LYVIA POGGIAN CORREIA

UMA INTERVENÇÃO NO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

04 de maio de 2017

LYVIA POGGIAN CORREIA

UMA INTERVENÇÃO NO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Profª. Liliana Angelina Leon Mescua

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
04 de maio de 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT** / **UENF** **39/2017**

Correia, Lyvia Poggian
Uma intervenção no ensino de operações com números inteiros / Lyvia Poggian Correia. – Campos dos Goytacazes, 2017.
113 f. : il.
Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2017.
Orientador: Liliana Angelina Leon Mescua.
Área de concentração: Matemática.
Bibliografia: f. 90-91.
1. NÚMEROS INTEIROS 2. INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA 3. CONTEXTUALIZAÇÃO 4. JOGOS I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

CDD 510

LYVIA POGGIAN CORREIA

UMA INTERVENÇÃO NO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Trabalho aprovado em 04 de maio de 2017:

Mônica Souto da Silva Dias

Mônica Souto da Silva Dias
D.Sc. - UFF

Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF

Rigoberto Gregorio Sanabria Castro
D.Sc. - UENF

Liliana Angelina Leon Mescua
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho a Deus, a minha família, aos meus amigos e em especial aos professores do PROFMAT-UENF que estiveram presentes contribuindo positivamente para minha formação.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido a graça de não desistir diante das dificuldades encontradas. E olha que não foram poucas.

Ao meu esposo, João Orides, pelo apoio e compreensão.

À minha familia e amigos por fazerem a minha caminhada mais suave.

Aos professores do Profmat-UENF pela contribuição na aprendizagem.

À minha orientadora Liliana por toda dedicação, paciência e confiança.

À Capes e ao programa Profmat pela oportunidade de aprendizagem concedida.

À Uenf por proporcionar estes mais de 2 anos de estudo e pesquisa.

"Tudo posso Naquele que me fortalece"
(Filipenses 4:13)

Resumo

O presente trabalho corresponde a uma pesquisa relacionada ao ensino-aprendizagem dos números inteiros, associado as dificuldades educacionais e métodos de ensino. As dificuldades apresentadas pelos estudantes, que comprometem a aprendizagem de conteúdos posteriores, e a necessidade de novas formas de aprendizagem, mais eficazes e significativas, justificam o desenvolvimento deste estudo, que tem como objetivo principal proporcionar uma sequencia didática que auxilie na representação, compreensão, amnipulação e fixação das operações com números inteiros. A sequência didática foi aplicada a alunos do 8º ano da EEEFM "Senador Dirceu Cardoso", localizada em Muqui, no estado do Espírito Santo. Um teste inicial, denominado pré-teste, foi aplicado para verificar o nível de conhecimento dos alunos em relação aos números inteiros. A seguir, os mesmos foram submetidos a uma intervenção pedagógica elaborada a partir de jogos, materiais didáticos e contextualizações, para diferir-se do modo tradicional de ensino. Ao final, houve uma reaplicação do teste inicial, denominado pós-teste, cujo objetivo era verificar se houve ou não melhorias nas habilidades dos estudantes ao operar com tais números após a intervenção. Com base nos estudos bibliográficos e à luz das respostas obtidas no pré e no pós-teste, foi possível constatar que a metodologia aplicada em sala aula é eficaz na construção do conhecimento, por parte dos estudantes, uma vez que estes demonstram mais interesse pelo conteúdo, o que foi fundamental para que a aprendizagem ocorresse de forma significativa, além de possibilitar aos alunos a interligação entre a matemática escolar e a cotidiana.

Palavras-chave: Números Inteiros. Intervenção Pedagógica. Contextualização. Jogos.

Abstract

The present work corresponds to a research related to teaching-learning of integers, associated with educational difficulties and teaching methods. The difficulties presented by the students, which compromise the learning of later contents, and the need for new forms of learning, more effective and significant, justify the development of this study, whose main objective is to provide a didactic sequence that assists in the representation, Amnipulation and fixation of operations with integers. The didactic sequence was applied to students of the 8th year of the EEEFM “Senador Dirceu Cardoso”, located in Muqui, in the state of Espírito Santo. An initial test, called pre-test, was applied to verify the students’ level of knowledge in relation to the integers. Then, they were submitted to a pedagogical intervention elaborated from games, didactic materials and contextualizations, to differ from the traditional way of teaching. At the end, there was a reapplication of the initial test, called the post-test, whose objective was to verify whether or not there were improvements in students’ abilities when operating with such numbers after the intervention. Based on the bibliographic studies and in light of the answers obtained in the pre- and post-test, it was possible to verify that the methodology applied in the classroom is effective in the construction of knowledge by the students, since they show more interest in the content , which was fundamental for the learning to take place in a significant way, in addition to enabling students to interconnect between school and everyday mathematics.

Keywords: Integer Numbers. Pedagogical Intervention. Contextualization. Games.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

EEEFM	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
MD	Material Didático
MEC	Ministério da Educação
SEDU	Secretaria de Estado da Educação
EJA	Educação de Jovens e Adultos
SC	Santa Catarina
RS	Rio Grande do Sul
RJ	Rio de Janeiro
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica
PNLD	Plano Nacional de Livro Didático

Lista de símbolos

$\sum$	Somatório
$+$	Positivo (Mais)
-	Negativo (Menos)
$\times$	Multiplicação (Vezes)
$\div$	Divisão
$=$	Igual

Sumário

Introdução

A Matemática é vista por muitos alunos como um dos vilões da educação. Muitas das vezes, isso acontece pelo fato de que os estudantes têm certa dificuldade em relacionar o conteúdo visto em sala de aula às diversas situações cotidianas em que a Matemática se faz presente, o que diminui o interesse por esta disciplina. Segundo Soares (2008), a ineficácia na aprendizagem dos conteúdos matemáticos por parte dos alunos está relacionada ao modo como os conteúdos são apresentados por alguns professores baseados em memorização de regras sem contextualização, ou seja, incentivando o aluno a decorar as regras de resolução sem explicar o porquê ou uma aplicação.

Durante a regência de aulas de Matemática para uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental da EEEFM "Senador Dirceu Cardoso", no município de Muqui-ES, notou-se a dificuldade de alguns estudantes ao realizar operações algébricas com números inteiros, apesar de terem estudado este conteúdo no ano anterior. Essa dificuldade observada serviu como motivação para o desenvolvimento desta pesquisa, que tem como objetivo principal proporcionar uma sequencia didática que auxilie na representação, compreensão, amnipulação e fixação das operações com números inteiros. Para isso, foi elaborada e aplicada uma sequência didática, que foge do tradicionalismo das aulas de Matemática, baseada em jogos e problemas contextualizados. Em seguida, foi verificado que a aplicação desta é capaz de contribuir positivamente no ensino dos números inteiros, proporcionando melhores associações entre a Matemática escolar e a vida cotidiana.

A sequência didática, foi realizada em 4 Fases. A primeiro Fase, foi a aplicação de um teste inicial (Avaliação Diagnóstica - Pré-teste) para identificar o conhecimento intuitivo dos alunos em relação aos números inteiros, conteúdo visto por eles no ano de 2015 quando cursavam o 7º ano do ensino fundamental e também verificar até que ponto os alunos sabiam manipular os conceitos e regras deste conteúdo. A segunda Fase foi uma aula de revisão com a utilização dos materiais didáticos "Varal dos Números" e "Varal das Contas" baseado na intervenção pedagógica realizada por Martini (2010) e a sintetização de macetes e regras de sinais através da paródia "Números inteiros Versão Baile de Favela". O terceira Fase foi a aplicação do jogo Pokémon Go Matemático de autoria própria, desenvolvido com o objetivo de melhorar a qualidade de ensino-aprendizagem de números inteiros cujo diferencial é a apresentação de problemas contextualizados sobre o conteúdo.

A quarta e última Fase foi a reaplicação do teste inicial (agora na condição de pós-teste) para avaliar as melhorias proporcionadas por esta sequência didática.

Assim, a questão-problema que norteou este estudo foi: A utilização de jogos, materiais didáticos e problemas contextualizados possibilitam melhorias no ensino-aprendizagem dos números inteiros? Acredita-se que, com esta mudança na forma de apresentar os conteúdos, os estudantes possam ter mais interesse pelos estudos, uma vez que estes recursos pedagógicos tornam as aulas mais atrativas e agradáveis.

Os autores Gonçalves (2007), Soares (2008), Salgado (2011) e Martini (2010) desenvolveram pesquisas sobre a utilização de jogos e materiais didáticos. Em seus relatos, constatam que inovar durante as aulas, trazendo propostas diferentes e mais dinâmicas no ensino de números inteiros, com atividades em grupo e com materiais atrativos, provocam um impacto positivo na aprendizagem dos estudantes, uma vez que aulas deste tipo permitem ao aluno raciocinar e buscar soluções, e não apenas memorizar regras e repeti-las, o que é fundamental para a construção do próprio conhecimento.

A minha pesquisa se difere das estudadas por englobar três recursos que julgo importantes para o ensino-aprendizagem da matemática: Jogos e Materiais Didáticos; Contextualização e Memorização. Os Jogos e Materiais Didáticos despertam o interesse dos alunos em aprender e auxiliam na construção do conhecimento pelo próprio aluno. A contextulaização é importante pois mostra ao aluno uma aplicação do conteúdo estudado possibilitando ao aluno relacionar a matemática ao seu dia a dia e o entendimento da necessidade de estudar os conteúdos. A Memorização por sua vez ajuda a agilizar o processo de resolução de atividades e também o estímulo ao calculo mental. É relevante ressaltar que defendo a utilização da memorização somente depois do conteúdo ter sido devidamente explicado ao aluno, ou seja, primeiramente o aluno deve entender o porquê das regras. Na sequência didática aplicada, a memorização foi realizada através da paródia.

A presente pesquisa está estruturada em 3 capítulos: no primeiro, segue um estudo acerca dos números inteiros, envolvendo uma breve abordagem de suas aparições ao longo da história, suas abordagens em sala de aula, as principais dificuldades dos estudantes ao lidar com estes números, a importância da utilização de contextualizações e materiais didáticos no ensino, dentre outros aspectos; o segundo capítulo descreve os aspectos metodológicos, dentre eles o tipo, o campo, os sujeitos, os instrumentos e os procedimentos da pesquisa; no terceiro capítulo, encontra-se a descrição completa dos 4 momentos da sequência didática, sendo eles o pré-teste, a aula de revisão utilizando recursos pedagógicos, a aplicação do jogo Pokémon Go Matemático e a aplicação do pós-teste, onde foi possível constatar os benefícios educacionais alcançados.

Ao final do trabalho, são apresentadas as considerações finais, as referências bibliográficas e os apêndices contendo a Avaliação Diagnóstica utilizada como Pré e Pós teste, o jogo Pokémon Go matemático e uma pesquisa de opinião.

Capítulo 1

Referencial Teórico

1.1 Aspectos Históricos sobre os Números Inteiros

A presente seção relata brevemente as primeiras aparições da ideia de número negativo entre diferentes civilizações, o que provocou muitos empasses e divergências de opiniões no campo da Matemática.

Não se sabe ao certo quando se deu o surgimento dos números negativos, porém existem alguns estudos que apontam indícios sobre seu surgimento e aceitação.

> Durante muito tempo estes números foram evitados por aqueles que se dedicavam o estudo de matemática, referindo-se a eles como números absurdos ou fictícios. Isso porque não podiam admiti-los como solução de uma equação, visto não corresponderem a nada que tinha sido reconhecido antes como quantidade, negando sistematicamente sua utilidade (SALGADO, 2011, p. 31).

Segundo Soares (2008):

- No século III da Era Cristã, os chineses faziam uso de barras vermelhas, para representar valores positivos, e barras pretas, para representar valores negativos mas não se sabe exatamente por que e para que usavam o número negativo.
- No fim do século III d.C., "o matemático grego Diofanto, em um de seus trabalhos, propôs um problema cuja solução era o número – 4, mas, na época, afirmou que o problema era absurdo" e em outro trabalho fez alusão ao produto de duas diferenças mas sem se referir a números negativos. Além disso, esse matemático é considerado um dos primeiros a utilizar a regra de sinais.

- encontramos relatos que o matemático hindu Brahmagupta, no século VII, resolveu problemas que resultaram em soluções negativas e apresentou as regras de sinais da multiplicação.
- Já o matemático árabe Al-Khowarizmi, conhecedor dos trabalhos dos matemáticos hindus que viveu por volta do ano 800, divulgou no mundo árabe o sistema de numeração da Índia e foi o pioneiro no estudo das equações, porém ainda não considerava as soluções negativas.
- Fibonacci, matemático italiano em uma obra de 1225, interpretou uma raiz negativa em um problema financeiro como perda. Além disso, os números negativos, em especial nos estudos de equações e suas raízes, apareceram por volta do final do século XV.
- Cardan, no início do século XVI em um livro reconhece as raízes negativas e redefine as regras do cálculo multiplicativo.
- O matemático Viète (séc. XVI), pode ter sido o maior algebrista de sua época, porém insistia em dar às equações apenas as raízes positivas e foi a partir deste século que o cálculo literal desenvolveu-se com regras possíveis de serem ensinadas, mas relacionadas apenas às quantidades positivas.
- Por volta do século XVI o alemão Stifel publicou uma obra mostrando conhecer os cálculos com números negativos apesar de chama-los de números absurdos.
- O matemático Descartes não acreditava que os números negativos fossem verdadeiros inventando assim o sistema de localização de pontos no plano que hoje conhecemos como eixos cartesianos, porém nesse sistema, os eixos de referência eram apenas compostos por números positivos
- Em 1489 o matemático alemão Widman publicou um livro de aritmética utilizando pela primeira vez as representações numéricas com os símbolos + e −.
- Naquela época, as pessoas tinham dificuldade de acreditar que algo poderia ser menor do que nada, ou seja, para elas, não fazia sentido ter números que indiquem quantidades menores do que o nada.
- Somente a partir de 1650, os matemáticos começam a se acostumar com os números negativos, ao mesmo tempo, em que estes começaram a ganhar aplicações práticas, o que sem dúvida os tornou mais aceitáveis e compreensíveis.

Nesse sentido, Anjos (2008) considera que na matemática chinesa não era aceitável um número negativo ser solução de uma equação, ou seja, esses números serviam apenas para fazer intermediação na execução de algoritmos ou na interpretação de situações problemas. Além disso, os árabes receberam influências relacionadas aos números negativos por hindus, gregos e chineses.

Salgado (2011) complementa dizendo que o matemático Girolano Cardano classifica os números em "verdadeiros" ou "falsos" onde os verdadeiros são os positivos e os falsos são os negativos.

Ao longo da história podemos perceber as divergências entre opiniões e a dificuldade de aceitação dos números negativos. Segundo Salgado (2011, p. 34) O processo de formalização e aceitação dos números inteiros levou quase 1500 anos para acontecer. Além disso:

> Toda essa demora se deve a dois grandes obstáculos encontrados pelos matemáticos daquela época: a dificuldade de abstração do significado do número negativo e a dificuldade de utilização deste. As complexidades inerentes a essa classe de números desafiaram esses matemáticos a encontrarem um sentido plausível para que pudesse ser considerado um ente matemático, o que provocou várias discussões, construções e desconstruções apresentadas.

Nesse sentido, podemos compreender quando nossos alunos apresentam dificuldades em lidar com os números negativos o que nos revela a importância de buscar formas de ensino que possam de fato proporcionar aos estudantes a construção de seu próprio conhecimento. Para que o ensino-aprendizagem dos números inteiros seja eficaz, é preciso partir do conhecimento que os alunos possuem, ou seja, tomar como ponto de partida o contexto real em que o aluno está inserido. Os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem que:

> Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, "falta", orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações (BRASIL, 1998, p. 66).

Outro ponto importante é mostrar aos estudantes a função do zero no conjunto dos números inteiros e sua importância na reta numérica, e unindo esta necessidade às sugestões dos PCN no que diz respeito à utilização das vivências dos alunos quanto a perdas e ganhos em situações cotidianas, é interessante utilizar problemas contextualizados relacionados a dívidas, perdas de pontos ocasionando saldos negativos e situações similares, com devida representação na reta numérica, para que os estudantes tenham a possibilidade de visualizar a importância do zero como ponto de referência, notando que um número é negativo a partir do momento que este se encontra à esquerda, quando a reta estiver na horizontal, ou abaixo do zero, quando a reta estiver na vertical, o que representa perdas superiores aos valores positivos disponíveis em cada situação problema.

1.2 Análise de Livros Didáticos

Durante a realização desta pesquisa, foi feita uma análise da abordagem dos Números Inteiros em três livros didáticos, aprovados no PNLD 2017. Escolhi esses livros pois são atuais e o Livro 1 foi adotado pela escola em que leciono. Os livros são:

- Livro 1: Praticando Matemática - dos autores Andrini e Vasconcellos (2015);
- Livro 2: Projeto Araribá: Matemática - da organizadora Editora Moderna (2014);
- Livro 3: Vontade de Saber Matemática, 7º ano - dos autores Souza e Pataro (2015).

Para a realização desta análise, destaquei 16 temas relevantes relacionados ao estudo dos Inteiros e descrevi se são ou não abordados pelos livros, conforme pode ser observado na tabela 1. Os temas escolhidos são baseados em todas as vertentes que julgo importante para um livro didático conter sobre o conteúdo de números inteiros.

Tabela 1 – Análise dos Livros Didáticos sobre a abordagem dos Números Inteiros

Conteúdos Abordados	Livro 1	Livro 2	Livro 3
1.História	Aborda	Não Aborda	Não Aborda
2. Apresentação de situações cotidianas	Aborda	Aborda	Aborda
3. Organização do Conjunto Numérico e simbologia	Não Aborda	Aborda	Não Aborda
4. Subconjuntos dos Inteiros	Não Aborda	Não Aborda	Não Aborda
5. Valor Absoluto a partir da reta numérica	Aborda	Aborda	Aborda
6. Conceito de Simétricos/Opostos a partir da reta numérica	Aborda	Aborda	Aborda
7. Conceito de Antecessor e Sucessor	Aborda	Aborda	Aborda
8. Comparação entre Números Inteiros	Aborda	Não Aborda	Aborda
9. Operações básicas (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão)	Aborda	Aborda	Aborda
10. Propriedades da Adição (Comutatividade, Associatividade)	Aborda	Não Aborda	Aborda
11. Propriedades da Adição (Elemento Neutro e Oposto)	Não Aborda	Não Aborda	Aborda
12. Propriedades da Multiplicação (Comutatividade, Associatividade, Distributividade e Elemento Neutro)	Não Aborda	Aborda	Aborda
13. Potenciação	Aborda	Aborda	Aborda
14. Radiciação	Aborda	Aborda	Não Aborda
15. Expressões Numéricas	Aborda	Aborda	Aborda
16. Tratamento da informação	Aborda	Aborda	Aborda

Fonte: Autoria Própria

No Livro 1 encontramos alguns aspectos históricos que são comentados como: Explicação de onde são encontrados os números negativos e que a aceitação dos números negativos foi lenta por volta do século XVI. Comparação dos números inteiros utilizando situações contextualizadas e a reta numérica. Distância entre os números utilizano a reta numérica e também o conceito de módulo e simétrico. Adição, subtração, multipplicação e divisão de números inteiros utilizando situações contextualizadas. Potenciação e Radiciação de modo bem sucinto. Aborda as propriedades de comutatividade e associatividade da adição porém não relata a existencia do elemento neutro e oposto. Não mostra as propriedades da multiplicação (Comutatividade, Associatividade, Distributividade e Elemento neutro). Atividades contextualizadas e também atividades simples e sem aplicação no dia a dia. Apresenta também o tratamento da informação em suas atividades e abordagem dos tópicos.

No Livro 2 encontramos alguns aspectos como: Número negativo de forma contextualizada, mostrando que os números negativos são encontrados em temperaturas, extrato bancário, saldo de gols e altitudes. Propõe exercícios simples e baseados em situações reais. Através da reta numérica o conceito de antecessor e sucessor. Conceito de módulo de forma simples. Adição e subtração de números inteiros utilzando exemplos cotidianos e posteriormente com analises algébricas explicadas de forma simples e clara. As operações de multiplicação e divisão são abordadas com menos contextualizações. A regra de sinais da multiplicação não é explicada tão clara. De um modo geral, esse livro apresenta o conteúdo de números inteiros de forma dinâmica e contextualizada, com conceitos bem explicados, e propõe diversas situações problema ao final de cada conceito.

No Livro 3 encontramos alguns aspectos como: Situações que evidenciam a utilização dos números inteiros para registrar temperaturas, saldo bancário e altitude. Atividades contextualizadas. Conceito de antecessor e sucessor utilizando a reta numérica mostrando como construir a reta numérica. Deste mesmo modo aborda a distância entre os números. Conceito de oposto ou simétrico. Comparação dos números utilizando um termômetro. Operações de adição, subtração e multiplicação utilizando a reta numérica. Propriedades da adição(Comutatividade, Associatividade, Elemento Neutro e Elemento Oposto). Divisão de um modo bem sucinto. Potenciação e propriedades das potências. Não aborda radiciação. Tratamento da informação, situações contextualizadas e exercícios simples em suas atividades.

De um modo geral os três livros apresentam questões contextualizadas sobre os números inteiros porém não julgo suficiente para o estudo desse conteúdo. Ao longo de minhas experiências pude perceber que a maioria dos professores de matemática usam somente o Livro de Didático como material didático em suas aulas. Nessa pespectiva, por verificar que os livros didáticos não apresentam completamente todos os aspectos necessários sobre os números inteiros destaco a relevância de se utilizar outros tipos de materiais didáticos para o ensino deste conteúdo. Sendo assim apresento em meu trabalho uma sequência didática em que utilizo jogos e materiais didáticos para o ensino de números inteiros.

1.3 A Abordagem dos Números Inteiros

Esta seção destina-se a relatar brevemente a maneira mais tradicional de ensino sobre números inteiros, com base em estudos bibliográficos e constatações pessoais, vista em sala de aula, que corresponde ao método tradicional de ensino, aquele em que o professor passa o conteúdo no quadro e os estudantes copiam a matéria e memorizam regras de resoluções. Este método tradicionalista de ensino pode provocar muitas dificuldades nos alunos, tais como dificuldades para diferenciar os sinais dos números e os sinais das operações, má interpretação de problemas, dificuldade para comparar números inteiros, dissociação entre a matemática escolar e a cotidiana, dentre outras.

Como possível solução para estas dificuldades de aprendizagem, esta seção também destaca a importância da utilização de problemas contextualizados e materiais didáticos como facilitadores da aprendizagem, uma vez que, através destes, o estudante é capaz de aprender o conteúdo de maneira muito mais significativa, podendo relacionar a matemática apendida em sala de aula a diversas situações cotidianas, o que proporciona melhor compreensão das regras, e não mais apenas memorização, formando, assim, conceitos matemáticos fundamentais para a construção do saber matemático. Em nossa sequencia didática, utilizamos problemas contextulizados na Avaliação Diagnóstica (Pré e Pós Teste) e também durante a aplicação do Jogo Pokémon Go Matemático de própria autoria.

Além disso, observamos na análise dos livros didáticos que alguns dos livros deixam de abordar aspectos relevantes. Um exemplo disso é a falta da abordagem das propriedades da adição e da multiplicação no Livro 1. Isso acarreta que o leitor irá saber que $(5) \times (-4) = -20$ mas não saberá que $(-4) \times (5) = -20$ obserando apenas no livro. Desse modo podemos perceber que a utilização apenas do livro didático nas aulas de matemática, tira do aluno a oportunidade de aprender com signinificado o conteúdo de números inteiros.

1.3.1 Aulas Tradicionais com Ênfase na Memorização de Regras

Ao longo de minhas experiências de estágio durante a graduação (2011-2014), pude observar que o método adotado pela maioria dos professores durante as aulas de Matemática sobre números inteiros não mudou desde minha vida escolar até aquele momento: o professor passando o conteúdo no quadro, introduzindo uma coletânea de regras, e os alunos copiando tudo aquilo nos cadernos, e memorizando as regras para repeti-las, posteriormente, durante resolução de exercícios. Em nenhum momento presenciei algum tipo de atividade que levasse os alunos a entender o fundamento das regras de sinais dos números inteiros, por exemplo, uma vez que o professor diz que "menos vezes menos é mais" e o aluno decora, apenas.

Soares (2008), observa que alguns professores adotam o método tradicional para o ensino dos números inteiros, baseado em memorizações, e fazendo uso de exercícios que enfatizam a repetição de regras, sem nenhum contexto e criatividade. Essa postura dificulta a aprendizagem dos alunos além de não despertar o interesse deles.

> O fato traz a reflexão de que a ênfase na técnica e na memorização de regras sobre as operações com os números inteiros negativos, pode ocultar ou tirar do aluno a possibilidade de aprender um conteúdo matemático com significado. Igualmente, pode tirar do educador as inúmeras possibilidades de observações e informações que certamente contribuirão para ele conhecer melhor seus alunos, como eles pensam, identificando possíveis dúvidas e avanços (SOARES, 2008, p. 140).

Portanto, o ensino-aprendizagem com base somente em memorização de regras não permite que o professor interaja com seus alunos e estimule o pensamento crítico e a curiosidade a cerca dos conteúdos estudados. Essa postura tradicionalista de abordagem dos números inteiros provoca um grande distanciamento entre a Matemática escolar e a cotidiana, embora seja possível notar a presença dos números inteiros em diversas situações do nosso dia a dia.

É importante ressaltar que a memorização de regras, se aplicada após a explicação do conteúdo, pode auxiliar o ensino-aprendizagem de matemática uma vez que pode proporcionar ao aluno agilidade na hora de resolver atividades. Obviamente não se deve obrigar o aluno a memorizar uma regra sem explicar pra ele o porquê da regra pois isso certamente não fazerá nenhum sentido para o aluno.

