REBECA PEREIRA DE SOUZA

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE ATIVIDADES BASEADAS EM SITUAÇÕES DO DIA A DIA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
NOVEMBRO DE 2016

REBECA PEREIRA DE SOUZA

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE ATIVIDADES BASEADAS EM SITUAÇÕES DO DIA A DIA

”Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Profª. Liliana Angelina Leon Mescua

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
NOVEMBRO DE 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT** / **UENF** **23/2017**

Souza, Rebeca Pereira de
A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia / Rebeca Pereira de Souza. – Campos dos Goytacazes, 2016.
98 f. : il.
Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2016.
Orientador: Liliana Angelina León Mescua.
Área de concentração: Matemática.
Bibliografia: f. 74-75.
1. FUNÇÕES (MATEMÁTICA) 2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 3. RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

CDD 515.7

REBECA PEREIRA DE SOUZA

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE ATIVIDADES BASEADAS EM SITUAÇÕES DO DIA A DIA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 23 de Novembro de 2016.

Profª. Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. - IFFluminense

Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF

Profª. Liliana Angelina León Mescua
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

REBECA PEREIRA DE SOUZA

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE ATIVIDADES BASEADAS EM SITUAÇÕES DO DIA A DIA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

"A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo." (Pitágoras)

Agradecimentos

À Deus, em primeiro lugar. À minha mãe que me deu todo apoio durante minha caminhada, nas longas noites de estudo e nos longos dias em que eu tinha que conciliar trabalho e estudo. Obrigada por sempre ter acreditado em mim! Ao meu marido, que sempre me apoiou e incentivou a concluir esta etapa e a toda minha família que entendeu meus momentos de reclusão e afastamento. À minha orientadora que sempre me motivou a continuar. Aos meus amigos, aos meus irmãos em Cristo, à minha família na fé, Igreja Evangélica Comunidade Jehová Shammah, que sempre me apoiaram, principalmente em oração. Ao meu eterno pastor, pastor Silas Quirino, que sempre acreditou que eu concluiria esta etapa e sempre orou por mim. Aos meus alunos que colaboraram com a participação nas atividades e com o despertar do interesse por essa pesquisa.

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo a construção do conceito de Função por meio da metodologia de Resolução de Problemas. A pesquisa justifica-se pelas dificuldades que a professora/pesquisadora observou nas diversas etapas do processo de aprendizagem deste conteúdo, ao longo de sua experiência como docente. Nesse intuito, será aplicada uma sequência de atividades baseada no processo de ensino-aprendizagem através da metodologia de Resolução de Problemas no qual pretende-se construir, através de uma prática pedagógica diferenciada, os elementos que fundamentam este conceito: Relação de Dependência, Domínio, Contradomínio, Imagem, Diagrama de Venn e as diferentes maneiras de representar uma Função, assim como as Leis de Formação. As atividades foram aplicadas em duas turmas do 9° ano do Ensino Fundamental, na Escola Técnica Estadual Antônio Sarlo - RJ. Pela análise dos dados coletados e das atividades realizadas constatou-se que, através da Resolução de Problemas associados à situações do dia a dia do aluno, estes, sentiram-se mais confortáveis com a disciplina e tornaram-se mais interessados e seguros do conteúdo, contribuindo numa melhor aprendizagem e formalização do conceito.

Palavras-chaves: Função, Conceito, Relação de Dependência, Resolução de Problemas.

Abstract

The present work aims to build the concept of Function using the methodology of Problem Solving. This research is justified by the difficulties identified by the teacher/researcher during her work experience in several learning process stages related to this content. Considering the above mentioned, a sequence of activities based on the teaching-learning process using the methodology of Problems Solving will be applied. Its fundamental concepts will be put into a differentiated pedagogical practice. Such concepts are as follows: Dependency Relation, Domain, Counterdomain, Image, Venn Diagram and a variety of ways a Function can be represented as well as the laws of its formation. The activies were applied in two 9th year classes of Elementary School at E.T.E. Antonio Sarlo (technical school). Analyzing the collected data and the activities we concluded that using Problem Resolution associated with everyday situations that were common to the students, made them feel more ate ease with the school subject and they became more interested and self assured of the content, which resulted into a better learning and concept formalization.

Key-words: Function, Concept, Relation of Dependency, Solving Problems.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

Introdução

O estudo de Funções é amplo e abrangente e aparece na vida do aluno desde seu conceito introdutório, trabalhado normalmente no último ano do Ensino Fundamental seguindo por todo o Ensino Médio até o Ensino Superior, dependendo de seu interesse profissional.

Seu conceito é de extrema utilidade e aplicabilidade, sendo encontrado nas atividades mais corriqueiras do dia a dia. Relacionando, ou não, nossas atividades diárias à este conteúdo matemático, ele encontra-se lá – ao fazer uma compra no supermercado, ou na cantina da escola, ao pagar uma conta de táxi, ou conta de luz, ao calcular o tempo de chegada em algum lugar, etc.

A experiência docente ao longo de 10 anos ministrando tal conteúdo mostra que o processo de ensino-aprendizagem praticado ainda não é satisfatório, pois tornou-se bastante corriqueiro encontrar alunos com diferentes níveis de dificuldades ao estudá-lo. É comum também encontrar alunos questionando sua utilidade em seu dia a dia e, posteriormente, em sua escolha profissional. Surgem, portanto, algumas perguntas inquietantes que norteiam este trabalho: De que maneira pode-se tornar a introdução ao ensino de Função mais interessante, de forma que faça mais sentido para os alunos? De que maneira pode-se responder aos questionamentos feitos por eles quanto à utilidade de tal conteúdo? E, como aumentar o índice de aproveitamento deste conteúdo?

Na busca por sanar, ou ao menos minimizar, estes problemas pensou-se em construir o conceito de Função de uma forma diferente da que vinha sendo ensinada. Optou-se, então, por trocar a prática de ensino ”tradicional” adotada anteriormente, prática esta baseada na utilização do livro didático, apresentação e formalização do conteúdo usando exemplos e exercícios de fixação, pela metodologia de Resolução de Problemas.

Nesta perspectiva pode-se encontrar também outros estudos, como os de Dias (2015), Brandão (2014), Araújo (2013) e Leão e Bisognin (2012).

Araújo (2013) propõe atividades a serem abordadas ao longo dos anos da educação básica, e assim como neste trabalho, ele propõe para o 9° ano atividades ligadas à dependência entre duas grandezas variáveis.

Dias (2015) e Brandão (2014) corroboram com o entendimento da pesquisadora deste trabalho quando apontam o uso da metodologia de Resolução de Problemas como forma de tirar o aluno da passividade colocando-o numa posição reflexiva e crítica.

No trabalho de Costa (2010) também defende-se a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem, porém é uma proposta voltada para o Ensino Médio e com o ensino específico da Função Afim.

A ideia central da proposta de Leão e Bisognin (2012) assemelha-se à deste, entretanto, além de trabalhar com problemas, o presente trabalho também preocupou-se em aplicar dois questionários, cujo primeiro visa compreender a realidade do ensino praticado nos anos de escolaridade anteriores, de modo que o mesmo sirva como ponto de partida na elaboração das atividades aplicadas, e o segundo visa analisar se a metodologia praticada contribuiu de forma positiva no processo de ensino-aprendizagem.

Como nos trabalhos citados acima, a proposta desta pesquisa também enfatiza a aprendizagem do conceito de Função porém, usando situações do cotidiano. Apesar de nem sempre ser possível usar situações do cotidiano para ensinar conteúdos matemáticos, acredita-se ser positivo fazê-lo sempre que possível, uma vez que a Matemática deu-se a partir da necessidade humana de respostas para situações práticas do dia a dia.

> Se o trabalho matemático que se realiza nas escolas relaciona-se mais com a vida das crianças e dos adultos fora dela, seria possível que as crianças se interessem mais por ela e, positivamente, que a temam menos. (ZUNINO, 1995 apud LIMA, 2006, p. 27)

Este trabalho é desenvolvido com o objetivo de construir o conceito de Função por meio da metodologia de Resolução de Problemas, com o intuito de melhorar a aprendizagem do conteúdo.

Para alcançar o objetivo geral desta pesquisa, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

• Identificar com os alunos participantes a metodologia à qual eles são comumente submetidos;

• Analisar os resultados diagnosticados na aplicação da sequência didática quanto à utilização da metodologia aplicada.

• Proporcionar aos alunos participantes a formalização do conceito de Função.

As atividades foram desenvolvidas com as turmas 91 e 92 do Ensino Fundamental da Escola Técnica Estadual Agrícola Antônio Sarlo, localizada na cidade de Campos dos Goytacazes - RJ.

O trabalho está dividido em cinco capítulos organizados da seguinte maneira:

No primeiro capítulo apresenta-se, brevemente, a evolução do conceito de Função ao longo da história da Matemática, considerando o posicionamento de alguns matemáticos e educadores, a definição do conceito e os tipos de representação.

No segundo capítulo encontra-se uma exposição sobre a metodologia utilizada - Metodologia de Resolução de Problemas.

No terceiro capítulo são expostos a descrição do tipo de pesquisa, a apresentação do campo no qual a pesquisa ocorreu, a caracterização dos sujeitos e definição dos instrumentos e dos procedimentos para análise de dados da pesquisa. Estão apresentadas também as etapas da sequência didática a ser aplicada.

No quarto capítulo, encontram-se a aplicação das atividades que foram desenvolvidas assim como os resultados e as análises feitas pela pesquisadora por meio dos resultados obtidos.

No quinto capítulo, encontram-se as considerações finais relacionadas à proposta do trabalho. Faz-se também uma avaliação dos resultados obtidos, assim como as dificuldades encontradas e possíveis sugestões para aplicações posteriores.

Em seguida, encontram-se as referências, os apêndices contendo as atividades aplicadas, algumas fotos tiradas durante a aplicação das mesmas e o anexo contendo as etapas propostas pela professora Onuchic para a organização das atividades.

Capítulo 1

Função

1.1 Evolução do Conceito

O conceito de Função conhecido atualmente levou muito tempo para ser aperfeiçoado e é resultado de mais de 4000 anos de estudos até sua formalização. Apesar de ter sido explicitado apenas a partir do século XVIII, ele é encontrado de forma implícita, muito antes. Acredita-se que tal conceito surgiu de forma intuitiva a partir da necessidade do homem de resolver problemas práticos do dia a dia onde havia dependência entre duas grandezas distintas. (BOTELHO; REZENDE, 2011, p. 65)

Seu desenvolvimento divide-se em três etapas até a metade do século XIX: a Antiguidade, a Idade Média e a Idade Moderna.

Na **Antiguidade**, alguns autores consideram que os Babilônios apresentaram aspectos muito simples deste conceito onde registros apontam para relações entre variáveis, sem, entretanto, destacar a noção de variáveis e Funções. Foram encontradas mais de meio milhão de tábuas que tratavam de situações do cotidiano e do comércio e, 400 com conteúdos apenas matemáticos. Algumas tabuletas apresentam sequências de potências de um número dado, parecendo ter a função de uma tabela de Logaritmos. (MOL, 2013) Pode-se mencionar também as tábuas de multiplicação onde haviam duas colunas e para cada número apresentado na primeira coluna havia um número na segunda que representava o resultado da multiplicação do número da primeira coluna por um valor fixo.

Já entre os gregos foram encontradas tabelas que faziam conexão entre a Matemática e a Astronomia, dando evidências de que eles percebiam a ideia de dependência funcional.(SOUZA; MARIANI, 2005)

Na Grécia muitos papiros possuíam problemas do cotidiano dos egípcios como o preço do pão, alimentação do gado, etc e muitos desses problemas eram resolvidos por uma Equação do 1° grau, podendo-se perceber portando, através desse tipo de resolução, que os egípcios já possuíam uma ideia de relação funcional entre duas grandezas, apesar de ser ainda uma forma muito intuitiva. (FONSECA; SANTOS; NUNES, 2013, p. 5)

Na **Idade Média** encontramos em Nicole Oresme (1323 - 1382) uma contribuição importante para a representação gráfica da noção de Função que desenvolveu a teoria das latitudes e das longitudes das formas, considerada a precursora dos esboços gráficos. Os termos latitude e longitude usados por Oresme são equivalentes, num sentido amplo, à ordenada e abscissa. (SOUZA; MARIANI, 2005, p. 4)

No período da **Idade Moderna** o desenvolvimento do conceito ocorre mais intensamente a partir do final do século XVII. A seguir destacam-se alguns matemáticos que trouxeram contribuições importantes para tal desenvolvimento até o conceito que conhecemos hoje:

• Galileu-Galilei (1564 - 1642) que utilizou grandezas físicas que se inter relacionavam como uma maneira de modelar Funções, de forma a ter uma variável que dependia de outra (PONTE, 1990);

• René Descartes (1596 - 1650) que estabeleceu uma relação de dependência entre quantidades variáveis utilizando uma Equação em x e y, possibilitando o cálculo de valores de uma variável a partir dos valores da outra (PONTE, 1990);

• Newton (1642-1727), que traz a ideia de Função de forma ainda um pouco confusa nos *fluentes* e *fluxões* falando de variáveis dependentes e quantidade obtida a partir de outras por intermédio das quatro operações fundamentais. (PONTE, 1990) Apesar de Newton não ter usado o termo Função pode-se perceber em seus trabalhos que ele já considerava a existência de uma relação entre variável dependente e independente.

• Leibniz (1646 - 1716), foi o primeiro a usar o termo "Função" em 1673 no trabalho intitulado "O método inverso das tangentes, ou em funções", usada praticamente no mesmo sentido em que é usada hoje. O uso da palavra "Função" foi feito para designar, em termos muito gerais, um segmento de reta cujo comprimento depende da posição que ocupa um certo ponto sobre uma curva dada. Leibniz introduziu também os termos "constante", "variável" e "parâmetro". (BOTELHO; REZENDE, 2011)

• Johann Bernoulli (1667 - 1748) e Jacques Bernoulli (1655 - 1705) tiveram um papel fundamental na evolução e consolidação da teoria de Leibniz, desenvolvendo métodos, aplicações e notações. Após a morte de Jacques Bernoulli, em 1705, seu irmão Johann Bernoulli prossegue com descobertas matemáticas que forneceu a L'Hôpital concedendo-lhe o direito de usá-las como quisesse. L'Hôpital então, escreveu o livro *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Análise dos infinitamente pequenos para a compreensão de linhas curvas), publicado em 1696, cuja regra de L'Hôpital encontrada neste livro é na verdade uma criação de Johann Bernoulli. Em 1718, Johann Bernoulli define Função da seguinte maneira, em seu artigo "Acta Eruditorum Lipsiae":

> Chamamos de função de uma grandeza variável as quantidades compostas, de um modo qualquer, dessa grandeza variável e de constantes.(MOL, 2013)

• Leonard Euler (1707 - 1783), aluno de Johann Bernoulli. Bernoulli reconheceu o talento de Euler e investiu em sua formação. Euler introduziu diversos símbolos matemáticos: a letra $"e"$ para "o número cujo logaritmo hiperbólico vale 1", a introdução do símbolo i para $\sqrt{-1}$, as notações sin.v, cos.v, tang.v, cosec.v, sec.v e cot.v para as Funções trigonométricas, a notação $f(x)$ para uma Função de x, entre outros. Sua obra *Introductio in analisin infinitorum* (Introdução à análise do infinito, 1748) foi o primeiro texto em que a noção de Função aparece como elemento central da Análise Matemática. Euler substitui o termo *quantidade* por *expressão analítica* e define Função de uma quantidade variável por

> Uma expressão analítica composta de alguma maneira da quantidade variável e de números ou de quantidades constantes. (MOL, 2013)

• Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813), em 1797, define Função de uma ou várias quantidades como toda expressão para cálculo na qual estas quantidades entram de uma maneira qualquer, envolvidas ou não com outras quantidades que consideramos como sendo dadas e valores invariáveis, enquanto as quantidades das funções podem assumir todos os valores possíveis, podendo-se perceber a presença da ideia de função como relação entre quantidades variáveis. (BOTELHO; REZENDE, 2011, p. 71)

• Cauchy (1789-1857), um dos matemáticos mais destacados do início do século XIX, foi responsável pelo desenvolvimento da teoria de Funções Complexas. Ele apresentou uma definição mais satisfatória de Função Contínua, em que faz uso da simbologia i para um infinitesimal:

> ... quando uma função $f(x)$ admitindo um valor único e finito para todos os valores de x compreendidos entre dois limites dados, a diferença $f(x+i)-f(x)$ é sempre entre esses limites uma quantidade indefinidamente pequena, dizemos que $f(x)$ é uma função contínua da variável x entre os limites em questão. (MOL, 2013)

• Dirichlet (1805 - 1859) foi o matemático à quem se atribuiu a definição formal de Função. Ele foi o primeiro a estabelecer o conceito de Função como uma relação arbitrária entre variáveis, independente de fórmulas algébricas. Em 1837 ele separou o conceito de Função da sua representação analítica, formulando-o em termos de correspondência numérica. Uma Função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo o valor da variável independente se associa um e um só valor da variável dependente.

> Suponhamos que a e b são dois valores dados e x é a quantidade variável que assume, gradualmente, todos os valores localizados entre a e b. Se para cada x corresponde um único y, de modo que, enquanto x percorre o intervalo de a até b, y = f(x) varia gradualmente da mesma forma, então y é chamada função contínua de x para este intervalo. Além disso, não é absolutamente necessário que y dependa de x no intervalo inteiro de acordo com a mesma lei; sem dúvida, não é necessário pensar somente em relações que possam ser expressas através de operações matemáticas. (BOTELHO; REZENDE, 2011, p. 71)

• George Boole (1815 - 1864) foi quem interpretou o conceito de Função como transformação, onde cada elemento x é transformado no elemento $f(x)$:

> Qualquer expressão algébrica envolvendo o símbolo x é chamada uma função de x e pode ser representada sob a forma geral abreviada f(x). ... Nestes mesmos princípios de notação, se em alguma função transformarmos x em 1, o resultado será expresso pela forma f(1); se na mesma função transformarmos x em 0, o resultado será expresso pela forma f(0).(BOTELHO; REZENDE, 2011, p. 73)

• G. H. Hardy (1877 - 1947) enumerou em sua definição de Função três características que devem ser satisfeitas por uma Função determinada pela relação entre duas quantidades variáveis x e y que são válidas até os dias de hoje. São elas:

(1) y é sempre determinado por um valor de x;

(2) para cada valor de x para o qual y é dado, corresponde um e somente um valor de y;

(3) a relação entre x e y expressa através de uma fórmula analítica, na qual o valor de y que corresponde a um dado valor de x pode ser calculado por substituição direta de x. (BOTELHO; REZENDE, 2011, p.73)

• Nicolas Bourbaki (século XX) - um grupo de matemáticos franceses - utiliza a Teoria dos Conjuntos a qual é atribuída a definição atual de Função:

> Sejam A e B dois conjuntos, uma relação entre uma variável de $x \in$ A, e uma variável $y \in$ B é dita relação funcional se qualquer que seja $x \in$ A, existe um único elemento y de B, que esteja na relação considerada. (CHAVES; CARVALHO, 2004, p. 4)

1.2 Conceitos

Ao trabalhar com o conceito de Função é necessário apontar sua definição assim como as definições dos elementos que a acompanham.

