Cláudio Magno Paulanti

ÁREA DAS FIGURAS PLANAS.
USO DA FÓRMULA DE HERON.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Dezembro - 2014

Cláudio Magno Paulanti

ÁREA DAS FIGURAS PLANAS.
USO DA FÓRMULA DE HERON.

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Paulo Sérgio Dias da Silva

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
Dezembro - 2014

Paulanti, Cláudio Magno

Área das Figuras Planas. Uso da Fórmula de Heron / Cláudio Magno Paulanti - Campos dos Goytacazes, 2014

60 f. : il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) –Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2014.

Orientador: Paulo Sérgio Dias da Silva.

Área de concentração: Matemática.

Bibliografia: f. 59-60

1. Área 2. Figuras planas 3. Fórmula de Heron I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

CDD 516.05

Cláudio Magno Paulanti

Área das Figuras Planas. Uso da Fórmula de Heron.

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Trabalho aprovado. Brasil, 12 de dezembro de 2014:

Paulo Sérgio Dias da Silva
Orientador

Oscar Alfredo Paz la Torre
Professor Doutor

Mikhail Visnevskii
Professor Doutor

Silvia Cristina Freitas Batista - IFF
Professora Doutora

Brasil
2014, v-1.0

Este trabalho é dedicado a minha esposa e filhos,
que se privaram da minha presença
durante os estudos desse curso.

Agradecimentos

A Deus por me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar os caminhos nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

Aos meus professores, que me mostraram o caminho da ciência, fazendo parte da minha vida nos momentos de estudo e por serem exemplos de profissionais.

À minha família, a qual amo muito pelo carinho, paciência e incentivo.

E aos meus colegas, que fizeram parte desses momentos.

"Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo propor a utilização da Fórmula de Heron, no cálculo da área de um triângulo e consequentemente, para outras figuras planas poligonais, utilizando como informação apenas o comprimento do segmento de reta dos lados dessas figuras. O trabalho menciona as principais figuras planas poligonais e o método usual para o cálculo de suas respectivas áreas. Finalizando, a Fórmula de Heron de Alexandria é apresentada como alternativa ao cálculo de área, trazendo demonstrações e exemplos de atividades práticas, com aplicação de exercícios para alunos de nível médio.

Palavras-chaves: área. figuras planas. fórmula de Heron.

Abstract

The present research aims to propose the use of Heron's formula, in calculating the area of a triangle and consequently, to other flat polygonal figures, using information only the length of the line segment from the sides of these figures. The survey mentions the main flat polygonal figures and the usual method for the calculation of their respective areas. Finally, the formula of Heron of Alexandria is presented as an alternative to the calculation of the area, bringing demos and examples of practical activities, with application of exercises for students of the secondary school.

Keywords: area. plat figures. Heron's formula.

Lista de ilustrações

Lista de abreviaturas e siglas

2p	Perímetro de uma polígono.
90º	Medida de um ângulo expressa em graus.
a	Medida da aresta de uma figura plana.
A	Área de uma figura plana.
b	Medida da base de uma figura plana.
b . h	Produto entre a medida b e a medida h.
h	Medida da altura de uma figura plana.
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas.
p	Semiperímetro de uma polígono.
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais.
r	Medida do raio de uma figura plana circular.
SAERJ	Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro.
UENF	Universidade Estadual do Norte Fluminense.

Lista de símbolos

$=$	Igualdade.
$\cong$	É igual a aproximadamente.
α	Letra grega Alfa.
β	Letra grega Beta.
$\overline{AB}$	Segmento de reta do ponto A até o ponto B.

Sumário

Introdução

Encontramos nos modelos atuais das técnicas do ensino da matemática muitos tipos de desafios que produzem propostas de construção do conhecimento dos alunos e sendo assim podem ser reveladas evoluções dos trabalhos.

É necessário compreendermos as capacidades encontradas nos alunos, bem como o desenvolvimento lúdico identificando as propostas de raciocínios lógicos e bem elaborados com facilidade de entendimento do que for trabalhado em sala de aula.

Muitas das atividades aplicadas em sala de aula podem surgir como uma sequência de resultados trabalhados de forma separada, e ou, independente, portanto é preciso que o professor esteja antenado em suas atividades bem planejadas para que seu conteúdo programático seja conduzido da melhor maneira possível, despertando a capacidade dos alunos.

Muito se observa a grande necessidade de sugerir novas propostas de ensino para que, dentro de sala de aula, sejam desenvolvidas habilidades que construam o conhecimento matemático trabalhado na escola. Um professor deve sempre inovar suas formas de ensinar, pois assim os processos educativos passam a serem os mediadores do aprendizado, e ao mesmo tempo reforçam a ideia de que o fato de aprender, nada mais é do que buscar o investimento de cada aluno na escola.

Para muitos alunos o estudo da matemática é uma tarefa árdua, porém nós enquanto formadores de opinião, precisamos modificar esses conceitos e concepções, já que muitos alunos têm dificuldade em aprender a disciplina, então a problemática consiste em encontrar a raiz dessa dificuldade estimulando o aprendizado de formas diferentes e atrativas.

Nesses estudos foram abordadas propostas inovadoras no ensino da matemática dentro do estudo das áreas de superfícies planas, apresentando a Fórmula de Herón como uma alternativa para o cálculo dessa área em triângulos. O método estende-se para todo polígono, pois esses podem ser divididos em triângulos. Também tem uma proximidade maior da realidade do aluno, pois é muito mais facil medir as arestas de um triângulo do que calcular sua altura em um ponto não muito certo visualmente.

Em 1988 comecei a trabalhar como professor no primeiro segmento do Ensino Fundamental e paralelamente iniciei o Curso de Graduação em Matemática. Já em 1991 passei a lecionar matemática para o segundo segmento do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Atualmente trabalho com turmas do Ensino Médio, cursos formação geral e formação de professores, na disciplina matemática, em uma escola da rede estadual de ensino, do Estado do Rio de Janeiro.

Em todo esse tempo como professor, sempre o tema área das figuras planas esteve presente, e o mais interessante que esse assunto se repete em séries diferentes, mas nem sempre o aluno fixava esse conhecimento de forma satisfatória.

As questões apresentada aos alunos em sua grande maioria não refletiam o dia-a-dia do mesmo, trazendo assim uma abstração que não favorecia a aprendizagem.

E um ponto principal, as figuras estudas geralmente são regulares enquanto que na vida real, nem sempre a necessidade de se calcular uma área seja com formatos regulares. Nesse sentido, entendo ser importante o uso da Fórmula de Heron, nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, como alternativa ao cálculo de área de Figuras Geométricas Planas, formadas por segmentos de retas, sejam elas regulares ou irregulares.

O que se pretende, em relação ao aprendizado em matemática pelos alunos, não é apenas dizer que seria esta a última palavra no conceito da dinâmica de contribuição ao aprendizado, mas também orientar como mais uma forma de embutir os conteúdos de maneira crítica com desafios propostos durante nossas condutas em sala de aula.

1 UMA BREVE HISTÓRIA DA GEOMETRIA

Conforme os estudos de Noé[7] (2013), a Geometria plana tem sua relação com a Grécia Antiga, onde foi denominada de Geometria Euclideana (homenageando Euclides de Alexandria – 360 a.C. – 295 a. C.). Euclides foi considerado grande matemático e estudioso que frequentou a escola de Platão.

Noé[7] (2013), comenta ainda que os princípios de Euclides levaram a elaboração de conceitos geométricos baseados em estudos nos quais ponto, reta e plano são conceitos primitivos, e em um conjunto de cinco aximas ou postulados.

Em suas teorias Euclides definiu teoremas para estruturar e construir as variações das formas planas, assim como as representações dos polígonos com suas propriedades e elementos.

No Dicionário da Enciclopédico Conhecer[3] (1969), cita uma estranha construção feita pelos antigos persas para estudar o movimento dos astros. Um compasso antigo. Um vetusto esquadro e, sob ele, a demonstração figurada do teorema de Pitágoras. Um papiro com desenhos geométricos e o busto do grande Euclides. São etapas fundamentais no desenvolvimento da Geometria. Mas, muito antes da compilação dos conhecimentos existentes, os homens criavam, ao sabor da experiência, as bases da Geometria. E realizavam operações mentais que depois seriam concretizadas nas figuras geométricas.

Conforme Oliveira [8] (2012), a Geometria teve suas origens de acordo com as necessidades do homem no seu dia a dia, pois havia a necessidade de medir as terras para repartir as partes férteis que ficavam às margens do rio.