Uma outra dificuldade é a escolha das situações-problemas que serão utilizadas em sala de aula, ou seja, muitas vezes as situações escolhidas não fazem parte dos cotidiano do aluno, então o conteúdo continuará "distante" e sem fazer sentido para os educandos. A esse respeito Gonçalves (2007, p. 83) diz que:

> [...] nem sempre todos os problemas são familiares para ossos alunos como por exemplo: o problema dos painéis e andares de um elevador, que parece ser simples pelo fato de estarmos muito próximos do contato com elevadores, mas para muitos alunos, isto não faz parte do "mundo" em que vivem.

Então, as situações utilizadas na sala de aula são diferentes das situações cotidianas, ou seja, os significados dos conceitos que o aluno vivencia na escola são distintos dos vivenciados diariamente. Barbosa e Carvalho (2008, p. 8) dizem que pesquisas educacionais, realizadas ao longo dos anos, apontam que o processo de ensino-aprendizagem é muito complexo e conclui-se que a aprendizagem matemática é fundamentada na compreensão, e não apenas no ato de decorar conteúdos.

> [...] muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as conseguem aplicar adequadamente por não terem desenvolvido uma compreensão significativa desse conjunto numérico, sobretudo no que tange ao número inteiro negativo (SOARES, 2008, p. 17).

Assim sendo, o aluno não irá saber gerir conhecimentos matemáticos em sua vida se tais conhecimentos, na escola, não traduzirem a realidade. Além disso, o ensino desvinculado de situações reais pode provocar no aluno uma série de dificuldades no desenvolvimento de operações envolvendo números inteiros, o que não prejudicará apenas a aprendizagem deste conjunto numérico, mas também de muitos outros conteúdos posteriores.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) também reconhecem que o estímulo às repetições e reproduções, baseadas em demonstrações e propriedades, corresponde à prática mais frequente no ensino de Matemática. Todavia, os PCN destacam a ineficácia desta prática: "Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não aprendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos (BRASIL, 1998, p. 37)".

Segundo Salgado (2011, p. 75), "pesquisas têm mostrado que alguns professores reconhecem que precisam mudar sua prática, mas muitas vezes não sabem como fazê-lo, ou sentem-se sozinhos neste desafio" o que nos faz perceber a necessidade em ter mais trabalhos de formação de professores nas escolas.

Falamos muito no modo em que o conteúdo está sendo trabalhado em sala de aula e como entendemos que deveria ser feito, porém não podemos esquecer que o método de ensino não é o único agravante. Muitas vezes o professor se depara com alunos cada vez mais desinteressados e menos dedicados aos estudos, conforme destaca Salgado (2011) em sua pesquisa identificando que grande parte dos alunos relatam estudar somente nas semanas de provas ou mesmo no dia da prova. Acreditamos que por esse motivo, é necessário buscar novos métodos de ensino para então instigar nosso aluno a estudar, questionar e construir seu próprio conhecimento, importante também agregar a família a escola pois o apoio familiar pode fazer com que o aluno se sinta parte importante no processo de ensino-aprendizagem e formador de si mesmo.

1.3.2 Principais Dificuldades Observadas em Sala de Aula

Quando o método de ensino adotado para a abordagem dos números inteiros é baseado apenas na memorização de regras e na repetição mecânica, se constata nas avaliações do SAEB(Sistema de Avaliação da Educação Básica) que uma das dificuladades é ao fazer as quatro operações com números positivos e negativos.

> [...] o desempenho de alunos em álgebra nas avaliações oficiais deixa muito a desejar, o que é Confirmado pelos porcentuais de acerto do SAEB. Ainda que tais avaliações sejam discutíveis, presumivelmente indicam a existência de um certo descompasso entre o que se espera que estudantes do ensino básico saibam e o que eles realmente conhecem de matemática (RAMA, 2005, p. 01).

Sendo assim, é preciso buscar respostas para o motivo de tal descompasso e intervir para que o ensino-aprendizagem de matemática seja mais eficaz.

Gonçalves (2007) destaca que os alunos não tiveram dificuldade em representar os pontos ganhos pelo sinal + e os pontos perdidos pelo sinal -, mas sim ao operar com esses números. Segundo a autora, eles tiveram dificuldade nos cálculos das operações de adição e subtração dos números inteiros.

Soares (2008, p. 17) aponta que os alunos não apresentam dificuldades em operar com números positivos pois assemelham-se as operações com os números naturais. Mas quando eram requisitados a operar com a subtração e, mais ainda, a trabalhar conjuntamente com a adição e a subtração no conjunto dos inteiros envolvendo os números negativos, o fracasso era evidente. Eles erravam a resolução de operações do tipo $5 - 3$. O autor ainda destaca a dificuldade dos alunos representarem os números negativos na reta numérica, ou seja, não compreendem que podemos representar números nos dois sentidos da reta.

> Os tópicos mais apontados pelos alunos como de difícil aprendizagem referiam-se ao módulo de um número negativo; comparação de números negativos; adição de simétricos;multiplicação entre dois números com sinais diferentes; expressões com adição, subtração e divisão de números inteiros, e expressões com adição, subtração potenciação de inteiros (SALGADO, 2011, p. 84).

Na análise do Pré Teste realizada pela autora, pode-se corroborar o que Salgado (2011) e Soares (2008), já tinham observado a dificuldade de resolver adição, multiplicação e potenciação com números inteiros especialmente quando envolvidos valores negativos. Em particular, na multiplicação, os alunos apresentaram dificuldade em operarações que envolvem o zero. Mas o menor percentual de acerto foi na resolução de expressões numéricas pois o aluno se depara com mais de uma operação e acaba se confundindo ao resolvê-las.

Salgado (2011, p. 79) cita a falta de domínio das regras operatórias usadas na resolução das questões, as quais costumam ser apresentadas prontas pelo professor para que os alunos as decore e por isso optou por trabalhar as regras de forma que os construí-las e desse modo ter mais domínio sobre elas.

Um outro problema para o ensino-aprendizagem de matemática é o tempo, ou seja, "sabemos que apenas as horas de aula ministradas em sala não são suficientes para a apreensão dos conhecimentos. É necessário, também, dedicação por parte dos alunos (SALGADO, 2011, p. 81)".

1.3.3 A Importancia da Contextualização por meio de Situações Problemas

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 37), "As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática". Os PCN ainda destacam que, quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. Para tanto, é importante que o professor apresente a Matemática de modo que o aluno seja capaz de estabelecer relações entre diferentes conteúdos matemáticos e interdisciplinares e, principalmente, entre situações cotidianas, conforme sugerem os PCN, que dizem que "o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano (BRASIL, 1998, p. 37)".

Conforme dito anteriormente, a falta de contextualização dificulta a aprendizagem dos estudantes quanto aos números inteiros, em especial os números negativos, pois, sem um contexto real, os alunos dificilmente saberão relacionar a matemática vista em sala de aula às diversas situações cotidianas nas quais os números inteiros se fazem presentes, como, por exemplo, nos extratos bancários, nas temperaturas negativas, nos saldos de gols, nas altitudes, dentre outras.

Entretanto, se o professor apresentar em sala de aula situações problema onde o aluno possa refletir sobre os números inteiros no cotidiano e saber como operar com esses números, a construção do conhecimento se dará de forma muito mais significativa. Além disso, os estudantes lidam com números inteiros mesmo sem saber. Desse modo, “a bagagem de conhecimentos extraescolar que os alunos trazem consigo é de grande importância e tem que ser considerada como tal pelos educadores (GONÇALVES, 2007, p. 19)". Segundo a autora, deve-se desenvolver um trabalho focado na resolução de problemas pois contribui para o processo de ensino-aprendizagem favorecendo um estudo minucioso em relação ao desenvolver do raciocínio humano.

Por este motivo, é importante que os alunos tenham contato na escola com situações contextualizadas, pois “trabalhar com problemas que exijam métodos não convencionais consiste num poderoso instrumento para desenvolver autonomia intelectual no estudante

(RAMA, 2005, p. 13)". Assim, refletimos sobre a importância e a necessidade da resolução de problemas presentes no cotidiano do aluno no processo de ensino-aprendizagem. O autor destaca também que,

> A compreensão do conceito não pode ser considerada satisfatória sem que o estudante o tenha aplicado na resolução de problemas, nos quais não é necessariamente explicitado no enunciado o seu papel de ferramenta (RAMA, 2005, p. 13).

Desse modo, quando um conceito é estudado com base em situações reais, a aprendizagem adquire maior significado na estrutura cognitiva do aluno, possibilitando, assim, a futura abstração do conceito, o que proporciona maiores habilidades para a construção de novos conceitos e aprendizagens. Sendo assim, Gonçalves (2007, p. 82) evidencia que os alunos já possuem contato com os números inteiros antes mesmo de estuda-los na escola, ou seja,

> A formalização do conceito de números negativos acontece antes mesmo do período escolar, quando alguém comenta sobre temperatura abaixo de zero, em jogos que relacionam pontos ganhos e perdidosou até mesmo em casa, quando se escuta alguém dizer sobre saldos de contas bancárias com valores negativos.

Com este relato, é possível perceber que, através da contextualização, o estudante constrói conceitos capazes de leva-lo a entender regras e generalizações matemáticas, que estão em um nível de maior abstração do conhecimento, o que facilitará a aprendizagem de novos conteúdos.

1.3.4 A Importancia da Utilização de Jogos e Materiais Didáticos no Ensino-aprendizagem de Matemática

O professor Sérgio Lorenzato define Material Didático (MD) como "qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem" (LORENZATO, 2006, p. 18). Sendo assim, jogos, materiais manipuláveis, objetos de montagem, livros, ou quaisquer outros instrumentos são considerados MD quando favorecem esse processo de ensino-aprendizagem.

Quanto ao ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 47) afirmam que os jogos podem contribuir de forma positiva:

> Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para aprendizagem da Matemática.

Desde os séculos passados, vários estudiosos, segundo Lorenzato (2006, p. 03), afirmam que a construção do conhecimento é dada pela visualização/concretização, a princípio, para, então, atingir a abstração e, assim, reconhecem "que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem". Desse modo, a introdução de jogos e materiais didáticos na sala de aula permite ao estudante uma reflexão diferenciada em relação à aprendizagem, pois, de acordo com Barbosa e Carvalho (2008, p. 4), "através dos jogos se desenvolvem muitas habilidades e conhecimentos e, além disso, aprender de forma lúdica é muito mais prazeroso e encantador.".

Mas, para que isso seja possível, os professores precisam estar capacitados para a utilização de MD de forma favorável ao processo de ensino-aprendizagem, tendo em mente o objetivo a ser alcançado com o auxílio de determinado MD (apresentação de conteúdos, motivação aos estudantes, memorização de conceitos, etc.), uma vez que "o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor." (LORENZATO, 2006, p. 18). Ou seja, por melhor que seja o MD, ele sempre será apenas um apoio. Sendo assim, é importante que o professor seja o mediador de aprendizagens durante a utilização de jogos e materiais didáticos. Quanto a isso, Barbosa e Carvalho (2008, p. 04) acreditam que:

> Numa situação de jogo, a participação ativa do sujeito sobre o seu aprendizado estimula o raciocínio lógico, o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Os educadores em matemática devem procurar alternativas para aumentar a motivação para o aprendizado, estimular o desenvolvimento da autoconfiança, da organização, da concentração, da atenção e, consequentemente, do raciocínio lógico dedutivo, assim desenvolvendo a socialização entre os sujeitos.

Criar um conceito para um objeto nunca visto anteriormente é tarefa difícil. Entretanto, Lorenzato (2006, p. 22) diz que o ser humano, após ter contato visual e tátil com um objeto (uma mesa, por exemplo), é capaz de lembrar deste objeto posteriormente com facilidade, pois um conceito foi construido em sua mente. Dessa forma, o que acontece é uma passagem do concreto (a mesa) para o abstrato (o conceito construído para o objeto mesa).

No ensino de Matemática não é diferente: a manipulação de objetos e a utilização de MD permite ao aluno construir conceitos a partir do concreto para, depois, atingir um nível de abstração, o que facilita o processo de ensino-aprendizagem.

É possível entender que a escolha correta de um MD pode despertar o interesse dos estudantes, facilitando, assim, a construção e memorização de conceitos matemáticos. Nesta linha de pensamento, Barbosa e Carvalho (2008, p. 04) afirmam que:

> Os jogos, quando idealmente planejados, se tornam um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático, devem ser usados

> como instrumentos facilitadores da aprendizagem, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos.

A esse respeito, Soares (2008) comenta que ao usar os jogos em sala de aula ele percebeu o interesse e motivação por parte dos alunos além de notar a socialização e interação entre eles. O autor destaca também que o jogo pode propiciar momentos de diversão e aprendizagem, motivando os alunos na construção dos conhecimentos e conclui dizendo que o jogo pode contribuir para que os alunos aprendam os números inteiros de forma significativa pois possibilita a compreensão das ideias das operações de forma concreta por meio das inúmeras relações que se estabelecem entre aluno e jogo, entre aluno e seus colegas e entre aluno e pesquisador.

Em sua pesquisa, Salgado (2011, p. 257) diz que,

> Quanto aos jogos, constatamos que proporcionaram momentos ricos de interação, cooperação, produção de estratégias e descontração, além de contribuírem para que a maioria dos alunos assimilasse as regras construídas e desenvolvessem habilidades para o cálculo das operações.

Nesse sentido, podemos entender a importância de nós professores, desenvolvermos atividades com estratégias diferentes de ensino pois "quanto mais os alunos refletem sobre um determinado assunto, ou seja, falando, escrevendo, observando ou representando, o processo de aprendizagem deste aluno passa a ser muito mais significativo (GONÇALVES, 2007, p. 34)".

1.3.5 Algumas Pesquisas sobre Ensino-aprendizagem dos Números Inteiros

Nesta seção, são apresentadas pesquisas de alguns autores que utilizaram materiais didáticos, jogos e problemas contextualizados para facilitar a aprendizagem e promover melhorias no rendimento de estudantes no ensino-aprendizagem de números inteiros.

- As contribuições de Soares (2008)

A dissertação de Soares (2008) cujo título é "O jogo como recurso didático na apropriação de números inteiros: uma experiência de sucesso" teve por objetivo investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução deproblemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático adotado pela escola na qual foi realizada sua pesquisa. Ele realizou uma intervenção de ensino sobre o conteúdo de números inteiros utilizando os jogos: Perdas e Ganhos e o Jogo das Argolas Surpresa.

O autor relata que os alunos apresentaram dificuldades em resolver expressões numéricas que envolviam os números inteiros negativos. Observou que os alunos ficaram interessados em aprender através de jogos e que:

[...] o jogo pode sim contribuir para que os alunos aprendam os números inteiros negativos de forma significativa. Ele possibilita a compreensão das ideias das operações de forma concreta, por meio das inúmeras relações que se estabelecem entre aluno e jogo, entre aluno e seus colegas e entre aluno e pesquisador (SOARES, 2008, p. 139).

- As contribuições de Salgado (2011)

Em sua dissertação, intitulada por "O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos", a autora investigou se o ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos proporciona uma aprendizagem significativa aos alunos do 7º ano.

Foi realizada uma sequencia didática com a utilização de calculadora e jogos para ensinar as operações com números inteiros propondo aos alunos a resolução de operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação de números positivos e negativos com a utilização da calculadora. Após feitas as atividades, os alunos foram estimulados a identificar e registrar a regra para cada operação estudada.

No estudo de cada operação, foram ministrados jogos para sistematização. Dentre os jogos utilizados destacam-se: Baralho para adição, multiplicação e divisão de números inteiros; Bingo para multiplicação e divisão de números inteiros; Trilha de potenciação de números inteiros. Ao final da sequência didática foram feitas atividades de revisão das regras das operações.

Segundo a autora "é perfeitamente possível que os alunos descubram e enunciem as regras para operar com números inteiros sem que o professor as tenha que apresentar (p.25)", além disso, quando o conteúdo de números inteiros é trabalhado por meio da calculadora e por jogos, o desempenho dos alunos é superior de quando ensinado por meio da exposição oral seguida de exemplos e exercícios.

- As contribuições de Rama (2005)

O autor, investigou como se dá a abordagem dos números inteiros destacando a divisibilidade no ensino fundamental e médio através de análise de livros didáticos disponíveis pelo MEC, em sua dissertação cujo título é "Números inteiros no ensino fundamental e médio”. Apresenta uma análise a três coleções de livros didáticos do ensino fundamental e onze coleções de Livros do ensino médio referenciados pelo guia do PNLD.

Foi constatado pelo autor que a primeira coleção do ensino fundamental apresenta boas provas informais, utiliza métodos variados e explora de modo conveniente o potencial de problemas envolvendo números inteiros. Já a segunda coleção apresenta algumas demonstrações convincentes, e outras inadequadas e a terceira enuncia diversas propriedades sem preocupação com justificativas. Nas duas últimas coleções, poucos problemas exigem maior sofisticação de raciocínio. Nas três coleções o assunto é enfocado quase exclusivamente na 5º e na 6º série, no âmbito dos números naturais, não sendo retomado no contexto dos inteiros, após a introdução dos negativos.

Nas coleções do ensino médio foi analisada como se dá a revisão dos inteiros no início dos primeiros livros. De modo geral, o autor identificou que a retomada é superficial e o conceito dedivisibilidade entre inteiros, incluindo os negativos, pode ser apreciado somente em uns poucos exercícios. Além disso, quase não são propostos problemas mais elaborados.

- As contribuições de Gonçalves (2007)

Em sua dissertação intitulada como “Um estudo com os números inteiros usando o Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental” teve como objetivo propor problemas no registro de representação na língua natural envolvendo operações de adição e subtração com Números Inteiros por meio de um ambiente computacional, utilizando um programa de álgebra chamado Aplusix. Tomando por base a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, realizou o estudo da conversão do enunciado do problema no registro da língua natural para o registro simbólico numérico nas respostas dos alunos para os problemas propostos.

Primeiramente foi proposto aos que alunos resolvessem alguns exercícios não contextualizados de operações com números inteiros propostos pelo Aplusix a fim de familiariza-los com o programa e verificar como eles resolvem problemas sobre números inteiros. Segundo a autora, os alunos apresentaram muita dificuldade em calcular operações com números inteiros. No segundo momento foi proposto aos alunos, com a utilização do programa Aplusix, a resolução de problemas envolvendo operações com números inteiros.

Segundo a autora, houve motivação e envolvimento dos alunos ao trabalharem no ambiente computacional. Constatou que metade dos alunos conseguiram converter o enunciado do primeiro problema para a representação numérica, porem não souberam operar com números inteiros. Já no segundo problema, os alunos apresentaram dificuldade em converter os dados do problema para as representações matemáticas. A autora afirma que esse problema pode estar relacionado pelo fato da situação problema escolhida não ser condizente com a realidade daqueles alunos.

A autora enfatiza a importância de trabalhar problemas contextualizados com os alunos,já que para o ensino-aprendizagem de números inteiros "um dos empecilhos é o professor apresentar os Números Inteiros com atividades descontextualizadas, focalizando o ensino nos estudos das operações (GONÇALVES, 2007, p. 82)".

- As contribuições de Martini (2010)

A autora, após constatar as dificuldades de seus alunos do 7º ano em operar com números inteiros, propôs uma sequência de atividades com o objetivo de melhorar a compreensão dos estudantes quanto a este conceito.

A sequência didática iniciou-se com a construção de um "varal dos números", que permite ao aluno localizar a posição dos números positivos e negativos, visualizar a distância de determinado número em relação ao zero ou a outro número, comparar números e identificar o simétrico. A autora idealisou este material didático tomando por base o estudo de livros didáticos do 7º ano e as pesquisas dos autores Morais, Lima e Basso (2010) e Megid (2001). Este varal também permite ao estudante realizar operações de adição e subtração passando a chamar "varal das contas", melhorando, assim, seu entendimento quanto às regras de sinais.

Em nossa sequência didática, utilizamos o "varal dos números"e o "varal das contas"apresentado pela autora. Além disso, utilizamos situações contextualizadas para explorar o conteúdo de números inteiros.

Por se tratar de uma atividade diferenciada, que foge do tradicionalismo "quadro branco e pincel", houve grande participação dos estudantes nas atividades "varal dos números" e "varal das contas": "Todos se dispuseram a ir ao quadro e posicionar os números e as operações envolvidas". A autora destaca que, quando um dos alunos estava ao quadro realizando a atividade, os demais prestavam atenção para verificar se o número estava sendo posicionado no local correto e que eles não tiveram dificuldade em posicionar os números no varal.

Ao final da sequência, os estudantes opinaram sobre o auxílio dos varais, realçando os seguintes benefícios quanto à melhor compreensão dos números inteiros: posicionamento dos números inteiros; melhor visualização da distância entre números; melhor visualização das expressões de adição e subtração entre números inteiros. Assim sendo, a autora percebeu que o conhecimento matemático torna-se mais compreensível quando o aluno consegue associá-lo a algumas situações de sua realidade. E conclui dizendo que uma proposta didática envolvendo a reta numérica e situações-problema, beneficiam o ensino-aprendizado do conteúdo dos números inteiros.

- Proposta de Intervenção de Barbosa e Carvalho (2008)

Barbosa e Carvalho (2008) apresentaram um Projeto de Intervenção Pedagógica junto ao Programa de Desenvolvimento Educacional que é uma política pública de estado do Paraná regulamentado pela Lei Complementar nº 130, de 14 de julho de 2010 que estabelece o diálogo entre os professores do ensino superior e os da educação básica, através de atividades teórico-práticas orientadas, tendo como resultado a produção de conhecimento e mudanças qualitativas na prática escolar da escola pública.

Nesse Projeto de Intervenção, foi sugerido nove jogos a serem aplicados com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental (atual 7º ano), diagnosticados com dificuldades na resolução de problemas envolvendo números inteiros. A expectativa dos autores é a obtenção de resultados positivos por intermédio da utilização dos jogos propostos quando aplicados, pois, graças à revisão bibliográfica, constatou que diversos autores afirmam que "os jogos exercem uma influência muito positiva no processo de ensino-aprendizagem, através da metodologia de resolução de problemas (BARBOSA; CARVALHO, 2008, p. 34)".

Os jogos utilizados foram “Termômetro Maluco”, “Matix”, “Soma Zero” e “Eu Sei!”. O conteúdo matemático por trás destes jogos consiste nos números inteiros, com foco nas operações de adição, subtração e multiplicação. Durante a aplicação dos jogos ela percebeu interesse e motivação por parte dos alunos. Além disso, resolveram com mais segurança as operações envolvendo números inteiros. Segundo a autora, os jogos permitiram que os estudantes desenvolvessem melhor seu raciocínio.

Capítulo 2

Aspectos Metodológicos

Os autores Neves e Domingues (2007, p. 46) afirmam que “a metodologia deve ser escrita de modo claro e detalhado, para que o leitor seja capaz de reproduzir, se necessário, o aspecto essencial do estudo”.

Seguindo esta vertente, este capítulo destina-se à apresentação dos aspectos metodológicos componentes deste estudo, que compreendem o tipo da pesquisa, o campo de ocorrência, as características dos sujeitos participantes, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos utilizados para a realização da análise da pesquisa.

2.1 Tipo de Pesquisa

Esta pesquisa apresenta caráter qualitativo do tipo naturalista ou de campo e possui características de pesquisa-ação. Conforme Fiorentini e Lorenzato (2012) uma pesquisa com caráter qualitativo do tipo naturalista ou de campo, “[...] é uma modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece (p. 106)” e características de pesquisa-ação é entendida por “[...] um tipo especial de pesquisa participante em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo (p. 112)”. Sendo assim, nossa pesquisa trata-se de “[...] um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa (p. 112)”.

Nesse sentido, minha pesquisa é do tipo naturalista ou de campo pois realizei a coleta de dados na escola onde o problema da dificuldade dos alunos em fazer operações com números inteiros foi identificado. Além disso possui características de pesquisa-ação pois me inseri diretamente na escola onde realizei a pesquisa não só para observar mas também para promover a melhoria no ensino do conteúdo de números inteiros aos alunos do 8º ano do ensino fundamental.

2.2 Campo da Pesquisa

A presente pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio "Senador Dirceu Cardoso", situada na Rua Eduardo Carlos Cabral, no Bairro São Pedro, no município de Muqui, no estado do Espírito Santo. A escola, que pertence à SEDU, possui excelentes condições de calçamento e iluminação pública, além de transporte público, que é ofertado aos alunos pelo governo municipal.

A EEEFM "Senador Dirceu Cardoso" conta com um espaço físico em excelentes condições devido ao fato de o prédio atual ter sido inaugurado em 2012. O espaço escolar é composto por 12 salas de aula, biblioteca, sala multiuso, salas respectivas para coordenadores, pedagogos, professores e diretor, secretaria, diversos banheiros com acessibilidade, refeitório, quadra coberta, área aberta para jogos de tabuleiro, área para cultivo de hortaliças, estacionamento para veículos e bicicletas, além de ser equipado com laboratórios de Informática, Biologia e Física. O espaço físico das salas de aula é considerado bom na visão de toda a equipe escolar (funcionários e alunos). Possui boa iluminação e boa ventilação e, além disso, o mobiliário está em ótimas condições de uso.

A escola oferta os anos finais Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e o Ensino Médio nos turnos Matutino e Vespertino. No turno Noturno é ofertada a EJA na modalidade Ensino Médio. No ano de 2016, registrou-se a matrícula de 847 alunos, distribuídos nos três turnos.