Uma Função envolve três outros ingredientes, como afirma o professor Elon Lages de Lima: Domínio, Contradomínio e Lei de Correspondência $x \to f(x)$. Mesmo quando dizemos simplesmente 'a função f', ficam subentendidos seu domínio X e seu contradomínio Y e sem que eles sejam especificados, não existe Função. (LIMA, 2013, p. 41)

Apresenta-se a seguir a definição de Função dada pelo professor Elon Lages de Lima a qual será considerada neste trabalho:

Definição 1.1 *"Dados os conjuntos X, Y, uma função $f : X \to Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (leia-se "y igual a f de x"). O conjunto X chama-se* *o domínio e Y é o contra-domínio da função, f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f transforma (ou leva) x em $f(x)$."*

Em resumo, há duas condições para que uma Função exista. Segundo Lima et al. (2006):

> A natureza da regra que ensina como se obter $f(x)$ quando é dado x é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições:
>
> a) Não deve haver exceções: a fim de que a função f tenha o conjunto X como domínio, a regra deve fornecer $f(x)$, seja qual for $x \in$ X dado.
>
> b) Não pode haver ambiguidades: a cada $x \in$ X, a regra deve fazer corresponder um *único* $f(x)$ em Y.

1.3 Tipos de Representação

A representação de uma Função pode ser feita de cinco maneiras. São elas:

1. Registro verbal - *Onde registra-se uma determinada situação que representa uma Função por meio de palavras ou da própria fala.*

Exemplo 1.1 *Um motorista de táxi cobra R$ 5,07 de bandeirada mais R$ 1,26 por quilômetro rodado. Caso o táxi chegue na casa do cliente e haja desistência, o cliente deverá pagar a bandeirada. Sabendo que o preço a pagar é dado em função do número de quilômetros rodados, calcule o preço a ser pago por uma corrida em que se percorreu 22 quilômetros.*

2. Lei de Formação - *É uma regra Matemática que define exatamente como tal Função deve ser representada.*

Exemplo 1.2 *Do Exemplo 1.1, sendo P o preço a pagar e x o número de quilômetros rodados,* $P(x) = 5,07 + 1,26x$

3. Dados tabelados - *Tabelas representam informação, em geral numérica, arranjada sistematicamente, na forma de linhas e colunas.*

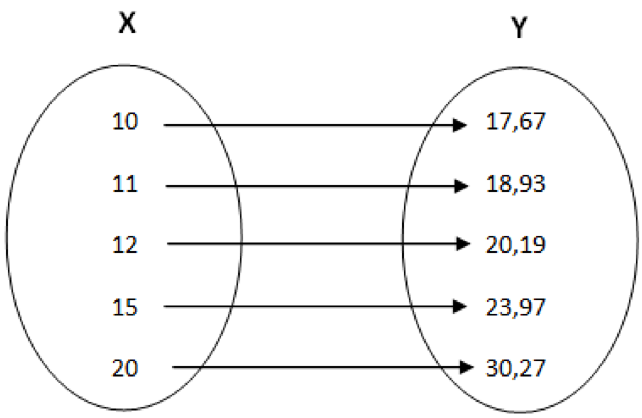
Exemplo 1.3 *Dados tabelados referentes ao Exemplo 1.1 com alguns possíveis valores de quilômetros rodados e os respectivos preços a pagar pela corrida.*

km rodados	*Preço a pagar (R$)*
10	*17,67*
11	*18,93*
12	*20,19*
15	*23,97*
20	*30,27*

4. Diagrama de Venn - *É todo diagrama que possibilita a visualização de propriedades e de relações entre um número finito de conjuntos. São representados por linhas fechadas, desenhadas sobre um plano, de forma a representar os conjuntos e as diferentes relações existentes entre conjuntos e elementos.*

Exemplo 1.4 *Do Exemplo 1.1, sendo X o conjunto referente aos quilômetros rodados, X = {10, 11, 12, 15, 20} e Y o conjunto referente aos preços a serem pagos por tais quilômetros respectivamente, Y = {17,67; 18,93; 20,19; 23,97; 30,27} uma* $f : X \to Y$*:*

Figura 1 – Representação de uma Função por diagrama de Venn



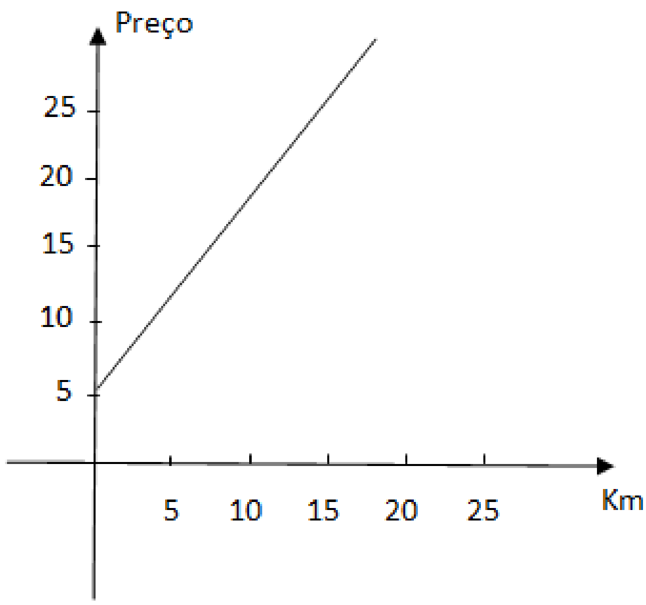
Fonte: Autoria Própria

Onde, o domínio de f *é o conjunto X, o contradomínio de* f *é o conjunto Y e a imagem de* f *é igual ao contradomínio.*

5. Gráficos - *É a tentativa de se expressar visualmente dados ou valores numéricos, de maneiras diferentes, assim facilitando a compreensão dos mesmos. O gráfico de uma função* $f : X \to Y$ *é o conjunto dos pares ordenados em* X *x* Y *da forma* $(x, f(x))$*, ou seja:* $(x, f(x)) : x \in X$*. Uma Função é determinada pelo seu gráfico e pela especificação do conjunto de chegada.*

Exemplo 1.5 *Representação gráfica do Exemplo 1.1 onde o domínio de f é o conjunto dos números reais positivos ($D(f) = \mathbb{R}_+$).*

Figura 2 – Representação de uma Função por gráfico



Fonte: Autoria Própria

Capítulo 2

Metodologia de Resolução de Problemas

Neste capítulo será apresentada a Metodologia de Resolução de Problemas, assim como a aplicação da mesma nas atividades que compõem este trabalho. Visando uma melhor compreensão, este capítulo inicia-se mostrando alguns esclarecimentos sobre a metodologia na qual os alunos das Turmas 91 e 92 estão habituados a receber.

2.1 A Metodologia Praticada em Sala de Aula

Durante a elaboração deste trabalho buscou-se saber, junto aos alunos, a prática metodológica que eles costumam receber de seus professores de matemática. Foi aplicado o Questionário I (Apêndice B) no qual uma das perguntas refere-se à maneira que seus professores de matemática faziam a exposição dos novos conteúdo. Isto foi feito pois, entre os alunos pesquisados, havia alunos novos nas turmas que eram provenientes de outras escolas ou de outras turmas, alunos repetentes e alunos que estudavam juntos desde o 6º ano.

Na Turma 91, 17 alunos participaram da pesquisa. Os resultados obtidos na pesquisa foram os seguintes:

Tabela 1 – Resposta dada pela Turma 91

MÉTODO UTILIZADO	SIM HOUVE	NÃO HOUVE
Explicação do Professor	17	0
Exercícios Individuais	10	7
Exercícios em Grupo	11	6

Fonte: Dados da Pesquisa

Na Turma 92, houve a participação de 13 alunos. Os resultados obtidos na pesquisa foram os seguintes:

Tabela 2 – Resposta dada pela Turma 92

MÉTODO UTILIZADO	SIM HOUVE	NÃO HOUVE
Explicação do Professor	12	1
Exercícios Individuais	8	5
Exercícios em Grupo	9	4

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao fazer tal levantamento, e também por meio de conversa com a turma, pôde-se verificar que a prática docente mais comum para eles gira em torno da explicação do professor e da aplicação de exercícios. Nenhum aluno apontou uma prática diferente. Tal metodologia enxerga o professor como único detentor do conhecimento, já para o aluno resta exercer um papel passivo na construção do saber e o conhecimento acaba por tornar-se frágil e muitas vezes inexistente.

Acredita-se que esta prática não seja encontrada somente entre as turmas participantes desta pesquisa, uma vez que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 37) afirmam que em determinado momento no Brasil o ensino da Matemática tornou-se extremamente teórico e mecanizado. E ainda hoje, nota-se a insistência num ensino de Matemática teórico e conceitual no qual o professor apresenta o conteúdo partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades seguidos de exercícios e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução.

Há vários fatores que contribuem para o uso desta prática metodológica – falta de tempo da parte do professor para planejar suas aulas de uma outra forma, insegurança em relação à determinado conteúdo, falta de motivação, preconceito pelo novo, entre outros e não é objetivo deste trabalho elencá-los, entretanto, seja qual for o motivo, a verdade é que, já verificou-se que essa é uma prática prejudicial à formação do aluno. Além dela, manter um vínculo de dependência por parte do aluno, desfavorecendo assim a construção do conhecimento autônomo (PORTILHO; BRUZAMOLIN,), a reprodução correta feita por ele pode ser apenas mecânica, não garantindo o aprendizado do conteúdo a ponto de saber utilizá-lo em outro contexto (BRASIL, 1998, p. 37).

Portanto, ao pensar na prática metodológica vigente e almejar um ensino-aprendizagem mais crítico e formativo, concorda-se com a seguinte afirmação de Freire:

> Por isso é que, na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. (FREIRE, 2005, p. 22)

2.2 Prática Metodológica de Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas passou a ser pensada como metodologia somente no final da década de 1980 e tornou-se o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas para os anos 1990 apoiada especialmente nos estudos desenvolvidos pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM). (ONUCHIC, 2011, p. 5)

Quando pesquisa-se sobre esta metodologia, um nome encontrado, de forma consistente, é o de George Polya (1897-1985). Polya foi um grande matemático do século XX e foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de Resolução de Problemas específica para a Matemática. PEREIRA et al. (2002, p. 10) Dentre os estudos aos quais ele se dedicou destaca-se o estudo sobre Resolução de Problemas em sua tentativa de caracterizar o modo como a maioria das pessoas resolve problemas matemáticos.

> Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas', tem que resolver problemas. (POLYA, 1978 apud PEREIRA et al., 2002, p. 10)

O uso da metodologia de Resolução de Problemas é visto como colaboradora no processo de ensino-aprendizagem. Acredita-se que ela leva o aluno a colocar-se numa posição de análise, de crítico, de pensador e de construtor de um conhecimento sólido.

Segundo Dante (1991), tal metodologia leva o estudante a pensar produtivamente e desenvolver seu raciocínio; contribui para que o estudante tenha estratégias para solucionar situações-problema; dá à ele a oportunidade de se envolver com aplicações Matemáticas, de enfrentar situações novas e de adquirir uma boa base Matemática; o que torna-se essencial no mundo globalizado em que vivemos. É necessário formarmos cidadãos criativos, que tenham iniciativa, que sejam perspicazes, cidadãos críticos e capazes de enfrentar desafios.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 27) deixam claro que para isso não cabe termos um Ensino Fundamental que vise a preparação de uma mão de obra especializada, mas sim que, acima de tudo, ensine o aluno a aprender a aprender, que lhe dê uma visão crítica e que lhe proporcione desafios dando-lhe a capacidade de enfrentá-los. Para tanto o contexto de Resolução de Problemas mostra-se ideal uma vez que coloca o aluno como agente construtor do seu conhecimento,

> A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (ECHEVERRÍA; POZO, 1988 apud SOARES; PINTO, 2001)

E ainda,

> Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. (BRASIL, 1998, p. 34)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) indicam a Resolução de Problemas como metodologia que contribui para a construção de estratégias, da criatividade, da iniciativa pessoal, do trabalho coletivo e da autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

Ainda é importante ressaltar que esta metodologia é utilizada para o ensino de um assunto completamente novo para o aluno. É um meio para a introdução de um novo conteúdo.

> Reitere-se que, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85)

A professora Lourdes de la Rosa Onuchic, coordenadora do GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro – aponta a Resolução de Problemas como um caminho para se chegar ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, no qual propõe-se um problema como ponto de partida e orientação para aprendizagem e a construção do novo conhecimento vem por meio de sua resolução. (ONUCHIC, 2011, p. 6)

2.2.1 Roteiro para a Elaboração de Atividades segundo Onuchic

Onuchic apresenta uma proposta composta de nove etapas (Anexo A) para a organização das atividades. Primeiramente o problema proposto precisa ser elaborado de forma que vise à construção de um novo conceito. Depois o aluno precisa fazer uma leitura individual do problema. Em seguida, formam-se grupos para que o problema seja lido agora em conjunto. Após esse momento inicia-se a busca, em conjunto, pela resolução do problema proposto. O professor tem o papel de observar, incentivar e motivar os alunos na resolução. A seguir os representantes de cada grupo registram suas resoluções na lousa na qual há um momento de análise e discussão das respostas dadas. Após este momento de discussão e esclarecimento de possíveis dúvidas o professor expõe o resultado correto fazendo a seguir a formalização do conteúdo em questão. (ONUCHIC, 2011, p. 6-8)

2.2.2 Roteiro segundo Polya para a Resolução de Problemas

Para Polya, um professor de Matemática tem sempre uma grande oportunidade em suas mãos, basta saber lançar mão dela. Uma maneira é investir o tempo em problemas que desafiem o aluno e desperte sua curiosidade ao invés de preencher o tempo com atividades que exigem apenas operações rotineiras. (POLYA, 1978, p. V)

Numa revisão da revista Mathematics Teacher (MT), do NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos) feita por Philip Jones, em 1948, ele descreve o livro How to Solve it, de Polya, como "a mais concreta e sugestiva discussão disponível de: O método heurístico de ensino; a técnica de resolver problemas; e a técnica de ensinar a resolver problemas". (ONUCHIC, 2011, p. 2) Neste livro (POLYA, 1978, p. XII-XIII) Polya sugere que se percorram as quatro fases seguintes:

1. Compreensão do problema - *"Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?"* Não adianta querer respondermos uma pergunta que não foi compreendida, é necessário perceber claramente onde se quer chegar no problema em questão;

2. Estabelecimento de um plano - *"Já viu esse problema antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil?"* Pelo menos, de um modo geral, é necessário saber quais os cálculos precisamos executar para obter a incógnita. Essa ideia pode surgir gradualmente, rapidamente, ou não. É necessário analisar o problema dado e buscar em seu conhecimento prévio onde o problema se encaixa;

3. Execução do plano - *"Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?"* O plano nada mais é do que um roteiro que nos dá uma ideia do que deverá ser feito, mas para a execução do plano é necessário paciência, concentração e foco em seu objetivo final. É preciso ter interesse na execução do plano;

4. Reflexão sobre o que foi feito - *"É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?"* Rever todo o processo, fazer um retrospecto da resolução, para que haja a consolidação da aprendizagem e aperfeiçoamento da capacidade de resolver problemas.

Para Polya o problema pode ser modesto, mas se for desafiador quem conseguir resolvê-lo por seus próprios meios passará pela experiência da descoberta e terá uma grande possibilidade de tomar o gosto pelo trabalho mental, a qual poderá mudar a pessoa por toda a vida.(POLYA, 1978, p. V)

2.2.3 Exercícios x Problemas

Uma vez que concordamos com os educadores matemáticos que apontam esta prática de ensino como ponto de partida da atividade Matemática, levantam-se ainda dois questionamentos:

1) O que entende-se por problemas? Problemas e Exercícios são a mesma coisa?

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental destacam que certamente problemas e exercícios são duas coisas diferentes. Enquanto os exercícios são resolvidos de forma quase mecânica, os problemas são situações em que o resolvedor tem a necessidade de interpretar o enunciado que lhe foi proposto e de elaborar uma estratégia para conseguir resolvê-lo. (BRASIL, 1998, p. 40)

Pode-se dizer que exercício é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático já conhecido pelo resolvedor, como a aplicação de algum algoritmo ou fórmula já conhecida. (PEREIRA et al., 2002, p. 4) Portanto, uma vez que o conteúdo foi apresentado pelo professor a aplicação do exercício finaliza e consolida o ensino deste, através de um trabalho que acaba sendo mecânico e repetitivo e que, como citado anteriormente pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, não garante eficácia pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir mas não necessariamente aprendeu o conteúdo.

De forma ainda mais clara Dante (1991 apud FERNANDES et al., 2008) afirma que ”exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas.”

Podemos então definir *exercícios* como sendo atividades em que usamos de mecanismos que nos levam de forma imediata e mecânica à solução, e *problemas* são atividades que necessitam de reflexão para tomada de decisões quanto à sequência de passos a serem dados. Cabe ressaltar que tais problemas trazem um contexto de aplicação de conteúdos matemáticos envolvidos, são contextualizados e fazem sentido para os alunos.

2) Quais são os tipos de problemas a serem abordados quando fala-se desta metodologia uma vez que os problemas não são propostos para a verificação da aprendizagem mas como agente gerador da aprendizagem e da autonomia do aluno? Os problemas apresentados devem constituir em algum tipo de desafio da parte dos alunos com necessidade de reflexão, verificação e validação de resultados.

Segundo Dante (1998 apud DESSOY, 2015), um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. Um bom problema deve ser desafiador para o aluno; ser real; ser interessante; ser o elemento de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas e ter um nível adequado de dificuldade.

> Resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos. (BRASIL, 1998, p. 41)

É importante que o problema tenha enunciado acessível e de fácil compreensão, exercite o pensar matemático do aluno, exija criatividade na resolução, possa servir de 'trampolim' para a introdução ou consolidação de importantes ideias e/ou conceitos matemáticos; e, sobretudo, não seja muito fácil ou muito difícil e sim natural e interessante. Os problemas podem ser divididos em quatro tipos:(PEREIRA et al., 2002, p. 5-6)

i. *Problemas de sondagem:* para a introdução natural e intuitiva de um novo conceito;

ii. *Problemas de aprendizagem:* para reforçar e familiarizar o aluno com um novo conceito;

iii. *Problemas de análise:* para a descoberta de novos resultados derivados de conceitos já aprendidos e mais fáceis que os problemas de sondagem; e

iv. *Problemas de revisão e aprofundamento:* para revisar os tópicos já vistos e aprofundar alguns conceitos.

