DESENHO GEOMÉTRICO - UMA FERRAMENTA PARA AUXILIAR O ENSINO DA GEOMETRIA

CYNTHIA SODRÉ ALEXANDRE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ
Março - 2013

DESENHO GEOMÉTRICO - UMA FERRAMENTA PARA AUXILIAR O ENSINO DA GEOMETRIA

CYNTHIA SODRÉ ALEXANDRE

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), como parte das exigências para a obtenção do Título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Dr. Mikhail Petrovich Vishnevski

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ
Março - 2013

DESENHO GEOMÉTRICO - UMA FERRAMENTA PARA AUXILIAR O ENSINO DA GEOMETRIA

CYNTHIA SODRÉ ALEXANDRE

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), como parte das exigências para a obtenção do Título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 19 de Março de 2013

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Oscar Alfredo Paz La Torre - UENF

Prof. Dr. Paulo Sérgio Dias da Silva - UENF

Prof. Dr. Wladimir Augusto das Neves - UFRJ

Prof. Dr. Mikhail Petrovich Vishnevskii- UENF
(ORIENTADOR) .

Dedico essa monografia a minha mãe e aos meus filhos que entenderam todos os períodos de ausência e por todo incentivo dado nos momentos mais difíceis.

Agradecimentos

Agradeço a Deus,pela força espiritual para a realização desse trabalho. A minha mãe Lucy de Freitas Sodré Alexandre pelo apoio, compreensão, ajuda. Aos meus filhos Dalton e Mônica Sodré Alexandre Moreira por todo amor que me dedicam. Aos meus amigos e colegas de curso, em especial a Julia Maron, Haidée Marcusie, Vandete de Souza e Dayse Andrade pela cumplicidade, ajuda e amizade. Ao Mestre Mikhail,pela orientação deste trabalho.

"Quando eu tinha 5 anos, minha mãe sempre falava que a felicidade era essencial na vida.

Quando estava na escola,eles me perguntaram o que eu gostaria de ser quando crescer.

Escrevi: FELIZ.

Eles me disseram que eu não tinha entendido a tarefa, e eu disse que eles não tinham entendido a VIDA."

Chico Xavier

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o intuito de produzir um material de Desenho Geométrico para o estudo dos triângulos no 8° ano do Ensino Fundamental. Os alunos terão a possibilidade de desenvolver habilidades como classificação, comparação, diferenciação e generalização a partir de conclusões resultantes de observações. Na perspectiva de que, quando agimos sobre o objeto de estudo, a aprendizagem se torna significativa, serão propostas atividades que permitirão aos alunos debruçarem-se sobre os triângulos de forma a se tornarem agentes ativos do aprendizado, sendo o professor um mediador desse processo.

Palavras-chave: Desenho Geometrico, Triângulo, Geometria.

ABSTRACT

This paper a im sat producing Geometric Design material for the study of triangles in the eighth grade of Middle School. The students will be a bleto develops kills such as classification, comparison, differentiation and generalization, based on the conclusions resulting from observation. Considering that whe none act supon the study object, learning becomes meaningful, some activities will be suggest ed so that the students can engage in the study of triangles thus be coming active agent soft he process of learning in which the teacher will act as a mediator.

Keywords:Geometric Desing, Triangles, Geometric.

Lista de Figuras

Sumário

Capítulo 1

Introdução

O ensino de Desenho Geométrico está desprestigiado nos Ensino Fundamental e Médio das escolas brasileiras e isso tem apresentado consequências sérias no aprendizado de Geometria. A dificuldade dos alunos em Geometria coincide com esse desprestígio. Segundo Putnoki (1988), essa dificuldade não é coincidência e sim consequência desse abandono do ensino de Desenho Geométrico.

A pouca ênfase dada a essa disciplina deve-se muitas vezes à falta de preparo dos professores, o que pode ter ocorrido por diversos motivos, entre eles:

- pois quando eram alunos, tiveram pouco acesso à Geometria, devido ao Movimento da Matemática Moderna;
- no curso de formação, continuaram sem acesso adequado à Geometria e às construções geométricas;
- os cursos de formação continuada não estão conseguindo suprir toda a lacuna existente no conhecimento dos professores.

Além desses motivos, muitas vezes, os professores alegam falta de tempo para o ensino tendo em vista o número de aulas da grade curricular, despreparo dos alunos que em séries anteriores não tiveram contato com a disciplina e a ausência desse tipo de abordagem nos livros didáticos.

O retorno de Desenho Geométrico aos bancos escolares permitiria a construção dos conhecimentos geométricos a partir das investigações, da prática - como é fortemente sugerido pelos PCNs do 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental, disciplina Matemática. Os

Parâmetros Curriculares afirmam que *"os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.“* (Brasil (1998)). E complementa *"O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor explore situações em que sejam necessárias algumas construções com régua e compasso"* o que permitiria não só a aplicação de propriedades estudadas, como também a visualização e construção de outras.

Sabemos que a Geometria tem aplicação em várias áreas do conhecimento. Além das clássicas como Arquitetura, Engenharia, Edificações, Estradas, entre outras, temos também sua aplicação nas Artes Plásticas, no Corte e Costura, nas Cirurgias Plásticas, pois estas dependem da interpretação visual que seria favorecida com o estudo do DG.

> Está em jogo a interpretação de informações visuais quando se trata do mais simples esboço de uma figura geométrica, como o triângulo, ou mapa que indica o caminho entre duas localidades, quanto das mais sofisticadas representações gráficas do registro de indicadores numéricos, de plantas de objetos, de imagens expressas em fotos ou chapas de raio-X, ou imagens pintadas por artistas representando a natureza ou suas visões imaginárias. (Oliveira (2005)).

Então conforme Oliveira, o estudo do Desenho auxiliaria os alunos nas diversas disciplinas como por exemplo Geografia - na interpretação dos mapas-, Artes - na compreensão das obras-, ou qualquer outra que envolva resolução e/ou compreensão de problemas gráficos, ou mesmo na construção de elementos como é o caso o modelo atômico de Dalton em que ele compara o estrutura do átomo com o Sistema Solar.

Os conhecimentos teóricos da Geometria podem ser concretizados a partir do Desenho Geométrico de forma gráfica. Assim essa disciplina permitiria a demonstração de alguns teoremas, algumas propriedades sem ter que recorrer à formalidade exigida pela Álgebra Geométrica e a idéia é que os alunos ao compreenderem melhor o significado dessas características e propriedades saibam aplicá-las nos mais diversos casos.

Segundo Oliveira a inclusão do DG no currículo do Ensino Fundamental só traria vantagens para os estudantes como por exemplo:

- a concretização dos conhecimentos teóricos da Geometria através da sua confirmação gráfica;

- desenvolvimento de habilidades como: organização, autodisiciplina, iniciativa, serenidade e capricho;
- desenvolvimento da visão espacial, pois exercícios apropriados de Desenho Geométrico estimulam os neurônios responsáveis por esse tipo de visão;
- criatividade técnico-científica - capacidade de pesquisar e encontrar soluções - e essa é adquirida com uma curta teoria de Desenho Geométrico.

E foi essa a motivação desse trabalho: verificar se através do Desenho Geométrico os alunos apresentarão um melhor aprendizado da Geometria, mais especificamente das características dos triângulos.

A escolha de triângulo ocorreu por serem eles um elemento rígido e, por isso, muito utilizado na Arquitetura, na Engenharia e na Carpintaria. Também estão muito presentes na estrutura de telhados e portões.

Esse trabalho apresentará uma breve história do Desenho Geométrico e da Geometria, as teorias educacionais em que se baseiam a proposta e as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula e um breve relato da minha experiência enquanto professora de Desenho Geométrico no Ensino Fundamental.

Nesse trabalho serão abordados conceitos, classificação (quanto aos lados, quantos aos ângulos), propriedades, casos de congruências dos triângulos juntando o Desenho Geométrico e a Álgebra Geométrica no processo ensino-aprendizado.

Essas atividades foram elaboradas para alunos do 8ª ano de escolaridade do Ensino Fundamental, onde se encontra o conteúdo de triângulo e partindo do pré-suposto que os alunos não tinham tido aulas de Desenho até então não são exigidos pré-requisitos.

Capítulo 2

Um pouco de História

Segundo Putinoki (1993) *"a arte do desenho é algo inerente ao homem"* . Os desenhos começaram a fazer parte do cotidiano humano antes da escrita e servem para registro da sua vida cotidiana e de quantificações.

Figura 2.1: Arte Rupestre

Temos notícias de desenhos desde os primórdios, com as figuras nas cavernas. Com o passar do tempo foram sendo aprimorados e tornaram-se muito importantes para o desenvolvimento de algumas civilizações como se constata nas obras arquitetônicas egípcias e babilônicas.

A civilização grega, com a obra de Euclides, teve grande importância no desenvolvimento da Geometria, pois além de reunir os conhecimentos de diversas culturas, organizou-se todo o conhecimento que existia até a época, pois é uma cadeia dedutiva em que cada proposição utiliza nas suas demonstrações proposições já demonstradas, além de possuir postulados e noções comuns.

Nos livros de I a IV da obra "Os Elementos de Euclides"dedicado à Geometria, toda a parte teórica é acompanhada pelas construções, o que mostra sua importância no desenvolvimento e entendimento da Matemática e mais especificamente da Geometria.

Nos três primeiros postulados, Euclides enuncia construções geométricas:

- pede-se que se desenhe uma reta de um ponto qualquer até outro ponto qualquer (ou seja, que se trace uma reta por dois pontos);
- que se produza uma linha reta finita continuamente em uma linha reta (ou seja, que se prolongue uma linha reta continuamente segundo uma reta);
- e que com qualquer centro e qualquer distância se descreva um círculo (ou seja, que se descreva um círculo, conhecendo um ponto e uma distância).

Segundo Boyer (1996), Platão deve ser o responsável pela restrição aos instrumentos utilizados no Desenho Geométrico, isto é, só seria permitido o uso de compasso e régua sem escalas para as construções. Hoje, já é aceito o uso de esquadros para traçados de paralelas e perpendiculares.

Como na época de Euclides só contávamos com os números inteiros, o que restringia muitas vezes as medidas, as grandezas passaram a ser "construídas"ao invés de serem medidas ou calculadas.

Foi com a descoberta dos números incomensuráveis que ocorreu a separação entre a Geometria (que se dedicava às grandezas geométricas) e a Aritmética (que deveria se dedicar aos números). *"Os Elementos de Euclides representam, neste contexto, o resultado dos esforços de formalização da Matemática para apresentar uma geometria consistente e unificada que valesse para grandezas quaisquer, fossem elas comensuráveis ou incomensuráveis"* Pitombeira (2012)

Figura 2.2: Capa do livro: Os Elementos de Euclides

Alguns problemas eram de fácil solução. Alguns outros levaram muito tempo para serem solucionados, como os clássicos: duplicação do cubo, trissecção do ângulo e a quadratura do círculo. A busca da solução desses problemas por meio de régua em compasso foi de grande valia para o desenvolvimento da Geometria na Grécia. Foi na tentativa da resolução desses problemas através da régua e do compasso que se chegou às cônicas, várias curvas cúbicas e quadráticas entre outras.

Somente no século retrasado ficou comprovado que, utilizando apenas régua e compasso, esses problemas não teriam solução. Muitas vezes a solução ocorre utilizando Geometria Analítica.

Como os problemas que envolvem as construções geométricas requerem conhecimentos básicos de Geometria, se as duas vertentes da Geometria (teórica e desenho) forem estudas juntas, haverá um maior entendimento do conteúdo.

No Brasil, o ensino do Desenho Geométrico foi obrigatório até 1971, quando foi promulgada a Lei 5692 que dividia as disciplinas em dois núcleos: Núcleo Obrigatório e Núcleo Optativo. Esse segundo ficava a cargo de cada Unidade de ensino e o Desenho Geométrico passou a fazer parte do núcleo das disciplinas optativas, enquanto Educação Artística passou a fazer parte do núcleo obrigatório.

Algumas unidades de ensino não-profissionalizantes mantiveram o Desenho na grade curricular, outras optaram por utilizar as aulas de Educação Artística para tal e outras ainda ensinavam Desenho como uma disciplina à parte, sem conexão com a Geometria Plana ensinada nas aulas de Matemática. Nessa mesma época, as construções geométricas foram abolidas dos vestibulares para os cursos de Engenharia e Arquitetura, reafirmando o desprestígio desse ramo da Matemática.

Nessa época, tínhamos o ensino das construções geométricas presente nos cursos técnicos de Mecânica, Edificações, Estradas, entre outros, sob o nome de Desenho Técnico, pois eram apresentados aos alunos apenas o que fosse requisito básico para a compreensão dessas áreas específicas. Entretanto, não apresentavam a relação existente entre o Desenho Técnico e a Geometria Euclidiana.

Somente no final do século passado, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais vemos um movimento contrário, isto é, o incentivo à volta das construções geométricas feitas com os instrumentos euclidianos. Esse incentivo é visto no campo do Espaço e Forma, mas não deve ser restringir a ele.

Os PCNs sugerem que as construções geométricas devem se "comunicar"com os demais campos do conhecimento, *"em particular com as atividades numéricas, métricas e com a noção de proporcionalidade"* .

Mas as construções geométricas não podem mais ser dissociadas da teoria, não podem ser vistas como um saber paralelo à teoria da Geometria: as duas devem caminhar juntas. Para Putnoki (s.d., apud Zuin (2001))

> "Não há geometria sem régua e compasso. (...) O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de "concretização"do conhecimento. (...) Em todas as interfaces que a Matemática faz com a linguagem gráfica, o conhecimento de Desenho entra como ferramenta enriquecedora".

Os PCNs sugerem um retorno da Geometria não apenas com os instrumentos euclidianos, mas permite também o uso dos demais instrumentos como esquadro e transferidor.

Capítulo 3

Referencial teorico

Estudos realizados por Hershkowitz (1994), Piaget (1993), Dias (1998), Camargo (2006), Ponte (2005) norteiam a proposta de atividades a serem indicadas aos alunos.

Segundo Piaget e Inhelder é necessário que o sujeito compreenda o objeto para que a representação simbólica ultrapasse o campo perceptivo. Os autores estudaram a construção da noção de reta por crianças e concluírem que para estas desenharem as retas é necessário que as mesmas tomem consciência do alinhamento dos pontos, o que é feito a partir da visualização.

Essa visualização, segundo Dias, está diretamente relacionada à compreensão dos conceitos geométricos: A *"dificuldade de ligar o nome à figura, acontece porque este aluno não formou os conceitos em questão"* afirma .

Segundo Vigotsky, é necessário que o aluno construa relações entre a imagem e a palavra, isto é, não basta apresentar a figura a uma criança e dizer seu nome. Para que ela aprenda, se faz necessário dar condições para que as relações sejam construídas por ela mesma. Essas condições são muitas vezes dadas pelo Desenho Geométrico, pois o aluno estará agindo sobre a figura e reconhecendo detalhes do objeto de estudo e então será capaz de investigar suas propriedades através do modelo desenhado.

Segundo Ponte (2005) *"investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades"* . Com isso, a investigação feita sobre o conceito estudado e desenhado permitirá ao aluno a construção do seu conhecimento.

De acordo com Piaget (1993):

> O domínio espacial (...) beneficia-se de um duplo privilégio: os observáveis figurativos, inserem-se muito diretamente nas transformações racionais e estas transformações são elas mesmas representáveis, sob uma forma figurativa, de onde esta mistura de capacidade operatória e de representação visual que os matemáticos têm chamado de intuição geométrica. Ore, se esta está sujeita a limitações (...), ou mesmo erros (...), guarda todo seu valor heurístico, porque é adequada por aproximações. (...) Numa palavra, a união extraída do figurativo e do operativo é, ao mesmo tempo, própria do domínio espacial e o indício das conexões específicas que ele comporta entre as operações geométricas do sujeito e observáveis do objeto.
> (...) toda evolução da Geometria é de uma formalização progressiva, que dissocia as formas operatórias do seu conteúdo figurativo (...) a "intuição"geométrica inicial é pouco dissociada numa formalização, no que diz respeito às operações do sujeito, cada vez mais centradas na forma e numa física geométrica, no que diz respeito ao conteúdo, juntando-se então, aos da dinâmica em geral.