Este colégio foi escolhido como campo de pesquisa pois nele leciono a disciplina de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental desde julho de 2016. Desse modo, tenho a possibilidade de acompanhar de perto as dificuldades dos estudantes perante o estudo dos números inteiros, e, por esse motivo, desejo contribuir significativamente para uma melhor compreensão desses números através da utilização de jogos e metodologias diferenciadas de ensino, visando uma aprendizagem mais dinâmica, atrativa e eficaz.

2.3 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi realizada na EEEFM "Senador Dirceu Cardoso" com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Dos 37 alunos matriculados na turma, 33 frequentaram regulamente às aulas, e, por este motivo, foram os sujeitos da pesquisa. Os participantes têm, em média, 13 anos de idade.

Os sujeitos da pesquisa serão aqui identificados por numeração aleatória de 1 a 33.

2.4 Instrumentos da Pesquisa

2.4.1 Avaliação Diagnóstica

Esta pesquisa foi iniciada com a aplicação de uma lista de exercícios, denominada avaliação diagnóstica (pré-teste) (Apêndice A), para verificar o conhecimento dos participantes em relação aos números inteiros, conteúdo visto por eles no ano de 2015, quando cursavam o 7º ano.

Na avaliação diagnóstica utilizamos problemas contextualizados para investigarmos se os alunos conseguiam relacionar os números negativos à realidade. Abordamos os temas: Temperaturas negativas e positivas de algumas cidades; Datas de acontecimentos antes e depois de Cristo; Movimentação bancária de crédito e débito. E para verificar se os alunos sabiam operar com os números inteiros, colocamos exercícios de manipulação algébrica das quatro operações.

Esta mesma lista foi reaplicada como pós-teste ao final da intervenção pedagógica proposta por esta pesquisa, com o objetivo de verificar se as atividades desenvolvidas contribuíram positivamente para a aprendizagem dos alunos neste conteúdo.

2.4.2 Materiais Didáticos

Durante a pesquisa, também foram utilizados dois materiais didáticos e uma paródia, com o objetivo de proporcionar melhorias na aprendizagem através de recursos mais atraentes e dinâmicos assim como na memorização de regras a partir de um conceito já construído pelo aluno, ou seja, utilizamos a memorização de regras após o aluno já ter construído os conceitos do porquê das regras.

O primeiro MD (Material Didático) utilizado chama-se “Varal dos Números”, e sua variação, denominada “Varal das Contas”. A utilização deste MD se deu pela inspiração proporcionada pela intervenção pedagógica realizada por Martini (2010), relatada no trabalho intitulado “Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros”. Cujo objetivo era mostrar aos alunos: o posicionamento dos números negativos e positivos na reta numérica; o conceito de oposto/simétrico; a realização das quatro operações com números inteiros.

O segundo material didático é um jogo denominado Pokémon Go Matemático, de autoria própria. O jogo foi criado com o objetivo de melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas envolvendo as quatro operações dos números inteiros, inspirado no sucesso do jogo Pokémon Go, que foi lançado no Brasil em 2016 e tem atraído a atenção de muitas pessoas, em especial do público infanto-juvenil.

Com o objetivo de auxiliar os estudantes na memorização das regras e generalizações ligadas às operações básicas no conjunto dos números inteiros, também foi utilizada uma adaptação da paródia denominada "Números Inteiros Versão Baile de Favela", encontrada no canal MATEMATICANTO Paródias Matemáticas do YouTube disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=EcGVTkgYTCA acessado em 15 de junho de 2016.

2.4.3 Procedimentos da Pesquisa

Para a realização da pesquisa, foram necessárias 8 aulas de 55 minutos cada, distribuídas em 4 Fases:

Fase 1: Aplicação da avaliação diagnóstica (pré-teste) – 1 aula (Apêndice A).

Fase 2: Esta fase foi dividida em duas etapas:

- Etapa 1: Utilização dos materiais didáticos "Varal dos Números" e "Varal das Contas" para revisão do posicionamento dos números negativos e positivos na reta numérica, do conceito de oposto/simétrico, módulo, comparação e ordenação crescente e da realização das quatro operações com números inteiros – 2 aulas.
- Etapa 2: Sintetização de macetes e regras de sinais das quatro operações associadas aos números inteiros através da adaptação da paródia "Números Inteiros Versão Baile de Favela" – 1 aula.

Fase 3: Esta fase foi dividida em duas etapas:

- Etapa 1: Confecção das pokébolas (jogo Pokémon Go Matemático) – 1 aula.
- Etapa 2: Aplicação do jogo Pokémon Go Matemático – 2 aulas (Apêndice B).

Fase 4: Reaplicação da avaliação diagnóstica (pós-teste) (Apêndice A – o mesmo do pré-teste) e aplicação da pesquisa de opinião (Apêndice C) – 1 aula.

As informações para a investigação desta pesquisa foram coletadas durante os meses de julho, agosto, setembro e outubro do ano de 2016.

Capítulo 3

Desenvolvimento da Pesquisa

Neste capítulo encontra-se a descrição da sequência didática aplicada em sala de aula, a qual foi dividida nas Fases de Pré-teste, Intervenção Pedagógica e Pós-teste, bem como a análise das respostas que os alunos deram ao teste (Apêndice A), que foi denominado pré-teste, inicialmente, e pós-teste, posteriormente, devido ao fato de ter sido reaplicado ao final da intervenção pedagógica. O teste, que contém 8 questões de autoria própria, foi elaborado para verificar, na função de pré-teste, as habilidades dos estudantes ao operar no conjunto dos números inteiros, com foco nas operações básicas e comparações entre números. Ao ser aplicado como pós-teste, este instrumento tem o objetivo de identificar os efeitos educacionais proporcionados aos estudantes após a realização da intervenção pedagógica.

Após aplicado o pós-teste, os sujeitos da pesquisa responderam a uma pesquisa de opinião (Apêndice C), que era composta por 4 perguntas que visavam saber a opinião dos dos alunos sobre as atividades desenvolvidas durante a intervenção pedagógica.

O teste e a intervenção pedagógica foram aplicados em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental composta por 33 estudantes, visto que os mesmos apresentam dificuldades ao operar no conjunto dos números inteiros, o que estava prejudicando a aprendizagem de conteúdos posteriores.

Através de comparação entre os resultados obtidos no pré e no pós-teste, será possível dizer se a intervenção pedagógica proporcionou evoluções na aprendizagem dos participantes, observando a diferença de desempenho dos alunos a cada questão do teste.

Vale ressaltar que, no decorrer do texto, os 33 participantes serão mencionados através de codificação numérica, para que haja a preservação de seus nomes.

3.1 Verificação da aprendizagem dos estudantes por meio da Avaliação Diagnóstica (Pré-teste)

Objetivos da Atividade: Verificar as habilidades dos 33 sujeitos desta pesquisa, que são alunos do 8º ano, ao operar no conjunto dos números inteiros, com foco nas operações básicas e comparações entre números inteiros.

Descrição da Atividade: a avaliação diagnóstica (pré-teste – APÊNDICE A) contem 8 questões contextualizadas e não contextualizadas. Esta atividade corresponde à Fase 1, mencionada anteriormente na subseção 2.4.3 (Procedimentos da Pesquisa).

Duração da Atividade: 1 aula de 55 minutos

As observações acerca das questões componentes da avaliação diagnóstica serão apresentadas separadamente a seguir:

QUESTÃO 1:

Figura 1 – Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

1- Coloque os números em ordem crescente: 423 ; – 243 ; 234 ; – 324 ; – 432 ; 342 ; 243

;	;	;	;	;	;

Fonte: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão (sem contextualização) era verificar se os alunos sabiam comparar determinados números em ordem crescente. Assim, a resposta correta é:

$$-432, -324, -243, 234, 243, 342, 423$$

Dos 33 participantes, 15 acertaram e 18 erraram esta questão.

Alguns erros cometidos pelos alunos foram:

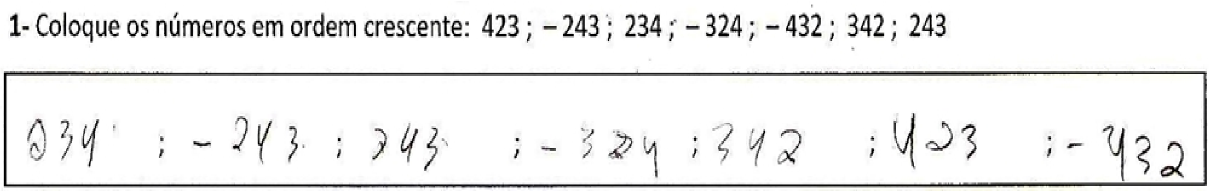
- Erro 1: Organizar os números em ordem crescente observando apenas o valor absoluto do número (desconsiderando os sinais negativos) (Figuras 2 e 3);
- Erro 2: Considerar os números 243 e – 243 como sendo iguais, pois escreveram este número (243) apenas uma vez durante a ordenação crescente (Figuras 4 e 5);
- Erro 3: Organizar os números negativos na ordem decrescente(Figuras 6 e 7).

Comentários: Na Questão 1, pode-se observar que apesar de saberem que os números negativos são menores que os números positivos e que, portanto, devem estar antes dos positivos quando escritos em ordem crescente, muitos alunos não entendem que, quanto maior o valor absoluto de um número negativo, menor este número é.

Nesta questão, pode-se observar a dificulade que os alunos possuem para aceitar a existência dos números negativos conforme pode ser observado no Erro 2 citado acima mostrando que os números 243 e − 243 foram considerados como sendo iguais. A esse respeito, Salgado (2011) relata que a dificulade na aceitação dos números inteiros se dá pela dificuldade de abstração do significado e na utilização dos números negativos.

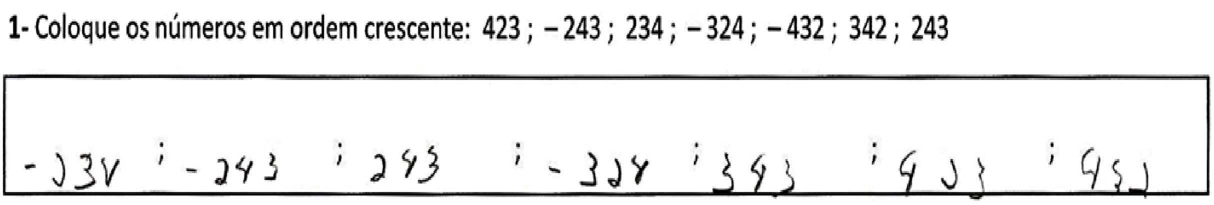
Exemplos - Erro 1:

Figura 2 – Resposta do aluno 1 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3 – Resposta do aluno 9 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

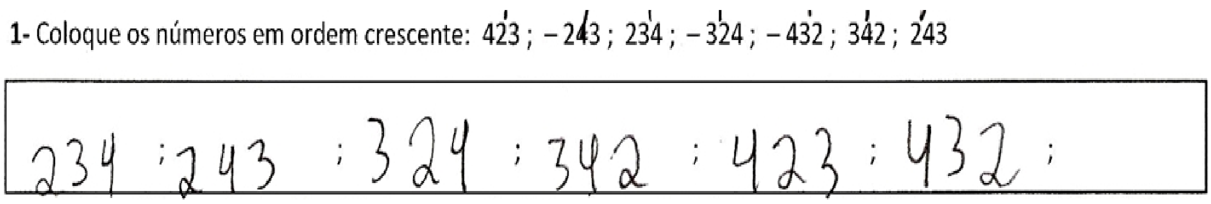


Fonte: Dados da pesquisa

Nos exemplos acima, o aluno 1 ordenou os números da seguinte maneira: "234; -243; 243; - 324; 342; 423; - 432"; já o aluno 9 deu a seguinte resposta: "- 234; - 243; 243; -324; 343; 423; 432".

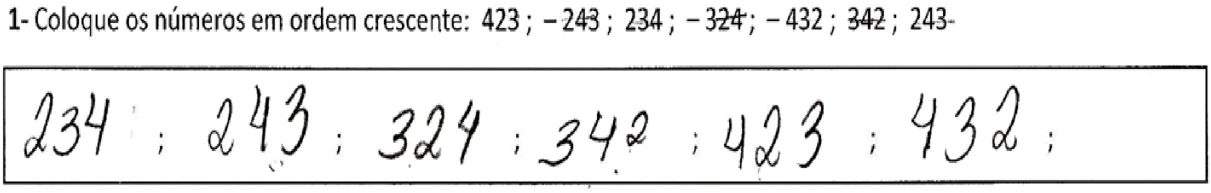
Exemplos - Erro 2:

Figura 4 – Resposta do aluno 2 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5 – Resposta do aluno 14 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica



1- Coloque os números em ordem crescente: 423 ; −243 ; 234 ; −324 ; −432 ; 342 ; 243

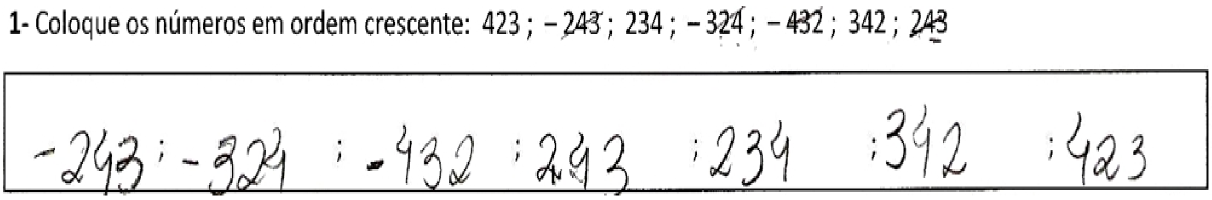
234 ; 243 ; 324 ; 342 ; 423 ; 432 ;

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 2 ordenou os números da seguinte maneira: “234; 243; 324; 342; 423; 432”; o aluno 14 ordenou assim: “234; 243; 324; 342; 423; 432”.

Exemplos - Erro 3:

Figura 6 – Resposta do aluno 6 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

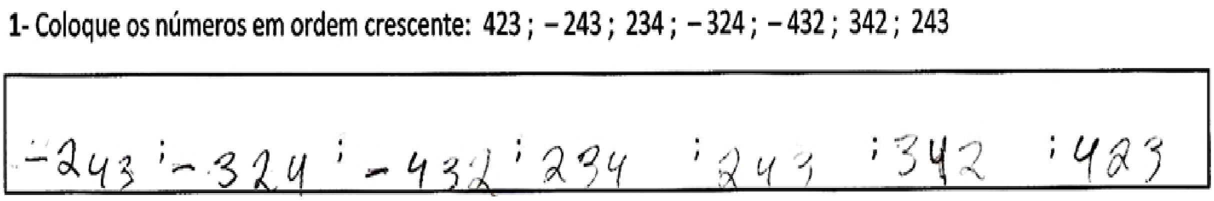


1- Coloque os números em ordem crescente: 423 ; −243 ; 234 ; −324 ; −432 ; 342 ; 243

-243 ; -324 ; -432 ; 243 ; 234 ; 342 ; 423

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 7 – Resposta do aluno 11 à Questão 1 da Avaliação Diagnóstica



1- Coloque os números em ordem crescente: 423 ; −243 ; 234 ; −324 ; −432 ; 342 ; 243

-243 ; -324 ; -432 ; 234 ; 243 ; 342 ; 423

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 6 ordenou os números da seguinte forma: “- 243; - 324; - 432; 243; 234; 342; 423”; Já o aluno 11 ordenou assim: “- 243; - 324; - 432; 234; 243; 342; 423”.

QUESTÃO 2:

Figura 8 – Questão 2 da Avaliação Diagnóstica

2- Observe a tabela a seguir:

CIDADES	TEMPERATURA (°C)
Água Doce (SC)	– 4
São Paulo (SP)	+ 6
Urupema (SC)	– 7
Campos do Jordão (SP)	+ 18
Vitória (ES)	+ 26
Santa Rosa (RS)	– 1
Rio de Janeiro (RJ)	+ 34

a) Qual foi a maior temperatura registrada?

b) Qual foi a menor temperatura registrada?

c) Organize essas temperaturas em ordem crescente.

; ; ; ; ; ;

Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão, os alunos deveriam observar a tabela de temperaturas para realizar as 3 etapas da questão (itens a, b e c), que também serão analisadas aqui separadamente:

QUESTÃO 2 - Item a):

O objetivo desta questão era responder qual das temperaturas da tabela apresentada era a maior. A resposta correta, de acordo com a tabela, é 34°C, referente ao Rio de Janeiro (RJ). Apenas 1 dos 33 estudantes errou este item.

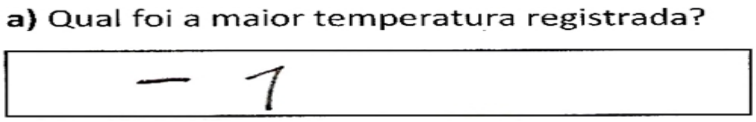
O erro cometido pelo aluno foi:

- Erro 1: Não identificar que um número positivo é maior que um número negativo (Figura 9)

Comentários: Com este item, foi possível perceber que a maioria dos alunos não apresentam dificuldades em determinar qual é o maior valor quando se trata de números positivos.

Exemplo - Erro 1:

Figura 9 – Resposta do aluno 33 à Questão 2 ítem a) da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 33 respondeu “- 1”.

QUESTÃO 2 - Item b):

O objetivo dessa questão era responder qual era a menor das temperaturas. A resposta correta é – 7°C, da cidade de Urupema (SC).

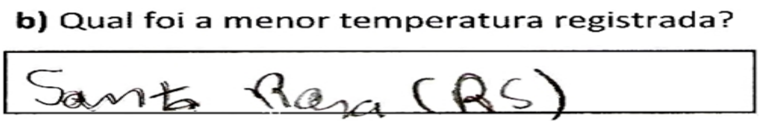
Comentários: Neste item, houve uma quantidade maior de erros, uma vez que, dos 33 estudantes, 12 erraram este item e 21 acertaram.

O erro cometido pelos alunos foi:

- Erro 1: Avaliar a menor temperatura como sendo aquela que corresponde ao menor valor absoluto das temperaturas negativas (Figuras 10, 11 e 12)

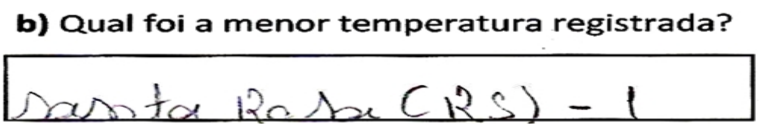
Exemplos - Erro 1:

Figura 10 – Resposta do aluno 1 à Questão 2 ítem b) da Avaliação Diagnóstica



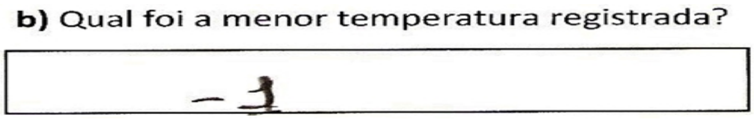
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 11 – Resposta do aluno 16 à Questão 2 ítem b) da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 12 – Resposta do aluno 19 à Questão 2 ítem b) da Avaliação Diagnóstica


b) Qual foi a menor temperatura registrada?

-1

Fonte: Dados da pesquisa

As respostas foram respectivamente: "Santa Rosa (RS)", "Santa Rosa (RS) - 1" e "- 1".

QUESTÃO 2 - Item c):

O objetivo dessa questão era que os alunos organizassem as temperaturas em ordem crescente. A ordenação correta é:

$$-7, -4, -1, 6, 18, 25, 34$$

.

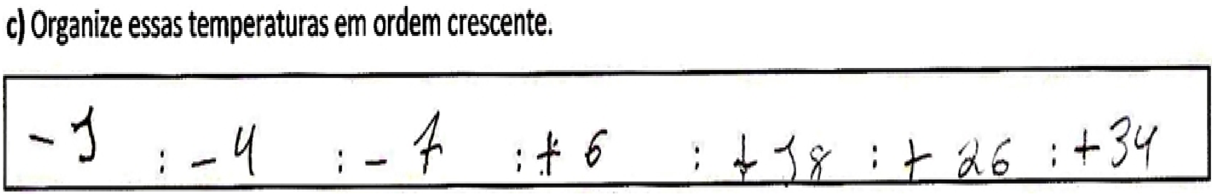
O erro cometido pelos alunos foi:

- Erro 1: Organização decrescente das temperaturas negativas (Figuras 13, 14 e 15).

Comentários: Neste caso, houve um número menor de erros em vista da questão 1, devido à contextualização proporcionada pelas temperaturas, mas, ainda assim, muitos dos 33 estudantes não sabem organizar os números inteiros em ordem crescente, pois foram registrados 11 erros e 22 acertos.

Exemplos - Erro 1:

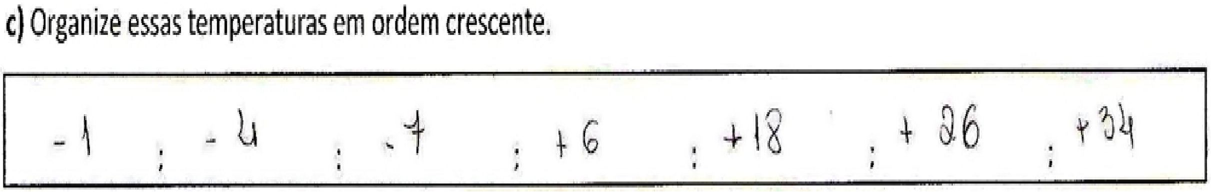
Figura 13 – Resposta do aluno 11 à Questão 2 ítem c) da Avaliação Diagnóstica


c) Organize essas temperaturas em ordem crescente.

-1 ; -4 ; -7 ; +6 ; +18 ; +26 ; +34

Fonte: Dados da pesquisa

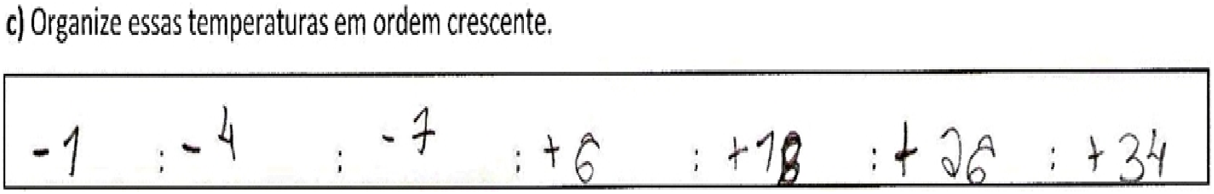
Figura 14 – Resposta do aluno 15 à Questão 2 ítem c) da Avaliação Diagnóstica


c) Organize essas temperaturas em ordem crescente.

-1 ; -4 ; -7 ; +6 ; +18 ; +26 ; +34

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 15 – Resposta do aluno 25 à Questão 2 ítem c) da Avaliação Diagnóstica



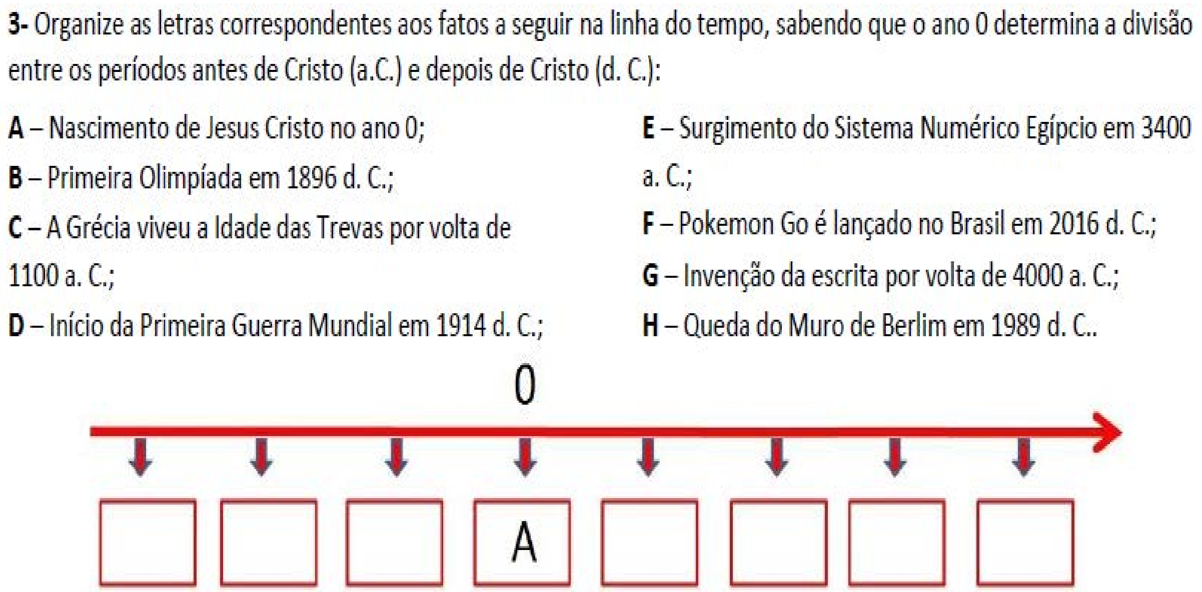
Fonte: Dados da pesquisa

Nos exemplos anteriores, os 3 estudantes deram a seguinte resposta: “-1; -4; -7; +6; +18; +26; +34”.

Podemos observar que o fato desta questão ser contextualizada pode ter ocasionado de um número menor de erros em vista da questão anterior. Isso vai de encontro com as pontuações do PCN (BRASIL, 1998) que destacam que é preciso partir de situações contextualizadas para o ensino dos números inteiros fazendo com que a aprendizagem apresente melhor resultado.

QUESTÃO 3:

Figura 16 – Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

O objetivo dessa questão era organizar em linha do tempo alguns fatos, representados por letras de A à H, ocorridos antes e depois do nascimento de Cristo. A resposta correta da organização das datas, representadas por letras, na linha do tempo é G, E, C, A, B, D, H, F.