2.2.4 O papel do professor e do aluno

Espera-se que o professor adote uma nova postura, diferente da tradicional, que seja facilitador e mediador na construção e assimilação do conhecimento do aluno. Para Freire (2005), o papel fundamental do educador é contribuir positivamente para que o educando vá sendo o artífice de sua formação com a ajuda necessária dada por ele. Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção.

Segundo Bulgraen (2010, p. 31), sem dúvida, o professor além de ser educador e transmissor de conhecimento, deve atuar, ao mesmo tempo, como mediador. Ou seja, o professor deve se colocar como ponte entre o estudante e o conhecimento para que, dessa forma, o aluno aprenda a "pensar" e a questionar por si mesmo e não mais receba passivamente as informações como se fosse um depósito do educador. Freire (2005, p. 14) afirma que faz parte da tarefa do educador não apenas ensinar os conteúdos mas também ensinar a pensar certo.

Esta metodologia busca gerar uma aprendizagem na qual o próprio aluno constrói novos conhecimentos e o papel do professor é tão somente guiá-lo pelo caminho que ele está trilhando. É de suma importância que o professor enxergue o aluno como um cidadão capaz de construir seu próprio conhecimento e o estimule para tal. É necessário também que o professor compreenda que a habilidade de resolver problemas não é algo inato, antes o contrário, é uma habilidade que precisa ser desenvolvida.

Por outro lado, também é necessário interesse e esforço da parte do aluno para que ele consiga utilizar seus conhecimentos prévios para atingir seus objetivos.

Professor e aluno, juntos, têm um caminho a percorrer dentro desta metodologia, até que consigam atingir seus objetivos, uma vez que, nem um nem outro estão acostumados com esta prática.

Nesta nova perspectiva de trabalho em que o aluno aparece como protagonista da construção de sua aprendizagem, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 38) apontam alguns dos novos papéis que o professor deve assumir. São eles:

•**Organizador da aprendizagem -** "... precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir."

• **Facilitador no processo de aprendizagem -** "Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho."

• **Mediador -** "Nesse papel o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas."

• **Organizador -** "ao estabelecer as condições para a realização das atividades e fixar prazos..."

• **Incentivador da aprendizagem -** "o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação professor-aluno."

• **Avaliador do Processo -** "Ao procurar identificar e interpretar, mediante observação, diálogo e instrumentos apropriados, sinais e indícios das competências desenvolvidas pelos alunos,... levar os alunos a ter consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para que possam reorganizar suas atitudes diante do processo de aprendizagem."

Portanto, o fundamental é que professor e aluno saibam que a postura deles é dialógica, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que, ambos se assumam epistemologicamente curiosos. (FREIRE, 2005)

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

> O método científico é o processo seguido na obtenção de conhecimentos. Ele compreende os seguintes passos básicos: observações preliminares; problema; fundamentação teórica; amostragem; instrumentos; coleta de dados; organização dos dados; análise, inferências e conclusões. (GRESSLER, 2003, p. 44)

Neste capítulo serão abordados os aspectos metodológicos do presente trabalho e a definição dos instrumentos e dos procedimentos para análise de dados da pesquisa.

3.1 Descrição da Pesquisa

Com base no objetivo geral desta pesquisa, ela é uma pesquisa *exploratória* de caráter qualitativo, a qual busca levar em consideração todos os componentes de uma situação e suas interações e influências recíprocas, numa visão holística. (GRESSLER, 2003)

Na elaboração das atividades contidas neste trabalho, foram consideradas as nove etapas do roteiro de Onuchic descrito na subseção 2.1. Assim:

– Os problemas foram criados visando à construção de um novo conceito, o conceito de Função (Etapa 1);

– A resolução dos problemas, por parte dos alunos, deu-se a partir das leituras individual e em grupo (Etapas 2, 3 e 4);

– No momento em que os alunos analisavam, discutiam e resolviam os problemas a professora/pesquisadora teve o papel de incentivá-los, acompanhá-los e ajudá-los quando necessário, sendo assim mediadora na construção do conhecimento (Etapa 5);

– Após as resoluções houve o momento de análise e discussão das respostas dadas e, após, a professora/pesquisadora apontou os resultados corretos (Etapas 6, 7 e 8);

– Após percorrer essas etapas houve a formalização do conteúdo, onde a professora/pesquisadora registrou na 'lousa', de maneira formal, todo o conteúdo construído informalmente (Etapa 9).

Quanto à resolução dos problemas deste trabalho o aluno percorreu as quatro fases de George Polya: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e a reflexão sobre o que foi feito. Houve a necessidade de intervenção da professora/pesquisadora em alguns momentos da resolução conforme explicitado no capítulo seguinte.

3.2 Campo e Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa

A aplicação deste trabalho foi realizada na Escola Técnica Estadual Agrícola Antônio Sarlo, de Ensinos Fundamental e Médio, localizada na cidade de Campos dos Goytacazes, RJ. Os participantes foram as turmas 91 e 92 do 9° ano do Ensino Fundamental, e a escolha desta escola e destas turmas deu-se pelo fato da pesquisadora ser professora das mesmas, com a disciplina de Matemática, com uma carga horária de 6h/aula semanais.

A Turma 91 tem um total de 30 alunos e a Turma 92, 26 alunos, entretanto, nem todos participaram de todas as atividades, portanto, os dados coletados referem-se aos alunos que participaram de todas as etapas do trabalho sendo 17 alunos da Turma 91 e 13 alunos da Turma 92. Estes são os que costumam frequentar todas as aulas, o resto dos alunos, em ambas as turmas, é muito faltoso.

3.3 Instrumentos da Pesquisa

Todas as atividades da sequência foram entregues pela própria pesquisadora que, ao final de cada aula recolheu as atividades feitas pelos alunos.

Para a construção do conceito de Função, foram planejadas e aplicadas seis atividades compostas por dois questionários e 11 problemas. O objetivo dos questionários foi conhecer a opinião e o interesse dos alunos quanto à Matemática e analisar se houve uma mudança positiva entre eles após a aplicação deste trabalho.

3.3.1 Atividade I

A primeira atividade deu-se por meio do Questionário I (Apêndice B) com o objetivo de saber sobre a prática metodológica que os alunos receberam anteriormente e conhecer a opinião deles em relação à Matemática e à importância que eles enxergam em estudá-la.

3.3.2 Atividade II

Na aula após a aplicação do Questionário I, as turmas foram divididas em grupos de acordo com a escolha dos próprios alunos e cada grupo recebeu uma folha contendo os Problemas 1 ao 6 (Apêndice D), preparado e elaborado pela professora/pesquisadora. O conteúdo abordado não era de conhecimento dos alunos.

Como objetivos destes problemas destacam-se:

– Apresentar aos alunos situações do nosso dia a dia que estão ligadas à ideia de Função fazendo com que eles:

a) comecem a pensar nas situações do cotidiano com uma abordagem Matemática;

b) percebam que o conceito de Função está inculcado neles, tomando forma em situações do seu dia a dia, de forma intuitiva;

c) consigam enxergar utilidade no estudo da Matemática;

– Introduzir os conceitos de dependência, domínio e imagem de uma Função;

– Reconhecer as noções de variáveis, dependência e regularidade;

– observar as dificuldades apresentadas pelos alunos para que seja dada uma maior ênfase a elas no momento da formalização do conteúdo. Espera-se que este momento de atividades, antes da formalização do conteúdo, crie uma base facilitadora para sua assimilação.

– Contribuir para o crescimento social entre os alunos;

– Incentivar a participação dos alunos em atividades em sala de aula.

Intervenção: No decorrer da resolução do Problema I, a professora/pesquisadora observou que os alunos estavam tendo uma interpretação equivocada do problema, fazendo-se assim necessária a intervenção da mesma. A intervenção foi feita através de perguntas feitas sobre o problema pela professora/pesquisadora, levando-os à um momento de análise e discussão, direcionando-os ao raciocínio correto. Após a intervenção, os alunos concluíram corretamente a resolução do problema.

3.3.3 Atividade III

Nesta atividade foi feita a análise e discussão das respostas dadas pelos alunos aos seis problemas da Atividade II.

O objetivo desta atividade é sanar dúvidas encontradas e contribuir para a construção do conceito de Função.

3.3.4 Atividade IV

Esta atividade refere-se ao momento de formalização do conteúdo. Uma vez que o aluno tenha trabalhado o conceito de Função de forma intuitiva na atividade II, espera-se que ele possa fazer a relação com a linguagem formal do conteúdo.

O objetivo geral desta atividade é que ele veja que muitas vezes um conteúdo que ele tende a achar difícil e inútil, na realidade é fácil e completamente útil em seu dia a dia.

Como objetivos específicos desta quarta atividade destacam-se:

– Mostrar de maneira formal o que foi trabalhado de forma intuitiva;

– Reconhecer as noções de Domínio, Contradomínio, Imagem, variáveis, dependência e regularidade;

– Reconhecer as diferentes formas de representar uma Função;

– Chamar atenção para a formação de *"leis"* ou *"regras"* quando trabalha-se com o conceito de Função;

3.3.5 Atividade V

Na atividade V as turmas voltaram a reunir-se nos mesmos grupos da atividade II para analisarem, discutirem e responderem os problemas 7 ao 11 (Apêndice F).

O objetivo geral desta atividade é solidificar todo o conhecimento que veio sendo construído no decorrer das atividades anteriores e, posteriormente, analisar o processo de ensino-aprendizagem utilizado neste trabalho.

Como objetivo específico desta quinta atividade pretende-se solidificar o aprendizado:

– De Domínio, Contradomínio, Imagem e variáveis;

– Das diferentes formas de representar uma Função;

– Das Leis de Dependência;

3.3.6 Atividade VI

Na sexta, e última atividade, foi feita a análise das respostas da Atividade V. Houve também a apresentação do trabalho feito pelas turmas e a aplicação do segundo questionário (Apêndice C) desenvolvido com o objetivo de avaliar se houve mudanças na maneira como os alunos enxergam a Matemática.

3.4 Procedimentos da Pesquisa

O trabalho portanto, foi realizado em seis atividades, perfazendo um total de 12 aulas com duração de 50 minutos cada.

Capítulo 4

Aplicação das Atividades e Análise de Resultados

Este capítulo descreve a aplicação das seis atividades, nas turmas 91 e 92. Contém as intervenções pedagógicas realizadas em sala de aula e a análise das atividades, apresentando o percentual de aproveitamento com as devidas considerações.

4.1 Atividade I

Duração: 50 minutos (1 aula)

Antes da aplicação, a professora/pesquisadora conversou com a turma explicando como as próximas aulas ocorreriam e por que seria feito dessa maneira. A conversa foi interessante, tornando-se uma maneira de mostrar a realidade acadêmica aos alunos, uma vez que a professora/pesquisadora expôs todo o processo pelo qual teve que passar, tanto para ingressar quanto para concluir o mestrado. Um aluno inclusive comentou que queria ser professor, mas que não sabia que para isso precisava fazer faculdade.

Foi pedido aos alunos compromisso e seriedade com as respostas dadas e conversado sobre os passos seguintes que seriam trabalhados com eles.

Após esse momento de esclarecimentos, a atividade foi aplicada.

4.1.1 Aplicação do Questionário I

O Questionário I (Apêndice B) é composto por sete perguntas, entre perguntas objetivas e subjetivas, tendo como objetivos conhecer os alunos, seus interesses e opiniões em relação ao estudo da Matemática, assim como, conhecer a metodologia de ensino que eles receberam anteriormente.

Os alunos responderam ao questionário de forma individual.

Foi explicado a eles que poderiam, ou não, identificar-se no questionário, pois o mesmo seria usado para uma análise das atividades e não para receberem nenhum tipo de nota.

Como apresentado no capítulo 2, seção 2.1, em análise às respostas dadas a este questionário, pôde-se observar, em ambas as turmas, a prática de ensino mais comum para eles: explicação do professor e aplicação de exercícios.

Segundo análise das respostas, também em ambas as turmas, observa-se um baixo interesse por estudar Matemática (em torno de 50%) e, na turma 92 verifica-se que poucos alunos vêem utilidade dela no dia a dia.

4.2 Atividade II

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Nesta atividade os alunos responderam os Problemas 1 ao 6 (Apêndice D). Para a aplicação desta atividade as turmas foram divididas em grupos de dois, três ou quatro alunos, sendo que, em ambas as turmas, um aluno preferiu fazer sozinho.

O problema 1 aborda situações do dia a dia envolvendo a relação de dependência entre dois conjuntos. Tais situações são trabalhadas sem que as quantidades sejam estipuladas tendo o intuito de começar a construir no aluno a ideia de generalidade colaborando com a aprendizagem da Lei de Dependência ou, Lei da Função.

Quanto aos problemas 2 ao 6, cada um deles foi elaborado pensando-se em trabalhar de forma intuitiva os conceitos que envolvem a noção de Função, uma vez que os alunos não conhecem formalmente tais conceitos. Posteriormente, na Atividade V, os mesmos problemas serão aplicados, usando uma linguagem matemática formal.

- *Conteúdos trabalhados:* Dependência entre conjuntos, Lei de Formação e Variáveis.

4.2.1 Aplicação do Problema 1

Problema 1: Imagine-se nas seguintes situações e responda:

a) Você foi à cantina comprar salgado. Sabendo que ele custa $R\$ \ 3,50$, quantos reais você gastou? Justifique.

b) Você foi ao shopping e gostou de umas blusas que estavam em promoção custando $R\$$ $15,00$ cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) blusa(s)? Justifique.

c) Sabendo que a passagem de ônibus custa $R\$ \ 1,60$, quantos reais você gasta, por mês, com a passagem? Justifique.

d) No campeonato de futebol da sua escola, cada gol feito vale 3 pontos. Qual foi o saldo de pontos feito pelo seu time ao final do campeonato?

e) Você fez uma prova com 20 questões de múltipla escolha valendo 0,5 pontos cada. Quantos pontos você obteve na prova?

Ao introduzir a ideia de dependência entre variáveis desta maneira, a professora/ pesquisadora objetivava trazer a construção do conceito de forma diferenciada, uma vez que nos livros didáticos a forma comum de se introduzir este conceito é partindo de quantidades específicas até chegar numa quantidade 'x', abstrata, formando-se a chamada Lei de Dependência, ou Lei da Função.

A professora/pesquisadora esperava que neste problema os alunos facilmente percebessem a ideia de dependência entre as variáveis:

a) quantidade de salgado comprado e valor a pagar;

b) quantidade de blusas compradas e valor a pagar;

c) quantidade de passagem de ônibus compradas e valor a pagar;

d) quantidade de gols feitos no campeonato e saldo de pontos;

e) quantidade de questões certas na prova e pontuação obtida.

Entretanto, a professora/pesquisadora foi surpreendida ao passar pelos grupos e observar as respostas que estavam sendo dadas. Esperava-se que para todas as letras do primeiro problema a resposta fosse "*Depende*". Entretanto, a maioria dos alunos, em ambas as turmas, respondeu ao Problema 1 de forma contrária ao esperado.

Eles imaginaram uma quantidade específica e então, calcularam os resultados correspondentes. Mesmo ao avançarem nas diversas situações do Problema 1 o erro não foi percebido e a maioria não conseguiu enxergar a relação de dependência existente.

Ao perceber este fato, foi necessário fazer uma intervenção antes que eles passassem para o próximo problema. Quando todos haviam terminado de responder todo o problema 1, a professora/pesquisadora começou a análise e o debate com a turma.

Foram orientados também a não apagarem as respostas que haviam dado, para que, posteriormente, a professora/pesquisadora pudesse fazer a coleta de dados. Foi pedido que eles respondessem na própria folha, caso houvesse espaço, e se não houvesse, que eles respondessem em uma folha do caderno e a entregasse depois.

Em ambas as turmas, os alunos perceberam a ideia de dependência logo no começo da intervenção e todo o problema 1 foi discutido dentro deste raciocínio.

4.2.1.1 Análise do Resultado Obtido

A tabela abaixo mostra a quantidade de alunos, de ambas as turmas, que acertaram os cinco ítens propostos no primeiro problema.

Tabela 3 – Quantidade de Alunos que acertaram o Problema 1

TURMA/LETRAS	A	B	C	D	E
91	0	0	7	0	2
92	1	0	0	5	0

Fonte: Dados da Pesquisa

Com base no resultado acima, a professora/pesquisadora acredita que uma dificuldade comumente encontrada entre os alunos ao trabalhar com eles a Lei de Dependência de uma Função deve-se ao fato de terem dificuldade em trabalhar com o abstrato. Esta ponderação deve-se ao fato de, praticamente todos os alunos, terem imaginado uma quantidade específica para resolver o problema proposto quando o esperado era que, facilmente, eles respondessem que não poderiam dar uma resposta ao problema sem haver uma quantidade determinada. Defende-se, portanto, ser positivo trabalhar problemas que envolvam claramente a relação de dependência entre conjuntos antes de apresentar ao aluno a Lei de Dependência de uma Função.

Terminado este problema os alunos seguiram com os problemas 2 ao 6 e a professora/pesquisadora, a princípio, não faria outra intervenção, exceto se surgisse alguma dúvida.

4.2.1.2 Retorno obtido pela professora/pesquisadora por parte dos alunos

Abaixo seguem alguns comentários feitos pelos alunos, pertinentes para uma avaliação das atividades.

– *"Professora, todas as questões seguintes terão essa resposta, Depende?"* (Aluno 13, Turma 91) A professora/pesquisadora acredita que essa pergunta deve-se ao fato de que, na disciplina de matemática, eles estão acostumados a obter respostas que envolvam cálculos algébricos e valores numéricos. Ressalta-se que a repetição que ocorreu neste problema fez-se necessária para que ficasse clara a ideia de dependência que estaria sendo estudada. Foi um momento breve não caracterizando-se assim uma atividade mecanizada.

Comentários positivos quanto à maneira como a aula estava sendo ministrada surgiram ao longo de toda a aula:

– *"Professora, por que a senhora não explica tudo assim?"* (Aluno 9, Turma 91)

– *"Matemática é fácil mesmo?"* (Aluno 2, Turma 92)

– *"Interessante! Passa essa aula pra sempre."* (Aluno 1, Turma 91)

– *"Tá, tipo, muito fácil!"* (Aluno 2, Turma 92)

Mudanças positivas de atitudes e comportamentos também foram observadas. Mudança na relação aluno x aluno e na relação aluno x professor. Inclusive, a Aluna 2, da Turma 92 que tem o hábito de dormir nas aulas, participou de forma ativa de toda a atividade.