Assim as limitações que ocorrem nas construções gráficas não devem ser consideradas obstáculos para o uso do Desenho Geométrico no suporte do ensino da Geometria. Devem, sim, ser consideradas desafios para o pensamento.

A contribuição do Desenho Geométrico está baseada na necessidade do sujeito colocar em cheque os diferentes pontos de vista e visualização dos objetos e seus conceitos; pois as representações (objetos e suas transformações) estão diretamente relacionadas à construção e formalização crescente do pensamento geométrico.

Sob a ótica piagetiana, é necessário haver uma desorganização das estruturas mentais para uma posterior reorganização, pois aí, sim, haverá uma construção efetiva do conhecimento. Ao desenhar um novo conceito geométrico, o aluno interage com o mesmo, criando o desequilíbrio necessário para a assimilação e acomodação das novas estruturas. Será o grau de intensidade da interação do aluno com este seu objeto de estudo que possibilitará as modificações necessárias nas estruturas antigas e o conduzirá ao novo conceito geométrico.

Dessa forma, as aulas deixam de ser um treino dos algoritmos e passam a ser um local de reflexão e discussão de conceitos. Na primeira forma, o que ocorre é uma aceitação por parte dos alunos das regras definidas pelos professores; na segunda, será oferecida aos alunos a oportunidade de discutir e procurar formas, estratégias de colocar o seu ponto de vista, deixando eles, então, de serem meros reprodutores.

Para Ponte et alii o aprendizado ocorre quando o aluno *"mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vistas a atingir um objeto"* . A investigação tem como aspecto mais relevante esse fato e, ao requerermos a participação dos alunos na formulação das questões a serem estudadas, estaremos fortalecendo o seu aprendizado sobre aquele objeto.

A importância do caráter investigativo e participativo dos alunos nas aulas de Matemática é comprovada no PCN, quando afirma que

> Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estimulo à criatividade,(grifo da autora) à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades (Brasil (1998))

Capítulo 4

Modelo Van Hiele

Também como referencial teórico, parece importante destacar os resultados de Dina e Pierre Marie van Hiele.

Este modelo provavelmente foi desenvolvido nos projetos de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele e serve para medir o nível de maturidade geométrica dos alunos.

O modelo Van Hiele classifica a maturidade dos alunos em cinco níveis, por ele numerados de 0 a 4.

No nível 0, denominado de visualização, os alunos percebem as formas geométricas com base na sua aparência física como um todo, não reconhecendo suas partes. Eles são capazes de *"aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e, dada uma figura, conseguem reproduzi-la"* .(Crowley (1996))

No nível da análise (nível 1), o aluno já distingue as partes que compõem a figura, isto é, reconhece as propriedades da mesma.

> No nível 1, começa uma análise dos conceitos geométricos. Por exemplo, através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. Surgem então propriedades que são utilizadas para conceituar classes de configurações. Assim, reconhece-se que as figuras têm partes, e as figuras são reconhecidas por suas partes. (Crowley (1996))

No nível 2, chamado de dedução informal, o aluno é capaz de fazer associações entre as propriedades de diferentes figuras geométricas, deduzindo a qual classe de figuras ela pertence, a partir das suas propriedades. Nesse nível, o aluno compreende a inclusão de classes, as definições ganham significado. São capazes de fazer deduções informais, porém os axiomas não têm muito significado.

No nível da dedução formal (o quarto nível), o aluno compreende e é capaz de fazer algumas deduções formais e compreender o significado dos axiomas; compreende *"o significado da dedução como estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático"* . (Crowley (1996))

No quinto e último nível, o do rigor, o aluno já compreende e trabalha com vários sistemas axiomáticos. Neste nível o pensamento é totalmente abstrato e o aluno é capaz de trabalhar com as geometrias não-euclidiana e euclidiana comparando-as.

Apesar de esse modelo possuir cinco níveis de classificação, Crowley salienta que o último nível é o que recebe menor atenção dos pesquisadores e diz que o próprio Pierre van Hiele se interessava mais pelos três primeiros níveis.

Vale salientar que van Hiele afirmava que o nível em que o aluno se encontrava mais dependia dos métodos e materiais a que ele teve acesso durante o processo ensino-aprendizagem do que mesmo com a idade cronológica.

Para que o aluno alcançasse cada nível de desenvolvimento geométrico, os van Hiele descreviam uma forma específica de se trabalhador o conteúdo. Eles chamaram cada um dos métodos de fases e são num total de cinco.

Para que o aluno desenvolva as habilidades descritas no nível zero de maturidade, o professor e os alunos devem conversar, fazendo observações sobre os objetos de estudo. Introduz-se o vocabulário específico.

Na segunda fase, a que habilitará o aluno para o nível 1 de maturidade, deve haver uma orientação dirigida de modo que os alunos reconheçam as partes integrantes das figuras e passem então a classificá-las de acordo com essas características.

A terceira fase é a de troca de experiências e conclusões. Os alunos devem expor suas conclusões sobre as observações, enquanto o professor deve estar atento e dando orientações quanto ao uso do vocabulário correto. Nessee tempo, os alunos devem ser capazes de identificar e classificar cada figura geométrica e de estabelecer as relações existentes entre elas.

Na quarta e penúltima fase, os alunos deverão ser orientados a realizar tarefas complexas, com muitas fases, desfechos e mesmo tarefas abertas em que várias soluções são permitidas. Nesse momento os alunos adquirem experiência para descobrir o seu método de resolução. Eles serão seus próprios orientadores no campo da pesquisa.

Será na última fase que os alunos sistematizarão o aprendizado, formando uma visão geral dos novos objetos e a relação existente entre eles. O professor pode oferecer-lhes um apanhado geral, mas sem introduzir nenhum conceito novo.

Após essa última fase, os alunos alcançarão um novo nível de pensamento e estarão aptos a começar tudo de novo, com novos objetos de estudos.

As atividades propostas a seguir baseiam-se no referencial teórico já exposto e no modelo de van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Capítulo 5

Objetivos das atividades propostas

A aplicação das atividades elencadas no próximo capítulo tem os seguintes objetivos e recomendações metodológicas

5.1 Atividade 1

Essa atividade tem como finalidade apresentar e/ou lembrar aos alunos as noções básicas de Geometria, como reta, ponto, plano e suas representações. É nessa atividade que os alunos irão conhecer os instrumentos de Desenho Geométrico e suas repectivas utilidades.

Sugiro que os professores levem para a sala alguns sólidos geométricos para que os alunos visualizem melhor as três dimensões e as posições de cada segmento de reta e das faces. Além disso, a visualização facilita a compreensão do ponto, da reta e do plano.

Acredito que as posições das retas no segundo exercício devam ser alteradas, pois ficamos com muitos pares de retas paralelas e isso tornou a atividade muito cansativa. Diante dessa constatação, refiz a atividade e ela se encontra no capítulo seguinte.

Se e quando essas atividades forem aplicadas por outros professores, sugiro que modifiquem o exercício com mapas para um mapa que mostre ruas conhecidas para os alunos, pois assim a atividade ficará mais atrativa.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada

5.2 Atividade 2

O objetivo dessa atividade é ensinar aos alunos manusearem os instrumentos de Desenho Geométrico além de apresentar os procedimentos necessários para as construções básicas da Disciplina.

Essa é a primeira atividade em os alunos utilizam os instrumentos do Desenho Geométrico e uma das mais trabalhosas.

A dificuldade ocorre por falta de costume dos alunos em manipularem os instrumentos, e por ser muito grande o número de alunos em sala de aula.Percebi também a dificuldade dos alunos em acompanharem as explicações que são dadas de forma coletiva.

Além disso, os alunos esperavam a ida do professor a carteira para começar a fazer as atividades, poucos foram aqueles que aproveitavam e tentavam fazer o exercício após a explicação no quadro, e essa disposição diminui o tempo de espera da explicação.

Os alunos devem estar dispostos em grupos de 4 alunos, para que um aluno possa ajudar ao outro.

Tempo estimado para aplicação: 3 horários de 50 minutos cada

5.3 Atividade 3

Nessa atividade resolvi fazer uma apostila maior e dividi-la em módulos. Apresentaram-se aí também alguns problemas, pois os alunos ou esqueciam de trazer ou perdiam a apostila. Outra dificuldade percebida foi a falta de costume de estudar os conceitos. Então é necessário que o professor revise os conceitos e deixe algumas atividades para serem feitas em casa.

No módulo 1, o objetivo é apresentar o triângulo e seus elementos. A ideia é que os alunos comecem a passar do nível 0 para o nível 1 do Modelo van Hiele.

Fica, a critério do professor, resolver todos os itens de todos os exercícios ou fazer apenas um item de cada exercício e deixar os demais para que a turma termine em casa.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada.

No módulo 2, nessa atividade classificamos os triângulos quanto aos lados quantos aos lados.

O objetivo do segundo exercício é fazer a relação entre lados e ângulos do triângulo. Desejo nessa atividade que os alunos verifiquem que nos triângulos escalenos todos os ângulos possuem medidas diferentes, que nos triângulos equiláteros todos os ângulos são congruentes e mais ainda que medem 60° e que nos triângulos isósceles os ângulos da base são congruentes.

Acho que é importante o professor deixar claro que podemos classificar as coisas de acordo com um parâmetro. Acredito que uma boa maneira de explicar esse fato é fazendo um paralelo com o português em que podemos classificar as palavras, por exemplo, quanto à tonicidade ou quando ao número de silabas. Acredito que seja importante essa comparação, pois na minha experiência docente percebi que os alunos têm dificuldade de fazer a diferença. Só após essa explicação e a diferença estar clara para os alunos é que devemos começar a utilizar o material.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada.

Para o módulo 3, que tem como objetivo levar ao aluno concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 360°, acredito que seja importante além da atividade proposta fazer uma atividade experimental que será incluída no anexo. Através dela, os alunos poderão comprovar a soma dos ângulos internos de um triângulo através de recorte e colagem ou de outra atividade que seria feita com de transporte de ângulos .

Tempo estimado para aplicação: 1 horário de 50 minutos cada.

No módulo 4, acredito que não haverá grande dificuldade se a diferença de classificação tiver sido bem trabalhada no início do módulo 2.

O objetivo dessa atividade é classificar os triângulos quanto aos ângulos e fazer uma relação entre as duas classificações de triângulos aqui estudas.

Tempo estimado para aplicação: 1 horário de 50 minutos cada

O módulo 5 será bem trabalhoso, pois a falta de habilidade dos alunos no manuseio do compasso poderá causar alguns erros. Além disso, eles terão que propor uma teoria utilizando desigualdade o que, na minha prática docente, também já percebi que gera alguma dificuldade. Os alunos querem uma resposta fechada e nesse caso a resposta final será aberta.

O objetivo dessa atividade é verificar as condições para a existência de um triângulo.

O exercício 1 dessa atividade, o professor pode deixar alguns itens para serem feitos em casa.

Tempo estimado para aplicação: De 2 a 4 horários de 50 minutos cada.

5.4 Atividade 4

Essa atividade tem como objetivo associar a relação entre o quadrado da hipotenusa com a soma dos quadrados dos catetos com a classificação do triângulo quanto aos seus ângulos.

Apesar de o estudo do teorema de Pitágoras, na maioria dos casos, fazer parte do currículo do 9° ano do Ensino Fundamental, penso que haveria uma possibilidade de explorar esse conteúdo de forma prática e mais ampla.

O Teorema de Pitágoras só trata do triângulo retângulo que é do caso da igualdade, já as desigualdades nos permitem classificar os triângulos quanto aos seus ângulos.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada.

5.5 Atividade 5

Essa atividade surgiu da necessidade da construção de alguns ângulos no traçado dos triângulos.

O objetivo dessa atividade é fazer com que os alunos tracem alguns ângulos básicos a partir dos conhecimentos prévios: adição de ângulos, bissetriz, perpendiculares e, em especial, construam triângulos eqüiláteros, que nos permitem traçar ângulos de 60°.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada.

5.6 Atividade 6

Aqui o aluno já deve se encontrar no nível 2 do Modelo de van Hiele e a partir das características e elementos dos triângulos, eles serão capazes de construir um triângulo usando régua e compasso, que é o objetivo dessa atividade.

Aqui, se o professor achar conveniente, pode num primeiro momento fazer apenas o esboço dos triângulos com os alunos e deixar que eles terminem em casa as construções usando os instrumentos apropriados.

Tempo estimado para aplicação: 4 horários de 50 minutos cada

5.7 Atividade 7

O objetivo dessa atividade é fazer uma investigação e conduzir os alunos até os casos de congruencias de triângulos.

A sugestão é que os alunos tracem os triângulos em casa e já traga recortado para a sala de aula. Depois dos triângulos prontos e recortados os alunos seriam instruidos a procurar um diferente do dele, caso ache marque na tabela que os triângulos não são congruentes, caso contrário responda que sim. Só depois disso que o professor deve auxiliar a construção dos casos de congruência.

O último exercício desse módulo tem como objetivo explicar aos alunos o que significa cada sigla.

Tempo estimado para aplicação: 2 horários de 50 minutos cada.

5.8 Atividade 8

Essa é a atividade de maior grau de dificuldade e abstração, pois são propostos problemas que os alunos irão resolver através dos elementos geométricos trabalhados.

Tempo estimado para aplicação: de 2 a 4 horários de 50 minutos cada.

Capítulo 6

Atividades propostas

6.1 Atividade 1 - Noções Básicas

1. Ponto, reta e plano

   Esses três elementos essências para a Geometria são conceitos primitivos e por isso, não possuem definição. Temos deles apenas uma noção intuitiva.

   - *Ponto*

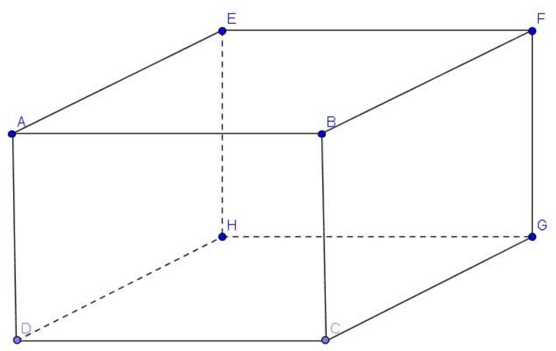


Figura 6.1: Ponto

No paralelepípedo ABCDEFGH (figura 6.1) os vértices A, B, C, D, E, F, G, H nos remetem à idéia que possuímos do ponto. Esse sempre será representado por uma letra maiúscula do alfabeto latino.

- *Reta*

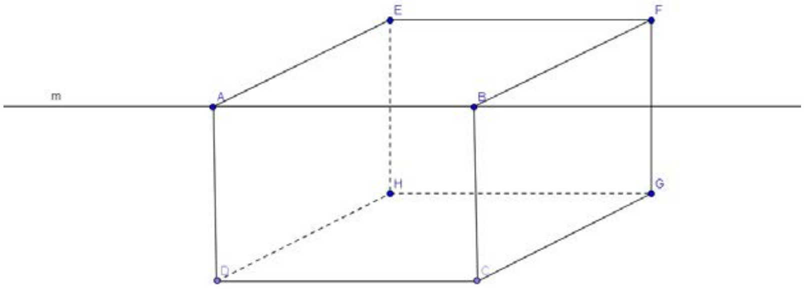


Figura 6.2: Reta

Na figura 6.2, prolongamos um dos lados, nesse caso o AB, e temos a idéia de reta. As retas podem ser indicadas por uma letra minúscula do alfabeto latino ou por dois pontos contidos nela. Assim: m ou AB.