De acordo com Braz[2] (2009) o rio Nilo inundava suas margens todos os anos e assim, com a sua cheia, eram depositados material orgânico em seus campos, que ficavam ricos em nutrientes, fazendo com que suas terras ficassem cada vez mais férteis. Apesar da boa notícia, também haviam algumas complicações, pois com as cheias as delimitações (marcas físicas) eram apagadas, com isso muitos conflitos eram gerados.

Braz [2] (2009) comenta ainda que, sem esses marcos de fronteiras, muitos dos agricultores e administradores passaram a não saber de seus limites dificultando a arrecadação dos impostos. Foi a partir daí que os faraós começaram a nomear agrimensores para normalizar as questões das fronteiras das posses, com isso surgiu a geometria.

Oliveira [8] (2012) também comenta que assim como Euclides, Pitágoras também deu grande importância aos cálculos geométricos ao passar a trabalhar com o teorema do triângulo retângulo; já de contrapartida aos caminhos filosóficos de Pitágoras, Euclides analisava os "Elementos" que contribuiriam futuramente com os progressos científicos.

Euclides, em sua obra "Os Elementos" passou a ter destaque na história da matemática, pois a partir daí surgiram tratados específicos, os quais vieram a formar novas áreas de investigação. Em cada um dos volumes de sua obra foram comentados os seguintes tópicos:

- Os fundamentos da geometria plana;
- Álgebra geométrica;
- Teoria da circunferência;
- Figuras inscritas e circunscritas;
- Teoria das proporções abstratas;
- Figuras geométricas semelhantes e proporcionais;
- Fundamentos da teoria dos números;
- Teoria dos números;
- Classificação dos incomensuráveis;
- Geometria dos sólidos;
- Medição de figuras;
- Sólidos regulares.

Nos estudos de Noé[7] (2013) observamos que as primeiras unidades de medidas estavam se referindo, de forma direta ou indireta, com o corpo humano, ou seja, o homem usava o palmo, o passo, o braço, etc.

No Dicionário da Enciclopédico Conhecer [3] (1969), cita que tanto entre os sumérios como entre os egípcios, os campos primitivos tinham forma retangular. Também os edifícios possuíam plantas regulares, e que os arquitetos a construíram com muitos ângulos retos (de 90º). Embora de bagagem intelectual reduzida, aqueles homens já resolviam o problema como um desenhista de hoje. Por meio de duas estacas cravadas na terra assinalavam um segmento de reta. Em seguida prendiam e esticavam cordas que funcionavam à maneira de compassos: dois arcos de circunferência se cortam e determinam dois pontos que, unidos, secionam perpendicularmente a outra reta, formando ângulos retos.

Na visão de Braz [2] (2009) um dos grandes problemas encontrados na geometria antiga era a dificuldade de o construtor traçar, a partir de um ponto dado na reta, outra reta perpendicular à dada pelo ponto. Então os antigos estudiosos solucionavam esses problemas da seguinte maneira: eles por meio de três cordas a colocavam de modo a formar um triângulo retângulo, com as respectivas unidades 3, 4 e 5.

2 PARÂMETROS E DIRETRIZES

Neste capítulo, apresentamos detalhes dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Currículo Mínimo exigido nas Escolas da Rede Estadual de Ensino do Estado do Rio de Janeiro e Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro, a respeito do conteúdo Cálculo de Área de Figuras Planas, disciplina Matemática.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais [1] (PCNs) são a referência básica para a elaboração das matrizes curriculares. Os PCNs foram elaborados para difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias. Eles traçam um novo perfil para o currículo, apoiado em competências básicas para a inserção dos jovens na vida adulta; orientam os professores quanto ao significado do conhecimento escolar quando contextualizado e quanto à interdisciplinaridade, incentivando o raciocínio e a capacidade de aprender. Segundo as orientações dos PCNs, o currículo está sempre em construção e deve ser compreendido como um processo contínuo que influencia positivamente a prática do professor. Com base nessa prática e no processo de aprendizagem dos alunos os currículos devem ser revistos e sempre aperfeiçoados. Com relação ao cálculo de área de figuras planas, podemos encontrar os seguintes parâmetros, relacionados a espaço e forma como também a medidas e grandezas:

- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área);

- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de aproximações;

- Obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas);

- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência); e,

- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).

2.2 O Currículo Mínimo exigido nas Escolas da Rede Estadual de Ensino do Estado do Rio de Janeiro

A Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro elaborou o Currículo Mínimo [13] para sua rede de ensino. Trata-se de um documento que serve como referência a todas as escolas, apresentando as competências e habilidades que devem estar nos planos de curso e nas aulas. Sua finalidade é orientar, de forma clara e objetiva, os itens que não podem faltar no processo de ensino-aprendizagem, em cada disciplina, ano de escolaridade e bimestre. Com isso, pode-se garantir uma essência básica comum a todos e que esteja alinhada com as atuais necessidades de ensino, identificadas não apenas nas legislações vigentes, Diretrizes e Parâmetros Curriculares Nacionais, mas também nas matrizes de referência dos principais exames nacionais e estaduais. Consideram-se também as compreensões e tendências atuais das teorias científicas de cada área de conhecimento e da Educação e, principalmente, as condições e necessidades reais encontradas pelos professores no exercício diário de suas funções.

O Currículo Mínimo visa estabelecer harmonia em uma rede de ensino múltipla e diversa, uma vez que propõe um ponto de partida mínimo - que precisa ainda ser elaborado e preenchido em cada escola, por cada professor, com aquilo que lhe é específico, peculiar ou lhe for apropriado.

Esse trabalho fundamentou-se na compreensão de que a Educação Básica pública tem algumas finalidades distintas que devem ser atendidas pelas escolas da rede estadual, muitas vezes através da elaboração do currículo. Isto é, o Currículo Mínimo apresentado busca fornecer ao educando os meios para a progressão no trabalho, bem como em estudos posteriores e, fundamentalmente, visa assegurar-lhe a formação comum indispensável ao exercício da cidadania.

Entendemos que o estabelecimento de um Currículo Mínimo é uma ação norteadora que não soluciona todas as dificuldades da Educação Básica hoje, mas que cria um solo firme para o desenvolvimento de um conjunto de boas práticas educacionais, tais quais: o ensino interdisciplinar e contextualizado, oferta de recursos didáticos adequados, a inclusão de alunos com necessidades especiais, o respeito à diversidade em suas manifestações, a utilização das novas mídias no ensino, a incorporação de projetos e temáticas transversais nos projetos pedagógicos das escolas, a oferta de formação continuada aos professores e demais profissionais da educação nas escolas, entre outras — formando um conjunto de ações importantes para a construção de uma escola e de um ensino de qualidade.

O currículo mínimo do Estado do Rio de Janeiro encontra-se postado para consulta pública no portal: www.conexaoprofessor.rj.gov.br e www.educacao.rj.gov.br.

Com relação ao cálculo de área de figuras planas, podemos encontrar as seguintes citações:

- Compreender e aplicar o conceito de área de uma figura plana;
- Calcular áreas de figuras planas por composição e decomposição de outras figuras;
- Resolver problemas significativos envolvendo o cálculo de perímetros e áreas do retângulo, quadrado e triângulo;
- Calcular a área dos quadriláteros (quadrado, retângulo, losango e trapézio);
- Utilizar expressões algébricas para representar o perímetro e a área de figuras geométricas;
- Resolver problemas de cálculo de perímetros e áreas figuras geométricas utilizando as operações com polinômios;
- Calcular o perímetro de uma circunferência e a área de um círculo;
- Calcular os ângulos internos e externos de um polígono regular;
- Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas; e,
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas, cilindros, pirâmides, cone e superfície esférica.

2.3 Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro

O Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro [12] (SAERJ) existe desde 2008 e foi criado com o objetivo de promover uma análise do desempenho dos alunos da rede pública do Rio de Janeiro nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática do 4º ano do Ensino Fundamental a 3ª série do Ensino Médio.

Instituído pela Secretaria do Estado do Rio de Janeiro, o programa tem como finalidade monitorar o padrão de qualidade do ensino e colaborar com a melhora da qualidade da educação. Os resultados de avaliações em larga escala como o SAERJ apresentam informações importantes para o planejamento de medidas em todos os níveis do sistema de ensino e funcionam como subsídio para ações destinadas a garantir o direito do estudante a uma educação de qualidade.

O SAERJ compreende dois programas de avaliação: o Programa de Avaliação Diagnóstica do Desempenho Escolar e o Programa de Avaliação Externa. Embora com perspectivas diferentes, os resultados dessas avaliações são complementares e, para que possam fazer a diferença na qualidade da educação oferecida, devem ser integrados ao cotidiano do trabalho escolar.