O erro cometido pelos alunos foi:

- Erro 1: Organização decrescente das datas (Figuras 17, 18 e 19)

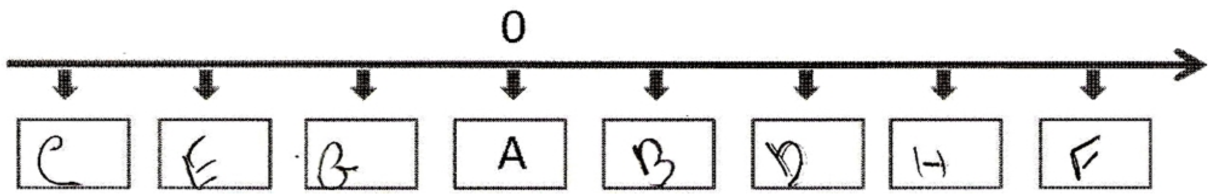
Comentários: Apesar da contextualização da questão, por se tratar de fatos verídicos ocorridos em diferentes épocas da história, 24 estudantes erraram esta questão, enquanto que apenas 9 souberam organizar os fatos corretamente.

Apesar de saberem que as datas acompanhadas pela sigla a.C. correspondem a fatos que aconteceram antes do nascimento de Cristo, os estudantes não souberam associar os fatos a.C. com os números negativos, ou seja, não souberam que a data anterior a Cristo que aconteceu primeiro foi aquela possui o maior valor absoluto (caso fosse um número negativo, esta data de maior valor absoluto seria o menor dos números negativos).

Essa dificulade na comparação entre os números inteiros é evidenciada também no trabalho de Soares (2008) que enfatiza a dificulade dos alunos ao represntar os núemros inteiros na reta numérica.

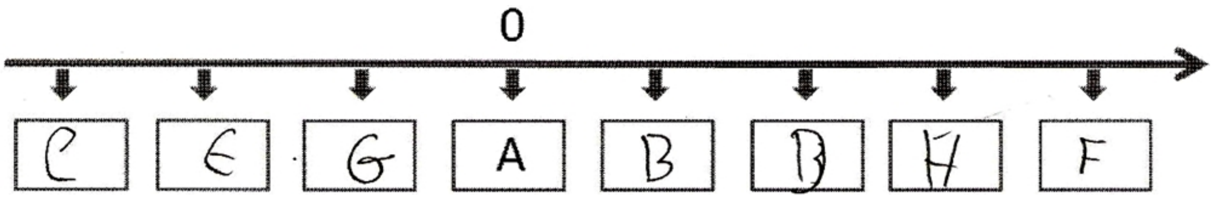
Exemplos Erro 1:

Figura 17 – Resposta do aluno 1 à Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



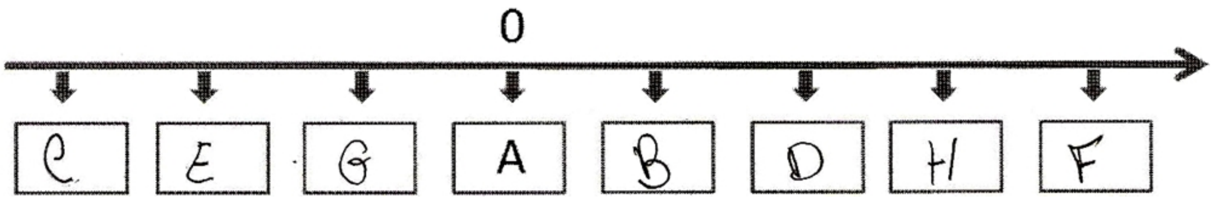
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 18 – Resposta do aluno 2 à Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 19 – Resposta do aluno 8 à Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa

Os 3 estudantes dos exemplos anteriores deram a seguinte resposta: “C, E, G, A, B, D, H, F”.

QUESTÃO 4:

Figura 20 – Questão 4 da Avaliação Diagnóstica

4- Renata tinha R$300,00 em sua conta bancária, mas precisou realizar um saque no valor de R$450,00.

a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

Fonte: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão era verificar o desempenho dos alunos quando o assunto é dinheiro, pois eles lidam com números inteiros embutidos em dívidas e lucros constantemente, embora não se deem conta disso. Esta questão foi dividida em dois itens a) e b).

QUESTÃO 4 - Item a):

O objetivo dessa questão era efetuar o cálculo para determinar o saldo de Renata após a movimentação bancária. A resposta correta é – R$150,00, pois havia um saldo de R$300,00 e foi sacado um valor de R$450,00. Dos 33 estudantes, 16 erraram este item, e 17 responderam corretamente.

QUESTÃO 4 - Item b): Os alunos deveriam dizer se o novo saldo correspondia a um crédito ou a um débito junto ao banco, justificando a resposta. O correto é dizer que o novo saldo corresponde a um débito de R$150,00, pois foi realizado um saque superior ao valor disponível em conta.

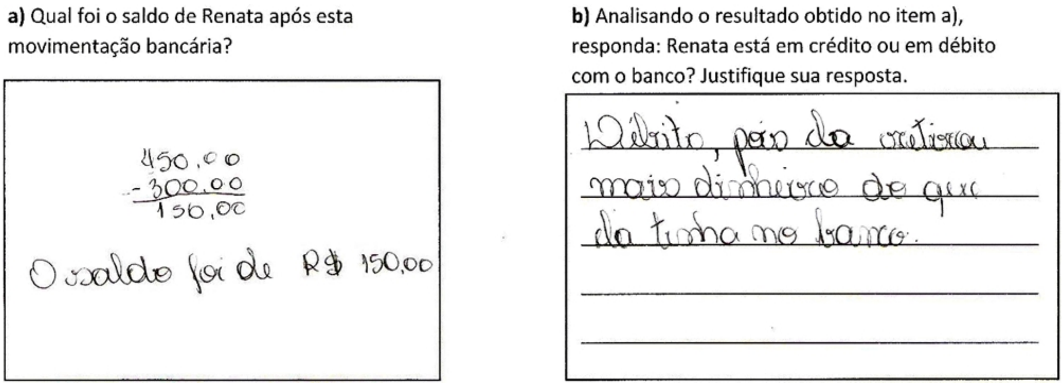
Os erros mais comuns nessa questão foram:

- Erro 1: Realizar corretamente a subtração do saque pelo saldo, mas responder como valor positivo (Figuras 21 e 22);
- Erro 2: Somar o valor do saldo e o valor do saque, obtendo R$750,00 (Figuras 23 e 24);
- Erro 3: Houve, também, alguns erros de cálculo (Figuras 25 e 26).

Comentários: Apesar da quantidade considerável de erros cometidos no item a), apenas 5 estudantes cometeram o erro de dizer que Renata estava em crédito junto ao banco. Sendo assim, 28 dos 33 alunos acertaram este item. 11 dos 16 alunos que erraram o item a) justificaram corretamente, no item b), que o saldo correspondia a um débito, pois Renata estava devendo ao banco.

Exemplos - Erro 1

Figura 21 – Resposta do aluno 15 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

450,00
-300,00
150,00

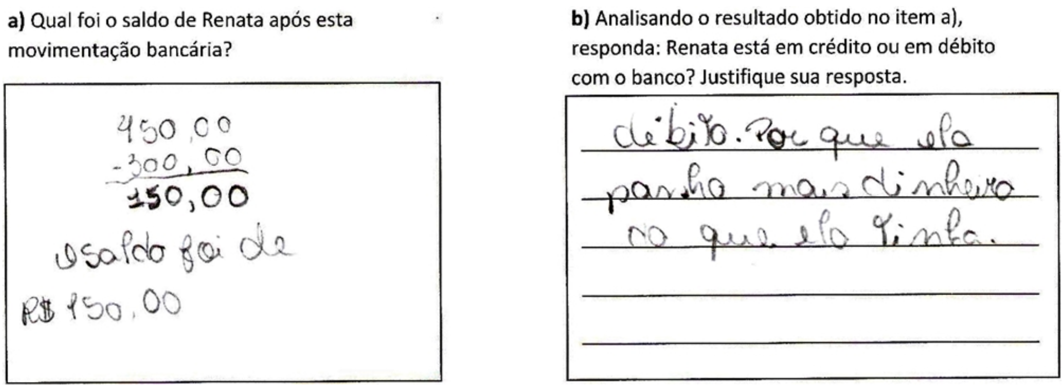
O saldo foi de R$ 150,00

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

Débito, pois ela retirou mais dinheiro do que ela tinha no banco.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 22 – Resposta do aluno 19 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

450,00
-300,00
150,00

o saldo foi de R$ 150,00

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

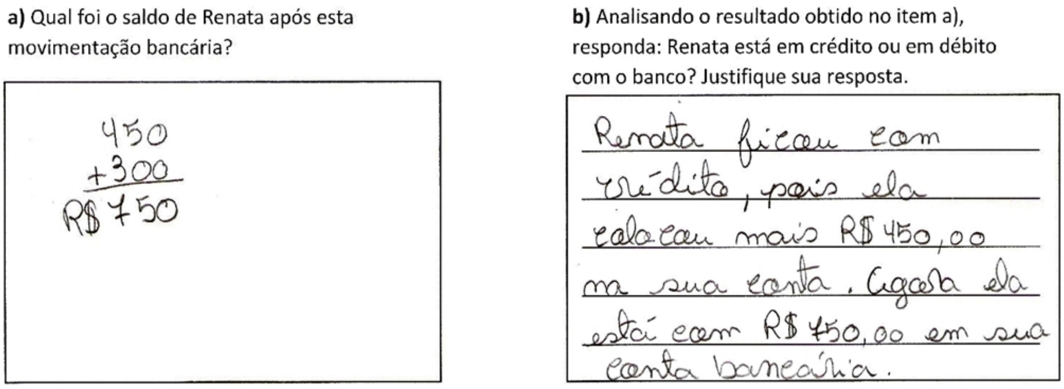
débito. Por que ela panho mais dinhero do que ela tinha.

Fonte: Dados da pesquisa

No item a), os alunos 15 e 19 responderam "R$ 150,00"; no item b), o aluno 15 respondeu "Débito, pois ela retirou mais dinheiro do que ela tinha no banco.", e o aluno 19 respondeu "débito. Porque ela 'panho' mais dinheiro do que ela tinha". Apesar de terem errado o item a), responderam corretamente o item b).

Exemplos - Erro 2

Figura 23 – Resposta do aluno 13 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

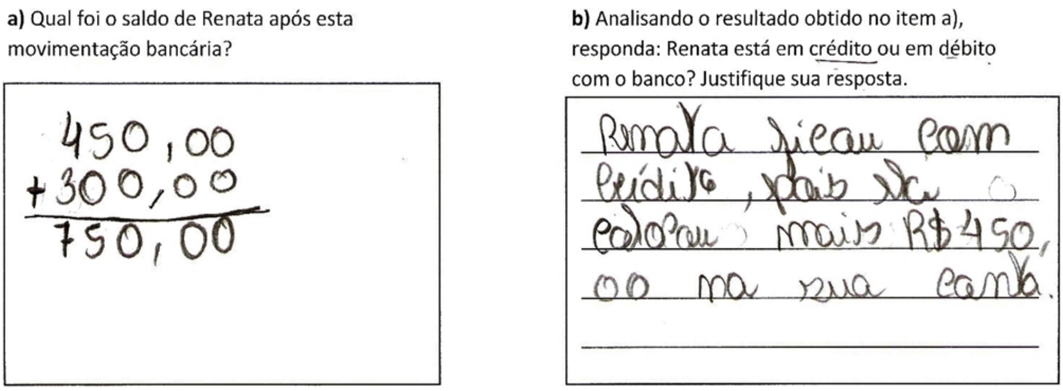
450
+300
R$ 750

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

Renata ficou com crédito, pois ela colocou mais R$ 450,00 na sua conta. Agora ela está com R$ 750,00 em sua conta bancária.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 24 – Resposta do aluno 14 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

450,00
+300,00
750,00

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

Renata ficou com crédito, pois ela colocou mais R$ 450,00 na sua conta.

Fonte: Dados da pesquisa

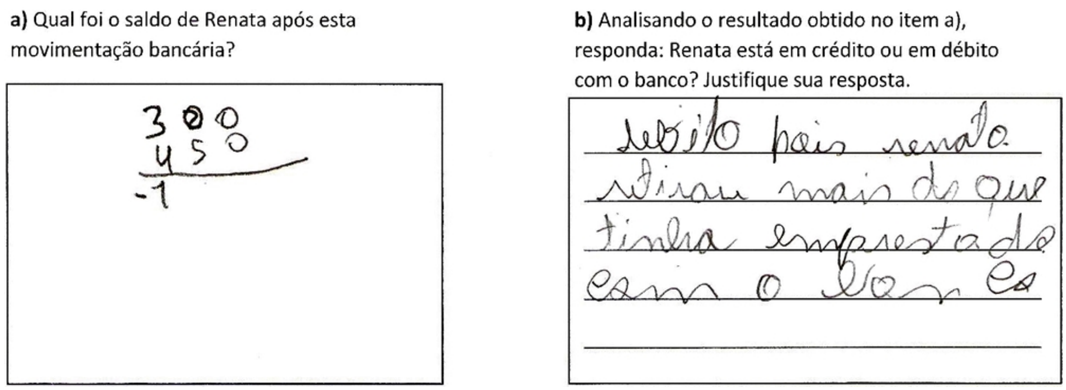
Nestes exemplos, os alunos 13 e 14 responderam que o saldo era de R$ 750,00 e justificaram, no item b), da seguinte maneira: “Renata ficou com crédito, pois ela colocou mais R$ 450,00 na sua conta. Agora ela está com R$ 750,00 em sua conta bancária.” (aluno 13); “Renata ficou com crédito, pois ela colocou mais R$ 450,00 na sua conta.” (aluno 14).

Comentários: Pelos resultados obtidos, foi possível perceber que os 11 alunos que erraram o item a) e acertaram o item b) não sabem operar corretamente com números inteiros, mas entendem que sacar além do limite da conta corresponde à um débito com o banco, ou seja, sabem lidar com situações que envolve dinheiro.

Além disso, 5 dos 16 alunos que erraram o item a), por realizar operação de soma entre o saldo inicial de Renata e o valor sacado, obtendo R$750,00, também erraram o item b), pois alegaram que o saldo após a movimentação bancária correspondia a um crédito.

Exemplos - Erro 3

Figura 25 – Resposta do aluno 2 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

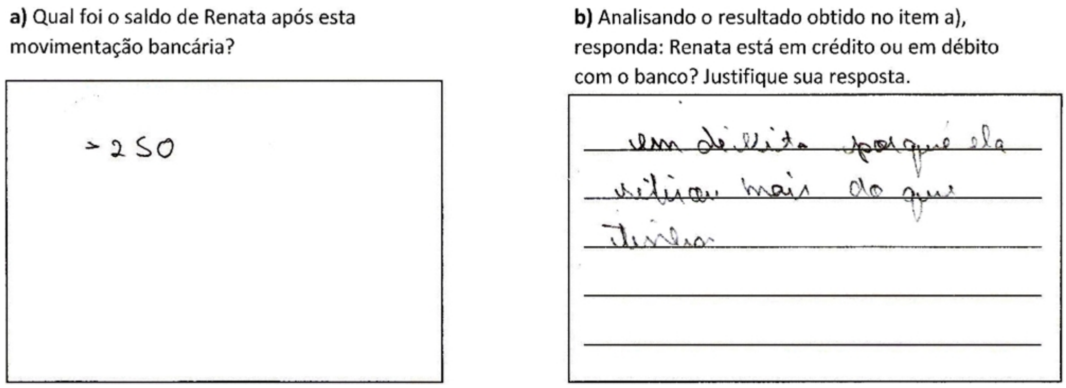
300
450
-1

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

debito pois renata ritirou mais do que tinha emprestado com o banco

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 26 – Resposta do aluno 31 à Questão 4 da Avaliação Diagnóstica


a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

-250

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

em debito porque ela retirou mais do que tinha

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 2 respondeu “-1” no item a) e, no item b), “débito pois ‘renata’ retirou mais do que tinha emprestado com o banco”. Já o aluno 31 respondeu “-250” no item a) e “em débito porque ela retirou mais do que tinha” no item b).

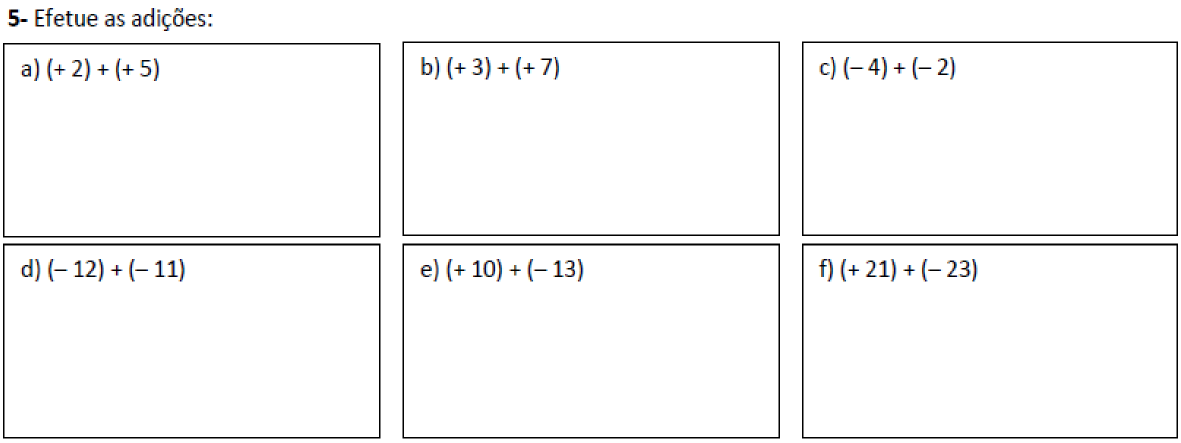
Comentários: Os alunos não souberam sequer efetuar a corretamente operação no item a), mas acertaram o item b). Os 17 alunos que acertaram o item a) também acertaram o item b).

Nessa questão pode-se perceber a dificulade dos alunos ao operar com os números inteiros e essa dificulade também foi percebida pelos autores Rama (2005), Gonçalves (2007), Soares (2008) e Salgado (2011).

As próximas 4 questões buscavam analisar as principais dificuldades e habilidades dos estudantes em lidar diretamente com as quatro operações básicas, sem contextualização.

QUESTÃO 5:

Figura 27 – Questão 5 da Avaliação Diagnóstica


5- Efetue as adições:

a) (+ 2) + (+ 5)

b) (+ 3) + (+ 7)

c) (– 4) + (– 2)

d) (– 12) + (– 11)

e) (+ 10) + (– 13)

f) (+ 21) + (– 23)

Fonte: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão era que os alunos resolvessem 6 operações básicas de adição. Apenas 5 dos 33 estudantes não cometeram nenhum tipo de erro, como mostra a tabela 2.

Tabela 2 – Quantidade de operações erradas (Questão 5)

TOTAL DE OPERAÇÕES ERRADAS	**TOTAL DE ALUNOS**
0 de 6	5
1 de 6	1
2 de 6	10
3 de 6	7
4 de 6	10
5 de 6	0
6 de 6	0
	$\sum = 33$

Fonte: Autoria própria

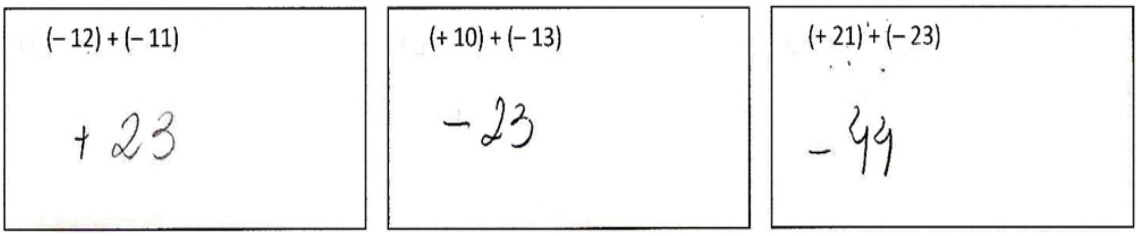
Os erros mais comuns nessa questão foram:

- Erro 1: Realizar a multiplicação entre os sinais dos dois números inteiros componentes das operações de adição(Figuras 28 e 29);
- Erro 2: Não souberam quando somar ou subtrair os números de acordo com os sinais (iguais ou diferentes) dos números unidos em adição(Figuras 28 e 29);

Comentários: Na maioria dos casos os alunos não entendem que, quando há adição entre dois números de sinais iguais (positivos ou negativos), devemos somar os dois valores e conservar o sinal que acompanha tais números, e que, quando a adição acontece entre dois números de sinais opostos, o que deve ser feito é a subtração do maior pelo menor valor (em módulo – valor absoluto), sendo que o sinal do resultado deverá ser o mesmo que acompanha o número de maior valor absoluto. Veja alguns exemplos :

Exemplos - Erro 1 e Erro 2:

Figura 28 – Resposta do aluno 6 à Questão 5

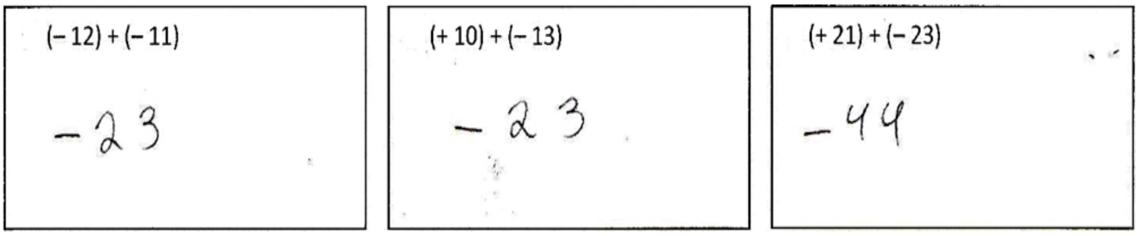


Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 6 comete, nas 3 operações, os dois erros aqui relatados, respondendo, respectivamente, “+23”, “-23” e “-44”.

Comentários: Já no caso abaixo, o aluno acertou a adição de dois números negativos, respondendo “-23”, mas cometeu os mesmos erros do exemplo anterior nas operações de adição de números com sinais opostos, respondendo “-23” e “-44”:

Figura 29 – Resposta do aluno 11 à Questão 5



Fonte: Dados da pesquisa

QUESTÃO 6:

Figura 30 – Questão 6 da Avaliação Diagnóstica

6- Efetue as subtrações:

a) (+ 1) – (+ 6)	b) (+ 2) – (– 3)	c) (– 7) – (+ 9)
d) (– 5) – (– 9)	e) (– 8) – (+ 2)	f) (+ 7) – (+ 1)

Fonte: Dados da pesquisa

Esta questão trazia 6 operações básicas de subtração, que foram as campeãs em erros, uma vez que todos os 33 estudantes erraram pelo menos 3 das 6 operações propostas. Veja a tabela 3.

Tabela 3 – Quantidade de operações erradas (Questão 6)

TOTAL DE OPERAÇÕES ERRADAS	TOTAL DE ALUNOS
0 de 6	0
1 de 6	0
2 de 6	0
3 de 6	1
4 de 6	8
5 de 6	15
6 de 6	9
	$\sum = 33$

Fonte: Autoria própria

O erro cometido pelos alunos foi:

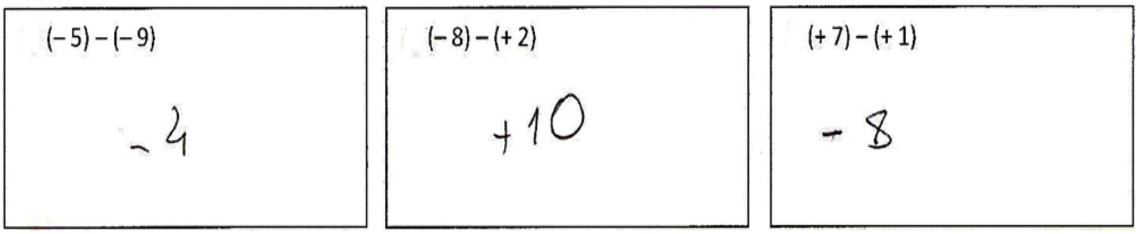
- Erro 1: Multiplicar os sinais dos números a serem subtraísdos (Figuras 31, 32 e 33:)

Comentários: Nesta questão, o motivo de tantos erros foi o fato de terem efetuado multiplicações entre os sinais dos números inteiros unidos em subtração, e não entre o sinal de subtração e o sinal do segundo termo, o que ocasionaria o oposto do segundo termo, alterando completamente a operação a ser feita, proporcionando, neste caso, uma operação de adição, na qual devem ser observados os sinais dos números unidos agora em adição, analisando se são iguais ou diferentes, para, assim, proceder conforme descrito na explicação do Erro 2 da questão anterior.

Em resumo, a falta de conhecimento, por parte dos alunos, da inversão do segundo termo implicada pelo sinal de subtração unida aos erros cometidos em relação à adição de números inteiros, relatados na questão 5, resultaram em uma sequência de erros, alguns deles difíceis, inclusive, de serem interpretados.