- *Plano*

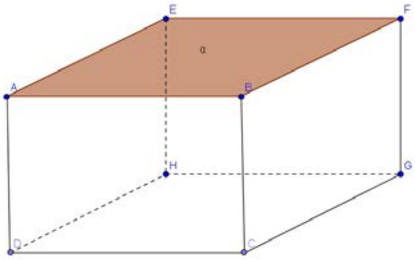


Figura 6.3: Plano

Na figura 6.3, a face ABEF, nos remete à idéia de plano. Um plano será sempre identificado por uma letra minúscula do alfabeto grego.

São exemplos de letras gregas: α (alfa), β (beta), γ (gama) e ϵ (épsilon).

2. Semirreta e segmento de reta

- *Semirreta*

Figura 6.4: Semirreta

Se considerarmos uma reta r e um ponto O contido nela. Vemos que esse ponto divide a reta em duas partes: a primeira, que se inicia em O e "caminha"para a direita e a segunda que se inicia em O e "caminha"para a esquerda.

Cada uma dessas partes é chamada de semirreta.

Definição: Semirreta é uma parte da reta que possui uma origem mas não possui um ponto em que ela termina.

Observando a figura acima (figura 6.4) temos a semirreta $\overrightarrow{OA}$ e a semirreta $\overrightarrow{OB}$, sendo O o ponto inicial; os pontos A e B indicam a direção em que estamos "caminhando".

- *Segmento de reta*

Figura 6.5: Segmento

Se na figura acima (figura 6.5), considerarmos apenas o conjunto pontos compreendidos entre A e B, incluindo esses, teremos um segmento de reta e será denotado por $\overline{AB}$.

Definição: Segmento de reta é um pedaço finito da reta, isto é, ele tem um inicio e um fim.

3. Ângulos

Ângulo (figura 6.6)é a figura formada por duas semirretas com mesma origem, em que a origem é o vértice e as semirretas são os lados.

Os ângulos podem ser denotados por três letras A$\widehat{B}$C ou C$\widehat{B}$A ou simplesmente pela letra que está no seu vértice $\widehat{B}$.

- *Elementos de um ângulo*

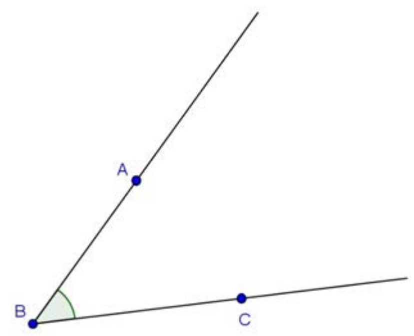


Figura 6.6: Ângulo

Lados: $\overline{BA}$ e $\overline{BC}$

Vértice: B

4. Posição relativa de duas retas no plano

- *Retas paralelas*

Duas retas são consideradas paralelas quando estão num mesmo plano mas não apresentam nenhum ponto comum. Na figura 6.7, as retas s e r são paralelas.

Notação: r//s, significa que as retas r e s são paralelas.

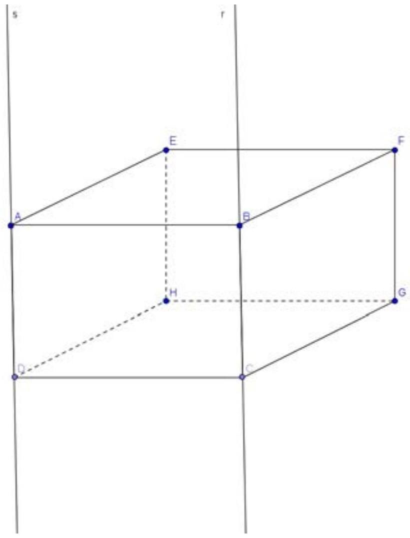


Figura 6.7: Paralelas

- *Retas concorrentes*

  Duas retas são consideradas concorrentes quando estão num mesmo plano e apresentam um único ponto comum. Na figura 6.8 as retas m e n são concorrentes.

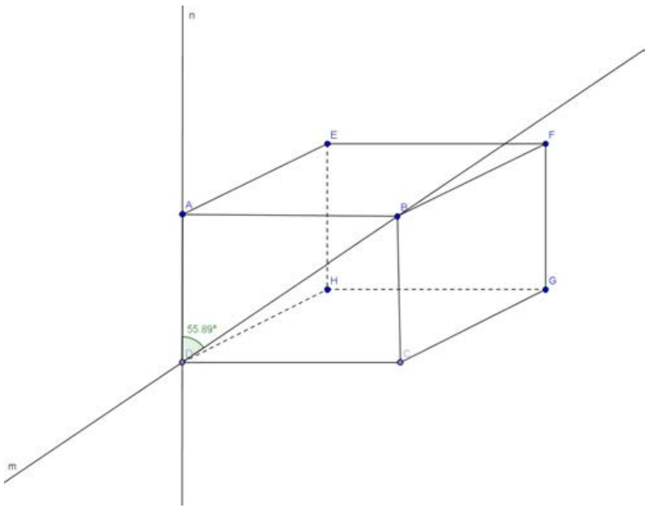


Figura 6.8: Concorrentes

Notação: m $\times$ n, significa que as retas m e n são concorrentes.

- *Retas perpendiculares*

  Quando as retas concorrentes formam entre si um ângulo de 90° elas são chamadas de perpendiculares.

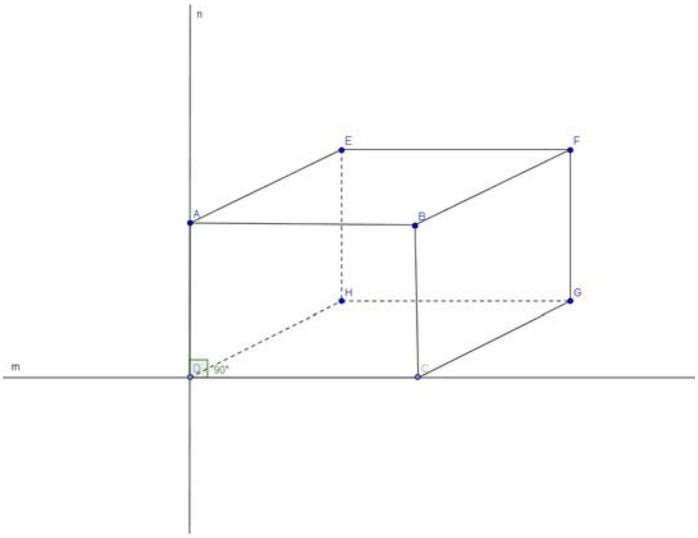


Figura 6.9: Perpendiculares

Notação: m $\perp$ n, significa que as retas m e n são perpendiculares, como é o caso da figura 6.9.

5. Instrumentos utilizados no Desenho Geométrico

- *Compasso*

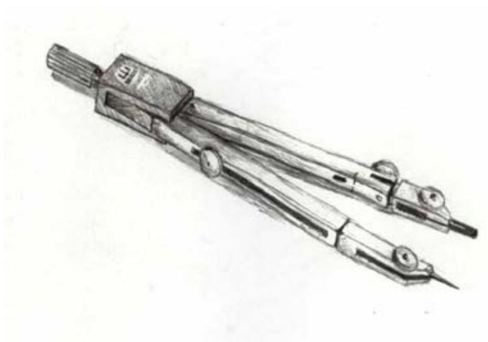


Figura 6.10: Compasso

É um instrumento com várias utilidades em DG. Entre elas estão: transporte de ângulos e segmentos, traçados de ângulos, circunferências e arcos de circunferências.

Possui duas hastes(figura 6.10): uma, chamada ponta seca, onde encontramos uma ponta metálica; na outra, encontra-se o grafite que deve estar sempre apontado. As duas hastes do compasso devem ter o mesmo tamanho.

- *Transferidor*

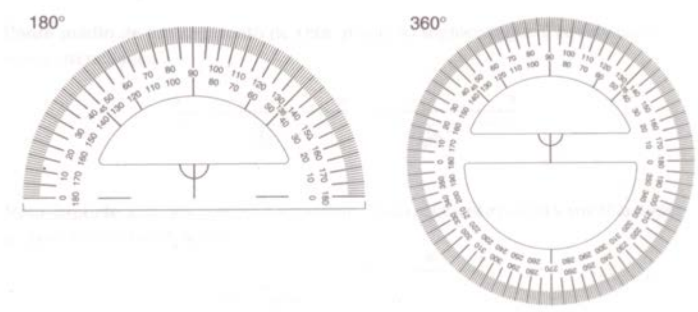


Figura 6.11: Transferidor

Existem dois tipos de transferidor (figura 6.11): um de meia volta ou 180° e o outro de uma volta ou 360°. Esse instrumento é utilizado para medir ângulos e traçá-los.

- *Par de esquadros*

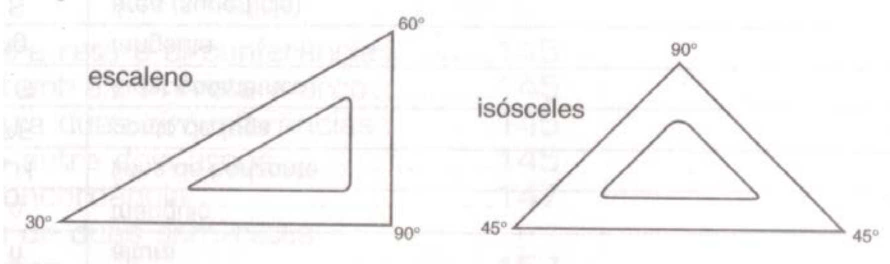


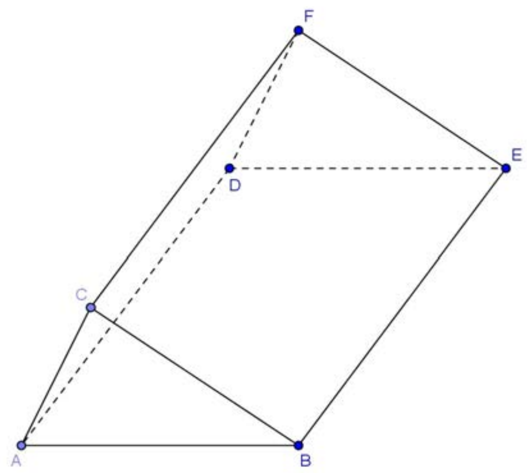
Figura 6.12: Esquadros

É utilizado para traçar segmentos perpendiculares ou paralelos e traçar alguns ângulos.

Um dos esquadros possui os seguintes ângulos 45°, 45° e 90° (esse esquadro é comumente chamado de esquadro de 45° ou ainda isósceles), o outro par possui ângulos de 30°, 60° e 90° (sendo esse chamado de esquadro de 60° ou ainda escaleno)(figura 6.12).

Verificando a aprendizagem

1. Identifique, na figura abaixo, pontos, retas e planos.

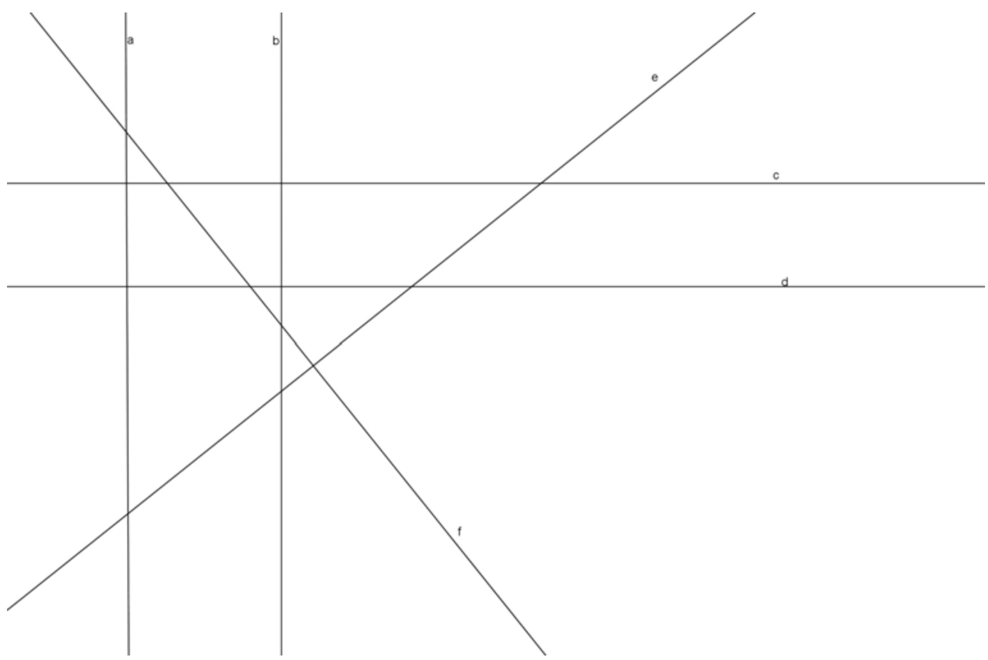


Pontos ____

Retas ____

Planos ____

2. Itentifique na figura abaixo pares de retas paralelas, perpendiculares e concorrentes.



3. Observe o mapa abaixo:

Agora complete:

(a) A posição reativa das ruas Romualdo Peixoto e Acácio Farias Freitas é ________

(b) A rua Carlos Bruno é ________________________________ à rua Ary Ribeiro Vaz.

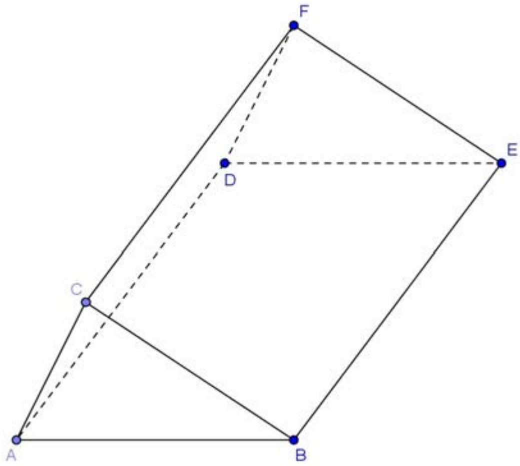
(c) A rua Carlos Bruno é paralela à rua ________________________________

(d) A rua Carlos Bruno é perpendicular à rua ________________________________

(e) A rua Carlos Bruno é concorrente à rua ________________________________

Verificando a aprendizagem - Modificada

1. Identifique, na figura abaixo, pontos, retas e planos.

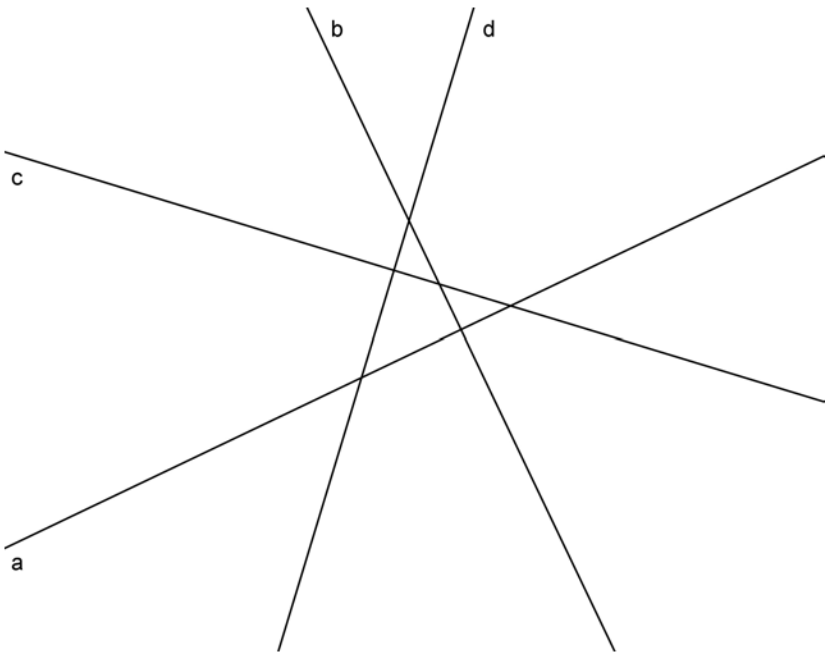


Pontos ____

Retas ____

Planos ____

2. Itentifique na figura abaixo pares de retas paralelas, perpendiculares e concorrentes.



3. Observe o mapa abaixo:

Agora complete:

(a) A posição reativa das ruas Romualdo Peixoto e Acácio Farias Freitas é ________

(b) A rua Carlos Bruno é __________________________________ à rua Ary Ribeiro Vaz.