Os testes de avaliação em larga escala têm como objetivo aferir a proficiência dos estudantes em determinada área de conhecimento, em períodos específicos de escolarização. Assim, é necessária a definição das habilidades e competências que serão avaliadas em cada área de conhecimento, de modo que possam ser elaborados os itens a serem utilizados na composição dos testes.

A definição dessas habilidades é dada pela Matriz de Referência para avaliação e somente com a construção dessa Matriz de Referência é que temos condições de elaborar um teste de avaliação em larga escala, visto que é essa Matriz que orienta a elaboração dos itens.

As Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – Saeb, utilizadas nas avaliações do SAERJ, são resultado do estudo de Parâmetros Curriculares, Diretrizes Curriculares e livros didáticos e também da reflexão realizada por professores, pesquisadores e especialistas que buscam um consenso a respeito das habilidades consideradas essenciais em cada etapa do Ensino Fundamental e Médio.

As Matrizes de Referência são compostas por um conjunto de descritores, os quais contemplam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a habilidade avaliada. Tais descritores são selecionados para compor a Matriz, considerando-se aquilo que pode ser avaliado por meio de itens de múltipla escolha.

A Matriz de referência para o 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, apresenta os seguintes descritores relacionados ao cálculo de área de figuras planas:

- D12 - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
- D30 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou (...) dos sólidos: prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.
- D33 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas.

[8]

3 ÁREA DAS FIGURAS PLANAS

Conforme Starepravo [15] (2009), os estudos relacionados com a Geometria Plana atual estão diretamente relacionados à Geometria Euclideana, que são os pontos. as retas e os planos.

Conforme os relatos de Noé [7] (2013), ao observarmos a área ou a superfície de uma figura plana passamos a analisar o conceito antigo de uma visão bidimensional, ou da extensão da figura. Portanto, em uma análise de um quadrado, cuja figura tem os lados unitários, chamamos o total dessa área de uma unidade de área. Se os lados dessa figura estiver em metros (m), sua área será expressa em metros quadrados (m^2).

Nos estudos de Leonardo [6] (2010), encontramos a geometria plana como uma parte da matemática que tem maior utilização no nosso dia a dia, pois precisamos calcular medidas de comprimento, área de lugares, distâncias entre pontos, etc. Dentro da construção civil muitas fórmulas da geometria são utilizadas para definir a área de alguma figura.

Para entendermos o funcionamento do cálculo da área das figuras planas precisamos buscar informações no decorrer da história, ou seja, segundo Leonardo [6] (2010), na antiguidade observava-se a utilização dos ventos como forma de energia, nas embarcações à vela, nos processos de irrigação e moagem dos grãos. Daí eram feitas análises do tamanho da superfície das pás, pois quanto maior era a superfície, maior seria o contato com o vento, assim gerando maior energia. Esses métodos são utilizados em nossos dias atuais nos sistemas aerodinâmicos das turbinas reduzindo os custos e melhorando o desempenho da energia Eólica.

Conforme Ferreira [4] (2010), para o cálculo da área das figuras planas temos que analisar o formato das mesmas como, por exemplo:

- Área do quadrado;
- Área do retângulo;
- Área do paralelogramo;
- Área do triângulo;
- Área do losango;
- Área do trapézio.

Mas, como expressar ou medir uma área? Expressar ou medir uma área significa compará-la com outra de mesma espécie que é tomada por unidade.

O que é a área de uma figura plana? É uma medida da porção do plano que é cercada (ocupada) pela figura.

Como encontrar a medida da área de uma figura plana? Devemos comparar a sua superfície (porção do plano que ela ocupa) com a de outra figura que é tomada como unidade.

Qual uma boa sugestão para a unidade de área? Um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento, será chamado de quadrado unitário. Veja na figura 1:

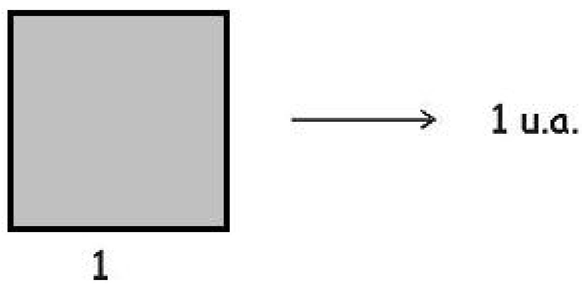

Figura 1 – Quadrado Unitário

Definição geral de área. Dado um polígono P, associamos a esse polígono um número real não negativo, chamado de área de P com as seguintes propriedades:

- Polígonos congruentes têm áreas iguais;

- Se P é um quadrado de lado 1, então a área de P é igual a 1 unidade de área;

- Se P pode ser decomposto como a reunião de n polígonos P1, P2, ..., Pn, tais que dois quaisquer deles têm em comum no máximo alguns lados, então a área de P equivale ao somatório das áreas de cada poligono decomposto de P.

  Área de P = P1 + P2 + ... + Pn

3.1 Área do Quadrado

Podemos representar por **a** a medida do lado do quadrado, assim ao aplicarmos na fórmula encontraremos tanto para base (b) e para altura (h) a mesma medida. Então, conforme figura 2 teremos que a Área pode ser calculada como $A = a^2$:

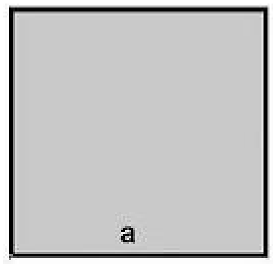

Figura 2 – Quadrado 1

E se o lado desse quadrado não for unitário, 4 cm por exemplo, teremos sua área calculada por A = (4cm) x (4cm) = $(4cm)^2 = 16cm^2$.

Veja na figura 3 que o quadrado maior é formado por 16 quadrados unitários.

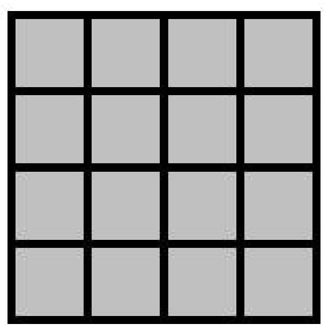

Figura 3 – Quadrado 2

3.2 Área do Retângulo

Quando indicamos um retângulo consideramos sua área como **A** e a medida de sua base por **b** e, respectivamente, sua altura por **h**, conforme figura 4:

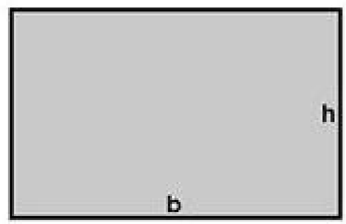

Figura 4 – Retângulo

Tomando um quadrado, cujo lados tenha como medida a = b+h e dividindo-o conforme figura 5:

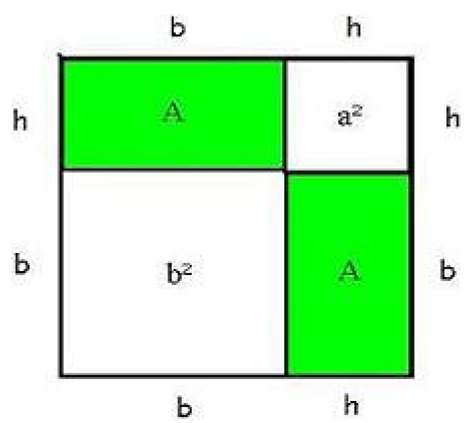

Figura 5 – Quadrado Notável

$(b + h)^2 = 2.A + b^2 + h^2$

$b^2 + 2.b.h + h^2 = 2.A + b^2 + h^2$

$2.b.h = 2.A$

$b.h = A$

$A = b.h$

Então, podemos concluir que a área de qualquer retângulo é medida por:

$$\mathbf{A = b \, . \, h}$$

3.3 Área do Paralelogramo

Vamos considerar um paralelogramo de base **b** e altura **h**, conforme figura 6:

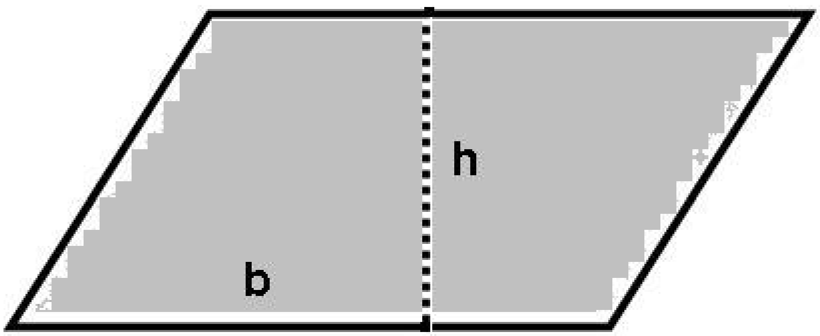

Figura 6 – Paralelogramo 1

Dividindo o paralelogramo conforme figura 7, podemos observar que ele se transforma em um retângulo.