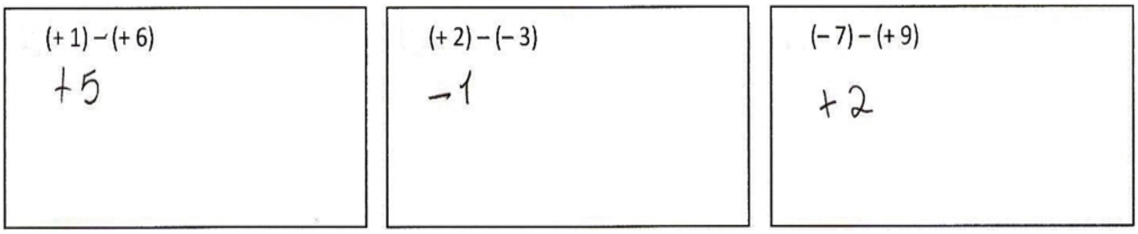
Exemplos - Erro 1:

Figura 31 – Resposta do aluno 7 à Questão 6



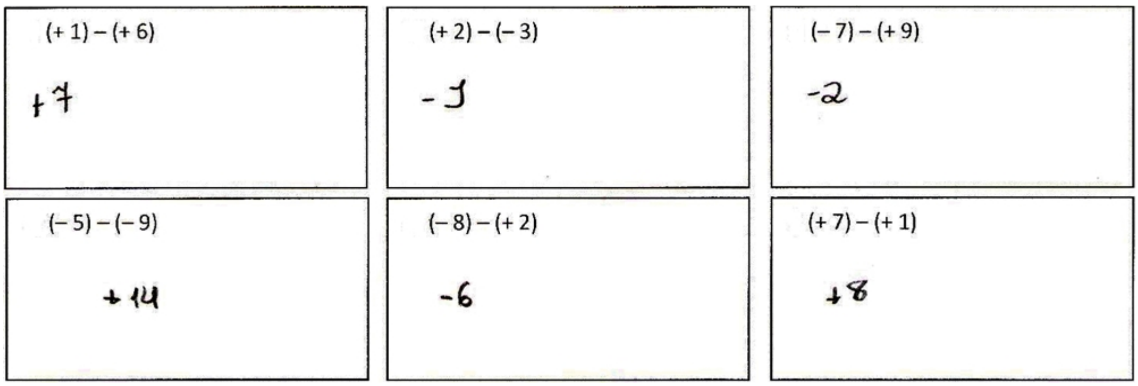
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 32 – Resposta do aluno 13 à Questão 6



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 33 – Resposta do aluno 19 à Questão 6



Fonte: Dados da pesquisa

Nas questões 5 e 6 observamos a dificuldade dos alunos em somar e subtrair números inteiros. Essa dificuldade também foi observada no trabalho de Soares (2008) citando que os alunos possuem facilidade em operar com os números positivos, mas quando apareciam números negativos para somar e subtrair, o fracasso era evidente.

QUESTÃO 7:

Figura 34 – Questão 7 da Avaliação Diagnóstica

7- Efetue as multiplicações:

a) (+ 2) x (+ 6)	a) (– 1) x (+ 5)	a) (+ 3) x (– 8)
a) (– 4) x (– 7)	a) (+ 9) x (– 3)	a) (+ 10) x (– 2)

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta questão, os estudantes deveriam resolver 6 operações básicas de multiplicação. 27 dos 33 estudantes (somatório das linhas 1 e 2) erraram apenas um dos 6 produtos propostos ou acertaram todos, conforme pode ser observado na tabela 4:

Tabela 4 – Quantidade de operações erradas (Questão 7)

TOTAL DE OPERAÇÕES ERRADAS	**TOTAL DE ALUNOS**
0 de 6	7
1 de 6	20
2 de 6	1
3 de 6	2
4 de 6	2
5 de 6	0
6 de 6	1
	$\sum = 33$

Fonte: Autoria própria

Apesar de terem obtido melhores desempenhos nesta questão, alguns erros foram cometidos por 26 dos 33 estudantes (somatório das linhas 2 – 7).

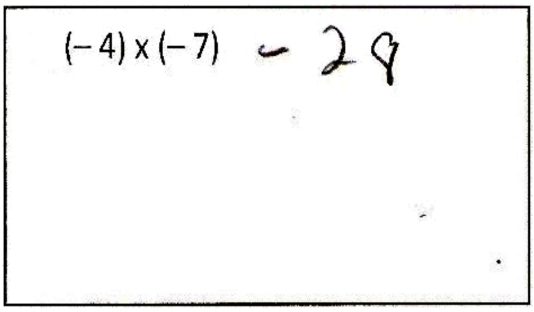
Os erros mais comuns nessa questão foram:

- Erro 1: Multiplicação entre dois números negativos, obtendo um produto negativo ao invés de positivo(Figuras 35, 36, 37 e 40);
- Erro 2: Multiplicação entre números de sinais opostos, obtendo um produto positivo ao invés de negativo(Figuras 38, 39 e 40);
- Erro 3: Houve, também, alguns erros numéricos de multiplicação.

Comentários: Os erros mais frequentes observados se referem à multiplicação entre dois números negativos, obtendo um produto negativo ao invés de positivo e à multiplicação entre números de sinais opostos, obtendo um produto positivo ao invés de negativo. Houve, também, alguns erros numéricos de multiplicação.

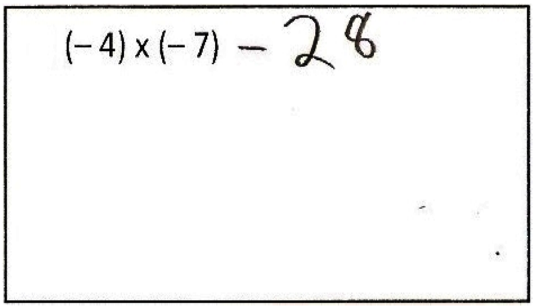
Exemplo - Erro 1:

Figura 35 – Resposta do aluno 1 à Questão 7



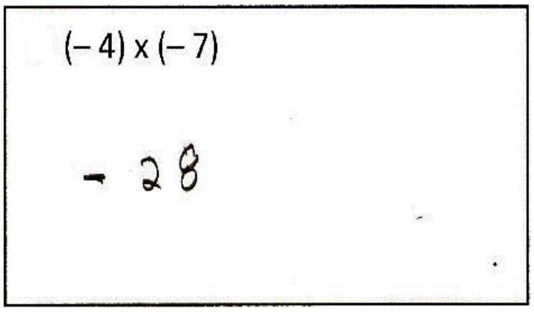
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 36 – Resposta do aluno 2 à Questão 7



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 37 – Resposta do aluno 3 à Questão 7

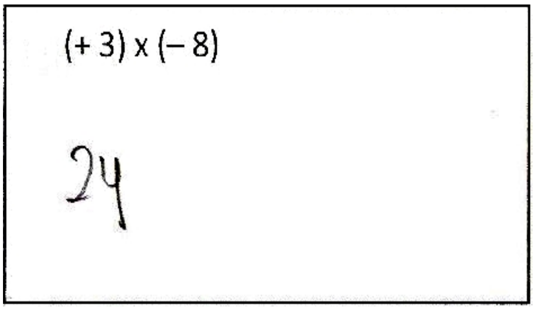


Fonte: Dados da pesquisa

Os 3 estudantes responderam "-28":

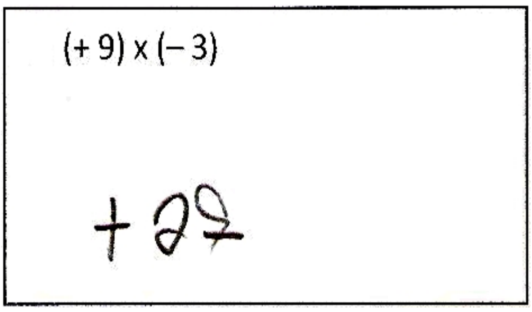
Exemplo - Erro 2:

Figura 38 – Resposta do aluno 31 à Questão 7



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 39 – Resposta do aluno 32 à Questão 7

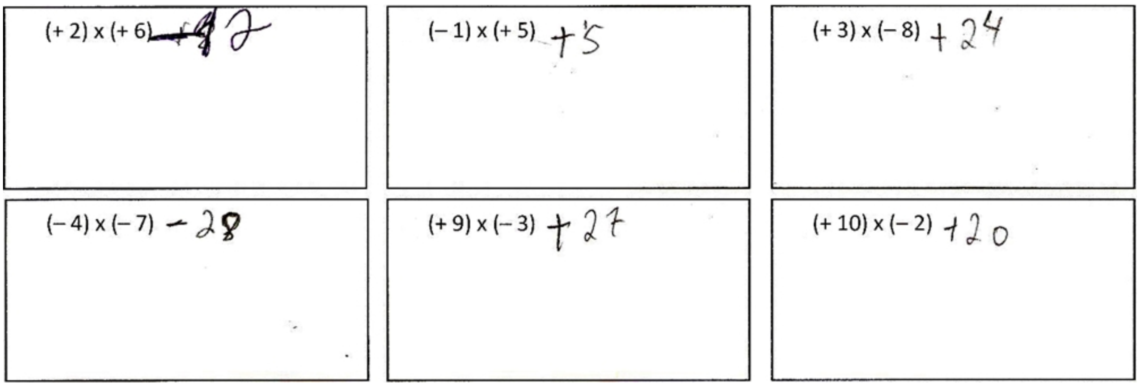


Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 31 respondeu "24" como sendo o resultado da multiplicação entre 3 e -8, e o aluno 32 respondeu "+27" como resultado do produto entre 9 e -3.

Exemplo - Erro 1 e 2:

Figura 40 – Resposta do aluno 4 à Questão 7

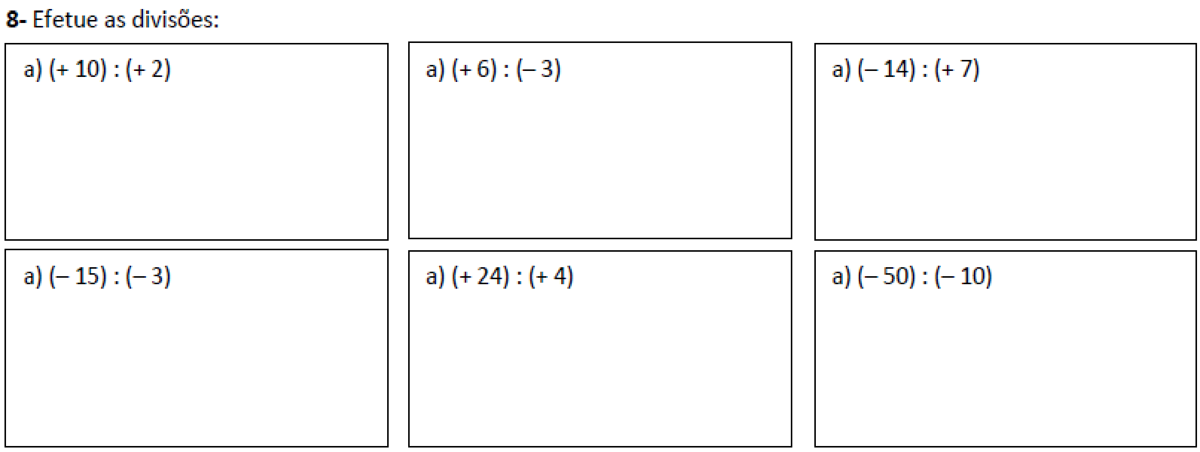

(+ 2) x (+ 6) 12
(– 1) x (+ 5) +5
(+ 3) x (– 8) + 24
(– 4) x (– 7) – 28
(+ 9) x (– 3) + 27
(+ 10) x (– 2) +20

Fonte: Dados da pesquisa

As respostas do aluno 4, seguindo a linha horizontal, foram: “-12; +5; +24; -28; +27; +20”.

QUESTÃO 8:

Figura 41 – Questão 8 da Avaliação Diagnóstica


8- Efetue as divisões:

a) (+ 10) : (+ 2)
a) (+ 6) : (– 3)
a) (– 14) : (+ 7)
a) (– 15) : (– 3)
a) (+ 24) : (+ 4)
a) (– 50) : (– 10)

Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, a questão 8 trazia 6 operações básicas de divisão. Nesta questão, 24 dos 33 estudantes (somatório das linhas 1, 2 e 3) erraram no máximo 2 das 6 operações, o que pode ser visto na tabela 5:

Tabela 5 – Quantidade de operações erradas (Questão 8)

TOTAL DE OPERAÇÕES ERRADAS	**TOTAL DE ALUNOS**
0 de 6	8
1 de 6	3
2 de 6	13
3 de 6	8
4 de 6	1
5 de 6	0
6 de 6	0
	$\sum = 33$

Fonte: Autoria própria

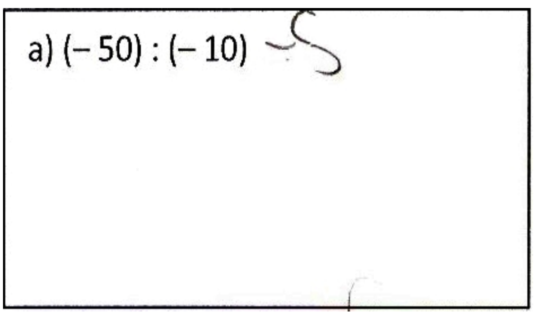
Os erros mais comuns nessa questão foram:

- Erro 1: Efetuar de maneira incorreta a divisão de dois números negativos, obtendo um resultado negativo(Figuras 42, 43 e 44);
- Erro 2: Erro na regra de sinais de divisão entre dois números de sinais opostos, obtendo um resultado positivo(Figuras 45 e 46);
- Erro 3: Erro na regra de sinais de divisão entre dois números de sinais positivos obtendo um resultado negativo (Figura 46).
- Erro 4: Houve, também, alguns erros numéricos de multiplicação.

Comentários: Dos 25 alunos que cometeram erros nesta questão(somatório das linhas 2 – 7), 23 cometeram o Erro 1. Apenas 3 alunos cometeram o Erro 2.

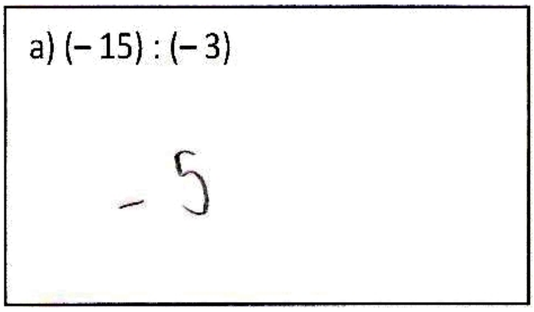
Exemplos - Erro 1:

Figura 42 – Resposta do aluno 5 à Questão 8



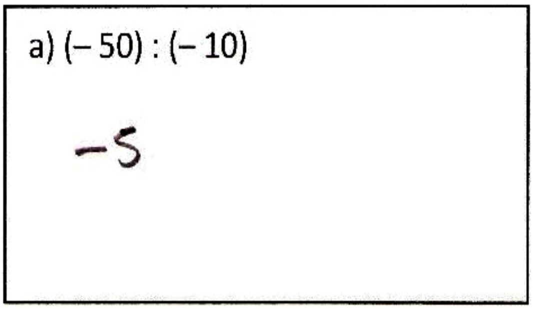
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 43 – Resposta do aluno 15 à Questão 8



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 44 – Resposta do aluno 20 à Questão 8

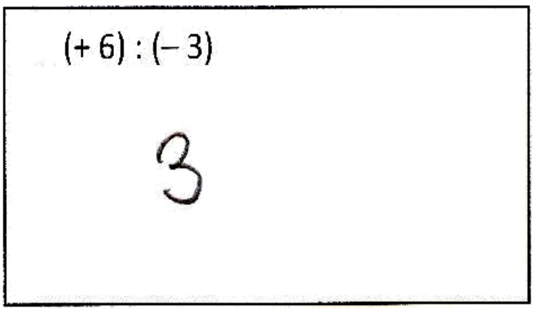


Fonte: Dados da pesquisa

Os 3 alunos responderam “-5”.

Exemplos - Erro 2 e 4:

Figura 45 – Resposta do aluno 32 à Questão 8

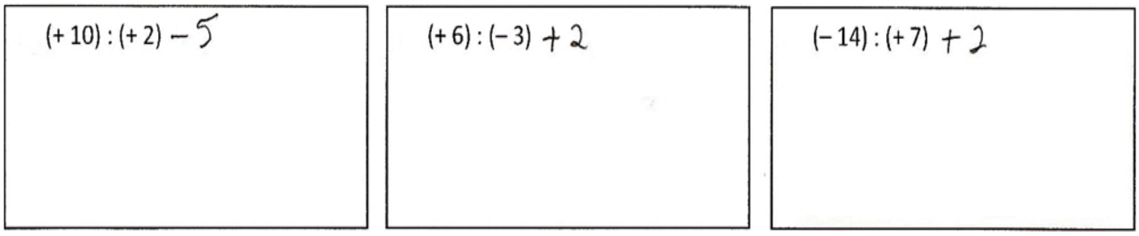


Fonte: Dados da pesquisa

No caso acima, o aluno também cometeu erro numérico no cálculo da divisão de 6 por 3, respondendo “3”.

Exemplos - Erro 3:

Figura 46 – Resposta do aluno 4 à Questão 8



Fonte: Dados da pesquisa

As respostas do aluno 4 foram respectivamente: "-5", "+2" e "+2".

Comentários: Analisando em conjunto as questões 7 e 8, podemos concluir que os alunos dominam melhor as questões de multiplicação e divisão de números inteiros, porém apresentam maior dificuldade quando trata-se de multiplicação/divisão de dois números negativos (cometem o erro de dizer que o resultado é negativo).

Salgado (2011) também percebeu em seu trabalho, por parte dos alunos, a falta de domínio das regras operatórias usadas na resolução das questões. A autora considera que essa dificulade está realcionada ao modo com que essas regras são ensinadas aos alunos, solicitando que memorize as regras sem que seja construído um significado a cerca delas.

Uma outra observação que fizemos nas respostas dos alunos as questões 5, 6, 7 e 8 é que eles não utilizaram o símbolo de igualdade.

3.2 Intervenção Pedagógica

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o conteúdo de números inteiros é visto pelos estudantes no 7º ano do Ensino Fundamental. Contudo, pude notar, no decorrer do ano letivo de 2016, que os alunos do 8º ano, que se tornaram sujeitos desta pesquisa, em sua grande maioria, apresentavam dificuldades em operar neste conjunto numérico, o que refletia em dificuldades durante a aprendizagem de conteúdos específicos do 8º ano. A partir de então, percebi a necessidade de elaborar uma sequência didática mais atrativa e dinâmica para atuar como intervenção pedagógica, objetivando o interesse dos alunos em participar das atividades e, consequentemente, uma melhoria nas habilidades relacionadas aos números inteiros.

Foram necessárias 6 aulas para o desenvolvimento desta sequência didática, divididas em 2 fases (Fase 2 e 3 descritas na subseção 2.4.3 Procedimentos da Pesquisa). Estas, por sua vez, foram divididas em duas etapas, que serão detalhadamente relatadas a seguir:

FASE 2

Esta fase foi destinada à revisão do conjunto dos números inteiros, abordando os conceitos oposto/simétrico, módulo, comparação e ordenação crescente e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão dentro deste conjunto numérico. Esta revisão foi dividida em duas etapas, relatadas abaixo:

- **Etapa 1:** Revisão sobre números inteiros com a utilização dos materiais didáticos “Varal dos Números” e “Varal das Contas” (2 aulas)

Para revisar os conceitos relacionados aos números inteiros, utilizei o material didático “varal dos números” e sua variação, o “varal das contas”, assim como fez a autora Martini (2010) em seu trabalho intitulado “Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros”. A autora idealisou este material didático tomando por base o estudo de livros didáticos do 7º ano e as pesquisas dos autores Morais, Lima e Basso (2010) e Megid (2001).

Para a construção do varal, foram utilizados barbante, 10 fichas representando os números negativos, 10 representando os números positivos, 1 ficha representando o zero, e prendedores, para prender as fichas no barbante. O barbante, que representa a reta numérica, foi estendido de um lado ao outro do quadro.

A seguir, juntamente com os alunos, foi feito o posicionamento dos números no varal. O primeiro número posicionado foi o zero, no centro do varal. Em seguida, foram posicionados, em ordem crescente, os números positivos, uma vez que os estudantes apresentam mais facilidade em ordenar esses números, pois correspondem aos números naturais (primeiro conjunto que a criança conhece na vida escolar).

Para que os estudantes tivessem menos dificuldade em posicionar os números negativos no varal, recordamos os conceitos de números opostos ou simétricos e de módulo (valor absoluto). Assim, o número – 4, por exemplo, conforme mostra a Figura 47, foi posicionado à mesma distância que o número 4 havia sido posicionado em relação ao zero (que corresponde ao conceito de módulo), porém em sentido contrário (para a esquerda), uma vez que – 4 e 4 são números opostos, ou seja, possuem mesmo módulo.

Figura 47 – Aluno posicionando o -4 no Varal dos Números

Fonte: Autoria própria

Após concluído o posicionamento de todos os números, discutimos sobre comparação entre números inteiros. Para isso, os estudantes foram instruídos da seguinte maneira:

- Na região dos negativos, quanto menor for o módulo de um número, ou seja, quanto menor for a distância entre esse número e o zero, maior este número é;
- Na região dos positivos, quanto maior for o módulo de um número, ou seja, quanto maior for a distância entre o zero e este número, maior este número é.

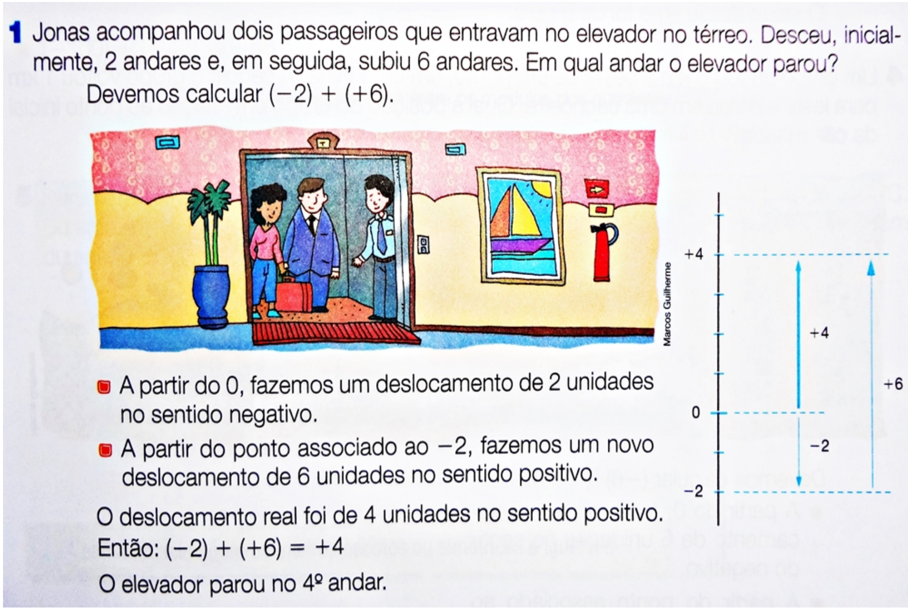
Para que houvesse melhor compreensão dos alunos em relação à comparação entre números inteiros, foram utilizadas situações contextualizadas, como por exemplo: "Em Florianópolis fez 3°C e em Urupema fez –7°C. Em qual cidade fez mais frio? Por quê? Qual número é maior: 3 ou –7? Por quê?". Outros exemplos envolvendo saldos bancários, saldos de gols, altitudes, dentre outros, também foram utilizados.

A esse respeito, Rama (2005) enfatiza que a compreensão do conceito só pode ser satisfatória se o aluno tiver aplicado a resolução de problemas. E segundo Gonçalves (2007) deve-se desenvolver um trabalho focado na resolução de problemas contextualizados pois favorece o desenvolver do raciocínio humano. Além disso, os PCN (BRASIL, 1998) trazem que é necessário partir de situações contextualizadas para ensinar os números inteiros.

Após revisados os conceitos de números opostos/simétricos, módulo e comparação entre inteiros, demos início à revisão das quatro operações, com o auxílio do varal, que agora foi nomeado "varal das contas".

A estratégia adotada para a revisão das quatro operações foi inspirada no livro *A Conquista da Matemática (7º ano)*, de Castrucci e Junior (2009) , que utiliza setas para realizar operações na reta numérica, conforme pode ser observada na Figura 48:

Figura 48 – Exemplo de adição entre números inteiros utilizando setas na reta numérica



1 Jonas acompanhou dois passageiros que entravam no elevador no térreo. Desceu, inicialmente, 2 andares e, em seguida, subiu 6 andares. Em qual andar o elevador parou?

Devemos calcular (−2) + (+6).

- A partir do 0, fazemos um deslocamento de 2 unidades no sentido negativo.
- A partir do ponto associado ao −2, fazemos um novo deslocamento de 6 unidades no sentido positivo.

O deslocamento real foi de 4 unidades no sentido positivo.

Então: (−2) + (+6) = +4

O elevador parou no 4º andar.

Fonte: A Conquista da Matemática, 7º ano, Ed. Renovada, São Paulo: FTD, 2009, p. 49

A primeira operação revisada foi a adição, apresentada em 4 exemplos:

- 1º exemplo – adição de dois números positivos: (+3) + (+4).

Tracei uma seta no quadro branco, próxima ao varal, para a direita, com início no zero e fim no +3. A seguir, a partir do +3, tracei uma nova seta de 4 espaços para a direita (indicando a adição de +4). Assim, foi possível observar pelo varal que, unindo as duas setas, resultará uma seta de 7 espaços para a direita, partindo do zero. Logo, o resultado da adição é +7. Para melhorar a compreensão, utilizei exemplos contextualizados, como: "se você marcar 3 pontos em uma partida de vôlei e depois marcar mais 4 pontos, ao todo você terá marcado 7 pontos".

- 2º exemplo – adição de dois números negativos: (–5) + (–3).

Tracei uma seta para a esquerda com início no zero e fim no –5; tracei uma seta de 3 espaços para a esquerda a partir do –5 (para indicar a adição de 3 espaços na região negativa); uni as duas setas, resultando numa seta com origem no zero e fim no –8. Logo, o resultado da adição é –8. Utilizei exemplos contextualizados como: "Se você estiver devendo 5 reais na padaria e fizer uma nova dívida de 3 reais, você passará a dever 8 reais. As dívidas são representadas pelos números negativos. É por isso que (–5) + (–3) = –8: somamos duas dívidas!".