(c) A rua Carlos Bruno é paralela à rua ____

(d) A rua Carlos Bruno é perpendicular à rua ___________________________________

(e) A rua Carlos Bruno é concorrente à rua _____________________________________

6.2 Atividade 2 - Construções geométricas elementares

1. Transporte de segmento

   Transportar um segmento significa traçar um segmento de igual comprimento sobre uma semirreta dada.

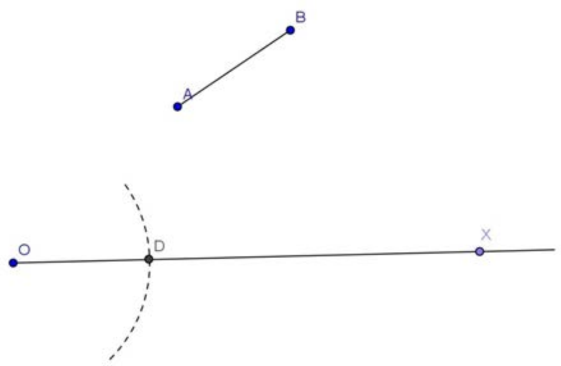


Figura 6.13: Transporte de Segmentos

   O transporte do segmento AB para a semirreta $\overrightarrow{OX}$ é feito usando o compasso. Para isso basta abri-lo no tamanho de AB, colocarmos a ponta seca na extremidade de $\overrightarrow{OX}$ e traçar o arco de circunferência conveniente obtendo o ponto D.

   O segmento $\overline{OD}$ é congruo ao segmento $\overline{AB}$.

2. Transporte de ângulos

   Transportar um ângulo significa construir outro ângulo, congruente ao ângulo dado, sobre uma semirreta que será um dos lados dos ângulos.

   - Transportar o ângulo AÔB para a semirreta $\overrightarrow{YX}$.

   Para transportar o ângulo da figura 6.14 siga os passos do roteiro na figura 6.15

   Roteiro

   (a) Traçamos um arco de circunferência com centro em O e qualquer raio, obtendo os pontos C e D nas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

   (b) Com o compasso na mesma abertura, traçamos um arco na semirreta $\overrightarrow{YX}$, com centro em Y, obtendo o ponto F.

(c) Abrimos o compasso no tamanho do segmento CD e traçamos o arco de circunferência com centro em F e raio CD, de tal forma que ocorra a interseção dos dois arcos obtendo os pontos G e G'.

(d) Traçamos, com a régua a semirreta $\overrightarrow{YG}$ (ou $\overrightarrow{YG'}$) obtendo o ângulo F$\widehat{Y}$G (ou F$\widehat{Y}$G').

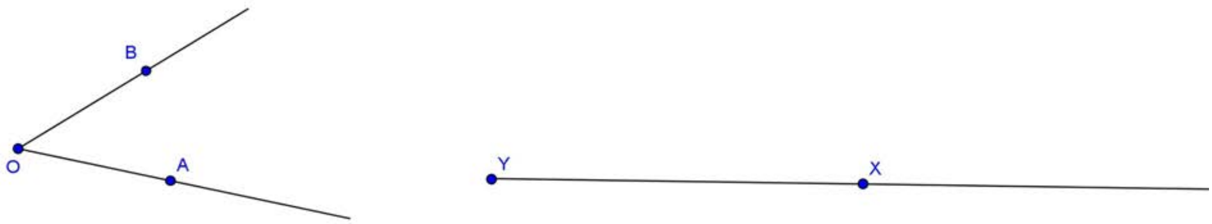


Figura 6.14: Ângulo a ser transportado

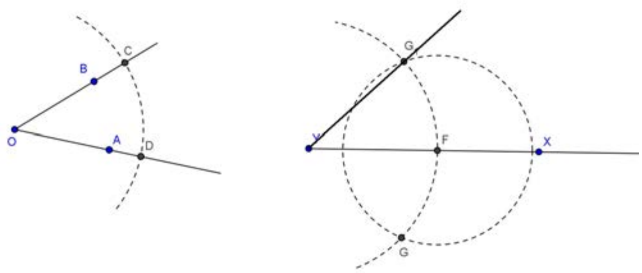


Figura 6.15: Transportando

3. Bissetriz

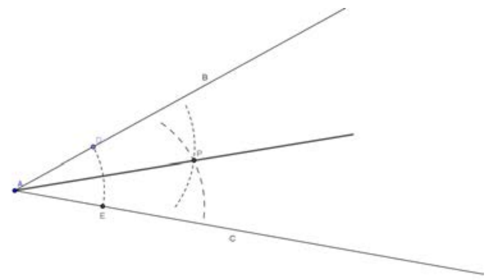
Bissetriz é a semirreta que divide o ângulo ao meio.

Roteiro

(a) Traçamos um arco de circunferência de raio conveniente e centro no vértice, obtendo os pontos D e E.

(b) Traçamos, em seguida, mais dois arcos com centro em D e E e raio suficientemente grande para que se cruzem no ponto P.

(c) O segmento OP é a mediatriz do ângulo AÔB.



4. Perpendiculares

Podemos traçar retas perpendiculares usando o par de esquadros ou régua e compasso. Com a régua e o compasso, a precisão é maior, porém, dependendo do desenho a ser feito, não é o mais conveniente. Por isso, iremos ver as duas formas.

Além das duas formas temos dois casos para analisar:

1 - P está na reta r ou

2 - P não pertence à reta r.

- Traçar uma perpendicular à reta r e por um ponto $P \in r$

1 - Usando par de esquadros

Roteiro

(a) Colocamos o compasso na posição indicada na fig 6.16.

(b) Fazemos o giro de um deles conforme indicação das setas.

(c) Se necessário, deslize o esquadro até o ponto P.

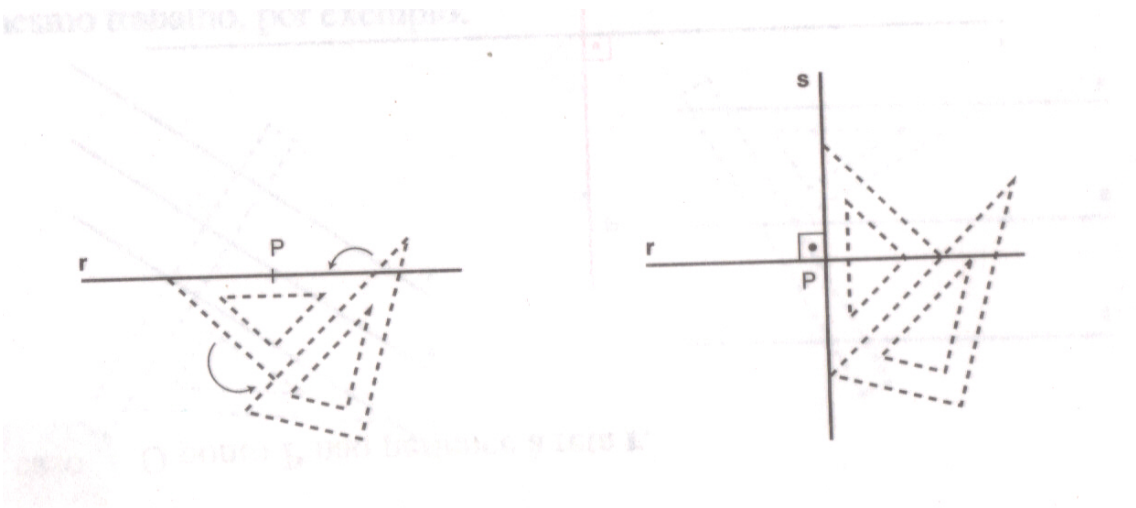


Figura 6.16: Traçando

2- Usando compasso

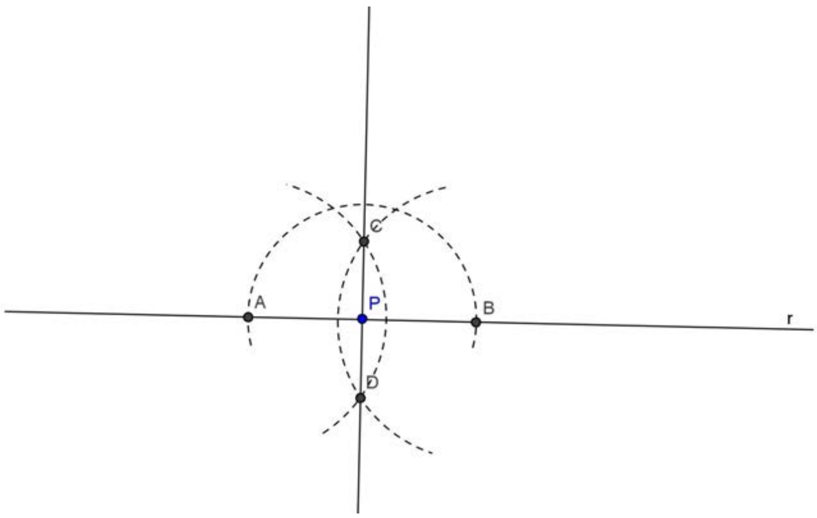
Roteiro

(a) Abrimos o compasso com qualquer abertura.

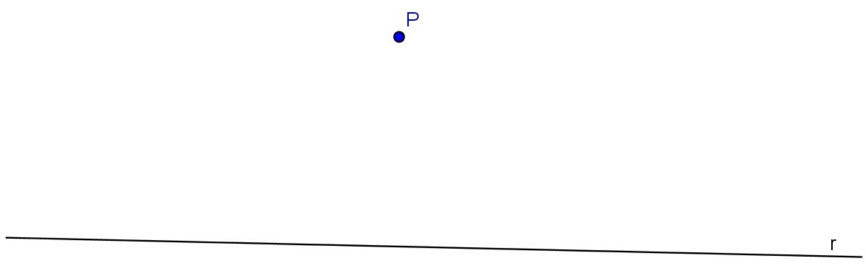
(b) Colocamos a ponta-seca em P e traçamos um arco de circunferência, obtendo os pontos A e B na reta r.

(c) Abrimos o compasso com uma abertura maior que $\overline{AP}$ e traçar dois arcos com a mesma abertura e centros em A e B, obtendo os pontos C e D.

(d) A reta que passa pelos pontos C e D é perpendicular à reta r.



- Traçar uma perpendicular à reta r e por um ponto P $\notin$ r



1- Usando par de esquadros

Roteiro

(a) Colocamos o compasso na posição indicada na fig 6.17.

(b) Fazemos o giro de um deles conforme indicação das setas.

(c) Se necessário, deslize o esquadro até o ponto P.

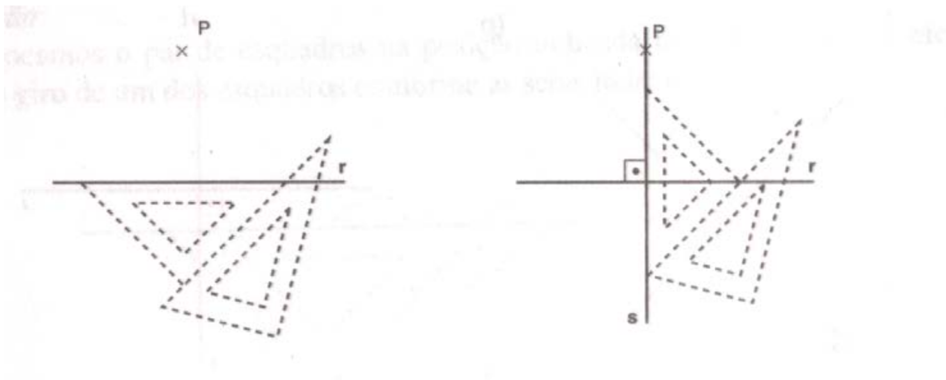


Figura 6.17: Desenhando

Se vocês observarem a construção com P pertencendo a r ou P não pertencendo a r é a mesma.

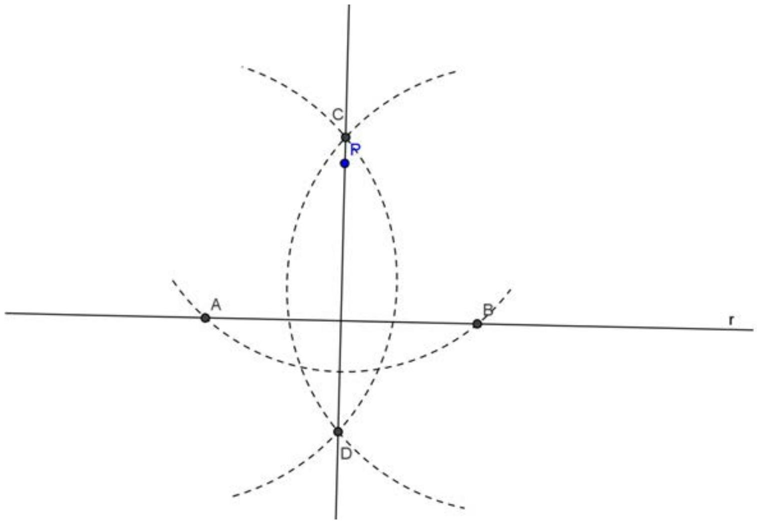
2- Usando compasso

Roteiro

(a) Abrimos o compasso com uma abertura conveniente, de modo que o arco de circunferência centrado em P intersecte a reta r em dois pontos A e B.

(b) Abrimos o compasso com uma abertura maior que a metade do segmento $\overline{AB}$ e traçamos dois arcos com a mesma abertura e centros em A e B, obtendo os pontos C e D.

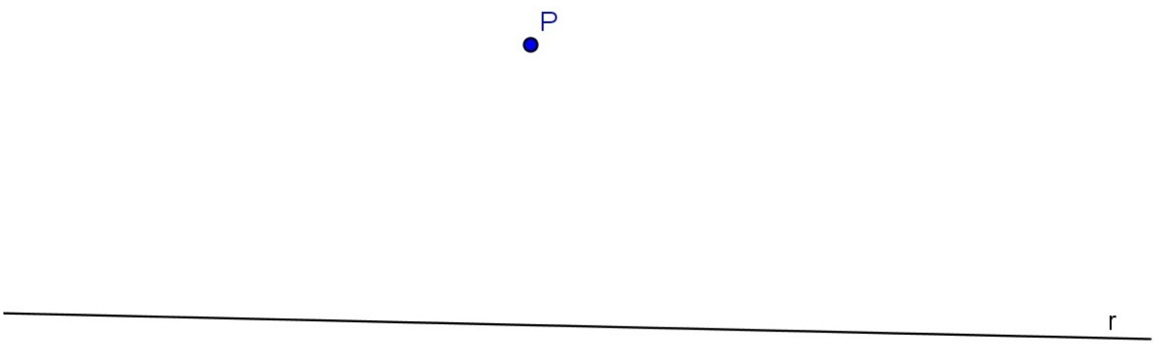
(c) A reta que passa pelos pontos C e D é perpendicular à reta r.



5. Paralelas

Assim como ocorre com as retas perpendiculares, também podemos traçar retas paralelas com régua e compasso e com par de esquadros. A opção será pelo traçado utilizando apenas o par de esquadros.

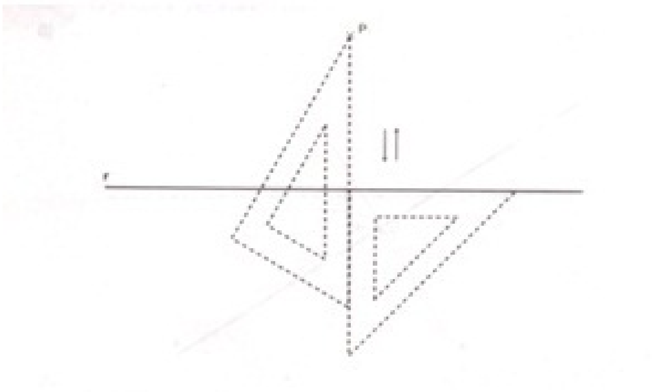
- Traçar uma reta s paralela à reta r, passando pelo ponto P dado.

