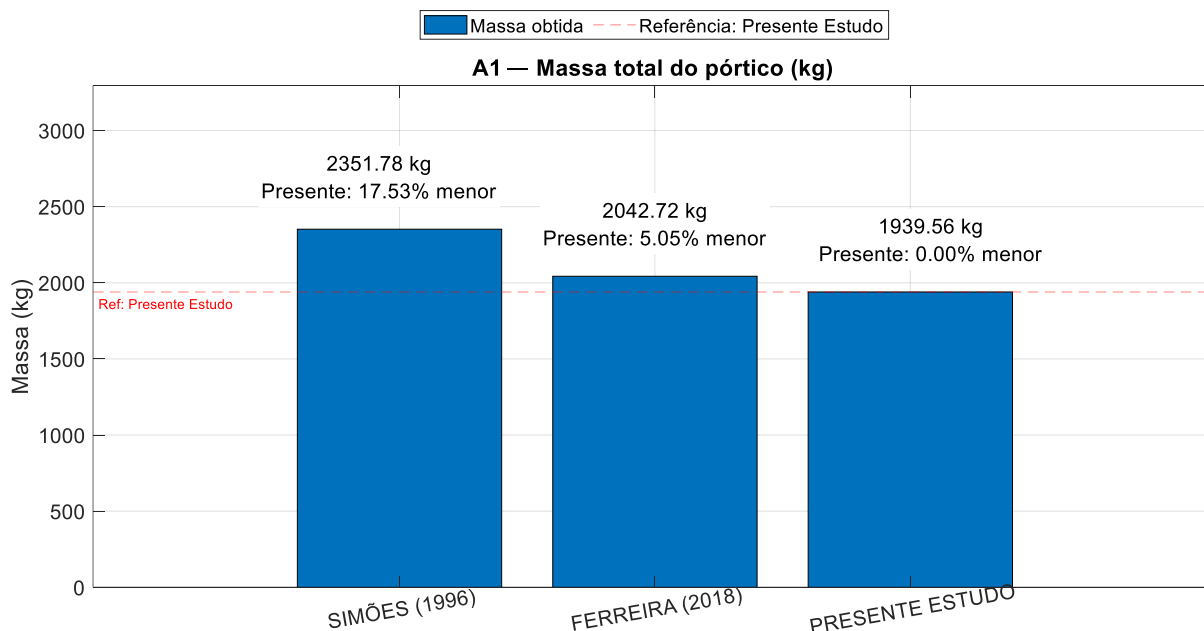


Figura 8.4. Massa total do pórtico considerando vigas, colunas e ligações – A1.

Além da avaliação do peso do pórtico 2a1v, foi verificado o atendimento aos critérios de segurança e compatibilidade entre os componentes da estrutura por meio das restrições de projeto da Etapa 1. A Figura 8.5 apresenta os valores normalizados dessas restrições, aplicadas ao modelo do pórtico de 2a1v, permitindo verificar o grau de folga em relação aos limites admissíveis estabelecidos.

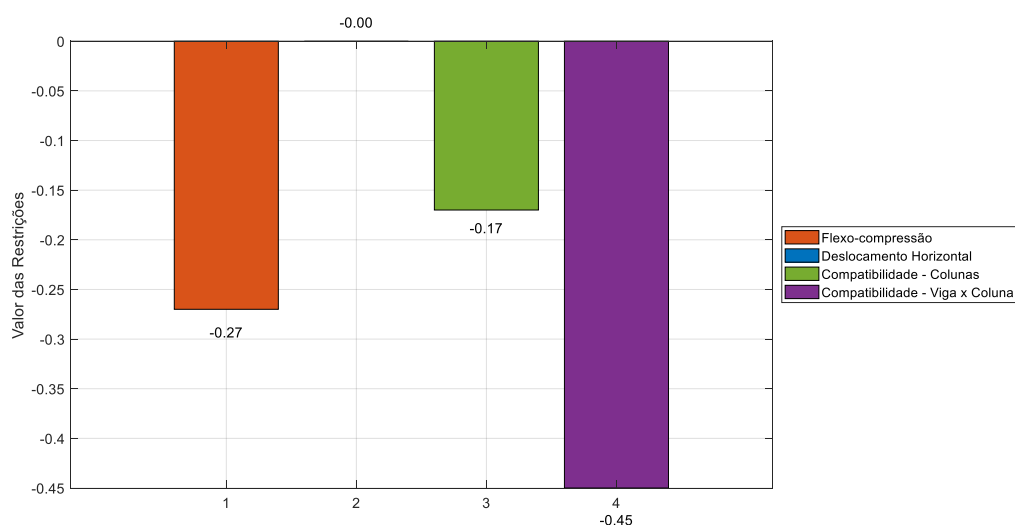


Figura 8.5. Valores da restrição de projeto do pórtico –2a1v.

A restrição de Flexocompressão (1), apresentou o valor normalizado de $-0,28$ indica que, para todas as combinações analisadas, há uma folga de aproximadamente 28% em relação ao limite admissível (valor zero). Isso significa que o dimensionamento dos perfis estruturais em cada grupo comporta adequadamente os esforços solicitantes, garantindo segurança frente à flambagem e à perda de capacidade por efeito combinado de forças axiais e momentos.

Em relação à restrição (2) de deslocamento horizontal, obteve-se o valor normalizado igual a zero, verificando-se que não há folga, indicando que os deslocamentos laterais não ultrapassaram o limite permitido, configurando-se como sendo uma restrição ativa na configuração ótima. Em outras palavras, o pórtico satisfaz a condição de deslocamento, prevenindo problemas de estado-limite de serviço, como fissuração de elementos não estruturais ou desconforto para os usuários.

Já a restrição (3) de compatibilidade geométrica de colunas apresentou o valor normalizado de $-0,17$ indica uma folga de 17%, evidenciando que a condição foi plenamente atendida, sem risco de problemas de descontinuidade estrutural.

Complementarmente, a restrição (4) de compatibilidade entre viga e coluna apresentou valor normalizado de $-0,45$, que indica uma folga de 45% em relação ao limite. Isso demonstra que o perfil da coluna e o da viga são geometricamente compatíveis, permitindo sua exequibilidade construtiva.

8.2. Aplicação 2

Na segunda e última aplicação, foi utilizado um pórtico de três vãos e dois andares, que contém quatorze barras e quatro ligações viga-coluna. A configuração geométrica, os carregamentos e os grupos dos elementos da estrutura estão representados na Figura 8.6. Para a otimização, definiram-se 8 variáveis de projeto, distribuídas em dois grupos para os pilares, dois grupos para vigas e quatro grupos para ligações.

