EDUCAÇÃO INCLUSIVA - UM ESTUDO DE CASO NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º. GRAU POR ALUNOS CEGOS UTILIZANDO MATERIAL ADAPTADO

MYLANE DOS SANTOS BARRETO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ

MARÇO - 2013

EDUCAÇÃO INCLUSIVA - UM ESTUDO DE CASO NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º. GRAU POR ALUNOS CEGOS UTILIZANDO MATERIAL ADAPTADO

MYLANE DOS SANTOS BARRETO

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Dr. GERALDO DE OLIVEIRA FILHO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ
MARÇO - 2013

EDUCAÇÃO INCLUSIVA - UM ESTUDO DE CASO NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º. GRAU POR ALUNOS CEGOS UTILIZANDO MATERIAL ADAPTADO

MYLANE DOS SANTOS BARRETO

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 12 de Março de 2013.

Comissão Examinadora:

Profª. Liliana Angelina León Mescua, Drª. em Matemática - UENF

Prof. Nilson Sergio Peres Stahl, Dr. em Educação - UENF

Profª. Mônica Souto da Silva Dias, Drª. em Educação Matemática - IF FLUMINENSE

Prof. Geraldo de Oliveira Filho, Dr. en MATHÉMATIQUES. - UENF
(ORIENTADOR)

Eu gostaria de dedicar este trabalho a muitas pessoas que, de alguma forma, ajudaram-me e incentivaram-me. Porém, ele representa um caminho que foi traçado por insistência e apoio de uma pessoa muito especial. Partiu depois de mostrar o óbvio a quem não enxergava o caminho correto. É certo que onde estiver se enche de orgulho ao ver sua neta professora e mestre como tanto desejava.

"IN MEMÓRIA"a minha avó Nely Miranda dos Santos.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Eliane e Esio, tias Barbara, Evanilda, Jussara e Vitória; aos meus primos, amigos e irmão Everton pelo apoio, incentivo e compreensão.

Ao meu professor orientador Geraldo de Oliveira Filho pelo aprendizado e por acreditar na execução deste trabalho.

A professora Sandra Kezen pela tradução do resumo.

Aos meus colegas de turma Bruno, Fernando, Juliana, Márcio, Maurício, Pedro, Ronaldo, Thaís e Thiago que sempre estiveram presentes nos momentos bons e ruins.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo verificar as possibilidades e dificuldades do uso de películas de policloreto de vinila (PVC) produzidas em um duplicador Braille *Thermoform Ez-Form*, no ensino de função polinomial do 1º. grau para alunos cegos. Tais películas são utilizadas para reproduzir uma imagem em alto relevo. Além disso, a pesquisa também pretende verificar de que forma os sistemas auditivo, fonador e háptico devem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de alunos cegos. O trabalho teve caráter qualitativo e utilizou o estudo de caso como abordagem metodológica de investigação. A escolha por películas de PVC ocorreu por se tratar de um material durável e de boa precisão na reprodução de imagens em alto relevo. As películas foram moldadas no duplicador por meio de uma matriz produzida em uma folha A3, na qual os gráficos, setas e pontos eram representados por linhas enceradas e miçangas. O uso de materiais táteis permite que o aluno busque, por meio do sistema háptico, características que seriam possíveis somente pela observação. Assim, elaborou-se uma sequência didática que proporciona a utilização dos sistemas auditivo, fonador e háptico, buscando promover o desenvolvimento cognitivo dos alunos cegos a partir de suas potencialidades. Segundo Vygotsky, as pessoas cegas apresentam o mesmo desenvolvimento qualitativo das pessoas videntes, gerando processos compensatórios que permitem transpor as dificuldades geradas pela ausência da visão. A experimentação da sequência didática, construída neste trabalho, ocorreu com um aluno cego atendido pelo Educandário para cegos São José Operário, localizado em Campos dos Goytacazes. O aluno recebeu a apostila elaborada, em Braille, e as películas de PVC, porém solicitou que a apostila fosse lida para ele. Ao usar o sistema háptico, o aluno explorou as películas na busca por informações sobre o domínio, contradomínio, imagem, coeficientes, intersecções com os eixos, crescimento e decrescimento de uma função polinomial do 1º. grau. Além disso, o uso das películas possibilitou a marcação de pontos e a construção do gráfico de funções. Os alunos cegos, embora em tempo diferente, apresentaram o mesmo desenvolvimento qualitativo dos alunos videntes.

Palavras-chave: Deficiência visual. Películas de PVC. Estudo de função.

ABSTRACT

This research aims to determine the possibilities and difficulties of using films of polyvinyl chloride (PVC) produced on a duplicator Braille Thermoform Ez-Form, in teaching polynomial function of the 1st. degree for blind students. Such films are used to reproduce an image in high relief. Furthermore, the research also aims to verify how the auditory, phonetic and haptic systems should be used in the teaching and learning of blind students. The study was qualitative and used the case study approach as methodological research. The choice of PVC films happened because it is durable and has good accuracy in the reproduction of images in high relief. The films were molded by the duplicator of a matrix produced on an A3 sheet, in which the graphics, points and arrows represented by waxed lines and beads. The use of tactile materials allows the student to seek, through the haptic system, characteristics that would be possible only by observation. Thus, we elaborated a sequence that provides the didactic use of auditory, phonetic and haptic systems, seeking to promote the cognitive development of blind students from their potential. According to Vygotsky, blind people have the same qualitative development of sighted people, generating compensatory processes that allow them to overcome the difficulties caused by the lack of vision. The trial of the didactic sequence constructed in this study occurred with a blind student who studies at Educandário São José Operário, a school for the blind, located in Campos dos Goytacazes. The student received a booklet prepared in Braille, and PVC films, but asked that the book be read to him. When using the haptic system, the student explored the films in search of information about the domain, codomain, image, coefficients, intersections with the axes, growth and degrowth of polynomial function of the 1st. degree. Furthermore, the use of films allowed the construction and scoring chart of functions. The blind students, although in different times, showed the same qualitative development of students seers.

Keywords: Visual impairment. PVC films. Study of function.

Lista de Figuras

2.1 Alfabeto Braille 20

2.2 Cela Braille 21

2.3 Reglete e punção 21

2.4 Máquina de escrever Braille 22

2.5 Sorobã 22

2.6 Impressora Braille 23

2.7 Número de matrículas de alunos com deficiência nas escolas regulares . . 24

2.8 Número de matrículas de alunos com deficiência em Campos dos Goytacazes 25

4.1 Matemáticos e o aprimoramento do conceito de função 50

5.1 Classificação pragmática dos estudos de caso 59

5.2 Matriz e película do exemplo 1 61

5.3 Matriz e película do exemplo 2 62

5.4 Matriz e película da definição de função 63

5.5 Matriz e película do exemplo 4 63

5.6 Matriz e película do exemplo 5 63

5.7 Matriz e película do exemplo 6 64

5.8 Matriz e película do exemplo 7 64

5.9 Matriz e película da definição de função afim 65

5.10 Matriz e película da noção de plano cartesiano 66

5.11 Kit utilizado para marcação de pontos e construção de gráficos 66

5.12 Matriz e película dos exemplos 8, 9, 10 e 11 68

5.13 Apostila em Braille 70

5.14 Construção do gráfico da função $f(x)$ 79

5.15 Construção do gráfico da função $g(x)$ 79

5.16 Construção do gráfico da função $h(x)$ 80

Sumário

Introdução 1

1 LEGISLAÇÃO: EDUCAÇÃO INCLUSIVA 3

2 DEFICIÊNCIA VISUAL 14

2.1 Definições clínicas 14

2.2 Métodos e técnicas de ensino 17

2.3 Atendimento Educacional Especializado 18

2.4 Sistema Braille 20

2.5 Estatística 23

3 APORTE TEÓRICO 26

3.1 Defectologia 26

3.2 A deficiência e a compensação 28

3.3 Funções psicológicas superiores e mediação 33

3.4 Sistema háptico, fonador e auditivo 36

4 DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FUNÇÃO 41

4.1 A ideia de função 41

4.2 Origem do conceito de função 43

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS 52

5.1 Metodologia de Pesquisa 52

5.2 Planejamento da sequência didática 61

5.3 Experimentação da sequência didática 69

Considerações Finais **84**

Apêndice **99**

Introdução

A atual discussão da sociedade sobre a acessibilidade alcança o ambiente educacional com o movimento da educação inclusiva. A legislação brasileira prevê e ampara o acesso e a permanência das pessoas com deficiência na rede regular de ensino, mas o caminho para uma educação de qualidade para todos ainda é longo. É necessária uma reestruturação das dependências físicas e materiais para que o aluno com deficiência não permaneça na escola apenas como um ouvinte, mas que consiga aprender com qualidade seguindo a mesma matriz curricular dos alunos ditos ´´normais``. As classes escolares, mesmo quando não apresentam um indivíduo com deficiência, são heterogêneas. Os alunos apresentam, por exemplo, diversidades físicas, culturais e socioeconômicas que influenciam o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, como afirma Vygotsky (1997), cada aluno apresenta, em cada etapa do desenvolvimento cognitivo, características específicas e quantitativas. Em seus estudos sobre defectologia, Vygotsky (1997) afirma que a deficiência cria estímulos para a utilização dos órgãos não afetados, como uma compensação. Todos esses fatos devem ser levados em consideração no momento do planejamento da aula e, o ensino de alunos com deficiência, deve ter foco nas suas potencialidades. Na tentativa de propiciar a alunos cegos um ensino com as características descritas anteriormente, foi elaborada uma sequência didática para o ensino de função polinomial do 1º. grau com a utilização de películas de policloreto de vinila (PVC), produzidas em um duplicador *Thermoform Ez-Form*, como instrumentos de mediação. O duplicador é uma máquina que produz alto relevo em películas de PVC por aquecimento sobre uma matriz. A escolha por películas de PVC ocorreu por se tratar de um material resistente e durável. Tal sequência didática foi experimentada com um aluno cego atendido pelo Educandário para cegos São José Operário utilizando o estudo de caso como metodologia de pesquisa e busca entender como o uso de películas de PVC facilita o processo de ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º. grau por alunos cegos e como os sistemas

auditivo, fonador e háptico devem ser usados para que o aluno cego compreenda o que pretende ser ensinado. Por meio do sistema háptico, o aluno buscou informações contidas nas imagens reproduzidas nas películas sobre domínio, contradomínio, imagem, coeficientes, intersecções com os eixos, crescimento e decrescimento de funções polinomiais do 1º. grau. O trabalho está estruturado em cinco capítulos. O primeiro capítulo aborda o movimento da educação inclusiva e as principais leis brasileiras que promovem o acesso e a permanência dos alunos com deficiência em instituições regulares de ensino. Nesse sentido, alguns dos documentos mais importantes são o Estatuto da Criança e do Adolescente e a Declaração de Salamanca. No segundo capítulo, estão relatadas as definições clínicas que caracterizam a cegueira. Ainda nesse capítulo, é mencionada uma cartilha do governo que orienta o ensino de alunos com deficiência e um *software* que se comunica com o usuário por meio de síntese de voz, é contada parte da história e do trabalho realizado pelo Instituto Benjamin Constant, localizado na cidade do Rio de Janeiro e pelo Educandário para cegos São José Operário, situado na cidade de Campos dos Goytacazes. Além disso, é abordado o sistema Braille e feita uma discussão sobre o número de alunos com deficiência matriculados no Ensino Fundamental e Médio, em todo o país e o número de pessoas com deficiência que mora em Campos dos Goytacazes. Tais dados foram extraídos do Censo Escolar 2011 e do Censo Demográfico 2010. O terceiro capítulo apresenta o aporte teórico, com os estudos de Vygotsky sobre defectologia, compensação, funções psicológicas superiores e mediação, além da importância da utilização dos sistemas háptico, fonador e auditivo no ensino de alunos cegos. O quarto capítulo descreve o desenvolvimento histórico do conceito de função. O quinto capítulo apresenta a justificativa para a escolha da metodologia de pesquisa, estudo de caso, além do planejamento e o relato da experimentação da sequência didática. O último capítulo apresenta as considerações finais do trabalho.

Capítulo 1

LEGISLAÇÃO: EDUCAÇÃO INCLUSIVA

A educação inclusiva é um movimento mundial que luta pelos direitos dos portadores de deficiência de frequentarem classes de escolas regulares, sem sofrerem qualquer tipo de discriminação e desfrutando de condições iguais de aprendizagem. Seguindo este princípio, não é o aluno que deve se adaptar à escola, mas a escola é que deve se adaptar ao aluno, respeitando suas diferenças e valorizando a diversidade.

Historicamente, as classes escolares são consideradas homogêneas, mas mesmo aquelas que não apresentam algum aluno portador de deficiência não podem ser assim classificadas, visto que cada indivíduo necessita de tempo e métodos de aprendizagem distintos.

Com base na Declaração Universal dos Direitos Humanos (ONU, 1948), o movimento da educação inclusiva conseguiu assegurar aos portadores de deficiência o direito à educação de qualidade no ensino regular por meio de Leis, Decretos e suas reformas.

A Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988) indica no artigo 205, do capítulo III seção I, que a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, ao seu preparo para o exercício da cidadania e a sua qualificação para o trabalho. No artigo 206, que todos têm igualdade de condições para acesso e permanência na escola e, no artigo 208, que é dever do Estado oferecer atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino.

O Estatuto da Criança e do Adolescente (BRASIL, 1990), lei 8069/90, afirma no artigo 54 que é dever do Estado assegurar à criança e ao adolescente portador de deficiência

atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino.

A Conferência Mundial Sobre Necessidades Educacionais Especiais que deu origem à Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994) em 1994, organizada pelo Governo da Espanha e pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), foi o marco mais importante que propagou as teorias e práticas da educação inclusiva em muitos países, até mesmo no Brasil. Os dirigentes de oitenta e oito países, entre eles o Brasil, reuniram-se com a finalidade de constituir um plano de ação no qual todas as escolas devem aceitar quaisquer crianças, jovens e adultos independente de suas condições físicas, intelectuais, emocionais, entre outras.

A Declaração de Salamanca, preceituou que:

> [...] escolas deveriam acomodar todas as crianças, independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e super-dotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias lingüísticas, étnicas, ou culturais, e crianças de outros grupos desvantajosos ou marginalizados (UNESCO, 1994, s.p.).

Na Declaração, consta ainda que as escolas têm de encontrar a maneira de educar com êxito todas as crianças, inclusive as que têm deficiências graves. Segundo Fernandes (2004), os princípios norteadores da Declaração de Salamanca são:

- o reconhecimento das diferenças;
- o atendimento às necessidades de cada um;
- a promoção de aprendizagem;
- o reconhecimento da importância da "escola para todos", e
- a formação de professores.

À temática sobre o direito de todos à educação garantido por lei, Monteiro (2003, p.769) acrescenta:

> O direito a educação é um direito de "toda pessoa", sem discriminação alguma e sem limites de tempo ou espaço exclusivo para o seu exercício. É o direito da criança e do adulto, da mulher e do homem, seja qual for a sua capacidade física e mental, a sua condição e situação (MONTEIRO, 2003, p.769).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (BRASIL, 2006b), Lei nº. 9394, de 20 de dezembro de 1996, na sua 5ª. edição, afirma no artigo 4 que é dever do Estado oferecer atendimento educacional especializado gratuito aos educandos com necessidades especiais, preferencialmente na rede regular de ensino. A LDB, no capítulo V, trata especificamente da Educação Especial e define-a como modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais. No artigo 59, indica que os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com necessidades especiais currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades e professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns.

Segundo o Decreto Lei nº. 3.298 de dezembro de 1999 (BRASIL, 1999), que dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, pessoa com deficiência é aquela que apresente perda ou anormalidade total de uma estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica gerando incapacidade para o desempenho de atividade, dentro do padrão considerado normal para o ser humano.

A Lei nº. 10098/94, de 23 de março de 1994 (BRASIL, 1994), estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, mediante a supressão de barreiras e de obstáculos nas vias e espaços públicos, no mobiliário urbano, na construção e reforma de edifícios e nos meios de transporte e de comunicação. No capítulo VII, artigo 17, esta lei garante que o Poder Público promoverá a eliminação de barreiras na comunicação e estabelecerá mecanismos e alternativas técnicas que tornem acessíveis os sistemas de comunicação e sinalização às pessoas portadoras de deficiência sensorial e com dificuldade de comunicação, para garantir-lhes o direito de acesso à informação, à comunicação, ao trabalho, à educação, ao transporte, à cultura, ao esporte e ao lazer.

O Decreto nº. 3956/01 (BRASIL, 2001), de 08 de outubro de 2001, promulga a Convenção Interamericana para a eliminação de todas as formas de discriminação contra as pessoas portadoras de deficiência (Convenção de Guatemala) e reafirma que as pessoas portadoras de deficiência têm os mesmos diretos humanos e liberdades fundamentais que outras pessoas e que estes direitos, inclusive o direito de não ser submetidas à discriminação com base na deficiência, emanam da dignidade e da igualdade que são inerentes a todo ser humano.

A Lei nº. 10436/02 (BRASIL, 2002), de 24 de abril de 2002, dispõe sobre o reconhecimento como meio legal de comunicação e expressão a Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS e outros recursos de expressão a ela associados e por meio da Portaria 2.678 o Braille é aprovado para ensino, produção e difusão em todas as modalidades da educação. Ainda em 2002, a resolução CNE/CP (Conselho Nacional de Educação) nº. 1 estabelece que as universidades devem formar professores para atender aos alunos com necessidades especiais educacionais.

Em 2003, o Ministério da Educação (MEC) cria o Programa Educação Inclusiva: Direito à Diversidade (BRASIL, 2006a), resultando no investimento da formação de professores para atuar na propagação da educação inclusiva. Em 2004, o Ministério Público Federal publica o documento O Acesso de Alunos com Deficiência às Escolas e Classes Comuns da Rede Regular (BRASIL, 2004a), com o objetivo de disseminar os conceitos e diretrizes mundiais para a inclusão, reafirmando o direito e os benefícios da escolarização de alunos com e sem deficiência nas turmas comuns do ensino regular.

Em 2007, é lançado o Plano de Desenvolvimento da Educação - PDE (BRASIL, 2007c), que trata de Programas como: formação continuada de professores na Educação Especial, implantação de salas de recursos multifuncionais, acompanhamento e monitoramento do acesso e permanência na escola das pessoas com deficiência e acessibilidade na Educação Superior.

O Decreto nº. 186/08 (BRASIL, 2008a), republicado em 20 de agosto de 2008, aprova o texto da Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (BRASIL, 2007b) e de seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova Iorque, em 30 de março de 2007. Este decreto reconhece a importância da acessibilidade aos meios físico, social, econômico e cultural, à saúde, à educação e à informação e comunicação, para possibilitar aos portadores de deficiência o pleno gozo de todos os direitos humanos e liberdades fundamentais.

O propósito da presente Convenção é promover, proteger e assegurar o exercício pleno e equitativo de todos os direitos humanos e liberdades fundamentais por todas as pessoas com deficiência e promover o respeito pela sua dignidade inerente. Neste decreto, o artigo 24 garante o direito das pessoas portadoras de deficiência à educação:

> 1. Os Estados Partes reconhecem o direito das pessoas com deficiência à educação. Para efetivar esse direito sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades, os Estados Partes assegurarão sistema educacional inclusivo em todos os níveis, bem como o aprendizado ao longo de toda a vida, com os seguintes objetivos:
> a) O pleno desenvolvimento do potencial humano e do senso de dignidade e auto-estima, além do fortalecimento do respeito pelos direitos humanos, pelas liberdades fundamentais e pela diversidade humana;
> b) O máximo desenvolvimento possível da personalidade e dos talentos e da criatividade das pessoas com deficiência, assim como de suas habilidades físicas e intelectuais;
> c) A participação efetiva das pessoas com deficiência em uma sociedade livre.
> 2. Para a realização desse direito, os Estados Partes assegurarão que:
> a) As pessoas com deficiência não sejam excluídas do sistema educacional geral sob alegação de deficiência e que as crianças com deficiência não sejam excluídas do ensino primário gratuito e compulsório ou do ensino secundário, sob alegação de deficiência;
> b) As pessoas com deficiência possam ter acesso ao ensino primário inclusivo, de qualidade e gratuito, e ao ensino secundário, em igualdade de condições com as demais pessoas na comunidade em que vivem;
> c) Adaptações razoáveis de acordo com as necessidades individuais sejam providenciadas;
> d) As pessoas com deficiência recebam o apoio necessário, no âmbito do sistema educacional geral, com vistas a facilitar sua efetiva educação;
> e) Medidas de apoio individualizadas e efetivas sejam adotadas em ambientes que maximizem o desenvolvimento acadêmico e social, de acordo com a meta de inclusão plena.

> 3. Os Estados Partes assegurarão às pessoas com deficiência a possibilidade de adquirir as competências práticas e sociais necessárias de modo a facilitar às pessoas com deficiência sua plena e igual participação no sistema de ensino e na vida em comunidade. Para tanto, os Estados Partes tomarão medidas apropriadas, incluindo:
> a) Facilitação do aprendizado do braille, escrita alternativa, modos, meios e formatos de comunicação aumentativa e alternativa, e habilidades de orientação e mobilidade, além de facilitação do apoio e aconselhamento de pares;
> b) Facilitação do aprendizado da língua de sinais e promoção da identidade lingüística da comunidade surda;
> c) Garantia de que a educação de pessoas, em particular crianças cegas, surdocegas e surdas, seja ministrada nas línguas e nos modos e meios de comunicação mais adequados ao indivíduo e em ambientes que favoreçam ao máximo seu desenvolvimento acadêmico e social.
> 4. A fim de contribuir para o exercício desse direito, os Estados Partes tomarão medidas apropriadas para empregar professores, inclusive professores com deficiência, habilitados para o ensino da língua de sinais e/ou do braille, e para capacitar profissionais e equipes atuantes em todos os níveis de ensino. Essa capacitação incorporará a conscientização da deficiência e a utilização de modos, meios e formatos apropriados de comunicação aumentativa e alternativa, e técnicas e materiais pedagógicos, como apoios para pessoas com deficiência.
> 5. Os Estados Partes assegurarão que as pessoas com deficiência possam ter acesso ao ensino superior em geral, treinamento profissional de acordo com sua vocação, educação para adultos e formação continuada, sem discriminação e em igualdade de condições. Para tanto, os Estados Partes assegurarão a provisão de adaptações razoáveis para pessoas com deficiência.

O Decreto nº. 6949 (BRASIL, 2009a), de 25 de agosto de 2009, promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiências e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova Iorque, em 30 de março de 2007.

No artigo 1º. , a Resolução nº. 4 CNE/CEB (BRASIL, 2009b), de 2 de outubro de 2009, afirma que para a implementação do Decreto nº. 6.571/2008 (BRASIL, 2008b), os sistemas

de ensino devem matricular os alunos portadores de deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação nas classes comuns do ensino regular e no Atendimento Educacional Especializado - AEE (BRASIL, 2007a), ofertado em salas de recursos multifuncionais ou em centros de Atendimento Educacional Especializado da rede pública ou de instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos. O artigo 2º. afirma que o AEE tem como função complementar ou suplementar a formação do aluno por meio da disponibilização de serviços, recursos de acessibilidade e estratégias que eliminem as barreiras para sua plena participação na sociedade e desenvolvimento de sua aprendizagem.