4.2.2 Aplicação do Problema 2

Problema 2: Mário e Fernanda se casaram e pensando na economia resolveram ficar com o carro do Mário, um Ford Fiesta e vender o carro da Fernanda, um Fiat Palio. Como a família ainda é pequena eles concluíram que não precisam ficar com os dois carros.

a) Quando o casal viajou para visitar um casal de amigos, quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

b) Já na casa dos amigos eles resolveram sair para fazer um lanche. Quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

c) Anos depois, Mário e Fernanda tiveram dois filhos, Joaquim e Diogo. Na noite da formatura do Diogo, o mais velho, eles foram para a cerimônia com os pais, e no caminho passaram na casa da Maria, namorada dele. Quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

d) Caso o Joaquim também tivesse namorada, ela também poderia ir de carro com eles? Justifique. Faça um desenho que mostre essa situação.

e) A quantidade de pessoas que podem ocupar o carro, é fixa ou variável?

f) A quantidade de lugares disponíveis e ocupados depende de alguma coisa?

Com o problema 2, pretende-se favorecer a conexão da noção de dependência com o diagrama de Venn e auxiliar na construção do conceito de variáveis.

Esperava-se que os alunos enxergassem com facilidade a ideia de dependência entre a quantidade de pessoas e os lugares ocupados e disponíveis.

4.2.2.1 Análise dos Resultados Obtidos

Nas tabelas 4 e 5 encontram-se os resultados obtidos pelos alunos. É fácil perceber que os alunos da Turma 91 corresponderam à expectativa da pesquisadora, entretanto os alunos da Turma 92 apresentaram uma maior dificuldade exatamente em trabalhar a ideia de dependência.

Tabela 4 – Resultados do Problema 2 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	17	0	0	100%
B	16	1	0	94%
C	17	0	0	100%
D	16	0	1	94%
E	17	0	0	100%
F	16	1	1	94%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 5 – Resultados do Problema 2 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	13	0	0	100%
B	13	0	0	100%
C	13	0	0	100%
D	13	0	0	100%
E	7	5	1	54%
F	8	4	1	62%

Fonte: Dados da Pesquisa

No momento de análise das respostas com a turma, a professora/pesquisadora tomou ciência de que os alunos apresentaram dificuldade em enxergar que a quantidade de pessoas que podem ocupar um carro é variável (variando de nenhuma pessoa à cinco pessoas) porque, para cada situação proposta, a quantidade de pessoas que iria ocupar o carro estava sendo estipulada no enunciado, sendo assim os alunos consideraram que as quantidades eram fixas.

É interessante observar tal raciocínio e poder verificar que, às vezes, situações que nós, professores, consideramos que irão colaborar com a aprendizagem funcionam justamente de forma contrária.

Percebendo esta dificuldade de interpretação por parte dos alunos e acreditando que uma elaboração não suficientemente clara do enunciado possa ter contribuído para tal, no Apêndice E, encontram-se reformulados os problemas 2 e 3, com um enunciado que acredita-se ser mais claro para que tais dificuldades de interpretação não ocorram em aplicações futuras.

4.2.3 Aplicação do Problema 3

Problema 3: Andressa foi à cantina da escola e comprou 10 chicletes para distribuir entre ela e suas sete amigas.

a) Como pode ser feita essa distribuição se ela der pelo menos 1 chiclete a cada amiga?

b) Dois amigos de Andressa viram que ela tinha chicletes e pediram a ela. Andressa teria chiclete para dar a estes dois amigos também? Justifique.

c) Se ao invés de dois amigos, três amigos de Andressa pedissem chiclete a ela, seria possível distribuir os chicletes com cada um deles e ainda sobrar chiclete pra ela?

d) Qual a quantidade máxima de pessoas que podem pedir chiclete para Andressa de forma que ela possa dar e ainda ficar com pelo menos 1 pra ela?

e) A quantidade de pessoas interessadas no chiclete é fixa ou variável? E a quantidade de chicletes pra cada pessoa?

f) Para Andressa conseguir distribuir os 10 chicletes que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.

Neste problema, esperava-se que os alunos enxergassem com facilidade a ideia de dependência entre a quantidade de chicletes distribuídos e a quantidade de pessoas interessadas no chiclete.

4.2.3.1 Análise dos Resultados Obtidos

Encontram-se abaixo os resultados obtidos.

Tabela 6 – Resultados do Problema 3 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	17	0	0	100%
B	17	0	0	100%
C	17	0	0	100%
D	17	0	0	100%
E	9	7	1	53%
F	13	4	1	76%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 7 – Resultados do Problema 3 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	11	0	2	85%
B	12	0	1	92%
C	11	0	2	85%
D	11	1	1	85%
E	8	3	2	61%
F	7	5	1	54%

Fonte: Dados da Pesquisa

Pode-se observar que as dificuldade apresentadas foram nas letras ’e’ e ’f’.

No momento de análise das respostas a professora/pesquisadora pôde perceber que o erro cometido pelos alunos deu-se pelo fato deles consideraram a pergunta feita para cada situação das letras anteriores respondendo, portanto, que a quantidade era fixa e não variável. Como a quantidade de pessoas foi especificada em cada situação e a quantidade de chicletes era fixa, eles não conseguiram identificar a variação existente no problema.

Novamente observa-se que houve um problema de interpretação e, conforme escrito anteriormente, na busca por minimizar possíveis erros de interpretação, este problema encontra-se reformulado no Apêndice E.

4.2.4 Aplicação do Problema 4

Nos Problemas 4 ao 6 objetiva-se verificar como o aluno reconheceria valores fixos e variáveis e, novamente, analisar se ele seria capaz de perceber relações entre grandezas. Pretende-se também analisar quais estratégias seriam utilizadas na resolução da sentença apresentada além de instigar o aluno à noção de generalidade.

Problema 4: O filho de Seu João passou mal e precisou ser levado ao hospital. Como Seu João não tem carro e a situação aparentava ser bem grave ele resolveu chamar um táxi. O táxi cobra pela corrida um preço fixo, chamado bandeirada, no valor de $R\$\ 5,07$ mais $R\$\ 1,26$ por quilômetro rodado.

a) Quanto Seu João pagará pela corrida se o hospital estiver a 2km de distância de sua casa?

b) Como você calculou quanto Seu João pagou pela corrida de 2km?

c) Se a corrida tivesse custado $R\$\ 8,85$, qual seria a distância entre a casa de Seu João e o hospital?

d) O valor que Seu João pagou pela corrida dependeu de alguma coisa? Justifique.

e) É possível calcular o valor da corrida para alguma outra distância diferente de 2km? Justifique.

f) É possível calcular o valor da corrida para qualquer que seja a distância percorrida? Justifique.

4.2.4.1 Análise dos Resultados Obtidos

Encontram-se nas tabelas os resultados obtidos.

Tabela 8 – Resultados do Problema 4 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	9	8	0	53%
B	10	7	0	59%
C	9	8	0	53%
D	17	0	0	100%
E	12	5	0	70%
F	15	2	0	88%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 9 – Resultados do Problema 4 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	5	8	0	38%
B	4	8	1	31%
C	7	4	2	54%
D	8	3	1	62%
E	10	0	3	77%
F	11	0	2	85%

Fonte: Dados da Pesquisa

Algumas dificuldades na execução deste problema eram esperadas devido à maior quantidade de cálculos que ele contém.

Esperava-se que:

i. as letras A, D e E fossem resolvidas facilmente;

ii. na letra B eles respondessem que multiplicaram 1,26 por 2 e em seguida somaram 5,07;

iii. a letra C fosse resolvida por meio de tentativas;

iv. e que, talvez, eles tivessem uma maior dificuldade em responder a letra F por não haver uma quantidade específica pra eles efetuarem os cálculos.

A Turma 91 apresentou melhor resultado do que a Turma 92, ficando dentro do nível de dificuldades esperado para este problema.

A resolução do item a contou com duas estratégias distintas por parte dos alunos sendo uma correta e outra incorreta. Os alunos que responderam corretamente usaram a estratégia esperada pela professora/pesquisadora.

Abaixo a resposta correta do Aluno 3 da Turma 91 à letra b (explicação da resolução da letra a):

$-5,07 + 1,26 \times 2 = 7,59$

Os que responderam incorretamente entenderam que deveriam somar a quantidade fixa com o valor cobrado pelo km rodado, entretanto, não conseguiram enxergar que somente o valor do km rodado seria multiplicado pela distância percorrida.

Resposta do Aluno 5 da Turma 91 à letra b:

$-5,07 + 1,26 = 6,33 \times 2 = 12,66$

Com relação à noção de dependência houve um bom aproveitamento. Alunos que responderam corretamente à letra E deram respostas semelhantes à do Aluno 9 da Turma 92:

– *"Sim. É apenas calcular em mais vezes como por exemplo 3, 4, 5, 6, 7..."*

A pesquisadora surpreendeu-se com a maturidade das respostas dadas pelo Aluno 3 da Turma 92 às letras b à f:

4.b) – *"O preço fixo é $R\$5,07$, por quilômetro cobra $R\$1,26$, considerando que da casa dele até o hospital é 2 km. $R\$1,26 \times 2$ é igual a $2,52$ mais $5,07$ dará $R\$7,59$."*

4.c) – *"Seria 3km."*

4.d) – *"Sim. Dependeu de quantos km teria da casa dele até o hospital."*

4.e) – *"Sim. É só considerar que o valor fixo é $R\$5,07$ e que a cada km será acrescentado $R\$1,26$."*

4.f) – *"Sim. Porque a forma de calcular o valor da corrida é a mesma independente de qual seja a distância percorrida."*

4.2.5 Aplicação do Problema 5

Problema 5: Rogério trabalha em uma empresa que entrega mercadorias que as pessoas compram pela internet e ganha $R\$\ 1,50$ por entrega feita. Ele precisa pagar uma conta no valor de $R\$\ 85,00$, que vence hoje, e ele só tem $R\$\ 55,00$ na carteira.

a) Quantas entregas Rogério precisa fazer para conseguir o dinheiro exato para pagar a conta hoje?

b) Quantos reais Rogério ganha no dia que ele consegue fazer 62 entregas?

c) O salário que Rogério ganha é uma quantia fixa? Justifique.

d) É possível calcular o salário de Rogério para qualquer que seja a quantidade de entregas feita no dia? Justifique?

O quinto problema foi elaborado com o objetivo de auxiliar a construção das noções dos conceitos abordados no problema anterior.

Esperava-se que os alunos conseguissem fazer os cálculos necessários, enxergando que o salário que Rogério ganha não é uma quantia fixa e que é possível calcular o valor do salário de Rogério para qualquer quantidade de entregas.

4.2.5.1 Análise dos Resultados Obtidos

As tabelas abaixo mostram os resultados obtidos em cada turma.

Tabela 10 – Resultados do Problema 5 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	12	3	2	71%
B	12	3	2	71%
C	15	0	2	88%
D	6	5	6	35%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 11 – Resultados do Problema 5 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	6	4	3	46%
B	8	2	3	62%
C	8	2	3	62%
D	7	3	3	54%

Fonte: Dados da Pesquisa

Em geral, os alunos não apresentaram grandes dificuldades, exceto um menor aproveitamento da Turma 91 na letra 'd' e da Turma 92 na letra 'a'.

No momento de discussão e análise das respostas a professora/pesquisadora obteve participação ativa dos alunos e a única dificuldade apontada por alguns, em relação ao novo conteúdo que estava sendo estudado, foi em entender porque o salário de Rogério não é uma quantia fixa se ele ganha $R\$1,50$ por entrega. Essa dúvida foi facilmente sanada pelos próprios colegas de classe.

Neste momento pôde-se observar também que a dificuldade da Turma 92 em relação à letra 'a' foi devida aos cálculos necessários para respondê-lo. Eles não perceberam que o primeiro a ser calculado era o que faltava para Rogério pagar a conta, para posteriormente calcular o número de entregas que deveria ser feita a partir do valor que faltava. Nota-se, portanto, que o erro não tem relação com noções que envolvem o conceito de Função.

Quanto aos que erraram a letra 'd', percebeu-se que ainda há alunos com dificuldade na noção de generalização. Espera-se sanar esse problema na intervenção que será feita após as análises desta atividade com a turma.

Dentre as respostas corretas destaca-se novamente as que foram dadas pelo Aluno 3 da Turma 92:

5.a) – “Rogério precisa fazer 20 entregas.”

5.b) – “$R\$93,00$.”

5.c) – "Não. Porque o salário dele depende de quantas entregas ele irá conseguir fazer no mês."

5.d) – "Sim. Sabemos que ele ganha $R\$1,50$ por cada entrega feita. Independente de qualquer que seja a quantia de entregas feitas no dia é só pegar o número de entregas feitas e multiplicar por $R\$1,50$ que é o valor que ele ganha por entrega. O resultado será o valor que ele receberá no dia."

4.2.6 Aplicação do Problema 6

Problema 6: Katharine passou por problemas familiares e de saúde o que resultou em ganho de peso. Ela está pesando, atualmente, 106kg e deseja voltar ao seu peso normal de 56kg. Para isso ela procurou o acompanhamento de um nutricionista que passou pra ela uma dieta alimentar que resulta em um emagrecimento de 200g por semana.

a) Quantos quilos Katharine perdeu nas 5 primeiras semanas de tratamento?

b) Em quantas semanas Katharine estará pesando 100 kg?

c) Quantos quilos Katharine precisará perder, no total, para atingir seu peso ideal? Quanto tempo levará?

d) Que relação existe entre o pesa que ela perde (em kg) e o tempo de tratamento (em semanas)?

O sexto problema foi elaborado com o objetivo de auxiliar a construção do conceito de variáveis e da dependência entre elas, conceitos estes, abordados em problemas anteriores.

Com ele pretende-se observar a estratégia de resolução utilizada no item b. Espera-se que os alunos resolvam por meio de tentativas.

Algumas dificuldades na execução deste problema eram esperadas.

4.2.6.1 Análise do Problema 6

Abaixo encontram-se os resultados obtidos.

Tabela 12 – Resultados do Problema 6 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	10	3	4	59%
B	10	3	4	59%
C	13	0	4	76%
D	4	0	13	24%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 13 – Resultados do Problema 6 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	9	2	3	62%
B	6	4	3	46%
C	8	1	4	62%
D	1	3	9	8%

Fonte: Dados da Pesquisa

Os resultados mostram que um número considerável de alunos não respondeu nenhuma pergunta do problema. Isso pode ter acontecido por não saberem resolvê-lo ou pode ter havido desinteresse da parte deles. A professora/pesquisadora acredita que um dos motivos pelo qual os alunos tiveram um baixo aproveitamento nos problemas 5 e 6 seja porque no dia em que foram aplicados era um dia chuvoso, onde muitos alunos faltaram, a aula da turma 92 foi adiantada e as duas turmas foram colocadas na mesma sala. Os alunos se mostraram um pouco impacientes e desanimados.

Os alunos que responderam corretamente às letras 'a' e 'b' não apresentaram dificuldade em fazer a relação entre grama e quilo, a maioria disse não saber responder a letra 'd', poucos enxergaram a relação entre o tempo de tratamento e a perda de peso.

Alguns alunos comentaram que estes problemas eram diferentes do primeiro, contendo muita matemática, com necessidade de fazerem cálculos e mostravam insatisfação em constatar este fato.

No momento da análise e discussão das respostas alguns alunos dentre os que acertaram a letra 'b' comentaram que a resolveram seguindo o raciocínio da letra 'a'. Eles disseram: *"Se em 5 semanas ela perde 1kg, então pra ela perder 30kg basta multiplicar por 6, porque 6 vezes 5 dá 30."* Mostraram, portanto, uma estratégia de resolução diferente da esperada pela professora/pesquisadora.

Dentre os alunos que responderam corretamente esse problema destacam-se, de forma positiva, o Aluno 10 da Turma 91 que também conseguiu observar a dependência existente entre as variáveis do problema e, novamente, o Aluno 3 da Turma 92, este, entretanto, apresentando dificuldade em ver a relação de dependência.

Aluno 10/Turma 91:

6.a) – “1 kg.”

6.b) – “30 semanas.”

6.c) – “50 kg, 50 semanas para atingir seu peso ideal.”

6.d) – “Depende quanto tempo ela está em tratamento. E ela perde 200g a cada semana.”

Aluno 3/Turma 92:

6.a) – “Perderá 1kg.”

6.b) – “Em 30 semanas.”

6.c) – “Precisará perder 50kg e levará um tempo de 250 semanas para cumprir essa meta desejada.”

6.d) – “Que a cada semana ela perde 200g, se ela cumprir corretamente a dieta alimentar que foi passada pra ela pela nutricionista.”

4.3 Atividade III

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Nestas aulas a professora/pesquisadora fez a discussão e análise com as turmas das respostas dadas por eles aos problemas da Atividade II.

Esta atividade tem como objetivo sanar dúvidas existentes e fixar os conhecimentos construídos até o momento.

Quanto às noções que envolvem o conceito de Função, as dúvidas que surgiram foram quanto às variáveis: como identificá-las e como saber se determinada quantidade é fixa ou variável; e quanto à generalização de uma determinada situação.

Os alunos corresponderam à expectativa da professora/pesquisadora para este momento, participando de forma ativa na discussão das respostas dadas, no debate e nas análises às respostas que estavam incorretas ou que foram respondidas de maneiras diferentes.

Ao perguntar à eles o que puderam observar nos problemas trabalhados, eles responderam que podiam observar a constante relação de dependência entre as grandezas variáveis. No decorrer deste momento isso mostrou-se estar claro pra eles.

4.3.1 Algumas Considerações

Ao analisar as respostas dos alunos aos problemas 1 ao 6 e observar suas dificuldades, ficou claro para a professora/pesquisadora sua visão limitada do que é fácil e do que é difícil pra eles. Esperava-se que os alunos apresentassem uma mínima dificuldade nesta primeira atividade uma vez que ela envolve situações que acontecem naturalmente no nosso dia a dia.

Constatar tal fato mostra que ter optado por introduzir um conteúdo novo utilizando-se, num primeiro momento, de atividades baseadas na metodologia de resolução de problemas para somente depois haver a formalização do conteúdo, contribuiu para que a aprendizagem fosse construída com calma, no tempo dos alunos, e contribuiu também para que as dúvidas que surgiram não se acumulassem, mas fossem sendo identificadas e sanadas no decorrer de todo o processo.

4.4 Atividade IV

- Duração: 100 minutos (2 aulas)

Nestas aulas a professora/pesquisadora formalizou o conteúdo estudado. Com esta atividade pretende-se, a partir de exemplos dados pelos próprios alunos, formalizar o conceito de Função já trabalhado de forma intuitiva.

Segue abaixo um relato de como esse momento foi realizado, e ficará aqui registrado para que possa ser utilizado como um plano de aula para quem queira utilizar as atividades desta pesquisa em sala de aula.