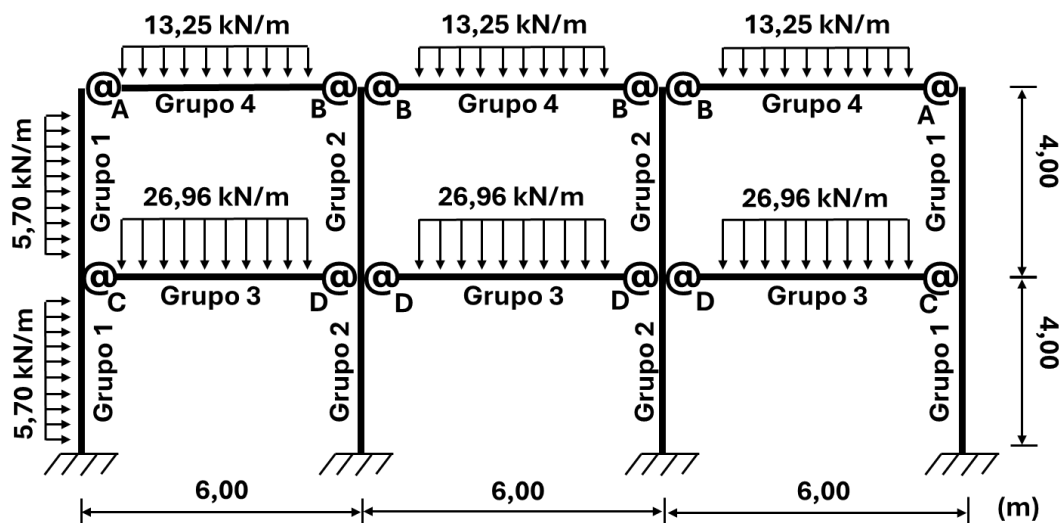


Figura 8.6. Pórtico plano de 2 andares e 3 vãos - 2a3v.

Para implementação do AG nesta aplicação, foram utilizados os parâmetros contidos na Tabela 8.5.

Tabela 8.5. Parâmetros do Algoritmo Genético - Pórtico 2a3v.

Parâmetro	Valor
<i>Population Size</i>	80
<i>Generations</i>	30
<i>EliteCount</i>	4
<i>CrossoverFraction</i>	0,85
<i>StallGenLimit</i>	10
<i>InitialPenalty</i>	10
<i>PenaltyFactor</i>	10

Para permitir uma comparação posterior dos resultados, consideram-se nesta aplicação os seguintes parâmetros: a tensão de escoamento do aço $f_y = 250$ MPa, o módulo de elasticidade (E) igual a 206 GPa, e o custo em kg.

8.2.1. Resultados e discussões da aplicação 2

Os resultados obtidos foram comparados com os de estudos de Cabrero e Bayo (2005), Sánchez-Olivares e Espín (2013) e Ferreira (2018). No estudo de Sánchez-Olivares e Espín (2013), a modelagem seguiu a norma Eurocode 3, empregando o para análise não linear geométrica e utilizaram o Algoritmo Genético como método de

otimização. Por sua vez, Ferreira (2018), assim como o presente estudo, empregou a NBR 8800:2008, considerando análise estrutural não linear geométrica e a utilização de Algoritmo Genético.

Na Tabela 8.6, apresentam-se os perfis e massas do pórtico, obtidos na Etapa 1, para cada um desses trabalhos, permitindo uma análise preliminar dos resultados dos grupos otimizados.

Tabela 8.6. Resultados de vigas e colunas do pórtico 2a3v.

Pesquisador	Grupo	Perfil	Massa do pórtico (kg)
Cabrero e Bayo (2005)	1	HE 140 B	2273,8
	2	HE 160 B	
	3	IPE 270	
	4	IPE 200	
Sánchez-Olivares e Espín (2013)	1	HE 120 B	2421,7
	2	HE 160 B	
	3	IPE 300	
	4	IPE 240	
Ferreira (2018)	1	W 150 x 22,5 (H)	2327,6
	2	W 200 x 35,9 (H)	
	3	W 310 x 38,70	
	4	W 310 x 38,70	
Presente Estudo	1	W 200 x 41,7 (H)	2221,8
	2	W 200 x 41,7 (H)	
	3	W 310 x 28,3	
	4	W 310 x 21,0	

Na Etapa 1, voltada à otimização dos perfis de vigas e colunas, observou-se que o presente estudo alcançou uma massa total do pórtico de 2221,80 kg, valor que se mostrou 4,5% inferior ao resultado alcançado por Ferreira (2327,60 kg). Em comparação ao trabalho de Cabrero e Bayo (2273,80 kg), observa-se uma redução de 2,28%. Por outro lado, em relação a Sánchez-Olivares e Espín (2421,70 kg), o presente estudo apresentou uma redução de 8,25%. Esses valores podem ser observados graficamente na **Figura 8.7**, que compara os resultados obtidos nos diferentes estudos de referência com os do presente trabalho.

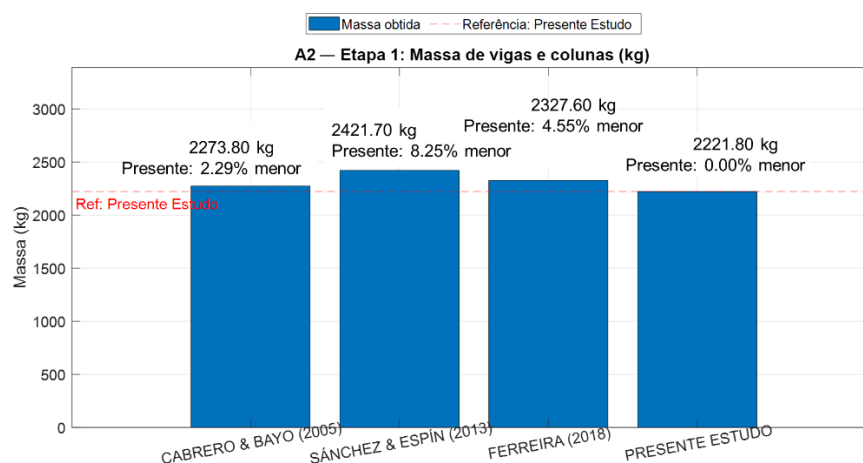


Figura 8.7. Comparação das massas dos perfis estruturais do pórtico – A2.

Na sequência da otimização dos perfis na Etapa 1, foi realizado o dimensionamento das ligações viga-coluna na Etapa 2. Os valores de rigidez obtidos anteriormente serviram como referência para a consulta ao BDD_LVC, criado na Etapa 0, a partir da qual foram selecionadas as combinações ideais de diâmetros de parafusos e espessuras de chapas para cada grupo de ligação. A Tabela 8.7 reúne esses resultados, apresentando as dimensões adotadas, as rigidezes ótimas e a massa equivalente obtida, possibilitando a comparação com os estudos de referência.

Tabela 8.7. Resultados dos componentes das ligações viga-coluna.

Pesquisador	Grupo	d_p	t_p	Rigidez Ótima	Massa total equivalente (kg)
Cabrero e Bayo (2005)	A	-	-	-	317,30
	B	-	-	-	
	C	-	-	-	
	D	-	-	-	
Sánchez-Olivares e Espín (2013)	A	-	-	0,63	1229,05
	B	-	-	0,70	
	C	-	-	0,63	
	D	-	-	0,80	
Ferreira (2018)	A	-	-	0,53	441,12
	B	-	-	0,58	
	C	-	-	0,77	
	D	-	-	0,64	
Presente Estudo	A	8	27	0,52	558,31
	B	9,5	27	0,56	
	C	12,5	12	0,73	
	D	16	12	0,71	

A partir dessa comparação, observou-se bastante coerência em relação aos estudos de referência. A massa total das ligações no presente estudo foi de $558,31\text{kg}$, valor $54,6\%$ inferior à solução de Sánchez-Olivares e Espín ($1229,05\text{kg}$), por outro lado, a massa foi $26,56\%$ superior à de Ferreira ($441,12\text{kg}$). Essa comparação visual é apresentada na Figura 8.8, que evidencia as diferenças de massa equivalentes nas ligações viga-coluna entre os estudos.