O Decreto nº. 7611 (BRASIL, 2011), de 17 de novembro de 2011, dispõe sobre a educação especial e o atendimento educacional especializado. No artigo 1º. , afirma que é dever do Estado:

> I - garantia de um sistema educacional inclusivo em todos os níveis, sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades;
> II - aprendizado ao longo de toda a vida;
> III - não exclusão do sistema educacional geral sob alegação de deficiência;
> IV - garantia de ensino fundamental gratuito e compulsório, asseguradas adaptações razoáveis de acordo com as necessidades individuais;
> V - oferta de apoio necessário, no âmbito do sistema educacional geral, com vistas a facilitar sua efetiva educação;
> VI - adoção de medidas de apoio individualizadas e efetivas, em ambientes que maximizem o desenvolvimento acadêmico e social, de acordo com a meta de inclusão plena;
> VII - oferta de educação especial preferencialmente na rede regular de ensino; e
> VIII - apoio técnico e financeiro pelo Poder Público às instituições privadas sem fins lucrativos, especializadas e com atuação exclusiva em educação especial.

No 2º. parágrafo do 2º. artigo, o decreto afirma que o atendimento educacional especializado deve integrar a proposta pedagógica da escola, envolver a participação da família para garantir pleno acesso e participação dos estudantes, atender às necessidades específicas das pessoas público-alvo da educação especial, e ser realizado em articulação com

as demais políticas públicas.

No 3º. artigo, o decreto afirma que são objetivos do atendimento educacional especializado:

> I - prover condições de acesso, participação e aprendizagem no ensino regular e garantir serviços de apoio especializados de acordo com as necessidades individuais dos estudantes;
> II - garantir a transversalidade das ações da educação especial no ensino regular;
> III - fomentar o desenvolvimento de recursos didáticos e pedagógicos que eliminem as barreiras no processo de ensino e aprendizagem; e
> IV - assegurar condições para a continuidade de estudos nos demais níveis, etapas e modalidades de ensino.

O 4º. artigo, parágrafo 2º. , trata do apoio técnico e financeiro mencionado no caput e contempla as seguintes ações:

> I - aprimoramento do atendimento educacional especializado já ofertado;
> II - implantação de salas de recursos multifuncionais;
> III - formação continuada de professores, inclusive para o desenvolvimento da educação bilíngue para estudantes surdos ou com deficiência auditiva e do ensino do Braile para estudantes cegos ou com baixa visão;
> IV - formação de gestores, educadores e demais profissionais da escola para a educação na perspectiva da educação inclusiva, particularmente na aprendizagem, na participação e na criação de vínculos interpessoais;
> V - adequação arquitetônica de prédios escolares para acessibilidade;
> VI - elaboração, produção e distribuição de recursos educacionais para a acessibilidade; e
> VII - estruturação de núcleos de acessibilidade nas instituições federais de educação superior.

O 4º. artigo, parágrafo 3º. , afirma que as salas de recursos multifuncionais são ambientes dotados de equipamentos, mobiliários e materiais didáticos e pedagógicos para a oferta do atendimento educacional especializado.

O 4º. artigo, parágrafo 4º. , afirma que a produção e a distribuição de recursos edu-

cacionais para a acessibilidade e aprendizagem incluem materiais didáticos e paradidáticos em Braille, áudio e Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS, laptops com sintetizador de voz, *softwares* para comunicação alternativa e outras ajudas técnicas que possibilitam o acesso ao currículo.

A legislação atual assegura a permanência das crianças portadoras de deficiência na escola regular, em classes comuns e indica, caso seja necessário, o atendimento em centros especializados com recursos, terapias e materiais que auxiliem o processo de ensino e aprendizagem na escola.

No Brasil, no início da década de 90, a concepção de atendimento escolar a alunos com deficiência começou a ser reformulada. A função da escola especializada, que era oferecer atendimento médico e psicológico, passou a incluir os serviços de ensino e a adesão da proposta de inclusão.

Todas essas fases da Educação Especial fizeram chegar ao momento em que a discriminação e a segregação escolar desses alunos não poderiam mais ser aceitas sob qualquer alegação. Neste novo quadro conceitual, o número de alunos com deficiência matriculados no ensino regular teve um aumento significativo, viabilizando sua convivência com os demais alunos.

Segundo Mantoan (2005), mesmo diante desses acontecimentos, a evolução da Educação Especial apresenta alguns obstáculos. A legislação estabelece condições de igualdade e acesso do aluno especial às classes regulares, mas ainda ocorre um sistema paralelo entre ensino regular e especializado, podendo o aluno estar condicionado a três caminhos: ser encaminhado unicamente ao ensino especial; a inserção parcial nas salas de recursos das escolas regulares, sob a condição de estarem aptos a frequentá-las ou a sua inclusão nas escolas regulares, gerando transformações para atender as suas diferenças e à dos colegas sem deficiência. Porém, a falta de estrutura física das escolas, salas de aulas lotadas, a carência de material especializado para alunos com deficiência, resistência dos professores que alegam despreparo para atender esses alunos em salas comuns, resistência também dos pais de alunos com ou sem deficiência são alguns fatores que justificam o atraso para adoção das propostas educacionais inclusivas. Essas são as consequências de uma política educacional que possui suas organizações resistentes a mudanças e inovações, arraigadas a tradições, nas quais os seus assistidos devem corresponder a um modelo idealizado, caso contrário, serão excluídos do sistema. É necessário

tempo para assimilar essas inovações e encontrar saídas para este desafio.

Não basta o aluno estar integrado na sala regular ou na sala de apoio, sem interagir com seus colegas e não haver comunicação com os professores que, algumas vezes, subestimam-os, aplicando atividades muito aquém das que trabalham com alunos ditos "normais". A integração consiste em inserir o aluno numa escola comum, utilizando apenas seu espaço físico. Não existe integração social satisfatória, pois não se exige da sociedade qualquer mudança de espaço físico, de atitudes, de objetos e de práticas sociais. Desse modo, podemos dizer que a política de integração nas escolas se caracteriza por uma forma mais sutil de segregação e discriminação dos alunos com deficiência.

A inclusão se faz quando todos os alunos fazem parte da vida educativa e social da escola. Portanto, as escolas devem preparar um ambiente receptivo, estruturar suas partes físicas, reformar os sistemas educativos e a formação de professores. São iniciativas radicais que requerem esforços nas políticas e práticas. A inclusão vai muito além dos alunos com deficiência, pois inclui a participação dos alunos, pais, educadores e membros da comunidade.

Nas escolas regulares, ainda é recente o convívio de alunos com e sem deficiência, um fato ainda presente é o distanciamento. Esse ato é identificado como preconceito e limita a oportunidade de relacionamento e aprendizagem com as diferenças. A educação contemporânea deve ter o objetivo de se aprender ante o outro, respeitar as limitações e valorizar suas diversidades.

Em 2008, chega o fim da segregação. *A Política Nacional de Educação Especial* na perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2007d) define: todos devem estudar na escola comum. O Brasil segue a Declaração Internacional e sela o compromisso de garantir o acesso à educação inclusiva até 2010.

Sabemos que o mundo deverá enfrentar o desafio da inclusão escolar, mas para isso precisa colocar em prática várias ações a fim de concretizar este planejamento. É necessário que aconteça uma mudança na estrutura organizacional das escolas comuns e especiais. Às escolas que atendem apenas alunos com deficiência caberá o papel de atendimento educacional especializado, servindo como um complemento ao ensino regular e não mais como substituto. Os alunos deverão frequentar essas instituições no contra-turno de suas aulas. A escola deverá oferecer ao aluno condições para aprender na convivência com as diferenças; valorizar o que ele consegue entender do mundo e de si mesmo; esta-

belecer um ambiente de respeito e igualdade; promover meios pelos quais, com liberdade e determinação, ele construa novos saberes e amplie seus conhecimentos conforme seu interesse e capacidade.

A partir do princípio da inclusão, este trabalho tem o intuito de elaborar uma sequência didática, usando películas de PVC para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º. grau que deverá ser aplicada para indivíduos com deficiência visual.

Capítulo 2

DEFICIÊNCIA VISUAL

Os direitos de todos à educação são proclamados e assegurados pela Constituição e leis brasileiras. O ensino das pessoas com deficiência deve ser baseado nas suas potencialidades e habilidades e não nas suas limitações. O reconhecimento das limitações se faz necessário para se desenvolverem métodos e técnicas que diminuam o impacto das limitações no processo de ensino e aprendizagem.

2.1 Definições clínicas

A deficiência visual é a redução ou perda total da visão com o melhor olho e é caracterizada da seguinte forma:

- cegueira: perda da visão, em ambos os olhos, de menos de 0,1 no melhor olho após correção, ou um campo visual não excedente a 20 graus, no maior meridiano do melhor olho, mesmo com o uso de lentes de correção. Sob o enfoque educacional, a cegueira representa a perda total ou o resíduo mínimo da visão que leva o indivíduo a necessitar do método braille como meio de leitura e escrita, além de outros recursos didáticos e equipamentos especiais para a sua educação;

- visão reduzida: acuidade visual dentre 6/20 e 6/60, no melhor olho, após correção máxima. Sob o enfoque educacional, trata-se de resíduo visual que permite ao educando ler impressos a tinta, desde

> que se empreguem recursos didáticos e equipamentos especiais (BRASIL, 1998a, p. 26).

A cegueira afeta a capacidade de perceber cor, tamanho, distância, forma e movimento. Pode ocorrer desde o nascimento (cegueira congênita), ou posteriormente (cegueira adquirida) em decorrência de causas orgânicas ou acidentais.

A aprendizagem visual depende não apenas do olho, mas também da capacidade de o cérebro realizar as suas funções, de capturar, codificar, selecionar e organizar imagens fotografadas pelos olhos. Essas imagens são associadas a outras mensagens sensoriais e armazenadas na memória para serem lembradas mais tarde.

> Para que ocorra o desenvolvimento da eficiência visual, duas condições precisam estar presentes: 1) O amadurecimento ou desenvolvimento dos fatores anatômicos e fisiológicos do olho, vias óticas e córtex cerebral.
> 2) O uso dessas funções, o exercício de ver (BRASIL, 2007a, p. 17).

Para avaliar o funcionamento da visão, é preciso considerar a acuidade visual, o campo visual e o uso eficiente do potencial da visão.

A acuidade visual é a distância de um ponto ao outro em uma linha reta por meio da qual um objeto é visto. Pode ser obtida através da utilização de escalas a partir de um padrão de normalidade da visão.

O campo visual é a amplitude e a abrangência do ângulo da visão em que os objetos são focalizados.

A eficiência da visão é definida em termos da qualidade e do aproveitamento do potencial visual de acordo com as condições de estimulação e de ativação das funções visuais.

O site do Instituto Benjamin Constant (http://www.ibc.gov.br) indica algumas situações que ocorrem no ambiente escolar e podem sinalizar que o aluno apresenta dificuldade de visão e precisa ser avaliado por um oftalmologista.

- Segurar habitualmente os livros muito próximos ou muito afastados dos olhos na leitura;
- Inclinar a cabeça para frente ou para um dos lados durante a leitura, com o intuito de ver melhor;

> Franzir ou contrair o rosto na leitura a distância;

> Fechar um dos olhos para ver melhor um objeto ou ler um texto;

> "Pular" palavras ou linhas na leitura em voz alta;

> Confundir letras na leitura ou na escrita;

> Trocar ou embaralhar letras na escrita;

> Não ler um texto na sequência correta;

> Queixar-se de fadiga após a leitura;

> Apresentar desatenção anormal durante a realização das tarefas escolares;

> Reclamar de visão dupla ou manchada;

> Queixar-se de tonteiras, náuseas ou cefaleia durante ou após a leitura;

> Apresentar inquietação, irritação ou nervosismo excessivo após prolongado e intenso esforço visual;

> Piscar os olhos excessivamente ou lacrimejar, sobretudo durante a leitura;

> Esfregar constantemente os olhos e tentar afastar com as mãos os impedimentos visuais;

> Sofrer quedas, esbarrões e tropeços frequentes sem causa justificada.

Segundo a cartilha da Secretaria de Educação Especial,

> As crianças cegas operam com dois tipos de conceitos:
> 1) Aqueles que têm significado real para elas a partir de suas experiências.
> 2) Aqueles que fazem referência a situações visuais, que embora sejam importantes meios de comunicação, podem não ser adequadamente compreendidos ou decodificados e ficam desprovidos de sentido (BRASIL, 2007a, p. 21).

A falta de estímulos e recursos adequados pode inibir o interesse e reforçar o comportamento passivo dos alunos com deficiência visual. Por isso, é necessário incentivar

o comportamento exploratório, a observação e a experimentação para que estes alunos possam ter uma percepção global.

2.2 Métodos e técnicas de ensino

A discussão sobre a educação inclusiva exige uma análise sobre os meios disponibilizados para o ensino e a capacitação dos profissionais de educação. É fundamental que o governo crie condições e programas para capacitação dos professores e demais profissionais das instituições de ensino para o trabalho com alunos portadores de deficiência de forma que estes estejam incluídos nas classes comuns e recebam ensino de qualidade e no mesmo nível dos demais alunos.

O professor que apresenta na sua classe um aluno com baixa visão deve utilizar textos ampliados, gravuras com poucos detalhes e cores vivas, papel branco com pautas ampliadas e/ou reforçadas em preto e hidrocor ou caneta esferográfica preta. Permitir ao aluno o uso do tiposcópio para leitura (serve como guia-de-linha e destaca o texto), luminária de pé ou luz natural, suporte inclinado para material de leitura e escrita.

A Cartilha da Secretaria de Educação Especial sobre Atendimento Educacional Especializado em Deficiência Visual (BRASIL, 2007a) orienta os professores com relação ao ensino de alunos portadores de deficiência visual e afirma que

> Os sentidos têm as mesmas características e potencialidades para todas as pessoas. As informações tátil, auditiva, sinestésica e olfativa são mais desenvolvidas pelas pessoas cegas porque elas recorrem a esses sentidos com mais freqüência [sic] para decodificar e guardar na memória as informações. Sem a visão, os outros sentidos passam a receber a informação de forma intermitente, fugidia e fragmentária (BRASIL, 2007a, p. 15).

O uso da tecnologia pode facilitar o acesso a ferramentas que, a princípio, exigem o uso da visão. Atualmente, existem softwares que permitem a utilização de todas as ferramentas de um computador por pessoas cegas, pois sua comunicação com o usuário é feita por meio de sons. Um exemplo é o DOSVOX, que se comunica com o usuário por meio de síntese de voz. Grande parte das mensagens sonoras emitidas pelo DOS-

VOX é feita em voz humana gravada. Isso contribui para que ele seja um sistema com baixo índice de estresse para o usuário, mesmo com uso prolongado. O DOSVOX foi desenvolvido em 1993 pelo departamento de ciências da computação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e seu *download* pode ser realizado por meio do *site* intervox.nce.ufrj.br/dosvox/download.htm.

2.3 Atendimento Educacional Especializado

A legislação, artigo 2º. da Resolução nº. 4 CNE/CEB (BRASIL, 2009b), prevê a matrícula dos alunos com deficiência na rede regular de ensino e no chamado Atendimento Educacional Especializado (AEE). O AEE deve ser ofertado em salas de recursos multifuncionais ou em centros de Atendimento Educacional Especializado da rede pública ou de instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e tem como função complementar ou suplementar a formação do aluno por meio da disponibilização de serviços, recursos de acessibilidade e estratégias que eliminem as barreiras para sua plena participação na sociedade e desenvolvimento de sua aprendizagem.

O Instituto Benjamin Constant (IBC), criado em 1854 pelo imperador D. Pedro II com o nome de Imperial Instituo dos Meninos Cegos, é um centro de referência nacional na área da deficiência visual, subordinado diretamente ao Ministro de Estado da Educação e do Desporto e, tecnicamente, à Secretaria de Educação Especial. O IBC apresenta atividades voltadas para o atendimento das necessidades acadêmicas, reabilitacionais, médicas, profissionais, culturais, esportivas e de lazer da pessoa cega e portadora de visão subnormal. O IBC mantém no seu site informações sobre livros adaptados, material em Braille, artigos e orientações. É competência do Instituto:

1) subsidiar a formulação da Política Nacional de Educação Especial na área da deficiência visual;

2) promover a educação de deficientes visuais, mediante sua manutenção como órgão de educação fundamental, visando a garantir o atendimento educacional e a preparação para o trabalho de pessoas cegas e de visão reduzida, bem como desenvolver experiências no campo pedagógico, da área da deficiência visual;

3) promover e realizar programas de capacitação de recursos humanos na área da

deficiência visual;

4) promover, realizar e divulgar estudos e pesquisas nos campos pedagógicos, psicossocial, oftalmológico, de prevenção das causas da cegueira e de integração e reintegração à comunidade de pessoas cegas e de visão reduzida;

5) promover programas de divulgação e intercâmbio de experiências, conhecimentos e inovações tecnológicas na área de atendimento às pessoas cegas e de visão reduzida;

6) elaborar e produzir material didático-pedagógico e especializado para a vida diária de pessoas cegas e de visão reduzida;

7) apoiar, técnica e financeiramente, os sistemas de ensino e as instituições que atuam na área da deficiência visual, em articulação com a Secretaria de Educação Especial - SEESP;

8) promover desenvolvimento pedagógico, visando ao aprimoramento e à atualização de recursos instrucionais;

9) desenvolver programas de reabilitação, pesquisas de mercado de trabalho e de promoção de encaminhamento profissional visando a possibilitar às pessoas cegas e de visão reduzida, o pleno exercício da cidadania;

10) atuar de forma permanente junto à sociedade, através dos meios de comunicação de massa e de outros recursos, visando ao resgate da imagem social das pessoas cegas e de visão reduzida.

O IBC possui uma escola, capacita profissionais da área da deficiência visual, assessora escolas e instituições, realiza consultas oftalmológicas à população, reabilita, produz material especializado, impressos em Braille e publicações científicas.

Na cidade de Campos dos Goytacazes, o Educandário para Cegos São José Operário foi fundado em maio de 1963 com a finalidade de reabilitar, capacitar e incluir a pessoa com deficiência visual na comunidade como um ser ativo. O Educandário é uma Associação Filantrópica mantida com convênios firmados com a Prefeitura de Campos dos Goytacazes e o Governo Federal e com o apoio da comunidade e parceiros.

2.4 Sistema Braille

O sistema Braille (Figura 2.1) é o meio de leitura e escrita universal entre as pessoas cegas. Foi criado por Louis Braille, na França, em 1825.

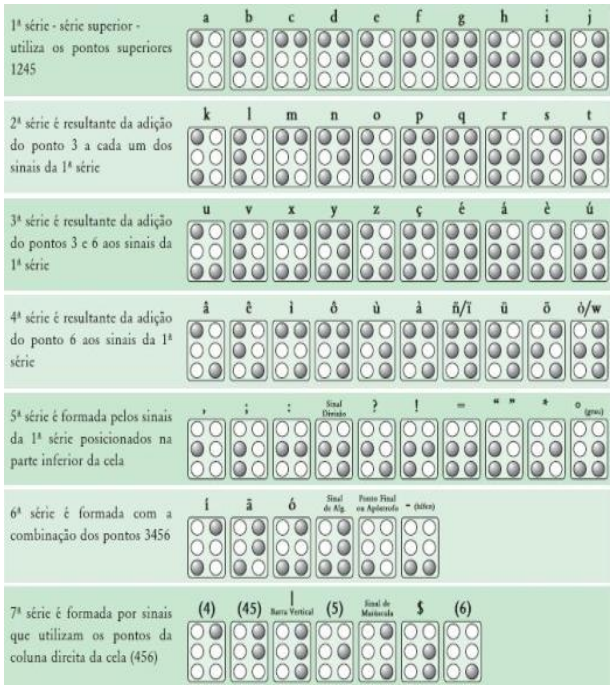


Figura 2.1: Alfabeto Braille

Fonte: Brasil, 2007a.

Louis Braille perdeu a visão quando era criança por um ferimento acidental na oficina de seu pai o qual fabricava arreios e selas. Aos 10 anos, Louis foi estudar no Instituto Real de Jovens Cegos de Paris. O fundador do instituto na época, Valentin Haüy, já havia tentado criar métodos de leitura em alto-relevo. Este método conseguia ensinar as crianças a ler, mas não a escrever por serem relevos costurados. Quando Louis tinha 12 anos, o instituto recebeu a visita do capitão do exército francês Charles Barbier que apresentou um sistema de comunicação conhecido como "sonografia". Barbier utilizava o sistema com pontos e traços em alto-relevo para se comunicar com os soldados em tempos de guerra. Louis Braille aprendeu esse método e buscou simplificá-lo. A partir daí, desenvolveu seu próprio método baseado em celas com tamanho padrão de 6 pontos (Figura 2.2).

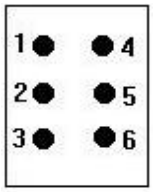


Figura 2.2: Cela Braille

Fonte: autora.

A escrita Braille pode ser realizada por meio de uma reglete ou de uma máquina de escrever Braille. A reglete (Figura 2.3) é uma régua de madeira, metal ou plástico com um conjunto de celas Braille dispostas em quatro linhas horizontais. O punção é um instrumento de madeira ou plástico no formato de "pêra", com ponta metálica, utilizado para a perfuração dos pontos na cela Braille. O movimento de perfuração deve ser realizado da direita para a esquerda, pois o alto-relevo ficará no verso da folha.

Figura 2.3: Reglete e punção

Fonte: Brasil, 2007a.

A máquina de escrever (Figura 2.4) tem seis teclas básicas correspondentes aos pontos da cela Braille e uma tecla central que permite dar espaço entre uma palavra e outra. O toque simultâneo de uma combinação das seis teclas produz os pontos que correspondem ao símbolo Braille desejado.

Figura 2.4: Máquina de escrever Braille

Fonte: Brasil, 2007a.

Os cálculos e operações matemáticas podem ser realizados com um sorobã (Figura 2.5), uma espécie de ábaco com cinco "bolas" em cada coluna.

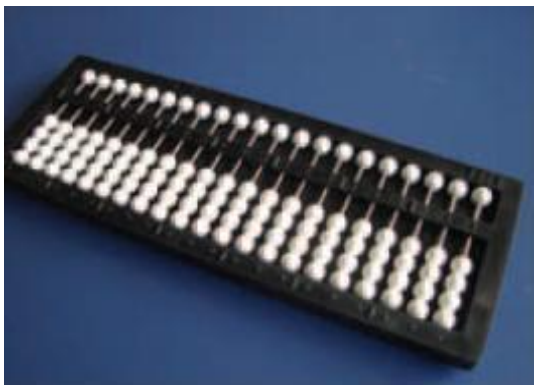


Figura 2.5: Sorobã

Fonte: Brasil, 2007a.

Além disso, textos podem ser digitados em um *software* chamado Braille Fácil e impresso em uma impressora Braille (Figura 2.6). O *download* do Braille Fácil pode ser realizado acessando o *site* intervox.nce.ufrj.br/brfacil/.

Figura 2.6: Impressora Braille

Fonte: www.laratec.org.br.

