

PAULA APARECIDA AQUILES DO VALLE SCHELCK

O USO DA TRIGONOMETRIA NA
CONSTRUÇÃO DE RAMPAS DE ACESSO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

NOVEMBRO DE 2015

PAULA APARECIDA AQUILES DO VALLE SCHELCK

O USO DA TRIGONOMETRIA NA CONSTRUÇÃO
DE RAMPAS DE ACESSO

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. D.Sc Oscar Alfredo Paz

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

NOVEMBRO DE 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT / UENF**

25/2016

Schelck, Paula Aparecida Aquiles do Valle

O uso da trigonometria na construção de rampas de acesso / Paula Aparecida Aquiles do Valle Schelck. – Campos dos Goytacazes, 2015.
73 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2015.

Orientador: Oscar Alfredo Paz La Torre.

Área de concentração: Trigonometria no triângulo retângulo.

Bibliografia: f. 63-64.

1. TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO 2.
PROJETO DE ACESSIBILIDADE – RAMPAS DE ACESSO 3.
MATEMÁTICA – ESTUDO E ENSINO I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título


CDD 516.24

PAULA APARECIDA AQUILES DO VALLE SCHELCK

**O USO DA TRIGONOMETRIA NA CONSTRUÇÃO
DE RAMPAS DE ACESSO**

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 26 de Novembro 2015.



Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF



Elba Orocía Azenjo
D.Sc. - UENF



Artise Moraes de Almeida Lopes
D.Sc. - IFF



Prof. D.Sc Oscar Alfredo Paz
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

A Deus, à Nossa Senhora Aparecida e a todas as pessoas que me apoiaram de alguma forma.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me concedido uma nova oportunidade para viver. Em setembro de 2012 capotei com o carro, mas graças a Deus e à Nossa Senhora, não tive nenhum dano físico.

Aos meus pais Edir Aquiles do Valle e Paulo Roberto do Valle, pela base familiar que me deram. Tudo que tenho e sou devo a eles.

Ao meu irmão Everton Aquiles do Valle, pelo apoio e carinho que sempre me fortalecem.

Ao meu esposo Fernando Schelck, por ter me acompanhado durante todo o curso de mestrado, pela compreensão e pelo carinho.

Ao professor Oscar Alfredo Paz La Torre, pela atenção dada durante o curso e realização do trabalho.

Aos professores do PROF-MAT, por terem contribuído para o enriquecimento de meus conhecimentos.

Aos amigos que conquistei no PROF-MAT, pela troca de experiências e conhecimentos durante o curso.

Aos meus alunos, por sempre terem uma palavra de motivação quando o desespero bate à porta.

Ser feliz é deixar de ser vítima dos problemas e se tornar um autor da própria história.

É atravessar desertos fora de si, mas ser capaz de encontrar um oásis no recôndito da sua alma.

É agradecer a Deus, a cada manhã, pelo milagre da vida.

(Augusto Cury)

Resumo

Unir uma área da Matemática a uma questão social, apresentar atividades contextualizadas, trabalhar a interdisciplinaridade e a transversalidade foram os fatores que motivaram a elaboração do trabalho que será apresentado com o tema: "O uso da trigonometria na construção de rampas de acessos". A transversalidade e a interdisciplinaridade aplicadas como instrumentos de ensino provocam a interação dos alunos com diferentes disciplinas e a compreensão do conteúdo teórico em sua utilização prática, na vida cotidiana. Nessa perspectiva, será apresentada a proposta do presente trabalho. Dentre outras finalidades, objetiva-se instruir os educandos da 1ª série do Ensino Médio na manipulação de software matemático Geogebra, com o objetivo de auxiliar na resolução de uma das atividades propostas contida neste trabalho. Isso feito através da aplicação de razões trigonométricas, no triângulo retângulo, para a construção de rampa de acesso, utilizando o conceito de inclinação de uma reta, conteúdo de Geometria Analítica.