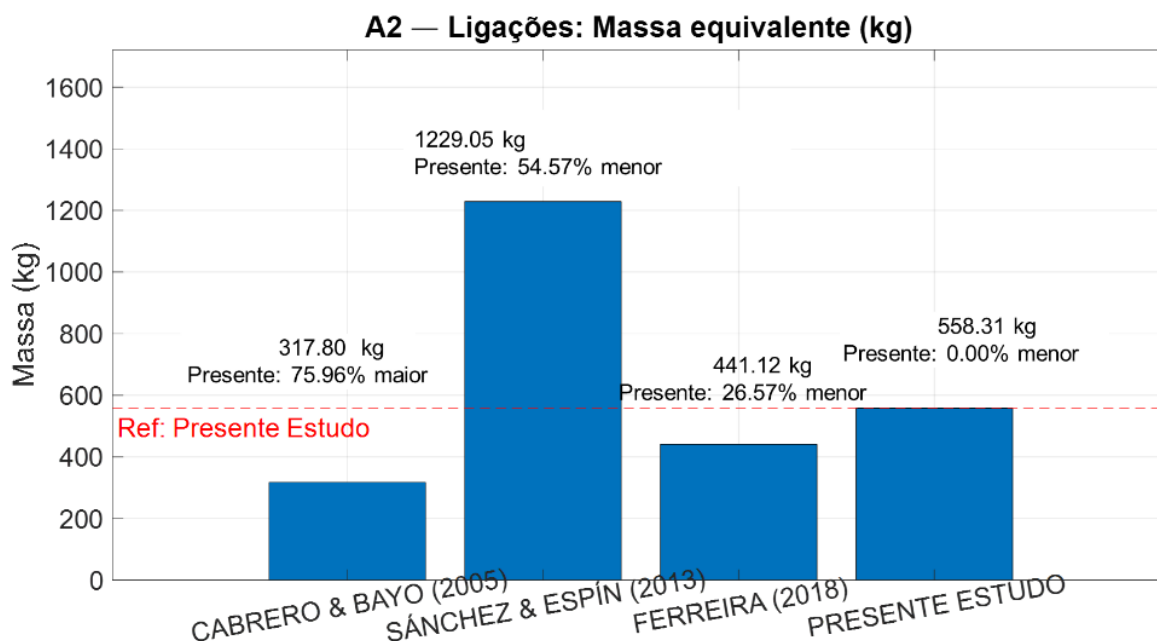


Figura 8.8. Comparação das massas equivalentes das ligações viga-coluna nos diferentes estudos – A2.

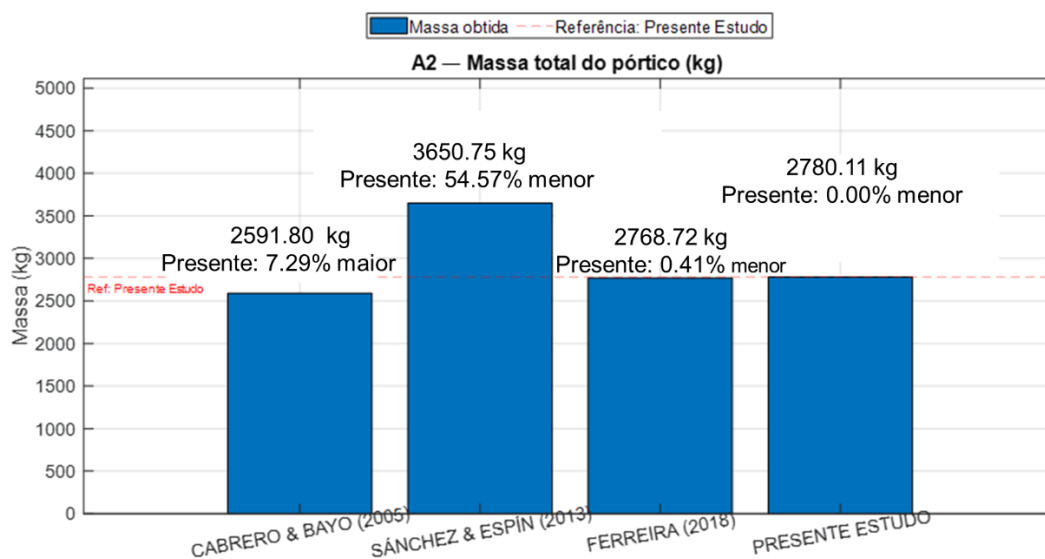
As dimensões adotadas nos elementos das ligações, como diâmetros de parafuso de 8 mm , $9,5\text{ mm}$, $12,5\text{ mm}$ e 16 mm e espessuras de chapa de 27 mm , 27 mm , 12 mm e 16 mm para os grupos A, B, C e D, respectivamente, foram obtidas na Etapa 2 a partir do BDD_LVC gerado na Etapa 0.

Para complementar essa análise, a Tabela 8.8 apresenta a comparação das massas totais dos pórticos, considerando tanto os perfis estruturais quanto as ligações, nos diferentes estudos utilizados como referência.

Tabela 8.8. Massa total do pórtico 2a3v.

Autor	Massa do pórtico (kg)	Massa equivalente das ligações (kg)	Massa total (kg)
Cabrero e Bayo (2005)	2273,80	317,30	2591,10
Sánchez-Olivares e Espín (2013)	2421,70	1229,05	3650,75
Ferreira (2018)	2327,60	441,12	2768,72
Presente Estudo	2221,80	558,31	2780,11

A Tabela 8.8 permite verificar que a massa total da estrutura resultante foi de 2780,11 kg, o que representa um meio-termo entre as abordagens dos estudos adotados para comparação. É 23% mais leve que a solução dimensionada de Sánchez-Olivares e Espín (3650,75kg), porém 7,3% mais pesada que a proposta de Ferreira (2768,72kg). Essa diferença se justifica pela adoção de parâmetros de restrição de projeto mais conservadores. A consolidação dessas comparações é mostrada na Figura 8.9, que destaca visualmente a posição intermediária da solução atual frente aos trabalhos de referência.

**Figura 8.9.** Comparação das massas totais do pórtico considerando vigas, colunas e ligações. – A2.

Na sequência, a Figura 8.10 apresenta os valores normalizados das restrições de projeto aplicadas ao pórtico de Sánchez-Olivares e Espín (2013), na Etapa 1, permitindo avaliar o desempenho estrutural da solução otimizada quanto ao atendimento aos critérios normativos e construtivos.