Com estes dois exemplos, foi possível generalizar afirmando que, **na adição de números com sinais iguais, basta somar os módulos dos números e conservar o sinal**.

- 3º exemplo – adição de número negativo com número positivo com resultado positivo: (–4) + (+7).

Tracei uma seta para a esquerda com início no zero e fim no –4. Em seguida, a partir do –4, tracei uma seta de 7 espaços para a direita (representando a adição de +7). Com isso, os estudantes puderam perceber que, ao andar 7 espaços para a direita, ele desfez o deslocamento de 4 espaços para a esquerda que foi feito inicialmente. Além disso, ficou visível pelas setas que o deslocamento real corresponde a 3 espaços para a direita em relação ao zero. Logo, o resultado é +3.

- 4º exemplo – adição de número negativo com número positivo com resultado negativo: (+2) + (–8).

Tracei uma seta com início no zero e fim no +2. A seguir, tracei uma seta de 8 espaços para a esquerda, a partir do +2 (representando a adição de 8 para a região negativa). Com isso, foi possível perceber que o deslocamento de 2 espaços para a direita é desfeito quando se desloca 8 espaços para a esquerda, e o deslocamento real corresponde a 6 espaços para a esquerda. Logo, o resultado é –6.

Após esses dois exemplos anteriores, apresentei situações contextualizadas como: "Você tinha 7 reais e comprou um salgado que custou 4 reais. Com isso, você ainda tem 3 reais. Se você tem, então é crédito, e crédito é representado por números positivos."; "Você estava devendo 8 reais no mercado, e resolveu quitar parte da dívida com uma nota de 2 reais que você tinha. Com isso, você ainda está devendo 6 reais, e dívidas são representadas por números negativos".

Com estes dois últimos exemplos, foi possível generalizar afirmando que, **na adição de números com sinais opostos, devemos subtrair os módulos dos números (do maior para o menor) e conservar o sinal que acompanha o maior módulo**.

Com esses 4 exemplos, concluímos a revisão da adição de números inteiros.

A segunda operação revisada foi a subtração. Para isso, apenas mostrei que podemos converter qualquer subtração em uma adição com o oposto do segundo número. Por exemplo: dizer que João tem 9 reais em sua conta bancária e irá retirar (subtrair) 2 reais é o mesmo que dizer que João tem 9 reais em sua conta e irá contrair (adicionar) uma dívida de 2 reais. Podemos representar esta situação da seguinte maneira: (+9) – (+2) = (+9) + (–2). Fazendo essa conversão de subtração para adição pelo oposto do segundo número, foi possível fazer a resolução pelo método das setas no varal das contas, como foi feito nos 4 exemplos apresentados para a adição de números inteiros. Desse modo, a subtração, que é uma das principais dificuldades dos estudantes, uma vez que estes se confundem quanto aos sinais e acabam utilizando erroneamente as regras de sinais válidas para multiplicação e divisão (conforme foi constatado pela avaliação diagnóstica aplicada junto aos alunos e pelas conclusões de autores quanto às dificuldades dos alunos ao operar com números inteiros), pode ser resolvida com menores dificuldades ao ser convertida em adição.

A terceira operação revisada foi a multiplicação, que foi feita pela análise de 3 casos: dois fatores positivos, um fator positivo e outro negativo, e, por fim, dois fatores negativos.

- 1º caso – dois fatores positivos: $(+3) \times (+2)$

Os estudantes foram orientados a encarar a multiplicação como sendo uma adição de fatores iguais. Desse modo, a multiplicação $(+3) \times (+2)$ é o mesmo que adicionar o segundo fator a ele mesmo três vezes, ou seja, $(+2) + (+2) + (+2)$. Transformando esta multiplicação em adição, utilizamos o varal das contas, traçando 3 setas de 2 espaços para a direita, a partir do zero, e verificando que, ao unir as 3 setas, obtivemos uma seta de 6 espaços para a direita, a partir do zero, ou seja, o resultado da multiplicação é +6. Após apresentar outros exemplos, os alunos foram capazes de concluir que **o produto de dois números positivos resulta em um número positivo**.

- 2º caso – um fator positivo e outro negativo: $(-5) \times (+2)$

Como a ordem dos fatores não altera o produto, podemos reescrever esta multiplicação como sendo $(+2) \times (-5)$. Assim, escrevemos a seguinte adição: (-5) + (–5), que corresponde à adição do segundo fator (-5) duas vezes. Utilizando o varal, traçamos duas setas de 5 espaços para a esquerda, partindo do zero, e, unimos as duas, obtendo uma nova seta de 10 espaços para a esquerda, a partir do zero, que mostrou o resultado da multiplicação: -10. Apresentando outros exemplos, os alunos constataram que **o produto de um número positivo com um número negativo resulta em um número negativo**.

- 3º caso – dois fatores negativos: $(-2) \times (-4)$

Para este caso, foi utilizada a seguinte estratégia:

(1) Trocar o primeiro fator pelo seu oposto: $(+2) \times (-4)$;

(2) Calcular, utilizando as setas no varal das contas, a adição do segundo fator por ele mesmo duas vezes: (–4) + (–4). Assim, desenhamos duas setas de 4 espaços para a esquerda, uma partindo do zero e a outra, do –4. Com a união das duas setas, obtivemos

o resultado –8. Porém, este é o resultado do produto de –4 pelo oposto de –2. Então, para obter o resultado correto da multiplicação de –2 por –4, bastou considerar o oposto de –8, que é 8. Logo, $(-2) \times (-4) = 8$. Seguindo este raciocínio para outros exemplos, foi possível constatar que **o produto de dois números negativos resulta em um número positivo**.

Assim, chegamos às seguintes regras:

- O produto entre números de sinais iguais é um número positivo;
- O produto entre números de sinais diferentes é negativo.

Após entenderem o fundamento destas regras a partir dos exemplos apresentados nos 3 casos, os alunos atingiram um nível de abstração que permite resolver multiplicações entre números inteiros com maior facilidade, apenas realizando o estudo dos sinais, que é dado pelas regras acima, e calculando a multiplicação entre os módulos dos fatores.

A quarta e última operação revisada foi a divisão. Para isso, a estratégia utilizada foi a resolução de trás para frente, ou seja, fazendo uso da operação inversa, que é a multiplicação. Exemplos:

- $1^{\underline{o}}$ exemplo - Divisão de dois números com sinais positivos

Para sabermos quanto é $(+20) \div (+4)$, bastou descobrirmos qual número multiplicado por +4 dá +20 (operação inversa). Pela tabuada, foi fácil descobrir que o resultado é 5 e, para saber o sinal deste resultado, bastou analisar as regras de sinais da multiplicação: se 5 multiplicado por +4 é +20, então 5 só poderá ser positivo, já que o número 4 é positivo e a multiplicação entre dois números de sinais iguais gera resultado positivo.

- $2^{\underline{o}}$ exemplo - Divisão de dois números com sinais diferentes(o primeiro negativo e o segundo postivo)

$(-15) \div (+5) = -3$, pois, pela operação inversa, temos que $(-3) \times (+5) = -15$, uma vez que 3×5, pela tabuada, é 15, e, como 15 é negativo, isso significa, pelas regras de sinais, que os fatores da multiplicação devem ter sinais diferentes. Como, na divisão $(-15) \div (+5)$, já tínhamos que o 5 é o fator positivo da multiplicação (na operação inversa), então o resultado só poderá ser negativo, ou seja, -3.

- $3^{\underline{o}}$ exemplo - Divisão de dois números com sinais diferentes(o primeiro positivo e o segundo negativo)

$(+12) \div (-3) = -4$, uma vez que, pela operação inversa, temos que $(-4) \times (-3) = +12$, pois 4×3 é 12 e, pelas regras de sinais, a multiplicação entre dois fatores de sinais iguais (negativos, neste caso) resulta em um número positivo.

- 4º exemplo - Divisão de dois números negativos

$(-12) \div (-4) = +3$. Para este caso, foi utilizada a seguinte estratégia:

(1) Trocar o primeiro fator pelo seu oposto: $(+12) \div (-4)$;

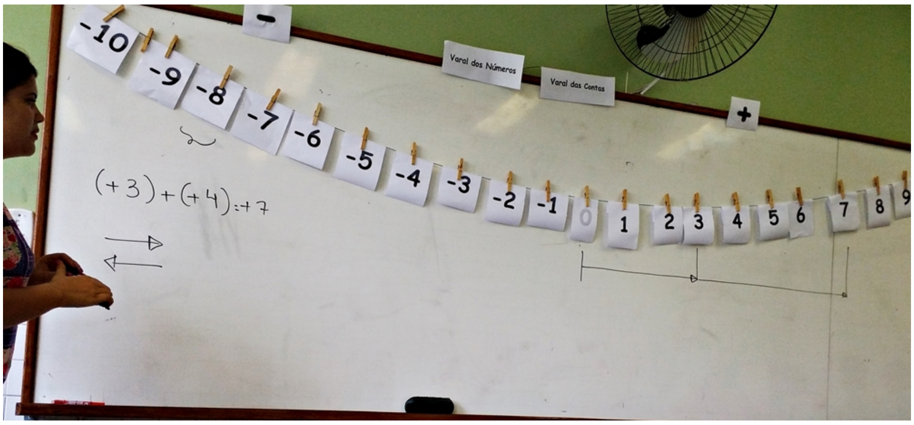
(2) $(+12) \div (-4) = -3$, uma vez que, pela operação inversa, temos que $(-3) \times (-4) = +12$, pois 4×3 é 12 e, pelas regras de sinais, a multiplicação entre dois fatores de sinais iguais (negativos, neste caso) resulta em um número positivo. Então, para obter o resultado correto da divisão de -12 por –4, bastou considerar o oposto de –3, que é 3. Logo, $(-12) \div (-4) = +3$.

Assim, chegamos às seguintes regras:

- A divisão entre números de sinais iguais é um número positivo;
- A divisão entre números de sinais diferentes é negativo.

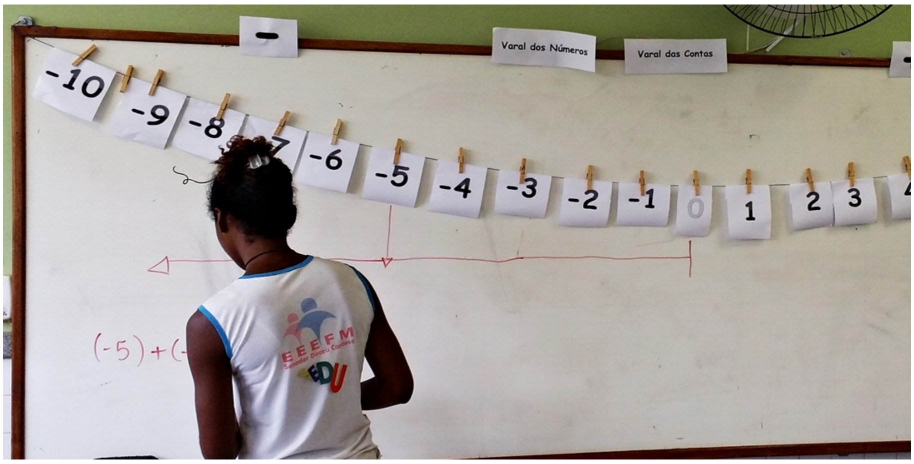
As Figuras 49, 50, 51 mostram a utilização do varal das contas durante a aula de revisão sobre números inteiros:

Figura 49 – Professora/Pesquisadora ensinando a utilizar o varal das contas



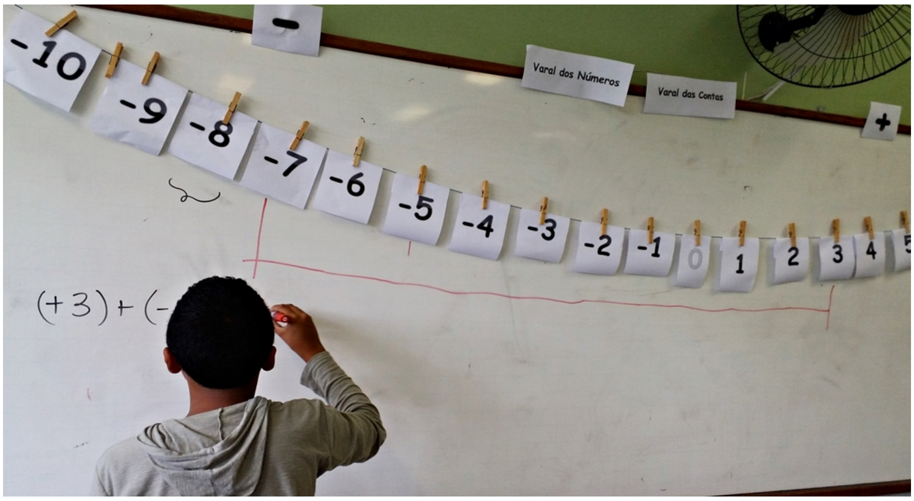
Fonte: Autoria própria

Figura 50 – Aluna efetuando operação no varal das contas



Fonte: Autoria própria

Figura 51 – Aluno efetuando operação no varal das contas



Fonte: Autoria própria

- **Etapa 2:** Sintetização de macetes e regras associadas aos números inteiros através da paródia "Números Inteiros Versão Baile de Favela" (1 aula)

Para melhor memorização das generalizações e regras válidas para as quatro operações envolvendo números inteiros, foi utilizada a seguinte adaptação da paródia da música "Baile de Favela", disponível no YouTube no canal MATEMATICANTO Paródias Matemáticas (link: <https://www.youtube.com/watch?v=EcGVTkgYTCA>)

Números inteiros, eu tô aprendendo,
Regra de sinais, eu já tô fazendo,
Dividir, multiplicar, eu já tô sabendo

Sinal igual dá mais
Sinal diferente dá menos
Já na adição, o sinal não altera
Se forem iguais, somo e o sinal conserva
Se forem diferentes é conta de menos
Subtrai os dois, o sinal do maior conserva
Subtração o sinal altera
Uso o oposto, operação inversa
Depois de trocar, vejo qual sinal conserva
Números inteiros versão Baile de Favela

Assim, concluímos a Fase 2, destinada à revisão de conceitos e operações envolvendo números inteiros.

Fase 3

Nesta fase, os alunos tiveram a oportunidade de praticar o que foi revisado sobre números inteiros de forma muito divertida: através de um jogo, de autoria própria, denominado Pokémon Go Matemático, que foi inspirado no jogo Pokémon Go, lançado no Brasil em 2016, que tem feito muito sucesso, principalmente entre o público infanto-juvenil. O jogo Pokémon Go consiste em capturar e colecionar o maior número possível de Pokémons. No Pokémon Go Matemático, os alunos capturam Pokenúmeros à medida que respondem corretamente aos problemas propostos pelas Pokéfichas. Entenda o jogo através de sua descrição e regras:

Descrição e regras do jogo:

Descrição:

- 41 “Pokenúmeros”, que são Pokémons que representam números inteiros distintos, sendo 20 números negativos, 20 positivos e o zero;
- 30 “Pokéfichas” com situações problemas que abordam operações com números inteiros;
- Pokébolas para os grupos de participantes.

Regras do jogo:

1) Pode ser jogado por, no mínimo, 2 participantes ou 2 grupos;

2) Uma pessoa deve ser o condutor do jogo;

3) O condutor inicia a primeira rodada do jogo retirando uma Pokéficha;

4) Os participantes/grupos terão 1 minuto para resolver a situação problema da Pokéficha;

5) Para cada Pokéficha, existe apenas um Pokénúmero que corresponde à resposta correta;

6) Captura o Pokenúmero correspondente à Pokéficha o primeiro participante/grupo que encontrar a solução correta para a situação problema;

7) Um participante do grupo que tiver acertado a resposta de determinada Pokéficha se posiciona com os braços esticados, segurando a Pokébola, e recolhe, assim, o Pokenúmero correspondente à resposta correta;

8) A primeira rodada termina com a captura do primeiro Pokenúmero, e inicia-se a segunda rodada com a retirada de uma segunda Pokéficha pelo condutor do jogo, e assim sucessivamente, até que terminem as Pokéfichas;

9) Vence o jogo o participante/grupo que tiver capturado o maior número de Pokenúmeros;

10) Em caso de empate, o participante/grupo vencedor será aquele que tiver capturado o Pokenúmero de maior módulo.

Para que, ao final do jogo, não haja chutes dos estudantes quanto às respostas das Pokéfichas, existe um número maior de Pokenúmeros. Assim, só capturará o Pokénúmero correto aquele grupo que, de fato, fizer a resolução correta para cada situação problema.

O presente jogo tem como objetivo educacional melhorar o rendimento dos estudantes em relação às quatro operações básicas da Matemática (adição, subtração, multiplicação e divisão, revisadas na etapa anterior) por intermédio de uma atividade lúdica e descontraída.

As Pokéfichas e os Pokenúmeros estão disponíveis no Apêndice B.

Para a realização desta atividade, foram necessárias duas etapas, descritas a seguir:

- **Etapa 1:** Confecção das Pokébolas (1 aula)

Utilizando bolas de isopor, tintas, pincéis e purpurinas, os alunos confeccionaram as Pokébolas de cada grupo, para tornar o jogo ainda mais divertido. A Figura 52 mostra algumas Pokébolas prontas:

Figura 52 – Pokébolas confeccionadas pelos estudantes

Fonte: Autoria própria

- **Etapa 2:** Aplicação do jogo Pokémon Go Matemático (2 aulas)

Como foi aplicado em sala de aula, a atividade foi realizada por 5 grupos de 6 ou 7 alunos cada e, na condição de regente da turma, fui a condutora do jogo.

O jogo aconteceu segundo as regras. Contudo, os Pokenúmeros estavam expostos no quadro e, apesar de existir uma quantidade maior de Pokenúmeros do que de Pokéfichas, os alunos estavam tentando chutar as respostas das Pokéfichas ao invés de resolvê-las. Para evitar a ocorrência disso, resolvi recolher todos os Pokenúmeros e deixá-los empilhados sobre a minha mesa. Assim, os estudantes levaram o jogo mais a sério e passaram a efetuar cálculos para obter a resposta correta para cada situação problema.

A realização desta atividade foi muito prazerosa, pois foi possível notar a empolgação e a alegria dos estudantes pelo fato de estarem estudando de uma forma totalmente diferente daquela que estão acostumados. Como o jogo interessou a todos, houve excelente participação e entrosamento por parte dos estudantes, o que contribuiu para o desenvolvimento do trabalho em equipe.

Essa foi também a percepção dos autores Soares (2008) e Salgado (2011) que relataram o interesse e participação dos alunos durante a realização de suas aulas por meio de jogos.

A figura 53 mostra um momento do jogo, onde um estudante realiza a captura de um Pokenúmero, com o auxílio da Pokébola, nos momentos iniciais do jogo, quando os Pokenúmeros ainda estavam expostos no quadro:

Figura 53 – Estudante capturando um Pokenúmero

Fonte: Autoria própria

Assim, concluímos a Fase 3, destinada à confecção das Pokébolas e ao desenvolvimento do jogo Pokémon Go Matemático.

3.3 Reaplicação e Análise da Avaliação Diagnóstica (Pós-teste)

Após encerrada a intervenção pedagógica (Fases 2 e 3), os estudantes refizeram a lista de exercícios e problemas correspondente ao pré-teste, porém, agora sendo chamada de pós-teste (Apêndice A). A realização desta atividade aconteceu na Fase 4, com duração de 1 aula. Nesta mesma fase, os estudantes responderam a uma pesquisa de opinião, que será relatada na subseção 3.3.2, onde expressaram opiniões a respeito das atividades desenvolvidas no decorrer desta pesquisa.

3.3.1 Avaliação Diagnóstica na condição de Pós Teste

Cada questão do pós-teste será analisada a seguir em comparativo às respostas dadas ao pré-teste.

QUESTÃO 1

Nesta questão, houve uma melhora significativa no rendimento dos estudantes, uma vez que apenas 3 dos 33 estudantes ordenaram os números equivocadamente. Na figura 54, podemos comparar o desempenho dos alunos na primeira questão nas fases de pré e pós-teste:

Figura 54 – Comparativo de desempenho (Questão 1)

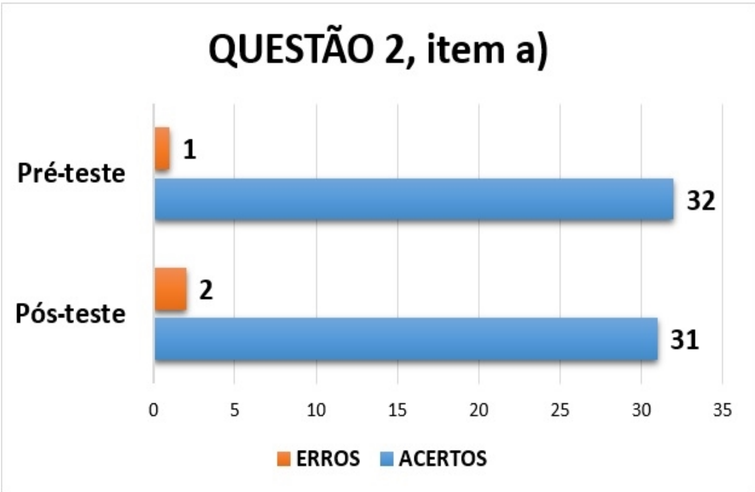
Dados da Pesquisa

QUESTÃO 2

Os itens a, b e c da segunda questão, que abordava temperaturas, serão analisados separadamente a seguir:

Item a): Foram registradas apenas duas respostas erradas referentes à maior temperatura. Assim sendo, 31 dos 33 estudantes acertaram este item. Embora no pré-teste tenha sido registrado apenas um erro, o rendimento dos alunos não pode ser considerado ruim, pois aproximadamente 94% da classe acertou a resposta. Veja, na figura 55, o comparativo de desempenho dos estudantes neste item nas fases de pré e pós-teste:

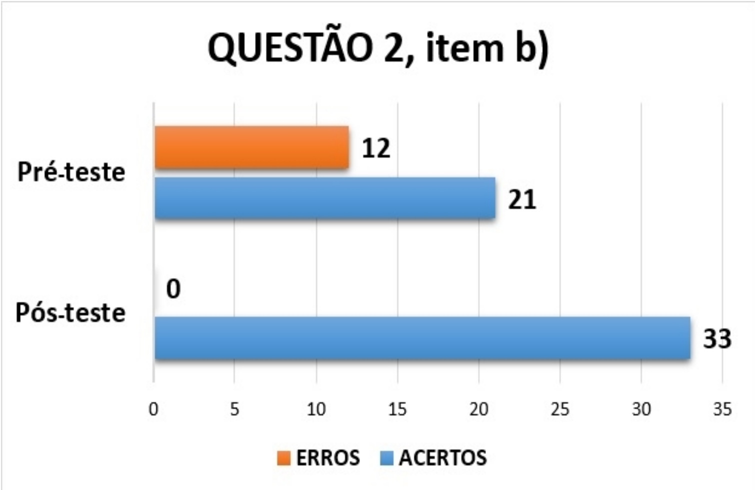
Figura 55 – Comparativo de desempenho (Questão 2, item a))



Dados da Pesquisa

Item b): Houve uma melhora significativa de desempenho dos estudantes nesta questão, que questionava sobre a menor das temperaturas, uma vez que não foi cometido nenhum erro no pós-teste. Veja, na figura 56, o comparativo de desempenho dos estudantes neste item nas fases de pré e pós-teste:

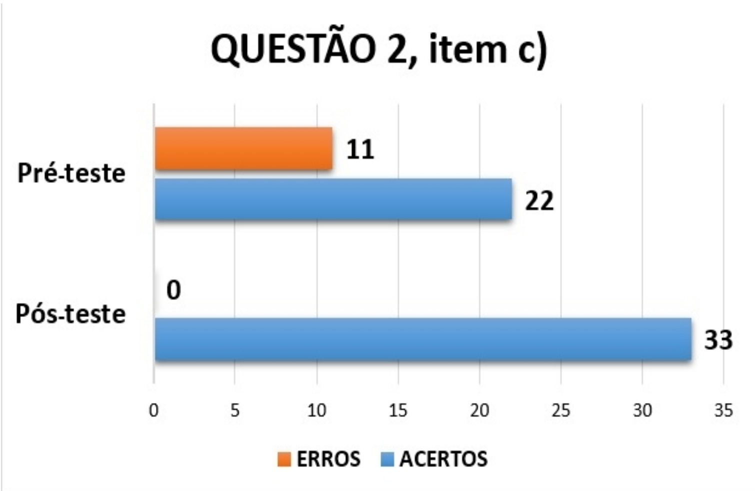
Figura 56 – Comparativo de desempenho (Questão 2, item b))



Dados da Pesquisa

Item c): Assim como no item anterior, todos os estudantes acertaram esta questão, o que corresponde a uma grande melhoria de desempenho. Veja, na figura 57, o comparativo deste item nas fases de pré e pós-teste:

Figura 57 – Comparativo de desempenho (Questão 2, item c))