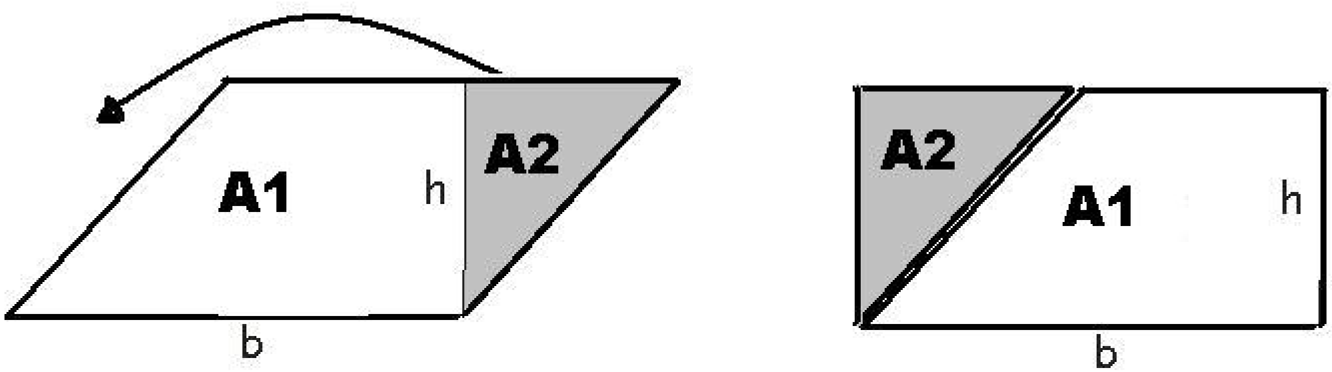

Figura 7 – Paralelogramo 2

Então, podemos calcular a área de um paralelogramo da mesma forma que no retângulo, ou seja:

$$\mathbf{A = b \; . \; h}$$

3.4 Área do Triângulo

Se considerarmos um triângulo ABC de base igual a **a** e altura **h**, duplicando esse triângulo, conforme figura 8, obteremos um paralelogramo ABCD, de mesma base e mesma altura.

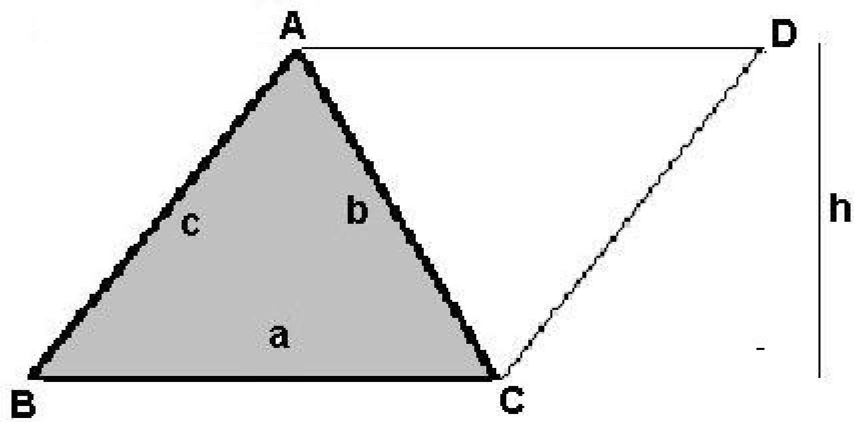

Figura 8 – Triângulo 1

Podemos perceber que a área desse paralelegramo equivale ao dobro da área do triângulo original ABC. Como a área do paralelogramo é dada por A = b.h, então, a área do triângulo pode ser calculada por:

$$\mathbf{A = \frac{(a.h)}{2}}$$

3.5 Área do Losango

Vamos considerar um losango ABCE, cujas diagonais medem **D** (maior) e **d** (menor).

Podemos decompor essa figura em dois triângulos congruentes, conforme figura 9.

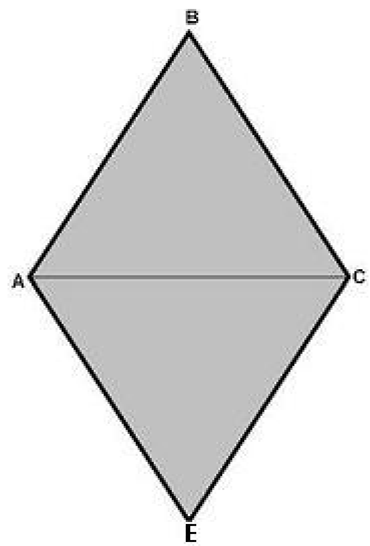

Figura 9 – Losango

Então, para o cálculo da área do losango, podemos somar as áreas dos triângulos ABC e ACE.

Para calcularmos a área de um triangulo usamos a fórmula:

$$A = \frac{base \ . \ altura}{2}$$

e ao substituirmos esses dados no losango na sua fórmula teremos:
Base = d (diagonal menor)
Altura = D/2 (metade da diagonal maior)
Portanto como a área do losango é a soma das áreas dos triângulos ABC e ACE, concluímos que para o calculo da área do losango é:

$$A = \frac{D \ . \ d}{2}$$

3.6 Área do Trapézio

Quando tratamos de um trapézio passamos a observar a figura da seguinte maneira: é o tipo de figura que possui duas bases B (base maior) e b (base menor) e h que representa a sua altura. A área do trapézio é igual à soma das áreas de dois triângulos, um de base B e altura h, e outro de base b e altura h, conforme figura 10.

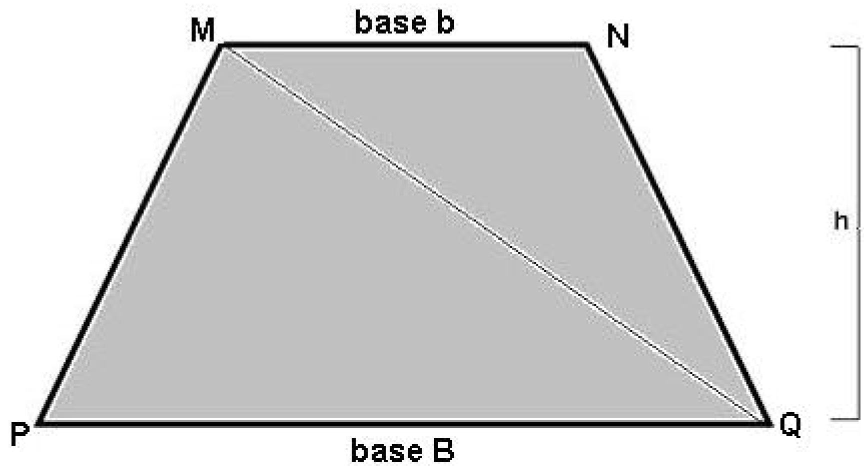

Figura 10 – Trapézio

Ao calcularmos essas áreas teremos:

No triângulo MPQ

$$A_{triânguloMPQ} = \frac{B\ .\ h}{2}$$

No triângulo MNQ

$$A_{triânguloMNQ} = \frac{b\ .\ h}{2}$$

Portanto a área do trapézio é dada pela seguinte fórmula:

$$A = A_{triânguloMPQ} + A_{triânguloMNQ}$$

$$A = \frac{B\ .\ h}{2} + \frac{b\ .\ h}{2}$$

$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

3.7 Utilização na Geometria Plana

O quadrado, retângulo, trapézio, losango e o triângulo são figuras consideradas básicas na geometria plana, portanto elas representam parte de uma estrutura matemática que dá início ao estudo da geometria, e podem ser encontradas em várias ocasiões do nosso dia a dia.

Como exemplo, as dimensões de uma trave do gol em um campo de futebol dever ter as medições de 7,32m por 2,44m. Estabelecida pela Fifa(Fédération Internationale de Football Assocation).

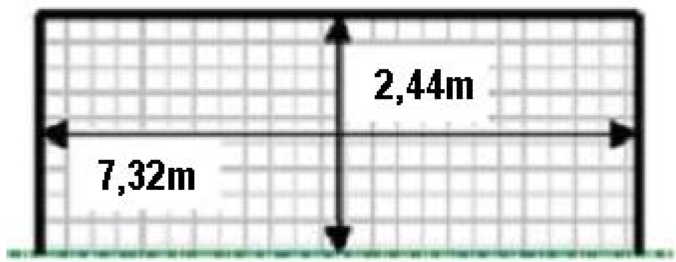

Figura 11 – Trave do gol

Um campo de futebol, possue diversos retângulos, cada um com sua medida, seja oficial ou não.