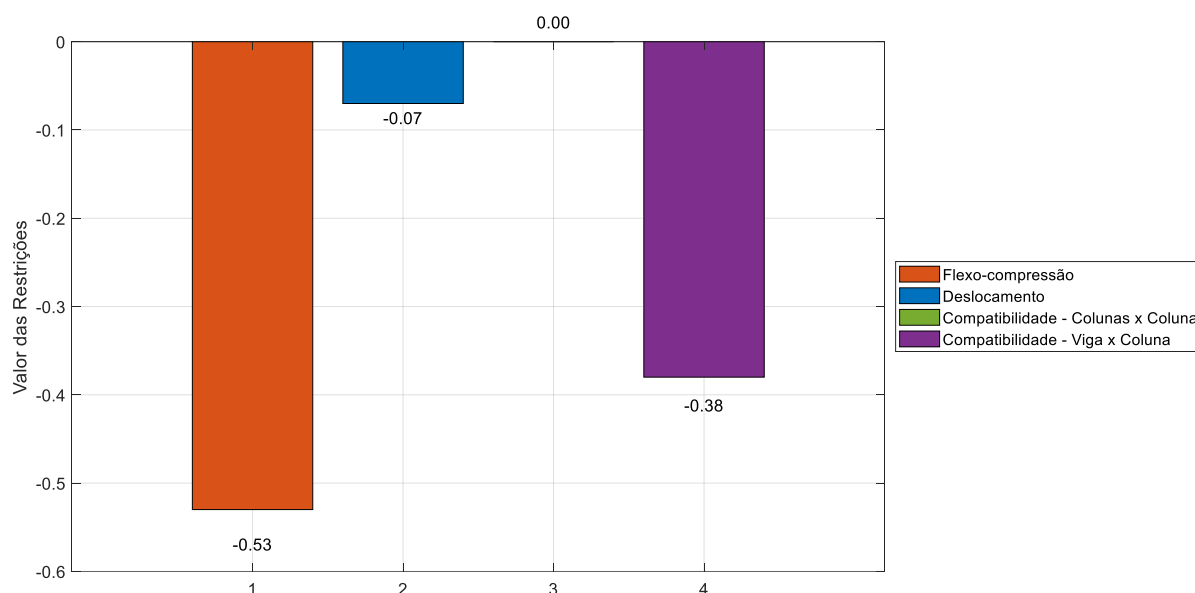


Figura 8.10. Valores da restrição de projeto do pórtico - 2a3v.

Na restrição (1) de flexo-compressão obteve-se o valor normalizado de $-0,53$ indica que, há uma folga de aproximadamente 53% em relação ao limite estabelecido na modelagem matemática do problema de otimização. Isso demonstra que os perfis adotados para as colunas foram eficazes em absorver as combinações de esforços axiais e fletores, assegurando estabilidade estrutural diante de possíveis efeitos de flambagem e resistência por interação de esforços.

Em relação à restrição (2) de deslocamento horizontal, conseguiu-se o valor normalizado de $-0,07$, verifica-se uma folga de 7% em relação ao patamar limite, o que assegura que os deslocamentos laterais em todos os nós avaliados não ultrapassaram os limites permitidos.

Já em relação à restrição (3) de compatibilidade entre colunas, obteve-se o valor normalizado igual a zero, significando que, a verificação atingiu exatamente o limite admissível. Finalmente, a restrição (4) de compatibilidade entre viga-coluna, apresentou o valor normalizado de $-0,38$, indicando que há uma folga de cerca de 38% em relação ao limite.

CAPÍTULO IX– CONCLUSÕES

Foi apresentada nesta dissertação de mestrado uma metodologia para solução de problemas de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas. As conclusões obtidas a partir da modelagem do problema e das aplicações realizadas, bem como sugestões para trabalhos futuros, são apresentadas neste último capítulo da dissertação.

9.1. Conclusões

O presente estudo apresentou o desenvolvimento e a aplicação de uma metodologia para otimização de pórticos planos de aço com ligações semirrígidas, utilizando análise estrutural não linear geométrica e Algoritmo Genético. A abordagem integrou, de forma sequencial, três etapas: a criação do banco de dados de ligações (Etapa 0), a otimização dos perfis e rigidezes rotacionais (Etapa 1) e o detalhamento das ligações com base no banco de dados (Etapa 2).

Os resultados obtidos nas aplicações mostraram reduções de massa total (custo do pórtico e da ligação) em relação a estudos de referência, evidenciando a eficiência da metodologia proposta. Essas reduções representam ganhos não apenas estruturais, mas também econômicos e construtivos, com impacto positivo em prazos e logística de montagem.

Ademais, os valores normalizados das restrições confirmaram a viabilidade técnica das soluções propostas, não tendo sido verificadas violações aos critérios de projeto em nenhuma das aplicações realizadas, com especial destaque para as condições de deslocamento e compatibilidade geométrica, sendo todas atendidas com margens satisfatórias. Tais resultados ratificam o potencial da abordagem sugerida, não apenas como ferramenta de projeto, mas também enquanto estratégia de racionalização estrutural, promovendo eficiência mecânica da estrutura.

A metodologia desenvolvida apresenta flexibilidade, podendo ser adaptada para diferentes catálogos de perfis e variadas condições de projeto, o que a torna aplicável tanto a estudos acadêmicos quanto a projetos reais de engenharia. A forma modular como o programa foi estruturado facilita futuras expansões, como a inclusão de análises de custo mais detalhada, avaliação de desempenho dinâmico e extensão

do modelo para pórticos tridimensionais, ampliando o escopo e o potencial de aplicação da ferramenta desenvolvida.

9.2. Proposta para trabalhos futuros

Futuros trabalhos nessa área devem ser realizados de maneira que a linha de pesquisa possa ter prosseguimento. Assim sendo, sugere-se que sejam consideradas:

- Extensão para estruturas tridimensionais (3D);
- Consideração de carregamentos variáveis no pórtico;
- Ampliar o banco de dados para incluir ligações soldadas, bem como perfis laminados e soldados sob medida;
- Consideração da semirrigidez da ligação da placa de base da coluna;
- Otimização multiobjetivo aplicada à redução simultânea da massa dos pórticos e das ligações.
- Atualizar o estudo considerando a NBR 8800 (ABNT, 2024), de forma a avaliar as possíveis alterações nos critérios de dimensionamento estrutural e realizar uma análise comparativa entre os resultados obtidos segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008) e aqueles que seriam alcançados com base nas diretrizes mais recentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AISC (2016). *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago.
- ALVES, E. C.; RODRIGUES, M. A.C.; BREDÁ, B. D.. *Approximated method of nonlinear geometric analysis applied to optimum design of steel frames*. Journal of Engineering Science and Technology Review, [S.l.], v. 16, n. 3, p. 7-15, 2023.
- ALVES, L. R. M. *Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2013.
- ARORA, J. S. *Introduction to optimum design*. 3. ed. Iowa City: Elsevier, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800 – *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.
- BRASIL, G. S.; DE ALMEIDA, F. S.; GOMES, H.; ANTÔNIO, J.; SEVERGNINI, B. *Otimização de galpões industriais utilizando algoritmos meta-heurísticos*. CBCA Revista da Estrutura de Aço, v. 12, n. 1, p. 2238-9377, 2023.
- BREDÁ, B. D.; RODRIGUES, M. A. C.; ALVES, E. C. *Approximated method of nonlinear geometric analysis applied to steel frames designed by Eurocode 3 and optimized with Genetic Algorithm*. In: IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 42., 2021, Rio de Janeiro. Anais [...] Rio de Janeiro: CILAMCE, 2021.
- CALFEM. *A Finite Element Toolbox to MATLAB: Version 3.4*. Lund: Department of Mechanics and Materials, Lund University, 2004.
- CABRERO, J. M.; BAYO, E. *Development of practical design methods for steel structures with semirigid connections*. Engineering Structures, v. 27, p. 1125–1137, 2005.
- CHEN, W. F.; KISHI, N.; KOMURO, M. *Semi-rigid connections handbook*. Fort Lauderdale: J. Ross Publishing, 2011.