2.5 Estatística

A política nacional de amparo à inclusão ocasionou mudanças no número de matrículas de alunos portadores de deficiência no ensino regular. O resumo técnico do Censo Escolar de 2011 afirma que

> Quanto ao número de alunos incluídos em classes comuns do ensino regular e na EJA, o aumento foi de 15,3%. Nas classes especiais e nas escolas exclusivas, houve diminuição de 11,2% no número de alunos, evidenciando o êxito da política de inclusão na educação básica brasileira (BRASIL, 2012, p. 27).

Os gráficos a seguir apresentam o crescimento do número de matrículas de alunos portadores de deficiência nas classes comuns de escolas regulares no Ensino Fundamental e Médio (Figura 2.7).

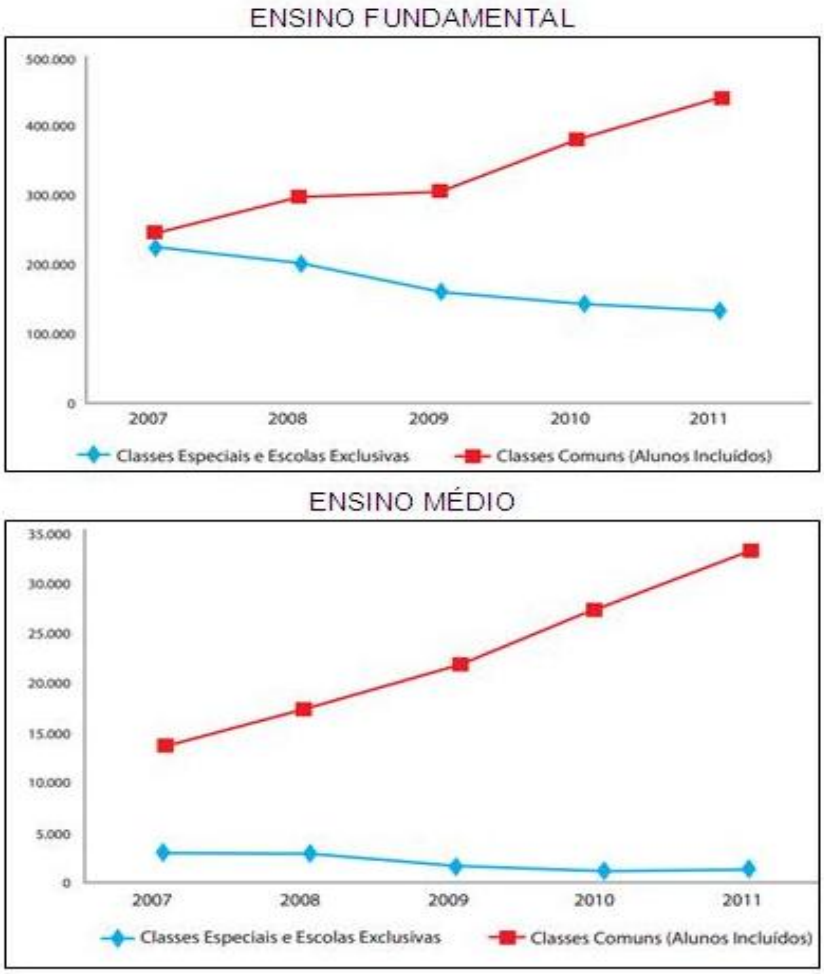


Figura 2.7: Número de matrículas de alunos com deficiência nas escolas regulares
Fonte: Brasil, 2012, p.28-29.

O censo 2010 (BRASIL, 2010), realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e estatística (IBGE), revelou que a cidade de Campos dos Goytacazes apresenta 463.731 habitantes, dentre os quais 1.409 não enxergam de modo algum, 15.818 apresentam grande dificuldade e 67.393 alguma dificuldade. Além disso, comparada com a deficiência auditiva, a deficiência visual é aquela que atinge a maior parte da população do município de

Campos dos Goytacazes (Figura 2.8).

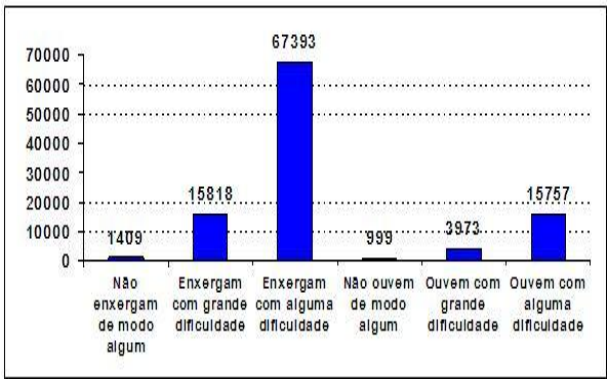


Figura 2.8: Número de matrículas de alunos com deficiência em Campos dos Goytacazes

Fonte: autora.

Os dados sugerem a necessidade de capacitação dos professores que estão atuando no Ensino Fundamental e Médio e dos licenciandos, para que o processo de inclusão tenha avanços numéricos e, principalmente, ocorra com qualidade.

Capítulo 3

APORTE TEÓRICO

3.1 Defectologia

Vygotsky, na sua obra sobre defectologia (estudo da deficiência) (1997), esclarece que os mais difundidos métodos psicológicos de investigação de deficiências (a escala métrica de A. Binet e o perfil de G. I. Rossolimo) se baseiam em uma concepção quantitativa do desenvolvimento cognitivo. Tais métodos podem ser usados para determinar o grau de insuficiência do intelecto, porém não é uma característica da deficiência e não pode ser generalizada. São métodos de medição e não de investigação da capacidade, já que estabelecem o nível de capacidade, porém não seu gênero e tipo.

Os estudos sobre defectologia permitiram que o desenvolvimento cognitivo de alunos com deficiência fosse avaliado por meio de experiências, observações e analises, sendo descrita e definida qualitativamente.

Vygotsky (1997) afirma que as pessoas cegas têm potencial para um desenvolvimento mental normal. A deficiência apresentada é sensorial e não cognitiva.

> Assim como as crianças videntes apresentam em cada etapa do desenvolvimento, apresentam uma característica quantitativa, uma estrutura específica do organismo e da personalidade, da mesma forma as crianças com deficiência apresentam um desenvolvimento qualitativamente distinto, peculiar (VYGOTSKY, 1997, p.12, tradução nossa)[1].

Portanto, o ensino de alunos com deficiência deve ser centrado nas suas habilidades e potencialidades, como aliás deveria ser com qualquer aluno.

"A tese central da defectologia atual é a seguinte: todo defeito cria estímulos para elaborar uma compensação" (VYGOTSKY, 1997, p. 14, tradução nossa)[2]. Para Vygotsky, a deficiência gera uma compensação que estimula o desenvolvimento do indivíduo por meio do uso de outro órgão que não tenha sido afetado pela deficiência. A defectologia deve estudar os processos compensatórios que permitem ao indivíduo com deficiência, transpor sua deficiência por meio da análise de suas relações físicas e psicológicas.

> O mais importante é que junto com o defeito orgânico são dadas forças, tendências, aspirações para superá-lo ou nivelá-lo. E essas tendências para um elevado desenvolvimento não foram identificadas anteriormente nos estudos sobre defectologia. Embora precisamente elas, são as que criam formas para um desenvolvimento criativo, infinitamente diverso, por vezes profundamente raro, igual ou semelhante ao que observamos no

[1] Así como el niño en cada etapa del desarrollo, en cada una de sus fases, presenta una peculiaridad cuantitativa, una estructura específica del organismo y de la personalidad, de igual manera el niño deficiente presenta un tipo de desarrollo cualitativamente distinto, peculiar.

[2] La tesis central de la defectologia actual es la seguinte: todo defecto crea los estímulos para elaborar uma compensación.

desenvolvimento típico de uma criança normal (VYGOTSKY, 1997, p. 15, tradução nossa)[3].

3.2 A deficiência e a compensação

Segundo Vygotsky (1997), Alfred Adler[4] estudou o funcionamento do sistema psicológico no desenvolvimento das tarefas de órgãos afetados por alguma deficiência. Vygotsky (1997) afirma que, segundo Adler, a sensação de insuficiência do órgão é para o indivíduo um estímulo constante para seu desenvolvimento.

Se por uma causa morfológica algum órgão não pode cumprir plenamente suas tarefas, o sistema nervoso central e o aparelho psíquico assumem a tarefa para compensar o funcionamento deficiente desse órgão, criam sobre o órgão deficiente uma estrutura psicológica que protege o organismo no "ponto fraco". Durante o contato com o meio exterior, surge um conflito provocado pela falta de correspondência entre o órgão deficiente e as tarefas que ele deveria desempenhar, aumentando as chances de enfermidade. Porém, esse conflito cria estímulos para a compensação e a supercompensação. A deficiência impulsiona o desenvolvimento psíquico do indivíduo, orienta o processo de crescimento e formação da personalidade.

[3]Lo más importante es que, junto con el defecto orgánico están dadas fuerzas, las tendências, las aspiraciones a superarlo o nivelarlo. Y esas tendencias hacia el desarrollo elevado son las que no advirtió la defectologia anterior. Aunque precisamente ellas son las que crean formas de desarrollo creativas, infinitamente diversas, a veces profundamente raras, iguales o semejantes a las que observamos en el desarrollo típico de un niño normal.

[4]O psicólogo e psiquiatra austríaco Alfred Adler (1870 - 1937) se formou em medicina e em 1902 foi trabalhar com Sigmund Freud. É fundador da psicologia do desenvolvimento individual, afirmando que o meio social e a preocupação contínua do indivíduo em alcançar objetivos pré-estabelecidos são os determinantes básicos do comportamento humano, o que inclui a sede de poder e a notoriedade.

> A criança cega ou surda pode alcançar o mesmo desenvolvimento de um aluno normal, porém as crianças com deficiência alcançam de um modo distinto, por um caminho distinto, com outros meios, e para o professor é importante conhecer a peculiaridade do caminho pelo qual se deve conduzir a criança. A importância deste processo está em possibilitar a transformação do defeito em supercompensação (VYGOTSKY, 1997, p.17 grifo do autor, tradução nossa)[5].

É importante que o indivíduo com deficiência seja inserido na sociedade para promover uma melhor qualidade de vida e autoestima. O meio social pode influenciar o desenvolvimento de um indivíduo portador de deficiência e impor limites que afetem a criação de mecanismos de compensação. Tal ideia é formulada por Karl Bürklen[6] sobre o desenvolvimento psicológico de cegos,

> Eles vão desenvolvendo - disse sobre os cegos - habilidades que não podemos encontrar nos videntes, e podemos supor que no caso de uma comunicação exclusiva de cegos com cegos, sem contato com videntes, poderia surgir uma espécie particular de homens (BÜRKLEN, 1924, p. 3 apud VYGOTSKY, 1997, p. 17, tradução nossa)[7].

A ideia de Bürklen deixa implícito que a cegueira, ou qualquer deficiência orgânica, cria processos de compensação que levam à formação de particularidades na psicologia do indivíduo e reorganizam suas funções fundamentais. Por exemplo, o sistema tátil e auditivo em um cego é muito mais

[5] El niño ciego o sordo puede lograr en el desarrollo lo mismo que el normal, pero los niños con defecto lo logran de distinto modo, por un camino distinto, com otros médios, y para el pedagogo es importante conocer la peculiaridad del camino por el cual debe conducir al niño. La clave de la peculiaridad la brinda la ley de transformación del menos del defecto en el más de la compensación.

[6] O alemão psicólogo e tiflopedagogo, Karl Bürklern foi diretor do Instituto para cegos em Purkendorf, Viena.

[7] en ellos se van desarrollando - dice sobre los ciegos - tales aptitudes que no podemos advertir en los videntes, y hay que suponer que en el caso de una comunicación exclusiva de ciegos con ciegos, sin trato com videntes, podría surgir una espécie particular de hombres.

apurado e eficiente do que em um vidente. É importante destacar que a deficiência não provoca diretamente a compensação e, sim, indiretamente por meio do sentimento de inferioridade que cria. Portanto, é importante que a família e a escola estejam atentas para evitar que as crianças com deficiência não alimentem um sentimento de inferioridade, afetando o desenvolvimento de compensações e o progresso de seu aprendizado.

A supercompensação pode ser caracterizada quando uma ação prejudicial sobre o organismo provoca reações defensivas muito mais fortes do que as necessárias para sanar o problema. Isso ocorre, por exemplo, quando um indivíduo adquire uma doença e ao liberar anticorpos o organismo cria imunidade para tal doença.

A teoria da supercompensação tem fundamental importância e serve como base psicológica para a teoria e a prática educacional de indivíduos com deficiência. O indivíduo cego deseja ver, o surdo deseja ouvir e o mudo deseja falar. Nessa contradição entre a deficiência e o desejo, o sonho, ou seja, as forças motrizes da educação estão implícitas nas tendências psíquicas para a compensação.

"A educação da criança com deficiência deve se basear em uma elevada noção da personalidade humana, na compensação de sua individualidade e integridade orgânica" (VYGOTSKY, 1997, p.46, tradução nossa)[8]. O ensino de alunos com deficiência deve se basear no fato de que simultaneamente à deficiência, também, surgem tendências psicológicas e possibilidades compensatórias para superar tal deficiência e que esses acontecimentos devem ser considerados no processo educativo como impulsionadores do desen-

[8]La educación del niño anormal debe basarse em una elevada noción de la personalidad humana, en la comprensión de su unidad e integridad orgânica.

volvimento do indivíduo. Construir o processo educativo seguindo as tendências naturais à supercompensação significa não atenuar as dificuldades geradas pela deficiência, mas reunir forças para compensá-las, usando tarefas em ordem que respondam gradualmente ao processo de formação do personalidade do indivíduo.

Sem a lei de Adler sobre a oposição entre a deficiência e as tendências psíquicas para a compensação, os profissionais da educação considerariam apenas a deficiência. Não saberiam que a deficiência não é apenas uma debilidade, mas também uma fonte de energia. Acreditariam que o desenvolvimento da criança cega é orientado pela cegueira, porém está orientado para a superação da cegueira. A psicologia da cegueira é, na realidade, a psicologia da superação da cegueira. Segundo VYGOTSKY (1997),

> O falso conceito da psicologia do defeito foi a causa do fracasso da educação tradicional das crianças cegas e surdas. A concepção anterior do defeito somente como deficiência se assemelha ao caso onde alguém, observando como se produz uma vacina contra uma doença em uma criança saudável, afirma que a criança produz a doença. O importante é que a educação não se apoie somente nas forças naturais do desenvolvimento, mas também no objetivo final para o qual se orienta. A plena participação social é o ponto final da educação, já que todos os processos da supercompensação estão dirigidos para a conquista de uma posição social (VYGOTSKY, 1997, p.48, tradução nossa)[9].

[9] El falso concepto de la psicología del defecto fue la causa de que fracasara la educación tradicional de los niños ciegos y sordos. La concepción anterior del defecto sólo como deficiencia se parece al caso en que alguien, mirando cómo se inocula la vacuna contra la viruela a un niño sano, dijera que Le inoculan la enfermedad. En realidad le están inoculando supersalud. Lo más importante es que la educación no se apoya sólo en las fuerzas naturales del desarrollo, sino también en el objetivo final hacia el que debe orientarse. La plena validez social es el punto final de la educación, ya que todos los procesos de supercompensación están dirigidos a la conquista de una posición social.

O trabalho da supercompensação é determinado por dois momentos: o grau da deficiência apresentado pelo indivíduo e as exigências sociais que emanam de sua educação por um lado; e o fundo compensatório, a riqueza e a diversidade de funções, por outro lado.

> No cego e surdomudo este fundo é extremamente pobre, pois seu desajustamento é muito grande. Por isso não é mais fácil e sim incomensuravelmente mais difícil a educação do aluno cego e surdomudo do que a do normal, se esta deseja obter os mesmos resultados. Porém o que vale e tem importância decisiva como resultado de todas estas delimitações que existem para a educação, é a possibilidade de plena participação social e superação das crianças que tem deficiências (VYGOTSKY, 1997, p.53, tradução nossa)[10].

A cegueira não consiste apenas na falta de visão, uma deficiência simplesmente orgânica, mas provoca uma reestruturação profunda de todas as forças do organismo e da personalidade. A cegueira, ao criar uma nova e peculiar característica da personalidade, origina novas forças, modifica a direção normal das funções, reestrutura de forma criativa e organicamente a psicologia do homem. Além disso, a cegueira não é apenas uma deficiência, mas uma fonte de revelação de habilidades.

As estruturas das formas educacionais e culturais existentes foram criadas a partir das características de um tipo biológico estável. A adequação dessas estruturas com uso de materiais projetados para as pessoas com deficiência podem minimizar a dificuldade de assimilação da cultura humana.

[10] En el ciego sordomudo este fondo es sumamente pobre; su inadaptación es muy grande. Por eso no es más fácil sino inconmensurablemente más difícil la educación del ciego sordomudo que la del normal, si ésta desea obtener los mismos resultados. Pero lo que vale y tiene una importancia decisiva, como resultado de todas estas delimitaciones que existen para la educación, es la posibilidad de plena validez social y de sobrevalor para los niños que tienen defecto.

3.3 Funções psicológicas superiores e mediação

Buscando entender o funcionamento dos mecanismos psicológicos mais sofisticados e complexos, Vygotsky (1997) estudou as chamadas funções psicológicas superiores ou processos mentais superiores. Tais funções envolvem o controle consciente do comportamento e a ação intencional.

Segundo Oliveira (1993), as funções psicológicas superiores consistem na capacidade de o ser humano "pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos e planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores" (OLIVEIRA, 1993, p.26).

O conceito de mediação foi usado por Vygotsky para entender o funcionamento das funções psicológicas superiores. Segundo Oliveira (1993), a mediação

> é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento. Quando um indivíduo aproxima sua mão da chama de uma vela e a retira rapidamente ao sentir dor, está estabelecida uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Se, no entanto, o indivíduo retirar a mão quando apenas sentir o calor e lembrar-se da dor sentida em outra ocasião, a relação entre a chama da vela e a retirada da mão estará mediada pela lembrança da experiência anterior (OLIVEIRA, 1993, p.26).

O elemento mediador faz um elo entre o estímulo e a resposta, tornando as relações organismo/meio, mais complexas. "Ao longo do desenvolvimento do indivíduo as relações mediadas passam a predominar sobre as relações diretas" (OLIVEIRA, 1993, p.27).

> Vygotsky trabalha, então, com a noção de que a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas, fundamentalmente, uma relação mediada. As funções psicológicas superiores apresentam uma estrutura tal que entre o homem e o mundo real existem mediadores. Ferramentas auxiliares da atividade humana. Vygotsky distinguiu dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos (OLIVEIRA, 1993, p. 27).

Segundo Oliveira (1993), "o instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza. (...) É, pois, um objeto social e mediador da relação entre o indivíduo e o mundo" (OLIVEIRA, 1993, p.29).

"O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho" (VYGOTSKY, 1984, p.59-60 apud OLIVEIRA, 1993, p.30).

Os instrumentos são elementos externos ao indivíduo, voltados para fora dele. Sua função é provocar mudanças nos objetos e controlar os processos da natureza. Os signos são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo. Sua função é controlar as ações psicológicas do próprio indivíduo ou de outras pessoas, são ferramentas que auxiliam nos processos psicológicos e não nas ações concretas, como nos instrumentos. "Na sua forma mais elementar o signo é uma marca externa, que auxilia o homem em tarefas que exigem memória ou atenção" (OLIVEIRA, 1993, p.30).

Os signos podem ser caracterizados por elementos que representam a realidade e podem referir-se a elementos ausentes do espaço e do tempo presentes.

> São inúmeras as formas de utilizar signos como instrumentos que auxiliam no desempenho de atividades psicológicas. Fazer uma lista de compras por escrito, utilizar um mapa para encontrar determinado local, fazer um diagrama para orientar a construção de um objeto, dar um nó num lenço para não esquecer um compromisso são apenas exemplos de como constantemente recorremos à mediação de vários tipos de signos para melhorar nossas possibilidades de armazenamento de informações e de controle da ação psicológica (OLIVEIRA, 1993, p. 30).

A utilização de marcas externas vai se transformar em processos internos de mediação. Esse mecanismo é chamado por Vygotsky de processo de internalização. São desenvolvidos sistemas simbólicos que organizam os signos em estruturas complexas e articuladas. O processo de internalização e o desenvolvimento de sistemas simbólicos são essenciais para o desenvolvimento das estruturas psicológicas superiores e evidenciam a importância das relações sociais entre o indivíduo na construção dos processos psicológicos.

> Ao longo do processo de desenvolvimento, o indivíduo deixa de necessitar de marcas externas e passa a utilizar signos internos, isto é, representações mentais que substituem os objetos do mundo real. Os signos internalizados são, como as marcas exteriores, elementos que representam objetos, eventos, situações (OLIVEIRA, 1993, p.35).

O homem tem a capacidade de pensar em um objeto que não está presente no local onde está. Essas possibilidades de operação mental não constituem uma relação direta com o mundo real fisicamente presente, a relação é mediada pelos signos internalizados que representam os elementos do mundo.

Quando um indivíduo vê, por exemplo, um carro, ele é capaz de interpretar esse objeto como um carro e não como um amontoado de informações

perceptuais (formas, cores, linhas, sons) caóticas ou não compreensíveis. O conceito de carro, construído socialmente, consiste numa representação mental que faz a mediação entre o indivíduo e o objeto real que está no mundo. A palavra "carro" que designa uma certa categoria de objetos do mundo real, é um signo mediador entre o indivíduo e o carro enquanto elemento concreto. É a partir de sua experiência com o mundo que os indivíduos vão construir seu sistema de signos. A interação social com outros membros da cultura fornece matéria-prima para o desenvolvimento psicológico do indivíduo.

> Os sistemas de representação da realidade - e a linguagem é o sistema simbólico básico de todos os grupos humanos - são, portanto, socialmente dados. É o grupo cultural onde o indivíduo se desenvolve que lhe fornece formas de perceber e organizar o real, as quais vão constituir os instrumentos psicológicos que fazem a mediação entre o indivíduo e o mundo (OLIVEIRA, 1993, p.36).

3.4 Sistema háptico, fonador e auditivo

A visão é um dos canais sensoriais de aquisição da informação, assim o processo de internalização pode ficar comprometido nas pessoas cegas. Porém, o uso do tato, audição e fala permite um pleno desenvolvimento cognitivo dessas pessoas, cujo processo de aprendizagem deve ser mediado de modo a potencializar outros canais sensoriais que não a visão. Os sistemas háptico, fonador e auditivo são importantes na aquisição de informações para os cegos.

Ochaita e Rosa (1995 apud Fernandes, 2004), afirmam ter comprovado experimentalmente, sobre o sistema auditivo, "que o deficiente visual não

apresenta diferenças, em relação aos videntes, no que diz respeito a sua capacidade de codificação semântica da informação recebida por esse sistema" (FERNANDES, 2004, p.37). Isso significa que as pessoas cegas podem compreender um fenômeno por meio de informações verbais recebidas de outros indivíduos. Portanto, os sistemas háptico, fonador e auditivo devem ser priorizados no ensino de alunos cegos visando a facilitar os processos de internalização.