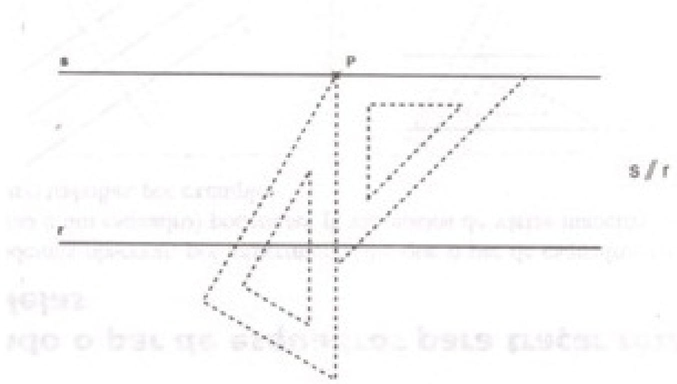


Roteiro

(a) Colocamos os esquadros na posição ao lado (essa posição não é única).

(b) Mantemos o esquadro de apoio fixo e deslizamos o outro esquadro até o ponto P; retiramos o esquadro de apoio e traçamos a reta s.



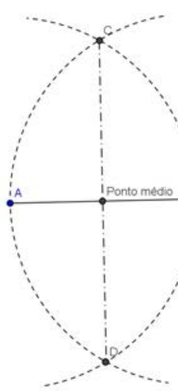


6. Mediatriz

Mediatriz é a reta perpendicular ao segmento de reta que passa pelo seu ponto médio.

Para traçarmos a mediatriz do segmento $\overline{AB}$, traçamos dois arcos de circunferência cujo centro é uma das extremidades do segmento e o raio é o comprimento de AB.

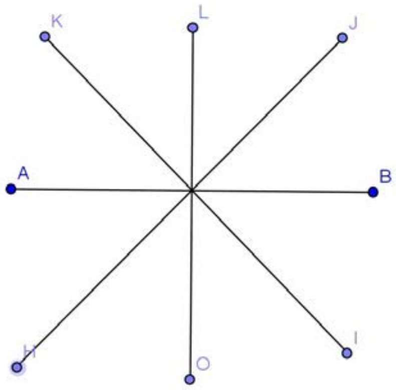
Esses dois arcos se encontrarão em dois pontos C e D. A reta que passa por esses pontos é a mediatriz do segmento.



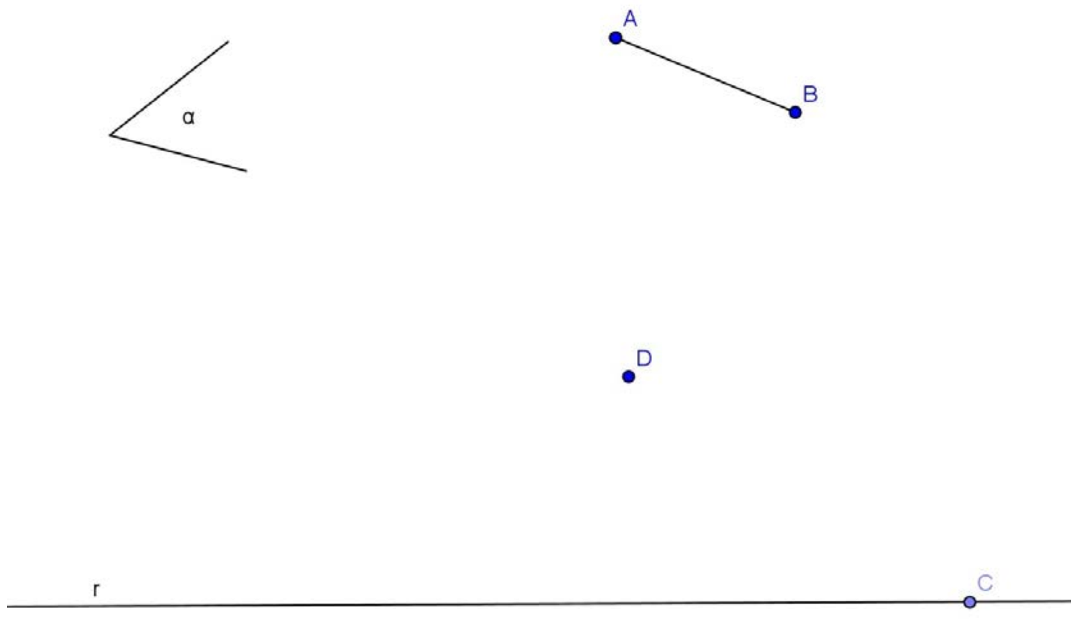
A mediatriz cruza o segmento $\overline{AB}$ no ponto médio.

Verificando a aprendizagem

1. Na figura abaixo, identifique a mediatriz do segmento $\overline{AB}$.



2. Observe o segmento $\overline{AB}$, o ângulo α , a reta r, os pontos C e D. Agora faça o que se pede:



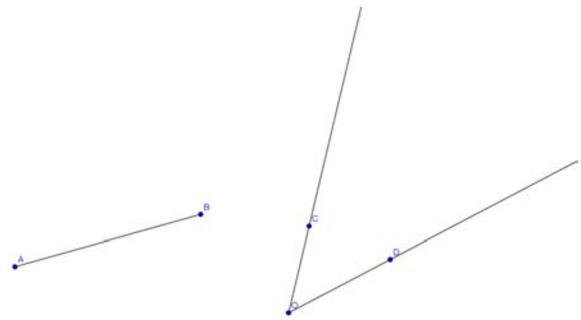
   (a) transporte o segmento AB para a reta r, com uma das extremidades no ponto C, formando o segmento $\overline{CE}$;

   (b) trace a reta s perpendicular a r, passando por E;

(c) transporte o ângulo, tendo como um dos lados o segmento $\overline{CF}$ e vértice no ponto C;

(d) trace uma reta t paralela à reta r, passando pelo ponto D.

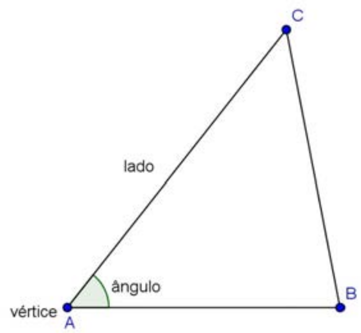
3. Trace com o auxílio da régua e do compasso a mediatriz do segmento $\overline{AB}$ e a bissetriz do ângulo CÔD.



6.3 Atividade 3 - Investigando os triângulos

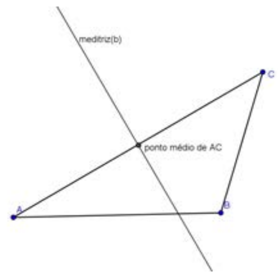
6.3.1 Módulo 1 - Conhecendo os triângulos

Os triângulos são figuras planas que contêm 3 ângulos, 3 lados e 3 vértices.

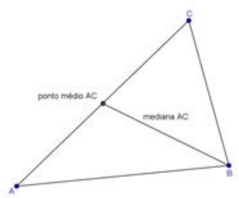


Além disso, os triângulos possuem:

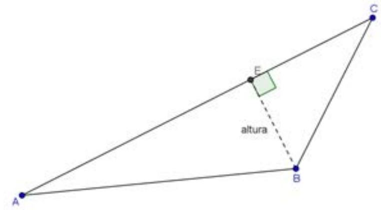
- *Mediatriz* - reta que divide cada lado em dois segmentos congruentes e é perpendicular ao mesmo.



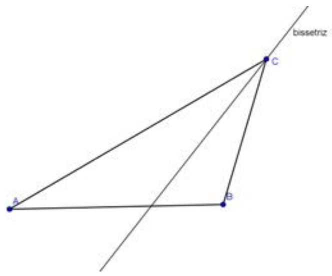
- *Mediana* - segmento de reta que tem como extremidades um dos vértices e o ponto médio do lado oposto.



- *Altura* - segmento de reta que tem como extremidades um dos vértices e a outra extremidade na reta suporte do lado oposto.

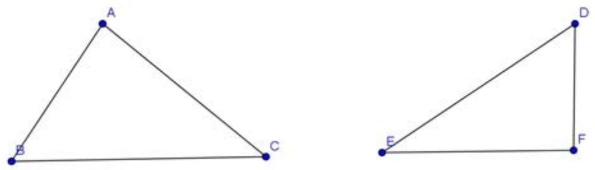


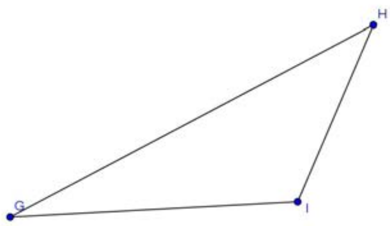
- *Bissetriz* - semirreta que divide cada ângulo em dois ângulos congruentes.



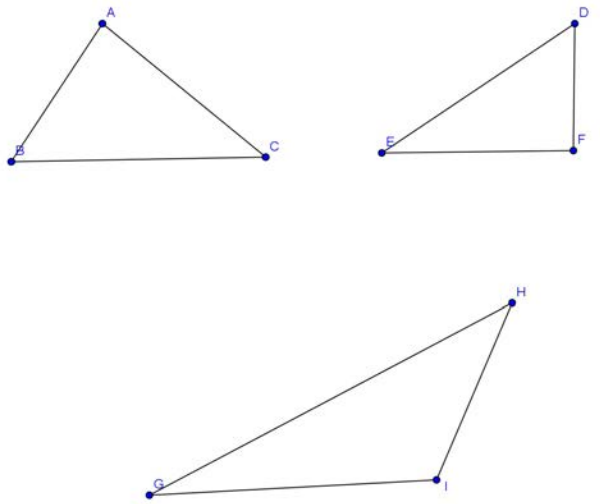
Verificando a aprendizagem

1. Nos triângulos abaixo, trace a mediatriz de cada um dos três lados.

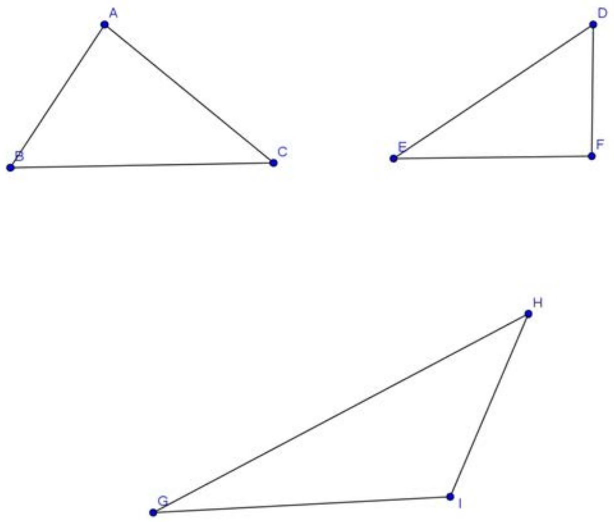




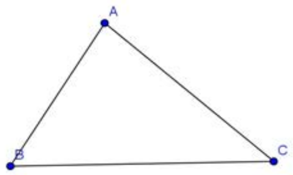
2. Nos triângulos abaixo, trace a mediana de cada um dos três lados.

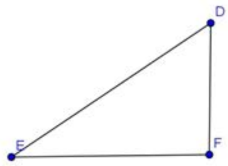


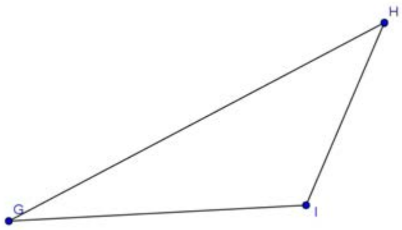
3. Nos triângulos abaixo, trace a altura de cada um dos três lados.



4. Nos triângulos abaixo, trace a bissetriz de cada um dos três lados.







5. Responda as perguntas abaixo, com base nas questões 1, 2, 3 e 4.

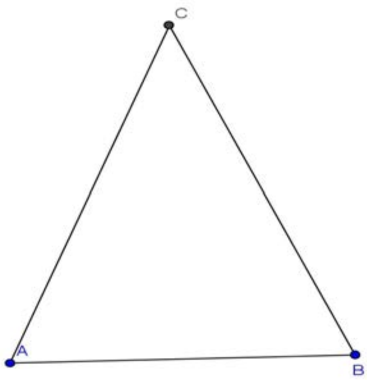
(a) As medianas cruzaram-se num único ponto?

(b) Os prolongamentos das alturas cruzaram-se num único ponto?

(c) As bissetrizes cruzaram-se num único ponto?

(d) As mediatrizes cruzaram-se num único ponto?

6. No triângulo abaixo, trace a mediana, a altura, a mediatriz, a bissetriz referente ao lado AB.



Como você classificaria as retas traçadas?

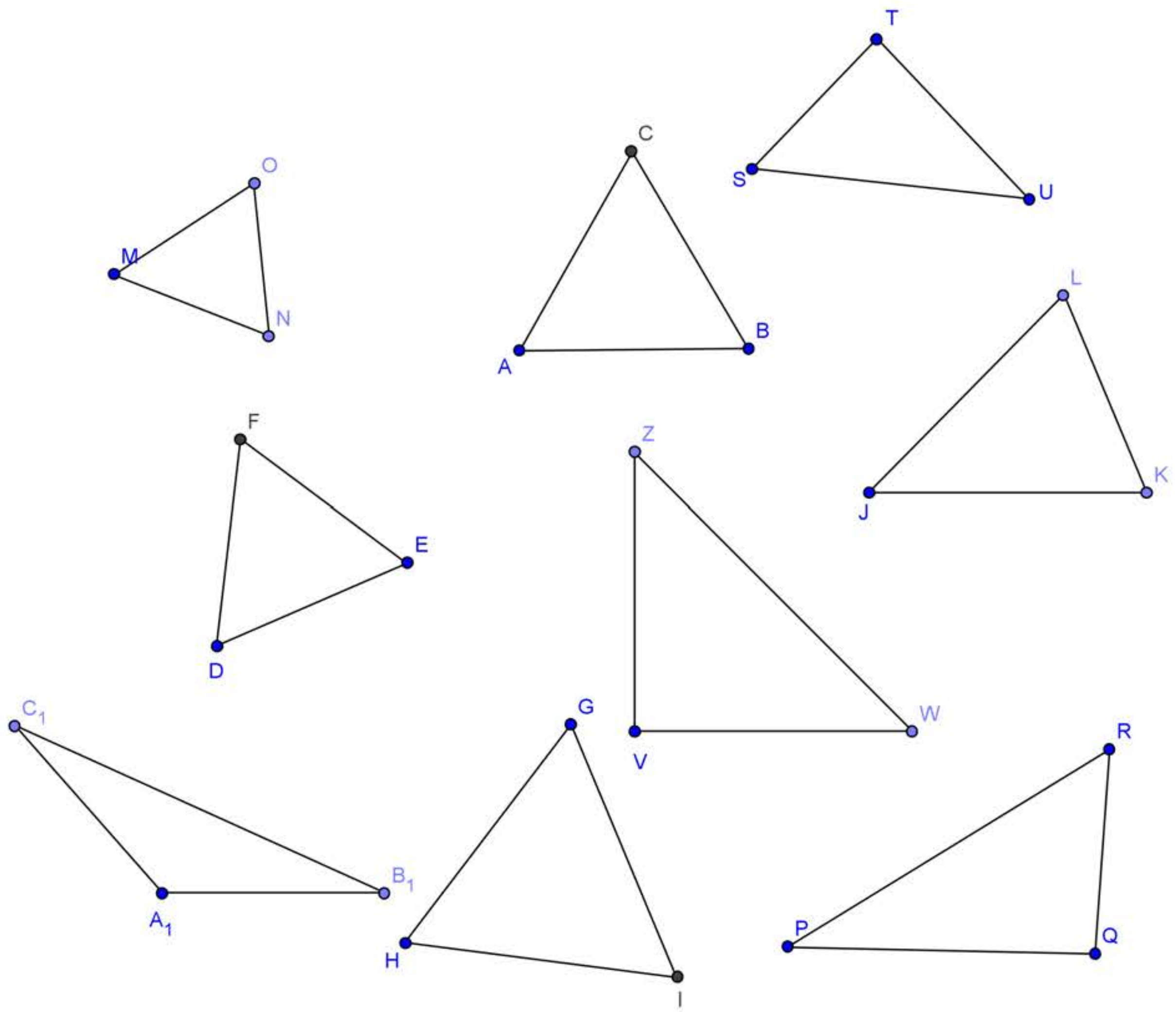
6.3.2 Módulo 2 - Classificação dos triângulos quanto aos lados

Com relação ao tamanho dos lados os triângulos podem ser classificados em:

- ***escaleno***: se nenhum lado é congruente
- ***isósceles***: se dois lados são congruentes
- ***equilátero***: se os três lados são congruentes

Verificando a aprendizagem

1. Observe os triângulos abaixo, e complete a tabela a seguir:



Triângulo	Med.AB	Med.AC	Med.BC	Med.Â	Med.$\widehat{B}$	Med.$\widehat{C}$	Classificação
Triângulo 1							
Triângulo 2							
Triângulo 3							
Triângulo 4							
Triângulo 5							
Triângulo 6							
Triângulo 7							
Triângulo 8							
Triângulo 9							
Triângulo 10							

2. Responda ao que se pede, analisando a tabela acima.

   (a) Com relação aos ângulos internos o que podemos observar com relação aos triângulos escalenos?