Apontam-se as normas contidas no tópico 6.5 da NBR 9050 – Acessibilidade a Edificações Mobiliário, Espaços e Equipamentos Urbanos - como importante diretriz a ser seguida. Essas regras indicam a inclinação de uma rampa em porcentagem, sendo que a aprovação ou reprovação da rampa depende do valor encontrado na equação. Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais, no Estatuto da Criança e do Adolescente e nas outras leis adequadas, serão fundamentadas as propostas apresentadas. Dessa maneira, será oferecido um suporte aos professores de matemática para abordagem na sala de aula desse tema, o que favorecerá o crescimento do aluno, em sua formação cidadã, pelo incentivo da inclusão social dos cadeirantes.

Palavras-chave: Trigonometria no triângulo retângulo, projeto de acessibilidade - rampas de acesso, matemática - estudo e ensino.

Abstract

Join an area of Mathematics to a social issue, present activities in context, work the interdisciplinarity and transversality were the factors that motivated the work that will be presented with the theme: "The use of trigonometry in building access ramps". The cross-cutting and interdisciplinary applied as teaching tools cause the interaction of students with different disciplines and understanding the theoretical content in their practical, use in everyday life. From this point of view will be presented the proposal of this work. Among other purposes, the goal is to instruct students in the first grade of secondary education in the handling of mathematical software Geogebra, with the objective of assisting in the resolution of one of the proposed activities contained in this work, by applying trigonometric ratios, in right triangle, to the construction of ramp, using the concept of slope of a line, contents of analytic geometry. Point-if the rules contained in the NBR 9050 6.5 topic - Accessibility to Buildings furniture, urban equipment and Spaces - as an important guideline to be followed. These rules indicate the slope of a ramp in the percentage pass or fail the ramp depends on the value found in the equation. Based on the National Curriculum Standards, Child and Adolescent Statute and other appropriate laws, must be well founded the proposals. That way you will be offered a support for math teachers to classroom approach of this topic, which will promote the growth of the student, in their training for the encouragement, of citizen social inclusion of wheelchair users.

Key-words: Trigonometry in the retancgle triangle, Accessibility project - access ramps, mathematic - study and teaching.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Medida do comprimento de um arco	19
Figura 2 – Sombra projetada	20
Figura 3 – Papiro de Rhind	21
Figura 4 – Seqt de uma pirâmide regular	21
Figura 5 – Equação da NBR 9050	27
Figura 6 – Triângulo contido na rampa	28
Figura 7 – Esboço da rampa	30
Figura 8 – Vista lateral	31
Figura 9 – Triângulo retângulo	31
Figura 10 – Comprimento da rampa	32
Figura 11 – Definição de $\sin \theta$ extraído de um livro didático	33
Figura 12 – Cosseno de θ	33
Figura 13 – Cálculo de cosseno de θ	34
Figura 14 – Definição de $\cos(\alpha)$ extraído de um livro didático	34
Figura 15 – Tangente de θ	35
Figura 16 – Cálculo de tangente de θ	35
Figura 17 – Definição de $\tan(\alpha)$ extraído de um livro didático	36
Figura 18 – Plano inclinado	38
Figura 19 – Triângulo relacionado ao plano inclinado	38
Figura 20 – Forças atuando em um bloco	39
Figura 21 – Decomposição de forças para $\theta = 30^\circ$	40
Figura 22 – Analogia da reta com o comprimento de uma rampa	42
Figura 23 – Marcando as medidas da rampa no plano cartesiano	43
Figura 24 – Associando as medidas da rampa com os vértices de um triângulo	43
Figura 25 – Instrumento para medir altura e projeção horizontal de uma rampa	46
Figura 26 – Medidas admissíveis para construção de rampa	47
Figura 27 – Medidas admissíveis para reforma de rampa	48
Figura 28 – Construção do gráfico da reta $y = \arctan \frac{1}{20}x$ no Geogebra	49
Figura 29 – Gráfico da reta $y = \arctan \frac{1}{20}x$ no Geogebra	49
Figura 30 – Construção do gráfico da reta $y = 1.5x$ no Geogebra	50
Figura 31 – Interseção das retas $y = \arctan \frac{1}{20}x$ e $y = 1.5x$ no Geogebra	50