CHEN, W. F.; LUI, E. M. *Stability design of steel frames*. Boca Raton: CRC Press, 1991.

CHEN, W. F. (2000) *Practical Computer-Based Analysis for Semi-Rigid Steel Frames*. Singapura: World Scientific.

COSTA, V. C. T. *Dimensionamento ótimo de pórticos planos em aço com ligações semirrígidas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.

DÍAZ, C. *Diseño óptimo uniones semirrígidas mediante simulación numérica y modelos kriging*. Tese (Doutorado em Análisis y diseño avanzado de estructuras) – Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena, 2010.

DUAN, L.; CHEN, W. F. *Effective Length Factors of Compression Members*. *Structural Engineering Handbook*, 1999.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). *Design of steel structure. Part 1.1: general rules and rules for building, EN 1993-1-1, Eurocode 3*. Brussels, 2003.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). *Design of steel structure. Part 1.1: general rules and rules for building, EN 1993-1-8, Eurocode 3*. Brussels, 2005.

FAELLA, C.; PILUSO, V.; RIZZANO, G. *Structural steel semi-rigid connections: theory, design and software*. Boca Raton: CRC, 2000.

FALCÓN, G. A. S.; GASPAR, R. C.; FERREIRA, W. G.; MENANDRO, F. C. M. *Computational Methodology for the Optimal Design Of Steel Truss Frames Integrating MATLAB and FEA Platforms*. REM - International Engineering Journal, v. 76, p. 129-137, 2023.

FALCÓN, G. A. S.; MARTÍ, P. M. *Dimensionamento ótimo de ligações semirrígidas de pórticos de aço – modelo “pórtico auxiliar”*. In: IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 35., Fortaleza, 2014. Anais [...] Fortaleza: UFCE, 2014.

FERREIRA, S. S. J. *Projeto ótimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas utilizando algoritmos genéticos e elementos finitos híbridos*. Dissertação (Mestrado

em Engenharia Civil) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, 2018.

FIGUEIREDO, L. M. *Ligações Mistas Viga-pilar – Análise Teórica e Experimental*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

FRYE, M., J.; MORRIS, G., A., *Analysis of Flexibly Connected Steel Frames* – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 2, No.3, 1975, p. 280-291.

GEEM, Z. W.; JOONG, H. K.; LOGANATHAN, G. V. *A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search*. *Simulation*, v. 76, n. 2, p. 60-68. 2001.

HORTÊNCIO, R. S.; FALCÓN, G. A. S. *Optimal design of beam-column connections of plane steel frames using the component method*. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 15, n. 11, p. e68, 2018.

JANSS, J.; JASPART, J.P.; MAQUOOI, R. *Experimental study of the non-linear behaviour of beam-to-column bolted joints*. *Connections in Steel Structures. Behaviour, strength & design*, Ed. Reidar Bjorhovde, Jacques Brozzetti, and André Colson, Elsevier applied science, 26-32, 1987.

KANVINDE, A. M.; GRILLI, D. A.; ZAREIAN, F. *Rotational Stiffness of Exposed Column Base Connections: Experiments and Analytical Models*. *Journal of Structural Engineering*, v. 138, p. 549–560, 2012.

KISHI, N., CHEN, W. F., GOTO, Y., *Effective Length Factor of Columns in Semirigid and Unbraced Frames*. *Journal of Structural Engineering*, 123:313-320, 1997.

LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, *Introdução aos algoritmos genéticos*. 1999, Anais. Rio de Janeiro: EntreLugar, 1999. Acesso em: 05 fev. 2025.

LIDEN, R. *Algoritmos Genéticos*. 3. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2012.

LIMA, L. R. O. *Comportamento de ligações com placa de extremidade em estruturas de aço submetidas a momento fletor e força axial*. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

LIU, C.; ZHANG, F.; ZHANG, H.; SHI, Z.; ZHU, H. *Optimization of assembly sequence of building components based on simulated annealing genetic algorithm*. Alexandria Engineering Journal, v. 62, p. 257-268, 2023.

LIU, M.; BURNS, S. A. *Multiple fully stressed designs of steel frame structures with semi-rigid connections*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 58, p. 821–838, 2003. DOI: 10.1002/nme.807.

LOU, H.; ZHIBIN, X.; YINYUAN, W.; GUAN, Q.; FENGLING, J.; BOQING, G.; HONGJIA, L. *Size optimization design of members for shear wall high-rise buildings*. Journal of Building Engineering, v. 61, p. 105292, 2022.

MONFORTON, G. R. *Matrix analysis of frames with semi-rigid connections*. Dissertação (Mestrado em Ciências Aplicadas) — University of Windsor, Windsor, 1962.

MOUSAVI, S. E.; MOSALMAN YAZDI, H. A.; MOSALMAN YAZDI, M. *Optimization Design of Reduced Beam Section Using Genetic Algorithm*. Int J Steel Struct, v. 22, p. 805-815, 2022.

OLIVEIRA, P. C. G. P. *Dimensionamento ótimo de pórticos em aço com ligações semirrígidas considerando análise não linear geométrica*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2019.

PENADÉS-PLÀ, V.; GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V. *Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design*. Engineering Structures, v. 179, p. 556-565, 2019.

SÁNCHEZ-OLIVARES, G.; ESPÍN, A. T. *Design of planar semi-rigid steel frames using genetic algorithms and Component Method*. Journal of Constructional Steel Research, v. 88, p. 267-278, 2013.

SHALLAN, O.; MAALY, H. M.; SAGIROGLU, M.; HAMDY, O. *Design optimization of semi-rigid space steel frames with semi-rigid bases using biogeography-based optimization and genetic algorithms*. Structural Engineering and Mechanics, v. 70, n. 2, p. 221-231, 2019.

SIMÕES, L. M. C. *Optimization of frames with semi-rigid connections*. Computers & Structures, v. 60, n. 4, p. 531–539, 1996.

SOUZA, Y. P., FERREIRA, W. G., FERREIRA, L. D., GONÇALVES, V. F., CAMARGO, R. S., NETO, A. B., LECCHI, L. B. *Introdução à teoria da estabilidade elástica: conceitos, implementações computacionais e aspectos normativos*. 3. ed. 1. reimpressão, Vitória: LBF, 2019.

TORREGOSA, R. F.; KANOK-NUKULCHAI, W. *Weight Optimization of Steel Frames Using Genetic Algorithm*. Advances in Structural Engineering, v. 5, n. 2, p. 89-100, 2000.