   (b) E isósceles?

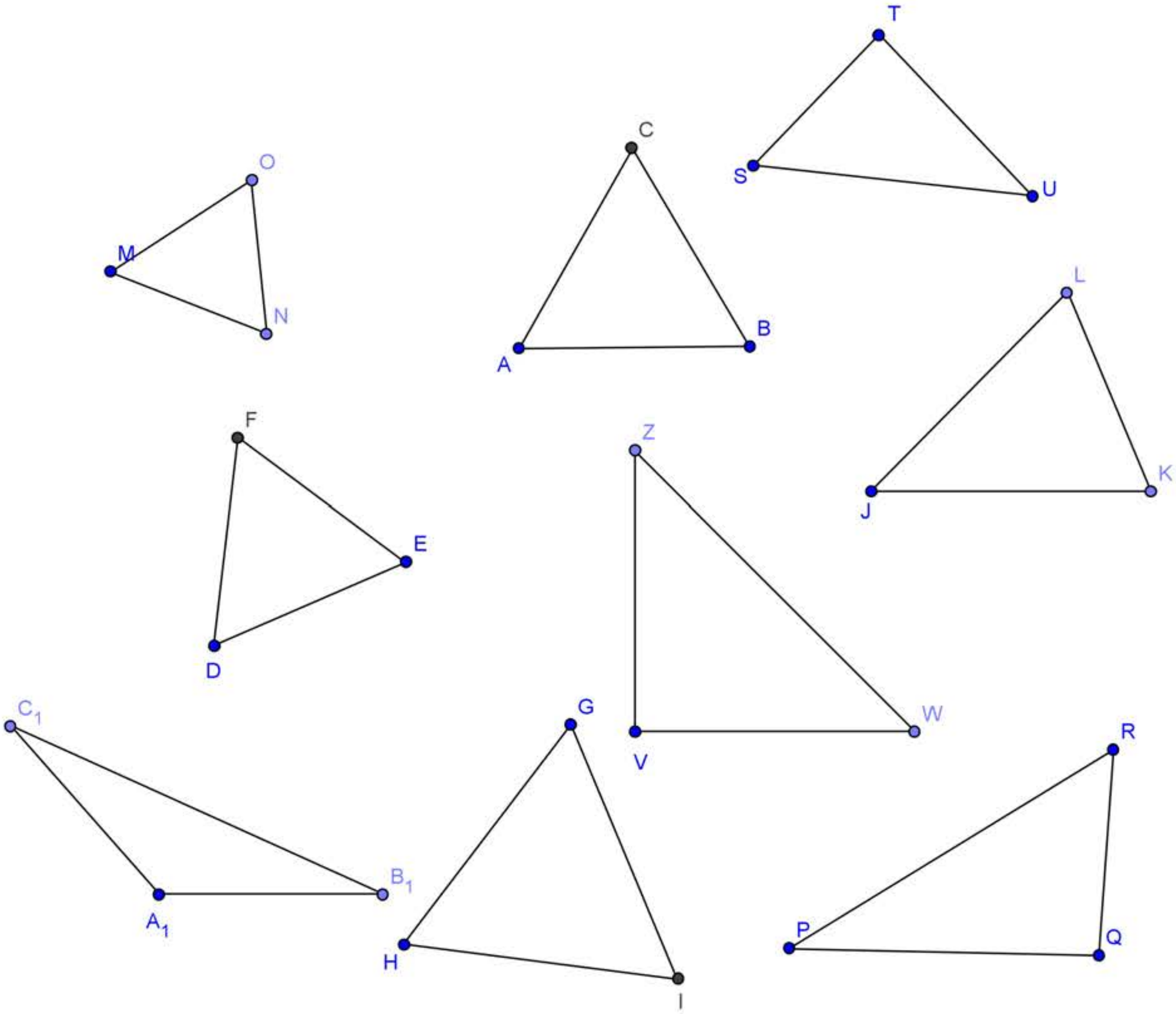
   (c) E nos triângulos equiláteros?

3. Trace, nos triângulos isósceles, a mediana, mediatriz e a altura relativa à base (lado diferente). Como você classificaria as retas traçadas?

4. Trace nos triângulos equiláteros os mesmo elementos traçados nos triângulos isósceles.O que você pode dizer a respeito dessas retas?

6.3.3 Módulo 3 - Soma dos ângulos internos de um triângulo

1. Transporte cada ângulo interno dos triângulos abaixo para que eles sejam consecutivos (isto é, que tenham uma semirreta comum).



(a) O que você observa com relação ao ângulo formado?

(b) Some os ângulos de cada triângulo da tabela do execício 1 do módulo anterior. Qual o total que você obteve?

(c) O que podemos concluir sobre o total da soma dos ângulos internos de um triângulo?

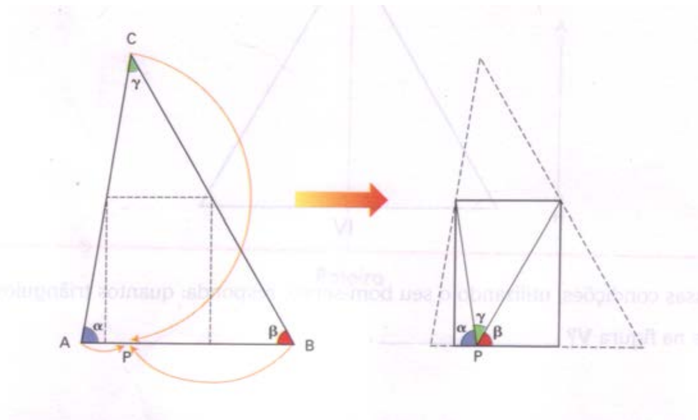
Atividade extra 1 - Construindo e recortando

- Numa folha de papel A4, construa dois triângulos ABC, tal que AB = 10cm, BC = 14cm e AC = 16cm.
- Pinte cada vértice do tirângulo de uma cor diferente.
- Recorte o triângulo.
- Recorte os vértices do triângulo.
- No vértice C encaixe os vértices A e B, de tal forma que eles fiquem consecutivos.
- Comprove que a soma dos ângulos internos do triângulo mede 180°.

Atividade extra 2 - Construindo e dobrando

Vamos comprovar que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°, usando dobradoras.

- Numa folha de papel A4, construa o triângulo do item anterior.
- Trace a altura relativa ao vértice C, obtendo o ponto P (interseção da altura com o lado AB)
- Recorte o triângulo.
- Dobre as pontas de vértices A, B e C, de modo que coincidam em P, conforme esquema seguinte:



- Comprovou?

6.3.4 Módulo 4 - Classificação dos triângulos quanto aos ângulos

Os triângulos, de acordo com a medida dos seus ângulos internos, podem ser classificados em:

- ***acutângulo*** - quando seus três dos seus ângulos são agudos.
- ***retângulo*** - quando um dos seus ângulos é reto.
- ***obtusângulo*** - quando um dos seus ângulos é obtusos.

Observando a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos internos, responda às questões abaixo: É possível construir

1. um triângulo retângulo e escaleno? Justifique.
2. um triângulo retângulo e equilátero? Justifique.
3. um triângulo retângulo e isósceles? Justifique.
4. um triângulo acutângulo e escaleno? Justifique.
5. um triângulo acutângulo e equilátero? Justifique.
6. um triângulo acutângulo e isósceles? Justifique.
7. um triângulo obtusângulo e escaleno? Justifique.
8. um triângulo obtusângulo e equilátero? Justifique.
9. um triângulo obtusângulo e isósceles? Justifique.

6.3.5 Módulo 5 - Verificando a existência dos triângulos

1. Desenhe, usando régua e compasso, quando possível, triângulos com os seguintes lados:

   T1: 4cm, 5cm e 6 cm

   T2: 5cm, 5cm e 10 cm

   T3: 6cm, 6cm e 6 cm

   T4: 4cm, 10cm e 8 cm

   T5: 2cm, 2cm e 5 cm

   T6: 8cm, 9cm e 5 cm

   T7: 3cm, 4cm e 5 cm

   T8: 4cm, 4cm e 8 cm

   T9: 1,5cm; 2,5cm e 3 cm

   T10: 3cm, 3cm e 3 cm

   Agora complete a tabela abaixo:

Triângulo	Lado Maior (a)	Soma dos dois outros lados (b)	(a) é maior, menor ou igual que (b)	Sentença Matemática	Foi possível construir o triângulo
Triângulo 1					
Triângulo 2					
Triângulo 3					
Triângulo 4					
Triângulo 5					
Triângulo 6					
Triângulo 7					
Triângulo 8					
Triângulo 9					
Triângulo 10					

2. Analisando a tabela, qual a condição para que o triângulo exista?

3. Verifique, sem construir o triângulo, quando os lados abaixo formam um triângulo.

    (a) 7cm, 9cm e 12 cm

    (b) 3cm, 5cm e 13 cm

4. Qual seria o valor do terceiro lado de um triângulo em que:

    (a) os dois menores lados medem 8cm e 12 cm?

    (b) o maior lado mede 10cm e o menor lado mede 7cm?

    (c) dois dos seus lados medem 7cm e 12cm?

6.4 Atividade 4 - Investigando a relação entre os ângulos e os lados dos triângulos

Em todo triângulo, o maior lado é oposto ao maior ângulo. Volte à Atividade 1, **módulo 2** - classificação dos triângulo quanto aos lados e verifique essa propriedade.

- *Triângulo retângulo* é aquele que possui um ângulo reto. O lado oposto ao ângulo reto chama-se hipotenusa e os demais lados, catetos.

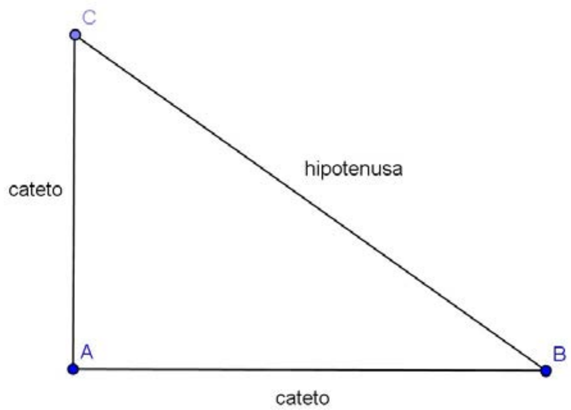


Figura 6.18: Triângulo Retângulo

No triângulo retângulo vale a seguinte relação:

Hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos

Esta relação é conhecida como Teorema de Pitágoras.

Verificando a aprendizagem

1. Utilizando régua e compasso construa os triângulos que possuem os lados com as seguinte medidas:

   (a) 3cm, 4cm e 5cm

   (b) 5cm, 3cm e 7cm

   (c) 5cm, 12cm e 13cm

   (d) 3cm, 3cm e 3cm

   (e) 4cm, 5cm, 8cm

   (f) 5cm, 6cm e 7cm

2. Com base no exercício anterior, complete a tabela abaixo.

Item	Maior lado ao quadrado (a)	Soma dos quadrados dos outros lados (b)	(a) é maior, menor ou igual a (b)	Escreva a sentença matemática usando os lados dos triângulos	Classifique os triângulos quanto aos ângulos
a					
b					
c					
d					
e					
f					

3. Com base no teorema de Pitágoras, é possível classificar os triângulos quanto aos ângulos? Se sim, qual a relação existente?

4. Com base na conclusão acima, classifique, quanto aos ângulos, os triângulos que apresentam as seguintes medidas de lados:

   (a) 5cm, 8cm e 7cm

   (b) 20cm, 21cm e 29cm

   (c) 2cm, 3cm e 4cm

6.5 Atividade 5 - Desenhando ângulos com régua e compasso

Alguns ângulos você pode obter com ajuda da régua e compasso, outros a construção deve ser feita com o auxilio do transferidor. Os ângulos notáveis (30°, 45°, 60°, 90° entre outros) seus complementos e suplementos são possíveis construir utilizando apenas régua, compasso e conhecimentos anteriores.

1. Construção do ângulo de 60°, 30°, 15°

   - Para construirmos um ângulo de 60°, basta nos lembramos dos triângulos equiláteros, pois todos os seus ângulos medem 60°.

   Roteiro

   (a) Traçamos o segmento AB de tamanho arbitrário e conveniente

   (b) Abrimos o compasso com o tamanho de $\overline{AB}$

   (c) Traçamos dois arcos de circunferência de raio AB centrado em A e em B, obtendo o ponto C

   (d) Ligamos o vértice A (ou B) até o ponto C. O ângulo mede 60°

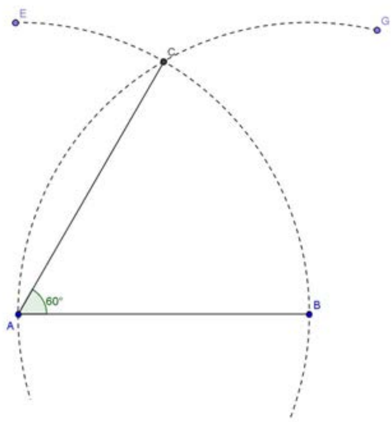


Figura 6.19: Ângulo de 60°

O ângulo de 30° pode ser obtido fazendo a bissetriz do ângulo de 60°, assim como o de 15° pode ser obtido a partir da bissetriz do ângulo de 30°.

2. Construção do ângulo de 90°, 45°

- Para construirmos um ângulo de 90°, basta nos lembramos das retas perpendiculares que por definição são aquelas que se cruzam formando um ângulo reto. Então para construir um ângulo de 90° basta traçarmos uma reta perpendicular. Ou ainda, se traçarmos a bissetriz de um ângulo de 180° teremos um ângulo de 90° procedendo da seguinte maneira:

Roteiro

(a) Traçamos um segmento qualquer e nele marcamos o ponto C

(b) Abrimos o compasso de maneira arbitrária e conveniente e traçamos o arco AB

(c) Traçamos a mediatriz do segmento $\overline{AB}$

(d) O ângulo mede 90°

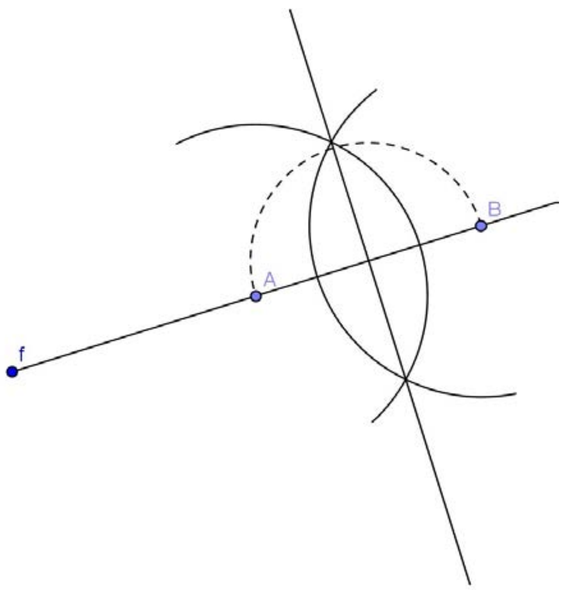


Figura 6.20: Ângulo de 90°

O ângulo de 45° pode ser obtido fazendo a bissetriz do ângulo de 90°.