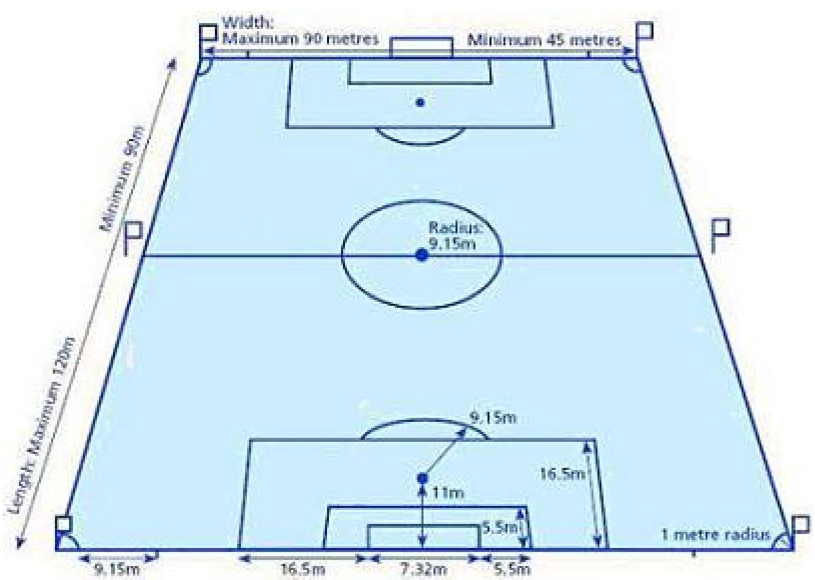

Figura 12 – Campo de futebol

Fonte: FIFA

Ribeiro[10] (2009) comenta que os aprofundamentos dos estudos da Matemática podem ser realizados de forma prazerosa quando são buscados subsídios além das salas de aula, pois é possível aguçar a curiosidade dos alunos quando abrimos seus horizontes naquilo que a disciplina pode ser aplicada no cotidiano.

Com esse enfoque certamente serão analisados os grandes desafios da matemática no meio moderno e virtual, ou seja, as criações de argumentações passarão a dar qualidade ao ensino formulando discussões de ideias.

Nessas condições as aulas de matemática podem ser associadas à disciplina de Educação Física, tornando as aulas mais divertidas e ao mesmo tempo favorecendo a interdisciplinaridade no campo pedagógico. Também podem ser trabalhadas as variações geométricas dos quadros de artistas do período cubista e suas formas de desenhar as figuras do cotidiano.

De acordo com Leonardo[6] (2010) alguns artistas plásticos utilizavam-se de figuras geométricas em suas composições artísticas, como por exemplo o espanhol Pablo Picasso (1881 – 1973), com sua obra Horta del'Hebro, conforme figuras 13:

Figura 13 – Horta del'Hebro – Pablo Picasso

Fonte: Museo del Ermitage, San Petersburgo

Ainda conforme Leonardo[6] (2010), os alunos podem descobrir e identificar elementos geométricos nesta figura, definindo suas formas e também montando problemáticas de resolução de áreas.

Ao identificarem as figuras geométricas, o professor deve incentivar os alunos a calcular as áreas de algumas dessas figuras com a utilização de materiais como réguas para medição de seus lados, com arredondamentos para mais, facilitando assim o cálculo dessas áreas.

Sadovsky[11] (2010), diz que no modelo pedagógico atual, os professores mostram a utilidade das fórmulas e das regras matemáticas por meio de treinamento de aplicação: definição, exercício-modelo, exercício de aplicação. Nesse contexto, perguntas clássicas como “Para que serve isso professor? De onde veio? Por que é assim?” revelam a inadequação do método de ensino, não permitindo, portanto, a oportunidade de desenvolver um trabalho intelectual mais profundo em sala de aula. Dá muito mais autonomia e prazer um conhecimento de outro tipo, estruturado pela lógica e pela justaposição histórica crescente dos trabalhos dos grandes pesquisadores de todo mundo, formando um modelo sistematizado. Isso implica a necessidade de se ter uma preocupação clara com a formação do aluno.

Conforme os relatos de Starepravo[15] (2009), o uso dos jogos matemáticos ou de brincadeiras em sala de aula tem contribuído muito para a exteriorização do pensamento e da construção de um conhecimento mais elaborado. Assim também podem ser criadas alternativas que incluam as variações disciplinares, como Artes e Educação Física para que haja um desenvolvimento coletivo dos campos, bem como a utilização da matemática na construção dessas obras.

Ainda de acordo com Starepravo[15] (2009), muitos pesquisadores têm investigado o papel dessas novas dinâmicas da matemática, e todas elas apresentam vantagens significativas tanto na Educação Infantil quanto nos anos do Ensino Fundamental.

Essas relações precisam ser levadas em consideração pelo professor, pois ele estabelece as estratégias que serão usadas pelos alunos durante o período de aula. Todas essas considerações proporcionam discussões e formulação de novas questões levando o aluno a refletir sobre seu próprio pensamento, além disso, também são proporcionadas as verbalizações dos cálculos e automaticamente a socialização dos mesmos.

4 FÓRMULA DE HERON

4.1 Heron de Alexandria

Conforme escritos de Pollen [9] (1874), Heron de Alexandria (também escrito como Hero e Herão, 10 d.C. - 70 d.C.) foi um sábio matemático e mecânico grego, do começo da era cristã (século I).

Grout[5] (1874), escreveu que Heron era geômetra e engenheiro grego e que esteve ativo em torno do ano 62. É especialmente conhecido pela fórmula que leva seu nome e se aplica ao cálculo da área do triângulo. Seu trabalho mais importante no campo da geometria métrica, permaneceu desaparecido até 1896. Ficou conhecido por inventar um mecanismo para provar a pressão do ar sobre os corpos, que ficou para a história como o primeiro motor a vapor documentado, a eolípila.

Ainda segundo Grout[5] (1874), Heron é o autor de um tratado chamado Métrica, que versa sobre a medição de figuras simples de planos sólidos, com prova das fórmulas envolvidas no processo. Tratava da divisão das figuras planas e sólidas e contém a Fórmula de Heron para o cálculo da área de um triângulo e um método (já antecipado pelos babilônios) de aproximação a uma raiz quadrada de números não quadrados. Sua Mecânica foi preservada pelos árabes e anuncia a regra do paralelogramo para a composição de velocidades. Determina os centros simples de gravidade e discute as engrenagens pelas quais uma pequena força pode ser usada para levantar grandes pesos. Ele escreveu um manual de poliorcética, que foi usado com uma das fontes por um autor bizantino anônimo, usualmente chamado de Heron de Bizâncio, para escrever o livro Parangelmata Poliorcetica (Instruções para a Guerra de Cerco).

Grout[5] (1874) destaca também que a Fórmula de Heron é capaz de determinar a área de um triângulo (figura 14) somente através das medidas dos lados, descartando a utilização da altura do triângulo, diferente de outras expressões matemáticas para a mesma finalidade.

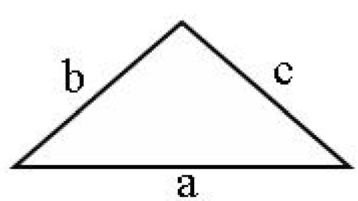

Figura 14 – Triângulo 2

Expressão formulada por Heron de Alexandria:

$$\boxed{A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}}$$

Onde:

A $\Rightarrow$ Área do triângulo

p $\Rightarrow$ semi-perimetro (metade da soma dos lados do triângulo)

a, b e c $\Rightarrow$ medidas dos lados do triângulo

O semiperimetro é calculado por:

$$p = \frac{(a+b+c)}{2}$$

Vejamos uma prática:

Exemplo 1: Calcular a área de um triângulo de lados 5cm, 12cm e 13cm, representado na figura 15.

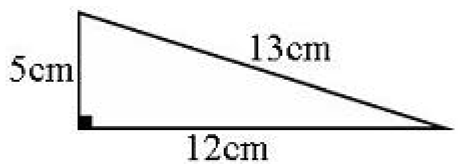

Figura 15 – Triângulo 3

Podemos perceber, pelo Teorema de Pitágoras, que esse triângulo é retângulo, pois:

$13^2 = 12^2 + 5^2$

$169 = 144 + 81$

$169 = 169$

Provando assim que os catetos equivalem a base e a altura do triângulo.

I - Utilizando o método mais comum, ou seja:

$A = \frac{(base.altura)}{2} = \frac{(12.5)}{2} = \frac{(60)}{2} = \boxed{30cm^2}$

II - Utilizando a fórmula de Heron:

$p = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(5+12+13)}{2} = \frac{(30)}{2} = 15cm$

$A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} = \sqrt{15.(15-13).(15-12).(15-5)}$

$A = \sqrt{15.(2).(3).(10)} = \sqrt{15.2.3.10} = \sqrt{900} = \boxed{30cm^2}$

Chegando ambos os métodos ao mesmo resultado.