VATANI OSKOU EI, A.; SARIOLETLAGH F. S.; AKSOGAN, O. *Using genetic algorithm for the optimization of seismic behavior of steel planar frames with semi-rigid connections*. Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 45, n. 2, p. 255-269, 2012.

XU, L. *Practical computer-based analysis of semi-rigid steel frames*. In: CHEN, W. F. Practical analysis for semi-rigid frame design. 1. ed. Singapura: World Scientific, 2000. cap. 4, p. 176–205.

YASSAMI, M.; ASHTARI, P. *Using fuzzy genetic algorithm for the weight optimization of steel frames with semi-rigid connections*. International Journal of Steel Structures, v. 15, n. 1, p. 1-14, 2015.

APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL: MÓDULO DO BANCO DE DADOS

Os programas auxiliares serão enviados conforme solicitação.

```

%% CRIAÇÃO DE BANCO DE DADOS LIGAÇÕES VIGA-COLUNA
% Este código visa criar um banco de dados com diferentes combinações de
chapas, parafusos e perfis de vigas e colunas para o cálculo de momentos e
rigidez de ligações entre vigas e colunas em estruturas metálicas.
% O objetivo é armazenar as combinações viáveis e os resultados obtidos
para cada tipo de ligação, para análise estrutural posterior.
%
% Variáveis:
% - NomePerfis_Viga: Lista dos nomes dos perfis das vigas utilizadas nas
ligações.
% - NomePerfis_Coluna: Lista dos nomes dos perfis das colunas utilizadas
nas ligações.
% - TabelaParafusos: Tabela contendo os diâmetros dos parafusos utilizados
nas ligações.
% - TabelaChapas: Tabela contendo as espessuras das chapas utilizadas nas
ligações.
% - MatAlma_b, MatAla_b, MatAlma_c, MatAla_c, MatPlaca, MatSold:
propriedades dos materiais, como módulo de elasticidade.
% - Pretensado: Parâmetro que indica se o parafuso é pré-tensionado.
% - Metodo: Método de análise utilizado no cálculo de momentos e rigidez.
% - Analise: Parâmetro que define o tipo de análise a ser realizada.
% - Norma: Norma técnica que define os requisitos e critérios de cálculo.
% - PespAco: Peso específico do aço utilizado na análise.
% - Tipo_LVC_j: Tipo de ligação viga-coluna a ser analisada.
% - gM0, gMw, gMb: Parâmetros relacionados à resistência de materiais.
% - Classe_Parafuso: Classe do parafuso utilizado, definida pelo seu tipo e
resistência.
% - E, nu: Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson dos materiais.
% - CritS, CritRS: Critérios de segurança para os cálculos de resistência e
rigidez.
%
% O código realiza os seguintes passos:
% 1. Definição das tabelas de parâmetros (parafusos, chapas e perfis).
% 2. Geração das combinações possíveis de chapas, parafusos e perfis para
as ligações viga-coluna.
% 3. Realização de cálculos de momento e rigidez para cada combinação de
ligação.
% 4. Armazenamento dos resultados para cada combinação no banco de dados.
% 5. Exportação do banco de dados gerado para um arquivo Excel e arquivo
.mat

clear; close all; clc;
tic;
global NomePerfis_Viga NomePerfis_Coluna
global TabelaParafusos TabelaChapas
global MatAlma_b MatAla_b MatAlma_c MatAla_c MatPlaca MatSold
global Pretensado
global Metodo Analise Norma PespAco Tipo_LVC_j
global gM0 gMw gMb
global Classe_Parafuso
global E nu
global CritS CritRS

```

```

Tipos_LVC = {'2v-cc', 'v-cc', '2v-cf', 'v-cf'};

%% BANCO DE DADOS
[NomePerfis_Viga, NomePerfis_Coluna] = Nome_Perfis();
TabelaParafusos = [12,16,20,22,24,27,30,33,36];
TabelaChapas =
[6.3,8.0,9.5,12.5,16.0,19.0,22.4,25.4,31.5,37.5,44.5,50.0,63.0,75.0,100];

[Metodo, MatAlma_b, MatAla_b, MatAlma_c, MatAla_c, MatPlaca, ...
Classe_Parafuso, MatSold, CritS, CritRS, gM0, gMw, gMb, ...
E, nu, Pretensado, Analise, Norma, PespAco, Tipo_LVC_j] = Configuracao_ANALISE;

%% Num_Max_combinacoes (NMaxComb) possiveis
NMaxComb = length(TabelaParafusos) * length(TabelaChapas);

BDD_LSR(NMaxComb) = struct(...
    'Nome_Coluna', '', ...
    'Nome_Viga', '', ...
    'Espessura_Chapa', 0, ...
    'Diametro_Parafuso', 0, ...
    'Mj_Rd_2v_cc', 0, ...
    'Sj_ini_2v_cc', 0, ...
    'Mj_Rd_v_cc', 0, ...
    'Sj_ini_v_cc', 0, ...
    'Mj_Rd_2v_cf', 0, ...
    'Sj_ini_2v_cf', 0, ...
    'Mj_Rd_v_cf', 0, ...
    'Sj_ini_v_cf', 0);

Fim_Chapa = length(TabelaChapas);
Fim_Parafusos = length(TabelaParafusos);

%% MONTAGEM DAS COMBINACOES EXEQUIVEIS NA MATRIZ BDD_LVC
Linha_BDD = 0;
for Id_Col = 1:length(NomePerfis_Coluna)
    Nome_Coluna = NomePerfis_Coluna{Id_Col};
    for ID_Viga = 1:length(NomePerfis_Viga)
        %% Recupera propriedades do perfil coluna e perfil viga em analise
        Nome_Viga = NomePerfis_Viga{ID_Viga};

        [~,~,tf_Viga,~,~,~] = Tabela_perfis(Nome_Viga,{'h','bf','tf','tw','r','Iyb'});
        [~,~,tf_Col,~,~,~] = Tabela_perfis(Nome_Coluna,{'h','bf','tf','tw','r'});

        %% Loop através de todas as combinações de chapas e parafusos
        for Id_Chapa = 1:Fim_Chapa %LOOP CHAPA
            for Id_Par = 1:Fim_Parafusos % LOOP PARAFUSOS
                Diametro_Parafuso = TabelaParafusos(Id_Par);
                % Inicializa valores de momento e rigidez
                Mj_Rd_v_cc = 0; Mj_Rd_v_cf = 0; Mj_Rd_2v_cc = 0; Mj_Rd_2v_cf = 0;
                Sj_ini_v_cc = 0; Sj_ini_v_cf = 0; Sj_ini_2v_cc = 0; Sj_ini_2v_cf = 0;

                %% Análise para cada tipo de ligação
                for LVC = 1:length(Tipos_LVC)
                    Tipo_LVC = Tipos_LVC{LVC};
                    [Mj_Rd, Sj_ini, FFj] = Calc_LSR_MC(Tipo_LVC, Id_Col, ID_Viga, Id_Par, Id_Chapa);
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        if Mj_Rd ~= 0 && Sj_ini ~= 0
        % Armazena o momento e rigidez baseado na configuração
            switch Tipo_LVC

                case '2v-cc'
                    Mj_Rd_2v_cc = Mj_Rd; Sj_ini_2v_cc = Sj_ini;
                case 'v-cc'
                    Mj_Rd_v_cc = Mj_Rd; Sj_ini_v_cc = Sj_ini;
                case '2v-cf'
                    Mj_Rd_2v_cf = Mj_Rd; Sj_ini_2v_cf = Sj_ini;
                case 'v-cf'
                    Mj_Rd_v_cf = Mj_Rd; Sj_ini_v_cf = Sj_ini;
            end
        end
    end
    if Mj_Rd_v_cc ~= 0 || Mj_Rd_v_cf ~= 0 ||
Mj_Rd_2v_cc ~= 0 || Mj_Rd_2v_cf ~= 0
        %% Armazena os resultados na estrutura BDD_LSR
        Linha_BDD = Linha_BDD + 1;
        % Armazena a posição (índice) dos elementos
        BDD_LSR(Linha_BDD).Nome_Coluna = Id_Col;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Nome_Viga = ID_Viga;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Espessura_Chapa = Id_Chapa;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Diametro_Parafuso = Id_Par;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Mj_Rd_2v_cc = Mj_Rd_2v_cc; BDD_LSR(Linha_BDD).Sj_ini_2v_cc = Sj_ini_2v_cc;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Mj_Rd_v_cc = Mj_Rd_v_cc; BDD_LSR(Linha_BDD).Sj_ini_v_cc = Sj_ini_v_cc;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Mj_Rd_2v_cf = Mj_Rd_2v_cf; BDD_LSR(Linha_BDD).Sj_ini_2v_cf = Sj_ini_2v_cf;
        BDD_LSR(Linha_BDD).Mj_Rd_v_cf = Mj_Rd_v_cf; BDD_LSR(Linha_BDD).Sj_ini_v_cf = Sj_ini_v_cf;

    end

        end %Loop parafusos
    end %loop chapa
end
end

BDD_LSR = BDD_LSR(1:Linha_BDD);
tabela_bdd = struct2table(BDD_LSR);
disp(tabela_bdd);
filename = sprintf('BDD_LVC.xlsx');
writetable(tabela_bdd, filename);
save('tabela_bdd.mat', 'tabela_bdd');