A professora/pesquisadora disse que o conteúdo que estava sendo estudado chama-se *Função*, e que Função é uma relação de dependência entre conjuntos X e Y, que a um único elemento de X lhe faz corresponder pelo menos um elemento do conjunto Y. Ao conjunto X foi chamado de Domínio, ao conjunto Y foi chamado de Contradomínio e aos elementos do conjunto Y que estavam relacionados com o conjunto X foi chamado de Imagem. Neste momento foi feita uma rápida revisão do conceito de Conjunto para que o conceito de Função fosse bem entendido a seguir.

Após esta breve revisão foi pedido que, baseado nos problemas que haviam sido trabalhados e na ideia central que havia sido construída, algum aluno desse um exemplo de uma outra situação contendo também a ideia de dependência entre conjuntos. Após uns segundos pensando, o Aluno 15/Turma 91 respondeu: – *"Professora, o parque vai chegar na cidade. 'Tá' 5 reais o ingresso. O valor depende de quantos ingressos eu compro."* Na turma 92 o Aluno 1 respondeu: – *"O pão custa 1 real. O valor que eu vou pagar depende de quantos pães eu comprar."* A partir destes exemplos dados em cada turma foram trabalhadas as formas de representar uma função:

1) Verbalmente

2) Dados Tabelados: Foi construída uma tabela com as variáveis do exemplo, destacando o significado da palavra Variáveis.

3) Diagrama de Venn: Foi apresentado e construído o Diagrama de Venn. Neste momento a professora/pesquisadora explicou também Domínio, Contradomínio e Imagem ressaltando que quando fala-se de Função é necessário que defina-se esses conjuntos.

4) Gráficos: Foi construído pela professora/pesquisadora o gráfico referente à situação trabalhada ensinando para os alunos os elementos que compõem um gráfico: plano cartesiano, eixos horizontal (x) e vertical (y) e pontos. Foi deixado claro que não era o momento de tratar a construção de gráficos, mas de aprender a interpretá-los.

5) Lei de Dependência, ou Lei de Formação: este tipo de representação foi a única em que os alunos apresentaram dúvidas. A professora/pesquisadora acredita ser esta forma de representação a que mais necessita ser trabalhada uma vez que os alunos apresentaram dificuldade em trabalhar com quantidades abstratas desde a primeira atividade.

Esperava-se com esta intervenção que neste momento de formalização do conteúdo fosse construída uma base sólida quanto ao conceito de Função visando minimizar dúvidas futuras além de mostrar ao professor aonde há maiores lacunas no processo de ensino-aprendizagem, permitindo-o explorar o conteúdo justamente onde os alunos mostrarem maior dificuldade.

4.5 Atividade V

- Duração: 100 minutos (2 aulas)

Com o intuito de mensurar o que foi aprendido nas atividades anteriores, foi aplicado um novo grupo de problemas (Apêndice F), baseados nos problemas 2 ao 6 da Atividade II. Neles foram trabalhados os seguintes conceitos: Dependência entre conjuntos, Domínio, Contradomínio, Imagem, Lei de Formação, Variáveis, Diagrama de Venn, Dados Tabelados, Gráficos e Ponto.

Estes problemas são abordados de maneira formal, utilizando a linguagem matemática formalizada na Atividade IV, e têm como objetivo mostrar ao professor o quanto do conteúdo formalizado foi assimilado de modo que, antes que ele siga para o próximo conteúdo, que segundo propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) seria o estudo da Função Afim, ele trabalhe um pouco mais as deficiências que forem encontradas.

Os conteúdos trabalhados

Para a aplicação desta atividade as turmas voltaram a reunir-se nos mesmos grupos da Atividade II.

Na turma 91 encontravam-se 22 alunos presentes, entretanto, para uma melhor análise dos dados, a análise será feita com os 17 alunos da turma 91 que encontraram-se presentes em todas as atividades. Na turma 92 encontraram-se presentes os mesmos 13 alunos que participaram desde a primeira atividade.

Os alunos não apresentaram muita dificuldade nesta atividade necessitando, portanto, de pouca intervenção da professora/pesquisadora. Os alunos que não participaram de todas as atividades apresentaram algumas dificuldade e receberam ajuda dos próprios colegas que sabiam o conteúdo.

4.5.1 Aplicação do Problema 7

O objetivo deste problema era trabalhar o Diagrama de Venn e o conceito de Domínio e Imagem e observar se estes conceitos foram bem assimilados pelos alunos nas atividades anteriores.

Problema 7: *(Observe o Problema 2)*

Represente as letras a, b e c da atividade 2 através do Diagrama de Venn. Defina o Domínio e a Imagem em cada uma delas.

4.5.1.1 Análise dos Resultados Obtidos

Tabela 14 – Resultados do Problema 7 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	17	0	0	100%
B	17	0	0	100%
C	17	0	0	100%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 15 – Resultados do Problema 7 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	13	0	0	100%
B	13	0	0	100%
C	13	0	0	100%

Fonte: Dados da Pesquisa

Em ambas as turmas, não houve dificuldade nos conceitos trabalhados e todos acertaram este problema.

4.5.2 Aplicação do Problema 8

O objetivo deste problema era, além de trabalhar o Diagrama de Venn e o conceito de Domínio e Imagem, trabalhar um contra-exemplo de Função.

Problema 8: *(Observe o Problema 3)*

a) Represente as letras b e c deste problema através do Diagrama de Venn. Defina o Domínio e Imagem em cada uma delas.

b) A letra c representa uma Função? Justifique.

4.5.2.1 Análise dos Resultados Obtidos

Tabela 16 – Resultados do Problema 8 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A.b	17	0	0	100%
A.c	17	0	0	100%
B	8	9	0	47%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 17 – Resultados do Problema 8 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A.b	10	3	0	77%
A.c	9	3	1	69%
B	10	3	0	77%

Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que a Turma 91 mostra ter entendido o conceito de Diagrama de Venn e o conceito de Domínio e Imagem entretanto, ainda apresenta dificuldade na identificação de uma situação que não seja Função. Já na Turma 92 encontram-se alunos que ainda apresentam dúvidas nestes conceitos o que é intrigante pois não apresentaram dificuldade em trabalhar com diagramas no problema anterior.

A professora/pesquisadora acredita que pode ter havido algum problema de interpretação. Os alunos que erraram a letra A.c erraram ao definir o Domínio e o Contradomínio, colocando a quantidade de chicletes como Domínio e a quantidade de pessoas como Contradomínio.

Após a reformulação do Problema 3, para uma posterior aplicação, acredita-se sanar qualquer problema de interpretação que possa ter ocorrido neste problema 8. Quanto às turmas 91 e 92, as dúvidas foram sanadas no momento de análise e discussão da Atividade V.

4.5.3 Aplicação do Problema 9

O objetivo deste problema é fixar o conceito de Diagrama de Venn. Aborda também o conceito de variáveis e a lei de correspondência da Função. Com este problema pretende-se observar se tais conceitos foram assimilados pelos alunos.

Problema 9: *(Observe o Problema 4)*

a) Complete a tabela abaixo:

km rodados	Valor a pagar (R$)
1	
2	
3	
5	
10	
x	

b) Represente este problema através do Diagrama de Venn.

c) Quais as variáveis envolvidas no problema?

d) Qual é a variável dependente?

e) Determine a lei de correspondência. (expressão matemática)

4.5.3.1 Análise dos Resultados

Tabela 18 – Resultados do Problema 9 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	16	0	1	94%
B	15	1	1	88%
C	15	2	0	88%
D	16	1	0	94%
E	11	6	0	65%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 19 – Resultados do Problema 9 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	13	0	0	100%
B	11	1	1	85%
C	12	1	0	92%
D	11	2	0	85%
E	11	2	0	85%

Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que, no geral, ambas as turmas tiveram um bom aproveitamento. A turma 91 apresenta um melhor aproveitamento no trabalho com dados tabelados e uma maior dificuldade em determinar a Lei de Correspondência da Função. Já a turma 92 apresenta um melhor aproveitamento justamente neste ponto e não apresenta nenhuma dificuldade pontual.

Dentre os erros cometidos na determinação da Lei de Correspondência alguns alunos deram como resposta a frase *lei da função*. Uma justificativa para essa resposta é que eles podem ter entendido que a pergunta era **o que significa** a Lei de Correspondência. Outros deram como resposta $1,26 + 5,07x$. O que não faz sentido pois muitos que erraram a Lei de Correspondência completaram corretamente a tabela e construíram corretamente o Diagrama.

4.5.4 Aplicação do Problema 10

Com este problema pretende-se trabalhar outra forma de representar uma Função, a representação gráfica, além de trabalhar coordenadas cartesianas, variáveis e Lei de Correspondência.

Problema 10: *(Observe o Problema 5)*

Com base no gráfico abaixo, responda:

a) Onde são registrados os números de entregas realizadas correspondentes ao gráfico?

b) Onde são registrados o valor a receber?

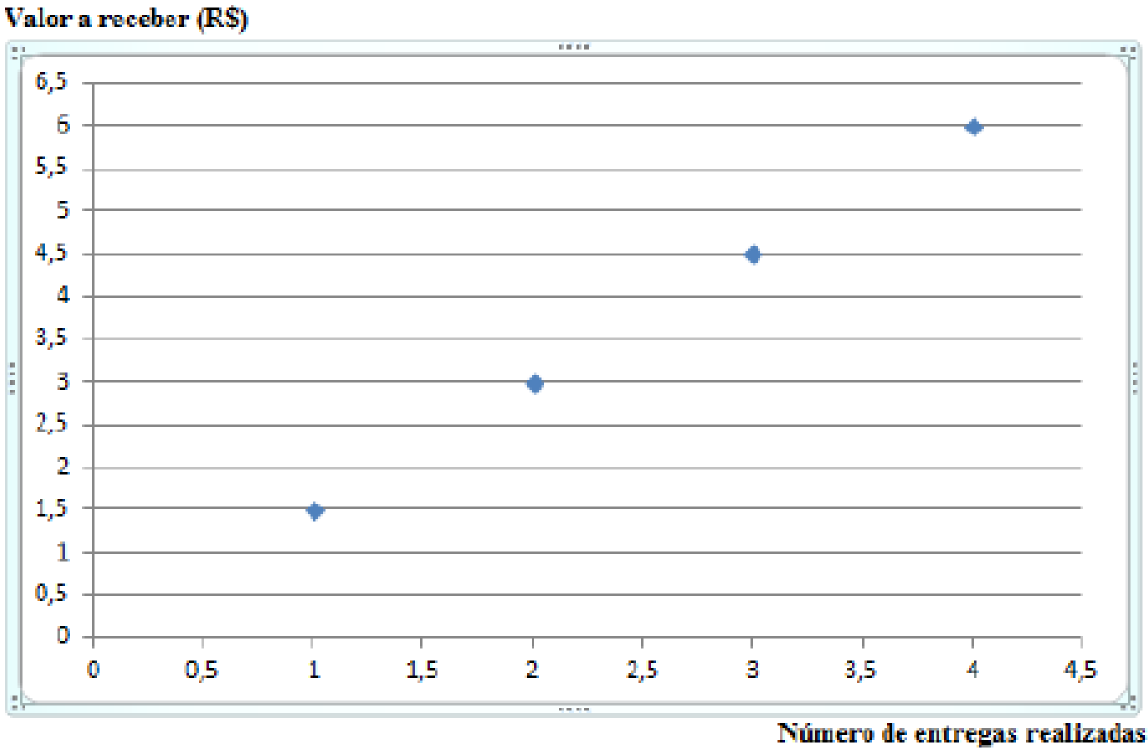
c) Segundo o gráfico, o que acontece à medida que o número de entregas aumenta?

d) Quais são as variáveis envolvidas?

e) O que significa o ponto (1; 1,5)?

f) Quais outros pontos você consegue identificar no gráfico?

g) Determine a Lei de Correspondência.



Fonte:Autoria Própria

4.5.4.1 Análise dos Resultados Obtidos

Tabela 20 – Resultados do Problema 10 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	17	0	0	100%
B	17	0	0	100%
C	17	0	0	100%
D	12	5	0	71%
E	10	3	4	59%
F	16	1	0	94%
G	12	5	0	71%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 21 – Resultados do Problema 10 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	13	0	0	100%
B	13	0	0	100%
C	13	0	0	100%
D	12	1	0	92%
E	11	1	1	85%
F	9	3	1	69%
G	11	2	0	85%

Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se um bom aproveitamento geral, de ambas as turmas, neste tipo de representação.

Dentre as respostas corretas das letras a e b, alguns alunos responderam *eixo x* e *eixo y* e outros responderam *eixo horizontal* e *eixo vertical.*

E, dentre os erros cometidos na letra E, um aluno deu como resposta x e y. O raciocínio dele não está completamente errado, uma vez que o ponto (1;1,5) significa o valor atribuído a x e o valor atribuído a y. Pode-se observar que apesar do erro foi dada uma resposta coerente com o que está sendo trabalhado.

4.5.5 Aplicação do Problema 11

O objetivo deste problema era abordar, mais uma vez, a representação gráfica de uma Função além de trabalhar com Dados Tabelados, Variáveis e Lei de Correspondência.

Problema 11: *Observe o Problema 6 e com base no gráfico abaixo responda:*

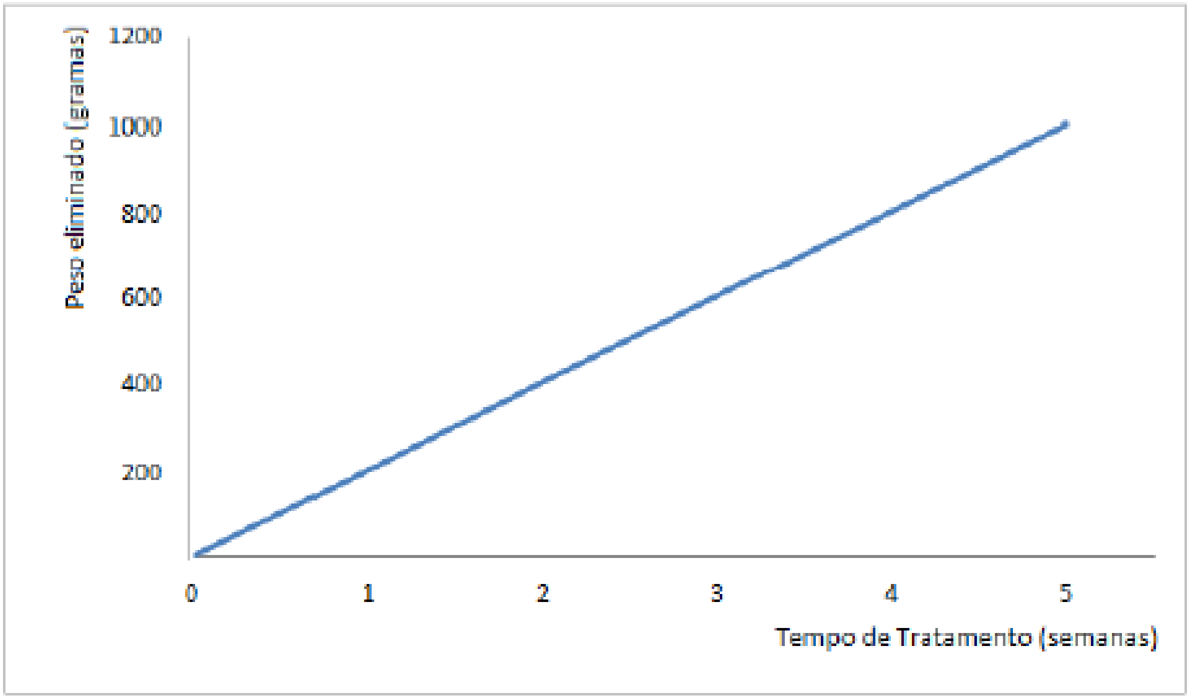
a) O que acontece quando os valores do eixo horizontal aumentam?

b) Segundo o gráfico, perde-se quanto peso em duas semanas de tratamento?

c) Quais são as variáveis envolvidas?

d) Represente este problema através de dados tabelados.

e) Determine a lei de correspondência.



Fonte:Autoria Própria

4.5.5.1 Análise dos Resultados Obtidos

Tabela 22 – Resultados do Problema 11 na Turma 91

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	17	0	0	100%
B	17	0	0	100%
C	17	0	0	100%
D	10	0	7	59%
E	14	2	1	82%

Fonte: Dados da Pesquisa

Tabela 23 – Resultados do Problema 11 na Turma 92

Letras	Acertos	Erros	Não Responderam	Aproveitamento
A	13	0	0	100%
B	13	0	0	100%
C	13	0	0	100%
D	6	0	7	46%
E	13	0	0	100%

Fonte: Dados da Pesquisa

Os alunos não apresentaram dificuldade nas três primeiras letras que tratavam somente da análise do gráfico.

Apresentaram alguma dificuldade na letra d, que pede para representar o gráfico através de Dados Tabelados. A professora/pesquisadora acredita que os alunos tiveram dificuldade em ver a relação do gráfico com os Dados Tabelados.

Os alunos que responderam corretamente a letra 'd' traçaram linhas verticais saindo dos valores de x até encontrar o gráfico. Foi muito interessante constatar esse raciocínio da parte dos alunos.

4.5.6 Análise de Aproveitamento do Conteúdo Estudado

A partir dos resultados obtidos foi feita uma análise média de aproveitamento do conteúdo estudado.

Abaixo estão os conteúdos estudados e as respectivas questões em que eles foram abordados.