O sistema tátil-cinestésico é dividido em tato passivo e sistema háptico (tato ativo). Informações recebidas involuntariamente como textura e calor fazem parte do tato passivo. Quando o indivíduo explora com as mãos um objeto, buscando intencionalmente informações para construir uma imagem, está usando o sistema háptico. Por meio desse sistema, indivíduos sem acuidade visual reconhecem características de objetos do ambiente de forma parcelada e gradual, ao contrário da visão que é sintética e global. Esse é um exemplo da ideia de compensação mencionada por Vygotsky (1997). A visão é substituída pelo tato, a informação é constituída de modo diferente dos indivíduos videntes, porém é possível a análise das características do objeto explorado, portanto a utilização de materiais pedagógicos que permitam a exploração tátil é de extrema importância para o desenvolvimento cognitivo de alunos cegos. O uso do tato permite obter informações parciais da característica do objeto que devem se integrar exigindo o uso da memória do indivíduo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam que deve ser feita "a seleção, a adaptação e a utilização dos recursos materiais, equipamentos e mobiliários realizam-se de modo que favoreça a aprendizagem de todos os alunos" (BRASIL, 1998a, p.42).

Com a afirmação de Vygotsky, a seguir, fica evidente a importância da utilização de ferramentas materiais no processo de ensino e aprendizagem.

> Segundo Vygotsky, a inclusão de uma ferramenta no processo de comportamento: (a) introduz várias novas funções conectadas ao uso e ao controle da ferramenta; (b) aboli e tornam desnecessários vários processos naturais, cujo trabalho é efetuado pela ferramenta; e altera o curso e os recursos individuais (a intensidade, duração, seqüência, etc.) de todo processo mental que compõe o ato instrumental, substituindo algumas funções por outras (isto é, ela recria e reorganiza toda estrutura do comportamento como uma ferramenta técnica recria toda a estrutura de operações de trabalho) (COLE e WERTSCH, 1996, p.225 apud FERNANDES, 2004, p.39).

A linguagem permite a comunicação, organização e desenvolvimento dos processos de pensamento. Por meio dela, é possível criar relações sociais com outros indivíduos e planejar a solução de problemas. Além disso, a fala pode ser utilizada para auxiliar a busca de características de um objeto explorado manualmente por meio da comunicação com outro indivíduo.

Segundo Valsiner e Veer (1996 apud Fernandes, 2004, p.40), "para Vygotsky, a fala é um instrumento de ação recíproca social, e, ao mesmo tempo, o instrumento de ação recíproca íntima consigo mesmo".

O professor tem papel fundamental no processo de construção cognitiva do aluno, pois deve mediar, orientar e facilitar o processo de aprendizagem, inserindo atividades investigativas de modo que o aluno construa o conhecimento de forma autônoma.

> Um dos principais fatores que envolvem uma situação de aprendizagem é a intervenção do outro, capaz de estabelecer situações interativas com os sujeitos envolvidos numa situação de aprendizagem com a finalidade de através de sistemas de mediação, favorecer o planejamento e a regulação das atividades de aprendizagem (FERNANDES, 2004, p.40).

Para Vygotsky (1987 apud Fernandes, 2004), a linguagem não simboliza apenas uma forma de comunicação, mas tudo que envolve significação, por ser um instrumento criado e produzido nas relações sociais, funcionando como um elo entre o desenvolvimento cognitivo e social.

O domínio da linguagem permite que o indivíduo melhore sua comunicação com os indivíduos, organize seu modo de agir e pensar e otimiza seu processo de construção do conhecimento.

A utilização de materiais manipuláveis e da fala como instrumentos de mediação no processo de construção do conhecimento de alunos cegos é fundamental no sentido que permite a busca de características do objeto de estudo por meio do sistema háptico e auditivo compensando a falta da visão.

A educação de alunos com deficiência necessita de ideias audaciosas, inovadoras e fortalecedoras. O ideal é abrir o mais amplo caminho para a superação da deficiência.

Quando o professor está diante de um aluno cego, deve considerar tanto a cegueira quanto os conflitos que surgem na criança cega, ao entrar em contato com o mundo, no momento em que ocorre o deslocamento dos sistemas que definem todas as funções do comportamento social da criança. O sistema educacional deve promover a inserção desta criança na sociedade, promovendo a autoestima e independência do aluno por meio de métodos de compensação para a deficiência. Ao mesmo tempo, na busca

por posição social, surge na pessoa com deficiência um estímulo para o desenvolvimento da personalidade que deve ser aproveitado no sistema educacional.

Capítulo 4

DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

4.1 A ideia de função

Segundo Eves (2002), o desenvolvimento algébrico da Matemática teve origem com o matemático francês François Viète (1540-1603) no trabalho *In artem*, em que vogais eram usadas para representar incógnitas e; consoantes, para representar constantes. "A convenção atual de se usar as últimas letras do alfabeto para indicar as incógnitas e as primeiras para as constantes foi introduzida por Descartes em 1637" (EVES, 2002, p. 309).

Uma função deve ser vista como uma relação entre duas grandezas que variam. Tal função é expressa em termos do que chamamos de "variável". De acordo com Roque (2012, p. 371),

> A noção de variável só foi introduzida formalmente no século XIX. Um passo fundamental para se chegar a esse conceito foi o nascimento da física matemática e a representação simbólica de uma quantidade desconhecida, proposta inicialmente por Viète mas desenvolvida no século XVII.

François Viète foi um matemático francês que viveu entre os anos de 1540 e 1603. Era apaixonado por álgebra, foi responsável pela primeira notação algébrica sistematizada e contribuiu para a teoria das equações. Ficou conhecido como o Pai da Álgebra.

O caso mais comum, observado na natureza, de duas grandezas que variam é a relação entre espaço e tempo, ou seja, a ideia de função está inserida na busca por uma lei que determine a posição ocupada por um móvel em determinado instante. Portanto, Roque (2012) afirma que, "[...] uma das principais motivações para a introdução da ideia de função é a noção de 'trajetória', que associa um movimento a uma curva que poderá ser expressa por meio de uma equação" (ROQUE, 2012, p. 371).

É importante destacar que em equações do tipo: $x + 3 = -7$; $1 + y^2 = 10$ e $7 - 4a = a^2$, as letras x, y e a são símbolos que representam um valor numérico desconhecido e que será determinado com a resolução da equação. Nesta situação, os símbolos são chamados de incógnitas.

Em expressões do tipo: $y = x - 5$; $2a^2 = -b$; $3y = 4x^2 - x + 1$, as letras x, y, a e b são símbolos que representam um valor numérico que não é determinado, ou seja, tais símbolos podem assumir uma infinidade de valores e são chamadas de variáveis. Na expressão $y = x - 5$, o valor de y varia de acordo com o valor numérico escolhido para x. De modo geral, nesse tipo de expressão, uma das grandezas indeterminadas pode ser, assim, determinada a partir da atribuição de valores à outra grandeza indeterminada, por meio de um número finito de operações algébricas. Introduz-se, aqui, a ideia de que uma expressão com duas variáveis é uma forma de representar uma dependência entre duas quantidades variáveis, de modo que se possa calcular os valores de uma delas a partir dos valores da outra. A

associação dos valores atribuídos para uma grandeza com os respectivos valores determinados por eles para a segunda grandeza corresponde às coordenadas de pontos que formam uma curva.

Com relação a discussão sobre o diferença entre incógnita e variável, Frant (2003) afirma que os termos variável e incógnita, na escola básica, devem dirigir-se sempre ao objetivo da aprendizagem.

> As palavras variável e incógnita encerram idéias [sic] que ajudam a esclarecer conceitos fundamentais da Álgebra e devem ser utilizados com esse objetivo. Não faz sentido mergulhar alunos do ensino fundamental em formalismos que só vão significar alguma coisa quando as idéias [sic] associadas a cada significado estiverem compreendidas (EVES, 2002, p.75).

4.2 Origem do conceito de função

A história da Matemática mostra que o conhecimento matemático e o formalismo disponível hoje não está acabado e não foi construído por um único indivíduo e em um curto espaço de tempo.

Apresentaremos, neste trabalho, um breve relato histórico sobre o desenvolvimento do conceito de função. Segundo Mariani e Souza (2005), o desenvolvimento formal do conceito de função demorou mais de 4000 anos.

Zuffi e Pacca (2002) afirmam que a maioria dos conceitos matemáticos não foram revelados por concepções espontâneas, pois estas se mostram muito distantes do conhecimento especializado dos matemáticos e, também, do conhecimento escolar.

> Embora se possa ter uma concepção espontânea de variação e de associação entre duas grandezas, a caracterização das propriedades específicas das relações que são também funções matemáticas só foi possível num processo histórico longo e delicado, que culminou com as definições de Dirichlet (1837) e Bourbaki (1939) para funções. Estas possibilitaram um alto nível de abstração desse conceito, ampliando-o para conjuntos de objetos matemáticos antes pouco imagináveis (ZUFFI e PACCA, 2002, p.2).

Mesmo assim, as motivações para a origem do conceito de função surgiram entre os gregos, que já apresentavam um "instinto de funcionalidade" para explicarem fenômenos da Astronomia. Além disso, tabelas gregas e babilônicas apresentavam colunas de números que se relacionavam por meio de operações por uma constante.

> Não parece existir consenso entre os diversos autores, a respeito da origem do conceito de função. Alguns deles consideram que os babilônicos já possuíam um "instinto de funcionalidade". Pode-se encontrar este "instinto de funcionalidade", que precede uma idéia [sic] mais geral de função, desde cerca de 2000 a.C., em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, as quais podem ser tomadas como "funções tabuladas", e que eram destinadas a um fim prático. As tabelas, entre os gregos, que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia, mostravam evidência de que estes percebiam a idéia [sic] de dependência funcional, pelo emprego da interpolação linear (ZUFFI, 2001, p.11).

Zuffi e Pacca (2002) afirmam que,

> foi a partir de Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), com seus estudos sobre movimentos e 'taxas de mudanças' de quantidades variando continuamente, que as primeiras elaborações formais para esse conceito surgiram. Mas a idéia [sic] não parou por aí e o conceito de função, em Matemática, localiza-se num patamar que vai além da compreensão dos

> fenômenos a que se aplica, pois pode generalizá-los e resolver vários problemas fora do mundo tangível, num mundo de abstrações muito próprias da Matemática. Por exemplo, podemos usar uma função linear para descrever o deslocamento de um corpo num sistema massa-mola, tanto quanto para descrever a transformação de um espaço vetorial - conceito matemático altamente abstrato - em outro (ZUFFI e PACCA, 2002, p.2).

Segundo Roque (2012),

> Apesar de terem pesquisado inúmeras relações funcionais, Leibniz e Newton não explicitam o conceito de função em suas obras. A falta de um termo geral para exprimir quantidades arbitrárias, que dependem de outra quantidade variável, motivou a definição de função, expressa pela primeira vez em uma correspondência entre Leibniz e Johann Bernoulli. No final do século XVII, Bernoulli já empregava essa palavra relacionando-a indiretamente a "quantidades formadas a partir de quantidades indeterminadas e constantes". Tal concepção é a mesma que temos em mente quando associamos uma função à expressão $f(x) = x + 2$, por exemplo. Temos aí uma quantidade indeterminada x, que é suposta variável, e uma constante, no caso, 2 (ROQUE, 2012, p.373).

Em 1698, o matemático alemão Gottfried Leibniz (1646-1716) já havia introduzido os conceitos de "constante" e de "variável", que se tornaram populares com a publicação do primeiro tratado de cálculo diferencial, publicado pelo matemático francês Guillaume François Antoine (1661-1704), Marquês de L'Hôpital, em 1696.

Segundo Frant (2003), a ideia de função surgiu a partir do século XVIII com a necessidade de o homem estudar as "leis naturais" e, somente, no final do século XIX e início do século XX o conceito foi generalizado.

A ideia de função vem de tentativas de se encontrarem leis matemáticas para descrever fenômenos naturais. Segundo Frant (2003, p.74),

> Existem noções relacionadas ao conceito de função que contribuem para construir seu significado. O conceito de função aparece da noção de dependência na variação de duas grandezas. Por exemplo, o conjunto de uma circunferência depende de seu raio, quanto maior o raio, maior é o comprimento da circunferência.

Outros autores associam o surgimento do conceito de função a épocas mais recentes. Chaves e Carvalho (2004) afirmam que as relações criadas pelas civilizações antigas para a invenção do número, já constitui o "instinto de funcionalidade" e que

> Quando associaram os dedos às quantidades, e quando viram que estes já não eram mais suficientes e buscaram outros elementos para contar/enumerar estavam vivenciando a interdependência de variáveis que fluíam [grifos do autor] para a formação de sistemas de numeração cada vez mais adequados/práticos (CHAVES e CARVALHO, 2004, p.3).

Segundo Eves (2002), a palavra função foi usada pela primeira vez em 1694, por Leibniz, para expressar quantidade associada a uma curva, "como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva" (EVES, 2002, p.660). Mais tarde, em 1718, o matemático suíço Johann Bernoulli (1667-1748) considerou função "como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes" (EVES, 2002, p.660).

Algum tempo depois, o matemático sueco Leonard Euler (1707-1783) Euler "considerou uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Esta última idéia [sic] corresponde ao conceito de função que a maioria dos alunos dos cursos elementares de matemática tem" (EVES, 2002, p.661).

A formalização da notação "$f(x)$" para representar uma função qualquer

envolvendo variáveis e constantes foi feita por Euler entre os anos de 1734 e 1735 (BOYER, 1996, p. 305).

Segundo Roque (2012), foi com Euler que o cálculo passou a ser visto como uma teoria das funções. No livro *Introductio in analysin infinitorum* (Introdução à análise infinita) (1748), Euler situa a função como a noção central da matemática e propõe a definição: "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes" (ROQUE, 2012, p.374), onde uma expressão analítica pode ser formada pela aplicação de finitas ou infinitas operações algébricas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Na mesma obra, Euler define constante como "uma quantidade definida que possui sempre um mesmo e único valor" (ROQUE, 2012, p. 374), e variável como:

>) uma quantidade variável compreende todos os números nela mesma, tanto positivos quanto negativos, inteiros e fracionários, os que são racionais, transcendentes e irracionais. Não devemos excluir nem mesmo o zero e os números imaginários (ROQUE, 2012, p.374).

Na obra *Institutiones calculi differentialis* (Fundamentos do cálculo diferencial), de 1755, Euler formula uma nova definição de função:

> Se certas quantidades dependem de outras quantidades de maneira que se as outras mudam essas quantidades também mudam, então temos o hábito de chamar essas quantidades de funções dessas últimas. Essa denominação é bastante extensa e contém nela mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Consequentemente, se x designa uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de x, de qualquer maneira, ou que são determinadas por x, são chamadas funções de x (ROQUE, 2012, p.378).

O conceito formulado por Euler foi aprimorado quando o matemático alemão Lejeune Dirichlet (1805-1859) tentou encontrar uma definição ampla de função com o objetivo de englobar as relações entre variáveis descobertas pelo matemático francês Joseph Fourier (1768-1830) nas suas pesquisas sobre a propagação do calor, as chamadas séries trigonométricas. Dirichlet formulou:

> Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é uma função (unívoca) de x. A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função (EVES, 2002, p.661, grifo do autor).

A definição dada por Dirichlet é ampla e não necessita de uma expressão analítica para explicar a relação entre x e y. Essa definição acentua a ideia de relação entre dois conjuntos de números.

O conceito de função foi generalizado de modo a considerar relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, não apenas números, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos. Nesta teoria,

> uma *função* f é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à condição seguinte: se $(a_1, b_1) \in f$, $(a_2, b_2) \in f$ e $a_1 = a_2$, então $b_1 = b_2$. O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se *domínio* da função e o conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz *imagem*

> da função. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano AxB. Uma função f se diz injetora se, de $(a_1, b_1) \in f$, $(a_2, b_2) \in f$ e $b_1 = b_2$, decorre $a_1 = a_2$. Se f é uma função e $(a, b) \in f$, escreve-se $b = f(a)$ (EVES, 2002, p.661).

A definição dada por Dirichlet foi explicitamente a primeira a limitar o domínio de uma função a um intervalo, o que era compreendido por todo o conjunto dos reais, além disso esse matemático foi o primeiro a trabalhar a noção de função como uma correspondência arbitrária (COSTA, 2004).

Dirichlet influenciou os matemáticos alemães Julius Richard Dedekind (1831-1916) e Bernhard Riemann (1826-1866) que apresentaram o seguinte conceito de função:

> Uma aplicação ϕ de um sistema S é uma lei, que associa a cada elemento s de S uma certa coisa, que é chamada imagem de s e que escrevemos $\phi(s)$, onde o domínio e o contradomínio podem ser qualquer conjunto, não somente de números, mas de matrizes, vetores, e mesmo de funções (BOYER, 1996 apud MARIANI e SOUZA, 2005, p.1250)

A definição geral de função proposta por Dirichlet foi amplamente aceita até meados do século XX, sendo generalizada cem anos mais tarde por um grupo de matemáticos, em sua maioria franceses, uma associação dos colaboradores de Nicolas Bourbaki. Tal definição é utilizada atualmente.

Segundo Mariani e Souza (2005), a proposta apresentada por Bourbaki, em 1939, utiliza a teoria dos conjuntos, abrangendo as relações entre dois conjuntos de elementos, não só de números, mas também de qualquer objeto e é expressa por:

> Uma função é uma terna ordenada (X, Y, f). Sejam X e Y conjuntos, uma relação entre uma variável $x \in X$ e uma variável $y \in Y$ é dita relação

> funcional se qualquer que seja $x \in X$ existe um único elemento $y \in Y$, que esteja na relação considerada (MARIANI e SOUZA, 2005, p.1251).

Com esta definição, o conceito de função pode ser definido de uma maneira simbólica e formal. Sua importância não está mais em uma regra de correspondência, mas em uma série de correspondências entre os elementos de dois conjuntos. A regra de correspondência não precisa ser analítica.

A Figura 4.1 mostra os estudiosos que participaram do desenvolvimento do conceito de função.

Figura 4.1: Matemáticos e o aprimoramento do conceito de função
Fonte: MARIANI e SOUZA, 2005, p.1251.

Do mesmo modo que o conceito de função foi desenvolvido ao longo dos séculos, na sala de aula o professor deve utilizar os conhecimentos já adquiridos por seus alunos para provocar questionamentos que os levem à elaboração de novos conceitos.

Segundo Zuffi e Pacca (2002), o conceito de função deve ser construído com a ideia matemática apresentada por um livro ou um professor, senão

o indivíduo apresentará apenas o "instinto de funcionalidade" evidenciado pelos gregos.

Eves (2002) afirma que "é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática" (EVES, 2002, p.661).

Capítulo 5

ASPECTOS METODOLÓGICOS

5.1 Metodologia de Pesquisa

Neste trabalho, é apresentada uma sequência didática elaborada com o uso de materiais táteis que foi aplicada para um aluno cego matriculado no 3º. ano do Ensino Médio de uma instituição que oferece suas aulas a distância e no Atendimento Educacional Especializado do Educandário para cegos São José Operário. Os materiais táteis em questão são películas de policloreto de vinila (PVC) em alto relevo, produzidas em um duplicador Braille *Thermoform Ez-Form*, uma máquina que produz alto relevo em películas de PVC quando aquecidas sobre uma matriz com colagens representando o relevo. O presente trabalho tem caráter qualitativo e utiliza o estudo de caso como abordagem metodológica de investigação. Tal abordagem é utilizada quando se busca compreender, explorar ou descrever acontecimentos que envolvem vários fatores em um objeto de estudo bem definido como uma instituição, um sistema educativo, uma turma, etc. "Como método de pesquisa, o estudo de caso é usado em muitas situações, para contribuir ao nosso conhecimento dos fenômenos individuais, grupais,

organizacionais, sociais, políticos e relacionados" (YIN, 2010, p.24). Utilizando estudo de caso, iremos avaliar a influência do uso de materiais táteis como películas de PVC, no processo de ensino e aprendizagem de funções, mais especificamente função polinomial do 1º. grau, para alunos cegos.

A coleta de dados foi feita por observação participante. Martins (2008, p.24) afirma que

> o observador deve ter competência para observar e obter dados e informações com imparcialidade, sem contaminá-los com suas próprias opiniões e interpretações. Paciência, imparcialidade e ética são atributos necessários ao pesquisador.

Para Yin (2005), na observação participante, o observador assume uma postura ativa e participa dos eventos que estão sendo estudados. Yin aponta que o pesquisador deve estar atento para que seu apoio ao fenômeno estudado não quebre a imparcialidade e para que a função de participante não se sobressaia à de observador.

Yin (2010) afirma que o estudo de caso é adotado como metodologia de pesquisa quando se deseja saber "como" ou "por quê?" determinada característica de um conjunto de eventos contemporâneos ocorre e ainda quando o investigador tem pouco ou nenhum controle dos eventos comportamentais e quando a pesquisa enfoca eventos contemporâneos.

Para Schramm (1971 apud YIN, 2010, p.38) "A essência de um estudo de caso, a tendência central entre todos os tipos de estudo de caso, é que ele tenta iluminar uma *decisão* ou um conjunto de decisões: por que elas são tomadas, como elas são implementadas e com que resultado". Tal definição menciona "decisões" como principal enfoque de um estudo de caso, porém eles podem enfocar "indivíduos", "organizações", "processos",

"programas", "vizinhanças", "instituições" e "eventos".

Segundo Platt (1992, p.46 apud YIN, 2010, p.39), a estratégia do estudo de caso começa com "a lógica de planejamento (...) uma estratégia a ser preferida quando as circunstâncias e os problemas de pesquisa são apropriados, em vez de um compromisso ideológico a ser seguido independente das circunstâncias".

Yin (2010, p.39) afirma que "o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes".

Isso significa que o método de estudo de caso deve ser usado quando se deseja entender um fenômeno da vida real em profundidade e esse entendimento engloba importantes condições contextuais.

Como o fenômeno e o contexto não são sempre distinguíveis nas situações da vida real, outras características técnicas, incluindo a coleta de dados e as estratégias de análise de dados são definidas por Yin (2010, p.40):

> A investigação do estudo de caso enfrenta a situação tecnicamente diferenciada em que existirão muito mais variáveis de interesse do que pontos de dados, e, como resultado; conta com múltiplas fontes de evidência, com os dados precisando convergir de maneira triangular, e como outro resultado; beneficia-se do desenvolvimento anterior das proposições teóricas para orientar a coleta e a análise de dados.

Assim, a pesquisa de estudo de caso compreende um método abrangente que trata da lógica do projeto, das técnicas de coleta de dados e das abordagens específicas à análise de dados.

Segundo Araújo et al. (2008, p.4),

> Yin (1994) afirma que esta abordagem se adapta à investigação em educação, quando o investigador é confrontado com situações complexas, de tal forma que dificulta a identificação das variáveis consideradas importantes, quando o investigador procura respostas para o "como?" e o "porquê?", quando o investigador procura encontrar interacções entre factores relevantes próprios dessa entidade, quando o objectivo é descrever ou analisar o fenómeno, a que se acede directamente, de uma forma profunda e global, e quando o investigador pretende apreender a dinâmica do fenómeno, do programa ou do processo.

O estudo de caso é uma investigação com características peculiares já que se baseia em situações específicas que podem ser únicas ou especiais, buscando informações para compreender globalmente um fenômeno.

Ponte (2006, p.2) considera que o estudo de caso:

> É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse (PONTE, 2006, p.2).

Este trabalho pretende responder às seguintes questões:

> Como o uso de películas de PVC facilita o processo de ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º. grau por alunos cegos?