```

Nome_Coluna	Nome_Viga	Espessura_Chapa	Diametro_Parafuso	Mj_Rd_2v_cc	Sj_ini_2v_cc	Mj_Rd_v_cc	Sj_ini_v_cc	Mj_Rd_2v_cf	Sj_ini_2v_cf	Mj_Rd_v_cf	Sj_ini_v_cf
1	1	2	1	12,3867184	1954,516869	12,3867184	1711,500053	7,89549964	1073,212899	7,89549964	993,6035357
1	1	2	2	15,90565537	2520,47652	15,90565537	2119,73058	9,9102147	1562,402114	9,9102147	1392,915641
1	1	2	3	17,91990512	3303,274766	17,91990512	2632,117251	12,50183106	2341,035146	12,50183106	1972,30514
1	1	2	4	19,46481668	3635,847435	19,46481668	2831,851469	14,76982984	2875,725924	14,76982984	2340,027967
1	1	2	5	21,60933314	4003,717579	21,60933314	3039,796389	16,97268558	3475,593395	16,97268558	2723,373725
1	1	2	6	26,23427265	5162,16103	25,72003351	3663,931168	21,65190273	4751,440625	21,65190273	3454,383719
1	1	3	1	12,3867184	2063,272973	12,3867184	1792,437978	7,89549964	1106,929308	7,89549964	1022,029189
1	1	3	2	16,47758354	2700,119741	16,47758354	2242,522992	9,9102147	1634,720901	9,9102147	1448,926277
1	1	3	3	18,83427822	3594,147255	18,83427822	2810,104612	12,50183106	2492,112622	12,50183106	2076,108646
1	1	3	4	21,15790137	4131,751092	21,15790137	3126,459608	14,87361469	3169,618536	14,87361469	2531,089389
1	1	3	5	23,36832378	4703,757687	23,36832378	3439,229648	17,91709028	3960,069638	17,91709028	3018,442589
1	1	3	6	27,88973946	6015,100116	26,73284215	4092,567284	22,62728589	5427,366494	22,62728589	3810,842531

Figura A.1. Trecho do bdd_lvc em xlsx.

APÊNDICE B – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL: MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO

Os programas auxiliares serão enviados conforme solicitação.

```

%% PROGRAMA PRINCIPAL DE OTIMIZAÇÃO
% Pórticos Planos com ligações semirrígidas
close all;
clc;
clear all;
%% DADOS GLOBAIS DO PÓRTICO
global BD_Perfis %Banco de dados de perfis estruturais
global BD_Perfis_Coluna BD_Perfis_Viga % Bancos de dados para colunas e vigas
global Grupos_Perfis % Identificação dos grupos de vigas e colunas
global NG_Perfis
global NG_Perfis_Coluna % Número de grupos de colunas
global NG_Perfis_Viga NVigas % Número de grupos de viga e número de vigas

global L N Nos % Comprimento dos elementos, número de nós do pórtico
global el_class % Identificação das barras como vigas ou colunas
global Edof Ki fi ex ey bc Nels eq ep incid % Parâmetros fixos para análise do pórtico

% VARIÁVEIS GLOBAIS DAS LIGAÇÕES VIGA-COLUNA (LVC)
% Parâmetros das ligações viga-coluna (ver função Fun_LerLigacaoXlsx)
global Grupos_LVC NG_LVC % Grupos LVC
global N_LVC % Número de ligações viga-coluna
global Topologia_LVC Topologia_Nos
%% BANCO DE DADOS DE LVC
global BDD_LVC %
%% PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS
global f_el fs_pla mat_sol
%% LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA DO PÓRTICO E DAS LVC -----
% Carrega a tabela criada na Etapa_O com todas as combinações que geram LVCs.
load BDD_LVC.mat tabela_bdd;
BDD_LVC = table2array(tabela_bdd); % Converte Table para Array
%% DADOS DE ENTRADA DO PÓRTICO E DAS LIGAÇÕES VIGA-COLUNA (LVC)

% #1 - Dados Pórtico *xlxs-----
NOME_arquivo_DADOS_portico=char(uigetfile('DadosPortico*.xlsx','###Arquivo com DADOS DO
PÓRTICO?'));
[Edof, Ki, fi, ep, f_el, ex, ey, L, bc, Nels, N_Nos, eq, NG_Perfis_Coluna, NG_Perfis_Viga,
Grupos_Perfis, incid] = Fun_LerPorticoXlsx(NOME_arquivo_DADOS_portico);
NG_Perfis = NG_Perfis_Coluna + NG_Perfis_Viga;
% Identificação das vigas e colunas do pórtico
[el_class] = Grupos_Perfis(:, 3); % Classifica os elementos: (1-Viga; 0-Coluna)
NVigas = length(find(Grupos_Perfis(:, 3) == 1)); % Número de vigas
%% #2 - Dados LVC*.xlsx -----
NOME_arquivo_DADOS_lvc = char(uigetfile('Dados LVC*.xlsx', '###Arquivo com DADOS DAS
LIGAÇÕES?'));
[N_LVC, Topologia_LVC, Topologia_Nos, fs_pla, mat_sol, Grupos_LVC, NG_LVC] =
Fun_LerLigacaoXlsx(NOME_arquivo_DADOS_lvc, N_Nos);
%% CATÁLOGO FABRICANTES: COLUNA e VIGA

BD_Perfis = PerfisGerdauSI();
[BD_Perfis_Coluna, BD_Perfis_Viga] = BD_Perfis_Coluna_Viga(BD_Perfis);

NPerfis = height(BD_Perfis);
NPerfis_Coluna = height(BD_Perfis_Coluna);
NPerfis_Viga = height(BD_Perfis_Viga);

%% VPs - Variáveis de Projeto
% Pilares por grupo-barras
VP_Perfis_Coluna = ones(NG_Perfis_Coluna, 1)
% Vigas por grupo-barras
VP_Perfis_Viga = ones(NG_Perfis_Viga, 1);
VP_r_LVC = 0,5 * ones(NG_LVC, 1);
% Variáveis de projeto
VPs = [VP_Perfis_Coluna; VP_Perfis_Viga; VP_r_LVC];
NVPs = length(VPs);