Conteúdos:

Diagrama de Venn - Problemas 7, 8.a, 9.b

Dados Tabelados - Problemas 9.a, 11.d

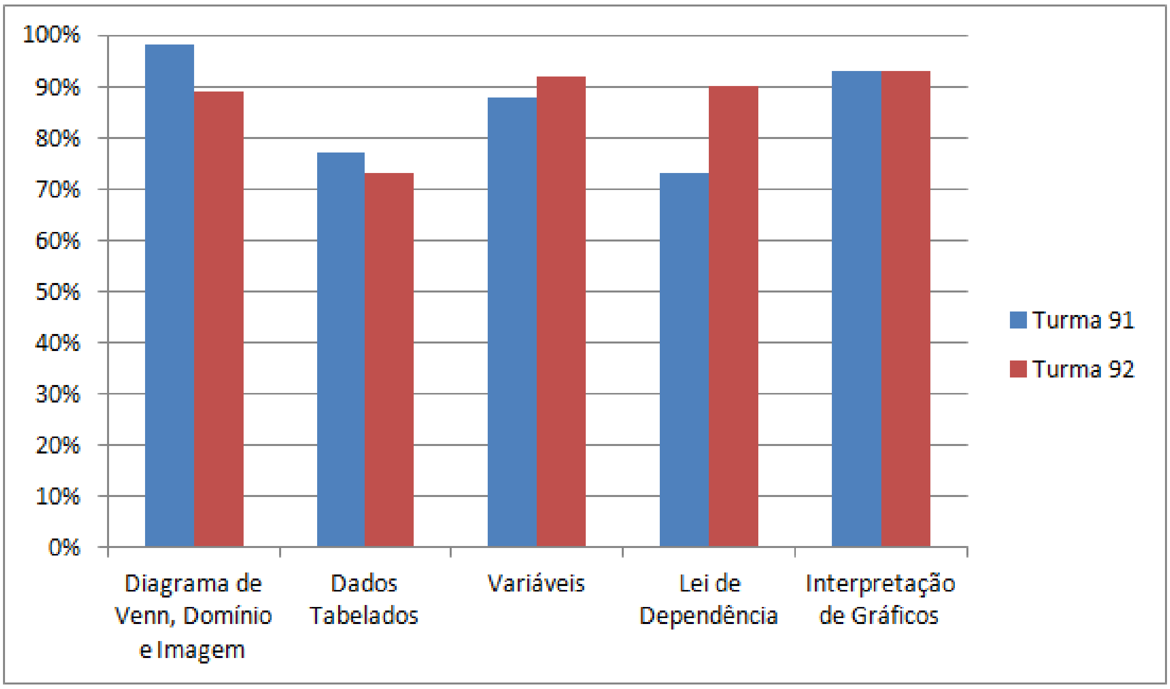
Variáveis - Problemas 9.c, 9.d, 10.d, 11.c

Lei de Dependência - Problemas 9.e, 10.g, 11.e

Interpretação de Gráficos - Problemas 10.a, 10.b, 10.c, 10.e, 10.f, 11.a, 11.b

Pode-se observar abaixo que houve um bom aproveitamento de todo o conteúdo estudado correspondendo à expectativa da professora/pesquisadora.

Figura 3 – Aproveitamento Médio do Conteúdo Estudado nas Turmas 91 e 92



Fonte: Dados da Pesquisa

4.6 Atividade VI

- Duração: 150 minutos (3 aulas)

4.6.1 Análise da Atividade V com a Turma

No primeiro momento foi feito com a turma a análise das respostas dadas aos problemas da Atividade V. Este momento foi usado para sanar dúvidas que foram apresentadas, além de contribuir para a solidificação do aprendizado do conteúdo.

Em geral, os alunos não apresentaram muitas dúvidas. As dúvidas levantadas foram quanto à identificação de variáveis e à lei de formação. Os próprios colegas de classe que haviam entendido o conteúdo responderam aos questionamentos dos alunos.

Em geral, todos participaram ativamente, compartilhando seus raciocínios e suas respostas.

4.6.2 Apresentação do Trabalho

Após este momento, os grupos apresentaram o trabalho realizado por eles, proposto na aula passada pela professora/pesquisadora.

A proposta foi que, baseado no que vinha sendo trabalhado, os alunos criassem ou pesquisassem em jornais ou revistas uma situação prática do dia a dia que representasse uma Função. Ambas as turmas trouxeram situações corretas mostrando assim que a construção do conceito de Função foi realizada de forma clara para eles.

Os grupos apresentaram as situações para a turma e a professora/pesquisadora fez algumas perguntas concernentes ao conteúdo estudado.

Dentre os trabalhos apresentados, a professora/pesquisadora destaca três deles sendo cada um deles feito com uma maneira diferente de representar uma Função. Os alunos optaram por criar as próprias situações e todos criaram corretamente.

Situação criada pelo Grupo A - Dados Tabelados:

"Diego foi em uma livraria comprar livro(s). Cada livro custa R$ 5,00. Quantos reais ele gastou?" Resposta do grupo: *Depende.*

O grupo construiu também a seguinte tabela:

Tabela 24 – Tabela construída pelo Grupo A

Quant.	Valor R$
1	5
2	10
3	15
5	25
10	50
x	5x

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao lado da coluna Valor R$ o grupo escreveu como encontrou cada valor apresentado: $1 \times 5, 2 \times 5, 3 \times 5, 5 \times 5, 10 \times 5$ e $x \times 5$.

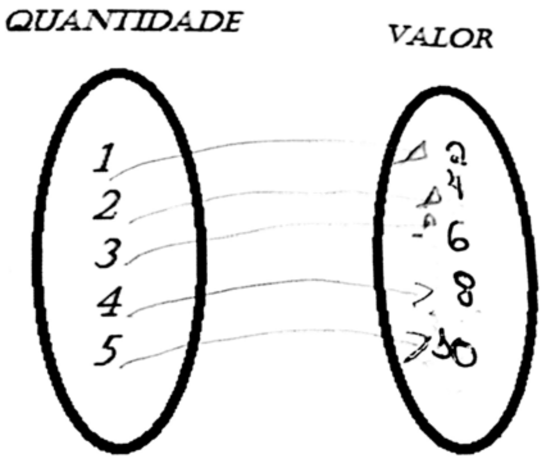
A professora/pesquisadora perguntou como ficaria a construção do gráfico referente à esta situação, se seria uma reta ou um gráfico de pontos e sem dificuldade o grupo respondeu que seria um gráfico de pontos pois não é possível comprar quantidades "quebradas" de livro. Perguntou-se também quais são as variáveis envolvidas e eles responderam corretamente: Quantidade de livro comprado e Valor a pagar.

Situação criada pelo Grupo B - Diagrama de Venn:

O grupo intitulou o trabalho como Diagrama de Venn e criou a seguinte situação: *"Thales foi no mercado e viu que o preço do passatempo era R$ 2,00. O valor pago pelo passatempo **depende** de quantos ele comprar. O valor pago é variável. Ele pagará R$ 4,00 se comprar 2 passatempos e R$ 8,00 se comprar 4 passatempos."*

O grupo construiu corretamente o Diagrama de Venn para representar essa situação.

Figura 4 – Trabalho do Grupo B



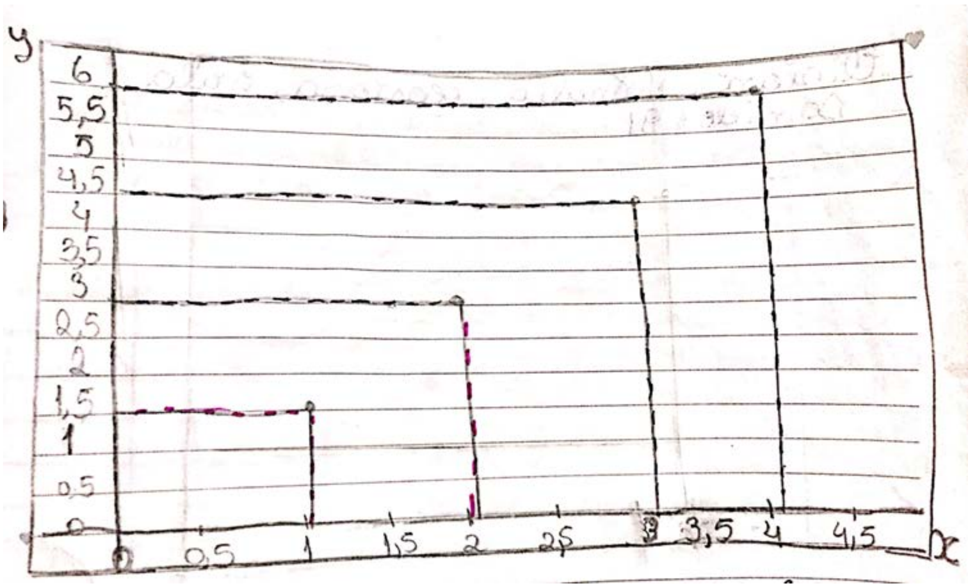
Fonte: Dados da Pesquisa

A professora/pesquisadora perguntou a lei de formação e os alunos responderam e explicaram de forma correta: *"$2x$"*.

Situação criada pelo Grupo C - Representação Gráfica:

Apesar de não ter sido trabalhado com a turma a construção de gráficos, apenas a interpretação deles, o Grupo C optou por criar uma situação e representá-la graficamente. Pôde-se observar que eles construíram o gráfico seguindo o gráfico do Problema 10. A situação criada pelo Grupo C foi a seguinte pergunta: *"O NIKITO custa R$ 1,50, quanto gasto de acordo com o gráfico?"*

Figura 5 – Trabalho do Grupo C



Fonte: Dados da Pesquisa

O grupo elaborou as seguintes perguntas:

“Onde estão registrados o número de NIKITOS comprados?” Resposta: *No eixo x.*

“Onde estão registrados o valor a ser gasto?” Resposta: *No eixo y.*

“Segundo o gráfico, o que acontece à medida que compro mais que 1 NIKITO?” Resposta: *O valor a pagar também aumenta.*

“Quais são as variáveis envolvidas?” Resposta: *(1; 1,5), (2; 3), (3; 4,5), (4; 6)*

“Determine a Lei de Correspondência.” Resposta: $y = 1,50 \times x$.

4.6.3 Aplicação do Questionário II

Após a apresentação dos trabalhos houve a aplicação do Questionário II (Apêndice C).

Este questionário é composto por oito questões, sendo elas objetivas e subjetivas, com o intuito de avaliar se houve mudanças na maneira como os alunos enxergam a Matemática.

A ideia central é mostrar que após a aplicação das atividades houve uma melhora na maneira como os alunos vêem a Matemática, passando a enxergá-la como uma disciplina útil para a vida.

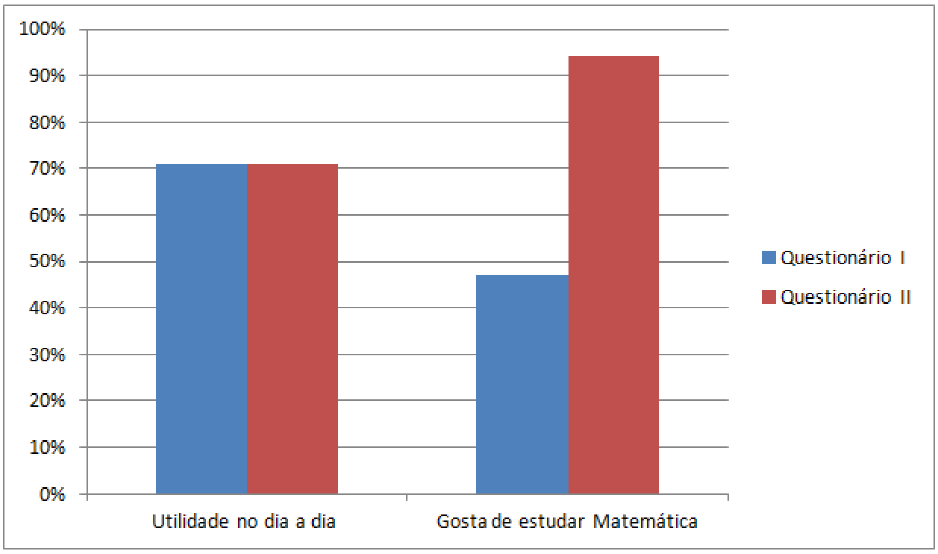
4.6.3.1 Comparação das respostas dadas aos Questionários I e II

Abaixo encontram-se as análises feitas com base nos dois questionários aplicados.

1° - Como os alunos vêem a utilidade da matemática no dia a dia e o sentimento deles em relação à mesma:

Turma 91

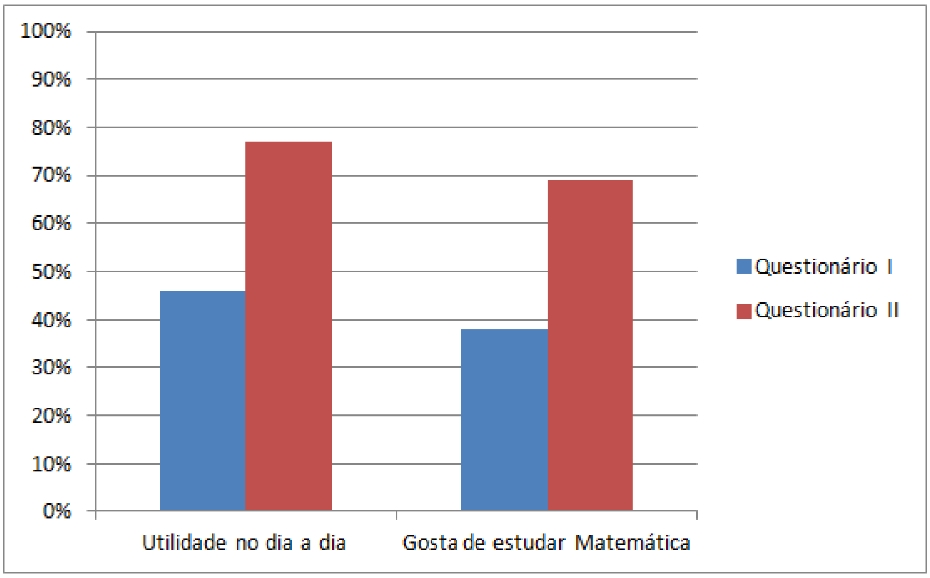
Figura 6 – Análise das Respostas dos Alunos aos Questionários I e II, Questões 1 e 2 - Turma 91



Fonte: Dados da Pesquisa

Turma 92

Figura 7 – Análise das Respostas dos Alunos aos Questionários I e II, Questões 1 e 2 - Turma 92



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando os resultados obtidos, constata-se que em ambas as turmas o trabalho aplicado contribuiu positivamente para a mudança no sentimento dos alunos em relação à disciplina. É possível ver que houve um considerável aumento positivo também quanto à utilidade da Matemática no dia a dia. E, dos alunos que responderam que já vêem esta utilidade, a maioria justifica sua utilidade não em situações do dia a dia mas porque vai precisar dela no futuro.

O **aluno 10** da Turma 92 respondeu que passou a ver utilidade na Matemática *"porque você passou coisas que acontece quase todos os dias e voce ensinou a como lidar com essas coisas do dia a dia."* Ele disse: *"professora quando a senhora passava formula de Bhaskara eu não via nada muito importante mas essa materia eu vi importancia por nós vamos usar isso na vida quase toda."*

O **aluno 11** da Turma 92 respondeu que *"é importante no nosso dia a dia, as vezes mesmo sem perceber utilizamos, e percebemos que se você não souber um pouco de matemática, não vai conseguir resolver assuntos do seu cotidiano."*

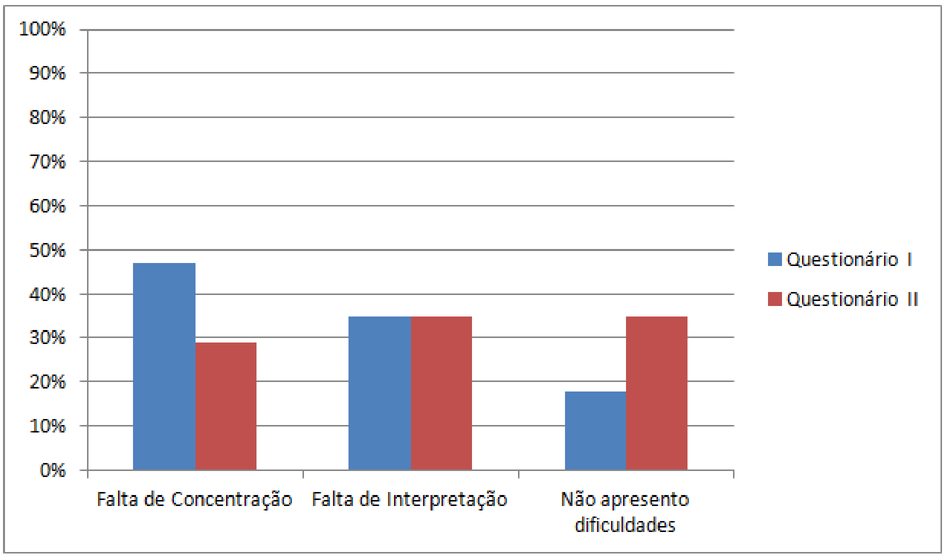
Alguns alunos atribuíram utilidade também no que se refere ao estudo dos gráficos. A **aluna 8** da Turma 92 disse que *"Agora a próxima vez que eu ver um gráfico, vou entender melhor o que ele quer dizer."*.

2° - Dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem dos conteúdos Matemáticos:

No questionário I foi perguntado o que eles apontam como sendo motivo/s pelo/s qual/is têm dificuldade em aprender os conteúdos Matemáticos e no Questionário II foi feita a mesma pergunta, mas referindo-se especificamente ao conteúdo estudado.

Turma 91

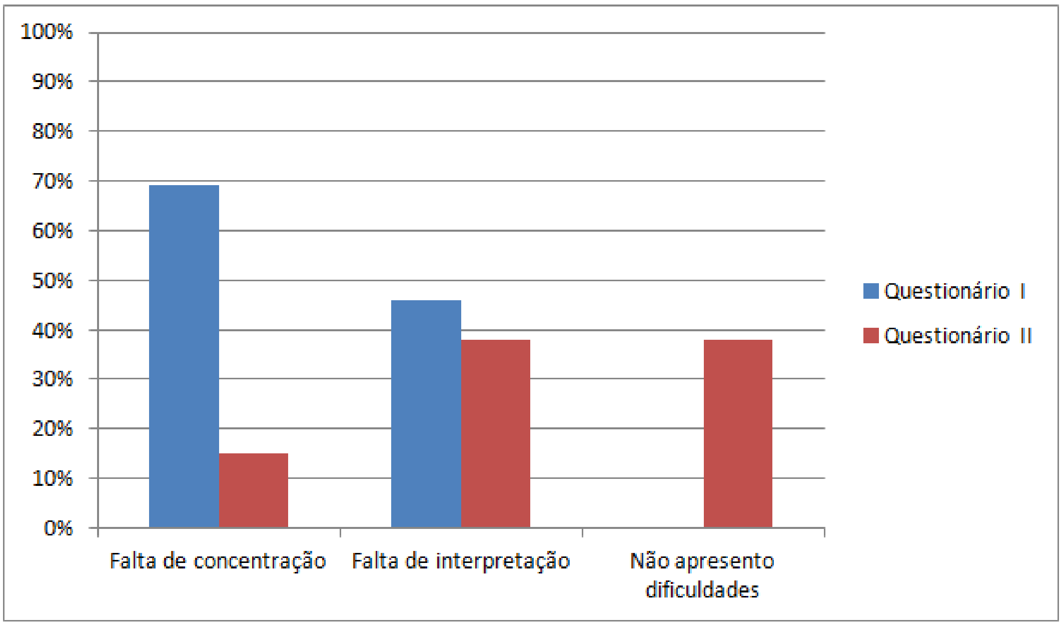
Figura 8 – Análise das Respostas dos Alunos aos Questionários I e II, Questões 3, 4 e 5 - Turma 91



Fonte: Dados da Pesquisa

Turma 92

Figura 9 – Análise das Respostas dos Alunos aos Questionários I e II, Questões 3, 4 e 5 - Turma 92



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando os resultados obtidos, no Questionário I, quase 70% dos alunos atribuíram a falta de concentração como um dos motivos pelo qual eles têm dificuldade em aprender Matemática. Já no Questionário II esse número cai para 15%, ou seja, apenas 15% dos alunos consideram que tiveram dificuldade no conteúdo trabalhado devido à falta de concentração. Obteve-se, portanto, um resultado positivo neste trabalho pois conseguiu-se a atenção dos alunos nas atividades trabalhadas.