> Como os sistemas auditivo, fonador e háptico devem ser usados para que o aluno cego compreenda o que pretende ser ensinado?

O estudo de caso foi escolhido como metodologia de investigação deste trabalho, pois:

> os dados serão recolhidos, utilizando observação direta e entrevistas;

> o material será utilizado por uma pessoa cega, serão feitas observações quanto ao uso dos mesmos e analisadas;

> a pesquisa será dirigida aos estágios de exploração, classificação e desenvolvimento de hipóteses do processo de construção do conhecimento;

> os resultados dependem da integração do investigador por meio da observação participante (quando o pesquisador está em contato direto com os observados, permitindo captar dados que seriam ocultados em uma observação quantitativa);

> a pesquisa deseja identificar "como" o uso de películas de PVC auxilia alunos cegos no processo de ensino e aprendizagem de função polinomial do 1°. grau, "como" os sistemas auditivos, fonador e háptico devem ser usados e "como" planejar uma sequência didática de modo a promover a inclusão em classes com alunos cegos.

Os objetivos de um estudo de caso são "compreender o evento em estudo e ao mesmo tempo desenvolver teorias mais genéricas a respeito do fenômeno observado" (FIDEL, 1992 apud ARAÚJO; et al., 2008, p.9) e "explorar, descrever, explicar, avaliar e/ou transformar" (GOMEZ; FLORES; JIMENEZ, 1996, p.99 apud ARAÚJO; et al., 2008, p.9).

Em um estudo de caso é possível lidar com uma ampla variedade de evidências como documentos, artefatos, entrevistas e observações.

Entre os autores, não existe unanimidade sobre a possibilidade de generalização dos resultados extraídos da análise de um estudo de caso.

Apesar de existir uma preocupação sobre a pouca base para a generalização científica fornecida pelo estudo de caso, Yin (2010, p.36) afirma que, "o estudo de caso, como o experimento, não representa uma 'amostragem' e ao realizar o estudo de caso, sua meta será expandir e generalizar teorias (generalização analítica) e não enumerar frequências (generalização estatística)".

Araújo, et al. (2008, p.18), citando Coutinho e Chaves (2002), afirmam que "em determinados estudos de caso a generalização não faz sentido devido a especificidade ou pelo impedimento de repetição do procedimento", citando Gomez, Flores e Jimenez, (1996) afirmam que "se deve ponderar o caráter crítico do estudo de caso permitindo confirmar, modificar, ou ampliar o conhecimento sobre o objeto de estudo" e citando Yin (1994) afirmam que "existem estudos de caso em que a generalização não faz sentido e estudos de caso em que os resultados podem ser generalizados, aplicando-se a outras situações".

Segundo Araújo, et al. (2008, p.18), Punch (1998),

> considera a existência de duas formas de generalizar os resultados de um estudo de caso: Conceitualizar, significa, no pensamento do autor, que na condução do caso o investigador esteja mais preocupado em *interpretar* do que em descrever, ou seja, em chegar a *novos conceitos que expliquem algum aspecto particular do caso que analisa*. Desenvolver proposições ou hipóteses significa que o investigador, baseado no seu caso, *consegue avançar uma ou mais proposições/hipóteses novas que liguem/relacionem conceitos ou fatores dentro do caso* (PUNCH, 1998 apud ARAÚJO; et al., 2008, p.18, grifo do autor).

Vários autores definem tipos de estudos de caso. Segundo Mazzotti (2006, p.641), "Stake distingue três tipos de estudos de caso a partir de

suas finalidades: intrínseco, instrumental e coletivo".

Para Mazzotti (2006, p.641), "no estudo de caso intrínseco busca-se melhor compreensão de um caso apenas pelo interesse despertado por aquele caso particular".

Mazzotti (2006) define estudo de caso instrumental da seguinte forma,

> No estudo de caso instrumental, ao contrário, o interesse no caso deve-se à crença de que ele poderá facilitar a compreensão de algo mais amplo, uma vez que pode servir para fornecer *insights* sobre um assunto ou para contestar uma generalização amplamente aceita, apresentando um caso que nela não se encaixa (MAZZOTTI, 2006, p.641, grifo do autor).

No estudo de caso coletivo, "o pesquisador estuda conjuntamente alguns casos para investigar um dado fenômeno, podendo ser visto como um estudo instrumental estendido a vários casos" (MAZZOTTI, 2006, p.642).

Coutinho e Chaves (2002), baseados em Stake (1995) afirmam que um estudo de caso é instrumental

> quando um caso é examinado para fornecer instrospecção sobre um assunto, para refinar uma teoria, para proporcionar conhecimento sobre algo que não é exclusivamente o caso em si; o estudo do caso funciona como um *instrumento* para compreender outro(s) fenômeno(s) (COUTINHO E CHAVES, 2002, p.226, grifo do autor).

Por outro lado, Coutinho e Chaves (2002, p.227) apresentam uma tabela (Figura 5.1) produzida por Gomez, Flores e Jimenez (1996), com a proposta de Bogdan e Bilken (1994), que mostra uma classificação pragmática dos estudos de caso que se referem aos métodos e procedimentos os quais se adotam em cada caso específico.

Tipo de caso	Modalidades	Descrição
Estudo de caso único	Histórico	Ocupa-se da evolução de uma instituição.
	Observacional	Tem na observação participante a principal técnica de recolha de dados.
	Biografia	Com base em entrevista intensiva a uma pessoa, produz uma narração na primeira pessoa.
	Comunitário	Estuda uma comunidade (de vizinhos, p.e).
	Situacional	Estuda um acontecimento na perspectiva de quem nele participou
	Micro etnografia	Ocupa-se de pequenas unidades o actividades dentro de uma organização.
Estudo de caso múltiplo	Indução analítica	Busca desenvolver conceitos abstractos contrastando explicações no marco representativo de um contexto mais geral.
	Comparação constante	Pretende gerar teoria contrastando proposições (hipóteses) extraídas de um contexto noutro contexto diferente.

Figura 5.1: Classificação pragmática dos estudos de caso

Fonte: Coutinho e Chaves, 2002, p.227.

Os estudos de caso podem cobrir casos múltiplos e, então tirar um conjunto único de conclusões. Neste caso, são chamados de estudos de caso múltiplos.

Segundo Yin (2010), existem três tipos de estudos de caso, explanatórios ou casuais, descritivos e exploratórios. Os estudos de caso explanatórios ou casuais buscam explicar os presumidos vínculos casuais nas intervenções da vida real que são demasiado complexos para as estratégias de levantamento ou experimentais. Nos estudos de caso descritivos, a intenção é descrever uma intervenção e o contexto da vida real no qual ela ocorreu. Já os estudos de caso exploratórios, podem ser usados para explorar as situações em que a intervenção avaliada não possui um único e claro con-

junto de resultados. "Mesmo que cada método tenha suas características diferentes, existem grandes sobreposições entre eles" (YIN, 2010, p.27).

Segundo Fidel (1992 apud Araújo, et al., 2008, p.9), os objetivos de um estudo de caso são "compreender o evento em estudo e ao mesmo tempo desenvolver teorias mais genéricas a respeito do fenômeno observado".

Compreendemos que pelos argumentos mencionados neste capítulo, o estudo de caso representa a metodologia adequada para a investigação proposta neste trabalho.

Acreditamos que a metodologia de investigação, em questão neste trabalho, caracteriza-se como:

> Um estudo de caso instrumental por permitir a identificação das possibilidades de uso das películas de PVC, do sistema auditivo, do sistema háptico e do sistema fonador no ensino de função polinomial do 1º. grau para alunos cegos. Além disso, esse tipo de análise pode servir como *insights* para um tema mais amplo que é o ensino de funções destinado a alunos cegos, utilizando películas de PVC;

> De acordo com o Quadro 1, um estudo de caso único observacional, pois coletou informações para a pesquisa por meio da observação participante e;

> Pela definição de Yin, um estudo de caso descritivo, já que a intenção é descrever as facilidades e dificuldades do processo de ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º. grau por pessoas cegas.

5.2 Planejamento da sequência didática

No processo de ensino e aprendizagem de funções se faz necessária a interpretação de interações entre a lei da função e as características do gráfico que a representa, pois tais interações agregam informações importantes sobre as taxas de variação, crescimento e decrescimento, a relação entre variável dependente e independente, entre outros. Além disso, como o foco deste trabalho é o ensino de pessoas cegas, a interpretação gráfica é fundamental para amenizar o caráter abstrato do conceito de função e compreender aplicações desse conceito. Neste sentido, buscamos elaborar uma sequência didática sobre função polinomial do 1º. grau, utilizando recursos gráficos em abundância. Para todo o material visual apresentado na apostila elaborada, foi produzida uma réplica em alto relevo por meio de uma película de PVC. O processo de elaboração das películas consistiu de três etapas: confecção das matrizes por meio da impressão da imagem em uma folha A3; colagem de linhas enceradas e miçangas representando gráficos, setas, pontos, etc. e a confecção das películas de policloreto de vinila (PVC), utilizando as matrizes em um duplicador Braille *Thermoform Ez-Form* (Figura 5.2).

Figura 5.2: Matriz e película do exemplo 1

Fonte: autora.

A apostila elaborada neste trabalho apresenta inicialmente um breve histórico com o desenvolvimento do conceito de função. Em seguida, é feita uma introdução do conceito de função com três exemplos cotidianos. O primeiro exemplo trata da relação entre o valor pago e a quantidade de litros de gasolina comprada em um posto de combustível. O gráfico apresentado, neste exemplo, foi reproduzido em uma película de PVC, conforme mostra a Figura 5.2. O segundo exemplo relaciona valor pago e quantidade de pães comprada em uma padaria (Figura 5.3) e o terceiro exemplo apresenta a relação entre o salário recebido por uma pessoa que trabalha no comércio e a quantidade vendida de itens no mês.

Figura 5.3: Matriz e película do exemplo 2

Fonte: autora.

A partir daí é feita a distinção entre os conceitos de incógnita e variável; apresentada a definição de função (Figura 5.4); um diagrama de Venn, representando um exemplo de função (Figura 5.5) e um diagrama de Venn, representando uma relação que não é uma função (Figura 5.6).

Figura 5.4: Matriz e película da definição de função

Fonte: autora.

Figura 5.5: Matriz e película do exemplo 4

Fonte: autora.

Figura 5.6: Matriz e película do exemplo 5

Fonte: autora.

Em seguida, são apresentados os conceitos de domínio, contradomínio e imagem e dois exemplos para determinação de tais conjuntos: o primeiro,

por meio de um diagrama de Venn (Figura 5.7) e o segundo, por meio de um gráfico (Figura 5.8).

Figura 5.7: Matriz e película do exemplo 6

Fonte: autora.

Figura 5.8: Matriz e película do exemplo 7

Fonte: autora.

São apresentados dois exercícios de verificação da aprendizagem. O primeiro apresenta uma tabela relacionando o número de peças produzidas com o custo de produção. É pedido que o aluno identifique as variáveis dependentes e independentes; determinar a lei da função; calcular o custo da produção de um determinado número de peças e a quantidade de peças que pode ser produzidas com um valor dado. O segundo exercício apresenta a lei da função, os conjuntos domínio e contradomínio e pede que sejam determinados os conjuntos domínio e imagem e a imagem de 2. É apresentada a definição de função afim e exemplos com a lei da função e a identificação do coeficiente angular, coeficiente linear, ponto de intersecção

do gráfico da função com o eixo y e a taxa de variação por meio da análise do gráfico apresentado na Figura 5.9.

Figura 5.9: Matriz e película da definição de função afim

Fonte: autora.

A seguir, são apresentadas definições e exemplos das funções identidade, linear e constante, além de exercícios de verificação da aprendizagem, envolvendo a identificação de uma função afim, da taxa de variação e do coeficiente linear por meio da lei da função e a determinação da lei matemática que envolve duas grandezas em situações como o valor de uma conta de energia elétrica em função do número de quilowatt-hora consumidos e o valor de uma assinatura telefônica em função do número de minutos utilizados.

A partir deste momento, a apostila trata da construção do gráfico que representa uma função polinomial do 1º. grau. Primeiramente, é apresentado o plano cartesiano e seus elementos, logo após a imagem (Figura 5.10) de um plano cartesiano com a marcação de seis pontos e um breve histórico da criação do plano cartesiano.

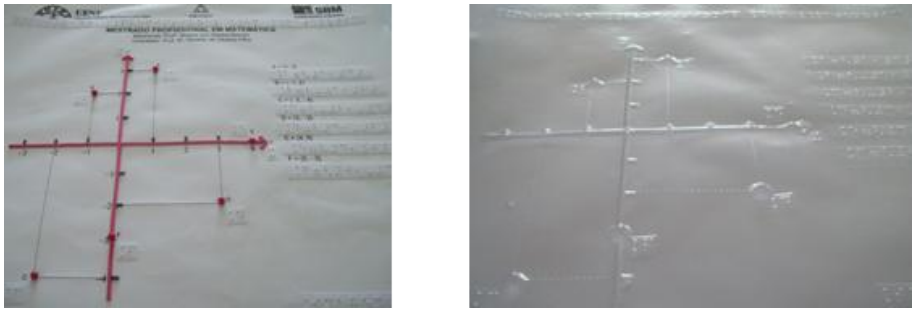


Figura 5.10: Matriz e película da noção de plano cartesiano
Fonte: autora.

Num segundo momento, é dada uma tabela com valor para x e é pedido que o aluno determine os valores de $f(x)$, sendo $f(x) = x$, representando os pontos encontrados no plano cartesiano. Para permitir que o aluno cego conseguisse marcar os pontos, foi elaborado um material (Figura 5.11) com o plano cartesiano e a malha quadriculada representados em alto-relevo em uma película de PVC, uma folha quadrada de emborrachado com 12 milímetros de espessura e alfinetes. Os alfinetes devem ser usados para prender a malha no emborrachado e marcar os pontos.

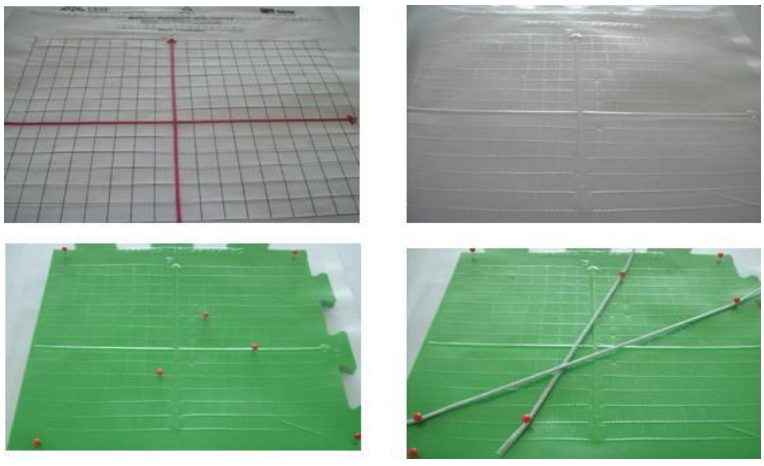


Figura 5.11: Kit utilizado para marcação de pontos e construção de gráficos
Fonte: autora.

É esperado que o aluno cego se oriente contando as marcações em alto-relevo a partir da origem do plano cartesiano. Deste modo, é possível

marcar pontos com alfinetes e traçar retas, utilizando linhas como mostra a imagem anterior.

Utilizando o material descrito anteriormente, o aluno deve traçar os gráficos que representam as funções $f(x) = x$, $g(x) = x + 2$ e $h(x) = x - 2$. Será pedido que o aluno identifique o coeficiente angular das funções, verifique a posição relativa entre as retas e encontre uma relação entre tais informações.

As questões seguintes apresentam as leis de duas funções. Em cada uma das questões, de 5 a 8, as funções apresentam coeficientes angulares iguais ou diferentes. É esperado que o aluno indique que os gráficos representantes das funções sejam retas paralelas quando os coeficientes angulares forem iguais e que tais retas não sejam paralelas quando os coeficientes angulares forem diferentes.

Na questão 10, são dadas as coordenadas de dois pontos e é solicitado que o aluno determine a lei da função cujo gráfico contém os dois pontos. O objetivo da questão 11 é avaliar se o aluno consegue relacionar características da lei de uma função afim com as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico que representa a função com o eixo das abscissas e ordenadas.

Em seguida, será feito o estudo do crescimento e decrescimento de uma função afim por meio da análise dos gráficos apresentados nas películas como a seguir (Figura 5.12).

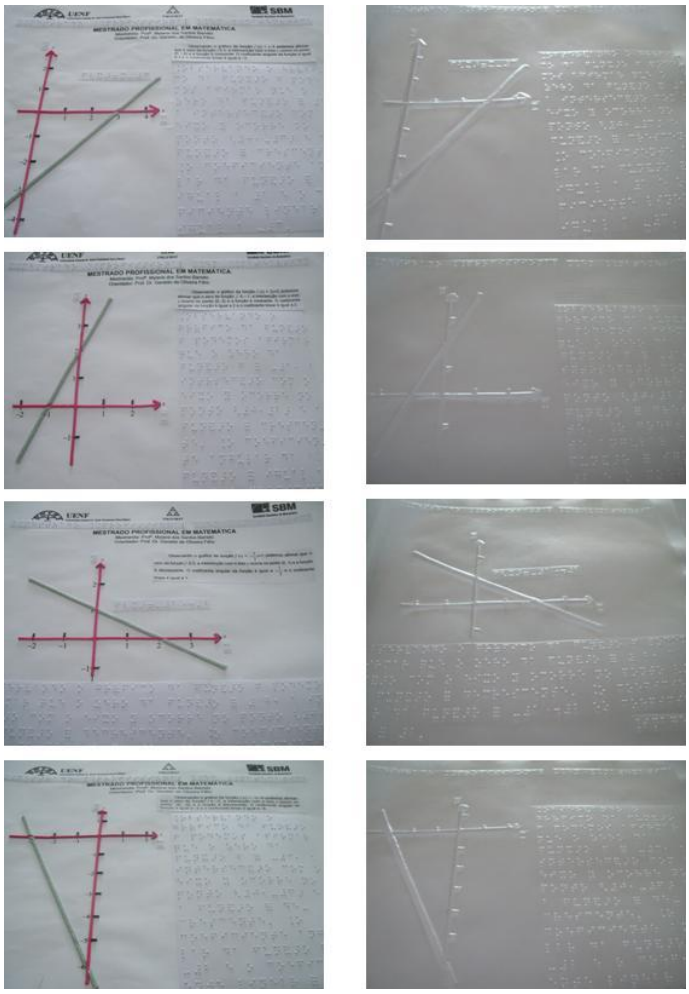


Figura 5.12: Matriz e película dos exemplos 8, 9, 10 e 11

Fonte: autora.

Logo após, são apresentados dois exercícios de verificação da aprendizagem. O primeiro mostra a lei das funções e pede que o aluno determine o ponto de intersecção do gráfico que as representa com o eixo das abscissas e das ordenadas. O segundo pede que o aluno indique se as funções são crescentes ou decrescentes conhecendo suas leis.

5.3 Experimentação da sequência didática

A sequência didática apresentada neste trabalho foi aplicada para um aluno cego matriculado no 3º. ano do Ensino Médio de uma instituição que oferece suas aulas a distância e no Atendimento Educacional Especializado do Educandário para cegos São José Operário. Chamaremos de João, o aluno participante da experimentação da sequência didática. A aplicação foi realizada em três encontros de duas horas.

João tem 31 anos e perdeu a visão aos 21 anos como consequência de uma hidrocefalia. A hidrocefalia é um acúmulo anormal de fluído cerebro-espinhal nas cavidades do cérebro chamadas ventrículos. Segundo João, este fluído afetou o nervo óptico. Ele relatou que nos primeiros anos de sua nova condição física, a adaptação foi bem delicada. Não queria fazer nada, pois se achava incapaz. Não sabia como se deslocar e como realizar atividades simples sem depender de alguém. Neste ponto, os Centros de Atendimento Especializados como o Educandário para cegos São José Operário são importantes, pois suas lições propiciam ao cego a mesma independência que um vidente pode ter no dia a dia. Hoje,10 anos após o processo de perda da visão, João está concluindo o Ensino Médio, dá aulas de bateria no Educandário para cegos São José Operário e acaba de ser aprovado no processo seletivo de uma instituição federal de Campos dos Goytacazes para ingressar no curso técnico em informática.

No momento da aplicação da sequência didática, João recebeu uma apostila em Braille com todo o conteúdo descrito no item 5.2 (Figura 5.13).

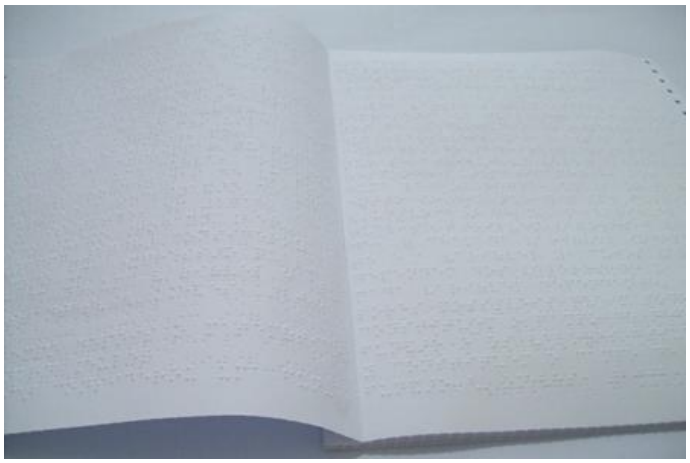


Figura 5.13: Apostila em Braille

Fonte: autora.

No entanto, João pediu que a mestranda lesse o conteúdo da apostila, pois tinha algumas dificuldades com a leitura em Braille. Como Ochaita e Rosa (1995) comprovaram experimentalmente que as pessoas cegas podem compreender um fenômeno por meio de informações verbais recebidas de outros indivíduos, a mestranda julgou pertinente o pedido de João. Assim, a mestranda fez a leitura da parte inicial da apostila que consiste de um breve histórico do desenvolvimento do conceito de função. Em seguida, foi feita a leitura da introdução e do primeiro problema, envolvendo uma relação entre duas grandezas. Como a apostila apresenta um gráfico que relaciona o número de litros de gasolina comprado em um posto de combustível e o valor pago pela compra, João recebeu a primeira película com a reprodução desse gráfico em alto-relevo. Ele relatou que "já havia trabalhado com materiais em relevo, mas nunca com películas de PVC". Disse, ainda; que, "apesar de estar concluindo o Ensino Médio, não conhecia o conceito de função e o formato dos gráficos que as representam, pois

em seus estudos teve contato poucas vezes com o tema e de forma muito vaga", visto que os professores não utilizaram materiais concretos para representar relações entre grandezas nem os gráficos que representam as funções.