Figura 32 – Ponto de encontro das retas $y = \arctan \frac{1}{20}x$ e $y = 1.5x$ no Geogebra . . .	51
Figura 33 – Comprimento da rampa	51
Figura 34 – Traçando a reta $y = \arctan \frac{1}{16}x$ no Geogebra	52
Figura 35 – Traçando a reta $y = 1$	52
Figura 36 – Ponto de interseção das $y = \arctan \frac{1}{16}x$ e $y = 1$ no Geogebra	53
Figura 37 – Reta $y = \frac{1}{12}x$ no Geogebra	53
Figura 38 – Traçando a reta $y = 0.8$	54
Figura 39 – Ponto de interseção $y = \arctan \frac{1}{12}x$ e $y = 0.8$	54
Figura 40 – Reta $y = \arctan \frac{1}{16}x$ no Geogebra	55
Figura 41 – Reta $x = 3$ no Geogebra	56
Figura 42 – Interseção das $y = \arctan \frac{1}{16}x$ e $x = 3$ no Geogebra	56
Figura 43 – Percurso de um cadeirante na rampa	57
Figura 44 – Forças que atuam no conjunto: (cadeirante+cadeira)	59
Figura 45 – Decomposição da força P	59

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dimensionamento de rampas	27
Tabela 2 – Dimensionamento de rampas para situações excepcionais	28
Tabela 3 – Medidas de rampas de acessos	46
Tabela 4 – Cálculo do comprimento de uma rampa de acesso	48
Tabela 5 – Medidas de uma rampa de acesso	57

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
ECA	Estatuto da Criança e do Adolescente
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
MEC/SEF	Ministério da Educação / Secretaria de Ensino Fundamental

Lista de símbolos

α	Letra grega Alfa
θ	Letra grega Theta

Sumário

INTRODUÇÃO	15
1 RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS	18
1.1 Um pouco de história: Razões Trigonométricas	18
1.2 Cenário do ensino-aprendizagem de razões trigonométricas. . .	22
2 A MATEMÁTICA E A INCLUSÃO SOCIAL	24
2.1 Um olhar inclusivo no ensino de Matemática	24
2.2 Regulamentação na construção de rampas.	26
3 O USO DA EQUAÇÃO DA NBR9050 NO ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS	29
3.1 Apresentação da equação que regulamenta a construção de rampas.	29
3.2 Analogia da rampa de acesso com o triângulo retângulo.	30
3.3 Ideia de seno	31
3.3.1 Ideia de seno de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010):	32
3.4 Ideia de cosseno	33
3.4.1 Ideia de cosseno de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010):	34
3.5 Ideia de tangente	35
3.5.1 Ideia de tangente de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010)	36
4 PROPOSTA METODOLÓGICA.	37
4.1 Apresentação do plano inclinado.	37
4.1.1 Trabalhando a Física e a Matemática ao mesmo tempo	39
4.2 Aprendendo inclinação de retas através de trigonometria com auxílio da rampa de acesso	42
5 ATIVIDADES PROPOSTAS	45
5.1 Atividade I	45
5.2 Atividade II	47
5.3 Atividade III	57
CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	61

REFERÊNCIAS	63	
ANEXO A	ANEXOS	65
	ANEXOS		66
A.1	Item 6.5 da norma NBR 9050.	67
A.2	Tabela Trigonométrica.	72

Introdução

A abordagem dos conteúdos didáticos, nas diversas fases de ensino, deve buscar a transversalidade e a interdisciplinaridade para que se obtenha um melhor rendimento, na aprendizagem do aluno.

"Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos"(BRASIL, 2002).

A transversalidade refere-se à indicação da aplicação prática do conteúdo teórico, enquanto a interdisciplinaridade refere-se à abordagem de diferentes campos da ciência diante de um único conteúdo.

O ensino da trigonometria sempre é um desafio para o professor, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. Sobretudo quando o professor coloca-se diante do desafio de apresentar o conteúdo de maneira contextualizada.

"Por outro lado, um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem contextualizados novamente em outras situações. Mesmo no Ensino Fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissolivelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos"(BRASIL, 1997a, p. 30).

A afirmação acima instiga o professor a transformar suas aulas em aulas mais dinâmicas, que abordem o cotidiano e que levem seus educandos à construção do conhecimento.