4.2 Demonstrando a Fórmula de Heron

Demonstração apresentada por Sobré[14] (2004).

Seja um triângulo com a base **a** e os outros lados **b** e **c**. Os lados **b** e **c** têm projeções ortogonais, indicadas por **m** e **n** sobre o lado **a**, conforme figura 16.

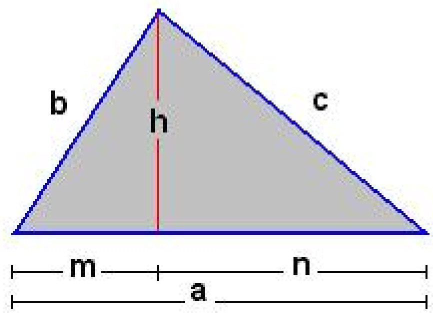

Figura 16 – Triângulo 4

Tomando **h** como a medida da altura do triângulo, relativa ao lado **a**, segue que a área da região triangular será dada por **A=a.h/2**. Temos a formação de mais dois pequenos triângulos retângulos e com eles, podemos extrair as seguintes relações:

Relação I: $\Rightarrow b^2 = m^2 + h^2$ (Pelo Teorema de Pitágoras)

Relação II: $\Rightarrow c^2 = n^2 + h^2$ (Pelo Teorema de Pitágoras)

Relação III: $\Rightarrow a = m + n$ (os segmentos **m** e **n** juntos equilavem ao lado **a**)

Subtraindo relações I e II teremos:

$[b^2 = m^2 + h^2]$ - $[c^2 = n^2 + h^2] \Rightarrow b^2 - c^2 = m^2 - n^2$

Desenvolvendo o segundo membro da equação:

$b^2 - c^2 = (m + n).(m - n)$

Utilizando relação III:

$b^2 - c^2 = a.(m - n)$

$m - n = \frac{(b^2 - c^2)}{a}$ (Relação IV)

Somando membro a membro, a relação III e IV, segue que:

$(m + n) + (m - n) = a + [\frac{(b^2 - c^2)}{a}]$

$2.m = a + \frac{(b^2 - c^2)}{a}$

$m = \frac{(a^2 + b^2 - c^2)}{2a}$ (Relação V)

Então, utilizando a Relação I, temos que:

$b^2 = m^2 + h^2$

Mudando a posição dos termos

$h^2 = (b^2 - m^2)$

Resolvendo o produto notável

$h^2 = (b + m).(b - m)$

Substituindo o valor de m, conforme Relação V

$h^2 = [(b + \frac{a^2+b^2-c^2}{2.a}).(b - \frac{a^2+b^2-c^2}{2.a})]$

$h^2 = [(\frac{2ab+a^2+b^2-c^2}{2.a}).(\frac{2ab-a^2-b^2+c^2}{2.a})]$

$h^2 = \frac{1}{4.a^2}.[((a^2 + 2ab + b^2) - c^2).(c^2 - (a^2 - 2ab + b^2))]$

$4.a^2.h^2 = [(a + b)^2 - c^2][c^2 - (a - b)^2]$

Resolvendo o produto notável

$4.a^2.h^2 = (a + b + c).(a + b - c).(a + c - b).(b + c - a)$

Como a + b + c = 2.p (soma dos lados é igual ao dobro do semiperímetro), e também:
a + b - c = a + b + c - 2.c = 2.p - 2.c = 2.(p - c)
a + c - b = a + b + c - 2.b = 2.p - 2.b = 2.(p - b)
b + c - a = a + b + c - 2.a = 2.p - 2.a = 2.(p - a)

Então, substituindo em $4a^2h^2 = (a + b + c).(a + b - c).(a + c - b).(b + c - a)$, temos:

$4.a^2.h^2 = [2p].[2.(p - c)].[2.(p - b)].[2.(p - a)]$

$4.a^2.h^2 = 16.p.(p - a).(p - b).(p - c)$

$\frac{a^2.h^2}{4} = p.(p - a).(p - b).(p - c)$

$(\frac{a.h}{2})^2 = p.(p - a).(p - b).(p - c)$

Como a área do triângulo pode ser expressa por $A = \frac{(a.h)}{2}$ temos que:

$$A^2 = p.(p - a).(p - b).(p - c)$$

$$\boxed{\mathbf{A = \sqrt{p.(p - a).(p - b).(p - c)}}}$$

Chegamos a conclusão que em qualquer triângulo, conhecida as medidas dos seus lados **a**, **b** e **c**, podemos calcular a sua área, utilizando **Formula de Heron**.

4.3 Aplicação da Fórmula de Heron

Para calcular a área de um triângulo qualquer, basta ter a medida de cada um dos lados do triângulo que se queira calcular sua área. A grande vantagem desse método é que com apenas um intrumento de medição (régua, trena, etc) é possível aferir o comprimento de cada lado do triângulo em questão, não necessitando de outros instrumentos tais como compasso, transferidor, etc.

4.3.1 Aplicação prática: 1

Utilizando a Fórmula de Heron, calcular a área de uma região triangular com as seguintes medidas: lado a = 26cm, lado b = 26cm e lado c = 20cm

Calculando o semiperímetro: $p = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(26+26+20)}{2} = \frac{(72)}{2} = 36cm$

$A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} = \sqrt{36.(36-26).(36-26).(36-20)}$

$A = \sqrt{36.(10).(10).(16)} = \sqrt{36.10.10.16} = \sqrt{57600} = \boxed{240cm^2}$

4.3.2 Aplicação prática: 2

Utilizando a Fórmula de Heron, calcule a área de uma região hexagonal regular, sabendo que cada aresta mede 12cm.

Dividindo o hexágono em 6 triângulos equiláteros, conforme figura 17:

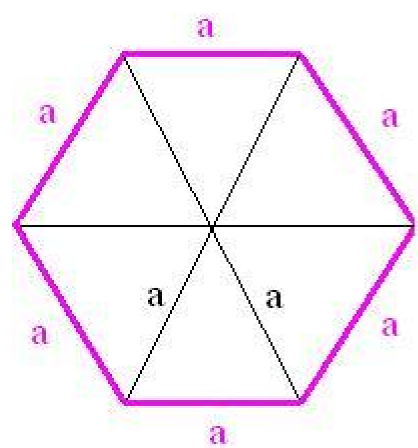

Figura 17 – Hexágono

Calculando o semiperímetro de um triângulo: $p = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(12+12+12)}{2} = \frac{(36)}{2} = 18cm$

$A = 6.\sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} = 6.\sqrt{18.(18-12).(18-12).(18-12)}$

$A = 6.\sqrt{18.(6).(6).(6)} = 6.\sqrt{18.6.6.6} = 6.\sqrt{3888} = 6\ .\ 62{,}35 = \boxed{374,12cm^2}$

4.3.3 Aplicação prática: 3

O pátio de uma escola (figura 18) tem o formato de um quadrilátero ABCD, com medidas AB=39m, BC=25m, CD=42m e AD=70m. A diagonal menor mede AC=56m. Calcule a área desse pátio, utilizando a Fórmula de Heron.

Figura 18 – Pátio da escola

Fonte: Google Imagens

Fazendo os cálculos:

Calculando o semiperímetro do triângulo ABC

$p_1 = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(25+39+56)}{2} = \frac{120}{2} = 60m$

Calculando o semiperímetro do triângulo ACD

$p_2 = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(42+56+70)}{2} = \frac{168}{2} = 84m$

Calculando a área do triângulo ABC

$A_1 = \sqrt{p_1.(p_1 - a).(p_1 - b).(p_1 - c)} = \sqrt{60.(60 - 25).(60 - 39).(60 - 56)} = \boxed{420m^2}$

Calculando a área do triângulo ACD

$A_2 = \sqrt{p_2.(p_2 - a).(p_2 - b).(p_2 - c)} = \sqrt{84.(84 - 42).(84 - 56).(84 - 70)} = \boxed{1.176m^2}$

Então, a área do pátio da escola será:

A $= A_1 + A_2 = \boxed{420m^2} + \boxed{1.176m^2} = \boxed{1.596m^2}$

4.3.4 Aplicação prática: 4

Calcular o volume aproximado de uma piscina com 1,30m de altura e base triangular de medidas 5,00m, 4,20m e 4,20m. Expresse a resposta em litros, sabendo que cada $1m^3$ equivale a 1.000 litros. Veja na figura 19 detalhes sobre a piscina.