```

```

% Variáveis inteiras (são os índices das tabelas dos fabricantes)
Int_VPs = 1:NG_Perfis;
%% Limites lb <= X <= ub
% Limites lb e ub das vigas e pilares
lb_Perfis = ones(NG_Perfis, 1);
ub_Perfis_Coluna=ones(NG_Perfis_Coluna,1)size(BD_Perfis_Coluna, 1);
ub_Perfis_Viga = ones(NG_Perfis_Viga, 1) * size(BD_Perfis_Viga, 1);
% Limites lb e ub das LVC
lb_LVC = 0.13 * ones(NG_LVC, 1);
ub_LVC = 0.89 * ones(NG_LVC, 1);
lb = [lb_Perfis; lb_LVC];
ub = [ub_Perfis_Coluna; ub_Perfis_Viga; ub_LVC];
%% Configuração do AG
options = ConfigAG(NVPs);

%% ##### ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO #####

[X_Otim, Custo_Otimo, exitflag_port, output_port, population_port, scores_port] =
ga(@FuncaoObjetivo, NVPs, [], [], [], [], lb, ub,@RestricoesDeProjeto, Int_VPs, options);

%% ##### RESULTADOS FINAIS #####
% Perfis estruturais ótimos
X_Otim = X_Otim(:);
% Perfis ótimos por grupos
NGrupo_barras = (1:NG_Perfis)';
Id_Perfil_Otimo = fix(X_Otim(1:NG_Perfis)/1); %"FIX" para obter números inteiros

%% Identificação do perfil estrutural para cada grupo
for NGr = 1:NG_Perfis
    if NGr > NG_Perfis_Coluna
        % Caso das vigas
        NomePerfil_Otimo(NGr)=BD_Perfis_Viga.Bitola(Id_Perfil_Otimo(NGr));
    else
        % Caso das Colunas
        NomePerfil_Otimo(NGr)=BD_Perfis_Coluna.Bitola(Id_Perfil_Otimo(NGr));
    end
end
end

NomePerfil_Otimo = NomePerfil_Otimo(:);

% Tabela Perfis ótimos
Perfis_Otimos=table(NGrupo_barras,Id_Perfil_Otimo,NomePerfil_Otimo);
disp(Perfis_Otimos);

% Grau de rigidez Ótimo
% Chapas e parafusos por grupos de LVC
NGrupo_LVC = (1:NG_LVC)';
Rigidez_rotacional = X_Otim(NG_Perfis+1:end);

%% Imprimir custo total da estrutura
[Custo_total, Custo_Portico, Custo_LVC]=FuncaoObjetivo(X_Otim);

Taxa_Custo_LVC = 100 * Custo_LVC / Custo_total;

fprintf ('\n ### Custo total do pórtico: R$ %g reais \n\n', Custo_Otimo);

Tab_Custo_Otimo = table(Custo_Portico, Custo_LVC, Custo_total, Taxa_Custo_LVC);
disp(Tab_Custo_Otimo);

%% Visualização Gráfica da solução ótima obtida pelo AG
fprintf ('\n\n ### Tabela - Restrições de Projeto (X_Otim) \n');
[Rest_Otim, ~, Tabela_Restricoes] = RestricoesDeProjeto(X_Otim);

% Tabela de restrições para X_Otim
disp(Tabela_Restricoes);

Numero_LVC = [1:NG_LVC]';
Componentes_LVC_Otimas=table(Numero_LVC,Rigidez_rotacional);
disp(Componentes_LVC_Otimas);

% Valor das Restrições na Configuração Ótima
figure
bar3(Rest_Otim);
title('Valor das Restrições na Configuração Ótima');

% Limites inferiores das VPs
figure

```

```
LInf_VPs = (1 - (X_Otim ./ lb));  
bar3(LInf_VPs);  
title('Situação VPs - Limites Inferiores');  
pause(2)  
  
% Limites Superiores das VPs  
figure  
LSup_VPs = ((X_Otim ./ ub) - 1);  
bar3(LSup_VPs);  
title('Situação VPs - Limites Superiores');  
  
% ----- fim Etapa_1 -----
```

APÊNDICE C – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL: SELEÇÃO E DETALHAMENTO DAS LIGAÇÕES

Os programas auxiliares serão enviados conforme solicitação.

```

%% ##### ETAPA 2 #####

% Rodar após conclusão da Etapa_1

load Dados_Etapa_1.mat;
load Tabela_bdd_com_restricoes.mat tabela_bdd;
%% Identificação das Chapas e Parafusos Otimos

NTabela_BDD=table2array(tabela_bdd);

% Momentos solicitantes nas LVC
% Cálculo das solicitações [es] e dos deslocamentos [ed] via CALFEM_ANLG_LSR
[r_LVC] = Calculo_r_LVC_portico(X_Otim);
[~,~,es] = Analise_Portico_ANLG_LSR(r_LVC);
[MSol_LVC] = Analise_LVC_Solicitacoes(es);

[Ind_Espessura_chapas,Ind_Diametro_parafusos] = Etapa2_Componentes_LVC(X_Otim,MSol_LVC);

TabelaParafusos = [12,16,20,22,24,27,30,33,36];
TabelaChapas = [6.3,8.0,9.5,12.5,16.0,19.0,22.4,25.4,31.5,37.5,44.5,50.0,63.0,75.0,100];

Numero_Grupo_LVC=(1:NG_LVC)';
Espessura_chapas = TabelaChapas(Ind_Espessura_chapas)';
Diametro_parafusos = TabelaParafusos(Ind_Diametro_parafusos)';

Componentes_LVC__Otimas =
table(Numero_Grupo_LVC,Rigidez_rotacional,Espessura_chapas,Diametro_parafusos);

fprintf ('\n\n ### Tabela - Grau de rigidez Ótima nas LVC \n');
disp(Componentes_LVC__Otimas);

% ----- fim Etapa_2 -----

```