É papel da escola formar cidadãos que conheçam e exerçam seus direitos e deveres, e os educadores devem estar atentos a essa missão:

" A educação é o principal alicerce da vida social. Ela transmite e amplia a cultura, estende a cidadania, constrói saberes para o trabalho. Mais do que isso, ela é capaz de ampliar as margens da liberdade humana, à medida que a relação pedagógica adote, como compromisso e horizonte ético-político, a solidariedade e emancipação"(BRASIL, 2001).

A escolha do tema justifica-se por ser uma temática que aborda os seguintes pontos: a contextualização, a interdisciplinaridade, a transversalidade, a cidadania e a inclusão social. Neste trabalho será abordada a questão de acessibilidade para cadeirantes, mais especificamente na construção de rampas de acesso. Dessa maneira, procura-se atender as Diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Portanto, cabe à escola o propósito de possibilitar aos alunos o domínio de instrumentos que os capacitem a relacionar conhecimentos de modo significativo, bem como a utilizar esses conhecimentos na transformação e construção de novas relações sociais (BRASIL, 1997b, p. 41).

Neste presente trabalho, além do objetivo de desenvolver a interdisciplinaridade e demonstrar as aplicações da transversalidade, objetiva-se também desenvolver as noções de cidadania e promover a inclusão social.

Especificamente, aponta-se também o objetivo de instituir os educandos da 1ª série do Ensino Médio na manipulação do software matemático Geogebra.

O professor terá como trabalhar com questões que não sejam o simples “calcule” e “efetue”, uma vez que os alunos terão uma situação de análise e fiscalização para desenvolverem. Assim, ficará mais fácil trabalhar com questões contextualizadas.

Quanto à interdisciplinaridade, será inserido o conceito de plano inclinado que é conteúdo trabalhado em Física. A transversalidade será valorizada nessas atividades, pois o aluno sairá da sala de aula e aplicará os conhecimentos adquiridos em sua realidade. Isso fará com que o aluno entenda melhor os conceitos trigonométricos.

Lima e Costa (2008), também trabalham a questão da interdisciplinaridade e a apresentação da equação da NBR 9050. Porém, o diferencial do presente trabalho são as atividades práticas voltadas para a inclusão social e o uso de apenas um software matemático.

Já Rosa, C., Darroz e Rosa, A. (2014) apontam a questão do estudo da rampa de acesso como uma proposta interdisciplinar entres as disciplinas de Física, Matemática, Química, Biologia, Educação Física e Desporto. Não há atividades propostas.

O estudo de razões trigonométricas, no triângulo retângulo, com auxílio da rampa de acesso, foi também a proposta de Arantes (2013); que apresentou atividades de análise das rampas da escola onde leciona baseadas na equação da NBR 9050. Não foi apontada a interdisciplinaridade; não se utilizou software matemático e as atividades não foram extraclasse.

Dessa forma, o presente trabalho busca inovar a abordagem do tema apresentando atividades pré-elaboradas, para suporte do professor, no ensino matemático, com base na transversalidade, o que não se encontra nos outros estudos. Assim, inova-se no que diz respeito aos trabalhos porque as atividades; propostas colocam-se como um incentivo a

mais, para que a aplicação das técnicas contidas na NBR 9050 sejam difundidas no âmbito escolar, com situações práticas concretamente valorizadas.

No primeiro capítulo, será feita uma abordagem atualizada do ensino de razões trigonométricas, no triângulo retângulo, assim como uma histórica sobre a evolução do tema.

O segundo capítulo dará um especial destaque à questão da inclusão social, no ensino básico, e indicará as normas que regulamentam as rampas de acesso no Brasil.

Já, no terceiro capítulo, será ressaltada a aplicabilidade dos conceitos de seno, cosseno e tangente com auxílio da rampa de acesso.

No quarto capítulo, será apresentado o conteúdo referente ao plano inclinado para o cálculo de forças, trabalhando-se interdisciplinarmente com a Física e concretizando um dos objetivos do presente estudo. Ademais, apontar-se-á que, na construção de rampas de acesso, poderão ser utilizados os conhecimentos geométricos sobre a inclinação da reta.