Figura 19 – Piscina triangular

Fonte: Google Imagens

Calculando o semiperímetro:

$p = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{(5,0+4,2+4,2)}{2} = \frac{(13,4)}{2} = 6,7m$

Calculando a área da base (fundo da piscina):

$A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)} = \sqrt{6,7.(6,7-5,0).(6,7-4,2).(6,7-4,2)}$

$A = \sqrt{6,7.(1,7).(2,5).(2,5)} = \sqrt{71,1875} = \boxed{8,437269m^2}$

Calculando o volume em metros cúbicos:

Volume = V = (A . h) = 8,437269 . 1,3 = $\boxed{10,96845}$

Transformando metro cúbico para litros

Volume = (Volume m^3) . 1.000 = 10,96845 . 1.000 = $\boxed{\text{10.968,45 litros}}$

4.3.5 Aplicação prática: 5

Considere o pátio da UENF (Universidade Estadual do Norte Fluminense).

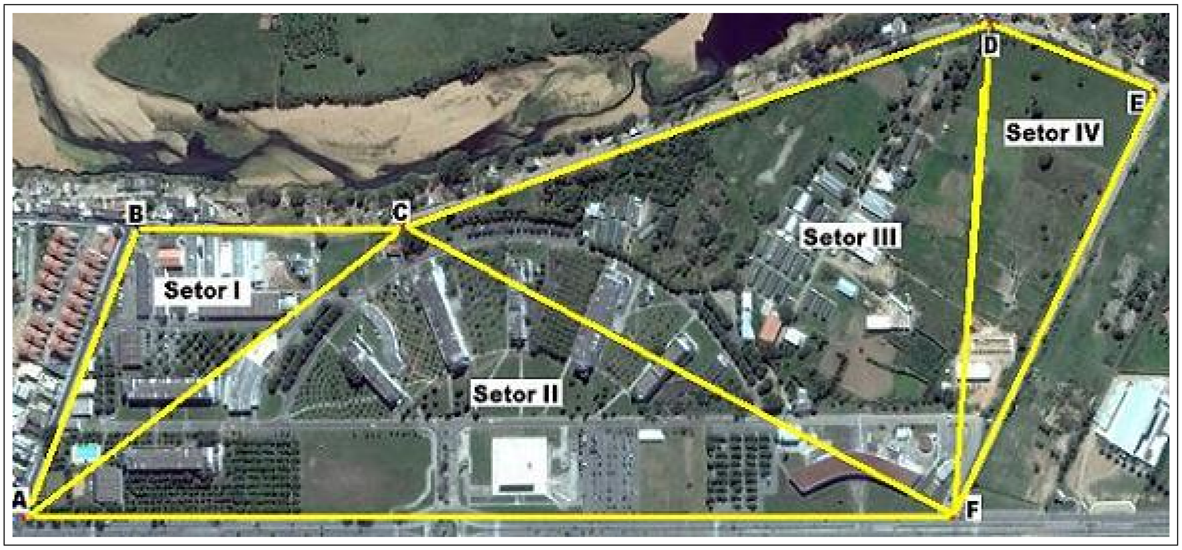

Figura 20 – Pátio da UENF

Fonte: Google Earth

Utilizando o aplicativo computacional Google Earth, podemos aferir as seguintes medidas do pátio da universidade, expressas em metros: $\overline{AB}$=343; $\overline{BC}$=225; $\overline{CD}$=830; $\overline{DE}$=203; $\overline{EF}$=553; $\overline{AF}$=1087; $\overline{AC}$=462; $\overline{CF}$=786; e, $\overline{DF}$=552. Os valores foram arredondados para inteiro.

Perceba que foi triangulado a parte interna do terreno, formando quatro triângulos (setores). Utilizando a formula de Heron $A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$, vamos calcular a área desses setores.

$\boxed{\textbf{Setor I}}$

Semi-perímetro: $\mathbf{2p=(\ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}\ )\ =\ 343{+}225{+}462\ =\ 1030.}$

Então p=515m.

$\mathbf{A_1} = \sqrt{\mathbf{515.(515\text{-}343).(515\text{-}225).(515\text{-}462)}} \cong \boxed{\mathbf{36.898m^2}}$

$\boxed{\textbf{Setor II}}$

Semi-perímetro: $\mathbf{2p=(\overline{AC} + \overline{AF} + \overline{CF})\ \ =\ 462{+}1087{+}786\ =\ 2.335.}$

Então p=1.167,5m.

$\mathbf{A_2} = \sqrt{\mathbf{1.167{,}5.(1.167{,}5\text{-}462).(1.167{,}5\text{-}1087).(1.167{,}5\text{-}786)}} \cong \boxed{\mathbf{159.046m^2}}.$

Setor III

Semi-perímetro: 2p=($\overline{\mathbf{CD}} + \overline{\mathbf{CF}} + \overline{\mathbf{DF}}$)=(830+786+552)=2.168m.

Então p=1.084m.

$\mathbf{A_3} = \sqrt{\mathbf{1.084.(1.084\text{-}830).(1.084\text{-}786).(1.084\text{-}552)}} \cong \boxed{\mathbf{208.927m^2}}$.

Setor IV

Semi-perímetro: 2p=($\overline{\mathbf{DE}} + \overline{\mathbf{DF}} + \overline{\mathbf{EF}}$)=(203+552+553)=1.308m.

Então p=654m.

$\mathbf{A_4} = \sqrt{\mathbf{654.(654\text{-}203).(654\text{-}552).(654\text{-}553)}} \cong \boxed{\mathbf{55.124m^2}}$

Para obter a área do pátio da instituição de ensino, basta somar as áreas de cada setor:

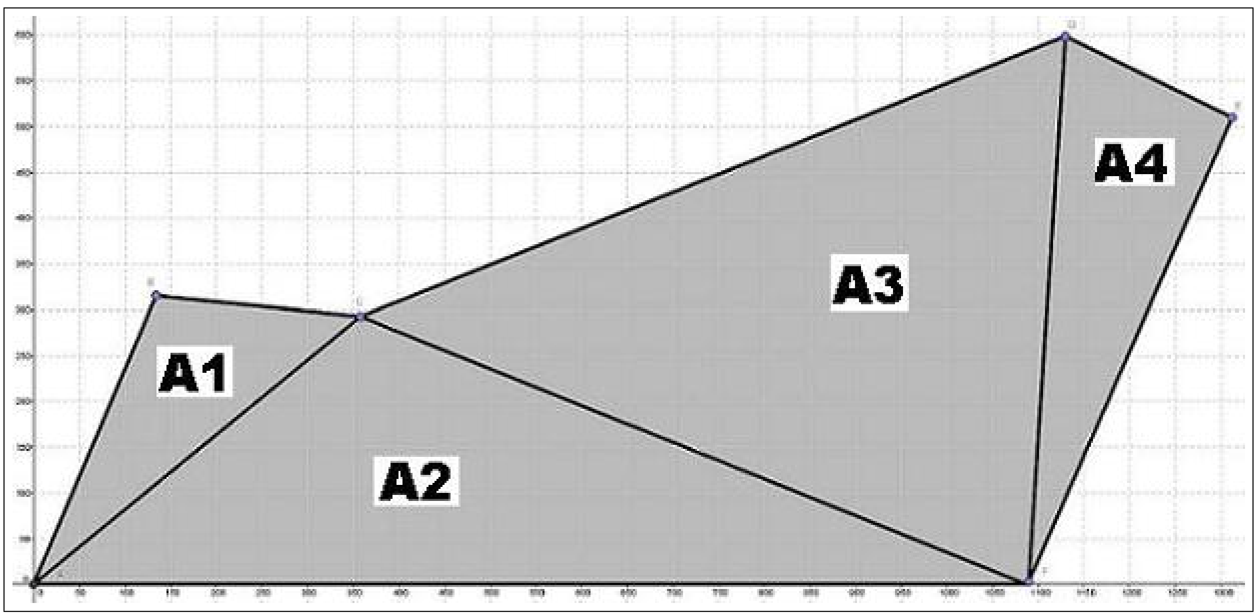

Figura 21 – Croqui do pátio da UENF

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

A $= 36.898m^2 + 159.046m^2 + 208.927m^2 + 55.124m^2$

A $= \boxed{459.995m^2}$

A $\cong$ $\boxed{\text{460 mil metros quadrados de área.}}$

4.4 Uso de Planilhas Eletrônica

Planilha eletrônica [16] é um tipo de programa de computador que utiliza tabelas para realização de cálculos ou apresentação de dados. Cada tabela é formada por uma grade composta de linhas e colunas.

Vejamos como calcular a área de um triângulo, através da Fórmula de Heron, conhecida a medida de seus lados, utilizando uma planilha eletrônica.