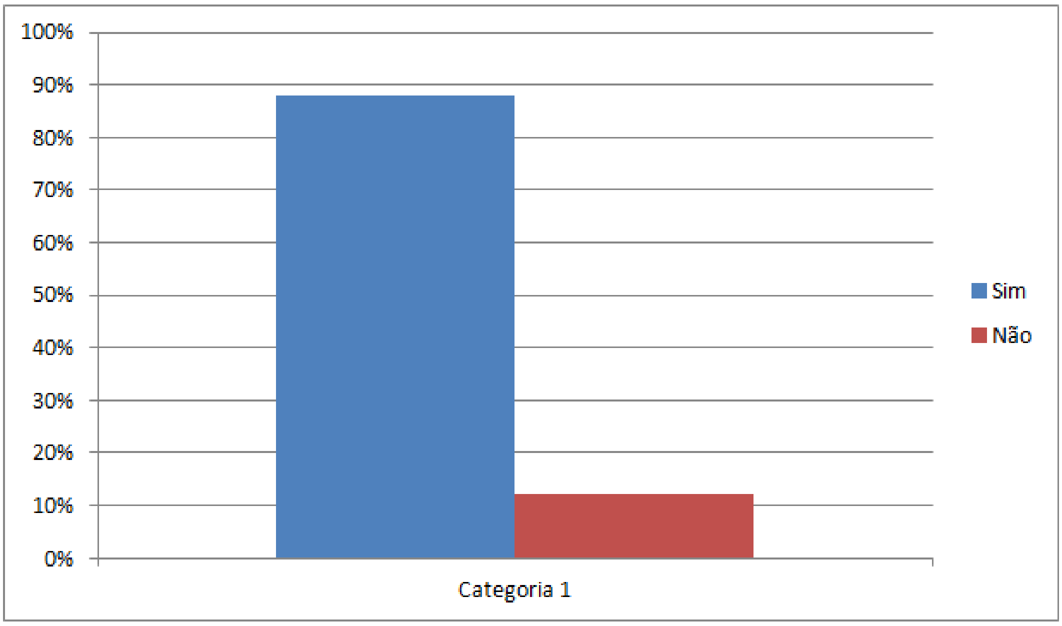
É interessante observar também que no Questionário I nenhum aluno considera-se sem dificuldade em aprender Matemática e no Questionário II quase 40% dos alunos consideram não ter tido dificuldade em aprender o conteúdo trabalhado.

3° - Consideraram que aprenderam o conteúdo:

Perguntou-se aos alunos se, na opinião deles, eles aprenderam/entenderam o conteúdo. Mais de 90% dos alunos consideram que aprenderam. Através da análise das respostas dadas à Atividade V a professora/pesquisadora pôde observar que de fato a turma obteve um resultado satisfatório na aprendizagem do conteúdo proposto. No geral, de fato, em torno de 90% dos alunos assimilaram de forma correta o conteúdo trabalhado apresentando umas poucas dificuldades pontuais.

Turma 91

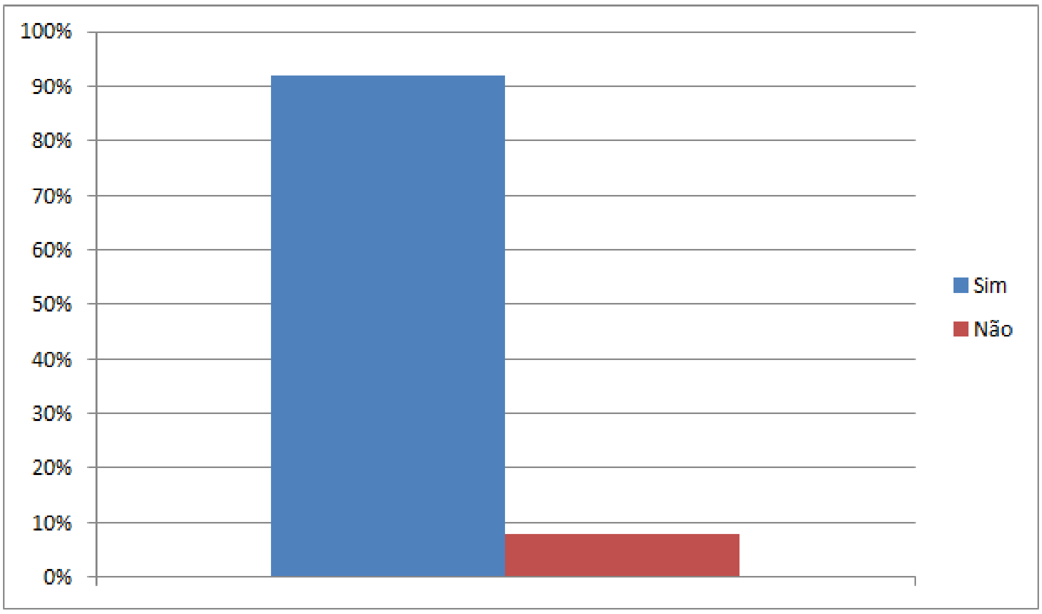
Figura 10 – Alunos que consideram que aprenderam o conteúdo - Questionário II, Questão 6 -Turma 91



Fonte: Dados da Pesquisa

Turma 92

Figura 11 – Alunos que consideram que aprenderam o conteúdo - Questionário II, Questão 6 -Turma 92

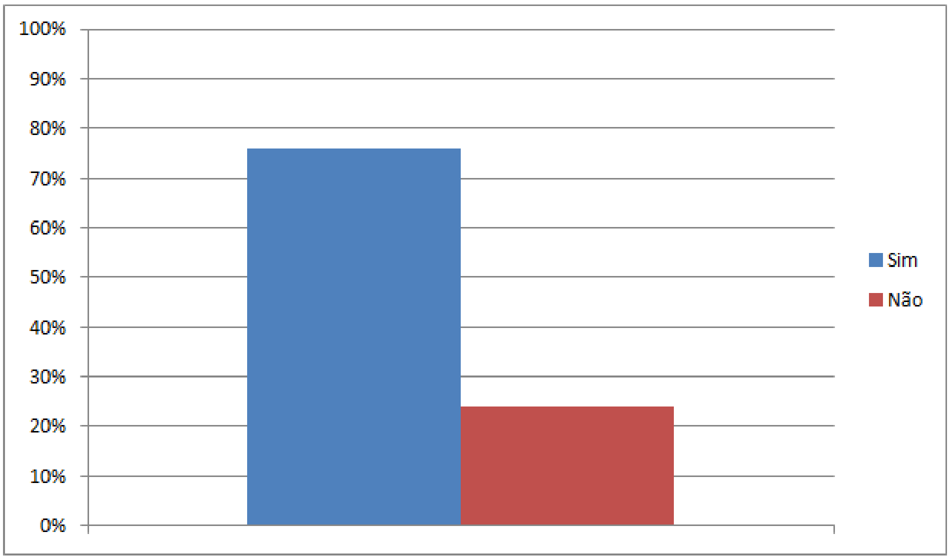


Fonte: Dados da Pesquisa

4° - Consideram que o trabalho realizado mudou seu sentimento com relação à disciplina de Matemática:

Turma 91

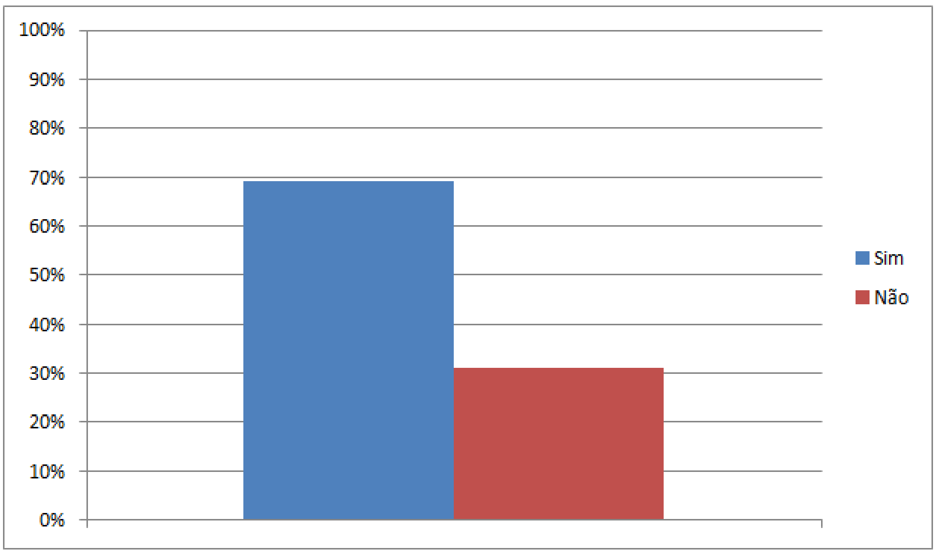
Figura 12 – Alunos que consideram que o trabalho realizado mudou seu sentimento com relação à disciplina de Matemática - Questionário II, Questão 7 - Turma 91



Fonte: Dados da Pesquisa

Turma 92

Figura 13 – Alunos que consideram que o trabalho realizado mudou seu sentimento com relação à displina de Matemática - Questionário II, Questão 7 - Turma 91



Fonte: Dados da Pesquisa

Dos 17 alunos da Turma 91, 13 consideram que o trabalho realizado mudou seu sentimento com relação à disciplina e, apenas 4 dizem continuar não gostando de matemática. Na turma 92, dos 13 alunos pesquisados, 9 consideram que o trabalho realizado mudou seu sentimento com relação à disciplina e apenas 4 não mudaram de opinião.

A **aluna 8** da Turma 91 afirma *"que a matemática não é tão difícil assim."*

O **aluno 13** da Turma 92 disse que *"ficou claro que a matemática é importante."*

A **aluna 5** da Turma 91 disse: *"consegui ver que a matemática não é um monstro."*

E a **aluna 6** da Turma 92 comentou *"que pode ser explicada de uma maneira mais facil, até uma matéria dificil."*

Diante dos resultados apresentados acima neste capítulo e de tudo que foi exposto, a professora/pesquisadora pode afirmar que a prática aplicada neste trabalho contribuiu para uma melhor aprendizagem dos alunos. Observou-se que a metodologia de resolução de problemas aliada à situações do dia a dia contribuiu para uma melhor compreensão dos problemas e uma melhor apropriação e entendimento do conceito estudado.

Os resultados portanto, permitem afirmar que houve um retorno satisfatório no processo de ensino-aprendizagem e o objetivo desta pesquisa foi alcançado.

Capítulo 5

Considerações Finais

Este trabalho teve como proposta a elaboração de uma sequência de atividades tendo como objetivo que os alunos se apropriem do conceito de Função.

No capítulo IV foram analisadas as respostas dos alunos envolvidos na pesquisa, bem como seus comentários aos problemas aplicados em sala de aula. Isso forneceu à professora/pesquisadora elementos para obter algumas conclusões.

No primeiro problema, através do erro cometido pelos alunos, pode-se observar que a ideia de Dependência relacionada ao ensino de Função que para nós, professores, parece ser tão simples de enxergar, não é algo tão óbvio assim para alunos que ainda não foram apresentados ao conteúdo. A professora/pesquisadora considera importante esse primeiro problema, pois ele norteou a sequência do trabalho, mostrando uma importante dificuldade apresentada pelos alunos e que, caso não fosse diagnosticada, poderia acompanhá-los no decorrer de seus estudos.

Quanto aos segundo e terceiro problemas, durante sua aplicação, a professora/ pesquisadora sanou dúvidas interpretativas que surgiram. Os alunos fizeram perguntas como: “Eles resolveram sair para fazer um lanche. Eles quem? Todos os quatro ou só um casal?”, e, “Vou dar o chiclete à meus amigos, mas vou ficar com algum também?” Tais dúvidas não eram esperadas e ao observar tais questionamentos a professora/pesquisadora entende que eles podem ter sido causados por uma elaboração não muito clara dos problemas, tendo sido necessária uma reelaboração dos mesmos, para posterior uso destas atividades por outros professores (Apêndice E).

Em relação aos problemas seguintes a professora/ pesquisadora observou que foram encontradas dificuldades que não eram esperadas por se tratarem de problemas comuns que envolvem cálculos simples não dependendo conhecimento de alguma fórmula específica. Considera-se válido este primeiro momento de atividades contendo problemas que envolvem situações corriqueiras que não dependem de uma formalização prévia do conteúdo por dois motivos:

i) os alunos foram direcionados para o raciocínio que lhes seria necessário ter ao estudarem o conceito de Função e,

ii) foi possível à professora/pesquisadora enxergar que situações que parecem ser simples, para os alunos não são tão simples assim, possibilitando portanto uma maior atenção com as turmas em questão.

A realização destas primeiras atividades, apesar de surpreender à professora/ pesquisadora por surgirem dúvidas que não eram esperadas, conseguiu atingir o objetivo de começar a construir com os alunos, de forma intuitiva, o conceito de Função.

Observa-se que introduzir o conteúdo de maneira informal causou maior interesse e menor rejeição da parte dos alunos pois eles não "sentiam" que estavam estudando um conteúdo matemático, mas sim tentando resolver questões que existem no dia a dia. A formalização do conteúdo também tornou-se um momento mais prazeroso para os alunos pois, foi feita com a participação ativa dos mesmos através de exemplos dados por eles.

Os dados "negativos" destas atividades (erros cometidos e dificuldades encontradas pelos alunos) contribuíram para nortear a professora/pesquisadora nas atividades seguintes, inclusive no momento de formalização do conteúdo.

Em relação à quinta atividade os alunos apresentaram ainda algumas poucas dúvidas entretanto, considera-se normal aparecerem algumas dúvidas em todo processo de ensino-aprendizagem e através das análises feitas pôde-se verificar que a maioria das dúvidas que surgiram nas primeiras atividades puderam ser sanadas nas atividades seguintes.

Quanto à metodologia utilizada, entende-se ter sido adequada, pois as atividades proporcionaram aos alunos momentos de análise e reflexão e ajudaram a aumentar a busca por novas estratégias de resolução.

Quanto aos questionários I e II, a professora/pesquisadora observou que os alunos responderam sinceramente as perguntas feitas e que o fato deles poderem ser identificados através do nome não influenciou suas respostas. Antes da entrega dos questionários a professora/pesquisadora conversou com as turmas explicando que eles poderiam não se identificar, caso quisessem, e que as respostas dadas não estavam valendo nenhum tipo de nota, serviam apenas como dados da pesquisa necessitando, inclusive, que eles fossem os mais verdadeiros possível.

Enquanto dificuldades vivenciadas pode-se destacar o tempo geral de aplicação das atividades, uma vez que o professor sempre precisa cumprir um calendário e um currículo anual e estas atividades demandam de um tempo maior do que o previsto quando aborda-se este conceito da maneira tradicional. Outra dificuldade encontrada foi como alcançar os alunos que não compareceram à todas as atividades, mas apareciam em uma atividade ou outra. Finalmente, tendo em vista que mais de 80% da Turma 91 e mais de 90% da Turma

92 consideram que aprenderam o conteúdo estudado e que quase 80% da Turma 91 e 70% da Turma 92 passou a ver utilidade no conteúdo estudado, pôde-se verificar que o objetivo principal deste trabalho foi atingido. Os dados mostram um aumento em torno de 30 e 35%, respectivamente, dos alunos que vêem utilidade no estudo de Função.

Conclui-se, de modo geral, que a participação efetiva dos alunos nas atividades e as discussões realizadas levaram a um crescimento na compreensão do conceito de Função. Deste modo acredita-se que a abordagem proposta neste trabalho atingiu seu objetivo.

A proposta apresentada nesta pesquisa deve ser considerada como um outro modo de ensinar e aprender. Espera-se que este trabalho possa contribuir na área do ensino da Matemática, no que se refere ao conceito de Função e possa sinalizar para a importância de criar novas maneiras de abordar este conteúdo, desde a sua introdução, dando uma atenção especial à construção inicial deste conceito. Aos docentes espera-se que busquem sempre novas maneiras de *“fazer”* matemática e aos alunos, que enxerguem a grandeza que a Matemática possui.

Referências

ARAÚJO, J. P. de. *Proposta de atividades para a introdução do conceito de Função no ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado), 2013. Citado na página 14.

BOTELHO, L.; REZENDE, W. Um breve histórico do conceito de função. p. 64–75, 2011. Caderno Dá-Licença. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 19 e 20.

BRANDÃO, J. D. P. *Ensino aprendizagem de função através da resolução de problemas e representações múltiplas*. Dissertação (Mestrado), 2014. Citado na página 14.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino fundamental*. Brasília, DF, 1998. Citado 7 vezes nas páginas 25, 26, 27, 29, 30, 31 e 53.

BULGRAEN, V. C. O papel do professor e sua mediação nos processos de elaboração do conhecimento. *Revista Conteúdo, Capivari*, v. 1, n. 4, p. 30–38, 2010. Citado na página 30.

CHAVES, M. I. de A.; CARVALHO, H. C. de. Formalização do conceito de função no ensino médio: Uma seqüência de ensino-aprendizagem. Julho 2004. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Citado na página 20.

COSTA, S. da. Função afim: resolução de problemas-mídias. 2010. Monografia Pós-Graduação. Citado na página 15.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática. *São Paulo: Ática*, v. 1, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática. *São Paulo: Ática*, v. 1, 1998. Citado na página 29.

DESSOY, A. P. *Resolução de problemas: uma abordagem a partir de projetos interdisciplinares*. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, Janeiro 2015. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Citado na página 29.

DIAS, A. R. *O ensino e a aprendizagem do conceito de função através da resolução de problemas: um estudo para desensolver noções básicas inerentes ao conceito em classes do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Ouro Preto, 2015. Citado na página 14.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. *A solução de problemas*. [S.l.]: Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed), 1988. Citado na página 26.

FERNANDES, A. R. B. et al. Principais motivos que dificultam a aprendizagem da matemática. In: . Centro de Formação de Tecnólogos/Departamento de Ciências Básicas e Sociais/PROLICEN: [s.n.], 2008. Citado na página 29.