No quinto capítulo, serão expostas as atividades propostas contextualizadas com o intuito de oferecer ao professor de Matemática um material de apoio fundamentado nas normas técnicas e científicas. Material esse que busque, na transversalidade e na interdisciplinaridade, o melhor desenvolvimento do educando e que promova a inclusão social do cadeirante.

No sexto capítulo, são tecidas as considerações finais.

Capítulo 1

Razões trigonométricas

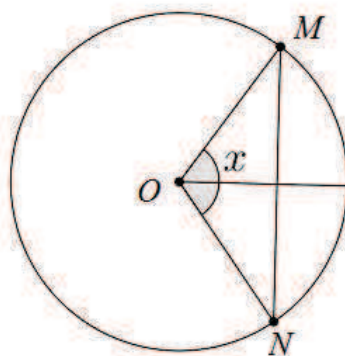
A trigonometria é primordial na resolução de inúmeros problemas matemáticos. Contudo, é preciso que a vantagem de sua utilização deva ser demonstrada ao aluno não apenas pelos referenciais teóricos; mas, sobretudo, pelo proveito de sua aplicação na realidade prática da vida cotidiana, isto é, por meio da transversalidade. As razões trigonométricas serão apresentadas, neste capítulo, indicando-se a evolução de suas concepções na História, bem como o seu delineamento conceitual. Em seguida, antes de se apontar a vantagem da interdisciplinaridade, como também já o fizeram outros autores como [Rosa, C., Darroz e Rosa, A. \(2014\)](#), será feita uma apresentação do cenário escolar em que o professor encontra-se para ministrar suas aulas de trigonometria de acordo com a realidade brasileira.

1.1 Um pouco de história: Razões Trigonométricas

Não se sabe ao certo a origem da trigonometria, mas é possível afirmar que os primeiros indícios do seu surgimento se deram a partir de problemas encontrados pelos egípcios e babilônios na Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do Século IV ou V a.C.

A Trigonometria era fundamentada no estudo de relação entre um arco qualquer e sua corda. O cálculo de comprimentos de cordas foi escrito por Hiparco e era feito quando se conhecia o valor de seu comprimento. Para efetuar tal cálculo, usava-se a metade do comprimento da corda dividido pelo valor do raio do círculo igual a $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$, ou seja, para um círculo de raio unitário, a medida do comprimento subtendida por um ângulo x é $2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ (Figura 1).

Figura 1 – Medida do comprimento de um arco



Fonte: Elaboração própria.

O círculo da Figura 1 tem raio igual a r e ângulo central igual a x . Pelo cálculo de Hiparco, temos:

$$MN = x$$

$$\frac{MN}{2} = \frac{x}{2}$$

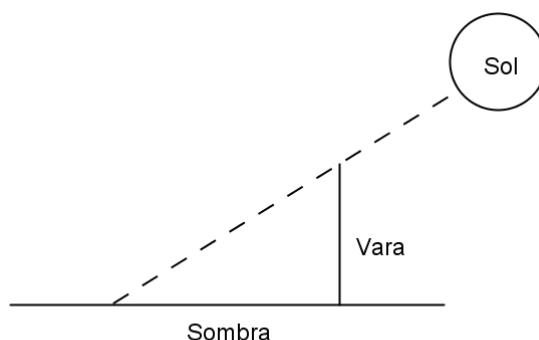
$$\overline{OM} = \overline{ON}$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\overline{MN}}{2r}$$

O nome seno deriva do latim *sinus* que significa seio, volta, curva, cavidade. Já a palavra cosseno surgiu somente no século XVII. Entretanto, o conceito de seno era usado para encontrá-lo. Cosseno, nesse período, era relacionado ao seno do complemento de um ângulo.

A função tangente surgiu da antiga função sombra, que associava as sombras projetadas por uma vara posta na horizontal. Por volta de 1500 a.C, no Egito, começaram a manipular o relógio de sol que associava as sombras projetadas por uma vara vertical às sequências numéricas, associando assim seus comprimentos com as horas do dia (Figura 2).

Figura 2 – Sombra projetada



Fonte: Elaboração própria.