Verificando a aprendizagem

1. Construa um ângulo A$\widehat{B}$C de medida 60°.

   Quanto mede o ângulo A$\widehat{B}$D? Com relação ao ângulo A$\widehat{B}$C, como podemos classificá-lo?

2. Construa um ângulo de 45° sobre a semirreta $\overline{EF}$.

   Quanto mede o ângulo que está sobre a semirreta $\overline{EG}$?

3. Construa um ângulo M$\widehat{N}$O de medida 150°.

6.6 Atividade 6 - Construindo triângulos

1. Construa um triângulo ABC, sabendo que Â = 90°, AB = 4 cm e BC = 5 cm.

    - Quantos aos lados esse triângulo é ______________________________.
    - Quanto aos ângulos esse triângulo é ______________________________.

2. Dados os pontos B e C, construa um triângulo ABC, de modo que $\widehat{B}$ = 30° e $\widehat{C}$ = 45°.

    - Quantos aos lados esse triângulo é ______________________________.
    - Quanto aos ângulos esse triângulo é ______________________________.

3. Construa um triângulo ABC de modo que $\overline{AB}$ = 6cm, $\overline{BC}$ = 3cm e $\overline{AC}$ = 5cm.

    - Quanto aos ângulos esse triângulo é ______________________________.

4. Construa um triângulo ABC, sendo dados B e C, sabendo que $\overline{AB}$ = 3cm e que a altura relativa ao vértice A mede 2 cm. Você deverá desenhar todas as respostas possíveis.

5. Dado o triângulo ABC(6.21), isósceles de base $\overline{AB}$.

    Siga as instruções abaixo:

    - Trace a altura, a mediana e a bissetriz interna relativa ao vértice C.
    - Trace a mediatriz do lado $\overline{AB}$.

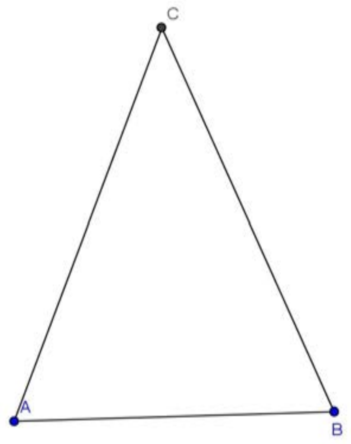


Figura 6.21: Triângulo ABC

- A altura, a mediana, a bissetriz relativas ao vértice __________são coincidentes.
- Obtenha o ponto de encontro das alturas do triângulo ABC. O ponto de encontro das alturas é chamado de ortocentro, denomine-o pela letra O.
- Obtenha o ponto de encontro das medianas do triângulo ABC. O ponto de encontro das medianas é chamado de baricentro, denomine-o pela letra G.
- Obtenha o ponto de encontro das mediatrizes do triângulo ABC. O ponto de encontro das mediatrizes é chamado de circuncentro, denomine-o pela letra C.
- Obtenha o ponto de encontro das bissetrizes internas do triângulo ABC. O ponto de encontro das bissetrizes é chamado de incentro, denomine-o pela letra I.
- A mediatriz do lado $\overline{AB}$ passa por quais dos três pontos traçados acima?
- O que se pode concluir da mediana, mediatriz e altura relativa à base de um triângulo isósceles?

  OBS.: Para obter o ponto de encontro das alturas, medianas, mediatrizes e bissetrizes basta traçar duas delas.

6. Considere o triângulo equilátero ABC (6.22)

   Siga as instruções abaixo:

   - Trace a altura, a mediana e a bissetriz interna relativa ao vértice C.
   - Trace a mediatriz do lado $\overline{AB}$

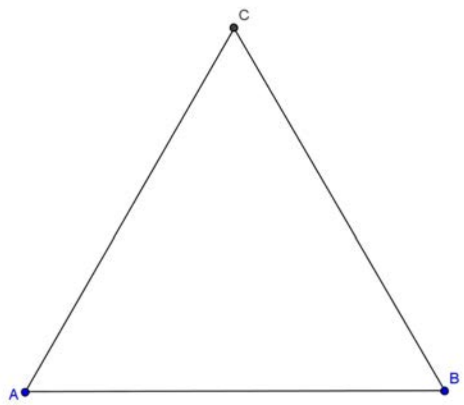
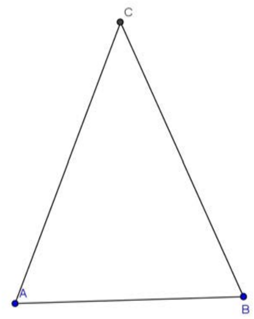


Figura 6.22: Triângulo Equilátero ABC

- A altura, a mediana, a bissetriz relativas ao vértice __________são coincidentes.
- Obtenha o ortocentro O do triângulo ABC.
- Obtenha o baricentro G do triângulo ABC.
- Obtenha o circuncentro C do triângulo ABC.
- Obtenha o incentro I do triângulo ABC.
- Os pontos O, G, C, e I são ________________________________.
- O que se pode concluir da mediana, mediatriz e altura relativa à base de um triângulo eqüilátero?

7. Construa um triângulo equilátero ABC, sendo dada a altura ($\overline{AH}$).

8. Considere o triângulo ABC da figura:



Complete:

- Obtenha o ponto médio M_A do lado $\overline{BC}$;
- trace a mediana relativa ao vértice A;
- obtenha o ponto médio M_B do lado $\overline{AC}$?;
- trace a mediana relativa ao vértice B;
- obtenha o baricentro G do triângulo;

9. Construa um triângulo equilátero ABC, sendo dados o vértice A e o baricentro G.

10. Construa o triângulo ABC, sendo dados os pontos M_B (ponto médio do lado $\overline{AC}$), M_C (ponto médio do lado $\overline{AB}$) e G (baricentro do triângulo ABC)(figura 6.23)

Figura 6.23: Pontos médios e baricentro

6.7 Atividade 7 - Estudando casos de congruências

1. Figuras congruentes

   Figuras congruentes são aquelas que possuem a mesma forma e o mesmo tamanho e que por isometria podem ser sobrepostas e todos os seus pontos coincidirem.

2. Triângulos Congruentes

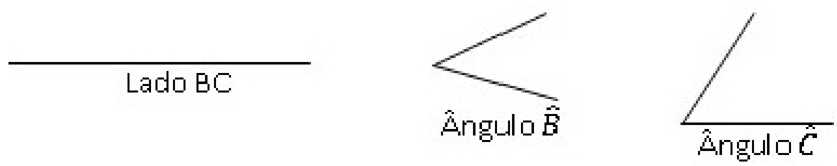
   Triângulos congruentes são aqueles que possuem os lados homólogos congruentes e os ângulos correspondentes também são congruentes.

   Sendo ABC e DEF triângulos congruentes podemos representar essa relação por △ABC ≅ △DEF, onde os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ são respectivamente congruentes aos lados $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$; assim como os ângulos $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ também são congruentes aos ângulos $\widehat{D}$, $\widehat{E}$ e $\widehat{F}$ nessa ordem.

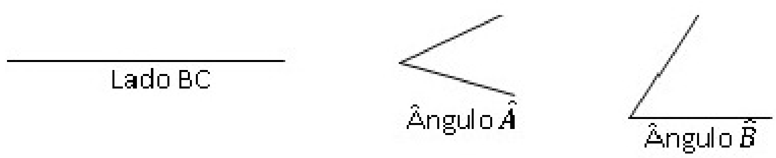
Verificando a aprendizagem

1. Construa os triângulos abaixo na folha de papel sulfite, numere-os.

   (a) Triângulo 1 - Conhecendo o lado BC, ângulos $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$.

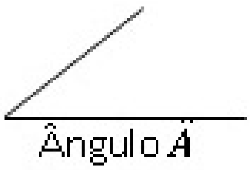


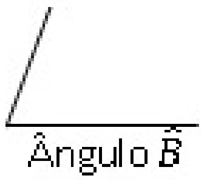
   (b) Triângulo 2 - Conhecendo o lado BC e os ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$.



(c) Triângulo 3 - Conhecendo seus três lados.

(d) Triângulo 4 - conhecendo seus dois ângulos





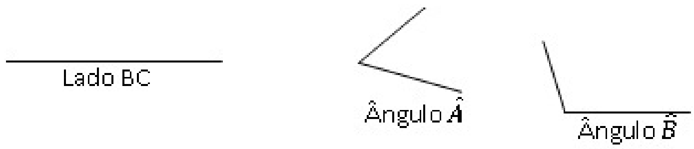
(e) Triângulo 5 - conhecendo a hipotenusa e um cateto

(f) Triângulo 6 - conhecendo os lados AB e BC e o ângulo $\widehat{B}$.

(g) Triângulo 7 - conhecendo os lados AB e BC e o ângulo $\widehat{C}$

(h) Triângulo 8 - conhecendo o lado AB, ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$

(i) Triângulo 9 - Conhecendo o lado BC e os ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$.

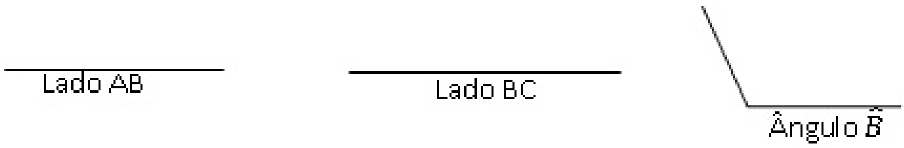


(j) Triângulo 10 - conhecendo seus três lados.

(k) Triângulo 11 - conhecendo seus dois ângulos

(l) Triângulo 12 - conhecendo os lados AB e BC e o ângulo $\widehat{B}$.

(m) Triângulo 13 - conhecendo os lados AB e BC e o ângulo $\widehat{C}$.



2. Recorte os triângulos e verifique se são congruentes a todos os triângulos dos seus colegas de sala e complete a tabela abaixo:

Triângulo	Congruênte: Sim ou Não
Triângulo 1	
Triângulo 2	
Triângulo 3	
Triângulo 4	
Triângulo 5	
Triângulo 6	
Triângulo 7	
Triângulo 8	
Triângulo 9	
Triângulo 10	
Triângulo 11	
Triângulo 12	
Triângulo 13	

3. Quais eram os elementos conhecidos para que os triângulos fossem congruentes?

4. Os casos de congruência de triângulos são:

   (a) LLL -

   (b) LAL -

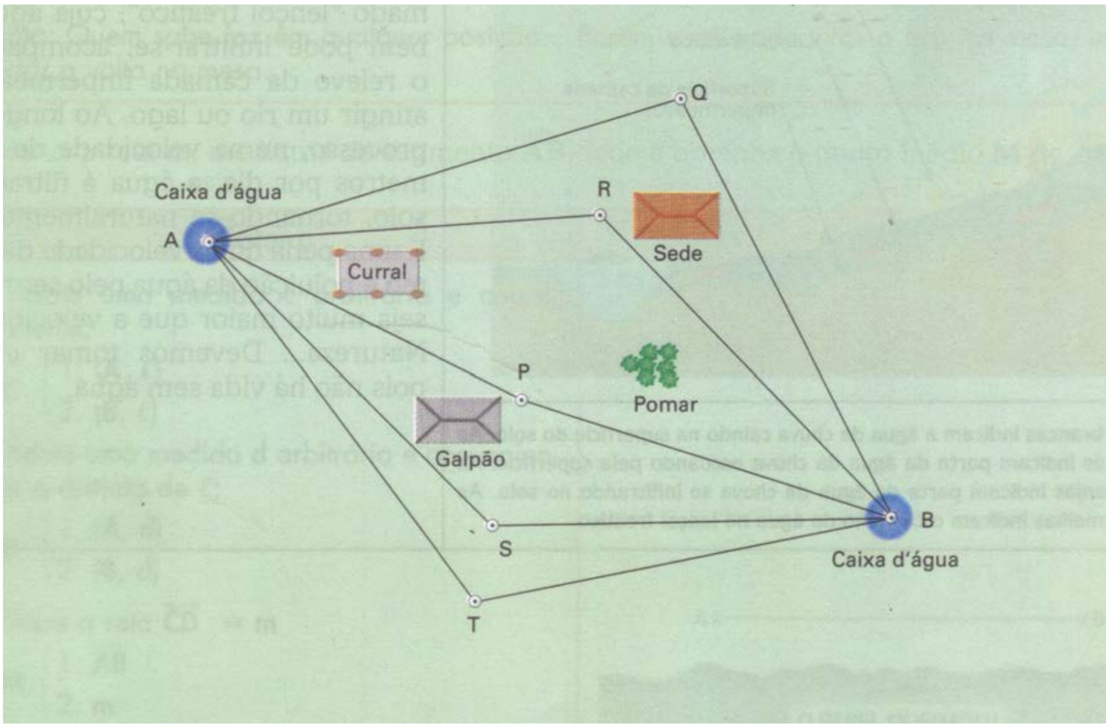
(c) ALA -

(d) LAA -

(e) CH -

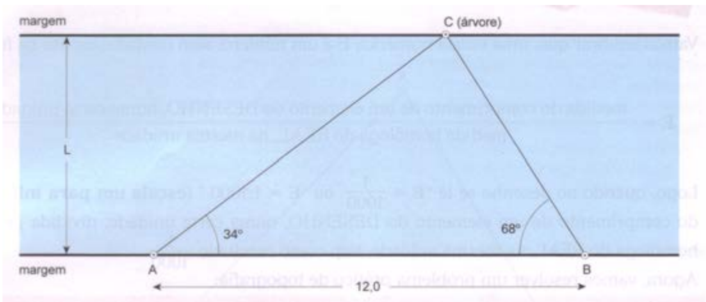
6.8 Atividade 8 - Problemas resolvidos utilizando o DG

1. No esquema seguinte, está representada a vista aérea de uma fazenda.



   Os pontos A e B são centros de reservatórios de distribuição de água da fazenda. Após uma consulta a um engenheiro agrônomo, o proprietário da fazenda descobriu que somente poderá perfurar o solo para atingir o lençol freático para abastecimento dos reservatórios A e B, nos pontos P, Q, R, S ou T. Para que o ponto de perfuração seja equidistante dos reservatórios, qual deve ser o ponto de perfuração?