- Digite na célula A1: Lado A
- Digite na célula A2: Lado B
- Digite na célula A3: Lado C
- Digite na célula A5: Semiperímetro
- Digite na célula A7: Área
- Digite na célula B5: =(B1+B2+B3)/2
- Digite na célula B7: =RAIZ(B5*(B5-B1)*(B5-B2)*(B5-B3))
- Digite na célula B1: 5
- Digite na célula B2: 12
- Digite na célula B3: 13

Digite outros valores nas células B1, B2 e B3 e veja os resultados.

Figura 22 – Planilha Eletrônica 1

Fonte: Microsoft Excel

Vejamos um exemplo. Considere um polígono ACDE, cujos lados medem: AC=13cm, CD=20cm, DE=35cm e AE=28cm. Utilizando um planilha eletrônica e a fórmula de Heron, encontre a área dessa figura plana sabendo que a diagonal AD mede 21cm.

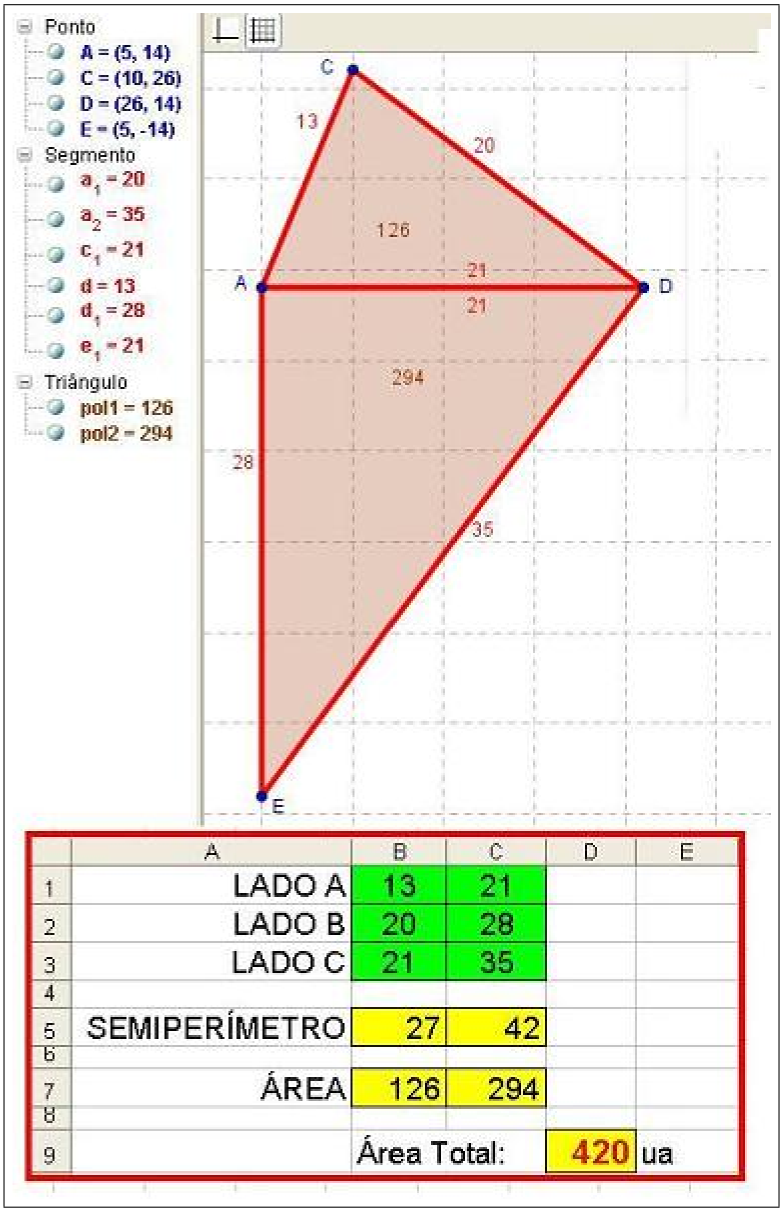

Figura 23 – Planilha Eletrônica 2

Fonte: Geogebra e Microsoft Excel

Considerações Finais

Quando uma aula é bem planejada é possível notar que a utilização de desafios com desenhos geométricos encontrados no cotidiano dos alunos passam a se tornar um instrumento eficaz na introdução desse conteúdo matemático, ou seja, o aluno encontra desafios dos quais ele convive em seu dia a dia, e o processo de aprendizagem fica mais prazeroso e divertido.

Todo esse processo movimenta os conteúdos da disciplina tornando as atividades de geometria plana mais lúdica e cognitiva e a fazem associadas ao aprendizado de forma a solucionar os problemas propostos.

Durante os processos de utilização desse tipo de aprendizado em sala de aula é necessário preparar uma boa investigação do assunto tratado, para que não se torne apenas mais uma forma de passar conteúdo, mas sim sirva de maneira inovadora de inserção do conteúdo de geometria plana.

Em sua grande maioria, as práticas pedagógicas inovadoras são sempre vista como grandes desafios para os profissionais da educação, pois a desvalorização do profissional da educação tem sido uma crescente em nosso país, porém é preciso buscar um equilíbrio entre essas condições e as mudanças que podem ser realizadas nos processos de mudança do país que ainda precisa de um longo caminho para que haja um verdadeiro alicerce na qualidade da educação e de uma vida melhor.

O cálculo de áreas de figuras planas não precisa ser encarado, necessariamente, como um conjunto de fórmulas específicas para cada figura geométrica conhecida.

A grande contribuição desse trabalho de conclusão de curso é incentivar professores da Educação Básica a dar aos alunos, muito mais do que o domínio de diversas fórmulas, é mostrar que existem diferentes métodos para calcular áreas, precisos ou aproximados, cada qual com suas vantagens e desvantagens, e que a escolha sobre qual deles utilizar pode ser feita de maneira inteligente.

Heron de Alexandria é o responsável por elaborar uma fórmula matemática que calcula a área de um triângulo em função das medidas dos seus três lados. A fórmula de Heron é muito útil nos casos em que não sabemos a altura do triângulo, mas temos a medida dos lados.

Como toda figura geométrica plana formada por segmentos de retas pode ser dividida em triângulos, podemos estender a aplicação da Fórmula de Heron para toda a figura original.

Portanto esse estudo busca colaborar no processo educacional, no que se refere à valorização dos conteúdos e ao mesmo tempo, servir como referência para que haja alternativas nas práticas do ensino do cálculo de superfícies de figuras geométrias planas.

Referências

[1] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1998. Citado na página 29.

[2] BRAZ, Fernanda Martins. Geometria. História da Geometria Hiperbólica. www.mat.ufmg.br. 14 set. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

[3] CONHECER, Dicionário Enciclopédia. Geometria. *São Paulo: Abril Cultural*, 1, 1969. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

[4] FERREIRA, Marcus Vinícius Reis. Matemática para concurso: teoria completa. *Barra do Piraí*, 01, 02 e 03, 2010. Citado na página 33.

[5] GROUT, James. Geometria. Heron de Alexandria. Encyclopaedia Romana, Apollodorus of Damascus. 1997. Citado na página 45.

[6] LEONARDO, Fábio Martins de. Projeto araribá, obra coletiva - matemática. *São Paulo: Moderna*, 9(3), 2010. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 42.

[7] NOÉ, Marcos. Matemática, Geometria plana. www.brasilescola.com.br. 12 set. 2010. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 33.

[8] OLIVEIRA, Jeanderson. Matematica, Geometria, Area das Figuras Planas. www.sosmatematica.blogspot.com.br. 14 set. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 32.

[9] POLLEN, John Hungerfor. Heron de Alexandria. www.pt.wikipedia.org. 01 ago. 2014. Citado na página 45.

[10] RIBEIRO, Flávia Dias. Jogos e modelagem na educação matemática. *São Paulo: Savaiva*, 2009. Citado na página 42.

[11] SADOVSKY, Patrícia. O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios. *São Paulo: Ática*, (1), 2010. Citado na página 43.

[12] SAERJ. Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro. Matriz de Referência. *www.avaliacaoexternasaerj.caedufjf.net*, 08 nov. 2014. Citado na página 31.

[13] SEEDUC. Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro. Currículo Mínimo. Matemática. 2012. Citado na página 30.

[14] SOBRÉ, Ulysses. Geometria Plana: Área de região triangular. Fórmula de Heron. www.pessoal.sercomtel.com.br. 11 out. 2014. Citado na página 47.

[15] STAREPRAVO, Ana Ruth. Jogando com a matemática: números e operações. *Curitiba: Aymará*, A, B e C, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 43.

[16] WIKIPÉDIA, Enciclopédia Livre. Planilhas eletrônicas. www.pt.wikipedia.org, 08 nov. 2014. Citado na página 54.