Em relação à evolução histórica acerca das concepções sobre a trigonometria, convém destacar:

“ Um certo número de papiros egípcios de algum modo resistiu ao desgaste do tempo por mais de três milênios e meio. O mais extenso dos de natureza matemática é um rolo de papiro com cerca de 0,30 m de altura e 5 m de comprimento, que está agora no British Museum, exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklin Museum. Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind, que lhe emprestou o nome. Às vezes, é chamado Papiro Ahmes em honra ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio, de cerca de 2000 a 1800 a.C., e é possível que parte desse conhecimento tenha provindo de Imhotep, o quase lendário arquiteto e médico do Faraó Zoser, que superintendeu a construção de sua pirâmide há cerca de 5000 anos. De qualquer modo, a matemática egípcia parece ter ficado estagnada por cerca de 2000 anos, após um início bastante auspicioso. Talvez, a mais notável das tábulas matemáticas babilônias já analisadas. O nome indica tratar-se da tábula da coleção G.A. Plimpton da universidade de Colúmbia, catalogada sob o número 322. A tábula foi escrita no período Babilônico Antigo - aproximadamente entre 1900 e 1600 a.C. - e os primeiros a descrever seu conteúdo foram Neugebauer e Sacs em 1945”(OLIVEIRA, 2012, p. 14-15).

Ainda no que se refere ao desenrolar da História, destaca-se que, já na Babilônia antiga e no Egito, bem como na Idade Média, podem-se encontrar referências sobre o tema:

Babilônios e egípcios introduziram os rudimentos da Trigonometria, como revelam os problemas envolvendo cotangentes que aparecem no Papiro de Rhind (1650 a.C.) e a tabela de secantes da tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322 (entre 1900 e 1600 a.C.). A Trigonometria Esférica teve suas origens já nos séculos IV e V a.C., época de grande desenvolvimento da Astronomia babilônica. Os gregos estudaram intensamente as razões entre arcos e cordas quando surgiram as primeiras tabelas utilizadas nos estudos de Astronomia. Atribui-se a Arquimedes (287 a.C.) o teorema da corda quebrada que, adaptado para a linguagem de hoje, resulta nas fórmulas do seno da soma e da diferença de dois ângulos. O primeiro matemático a definir as funções trigonométricas como razões entre os lados de um triângulo retângulo foi Georg Joachi Rhaeticus (1514-1576),

discípulo de Copérnico; o primeiro a utilizar o nome trigonometria foi o clérigo alemão Bartholomaeus Pitiscus (1561- 613), quando publicou uma versão aperfeiçoada da tábua de senos de Rhaeticus; em 1626, o holandês Albert Girard (1595-1632) usou pela primeira vez as abreviações sin, tan e sec para seno, tangente e secante.” (BAIRRAL, 2009)

Assim, fica claro que os primeiros vestígios rudimentares da trigonometria surgiram, tanto no Egito quanto na Babilônia, através de cálculos de proporcionalidade e semelhança entre triângulos. No Egito, esses cálculos podem ser verificados no Papiro de Ahmes, também conhecido como Papiro de Rhind (Figura 3), que é datado aproximadamente de 1650 a.C, reunindo 84 problemas, dos quais quatro falam de seqt de um ângulo.

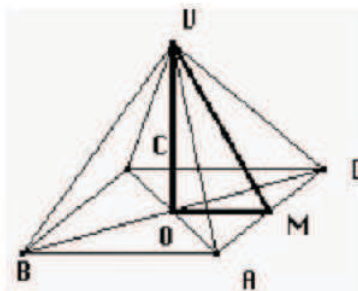
Figura 3 – Papiro de Rhind



Fonte: <http://www.percepolegatto.com.br/2012/01/04/ahmose/>. Acesso em: 08 de nov. 2015.

Ahmes não foi claro ao falar sobre seqt de um ângulo; mas, ao analisar o contexto, pode-se fazer uma menção à cotangente de um ângulo ao seqt de uma pirâmide regular. O conceito de seqt foi introduzido por causa da construção de pirâmides regulares, cuja inclinação das faces tinha que ser a mesma para todas (Figura 4), ou seja, constante. Então, os egípcios calculavam a razão entre o afastamento horizontal e a elevação vertical.