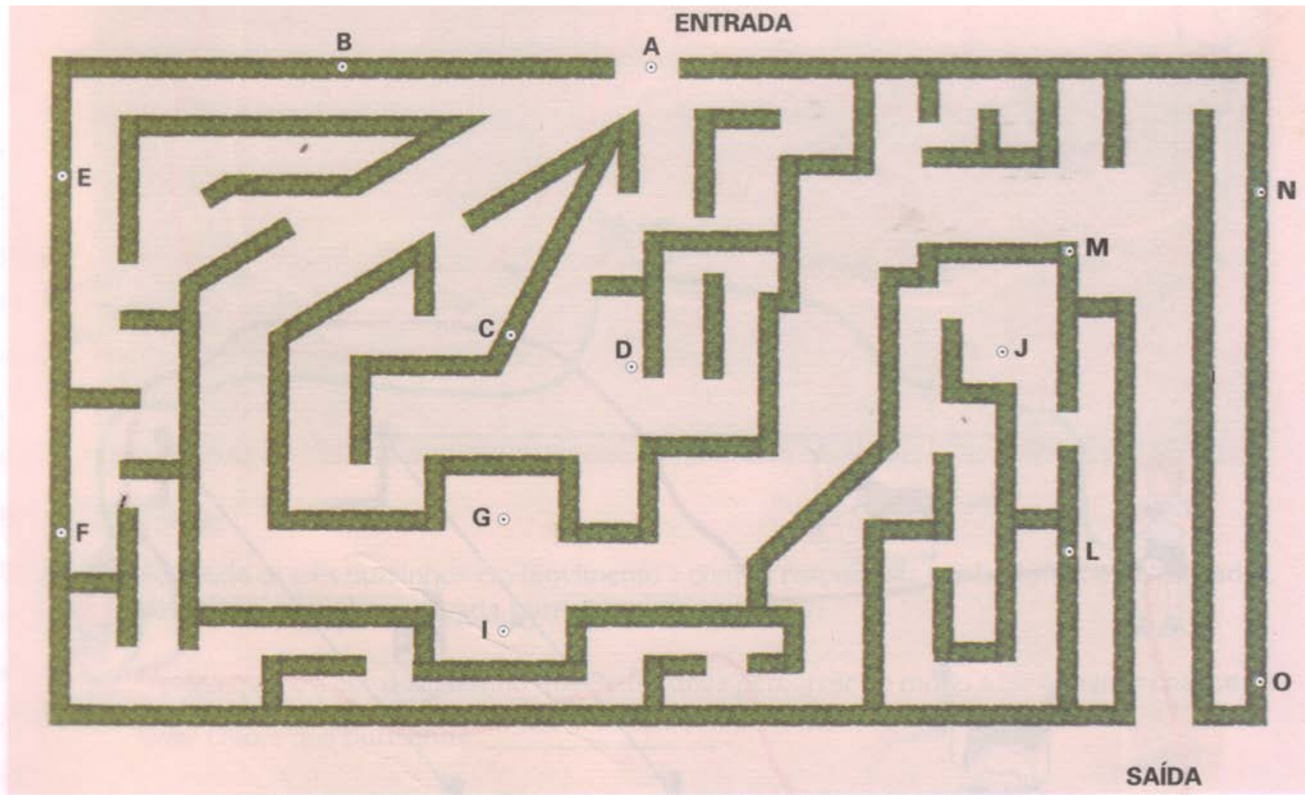
2. Queremos saber qual é a largura L do canal que aparece no esboço abaixo. O esboço tem as medidas cotadas em metros, e mostra que AB=12m, A$\widehat{B}$C = 68° e B$\widehat{A}$C = 34°



   Para fazer esse esboço, o topográfo escolheu aleatoriamente, numa das margens, os pontos A e B distantes 12m. Para não perder os pontos, ele fixou uma estaca em cada um. A seguir, com o teodolito cantrado em A, mirou a árvore C e mediu o ângulo de 34°. Ainda, centrou o teodolito em B, mirou a mesma árvore e mediu o ângulo de 68°. Vamos fingir que você é um topógrafo. Basta copiar o espoço em escala para determinar graficamente a largura L do canal!. (Sugestão: utilize a escala 1:100 ou seja 1cm do desenho corresponderá a 100cm, ou seja, 1m).

3. Um labirinto é construido por um conjunto de caminhos criados com a intenção de confundir quem tenta percorrê-lo. Esses caminhos podem ser limitados por plantas altas e fechadas, por pedras ou mesmo por muros altos. Muitos consideram o desafio de atravessá-lo como um grande divertimento. O labrinto mais famoso pertence a mitologia grega e foi construído pelo arquiteto Décalo, na ilha de Creta para abrigar o Minotauro. Agora observe a planta do labirinto seguinte, feita na escala 1:100.

   As pistas que seguem irão lhe ajudar a percorrer este labirinto, partindo do ponto A. Seguindo as pistas, desenho o caminho até a saída, usando os instrumentos de Desenho. Cuidado: não atravesse as plantas, pois elas têm espinhos venenosos!



   (a) Caminhe equidistante das semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$, até o caminho indicado pela pista seguinte;

(b) caminhe, distante 2,5m, da reta $\overleftrightarrow{EF}$, até o caminho indicado pela próxima pista;

(c) caminhe, equidistante, dos pontos G e I, até o caminho da pista seguinte;

(d) caminhe, distante 3m do ponto D, até o caminho indicado pela próxima pista;

(e) caminhe, distante 2,5m do ponto J, até o caminho indicado pela próxima pista;

(f) caminhe, equidistante das retas $\overleftrightarrow{ML}$ e $\overleftrightarrow{NO}$, até a saída.

Capítulo 7

Considerações sobre as atividades propostas e aplicadas

Ao longo da minha prática docente, pude perceber a dificuldade que os alunos possuem em estabelecer uma abstração e trabalhar com Geometria. Minha proposta inicial era utilizar todas as atividades aqui elencadas, mas, por fatores diversos (tempo, quantidade de alunos nas salas, desconhecimento total por parte dos estudantes no que em relação à Geometria, entre outros), apenas as atividades 1 a 3 foram aplicadas.

Senti muita dificuldade em trabalhar as construções básicas numa sala de 45 alunos, pois houve necessidade de atenção individualizada mesmo com os alunos sentados em grupos de 4 componentes.

Na primeira atividade, em que não havia nenhuma construção, constatei que os alunos não sabiam diferenciar os conceitos primitivos da Geometria, mas tinham uma noção das figuras geométricas. Não sabiam também diferenciar figuras planas de figuras espaciais pois não tinham conhecimento do que seria um plano.

Apesar de estar trabalhando com alunos de faixa etária média de 14 anos, quando inclinava o plano ou colocava-o na vertical, eles não o identificavam mais como plano. Essa explicação levou mais tempo do que eu esperava, mesmo levando sólidos geométricos diversos para que eles pudessem manusear. Cada aluno possuía duas pirâmides (uma de base triangular e outra de base quadrangular), um cubo, um paralelepípedo e um prisma de base hexagonal. Gastei nessa atividade cem (100) minutos, ou dois (02) tempos de aula. E a minha previsão era usar um (01) horário apenas.

A atividade 2, foi a que me deu mais trabalho, pois nenhum dos alunos tinha até então tido contato com os instrumentos de Desenho Geométrico. O manuseio do compasso foi muito difícil para eles, além da agitação que tomou conta da aula pois todos queriam que eu fosse ao mesmo tempo à mesa de cada um deles. Gastei nessa atividade seis (06) aulas de cinqüenta (50) minutos cada uma, mas a minha previsão inicial gastar somente duas (02) aulas.

A atividade 3 ficou incompleta, pois eles não tinham firmeza para manusear o compasso e traçar os elementos dos triângulos; traçar a primeira mediatriz foi relativamente fácil. No momento de traçar as demais eles se perdiam, não sabendo em qual vértice colocar a ponta seca do compasso e, após conseguir encontrar os pontos, eles já não sabiam qual deveria ligar com qual. Essa seria uma atividade que eu modificaria: primeiro pediria para traçar a mediatriz de um determinado lado e só após eles estarem muito familiarizados com esta construção, pediria para traçar as demais. Mesmo não tendo feito os demais exercícios dessa atividade, já sei que elas precisam sofrer modificações, pois os alunos não conseguiriam traçar as três alturas e as três medianas sem treinar, antes, traçar apenas uma em cada triângulo.

Na atividade avaliativa, percebi que eles conseguem assimilar os conceitos trabalhados durante a atividade. Quando tinham dúvidas e perguntavam, referiam-se à construção para tirar as dúvidas. As perguntas eram do tipo: "professora, a mediatriz foi aquela que traçamos ou é aquela que temos que achar o ponto médio e depois ligar?"(nesse último caso fazendo uma referencia à mediana).

Capítulo 8

Minha experiência como professora de Desenho Geométrico

Durante seis (6) anos fui professora de Desenho Geométrico do Colégio Santos Dumont, localizado em Campos dos Goytacazes. Durante esse tempo, tive acesso às provas de Geometria Plana dos alunos e relatos dos professores que lecionavam Matemática.

O currículo do Colégio era composto de seis (6) aulas de Matemática e uma (1) aula de Desenho Geométrico por semana, essas disciplinas eram ministradas separadamente. Nas aulas de Desenho a turma era dividia ficando com uma média de 15 alunos na sala, a outra metade tinha aula de Informática. O conteúdo de Desenho era dado antes da Geometria Plana e os alunos tinham aulas de Desenho Geométrico do 6º ao 9º ano de escolaridade.

Apesar do conteúdo do 6º ano ser mais fácil que o conteúdo das séries seguintes, era a série mais trabalhosa visto que os alunos não tinham destreza para manusear os instrumentos. Nesse ano de escolaridade os alunos precisavam de atenção individualizada, já no 9º ano, como já sabiam manipular a régua, o compasso e o par de esquadros a explicação podia ser coletiva, feita no quadro e muitas das vezes eu fazia apenas o esboço (que era chamado de enunciado gráfico) que os alunos já sabiam construir.

Tive alguns relatos de alunos e professores de como as aulas de DG facilitaram o entendimento do conteúdo. Alguns, que me lembro muito bem, foram relacionados aos Casos de Congruência de Triângulos, Teorema de Tales e Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

Percebo que os alunos têm muita dificuldade em "decorar"os casos de congruências quando estudados separados do Desenho Geométrico. Nas aulas que ministrei desse conteúdo os alunos verificavam dentre vários triângulos construídos quais eram congruentes e depois dessa verificação eles concluíam quais eram os fatores que garantiam essa congruência e após essa analise, os casos de congruência eram montados pelos alunos e então o aprendizado ocorria de fato. Quando esse conteúdo era abordado nas aulas de Matemática, os professores relataram que foi mais fácil explicar o conteúdo e os alunos que foi mais fácil entender o conteúdo e isso facilitou o aprendizado. Os professores disseram que não ocorreu a confusão de definição de semelhança e de congruência. E quando eles tinham que usar os casos de semelhança para resolver problemas algébricos envolvendo esse conteúdo os alunos lembravam-se das construções feitas nas aulas de DG.

O Teorema de Tales foi outro conteúdo que teve a aplicação na álgebra facilitada pelas aulas de Desenho Geométrico.

Esse conteúdo também foi construído com eles, primeiro usando régua e compasso e comparações. Em outra atividade foi usado um elástico para que os alunos visualizassem o Teorema de Tales. Esse conteúdo é ministrado no 8° ano na disciplina Desenho Geométrico e em Matemática esse conteúdo faz parte do 9° ano.

Quando o professor do 9° ano foi introduzir esse conteúdo, os alunos quase imediatamente disseram "Ihhh... É a matéria do elástico"e imediatamente eles lembraram o conteúdo e souberam responder as questões.

Nas questões clássicas de resolução a partir do Teorema de Tales os alunos quando iam resolver eles prolongavam os lados até o ponto de concorrência das retas transversais, uma visível referencia as aulas de Desenho Geométrico.

E por fim, as relações métricas nos triângulos retângulos, que também consta no conteúdo do 8° ano em DG e 9° ano no conteúdo da Matemática.

Em Desenho, os alunos aprendem média geométrica de dois segmentos, que são construídas num triângulo retângulo. Nesse momento não se fala nas relações métricas, porém quando esse conteúdo é visto no 9° ano, eles não precisam decorar, eles relacionam a média geométrica com as relações métricas no triângulo retângulo e que também podem ser trabalhadas através de semelhança de triângulos.

Além desses relatos, tenho conhecimento de alunos que viraram monitores de Desenho Técnico nos cursos de ensino médio profissionalizantes. O conteúdo das disciplinas técnicas pressupõe um conhecimento anterior, isto é, saber manusear o par de esquadros, o compasso, a régua, o transferidor são considerados pré-requisitos apesar de sabermos que muitos alunos nunca usaram esses instrumentos. Em conseqüência os alunos que tiveram algum contato com o DG sentem menor dificuldade no Desenho Técnico.

O mesmo ocorre com aluno que vão fazer arquitetura, engenharia, matemática ou qualquer outro curso superior que envolva Desenho Geométrico, Técnico ou mesmo muita Geometria, pois os conceitos foram construídos e fixados no Ensino Fundamental.

Como podemos perceber por esse relato, o ensino de Desenho Geométrico irá facilitar a compreensão dos alunos com relação à Geometria Plana.

Capítulo 9

Conclusão

Após a aplicação dessas atividades, acredito que se houver um estudo de Geometria desde o Ensino Fundamental 1, utilizando a visualização, os nomes corretos, sólidos geométricos e as figuras geométricas em várias posições, se no Ensino Fundamental 2 houver continuidade com o estudo da Geometria e seus instrumentos, e se o apoio do Desenho Geométrico durante as aulas de Geometria tanto no EFII como no Ensino Médio acontecer, haverá uma melhora no aprendizado.

Percebi claramente uma motivação dos alunos quando as aulas utilizavam os instrumentos do Desenho Geométrico e essa motivação é fundamental para a aprendizagem. Não posso ensinar algo a alguém se esse alguém não quer aprender esse algo.

A utilização das construções geométricas, além de proporcionar essa vontade (a princípio pela curiosidade do que era aquilo, e após por eles acharem interessante) facilitou o processo ensino aprendizagem. Alunos tornaram-se agentes da construção do seu conhecimento e não meros receptores de informações.

Acredito que a aplicação do material contribuirá para o desenvolvimento de algumas habilidades citadas no PCN:

- análise, em poliedros, da posição relativa de duas arestas e suas faces;
- construção de retas paralelas e perpendiculares com régua e compasso;
- resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns

ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor;

- verificação das propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos;

- identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.

- verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

Além dessas habilidades, eles conseguirão traçar estratégias para resolução de problemas e descreverão com suas palavras quais foram os passos seguidos para a construção da mesma. Terão aprendido a relacionar figuras com suas propriedades fazendo a inclusão de classes está inserida no nível 2 de maturidade no modelo van Hiele.

Além dessas habilidades geométricas, pretende-se que após esse trabalho os alunos desenvolvam autonomia e iniciativa perante os desafios propostos, o que será útil em qualquer fase da sua vida cotidiana.

O material necessário é de baixo custo. Se a escola não os possuir, os alunos podem adquiri-los o que torna as atividades aplicáveis. Nas escolas onde tiverem acesso ao laboratório de Informática, essas mesmas atividades podem ser aplicadas usando-se software de Geometria Dinâmica. Eu indicaria o GeoGebra.

Vi nesse trabalho e na pouca aplicação que fiz dele uma ferramenta de grande valia para auxiliar o ensino da Geometria, e defendo a sua utilização de forma concomitante com o ensino dos conceitos geométricos, sem que ocorra uma diferenciação e/ou separação entre Geometria e Desenho Geometrico.

Referências Bibliográficas

Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática*. Blücher.

Brasil (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. MEC: Secretaria de Educação Fundamental.

Camargo, R. P. (2006). Tarefas investigativas de matemática: uma análise de três tarefas de 8ª série do ensino fundamental. Master's thesis, Universidade Federal do Paraná.

Crowley, M. L. (1996). Aprendendo e ensinando geometria. In *O modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico*. Atual Editora Ltda.

Dias, M. S. (1998). A importância do desenho na construção dos conceitos geométricos. Master's thesis, Universidade Santa Úrsula.

Hershkowitz, R. e Vinner, S. (1994). *Aprendendo e Ensinado Geometria*. Atual Editora.

Oliveira, C. L. (2005). Importância do desenho geométrico. Master's thesis, Universidade Católica de Brasília.

Piaget, J. ; Inhelder, P. . (1993). *A representação do espaço da criança*. Editora Artes Médicas.

Pitombeira, J. B. ; Roque, T. (2012). *Tópicos de História da Matemática*. SBM.

Ponte, J. P. ; Brocardo, J. . O. H. (2005). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Autêntica.

Putinoki, J. C. (1993). *Elementos de Geometria e Desenho Geométrico*. Scipione.

Putnoki, J. C. (1988). Que se devolvam a euclides a régua e o compasso. *Revista do Professor de Matemática*, (13).

Zuin, E. L. (2001). Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no brasil. Master’s thesis, UFMG, Faculdade de Educação.