A mestranda solicitou que João fizesse a exploração da película, usando o tato. João identificou os eixos e a reta que representava o gráfico, mas disse que "não tinha a menor ideia de como o gráfico foi construído". A mestranda perguntou a João quanto um cliente do posto iria pagar pela compra de um litro, dois litros e três litros de gasolina. João multiplicou os valores pelo preço do litro da gasolina e a mestranda disse que se na compra de um litro são pagos R$\$3,00$, o ponto (1, 3) faz parte do gráfico que representa a relação entre o número de litros comprado e o valor pago, e que do mesmo modo, os pontos (2, 6) e (3, 9) também fazem parte deste gráfico. Além disso, como o número de litros comprado pode ser representado por qualquer número real, pois podemos comprar 1,7 litros ou 23,91 litros, por exemplo, o gráfico que representa a relação entre número de litros comprado e valor pago será contínuo. João disse que entendeu e que não imaginava ser possível construir um gráfico representando tal situação. Neste momento, a mestranda propôs que João deduzisse uma fórmula para calcular o valor pago, representado por p, e o número de litros de gasolina comprado, representado por n. João pensou por alguns instantes, lembrou dos cálculos feitos anteriormente e disse que "o preço é três vezes o número de litros, então $p = 3n$". A mestranda então disse que, nesse caso, o valor pago é função da quantidade de gasolina, pois a cada número positivo que define a quantidade de gasolina corresponde um único número, o qual define o preço total. Além disso, os valores correspondentes ao valor

pago pela gasolina e a quantidade de litros comprada são proporcionais e a razão de proporção é 3. O número 3 representa a taxa de variação da função $p(n) = 3n$.

O desempenho de João na resolução do primeiro exemplo indica, como afirma Vygotsky (1997), que as pessoas cegas têm capacidade para um desenvolvimento mental normal. Os cegos necessitam de material especializado e um tempo diferente dos videntes, mas conseguem aprender os mesmos conteúdos e com o mesmo volume de informações. Assim como os alunos que não apresentam nenhuma deficiência apresentam em cada etapa do desenvolvimento cognitivo características específicas e quantitativas, os alunos cegos apresentam um desenvolvimento qualitativamente distinto dos alunos videntes. A cegueira ou qualquer outra deficiência não pode ser usada como desculpa para a exclusão ou a limitação de um aluno no sistema de ensino.

A primeira impressão que João teve da película de PVC foi a melhor possível. Mencionou que "se todos os conteúdos, não só de Matemática como de outras disciplinas, fossem trabalhados utilizando esse material, eu entenderia tudo que os professores explicam e os alunos cegos aprenderiam melhor".

Nesse processo, a película de PVC se caracterizou como um signo, um elemento que representa a realidade e pode se referir a um elemento ausente do espaço e tempo presentes.

Foi feita a leitura da questão 2 e entregue a película com seu gráfico. Tal questão aborda a relação entre a quantidade de pães comprada (n) e o valor pago (p) em uma padaria que cobra R$ 0,20 pela compra de cada pão. João disse que a fórmula que irá representar tal situação é $p = 0,20n$.

A mestranda afirmou que o valor pago é função da quantidade de pães comprada, pois a cada número que define a quantidade de pães comprada corresponde um único número, o qual define o valor pago. João perguntou por que esse gráfico não era uma reta como no exemplo anterior, e, sim, vários pontos e a mestranda explicou que o número de pães comprado só pode ser representado por um número inteiro, então o gráfico não será contínuo e associará apenas números inteiros de pães comprados aos seus respectivos preços.

Na apostila, o problema 3 não apresenta um gráfico para representar a situação. Portanto, essa questão foi lida para João e nenhuma película foi entregue. Foi possível perceber que João não sabia realizar cálculos com porcentagem e mostrou muita dificuldade para determinar a expressão que relaciona o salário mensal (s) com o total de vendas no mês (x). Somente com a intervenção da mestranda, João conseguiu determinar tal expressão. A mestranda disse que, como o total de vendas no mês pode ser representado por qualquer número real maior do que ou igual a zero, então o gráfico que representa essa situação é contínuo e que o número 0,05 representa a taxa de variação da função $s(x) = 600 + 0,05x$. Uma sugestão para futuras aplicações da sequência didática contida neste trabalho é a produção de um material auxiliar para o ensino de porcentagens.

Terminada a discussão das três situações propostas, foi iniciada a leitura do tópico que trata da distinção entre os termos incógnita e variável. João não apresentou dificuldades e logo no primeiro momento compreendeu a diferença entre a definição de incógnita e variável. Isso foi constatado pela classificação dada por João a exemplos diferentes da apostila apresentados pela mestranda.

Seguindo a apostila, foi feita a leitura da definição de função e entregue uma película com a reprodução do diagrama que consta na apostila, representando uma função f que transforma o elemento x do conjunto A no elemento y do conjunto B.

O quarto exemplo apresenta um diagrama que associa cada elemento do conjunto A a um elemento do conjunto B, se este corresponde a seu quadrado. João recebeu uma película com a reprodução deste diagrama em alto-relevo. A mestranda pediu que João observasse que todos os elementos de A têm correspondentes em B e a cada elemento de A corresponde um único elemento de B. Assim, a correspondência expressa por $y = x^2$, com $x \in A$ e $y \in B$ é uma função de A em B. O conjunto A contém os valores que a variável x assume e é chamado de conjunto domínio. O conjunto B contém os valores de y e é chamado contradomínio. Os valores de y que estão associados a algum x formam um conjunto chamado imagem. João não teve dificuldade para identificar, pela posição das retas construídas em alto relevo, quais eram os valores de x e y que estavam associados e também identificou com facilidade os elementos dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem. João sugeriu que no momento da construção das matrizes das películas, "as linhas não ficassem tão próximas das escritas em Braille para facilitar o uso do tato".

No exemplo seguinte, é apresentada uma relação que não é função, pois o elemento 9, pertencente ao conjunto A, não é menor do que nenhum elemento do conjunto B e, portanto, não está associado a nenhum elemento deste conjunto. Além disso, o elemento 1, pertencente ao conjunto A é menor do que quatro elementos do conjunto B e, portanto, está associado a estes quatro elementos. Após a exploração da película, João identificou

as características mencionadas anteriormente.

O segundo encontro foi iniciado com a mestranda definindo formalmente, domínio, contradomínio e conjunto imagem, dizendo que dada uma função $f\colon\ A \longrightarrow\ B$, o conjunto A é chamado domínio da função f (indicamos por D(f) ou D), e o conjunto B é chamado contradomínio da função f (indicamos por CD(f) ou CD). Para cada $x \in D(f)$, o elemento $f(x) \in B$ é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens de x é chamado conjunto imagem da função (indicamos por Im(f) ou Im).

João recebeu duas películas, a primeira com o diagrama do exemplo 6 e a segunda com o gráfico do exemplo 7. A mestranda solicitou que João explorasse as películas e identificasse, em cada caso, os conjuntos domínio, contradomínio e imagem. João ficou na dúvida sobre os conjuntos que representavam a situação descrita no exemplo 7, por se tratar de uma função linear contínua com domínio, contradomínio e imagem reais.

Em seguida, a mestranda leu o enunciado de dois exercícios. O primeiro apresenta uma tabela relacionando o número de peças e o custo de produção. A mestranda perguntou a João se a cada número de peças corresponde um único valor em reais e João respondeu que sim. Então, a mestranda perguntou o que é dado em função do quê e João disse "o custo é dado em função do número de peças produzidas". Quando perguntado sobre a fórmula matemática que dá o custo c em função do número de peças x, João respondeu que $c = 1,20x$. João disse, ainda, que "o custo da produção de 50 peças é $\mathrm{R\$}$ 60,00 e que com $\mathrm{R\$}$ 120,00 é possível produzir 100 peças".

O segundo exercício apresenta a lei de uma função g e os elementos do

conjunto domínio e contradomínio. Prontamente, João respondeu qual era o conjunto domínio, disse que bastava substituir os números do conjunto A na lei da função e encontrar o y correspondente para determinar o conjunto imagem, e que g(2)=3.

A mestranda leu a definição de função afim, afirmou que a função $s(x) = 0,05x + 600$, apresentada no exemplo 3, é uma função afim e mencionou mais dois exemplos, identificando os valores dos coeficientes angular e linear, o ponto de intersecção com o eixo y e a taxa de variação da função. João não teve dúvidas na caracterização dos elementos descritos.

Em seguida, a mestranda entregou uma película com o traçado dos eixos, da reta que representa o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, das âncoras de dois pontos desta reta e do ângulo de inclinação (α) da reta. A mestranda explicou como determinar o valor da tangente de α e pediu que João comparasse o resultado obtido com o valor do coeficiente angular de $f(x) = 2x + 1$, função que tem como representação gráfica, a reta traçada na película. Durante a explicação, João explorou a película buscando a reta, a identificação das coordenadas dos 2 pontos marcados sobre a reta, a marca do ângulo α e a medida dos catetos do triângulo retângulo formado pela reta e pelas âncoras dos dois pontos marcados sobre ela. A mestranda o orientou sobre a localização do ângulo α e falou sobre a definição de ângulo. João explorou a película, identificou os elementos, subtraiu as coordenadas dos pontos marcados sobre a reta para determinar os catetos do triângulo retângulo, calculou o valor da tangente e disse que o valor encontrado coincidia com o valor do coeficiente angular da função. Além disso, João identificou a intersecção do gráfico com o eixo y no ponto (0, 1). Assim, a mestranda explicou que a coordenada 1 deste ponto, coincide com

o valor do coeficiente linear da função, pois a intersecção do gráfico com o eixo y ocorre quando x=0 e, nesse caso, $f(0) = a.0 + b = b$. É importante destacar que João não conhecia o conceito de tangente e só conseguiu determinar a tangente do ângulo porque a mestranda disse a fórmula. Uma sugestão para futuras aplicações desta sequência didática é a produção de películas que abordem o conceito de tangente.

A mestranda continuou a leitura da apostila, falando sobre os casos particulares da função afim. João não teve dificuldades em compreender a distinção entre função identidade, função linear e função constante, apenas sugeriu que a mestranda incluísse no material uma película com o gráfico de uma função constante, pois era difícil imaginar sua disposição no plano cartesiano.

Neste momento, a mestranda fez a leitura de quatro exercícios contidos na apostila. No primeiro, João deveria indicar, dentre várias funções, quais representavam uma função afim. A única dificuldade que João apresentou, nesta questão, foi no momento de analisar a função $f(x) = \frac{5x+2}{3}$. Por não estar fazendo a leitura em Braille, ele achou que o número 3 era denominador apenas do número 2, mesmo a mestranda tendo pedido que imaginasse um parênteses na expressão $5x + 2$ e depois a divisão por 3. A mestranda repetiu a leitura da expressão e a dúvida foi sanada. A segunda questão pedia a identificação da taxa de variação e do coeficiente angular das equações e João não teve dúvidas. João mostrou dificuldade de interpretação durante a resolução das questões 3 e 4 no momento da composição da lei matemática que expressava a relação descrita. A mestranda pediu que João atribuísse valores para os quilowatts consumidos no mês e determinasse o valor da conta. Após alguns testes, João disse que "o valor da

conta será x vezes 0,60 mais 3,50". Já na questão 4, a mestranda explicou que são pagos $\mathrm{R\$}$ 35,00 pelos primeiros 100 minutos utilizados e a cada minuto além dos 100 é acrescentado na conta 10 centavos. A mestranda perguntou à João quanto será cobrado pela utilização de 110 minutos, 120 minutos e n minutos a mais do que 100. João pensou e respondeu que "será cobrado 10 vezes 10 centavos que dá 1 real, mais 35 reais que dá 36 reais. Por 120 minutos são cobrados 20 vezes mais 10 mais 35 que dá 37 reais. Então por n minutos a mais que 100 é cobrado 10 centavos vezes n, mais 35 reais".

No terceiro encontro, antes de iniciar as construções dos gráficos, a mestranda falou sobre o modo como construímos um plano cartesiano, seus elementos e história.

Para que fosse possível João marcar pontos no plano cartesiano e traçar retas passando por estes pontos, a mestranda elaborou um *kit* com uma película mostrando um plano cartesiano e uma malha quadriculada em alto relevo, alfinetes, linhas e uma folha quadrada de emborrachado grosso. O objetivo foi fixar a película sobre o emborrachado e pedir que João marcasse os pontos com os alfinetes, identificando as coordenadas tateando a malha quadriculada, e prendesse uma linha aos alfinetes representando uma reta.

A apostila apresentava uma tabela com valores atribuídos a x na função $f(x) = x$. João percebeu que, nesta função, os pontos terão a ordenada igual à abscissa e usou o *kit* para marcar tais pontos no plano cartesiano e construir o gráfico da função (Figura 5.14).

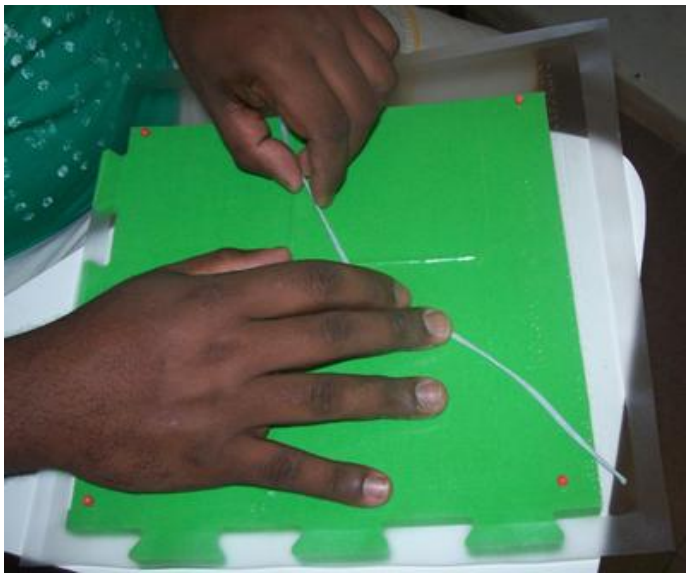


Figura 5.14: Construção do gráfico da função $f(x)$
Fonte: autora.

Sem desfazer a construção da reta anterior, João construiu o gráfico da função $g(x) = x + 2$ (Figura 5.15).

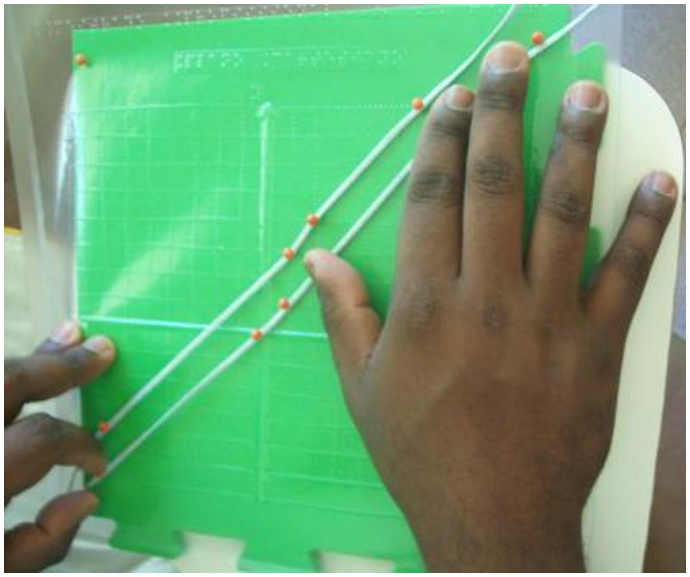


Figura 5.15: Construção do gráfico da função $g(x)$
Fonte: autora.

Então, a mestranda perguntou qual era o valor dos coeficientes angulares das retas que representavam as funções f e g, e João respondeu que os dois eram iguais a 1.

Mantendo as construções anteriores, João traçou o gráfico da função $h(x) = x - 2$ (Figura 5.16).

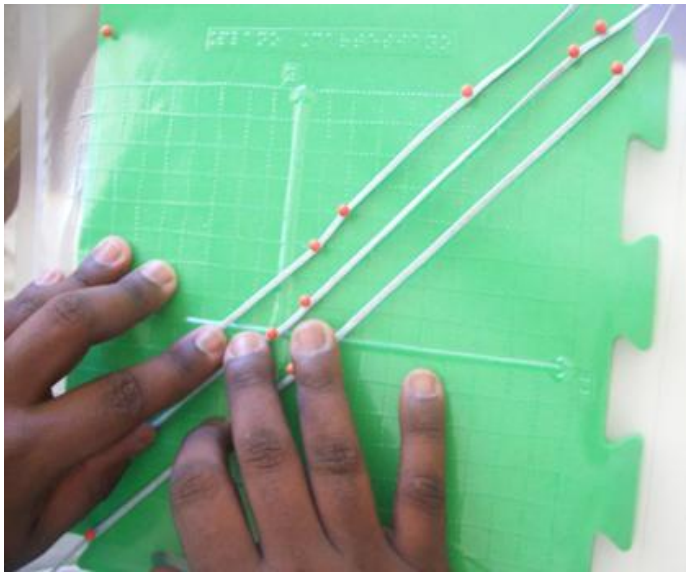


Figura 5.16: Construção do gráfico da função $h(x)$

Fonte: autora.

A mestranda perguntou se existia alguma relação entre a posição dos três gráficos e João disse "que eles nunca se encontravam". Assim, a mestranda falou que retas com essa característica são chamadas de paralelas e que os gráficos das funções eram paralelos porque o coeficiente angular das três funções eram iguais.

A quinta questão pergunta se os gráficos das funções $f(x) = 2x$ e $g(x) = 2x - 4$ são paralelos. João respondeu que "sim porque o coeficiente angular da função $f(x)$ é 2 e o coeficiente angular da função $g(x)$ também é 2".

A sexta questão indaga se os gráficos das funções $f(x) = -3x - 1$ e $g(x) = -3x + 2$ são paralelos. João respondeu que "as duas funções têm coeficiente angular igual a -3, então seus gráficos são paralelos".

A sétima questão pergunta se o gráfico das funções $f(x) = 2 + x$ e $g(x) = -3 + x$ são paralelos. João confundiu o valor do coeficiente angular com o valor do coeficiente linear das funções. A mestranda pediu que João identificasse o número que multiplica e o número que soma x. Assim, João conseguiu identificar que o número que multiplica o x é 1 e, portanto, é o valor do coeficiente angular. Assim, respondeu que os gráficos são paralelos.

A oitava questão pergunta se os gráficos das funções $f(x) = 2x$ e $g(x) = x + 1$ são paralelos. João respondeu que "os gráficos não são paralelos, pois o coeficiente angular da função f é 2 e o coeficiente angular da função g é 1, ou seja, eles são diferentes então os gráficos vão se encontrar".

Para a questão 9, João respondeu "que é possível afirmar se as retas de duas funções são paralelas, verificando se as funções têm o mesmo coeficiente angular".

Na questão 10, João teve algumas dificuldades na resolução das contas para determinação do coeficiente a e b. A mestranda sugeriu que utilizasse um reglete para escrever o valor encontrado para o coeficiente a e a expressão utilizada para determinar o valor do coeficiente b. João atendeu a sugestão e afirmou que facilitou a determinação da lei da função porquê pode registrar as informações anteriores.

A questão 11 foi resolvida sem dificuldade.

Em seguida, a mestranda falou sobre a definição de crescimento e decrescimento e zero da função. João recebeu uma película com o gráfico da função $f(x) = x - 3$. A mestranda pediu que João explorasse a película para identificar o zero da função. Neste momento, a mestranda pediu

que João encontrasse o ponto de intersecção dos eixos e movimentasse os dedos para a direita e para a esquerda, assim encontraria a intersecção do gráfico com o eixo x. Disse, ainda, que movimentando os dedos sobre o eixo y encontraria sua intersecção com o gráfico. João disse "que a intersecção do gráfico com o eixo x ocorre em 3 e, então, esse era o zero da função". Além disso, João comentou que "o gráfico corta o eixo y em $(0, -3)$, o coeficiente angular é 1, então a função é crescente e o coeficiente linear é -3".

João recebeu uma película com o gráfico da função $f(x) = 2x + 2$. Por meio da exploração da película, ele relatou que "o gráfico corta o eixo y no ponto $(0, 2)$, o zero da função é -1 e pela lei da função o coeficiente angular e linear são iguais a 2, a função é crescente".

Na película seguinte, estava o traçado do gráfico da função $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$. João disse: "a intersecção com o eixo x é em 2. Então, esse é o zero da função. A intersecção com o eixo y ocorre em $(0, 1)$, o coeficiente angular é, a função é decrescente e o coeficiente linear é 1".

Após explorar a película que continha o gráfico da função $f(x) = -2x - 6$, João disse: "o zero da função é -3, a intersecção com o eixo y é $(0, -6)$, o coeficiente a vale -2, a função é decrescente e o coeficiente linear -6".

João resolveu os exercícios 1 e 2, sobre ponto de intersecção com os eixos e crescimento e decrescimento de funções, sem dificuldades.

Seguindo a tese da defectologia (VYGOTSKY, 1997), o ensino de alunos cegos deve se basear em suas potencialidades, pois a deficiência cria estímulos para que outros órgãos compensem a cegueira. O aluno cego tem o tato mais sensível e eficiente do que um aluno vidente. Assim, utilizando o sistema háptico consegue reunir informações para compreender o formato

de um objeto que nunca viu, usando as funções psicológicas superiores por meio de instrumentos mediadores como as películas de PVC. Como a visão é um dos canais para obtenção de informações, a utilização dos sistemas háptico, fonador e auditivo são imprescindíveis na aquisição de informações para os cegos.

O diálogo entre João e a mestranda foi importante, pois a fala pôde ser utilizada para auxiliar a busca de características do objeto explorado manualmente por meio da comunicação.

Foi possível perceber que as oportunidades e a força de vontade de João fizeram com que ele fosse "re-inserido" na sociedade. As orientações recebidas no Educandário para cegos São José Operário, melhoraram sua auto-estima e permitiram que realizasse atividades sem o auxílio de um vidente.

Como indicam os PCN, os professores devem buscar recursos materiais que favoreçam a aprendizagem de todos os alunos.

Considerações Finais

Historicamente, as pessoas com deficiência eram segregadas, banidas da sociedade. Viviam em manicômios ou presas em casa, pois eram consideradas incapazes de realizar tarefas e de se comportarem de modo apropriado nos diversos ambientes da vida em sociedade. Atualmente, as pessoas com deficiência estão sendo "re-inseridas"na sociedade, exercem profissões e participam do sistema regular de ensino.

A educação inclusiva é um movimento mundial que defende o ensino de alunos com deficiência, em escolas regulares.

A presença de alunos com deficiência em classes regulares promove o aprendizado de todos os indivíduos por meio do convívio; diminui a discriminação e promove uma sociedade mais democrática. Os alunos "normais"não terminarão o curso com uma defasagem dos conteúdos previstos para aquele ano de escolaridade só porque há um aluno com deficiência na classe. Se o governo e a escola oferecerem capacitação e materiais adequados; se o município apresentar um centro de atendimento especializado para atender os alunos em turno oposto ao da escola, com lições de locomoção, convivência, Braille, Libras, entre outros; se os professores buscarem aprender sobre os materiais adequados, os melhores métodos de ensino e puderem solicitar um professor auxiliar, quando necessário, o ensino de todos os alunos da classe terá igualdade de condições e a mesma

qualidade.

Os duplicadores Braille *Thermoform Ez-Form* permitem a produção de materiais permanentes em alto relevo por meio do aquecimento de películas de Policloreto de Vinila (PVC) sobre uma matriz com colagens destacando o relevo. É importante que sejam realizados trabalhos como a pesquisa inovadora apresentada neste texto, testando as possibilidades da construção de sequências didáticas com a utilização das películas de PVC como materiais táteis no ensino de alunos cegos.