Figura 4 – Seqt de uma pirâmide regular



$$seqt = \frac{\overline{OM}}{\overline{OV}}$$

Fonte: http://www.ufrgs.br/espamat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf. Acesso em: 08 de nov. 2015.

Comparando a razão utilizada pelos egípcios para encontrar o seqt de uma pirâmide regular com as razões trigonométricas, podemos observar que a mesma é equivalente à cotangente de um ângulo. Na figura 4, o seqt é equivalente à cotangente do ângulo VMO.

Já na Babilônia, a Astronomia era de grande interesse por razões religiosas e conexões com o calendário e com o tempo de plantio. O estudo das fases da Lua, os pontos cardeais e as estações do ano só poderiam ser feitos usando triângulos, sistema de unidades de medidas e escala.

Nesse sentido, ressalta-se:

"Os babilônios foram excelentes astrônomos e influenciaram os povos posteriores. Eles construíram, no século 28 a.C., durante o reinado de Sargon, um calendário astrológico e elaboraram, a partir do ano 747 a.C, uma tábua de eclipses lunares. Este calendário e estas tábuas chegaram até os nossos dias"([COSTA, 2012](#), p. 3).

1.2 Cenário do ensino-aprendizagem de razões trigonométricas.

Vemos como é desafiador ensinar Matemática, pois muitos alunos já têm um preconceito sobre os conteúdos da disciplina. Muitas das vezes, isso é passado de pai para filho, pois muitos pais falam na frente dos filhos frases do tipo : “matemática é um bicho de sete cabeças”; “ele não aprende matemática”; “ele é que nem eu”; ou “eu também não aprendia matemática”. Então, o primeiro passo é quebrar os bloqueios que esse educando já traz consigo adquiridos durante sua vida escolar e até familiar.

Inicialmente o educador que irá ministrar as aulas de razões trigonométricas já encontra em sua sala de aula alunos desmotivados, seja por razões de rejeição à Matemática ou por ter tido professores que não favoreciam ao seu ensino da matemática.

É dramático constatar que o número de alunos com reais problemas de aprendizagem é bem maior do que se poderia esperar. Justamente por não terem tido suas dificuldades iniciais prontamente atendidas, por sua vez desenvolveram vínculos negativos como objeto de conhecimento e passaram, efetivamente, a ter problemas para aprender ([SANTOS, 2007](#), p. 151).

Além disso, tem-se outro problema no que se diz respeito ao ensino de trigonometria, o aluno tem dificuldades de assimilar os problemas matemáticos com os conceitos trigonométricos. Isso acontece porque esse educando não entende nem o que é uma razão, conteúdo que lhe foi apresentado no ensino de proporcionalidade. Torna-se necessário, então, oferecer instrumentos de ensino que auxiliam o professor no processo ensino-aprendizagem.

As atividades extraclasse são meios de aprender, levam a uma reflexão intensiva sobre as estruturas, os dispositivos, os calendários, os currículos, os espaços... e a organização do trabalho. Para aprender é preciso uma situação mobilizadora, que tenha sentido e que provoque uma atividade na qual o aprendiz se envolva pessoal e duradouramente ([ARRUDA, 2012](#))

Dos fatores citados acima, serão explorados neste trabalho : atividade coletiva e a atividade fora da classe, com o objetivo de corrigir as insuficiências do educando e proporcionar um aprendizado aplicado na realidade cotidiana.

Sendo assim, este trabalho procurará demonstrar que a proposta de PERRENOUD, conforme citada por (ARRUDA, 2012), pode ser aplicada no ensino de razões trigonométricas, no triângulo retângulo; conseguindo-se um efetivo resultado no que se refere à assimilação pelo aluno das concepções teóricas do tema, uma vez que as atividades extraclasse colaboram enormemente para esse resultado.

Capítulo 2

A matemática e a inclusão social

Neste capítulo será apresentado um dos objetivos do presente trabalho que é a promoção da inclusão social. Em um mundo marcado pelas desigualdades, é preciso que as pessoas com necessidades especiais encontrem um ambiente onde suas dificuldades possam ser amenizadas em respeito à dignidade da pessoa humana. Também a Matemática pode dar a sua colaboração, auxiliando com as regras da trigonometria na construção de rampas de acesso para cadeirantes e promovendo uma maior interação social daqueles que têm alguma dificuldade de locomoção.