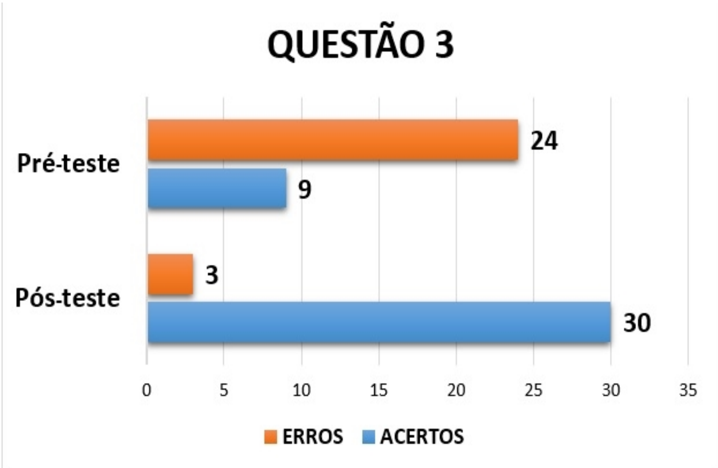


Dados da Pesquisa

QUESTÃO 3

Nesta questão, que consistia em organizar determinados fatos em linha do tempo, apenas 3 estudantes cometeram erros. Sendo assim, foram registrados 30 acertos, o que corresponde a uma evolução enorme em vista aos acertos do pré-teste, que foram apenas 9. Veja o comparativo de desempenho entre as fases de pré e pós-teste na figura 58:

Figura 58 – Comparativo de desempenho (Questão 3)



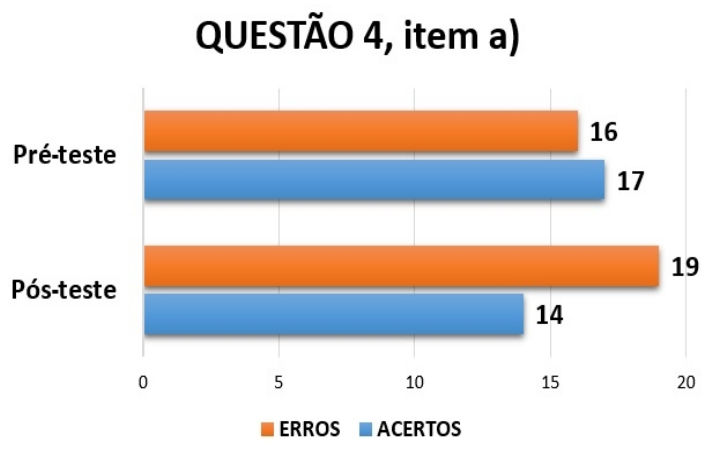
Dados da Pesquisa

QUESTÃO 4

Os itens a e b desta questão 4, que aborda os números negativos nos saldos bancários, serão analisados separadamente:

Item a): Neste item, que questionava sobre um saldo bancário após uma movimentação, não houve nenhum erro de cálculo, porém, um erro frequente foi a falta do sinal negativo, ou seja, todos os estudantes responderam que a operação 300 − 450 resultava em 150, contudo, se esqueceram do fato de que foi retirado mais do que se tinha e que, portanto, o resultado corresponde a um número negativo. Este erro foi cometido por 19 estudantes, o que supera os erros cometidos neste item no pré-teste. Veja figura 59:

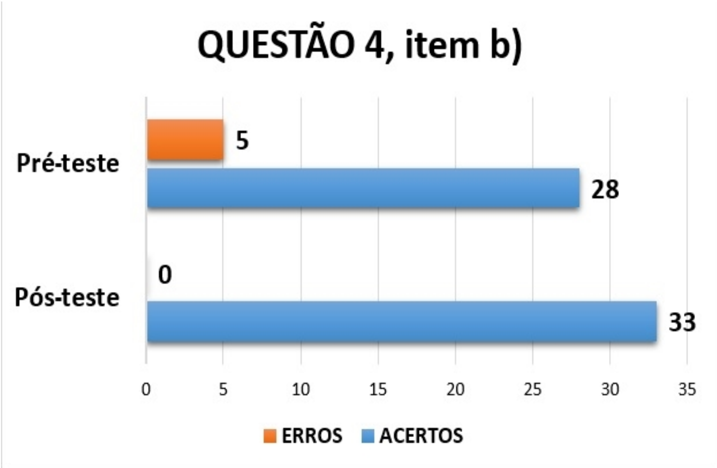
Figura 59 – Comparativo de desempenho (Questão 4, item a))



Dados da Pesquisa

Item b): Os resultados obtidos no item b mostram que, apesar da ausência do sinal negativo na resposta de 19 estudantes no item a, todos os participantes da pesquisa compreenderam que, ao retirar um valor superior ao que se possui em conta, o saldo bancário fica negativado, o que corresponde a uma dívida junto ao banco. Assim sendo, os 33 estudantes acertaram a questão. Veja a figura 60:

Figura 60 – Comparativo de desempenho (Questão 4, item b))

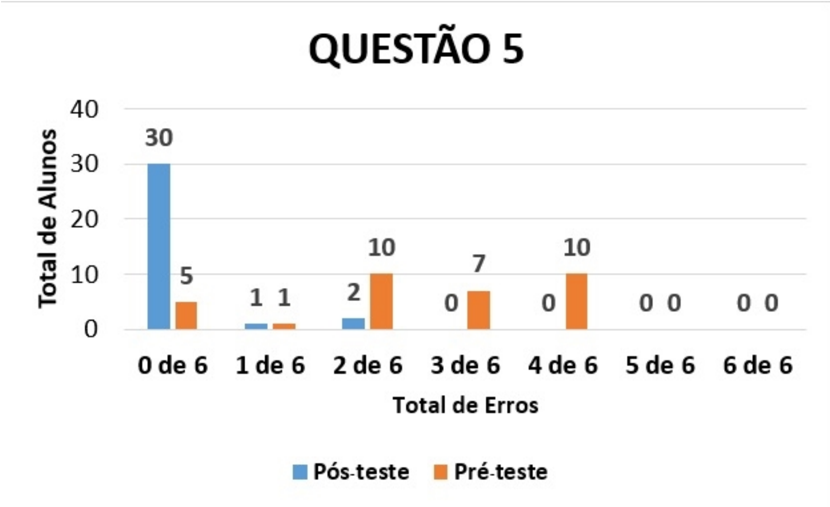


Dados da Pesquisa

QUESTÃO 5

Nesta questão, os estudantes deveriam resolver 6 operações básicas de adição. Foi possível notar uma melhoria considerável nas habilidades dos participantes ao adicionar números inteiros, visto que, no pós-teste, os 33 alunos erraram no máximo 2 das 6 operações, enquanto que, no pré-teste, a maioria errou de 2 a 4 das 6 questões. No pós-teste, a maioria (30 alunos) acertaram todas as operações sem cometer nenhum erro. Veja a figura 61:

Figura 61 – Total de erros em 6 operações (Questão 5)

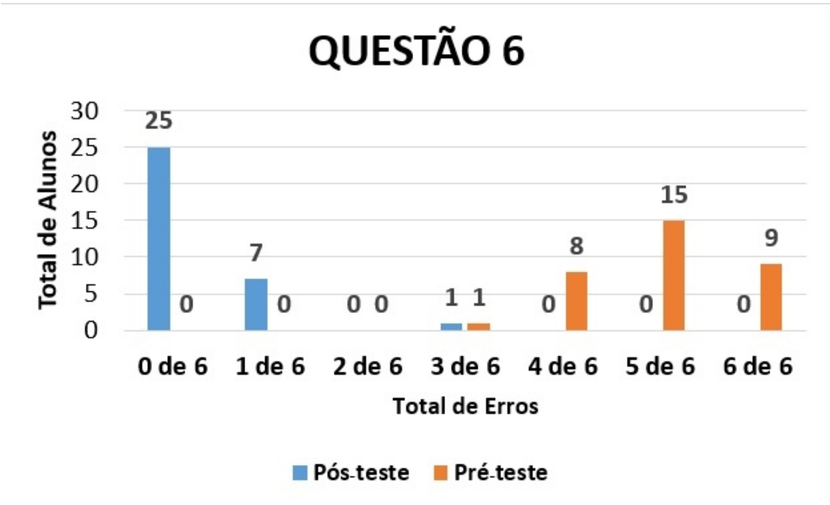


Dados da Pesquisa

QUESTÃO 6

Nesta questão, foram propostas 6 operações básicas de subtração, que foi constatada,através do pré-teste, como sendo a operação na qual os alunos apresentavam maiores dificuldades. No pós-teste, verificou-se uma evolução enorme no rendimento dos alunos, pois 31 dos 33 estudantes erraram uma ou nenhuma das 6 operações, enquanto que, no pré-teste, 32 dos 33 alunos erraram pelo menos 4 das 6 subtrações. Observe a figura 62, onde encontra-se um comparativo de erros nas fases de pré e pós-teste:

Figura 62 – Total de erros em 6 operações (Questão 6)

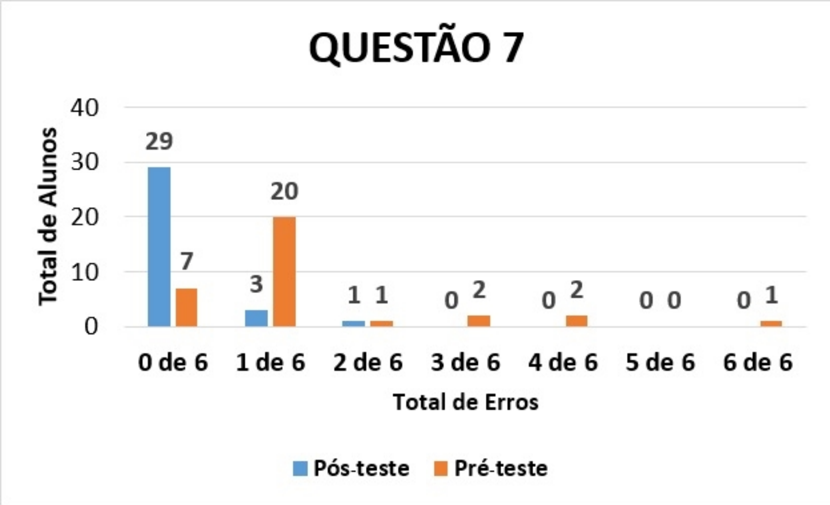


Dados da Pesquisa

QUESTÃO 7

A questão 7 trazia 6 operações de multiplicação. Em geral, os participantes não foram mal na resolução destes produtos no pré-teste, pois 27 dos 33 estudantes erraram no máximo 1 produto, apenas. Entretanto, foi possível verificar, no pós-teste, uma aprendizagem ainda maior, uma vez que 29 dos 33 acertaram todas as 6 questões. Veja, na figura 63, um comparativo entre o total de erros cometidos nas fases de pré e pós-teste:

Figura 63 – Total de erros em 6 operações (Questão 7)

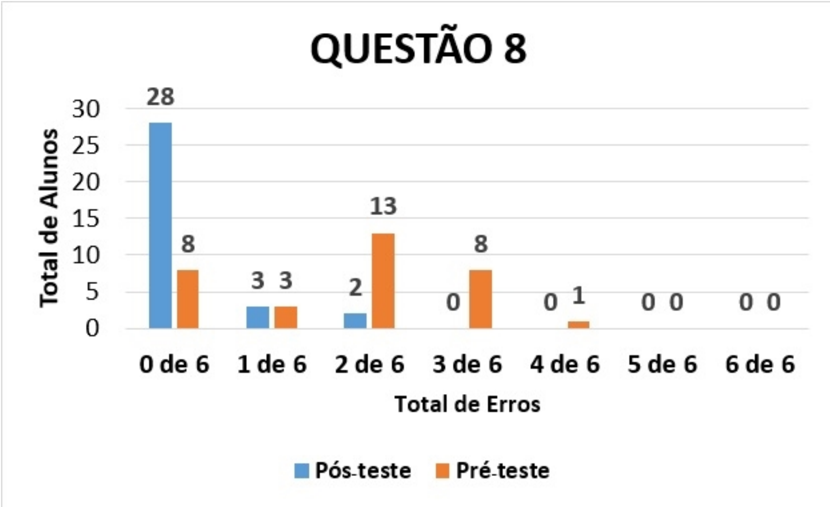


Dados da Pesquisa

QUESTÃO 8

Na questão 8, que almejava verificar as habilidades dos estudantes na resolução de 6 operações de divisão, foi verificado, pelo pré-teste, que 25 dos 33 participantes erraram de 1 a 4 das 6 questões. Após aplicado o pós-teste, notou-se uma evolução nas habilidades dos alunos, visto que 28 dos 33 acertaram as 6 operações. Observe, na figura 64, a comparação entre o total de erros cometidos no pré e no pós-teste:

Figura 64 – Total de erros em 6 operações (Questão 8)



Dados da Pesquisa

Com esses resultados, é possível constatar que houve uma evolução significativa nas habilidades dos participantes ao efetuar operações e comparações entre números inteiros, uma vez que o total de erros no pós-teste é inferior ao total de erros observados no pré-teste. É possível afirmar, portanto, que a intervenção pedagógica realizada junto a esses 33 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental impactou positivamente a aprendizagem deste conteúdo.

3.3.2 Pesquisa de Opinião

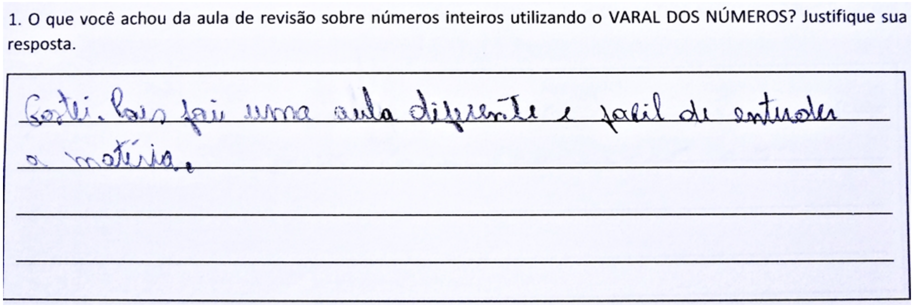
Para saber a opinião dos alunos sobre as atividades realizadas em sala de aula, em especial no que diz respeito ao varal dos números e ao jogo Pokémon Go Matemático, foi aplicado um questionário contendo 4 perguntas (Apêndice C).

No geral, os alunos aprovaram as atividades, alegando que elas correspondem à uma forma divertida de se aprender a Matemática.

Veja algumas das respostas dos estudantes para cada pergunta, separadamente:

1ª Pergunta: ”O que você achou da aula de revisão sobre números inteiros utilizando o VARAL DOS NÚMEROS? Justifique sua resposta.”. As figuras 65 e 66 mostram as respostas dos alunos 8 e 15:

Figura 65 – Resposta do Aluno 8



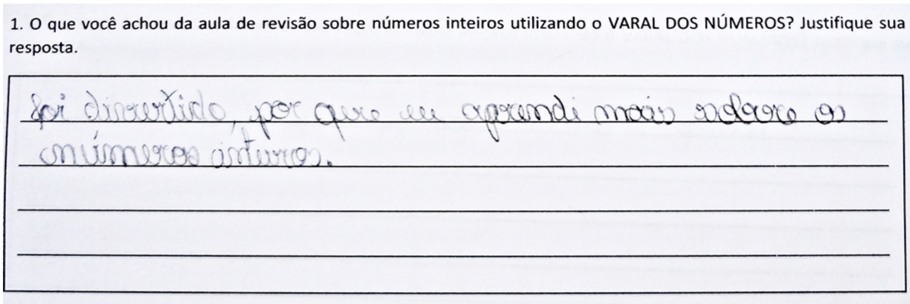
1. O que você achou da aula de revisão sobre números inteiros utilizando o VARAL DOS NÚMEROS? Justifique sua resposta.

Gostei. Pois foi uma aula diferente e facil de entender a matéria.

Dados da Pesquisa

O aluno 8 diz: “Gostei. Pois foi uma aula diferente e fácil de entender a matéria.”.

Figura 66 – Resposta do Aluno 15



1. O que você achou da aula de revisão sobre números inteiros utilizando o VARAL DOS NÚMEROS? Justifique sua resposta.

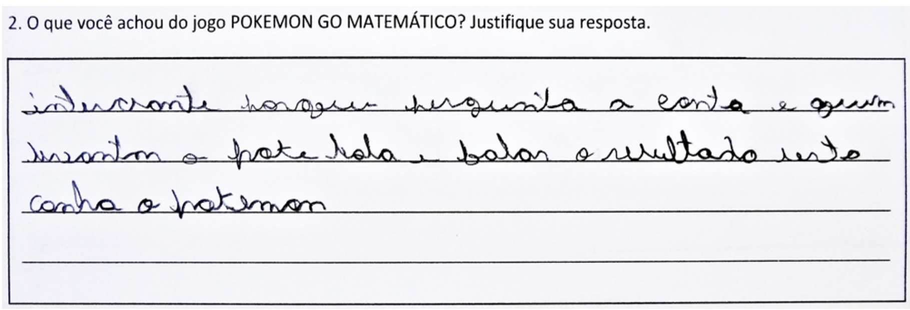
foi divertido, por que eu aprendi mais sobre os números inteiros.

Dados da Pesquisa

O aluno 15 deu a seguinte resposta: “foi divertido, porque eu aprendi mais sobre os números inteiros.”.

2ª Pergunta: “O que você achou do jogo POKÉMON GO MATEMÁTICO? Justifique sua resposta.”. As figuras 67 e 68 mostram as respostas dos alunos 3 e 30:

Figura 67 – Resposta do Aluno 3



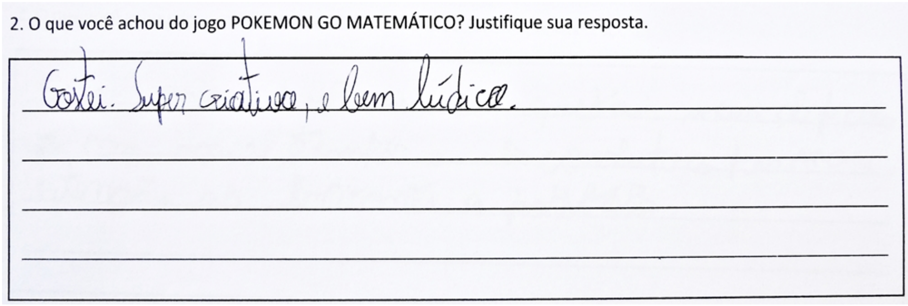
2. O que você achou do jogo POKEMON GO MATEMÁTICO? Justifique sua resposta.

interessante porque pergunta a conta e quem levantar a pokebola e falar o resultado serto canha o pokemon

Dados da Pesquisa

O aluno 3 respondeu da seguinte maneira: “interessante porque pergunta a conta e quem levantar a pokebola e falar o resultado ‘serto’ ‘canha’ (ganha) o pokemon”.

Figura 68 – Resposta do Aluno 30


2. O que você achou do jogo POKEMON GO MATEMÁTICO? Justifique sua resposta.

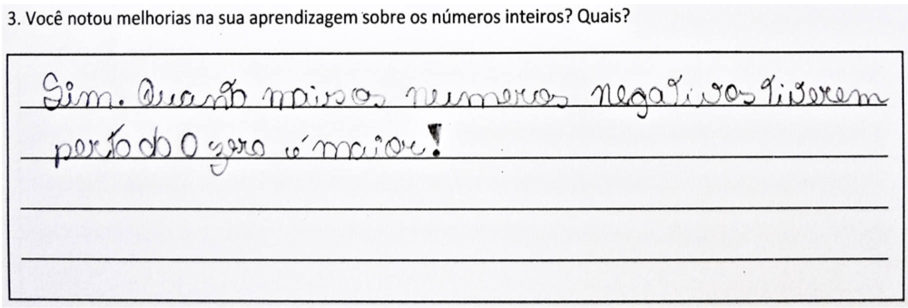
Gostei. Super criativo, e bem lúdico.

Dados da Pesquisa

O aluno 30 elogia, dizendo: “Gostei. Super criativo, e bem lúdico.”.

3ª Pergunta: “Você notou melhorias na sua aprendizagem sobre os números inteiros? Quais?”. As figuras 69 e 70 mostram as respostas dos alunos 19 e 25:

Figura 69 – Resposta do Aluno 19

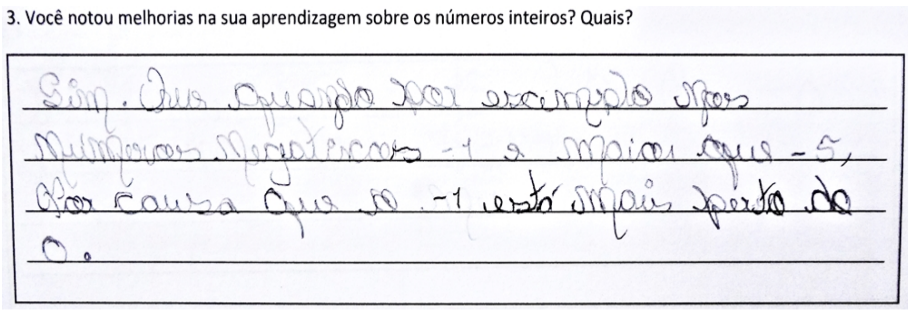

3. Você notou melhorias na sua aprendizagem sobre os números inteiros? Quais?

Sim. Quanto mais os numeros negativos tiverem perto do 0 zero é maior!

Dados da Pesquisa

O aluno 19 deu a seguinte resposta: “Sim. Quanto mais os números negativos ‘tiverem’ perto do 0 zero é maior!”.

Figura 70 – Resposta do Aluno 25


3. Você notou melhorias na sua aprendizagem sobre os números inteiros? Quais?

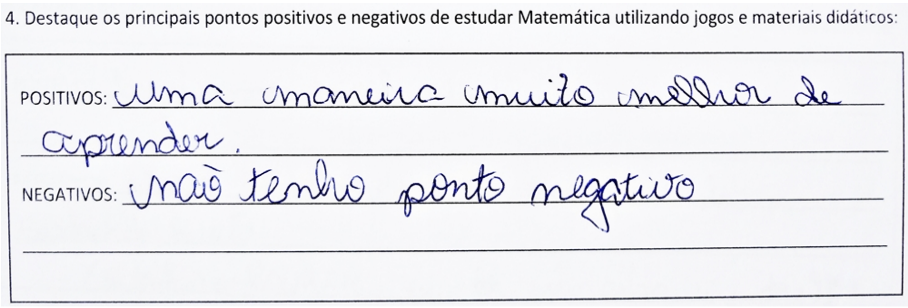
Sim. Que quando por exemplo nos Numeros Negativos -1 é maior que -5, Por causa que o -1 está mais perto do 0.

Dados da Pesquisa

Já o aluno 25 respondeu através de um exemplo: “Sim. Que quando por exemplo nos números negativos -1 é maior que -5, por causa que o -1 está mais perto do 0.”.

4ª Pergunta: "Destaque os principais pontos positivos e negativos de estudar Matemática utilizando jogos e materiais didáticos.". As figuras 71 e 72 mostram as respostas dos alunos 6 e 24:

Figura 71 – Resposta do Aluno 6


4. Destaque os principais pontos positivos e negativos de estudar Matemática utilizando jogos e materiais didáticos:

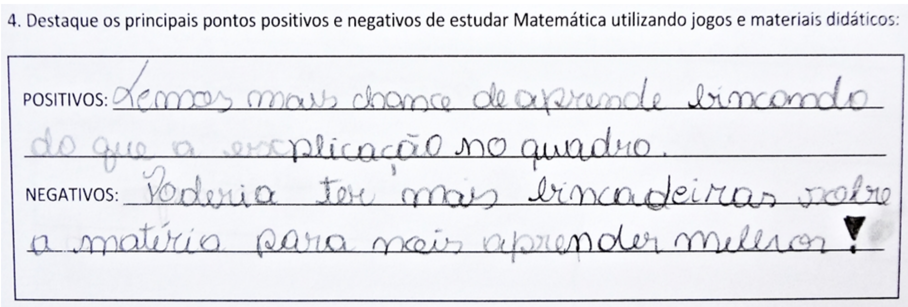
POSITIVOS: uma maneira muito melhor de aprender.

NEGATIVOS: não tenho ponto negativo

Dados da Pesquisa

O aluno 6 diz, como ponto positivo, que é "uma maneira muito melhor de aprender" e, como ponto negativo, diz: "não tenho ponto negativo".

Figura 72 – Resposta do Aluno 24


4. Destaque os principais pontos positivos e negativos de estudar Matemática utilizando jogos e materiais didáticos:

POSITIVOS: Temos mais chance de aprende brincando do que a explicação no quadro.

NEGATIVOS: Poderia ter mais brincadeiras sobre a matéria para nois aprender melhor!

Dados da Pesquisa

O aluno 24 destaca o seguinte ponto positivo: "Temos mais chance de aprender brincando do que a explicação no quadro.". Como ponto negativo, responde: "Poderia ter mais brincadeiras sobre a matéria para 'nois' aprender melhor!".

Com estas opiniões, pude reforçar o pensamento de que os jogos e as atividades diferenciadas são capazes de proporcionar aprendizagens significativas na educação matemática, assim como afirmam diversos autores (ver subseção 1.3.4).

Refletindo sobre a resposta do aluno 24 à 4ª pergunta, pude notar que os estudantes sentem falta de um modo mais criativo, por parte do professor, de transmitir o conhecimento. Por isso, deixo um apelo a todos nós, professores: que tenhamos mais dedicação às necessidades dos estudantes e busquemos novos métodos de trabalho, pois, para eles, tudo é novo, e, por isso, precisam absorver os novos conceitos da melhor forma possível, para que conteúdos futuros não sejam prejudicados por carências educacionais ocorridas no passado. Sabemos que a docência é uma carreira cansativa e que recebe pouca valorização, na maioria das vezes. Contudo, é necessário ter amor a esta profissão, não se deixando vencer pelo cansaço e lutando sempre por inovações, pois este é um caminho para a busca de uma educação matemática de qualidade.

Com esta pesquisa de opiniões, finalizamos a Fase 4.