FONSECA, V. G. da; SANTOS, A. R. dos; NUNES, W. V. Estudo epistemológico do conceito de funções: Uma retrospectiva. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMATICA. Curitiba, PR, 2013. XI Encontro Nacional de Educação Matematica. Citado na página 18.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. são paulo: Paz e terra, 1996. *Coleção leitura*, p. 51, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 25, 30 e 31.

GRESSLER, L. A. *Introdução à pesquisa*. Loyola. Sao Paulo, Brasil: Edições Loyola, 2003. Citado na página 32.

LEÃO, A. S. G.; BISOGNIN, V. Construção do conceito de função no ensino fundamental por meio da metodologia de resolução de problemas. *Educação Matemática em revista–RS*, v. 1, n. 10, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

LIMA, C. S. S. As dificuldades encontradas por professores no ensino de conceitos matemáticos nas séries iniciais. *Monografia (Especialização)–Pós-Graduação da Universidade do Extremo Sul Catarinense/UNESC. Criciúma*, 2006. Citado na página 15.

LIMA, E. L. *Números e funções reais*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. Citado na página 20.

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. [S.l.]: Volume, 2006. Citado na página 21.

MOL, R. S. Introdução à história da matemática. *Belo Horizonte: CAED UFMG*, Belo Horizonte, v. 79, p. 80, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 19.

ONUCHIC, L. D. L. R. Resolução de problemas no brasil e no mundo. In: . UNESP - Campus Rio Claro - SP: [s.n.], 2011. II Seminário em Resolução de Problemas. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 28 e 99.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema-Mathematics Education Bulletin*, p. 73–98, 2011. Citado na página 27.

PEREIRA, A. L. et al. Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução. *São Paulo: IME-USP*, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 26, 29 e 30.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. *Rio de Janeiro: interciência*, v. 2, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de matemática. *Educação e Matemática*, p. 3–9, 1990. Citado na página 18.

PORTILHO, E. M. L.; BRUZAMOLIN, S. C. D. A. O professor e a produção do conhecimento. Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR. Citado na página 25.

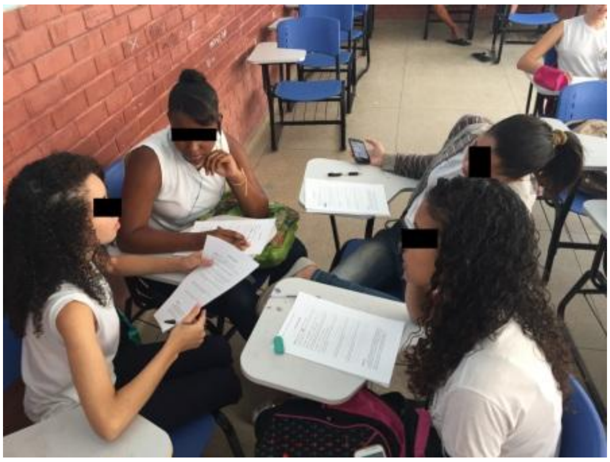
SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. 2001. Universidade Federal do Paraná- UFPR. Citado na página 26.

SOUZA, V. D. M. de; MARIANI, V. C. Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função. 2005. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

ZUNINO, D. L. *A Matemática na escola: aqui e agora*. [S.l.]: Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. Citado na página 15.

APÊNDICE A

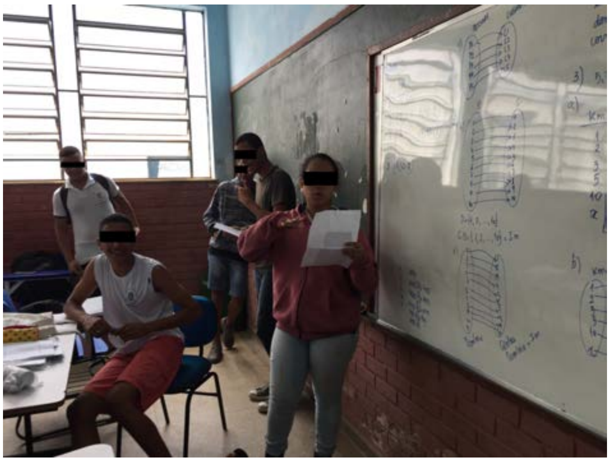
ALGUMAS FOTOS DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA









APÊNDICE B

Questionário I

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:______________ Turma: _________ Data:___/___/___

Questionário I

1. Você vê utilidade em aprender Matemática? É importante para sua vida e para seu dia a dia?
____
____

2. Você gosta de estudar Matemática? Por quê?

____
____

3. De que maneira seus professores costumam ensinar Matemática:

- Por meio de jogos (   )
- Por meio de exercícios em grupos (   )
- Por meio de exercícios individuais (   )
- Por meio da explicação do professor (   )
- Outra maneira (   ) Qual? _______________

4. Você se dedica a estudar Matemática?

- Sim. Faço as tarefas de casa e procuro revisar o conteúdo estudado. (   )
- Um pouco. Somente um dia antes da avaliação. (   )
- Não estudo. (   )

5. Como você se sente na aula de Matemática?

- Gosto e tiro notas boas. (   )
- Não gosto, mas tiro notas boas. (   )
- Gosto, mas não tiro notas boas. (   )
- Não gosto e não tiro notas boas. (   )

6. Quais são as dificuldades que você apresenta na aprendizagem dos conteúdos matemáticos?

- falta de concentração. (   )
- falta de interpretação. (   )
- a culpa é do professor. (   )
- não gosto de matemática. (   )
- não apresento dificuldades nos conteúdos de Matemática. (   )

APÊNDICE C

Questionário II

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:______________ Turma: _________ Data:___/___/___

<u>Questionário II</u>

1. Após o trabalho desenvolvido, qual é a sua visão diante da importância da Matemática?

____

____

2. O conteúdo matemático estudado apresentou alguma utilidade no seu dia a dia? Explique.

____

____

3. Após o conteúdo estudado, a Matemática teve mais significado para você?

____

____

4. Da maneira como a professora foi conduzindo o conteúdo, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique.

____

____

5. Você apresentou alguma dificuldade no desenvolver do conteúdo trabalhado?

Sim. (   )   Não. (   )

Qual?

- Falta de concentração. (   )
- Falta de interpretação. (   )
- Não soube fazer os cálculos. (   )
- Não gosto de Matemática. (   )

6. Durante o trabalho você conseguiu aprender o conteúdo:

- Rapidamente. (   )
- Necessitou de muita explicação. (   )
- Não aprendeu. (   )

7. Após o trabalho realizado, mudou o seu sentimento com relação à disciplina de Matemática?

____

APÊNDICE D

Problemas 1 ao 6

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:_____________ Turma: ________ Data:___/___/___

Problema 1

Imagine-se nas seguintes situações e responda:

a) Você foi à cantina comprar salgado. Sabendo que ele custa R$ 3,50, quantos reais você gastou? Justifique.

____

____

b) Você foi ao shopping e gostou de umas blusas que estavam em promoção custando R$ 15,00 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) blusa(s)? Justifique.

____

____

c) Sabendo que a passagem de ônibus custa R$ 1,60, quantos reais você gasta, por mês, com a passagem? Justifique.

____

____

d) No campeonato de futebol da sua escola, cada gol feito vale 3 pontos. Qual foi o saldo de pontos feito pelo seu time ao final do campeonato?

____

____

e) Você fez uma prova com 20 questões de múltipla escolha valendo 0,5 pontos cada. Quantos pontos você obteve na prova?

____

____

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:______________ Turma: _________ Data:___/___/___

Problema 2

Mário e Fernanda se casaram e pensando na economia resolveram ficar com o carro do Mário, um Ford Fiesta e vender o carro da Fernanda, um Fiat Palio. Como a família ainda é pequena eles concluíram que não precisam ficar com os dois carros.

a) Quando o casal viajou para visitar um casal de amigos, quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

b) Já na casa dos amigos eles resolveram sair para fazer um lanche. Quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

c) Anos depois, Mário e Fernanda tiveram dois filhos, Joaquim e Diogo. Na noite da formatura do Diogo, o mais velho, eles foram para a cerimônia com os pais, e no caminho passaram na casa da Maria, namorada dele. Quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

d) Caso o Joaquim também tivesse namorada, ela também poderia ir de carro com eles? Justifique. Faça um desenho que mostre essa situação.

e) A quantidade de pessoas que podem ocupar o carro, é fixa ou variável?

f) A quantidade de lugares disponíveis e ocupados depende de alguma coisa?

Problema 3

Andressa foi à cantina da escola e comprou 10 chicletes para distribuir entre ela e suas 7 amigas.

a) Como pode ser feita essa distribuição se ela der pelo menos 1 chiclete a cada amiga?

b) Dois amigos de Andressa viram que ela tinha chicletes e pediram a ela. Andressa teria chiclete para dar a estes dois amigos também? Justifique.

c) Se ao invés de dois amigos, três amigos de Andressa pedissem chiclete a ela, seria possível distribuir os chicletes com cada um deles e ainda sobrar chiclete pra ela?

d) Qual a quantidade máxima de pessoas que podem pedir chiclete para Andressa de forma que ela possa dar e ainda ficar com pelo menos 1 pra ela?

e) A quantidade de pessoas interessadas no chiclete é fixa ou variável? E a quantidade de chicletes pra cada pessoa?

f) Para Andressa conseguir distribuir os 10 chicletes que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.

Problema 4

O filho de Seu João passou mal e precisou ser levado ao hospital. Como Seu João não tem carro e a situação aparentava ser bem grave ele resolveu chamar um táxi. O táxi cobra pela corrida um preço fixo, chamado bandeirada, no valor de R$ 5,07 mais R$ 1,26 por quilômetro rodado.

a) Quanto Seu João pagará pela corrida se o hospital estiver à 2km de distância de sua casa?

b) Como você calculou quanto Seu João pagou pela corrida de 2km?

c) Se a corrida tivesse custado R$ 8,85, qual seria a distância entre a casa de Seu João e o hospital?

d) O valor que Seu João pagou pela corrida dependeu de alguma coisa? Justifique.

e) É possível calcular o valor da corrida para alguma outra distância diferente de 2km? Justifique.

f) É possível calcular o valor da corrida para qualquer que seja a distância percorrida? Justifique.

Problema 5

Rogério trabalha em uma empresa que entrega mercadorias que as pessoas compram pela internet e ganha R$ 1,50 por entrega feita. Ele precisa pagar uma conta no valor de R$ 85,00, que vence hoje, e ele só tem R$ 55,00 na carteira.

a) Quantas entregas Rogério precisa fazer para conseguir o dinheiro exato para pagar a conta hoje?

b) Quantos reais Rogério ganha no dia que ele consegue fazer 62 entregas?

c) O salário que Rogério ganha é uma quantia fixa? Justifique.

d) É possível calcular o salário de Rogério para qualquer que seja a quantidade de entregas feita no dia? Justifique?

Problema 6

Katharine passou por problemas familiares e de saúde o que resultou em ganho de peso. Ela está pesando, atualmente, 106kg e deseja voltar ao seu peso normal de 56kg. Para isso ela procurou o acompanhamento de um nutricionista que passou pra ela uma dieta alimentar que resulta em um emagrecimento de 200g por semana.

a) Quantos quilos Katharine perdeu nas 5 primeiras semanas de tratamento?

b) Em quantas semanas Katharine estará pesando 100 kg?

c) Quantos quilos Katharine precisará perder, no total, para atingir seu peso ideal? Quanto tempo levará?

d) Que relação existe entre o pesa que ela perde (em kg) e o tempo de tratamento (em semanas)?

APÊNDICE E

Problemas 2 e 3 reformulados

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:_____________ Turma: ________ Data:___/___/___

Problema 2

Mário e Fernanda se casaram e pensando na economia resolveram ficar com o carro do Mário, um Ford Fiesta e vender o carro da Fernanda, um Fiat Palio. Como a família ainda é pequena eles concluíram que não precisam ficar com os dois carros.

a) O casal viajou sozinho para visitar um casal de amigos. Quantos lugares foram ocupados no carro do Mário, e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

b) Já na casa dos amigos, os dois casais resolveram sair para fazer um lanche. Sabendo que todos saíram no carro do Mário, quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

c) Anos depois, Mário e Fernanda tiveram dois filhos, Joaquim e Diogo. Na noite da formatura do Diogo, o mais velho, eles foram para a cerimônia com os pais, todos no mesmo carro, e no caminho passaram na casa da Maria, namorada dele. Quantos lugares foram ocupados e quantos sobraram? Faça um desenho que mostre essa situação.

d) Caso o Joaquim também tivesse namorada, ela também poderia ir de carro com eles? Justifique. Faça um desenho que mostre essa situação.

e) A quantidade de pessoas que podem ocupar o carro, é fixa ou variável?

f) A quantidade de lugares disponíveis e ocupados depende de alguma coisa?

Problema 3

Andressa foi à cantina da escola e comprou 10 chicletes para distribuir entre ela e suas 7 amigas.

a) Como pode ser feita essa distribuição se ela der pelo menos 1 chiclete a cada amiga? (Não há necessidade de indicar todas as distribuições possíveis.)

b) Dois amigos de Andressa viram que ela tinha chicletes e pediram a ela. Andressa teria chiclete para dar a estes dois amigos, além de dar à suas 7 amigas e de ficar com chiclete também? Justifique.

c) Se ao invés de dois amigos, três amigos de Andressa pedissem chiclete a ela, seria possível distribuir os chicletes com cada um deles, com suas 7 amigas e ainda sobrar pra ela?

d) Qual a quantidade máxima de pessoas que podem pedir chiclete para Andressa de forma que ela possa dar e ainda ficar com pelo menos 1 pra ela?

e) A quantidade de pessoas interessadas no chiclete é fixa ou variável? E a quantidade de chicletes pra cada pessoa?

f) Para Andressa conseguir distribuir os 10 chicletes que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.

APÊNDICE F

Problemas 7 ao 11

E. T. E. Antonio Sarlo

Aluno(a): ____

Idade:______________ Turma: _________ Data:___/___/___

Problema 7

- Observe o Problema 2:

Represente as letras **a**, **b** e **c** da atividade 2 através do diagrama de Venn. Defina o domínio e a imagem em cada uma delas.

Problema 8

- Observe o problema 3:

A) Represente as letras **b** e **c** da atividade 3 através do diagrama de Venn. Defina o domínio e imagem em cada uma delas.

B) A letra **c** representa uma função? Justifique.

____

Problema 9

- Observe o problema 4:

a) Complete a tabela abaixo:

Km rodados	**Valor a Pagar (R$)**
1	
2	
3	
5	
10	
x	

b) Represente este problema através do Diagrama de Venn.

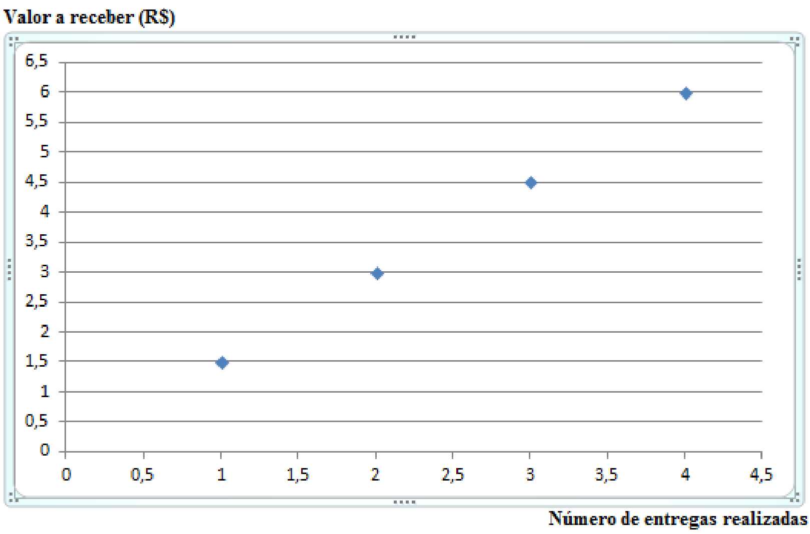
c) Quais as variáveis envolvidas no problema? ___________________________________

d) Qual é a variável dependente?____

e) Determine a lei de correspondência. (expressão matemática) _____________________

Problema 10

- Observe o problema 5 e com base no gráfico abaixo, responda:



a) Onde são registrados os números de entregas realizadas correspondentes ao gráfico?

____

b) Onde são registrados o valor a receber?

____

c) Segundo o gráfico, o que acontece à medida que o número de entregas aumenta?

____

d) Quais são as variáveis envolvidas? ____

e) O que significa o ponto (1; 1,5)?____

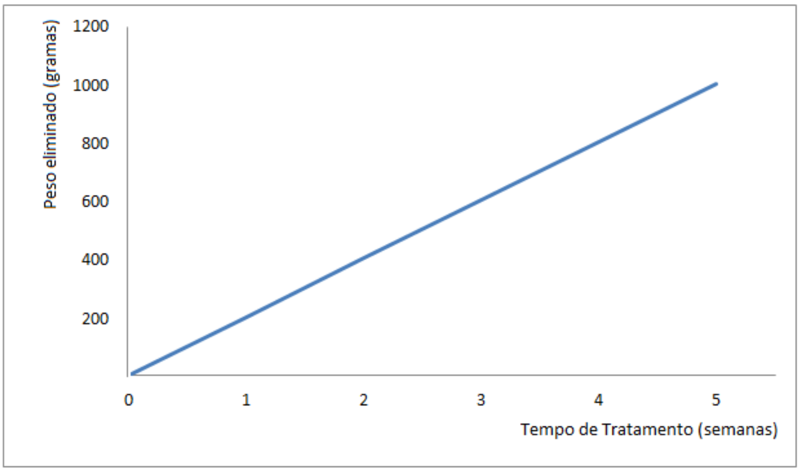
f) Quais outros pontos você consegue identificar no gráfico?

____

g) Determine a lei de correspondência. ____

Problema 11

- Observe o problema 6 e com base no gráfico abaixo, responda:



a) O que acontece quando os valores do eixo horizontal aumentam?

____

b) Segundo o gráfico, perde-se quanto peso em duas semanas de tratamento?

____

c) Quais são as variáveis envolvidas? ____

d) Represente este problema através de dados tabelados.

e) Determine a lei de correspondência. ____

Anexos

ANEXO A

Etapas propostas por Onuchic para organização das atividades

1) Preparação do Problema - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.

2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3)Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo-lhes o problema.

- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consulta um dicionário.

4) Resolução do Problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da 'matemática nova' que se quer trabalhar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) Observar e incentivar - Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

• O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução:notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) Registro das resoluções na lousa - Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) Plenária - Para esta etapa são convidados todos os alunos para participarem da discussão dessas diferentes resoluções, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca de consenso - Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo - Neste momento, denominado 'formalização', o professor registra na lousa uma apresentação 'formal' – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC, 2011, p. 6-8)