Com a experimentação da sequência didática, foi possível perceber que o uso de materiais táteis permite que o aluno cego compreenda o formato de imagens que nunca viu e obtenha informações importantes as quais influenciarão no processo de internalização. No ensino de funções, a análise gráfica é imprescindível para observar relações entre os coeficientes, a lei da função e a intersecção do gráfico que representa a função, com os eixos do plano cartesiano, a inclinação do gráfico, a taxa de variação da função e os elementos dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem.

É importante destacar que o professor não deve simplesmente entregar a película de PVC para o aluno, mas orientá-lo na busca de informações por meio dos sistemas auditivo, fonador e háptico. O uso dos sistemas auditivo e fonador influenciou positivamente o desenvolvimento cognitivo do aluno cego, pois a pesquisadora pôde se comunicar oralmente com o aluno, fazer perguntas e instigar a sua participação e o aluno pôde expor suas conclusões e dúvidas. Já o sistema háptico auxiliou na busca por informações que seriam obtidas pela observação. O tato foi utilizado para compensar a falta do canal sensorial da visão.

A película de PVC se mostrou um material resistente e que define bem

as linhas em alto relevo, permitindo clareza da imagem reproduzida.

É sabido que as inovações tecnológicas alcançam o ambiente educacional em grande escala, inclusive com ferramentas que facilitam a inclusão de alunos com deficiência. Neste sentido, é importante que os alunos cegos saibam utilizar, por exemplo, softwares como o DOSVOX que se comunicam com o usuário por síntese de voz. Entretanto, a escrita Braille não deve ser abandonada. Os alunos devem saber ler e escrever em Braille para conseguir, por exemplo, acompanhar uma aula com uma apostila em Braille produzida pelo professor.

As leis que garantem a educação inclusiva só serão efetivamente cumpridas se contarem com a vontade e iniciativa dos envolvidos no ambiente escolar. É necessário conhecer as singularidades de cada aluno, valorizar e respeitar as diferenças e focar o ensino nas suas potencialidades. Com essas atitudes, é possível evitar que, em vez da inclusão ocorra a integração, ou seja, a presença do aluno na classe escolar apenas como ouvinte.

Mesmo os conteúdos que exigem, principalmente, a visualização de formas podem ser ensinados para os alunos cegos. Afinal, eles enxergam, utilizando o tato, a fala e a audição.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, C. et al. **Estudo de Caso**. 2008. Disponível em:

<grupo4te.com.sapo.pt>. Acesso em: 18 nov. 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Coleção Ciências da Educação. Porto:Porto Editora, 1994.

BOYER, C. B. **A História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Constituição: República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico, 1988. Disponível em:

<www.planalto.gov.br/.../constituicao/constituiçao.htm>. Acesso em: 25 jun. 2010.

BRASIL. Lei Nº. 8.069, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, MEC, Brasília, DF, 16 jul. 1990. Disponível em: <planalto.gov.br/ccivil/leis/L8069.htm>. Acesso em: 20 jan. 2010.

BRASIL. Lei Nº. 10.098, de 23 de março de 1994. Estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial, Brasília, DF, 23 mar. 1994. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei10098.pdf>. Acesso em: 20 set. 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Adaptações Curriculares/Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial. Brasília: MEC/SEF/SEESP, 1998a. Disponível em:

<200.156.28.7/Nucleus/media/common/Downloads_PCN.PDF>. Acesso em: 09 set. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Plano Nacional de Educação**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 1998b. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/cibec/on-line.htm>. Acesso em: 10 jul. 2010.

BRASIL. Decreto Nº. 3.298, de 20 de dezembro de 1999. Dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/dec3298.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2010.

BRASIL. Decreto Nº. 3.956, de 08 de outubro de 2001. Promulga a Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação Contra as pessoas Portadoras de Deficiência. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, de 09 de outubro de 2001. Disponível em: <portal.mec.gov.br>. Acesso em: 14 jun. 2010.

BRASIL. Lei Nº. 10.436/2002, de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua brasileira de Sinais - LIBRAS e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Poder Legislativo, MEC, Brasília, DF, 25 abr. 2002a, p. 23. Disponível em:

<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/2002/L10436.htm>. Acesso em: 20 jan. 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Especial. **Saberes e Práticas da Inclusão**. Secretaria de Educação Especial. Brasília: MEC/SEF/SEESP, 2003. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/serie4.pdf>. Acesso em: 17 out. 2009.

BRASIL. **O Acesso de Alunos com Deficiência às Escolas e Classes Comuns da Rede Regular**. Ministério da Educação. Ministério Público Federal, Brasília, DF, 2004a. Disponível em:

<adiron.com.br/site/uploads/File/cartilhaatual.pdf>. Acesso em: 26 set. 2012.

BRASIL. Decreto N°. 5.296, de 02 de dezembro de 2004, Regulamenta as Leis Nº. 10.048, de 8 de novembro de 2000, que dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e 10.098, de 19 de dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. **Diário Oficial da Republica Federativa do Brasil**, Brasília, DF, de 03 de dezembro de 2004b. Disponível em:

<portal.mec.gov.br>. Acesso em: 19 jun. 2010.

BRASIL. **Programa Educação Inclusiva**: direito à diversidade, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial, Brasília, DF, 2006a. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf>. Acesso em: 20 set. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LDB 9.394, de 20 de dezembro de 2006, 2006b. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seesp-/arquivos/pdf/lei9394_ldbn2.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Especial. **Atendimento Educacional Especializado em Deficiência Visual**/Secretaria de Educação a Distância. Secretaria de Educação Especial. Brasília: MEC/SEED/SEESP, 2007a. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seesp/arqui- vos/pdf/aee_dv.pdf>. Acesso em: 09 set. 2012.

BRASIL. Secretaria Especial dos Direitos Humanos. **Convenção sobre os direitos das pessoas com deficiência**. Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência. Brasília: MEC/SEDH, 2007b.

BRASIL. **Plano de Desenvolvimento da Educação**: razões, princípios e programas. Brasília: Ministério da Educação, 2007c.

BRASIL. Portaria Nº. 948, de 09 de outubro de 2007. Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. Brasília, DF, 09 out 2007d. Disponível em:

<portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/politica.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2012.

BRASIL. Decreto N.° 186/08, de 20 de agosto de 2008, aprova o texto da Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e de seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova Iorque, em 30 de março de 2007. **Diário Oficial da Republica Federativa do Brasil**, Brasília, DF, de 20 de agosto de 2008a. Disponível em:

<portal.mec.gov.br/dmdocuments/decreto186.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2010.

BRASIL. Decreto N.° 6.571, de 17 de setembro de 2008, dispõe sobre o atendimento educacional especializado, regulamenta o parágrafo único do art. 60 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e acrescenta dispositivo ao Decreto n. 6.253, de 13 de novembro de 2007. **Diário Oficial da Republica Federativa do Brasil**, Brasília, DF, de 18 de setembro de 2008b, p. 26. Disponível em: <portal.mec.gov.br>. Acesso em: 14 jun. 2010.

BRASIL. Decreto Nº. 6.949/2009, de 25 de agosto de 2009a. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Ministério Público Federal, MEC, Brasília, DF, 25 ago. 2009. Disponível em:

<jusbrasil.com.br/legislacao/818741/decreto-6949-09>. Acesso em: 20 jul. 2012.

BRASIL. Resolução Nº. 4, de 2 de outubro de 2009b. Institui diretrizes operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Básica. Brasília, DF, 2 out. 2009. Disponível em: <portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2012.

BRASIL. IBGE. **Censo Demográfico**, 2010. Disponível em:

<ibge.gov.br/cidadesat/top- window.htm?1>. Acesso em: 14 set. 2012.

BRASIL. Decreto Nº. 7611, de 17 de novembro de 2011. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial. Brasília, DF, 17 nov. 2011. Disponível em: <fcee.sc.gov.br/index.php?option=com_ docman&task=doc_details&gid=526&Itemid=91>. Acesso em: 20 jul. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Censo da educação básica: 2011 - resumo técnico**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2012. Disponível em: <download.inep.gov.br>. Acesso em: 08 set. 2012.

CHAVES, M. I. de A.; CARVALHO, H. C. de. Formalização do conceito de Função no Ensino Médio: Uma seqüência de Ensino-Aprendizagem. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004, p.1-18.

COLE, M.; WERTSCH, J. V. **Beyond the individual-social antinomy in discussions of Piaget and Vygotsky**. Human Development, 1996. 39, pp. 250-256.

COSTA, A. C. **Conhecimentos de Estudantes Universitários sobre o Conceito de Função**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

COUTINHO, C. P.; CHAVES, J. H. O Estudo de Caso na investigação em tecnologia educativa em Portugal. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga, v. 15, n. 001, p. 221-243, 2002. Disponível em:

<redalyc.uaemex.mx/pdf/374/37415111.pdf> Acesso em: 15 ago. 2010.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 3. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

FERNANDES, S. H. A. A. **Uma Análise Vygotskiana da Apropriação do Conceito de Simetria por Aprendizes sem acuidade visual**. São Paulo. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

FIDEL, R. The case study method: a case study, In: GLAZIER, Jack D. & POWELL, Ronald R. **Qualitative research in information management**. Englewood, CO: Libraries Unlimited, 238p. p.37-50, 1992.

FRANT, J. B. As equações e o conceito de função. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro: GEPEM, n. 42, p.71-77, fev./jul. 2003.

GOMEZ, G. R.; FLORES, J.; JIMENEZ, E. **Metodologia de la Investigacion Cualitativa**, Malaga: Ediciones Aljibe, pp. 378, 1996.

MANTOAN, M. T. E. A Hora da Virada. **Revista da Educação Especial**. Secretaria Nacional de educação especial/MEC. Ano 1, n. 1, Distrito Federal: out. 2005. Disponível em:

<portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/txt/revistainclusao1.txt>. Acesso em: 17 fev. 2009.

MARIANI, V. C.; SOUZA, V. Del M. Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função. In: Congresso Nacional da área de Educação, 3., 2005, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Sem editora, 2005, p.1243-1254.

MARTINS, G. A. **Estudo de caso**: uma estratégia de pesquisa. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MAZZOTTI, A. J. A. Usos e abusos dos estudos de caso. **Cadernos de Pesquisa**. Rio de Janeiro, v. 36, n. 129, p. 637-651, set./dez. 2006. Disponível em: <scielo.br/pdf/cp/v36n 129/a0736129.pdf> Acesso em: 25 out. 2009.

MONTEIRO, A. R. O pão do direito à educação. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 24, n. 84, p. 763 - 789, set. 2003.

OCHAITA, E.; ROSA, A. Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas. In: COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, A. (Org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação: Necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar**. Tradução: Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. v. 3, Cap. 12.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1993.

ONU (Organização das Nações Unidas). **Declaração Universal dos Direitos Humanos**. Proclamada pela resolução 217 A (III) da Assembléia Geral das Nações Unidas em 10 de dezembro de 1948. Disponível em: <portal.mj.gov.br/sedh/ct/legis_intern/ddh_bib_inter_ universal.htm> Acesso em: 29 jun. 2012.

PONTE, J. P. (2006). **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, 25, 105-132. Este artigo é uma versão revista e atualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. Quadrante, 3(1), pp.3-18. (re-publicado com autorização).

PUNCH, K. **Introduction to Social Research: Quantitative & Qualitative Approaches**. London: SAGE Publications, 1998.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SCHRAMM, W. **Notes on case studies of instructional media projects**. Working paper for the Academy for Educational Development. Washington: DC, 1971.

STAKE, R. E. **The Art of Case Study Research**. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1995.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais**. Genebra, 1994. Não paginado.

VALSINER, J.; VEER, R. van der. **Vygotsky - Uma síntese**. Tradução: Cecília C. Bartalotti. 4. ed. São Paulo: Loyola, 1996.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, L. S. **The collected works of L. S. Vygotsky. Problems of general psychology** (R. Rieber e A. Carton, Eds.). Tradução: Sobraine Sochinenii. New York: Plenum, 1987. v. 1.

VYGOTSKY, L. S. **Obras escogidas V - Fundamentos da defectologia**. Tradução: Julio Guillermo Blank. Madrid: Visor, 1997. (coletânea de artigos publicados originalmente em russo entre os anos de 1924 e 1934). Disponível em: <pt.scribd.com/doc/25672525/Vi- gotski-Obras-Escolhidas-Tomo-

5-Fundamentos-de-Defectologia-Completo-Em-Espanhol>. Acesso em: 07 out. 2012.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução: Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998. (originalmente publicado em russo, em 1934).

YIN, R. **Case Study Research**: Design and Methods, 2 ed. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications, 1994.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Educação Matemática em Revista**, Canoas, ano 8, n.9/10, abr. 2001.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. de A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. **Revista Ciência & Educação**, v. 8, n. 1, p. 1-12, 2002.

Apêndice

ESTUDO DAS FUNÇÕES AFIM E CONSTANTE

BREVE HISTÓRICO

Uma função pode ser vista como uma relação entre duas grandezas que variam e expressa em termos de uma das grandezas, que chamamos de "variável". A noção de variável só foi introduzida formalmente no século XIX.

Roque (2012, p.371) afirma que, "[...] uma das principais motivações para a introdução da ideia de função é a noção de 'trajetória', que associa um movimento a uma curva que poderá ser expressa por meio de uma equação".

A construção do conceito de função foi um processo longo e delicado que culminou com as definições de Lejeune Dirichlet (1805-1859) em 1837 e Nicolas Bourbaki (1934-1968) em 1939.

O desenvolvimento do conceito de função foi iniciado com os estudos sobre movimentos de Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716).

Em 1698, o matemático alemão Leibniz já usava os conceitos de "constante" e de "variável".

A palavra função foi usada pela primeira vez em 1694, por Leibniz, para expressar quantidade associada a uma curva, como por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva e a inclinação de uma curva. Mais tarde, em 1718, o matemático suíço Johann Bernoulli (1667-1748) considerou função "como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes" (EVES, 2002, p.660).

Algum tempo depois o matemático sueco Leonard Euler (1707-1783) considerou uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Em 1837 o matemático alemão Dirichlet formulou:

> Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é uma função (unívoca) de x. A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função (EVES, 2002, p.661, grifo do autor).

Dirichlet influenciou os matemáticos alemães Julius Richard Dedekind (1831-1916) e Bernhard Riemann (1826-1866) que também apresentaram suas definições de função.

A formalização da notação "$f(x)$" para representar uma função qualquer envolvendo variáveis e constantes foi feita por Euler entre os anos de 1734 e 1735 (BOYER, 1996, p. 305).

A definição dada por Dirichlet foi generalizada em 1939 por um grupo de matemáticos chamado Nicolas Bourbaki.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é hoje um dos mais importantes não só em Matemática como em outros ramos do saber.

É muito comum o registro de gráficos e tabelas em revistas, livros, jornais e na televisão que têm sido utilizados frequentemente para representar relações entre duas grandezas e procuram retratar uma situação.

Esses gráficos e tabelas representam, de modo geral, uma função.

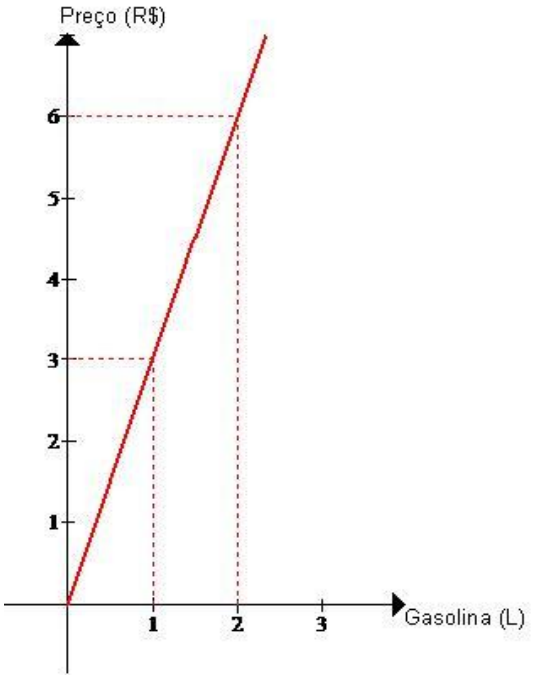
Há muitos tipos de funções. Algumas são mais frequentes e obedecem a determinadas propriedades que precisam ser bem conhecidas por estudantes, profissionais e professores que trabalham com elas.

Nosso desafio é identificar as funções mais comuns por meio das leis que as definem e pelos gráficos que as representam.

Sendo assim, iremos estudar as funções afim e constante destacando a lei e apresentando o seu gráfico.

Antes, porém, vamos analisar as situações seguintes.

1) Em um posto de combustível de Campos dos Goytacazes, o litro de gasolina custa R$\$3,00$. O gráfico a seguir relaciona as grandezas: valor pago e número de litros de gasolina comprados.



Observe que no eixo horizontal colocamos números que representam a quantidade de gasolina comprada e no eixo vertical o preço pago pela compra. O gráfico representa uma infinidade de pontos que associa cada possível quantidade de gasolina comprada com o preço que será pago.

Se n representa a quantidade de gasolina comprada e p representa o valor pago, podemos compor uma fórmula para calcular este valor. Assim, poderemos escrever que o valor pago $p = n.\text{R}\$3,00$. Esta fórmula pode ser escrita com outros símbolos desde que nós estabeleçamos o significado de cada um deles:

$$p(n) = 3n$$

ou

$$y = 3n$$

onde $p(n)$ e y representam o valor pago e n é o número de litros de gasolina comprados. Dizemos que o valor pago é função da quantidade de

gasolina, pois a cada número positivo que define a quantidade de gasolina corresponde um único número, o qual define o preço total.

Além disso, os valores correspondentes ao valor pago pela gasolina e a quantidade de litros comprados são proporcionais e a razão de proporção é 3, pois cada litro custa R$\$3,00$:

Quantidade de gasolina (L)	Preço (R$\$$)
1	3,00
2	6,00
3	9,00
n	3n

O número 3 representa a taxa de variação da função $p(n) = 3n$.

Como a quantidade n de gasolina comprada pode ser representada por qualquer número real maior do que zero, por exemplo, 10L; 22,3L; 34,5L, o gráfico que representa essa situação é linear e contínuo.

2) Em certa padaria, o preço do pão francês é R$\$0,20$, podemos calcular o valor a ser pago em uma compra relacionando as grandezas: quantidade de pães comprada e preço correspondente a essa quantidade. Assim:

Quantidade de pães	Preço (R$\$$)
1	0,20
2	0,40
3	0,60
4	0,80
10	2,00
n	0,20n

Se n representa a quantidade de pães comprada e p representa o valor pago, podemos compor uma fórmula para calcular este valor. Assim, poderemos escrever que o valor pago $p = n.\text{R}\$0,20$. Esta fórmula pode ser escrita com outros símbolos:

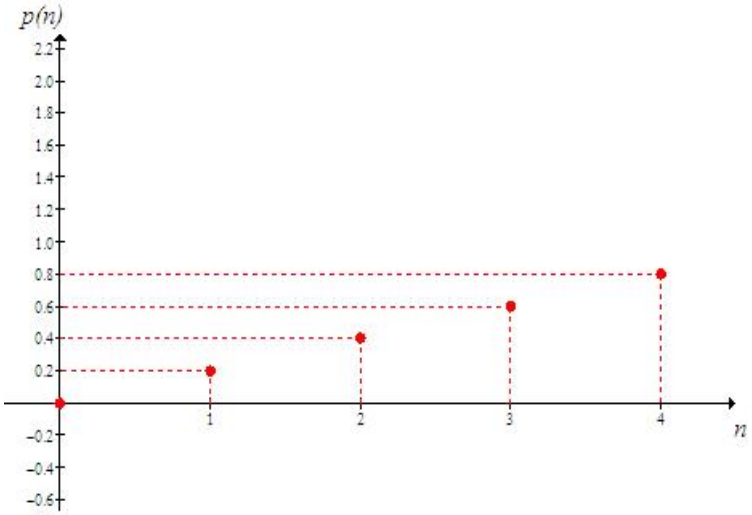
$$p(n) = 0,20n$$

ou

$$y = 0,20n$$

onde $p(n)$ e y representam o valor pago e n representa o número de pães comprados. Dizemos que o valor pago é função da quantidade de pães comprada, pois a cada número que define a quantidade de pães comprada corresponde um único número, o qual define o valor pago.

Só podemos comprar um número inteiro de pães, então n é sempre representado por números inteiros, ou seja, é uma variável discreta. Isso explica porque o gráfico que representa essa situação não é contínuo:



O número 0,20 representa a taxa de variação da função $p(n) = 0,20n$.

3) É comum, no comércio, as pessoas receberem mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa e outra variável correspondente

a uma comissão sobre o total que cada um vende durante o período.

Suponhamos que numa loja a parte fixa seja igual a R$\$600,00$ e a comissão seja 5% sobre as vendas do mês.

Por exemplo: Se um vendedor vender R$\$1000,00$ no mês ele receberá R$\$600,00$ + 5% de R$\$1000,00$. Isto é, receberá R$\$600,00$+R$\$50,00$ =R$\$650,00$.

Se ele vender R$\$1200,00$ então irá receber R$\$600,00$ + 5% de R$\$1200,00$. Isto é, receberá R$\$600,00$ + R$\$60,00$ = R$\$660,00$.

Podemos dizer que o vendedor receberá um

salário mensal = R$\$600,00$ *+ 5% do total vendido no mês*

Observamos que o salário mensal desse empregado não é fixo, mas varia de acordo com o total de vendas que ele conseguir realizar no mês.

Dizemos então que o salário é função do total de vendas mensais.

Podemos compor uma fórmula para calcular o salário dessa pessoa.

Chamaremos o salário de s e o total de vendas no mês de x.

Assim poderemos escrever que o salário (em reais) é $s(x) = 600+0,05x$, onde $s(x)$ representa o salário recebido no final do período e x é total de vendas no mês. Dizemos que o salário recebido é função do total de vendas no mês que corresponde um único número, o qual define o salário recebido.

O total de vendas no mês pode ser representado por qualquer número real maior do que ou igual a zero, então o gráfico que representa essa situação é contínuo.

Você verá adiante que o número 0,05 representa a taxa de variação da função $s(x) = 600 + 0,05x$.

INCÓGNITA OU VARIÁVEL

É importante destacar que em equações do tipo:

1) $x + 3 = -7$

2) $1 + y^2 = 10$

as letras x e y são símbolos que representam um valor numérico desconhecido e que será determinado com a resolução da equação. Por exemplo, na equação apresentada no item 1, a igualdade é verdadeira apenas quando $x = -10$ e no item 2, a igualdade é verdadeira apenas quando $y = 3$ ou $y = -3$. Nestas situações os símbolos x e y são chamados de incógnitas.

Na expressão $y = x-5$ o valor de y varia de acordo com o valor numérico escolhido para x. De modo geral, nesse tipo de expressão, uma das grandezas indeterminadas pode ser, assim, determinada a partir da atribuição de valores à outra grandeza indeterminada, por meio de um número finito de operações algébricas. Nesta situação os símbolos são chamados de variáveis. Introduz-se aqui a ideia de que uma expressão com duas variáveis é uma forma de representar uma dependência entre duas quantidades variáveis, de modo que se possa calcular os valores de uma delas a partir dos valores da outra. Por exemplo, na expressão $y = x - 5$, se $x = 1$ então $y = -4$, se $x = -7$ então $y = -12$ e se $x = \frac{1}{2}$ então $y = -\frac{9}{2}$. Na expressão $2z^2 = -w$ se $z = 0$ então $w = 0$ e se $z = 1$ então $w = -2$.