Conclusão

Ao longo dos estudos realizados nessa pesquisa, identificamos ao longo da história, a dificuldade na aceitação dos números negativos por parte dos matemáticos. Portanto, entende-se que também seja dificil para uma criança aceitar e operar com os números negativos. Essas dificuldades são percebidas na prática docente e através do pré-teste aplicado nesta pesquisa (Apêndice A) podendo vir a prejudicar a aprendizagem de conteúdos posteriores, visto que os números inteiros se fazem presentes em diversos ramos da Matemática. Para tanto, é fundamental a busca de métodos de ensino diferenciados, objetivando proporcionar aos alunos o aprendizado das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros em especial envolvendo os negativos.

Pensando em tais dificuldades e investigando modos para solucioná-las, uma sequência de atividades foi sugerida e aplicada junto a uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental da EEEFM "Senador Dirceu Cardoso". Vale lembrar que esta classe conheceu o conjunto dos números inteiros no 7º ano, mas, conforme foi observado no decorrer do ano letivo de 2016, muitos dos alunos apresentavam grandes dificuldades operacionais envolvendo números negativos, em especial, o que promoveu inspiração para o desenvolvimento de atividades diferenciadas, visando melhorias educacionais.

Através da proposta pedagógica apresentada nesta pesquisa, percebe-se que, com a utilização de recursos metodológicos simples, é possível diferenciar as aulas de Matemática, fugindo do tradicionalismo, promovendo o interesse dos estudantes e possibilitando aprendizagens significativas que auxiliem na representação, compreensão, manipulação e fixação das operações com números inteiros. Uma das atividades desenvolvidas foi o jogo Pokémon Go Matemático (Apêndice B), de autoria própria, que vem mostrando que não é preciso dispor de materiais caros ou de difícil acesso para que a aprendizagem possa acontecer: um pouco de criatividade basta.

Durante a intervenção pedagógica, principalmente na aula de revisão sobre números inteiros com o varal dos números e no desenvolvimento do jogo Pokémon Go Matemático, foi possível notar o interesse dos estudantes em participar das tarefas. Algumas dúvidas iam surgindo, mas os mesmos faziam perguntas e se mantinham perseverantes na busca de soluções para os problemas, além de apresentarem boa interação nas atividades em grupo, motivados pela atratividade das tarefas propostas.

Com base nos resultados coletados através da aplicação do pré e do pós-teste neste estudo, conclui-se que as atividades desenvolvidas foram capazes de sanar muitas das dificuldades apresentadas pelos estudantes no que diz respeito à ordenação, comparação e operacionalização no conjunto dos números inteiros, uma vez que foi possível desenvolver novas habilidades e assimilar conceitos pela utilização de materiais didáticos simples e contextualizações.

Com a pesquisa de opinião a qual os estudantes foram submetidos ao final desta pesquisa, percebe-se a necessidade de buscar inovações para o ensino não somente de números inteiros, mas da Matemática no geral, adotando novos métodos e ferramentas educacionais que estimulem o interesse e a curiosidade dos estudantes, o que é fundamental para que o aluno seja capaz de construir seu próprio conhecimento. Contudo, é importante ressaltar a necessidade de conhecer primeiramente a classe, analisando seus costumes e gostos, para traçar um método de ensino que seja capaz de conquista-los, pois, no Brasil, existem diversas realidades, e nem sempre uma atividade agradará a todos: o que é interessante para uns, nem sempre será para outros.

Por fim, espera-se que esta pesquisa sirva para ressaltar a importância da utilização de métodos inovadores em sala de aula, fazendo uso da criatividade em prol de um ensino-aprendizagem de Matemática de qualidade, em especial no ensino dos inteiros.

Referências

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. *Praticando Matemática, Sétimo ano do Ensino Fundamental*. [S.l.]: 4 ed., SP: Editora do Brasil, 2015. Citado na página 22.

ANJOS, M. F. d. *A difícil aceitação dos números negativos: um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862)*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008. Citado na página 20.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. d. Jogos matemáticos como metodologia de ensino aprendizagem das operações com números inteiros. *Projeto de Intervenção Pedagógica na Escola apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional da Universidade Estadual de Londrina (UEL)*, p. 1948–8, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 26, 30 e 35.

BRASIL. *MEC/SEB. Parâmetros Curriculares Nacionai: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental*. 1998. Citado 7 vezes nas páginas 21, 26, 28, 29, 48, 64 e 66.

CASTRUCCI, B.; JUNIOR, G. A conquista da matemática. *São Paulo: FDT*, 2009. Citado na página 66.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*. [S.l.]: 3 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. Citado na página 36.

GONÇALVES, R. S. *Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007. Citado 10 vezes nas páginas 18, 25, 27, 28, 29, 31, 33, 34, 53 e 66.

LORENZATO, S. *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. [S.l.]: v.1, Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

MARTINI, G. Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros. 2010. Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 34, 38 e 65.

MEGID, M. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. 2001. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 65.

MODERNA, E. *Projeto Araribá, Sétimo ano do Ensino Fundamental*. [S.l.]: 4 ed., SP:Editora Moderna, 2014. Citado na página 22.

MORAIS, A. D.; LIMA, C. L.; BASSO, M. V. de A. Fórmula (-1): desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem e estratégias para a aprendizagem das operações com números positivos e negativos. *RENOTE*, v. 6, n. 1, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 65.

NEVES, E. B.; DOMINGUES, C. A. Manual de metodologia da pesquisa científica. *Rio de Janeiro: EB/CEP*, 2007. Citado na página 36.

RAMA, A. J. *Números inteiros nos ensinos fundamental e médio*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 27, 29, 32, 53 e 66.

SALGADO, R. d. S. *O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos. 2011. 272 f.* Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011. Citado 12 vezes nas páginas 18, 19, 21, 26, 27, 28, 31, 32, 43, 53, 64 e 75.

SOARES, P. J. *O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008. Citado 12 vezes nas páginas 17, 18, 19, 25, 26, 27, 31, 32, 49, 53, 58 e 75.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. *Vontade de Saber Matemática, Sétimo ano do Ensino Fundamental*. [S.l.]: 3 ed., SP: FDT, 2015. Citado na página 22.

Apêndices

APÊNDICE A

Avaliação Diagnóstica - Números Inteiros - Pré e Pós teste

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

1- Coloque os números em ordem crescente: 423 ; – 243 ; 234 ; – 324 ; – 432 ; 342 ; 243

; ; ; ; ; ;

2- Observe a tabela a seguir:

CIDADES	**TEMPERATURA (°C)**
Água Doce (SC)	– 4
São Paulo (SP)	+ 6
Urupema (SC)	– 7
Campos do Jordão (SP)	+ 18
Vitória (ES)	+ 26
Santa Rosa (RS)	– 1
Rio de Janeiro (RJ)	+ 34

a) Qual foi a maior temperatura registrada?

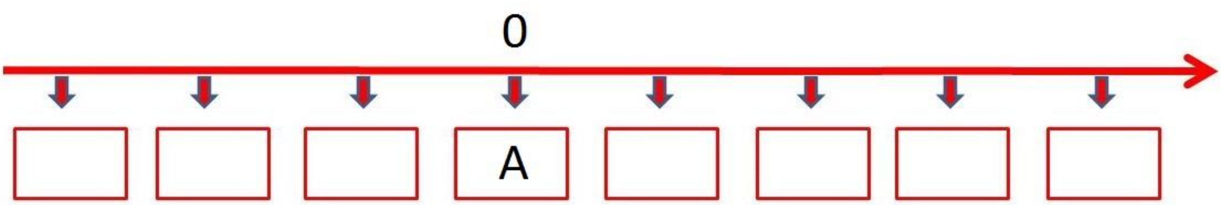
b) Qual foi a menor temperatura registrada?

c) Organize essas temperaturas em ordem crescente.

; ; ; ; ; ;

3- Organize as letras correspondentes aos fatos a seguir na linha do tempo, sabendo que o ano 0 determina a divisão entre os períodos antes de Cristo (a.C.) e depois de Cristo (d. C.):

A – Nascimento de Jesus Cristo no ano 0;
B – Primeira Olimpíada em 1896 d. C.;
C – A Grécia viveu a Idade das Trevas por volta de 1100 a. C.;
D – Início da Primeira Guerra Mundial em 1914 d. C.;
E – Surgimento do Sistema Numérico Egípcio em 3400 a. C.;
F – Pokemon Go é lançado no Brasil em 2016 d. C.;
G – Invenção da escrita por volta de 4000 a. C.;
H – Queda do Muro de Berlim em 1989 d. C..



4- Renata tinha R$300,00 em sua conta bancária, mas precisou realizar um saque no valor de R$450,00.

a) Qual foi o saldo de Renata após esta movimentação bancária?

b) Analisando o resultado obtido no item a), responda: Renata está em crédito ou em débito com o banco? Justifique sua resposta.

____
____
____
____
____

5- Efetue as adições:

a) (+ 2) + (+ 5)

b) (+ 3) + (+ 7)

c) (– 4) + (– 2)

d) (– 12) + (– 11)

e) (+ 10) + (– 13)

f) (+ 21) + (– 23)

6- Efetue as subtrações:

a) (+ 1) – (+ 6)

b) (+ 2) – (– 3)

c) (– 7) – (+ 9)

d) (– 5) – (– 9)

e) (– 8) – (+ 2)

f) (+ 7) – (+ 1)

7- Efetue as multiplicações:

a) (+ 2) x (+ 6)

a) (– 1) x (+ 5)

a) (+ 3) x (– 8)

a) (– 4) x (– 7)

a) (+ 9) x (– 3)

a) (+ 10) x (– 2)

8- Efetue as divisões:

a) (+ 10) : (+ 2)

a) (+ 6) : (– 3)

a) (– 14) : (+ 7)

a) (– 15) : (– 3)

a) (+ 24) : (+ 4)

a) (– 50) : (– 10)

APÊNDICE B

Jogo Pokémom Go Matemático: Pokéfichas e Pokenúmeros

Pokeficha nº 1

Mariana tinha R$ 200,00 em sua conta, sacou R$ 235,00 e depositou R$ 43,00. Qual é o saldo atual de Mariana?

R: R$ 8,00 = **+ 8**

Pokeficha nº 2

No Brasileirão, o Grêmio marcou 5 gols na primeira rodada, sofreu 2 gols na segunda, empatou na terceira e sofreu 4 gols na quarta rodada. Qual é o saldo de gols do Grêmio?

R: **– 1**

Pokeficha nº 3

Márcio tinha R$450,00 em sua conta, sacou R$ 300,00 e depositou R$ 377,00. Qual é o saldo atual de Márcio?

R: R$527,00 = **+ 537**

Pokeficha nº 4

No deserto do Saara costuma fazer cerca de 50°C durante o dia, mas, durante a noite, faz cerca de – 5°C. Qual número negativo representa esta queda de temperatura?

R: **– 55**

Pokeficha nº 5

Davi tinha R$1000,00 em sua conta, sacou R$655 e depositou R$ 33,00. Qual é o saldo atual de Davi?

R: R$ 378,00 = **+ 378**

Pokeficha nº 6

Marcos deixou seu carro na garagem de seu prédio, que fica no 3º andar do subsolo e subiu 9 andares até seu apartamento. Depois subiu mais 5 andares até o apartamento de Ana. Sabendo que entre as garagens e os andares existe o térreo, em qual andar fica o apartamento de Ana?

R: 11º andar = **+ 11**

Pokeficha nº 7

A escrita surgiu a cerca de 6016 anos atrás. Em qual data anterior ao nascimento de Cristo este fato aconteceu, sabendo que fatos a.C. são representados por números negativos?

R: 4000 a. C. = **– 4000**

Pokeficha nº 8

Pedro tinha R$780,00 em sua conta, sacou R$ 550,00 e depositou R$ 345,00. Qual é o saldo atual de Pedro?

R: R$ 575,00 = **+ 575**

Pokeficha nº 9

Carlos tinha R$567,00 em sua conta, sacou R$855 e depositou R$ 37,00. Qual é o saldo atual de Carlos?

R: – R$251,00 = **– 251**

Pokeficha nº 10

Joana está fazendo sorvete. Antes de levar ao congelador, a temperatura da mistura está em 36ºC, mas, depois de congelado, a temperatura cairá 48°C. Qual será a temperatura do sorvete depois de congelado?

R: – 12°C = **– 12**

Pokeficha nº 11

O saldo da conta de Karine estava em – R$ 323,00. Sabendo que ela efetuou em depósito de R$ 316,00 e um depósito de R$ 45,00, qual é o atual saldo de Karine?

R: R$38,00 = **+ 38**

Pokeficha nº 12

Karina e Lucas compraram um fogão que custou R$628,00. Karina tinha R$238,00 e Lucas tinha R$314,00. Qual número negativo corresponde à dívida que Karina e Lucas fizeram na loja?

R: – R$76,00 = **– 76**

Pokeficha nº 13

Numa manhã, uma cidade do Alasca estava marcando – 13°C. Caso a temperatura desça mais 8 graus, os termômetros marcarão quantos graus?

R: – 21°C = **– 21**

Pokeficha nº 14

O saldo da conta de João estava em – R$ 674,00. Sabendo que ele efetuou em depósito de R$ 346,00 e um depósito de R$ 452,00, qual é o atual saldo de João?

R: R$ 124,00 = **+ 124**

Pokeficha nº 15

Carlos salta de um trampolim a 12 metros de distância do solo. No impulso do salto, ele atinge 1 metro acima do trampolim e depois cai 18 metros. Quantos metros de profundidade Carlos atingiu na piscina? Lembre-se que profundidades são representadas por valores negativos.

R: **– 5**

Pokeficha nº 16

O saldo da conta de Carlos estava em – R$ 1034,00. Sabendo que ele efetuou em depósito de R$ 816,00 e um depósito de R$ 450,00, qual é o atual saldo de Carlos?

R: R$ 232,00 = **+ 232**

Pokeficha nº 17

Marina queria comprar uma geladeira que custava R$1357,00. Para isso, ela sacou o valor da geladeira de sua conta bancária, mas, ao conferir o extrato, percebeu que só tinha R$945,00. Com isso, sua conta ficou no vermelho. Qual o valor do saldo atual de Marina?

R: – R$412,00 = **– 412**

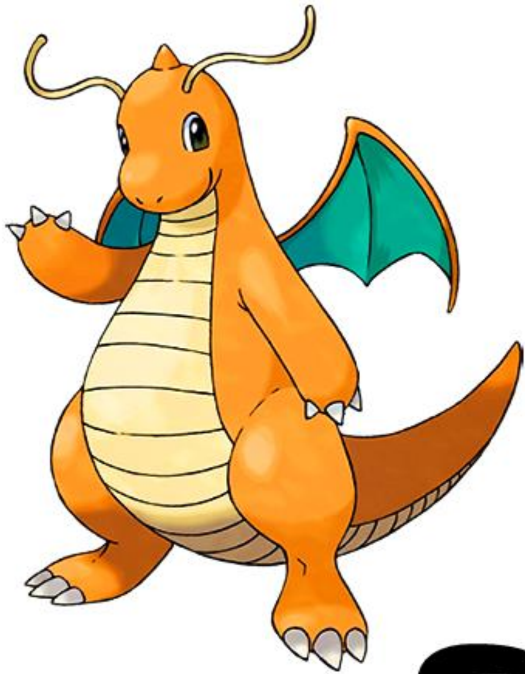
Pokeficha nº 18

O saldo da conta de Ricardo estava em – R$ 6,00. Sabendo que ela efetuou em depósito de R$ 1000,00 e um saque de R$ 430,00, qual é o atual saldo de Ricardo?

R: R$564,00 = **+ 564**

Pokeficha nº 19 Paula ferveu uma água para fazer café. Se o ponto de ebulição da água é 100°C e sabendo que a temperatura da água subiu 56°C até ferver, qual era a temperatura da água antes de ter sido colocada no fogão? R: 44°C = **+ 44**	**Pokeficha nº 20** Douglas pegou emprestado R$545 com seu amigo. No final do mês Douglas pagou ao seu amigo R$ 234,00. Qual número negativo representa a dívida que Douglas ainda tem com seu amigo? R: – R$ 311,00 = **– 311**	**Pokeficha nº 21** Carla pegou emprestado R$478 com seu amigo, e prometeu pagar com juros. No mês seguinte, Carla devolveu R$550,00 ao amigo. Quanto ele recebeu de juros? R: R$ 72,00 = **+ 72**
Pokeficha nº 22 João Paulo mora no 21º andar de um prédio. Ele desce 28 andares pelo elevador até chegar à garagem no subsolo, onde guarda seu carro. Qual número negativo representa o andar do subsolo onde fica a garagem de João Paulo? R: **– 7**	**Pokeficha nº 23** Igor pegou R$ 350,00 com sua mãe para ir ao mercado fazer compras, o troco das compras foi de R$ 83,00. Qual o valor da compra que Igor fez no mercado? R: R$ 267,00 = **+ 267**	**Pokeficha nº 24** Gabriel apostou no jogo do bicho e ganhou R$ 1700,00. Com esse dinheiro ele comprou uma bicicleta no valor de R$ 890,00 e um celular no valor de R$ 635,00. Quanto de dinheiro Gabriel ainda tem? R: R$ 175,00 = **+ 175**
Pokeficha nº 25 Júlio ganhou R$532,00 de Thiago, pois ganhou uma aposta referente à vitória do São Paulo numa partida do Brasileirão, mas precisou pagar R$670,00, pois perdeu a aposta da segunda partida. Qual número negativo representa o prejuízo de Júlio? R: – R$ 138,00 = **– 138**	**Pokeficha nº 26** A mãe de Carol deu a ela R$ 234,00 para ela pagar as suas contas de telefone e internet. Sabendo que o valor da conta de telefone é de R$ 55,00 e a conta de internet era de R$ 115,00, quanto sobrou para Carol? R: R$64,00 = **+ 64**	**Pokeficha nº 27** Joana estava fazendo uma experiência física com um metal que estava com a temperatura de –8°C. Durante a experiência, ela rebaixou a temperatura em mais 27°C. Qual a nova temperatura do metal? R: – 35°C = **– 35**

Pokeficha nº 28	Pokeficha nº 29	Pokeficha nº 30
O salário de Flávio é de R$1200,00. Ele precisa pagar as contas de água, luz, telefone e internet. Os valores das contas são respectivamente: R$ 38,00; R$ 90,00; R$ 85,00; R$ 65,00. Quanto sobra do salário de Flávio?	Antônio é pedreiro e recebe por dia trabalhado R$ 120,00. Ele trabalhou 10 dias. Com o dinheiro ganho ele deseja comprar uma máquina de lavar roupas para sua esposa. Sabendo que a máquina custa R$ 1550,00, qual número negativo representa a dívida que Antônio fará com a loja?	Flávia contratou um pedreiro para construir sua casa. Para a fundação, ela utilizará vigas de 14 metros de comprimento. Sabendo que a parte superior das vigas ficará no topo das paredes de 3 metros de altura, qual número negativo corresponde à profundidade que o pedreiro precisará cavar?
R: R$ 922,00 = **+ 922**	R: – R$ 350,00 = **– 350**	R: **– 11**



+ 8

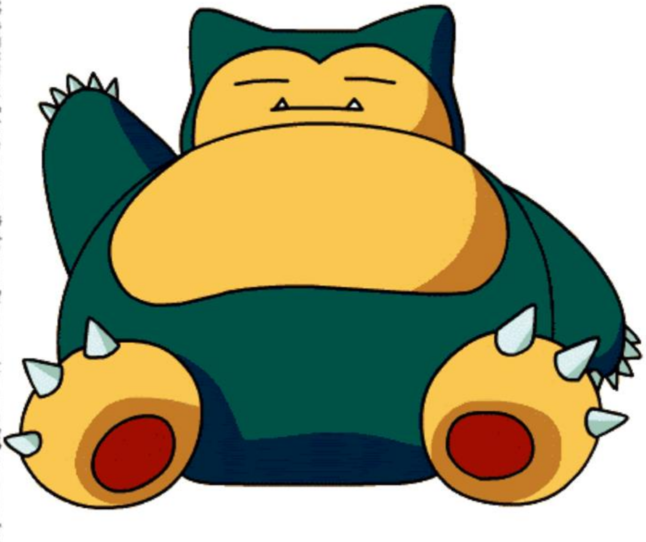
+ 527

+ 378

+ 11

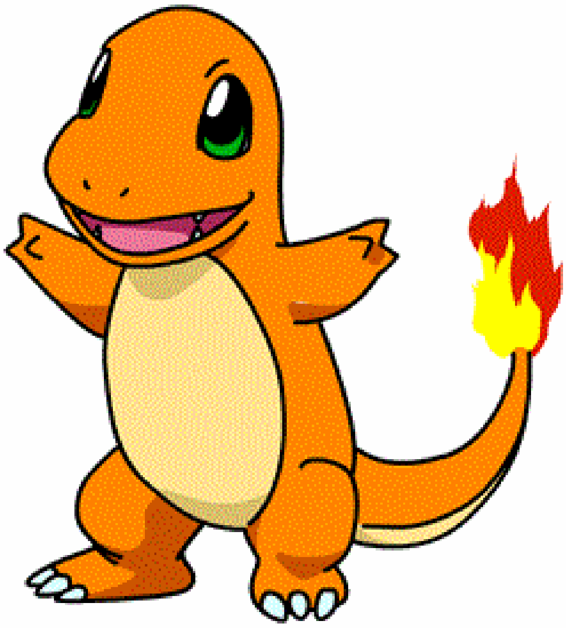
+ 575

+ 38



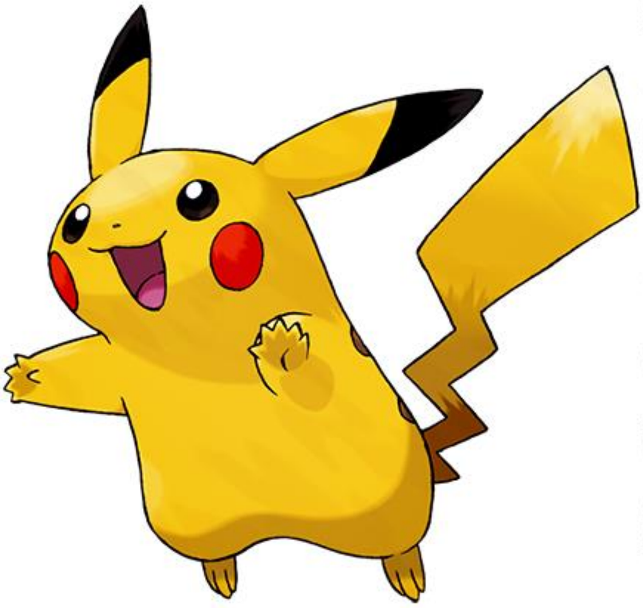
+ 124

+ 232



+ 564

+ 44



+ 72

+ 267

+ 175

+ 64

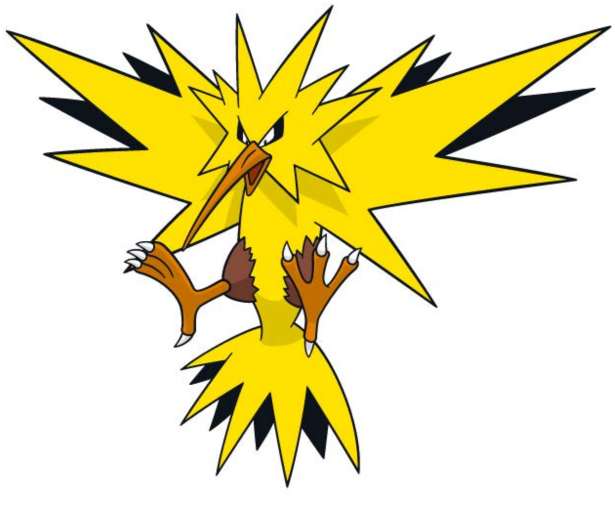
+ 922

+ 320

+ 58

+ 215

+ 740



+ 23

- 1

- 55

- 4000

- 271

- 12

- 76

- 21

- 5

- 412

- 311

- 7

- 138

- 35

- 350

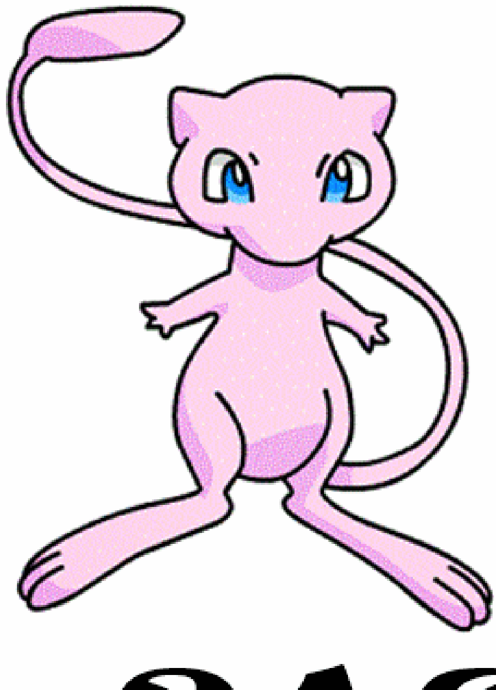
- 44

- 30

- 159

- 391

- 18



- 246

ZERO

APÊNDICE C

Pesquisa de opinião

Nome: ____ Série: __________ Idade: _________

Pesquisa de opinião:

1. O que você achou da aula de revisão sobre números inteiros utilizando o VARAL DOS NÚMEROS? Justifique sua resposta.

____

____

____

____

2. O que você achou do jogo POKEMON GO MATEMÁTICO? Justifique sua resposta.

____

____

____

____

3. Você notou melhorias na sua aprendizagem sobre os números inteiros? Quais?

____

____

____

____

4. Destaque os principais pontos positivos e negativos de estudar Matemática utilizando jogos e materiais didáticos:

POSITIVOS: ____

____

NEGATIVOS: ____

____