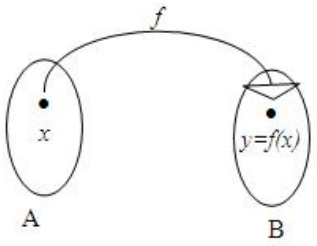
De modo geral, dadas as variáveis x e y, se a cada valor atribuído a x associa-se um único y, dizemos que y é função de x.

Definição: Dados dois conjuntos não-vazios A e B, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento x de A corresponde um único elemento y de B.

Usamos a seguinte notação:

$$f:\ A \longrightarrow\ B \text{ (lê-se "função } f \text{ de } A \text{ em } B\text{")}.$$

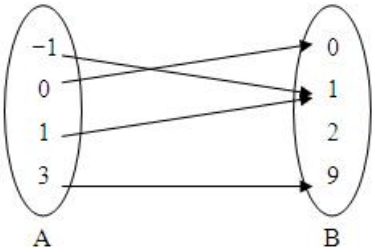
É importante observar que se y está definido em função de x, chamamos x de variável independente e y de variável dependente. Escreve-se $f(x)$ ou simplesmente y para indicar o valor que a função f assume em x.



O diagrama acima representa um função f que transforma o elemento x do conjunto A no elemento y do conjunto B, ou seja, cada elemento x do conjunto A está associado à um único elemento y do conjunto B por meio de uma operação com constantes.

Exemplos:

4) Cada elemento do conjunto A é associado a um elemento do conjunto B se este corresponde a seu quadrado.



Observe que todos os elementos de A têm correspondentes em B e a cada elemento de A corresponde um único elemento de B. Assim, a correspondência expressa por $y = x^2$, com $x \in A$ e $y \in B$ é uma função de A em B. Os valores que a variável x assume, formam um conjunto chamado domínio, os valores de y encontrados a partir dos valores de x formam um

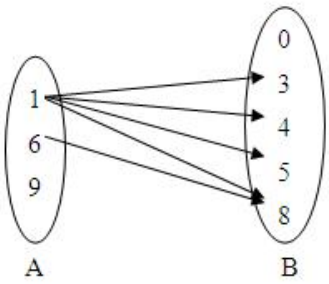
conjunto chamado imagem e todos os valores que y pode assumir, conjunto B, formam um conjunto chamado contradomínio.

O conjunto domínio de f é: $D(f) = \{-1, 0, 1, 3\}$.

O conjunto imagem de f é: $Im(f) = \{0, 1, 9\}$.

O conjunto contradomínio de f é: $CD(f) = \{0, 1, 2, 9\}$.

5) Um elemento de A está associado a todos os elementos de B que forem maiores do que ele.



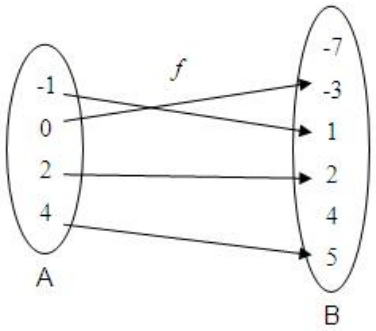
Nesse caso **não** temos uma função de A em B, pois ao elemento 1 de A correspondem três elementos de B e não apenas um único elemento de B. Além disso, o elemento 8 de A não está associado a nenhum elemento de B.

DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO

Dada uma função $f\colon\ A \longrightarrow\ B$, o conjunto A é chamado domínio da função f (indicamos por $D(f)$ ou D), e o conjunto B é chamado contradomínio da função f (indicamos por $CD(f)$ ou CD). Para cada $x \in D(f)$, o elemento $f(x) \in B$ é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens de x é chamado conjunto imagem da função (indicamos por $Im(f)$ ou Im).

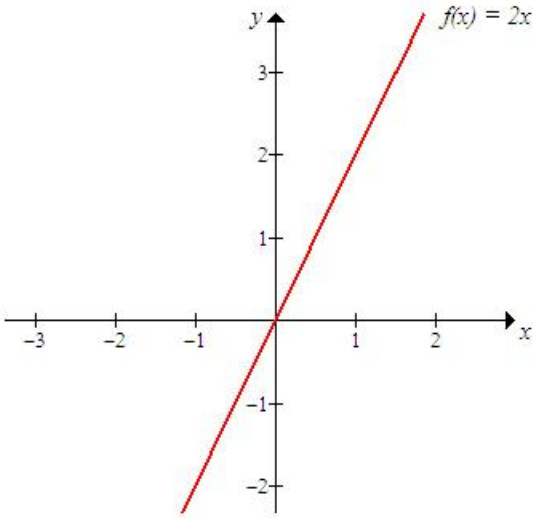
Exemplos:

6) A imagem a seguir representa como uma função associa elementos de dois conjuntos, por meio do Diagrama de Venn.



$D(f) = \{-1, 0, 2, 4\}$
$CD(f) = \{-7, -3, 1, 2, 4, 5\}$
$Im(f) = \{-3, 1, 2, 5\}$

7) A imagem a seguir apresenta o gráfico de uma função linear e contínua. É importante destacar que a taxa de variação do gráfico é 2, os valores de x e y são proporcionais e a razão de proporção é 2.



$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$D(f) = \mathbb{R}$
$CD(f) = \mathbb{R}$
$Im(f) = \mathbb{R}$

EXERCÍCIOS

1) A tabela abaixo indica o custo de produção de determinada peça:

Número de peças	Custo (R$)
1	1,20
2	2,40
3	3,60
4	4,80
5	6,00
6	7,20

a) A cada número de peças corresponde um único valor em reais?

b) O que é dado em função do quê?

c) Qual é a fórmula matemática que dá o custo c em função do número de peças x?

d) Qual é o custo de 8 peças? E de 50 peças?

e) Com um custo de R$\$120,00$, quantas peças podem ser produzidas?

2) Seja $g\colon\ A \longrightarrow\ B$, em que $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, uma função definida pela lei $g(x) = x + 1$. Determine:

a) O conjunto domínio da função g.

b) O conjunto imagem da função g.

c) $g(2)$.

FUNÇÃO AFIM

Uma função $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é chamada **função afim** quando existem números reais a e b tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$ e $a \neq 0$. Deste modo, a função $s(x) = 0,05x + 600$, apresentada no exemplo 3, é uma função afim.

Exemplos:

a) $f(x) = 2x + 1$

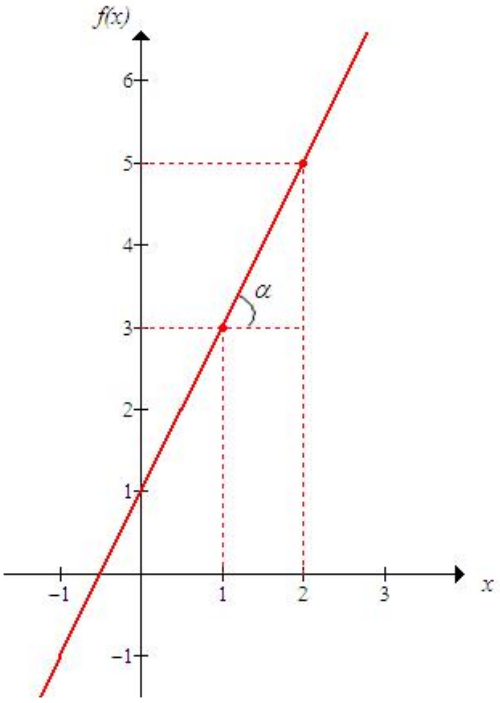
Como $a = 2$ e $b = 1$, o coeficiente angular da função f é 2 e o coeficiente linear é 1. Assim, o gráfico de f intersecta o eixo y no ponto $(0, 1)$ e a função f tem taxa de variação igual a 2.

b) $f(x) = \frac{1}{5}x - 7$

Sendo $a = \frac{1}{5}$ e $b = -7$, o coeficiente angular da função f é $\frac{1}{5}$ e o coeficiente linear é -7. A intersecção do gráfico de f com o eixo y ocorre no ponto $(0, -7)$ e a taxa de variação da função é 2.

Informações importantes sobre a função afim:

Observação 1) Explorando a reta que representa o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, podemos obter informações sobre sua inclinação.



A tangente do ângulo α é:

$tg\alpha = \dfrac{5-3}{2-1} = \dfrac{2}{1} = 2$, e o coeficiente a é igual a 2.

De modo geral, sendo x_1 e x_2 valores escolhidos para x, com $x_2 > x_1$ e $y_1 = f(x_1)$ e $y_2 = f(x_2)$, o coeficiente a é determinado por: $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ e a tangente de α é determinada por: $tg\alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Portanto, $a = tg\alpha$ e por esse motivo o coeficiente a é chamado de coeficiente angular ou taxa de variação ou taxa de crescimento.

O gráfico da função $f(x) = 2x+1$ intersecta o eixo y em 1 e o coeficiente b é igual a 1. De modo geral, a intersecção do gráfico com o eixo y ocorre quando x é igual a zero e se $f(x) = ax + b$, quando $x = 0$ então $f(x) = b$, determinando o ponto $(0, b)$. Por esse motivo o coeficiente b é chamado de coeficiente linear.

Observação 2) São considerados casos particulares da função afim $f(x) = ax + b$:

FUNÇÃO IDENTIDADE

A função $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesse caso, $a = 1$ e $b = 0$. A cada valor x do conjunto domínio está associado um elemento y do conjunto contra-domínio de mesmo valor, ou seja, f associa cada elemento x a ele próprio.

FUNÇÃO LINEAR

A função $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesse caso, $b = 0$. Assim, podemos afirmar que x é diretamente proporcional a $y = f(x)$ e o número a é a razão de proporção. Deste modo, a função $p(n) = 2,99n$, apresentada no exemplo 1 e a função $f(x) = 2x$, apresentada no exemplo 7, são exemplos de função linear. No exemplo 1, n é diretamente proporcional a $p(n)$ e a razão de proporção é 2,99 e no exemplo 7, x é diretamente proporcional a $f(x)$ e a razão de proporção é 2.

Exemplos:

a) $f(x) = 3x$ onde $a = 3$

b) $f(x) = \sqrt{2}x$ onde $a = \sqrt{2}$

c) $f(x) = \dfrac{5}{7}x$ onde $a = \dfrac{5}{7}$

FUNÇÃO CONSTANTE

Considerando uma empresa em que os funcionários recebam um salário de R$\$600,00$, independente da produção. Nesse caso o seu salário mensal é $y = 600$, independente do total x produzido no mês, isto é, o valor de y é constante.

A função $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplos:

a) $f(x) = 4$

b) $f(x) = \dfrac{5}{3}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{9}$

d) $f(x) = -3$

EXERCÍCIOS

1) Dentre as funções $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ apresentadas abaixo, indique aquelas que representam função afim. Justifique sua resposta.

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = 2$

c) $f(x) = 3x - 1$

d) $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$

e) $f(x) = 3 - 2x$

f) $f(x) = \dfrac{5x + 2}{3}$

2) Determine em cada equação a taxa de variação e o coeficiente linear:

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $f(x) = 3 - x$

c) $f(x) = \sqrt{3} + \dfrac{2}{3}x$

d) $f(x) = 3$

e) $f(x) = \sqrt{2}x$

f) $f(x) = \dfrac{3x - 5}{7}$

3) Mensalmente, uma empresa fornecedora de energia elétrica cobra R$0,60 por kWh (quilowatt-hora) consumidos e uma taxa de iluminação pública de R$3,50, escreva:

a) a lei da função que fornece o valor total da conta de luz para x kWh consumidos em um mês.

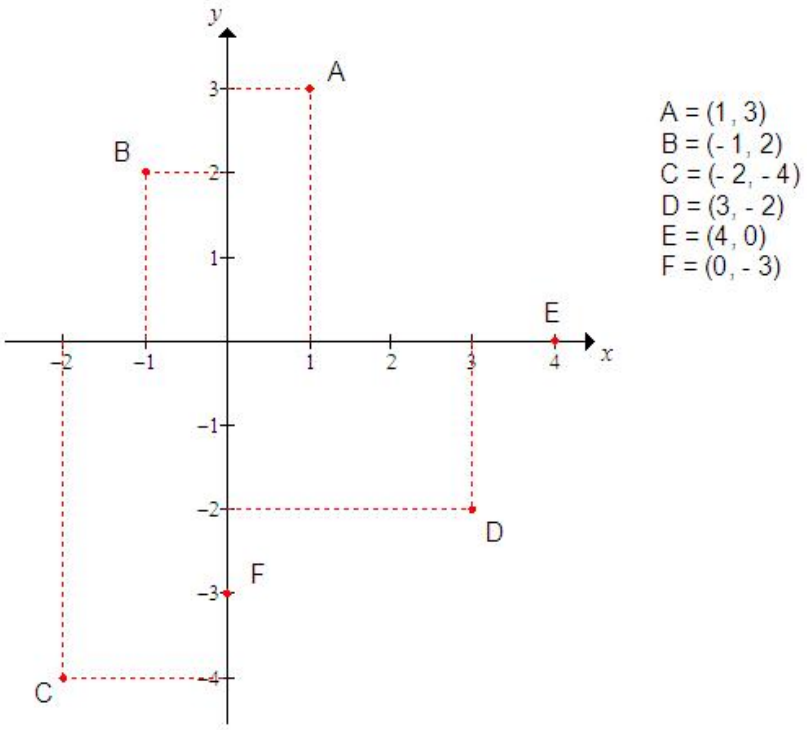
b) a taxa de crescimento da função.

4) Em certa cidade, a assinatura residencial de uma linha telefônica custa R$35,00, o que inclui a cobrança dos 100 primeiros minutos utilizados. Além disso, o consumidor paga R$0,10 por cada minuto que exceder os 100 primeiros. Escreva a lei matemática que expressa o valor da conta telefônica v em função dos minutos excedentes n.

O PLANO CARTESIANO

A interpretação de gráficos requer a noção de plano cartesiano: plano determinado pelo sistema de eixos ortogonais x (eixo das abscissas) e y (eixo das ordenadas), que o divide em quatro regiões chamadas quadrantes. Cada ponto representado no plano cartesiano tem uma referência horizontal (x) e uma referência vertical (y), que, juntas, definem o par ordenado (x, y). Dizemos que x e y são coordenadas do ponto (x, y). É importante destacar que o eixo das abscissas e das ordenadas podem ser representados por letras escolhidas arbitrariamente. No exemplo 1, que trata do valor pago pela compra de gasolina, o eixo horizontal do gráfico representa a quantidade de litros de gasolina comprados e o eixo vertical representa o valor pago pela compra. Como o valor pago $p(n)$ depende da quantidade l de litros comprados, l é a variável independente e $p(n)$ é a variável dependente. A reta, que representa o gráfico da função $p(n) = 3n$, é formada

pela união dos infinitos pontos (n, p) que são definidos pela quantidade de gasolina comprada e pelo valor pago pela compra.



O plano cartesiano foi criado em 1637, pelo matemático francês René Descartes (1596-1650) no intuito de localizar pontos num determinado espaço. Em seus trabalhos, Descartes associava Geometria à Álgebra, assim a criação do plano cartesiano foi uma forma de representar graficamente expressões algébricas.

REPRESENTANDO GRAFICAMENTE ALGUMAS FUNÇÕES

Para construir o gráfico de uma função, usamos o sistema de coordenadas cartesianas.

O gráfico de uma função $g(x)$ fica determinado por todos os pontos do plano cartesiano representados pelos pares ordenados (x, y) que tenham $x \in D(g)$ e $y \in Im(g)$.

1) Seja a função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ (ou $y = x$).

Para traçarmos seu gráfico vamos atribuir alguns valores do domínio a x e calcular o y correspondente, conforme na tabela abaixo.

x	$y = f(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Represente no plano cartesiano os pontos encontrados na tabela. Verifique se é possível acomodar todos os pontos marcados na borda de uma régua.

2) Seja a função $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = x + 2$. Construa o gráfico desta função.

3) Determine os coeficientes angulares das retas que representam as funções $f(x)$ e $g(x)$.

4) Agora, construa o gráfico da função real de variáveis reais,

$h(x) = x - 2$.

5) Os gráficos das funções $f(x) = 2x$ e $g(x) = 2x - 4$ são paralelos? Por quê?

6) Os gráficos das funções $f(x) = -3x - 1$ e $g(x) = -3x + 2$ são paralelos? Por quê?

7) Os gráficos das funções $f(x) = 2 + x$ e $g(x) = -3 + x$ são paralelos? Por quê?

8) Os gráficos das funções $f(x) = 2x$ e $g(x) = x + 1$ são paralelos? Por quê?

9) Você pode afirmar se as retas que representam graficamente duas funções são paralelas sem desenhá-las, mas conhecendo suas leis? Justifique.

10) Obtenha, em cada caso, a função $f(x) = ax + b$, cuja reta, que é seu gráfico, passa pelos pontos:

a) $(-1, 1)$ e $(2, 0)$

b) $(3, 0)$ e $(0, 4)$

11) Determine o valor de m na lei da função $f(x) = 4x + m - 5$, para que:

a) o gráfico da função intersecte o eixo das ordenadas no ponto $(0, 7)$;

b) o gráfico da função intersecte o eixo das abscissas no ponto $(3, 0)$.

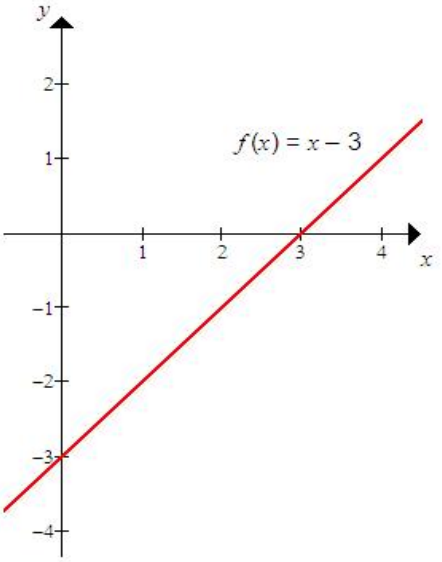
ZERO E CRESCIMENTO DA FUNÇÃO

Analisando o gráfico de uma função é possível saber onde ela é crescente (se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$) e onde ela é decrescente (se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) > f(x_2)$).

Chama-se zero de uma função f o valor de $x \in D(f)$ para o qual $f(x) = 0$.

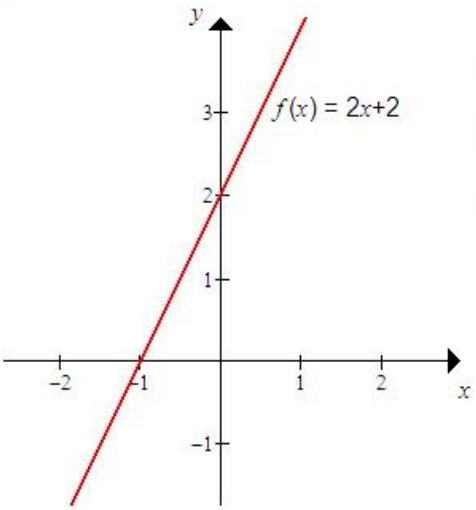
Do ponto de vista geométrico, o ponto $(x, f(x))$ sendo $f(x) = 0$ representa a intersecção entre o gráfico da função e o eixo x. Como neste caso temos uma equação, x não representa uma variável mas uma incógnita que terá seu valor determinado por meio da resolução da equação.

a)



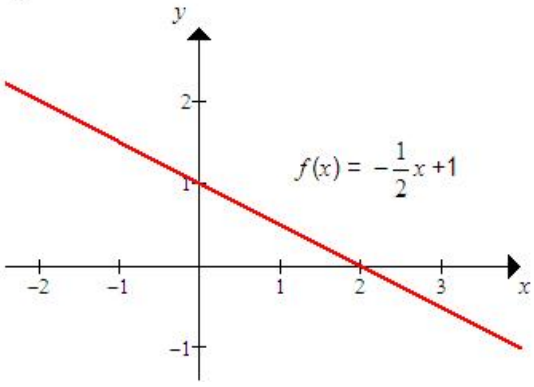
Observando o gráfico da função f podemos afirmar que o zero da função f é 3, a intersecção com o eixo y ocorre no ponto (0, - 3) e a função é crescente. O coeficiente angular da função é igual a 1 e o coeficiente linear é igual a - 3.

b)



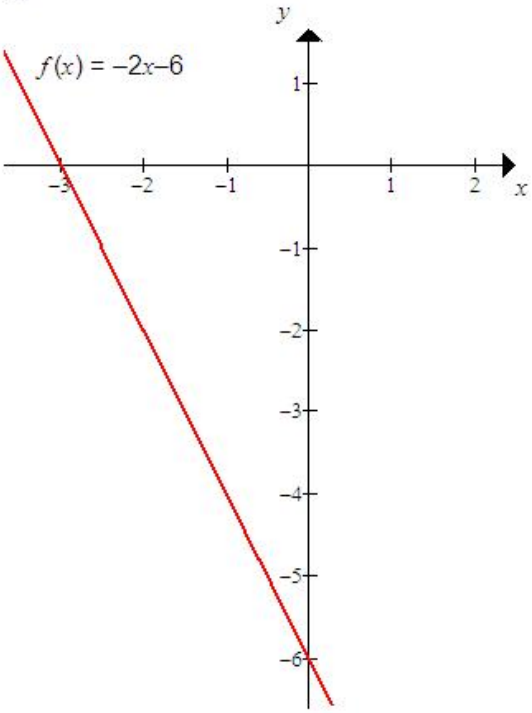
Observando o gráfico da função f podemos afirmar que o zero da função f é – 1, a intersecção com o eixo y ocorre no ponto (0, 2) e a função é crescente. O coeficiente angular da função é igual a 2 e o coeficiente linear é igual a 2.

c)



Observando o gráfico da função f podemos afirmar que o zero da função f é 2, a intersecção com o eixo y ocorre no ponto (0, 1) e a função é decrescente. O coeficiente angular da função é igual a $-\frac{1}{2}$ e o coeficiente linear é igual a 1.

d)



Observando o gráfico da função f podemos afirmar que o zero da função f é –3, a intersecção com o eixo y ocorre no ponto (0, –6) e a função é decrescente. O coeficiente angular da função é igual a –2 e o coeficiente linear é igual a –6.

Resumo:

Quando $a > 0$ a função é crescente.

Quando $a < 0$ a função é decrescente.

O zero da função é o valor de x que torna $f(x) = 0$.

O ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo y é $(0, b)$.

EXERCÍCIOS

1) Sem construir gráficos, descubra os pontos em que as retas, gráficos das funções abaixo, cortam o eixo x e y:

a) $f(x) = x - 5$

b) $f(x) = -2x$

c) $f(x) = -x + 4$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

e) $f(x) = 1 + 4x$

f) $f(x) = 2 - \frac{3}{4}x$

2) Indique se as funções abaixo são crescentes ou decrescentes:

a) $g(x) = -5x + 1$

b) $f(x) = -3 - 4x$

c) $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$

d) $h(x) = 5 + 6x$