2.1 Um olhar inclusivo no ensino de Matemática

Cada vez mais, a questão de inclusão social se torna algo indispensável para a vida do cidadão. A Constituição brasileira assegura a educação a todas as crianças e adolescentes através do Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), que traz os seguintes artigos de 13 de julho de 1990:

Art. 53. A criança e o adolescente têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho, assegurando-se-lhes:

I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;

II - direito de ser respeitado por seus educadores;

III - direito de contestar critérios avaliativos, podendo recorrer às instâncias escolares superiores;

IV - direito de organização e participação em entidades estudantis;

V - acesso à escola pública e gratuita próxima de sua residência.

Art. 54. É dever do Estado assegurar à criança e ao adolescente:

III - atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino;

Ao se falar de inclusão de pessoas com necessidades especiais, abre-se um leque com várias situações; mas vamos falar especialmente de pessoas com necessidades de locomoção, mais precisamente os cadeirantes.

A Constituição Federal no art.5º, assegura o direito de ir e vir a todos os cidadãos independentemente de raça, cor, sexo ou religião. Etimologicamente, conforme reza o art.3º, inciso I, do Decreto 3.298/1999 e o art.2º da Lei 10.098/2000, entende-se por acessibilidade: “[...] a possibilidade e condição de alcance para utilização, com segurança e autonomia, dos espaços, mobiliários e equipamentos urbanos, das edificações, dos transportes e dos sistemas e meios de comunicação, por pessoa portadora de deficiência ou com mobilidade reduzida”. É preciso entender que a acessibilidade refere-se ao próprio exercício da cidadania, como se destaca:

Assim, acessibilidade compõe o conceito de cidadania, no qual os indivíduos têm direitos assegurados por lei que devem ser respeitados, entretanto muitos destes direitos esbarram em barreiras arquitetônicas e sociais. Um espaço construído, quando acessível a todos, é capaz de oferecer oportunidades igualitárias a todos os usuários (GUEDES, 2012).

Se começarmos a observar as construções na rua, no bairro e na cidade em que moramos; encontraremos uma série de obstáculos nas calçadas ou até mesmo nos acessos de alguns espaços públicos (que deveriam ser de utilização de todos). Isso acontece por-que não foi pensada a questão de acessibilidade, sem falar que - até há pouco tempo atrás - o cadeirante era tratado como alguém que não podia exercer as mesmas funções de uma pessoa dita “normal”. Mas as coisas mudaram, e vemos muitos cadeirantes levando uma vida comum: uma vida de trabalho e lazer. Com isso, arquitetos e engenheiros, atualmente têm que fazer os seus projetos já pensando na acessibilidade, pois agora existem leis que finalmente asseguram a sonhada acessibilidade.

Aqui será citada a lei 10.098 que é de grande importância, pois estabelece normas para que os edifícios públicos e privados sejam adequados às pessoas com necessidades de locomoção. Destacam-se a seguir alguns de seus mais importantes artigos:

Art. 11. A construção, ampliação ou reforma de edifícios públicos ou privados destinados ao uso coletivo deverão ser executadas de modo que sejam ou se tornem acessíveis às pessoas portadoras de deficiência ou mobilidade reduzida. Parágrafo único. Para os fins do disposto neste artigo, na construção, ampliação ou reforma de edifícios públicos ou privados destinados ao uso coletivo; deverão ser observados, pelo menos, os seguintes requisitos de acessibilidade:

I - nas áreas externas ou internas da edificação, destinadas à garagem e o estacionamento de uso público, deverão ser reservadas vagas próximas dos acessos de circulação de pedestres, devidamente sinalizadas, para veículos que transportem pessoas portadoras de deficiência com dificuldade de locomoção permanente;

II - pelo menos, um dos acessos ao interior da edificação deverá estar livre de barreiras arquitetônicas e de obstáculos que impeçam ou dificultem a acessibilidade de pessoa portadora de deficiência ou com mobilidade reduzida;

III - pelo menos, um dos itinerários que comuniquem horizontal e verticalmente todas as dependências e serviços do edifício, entre si com o exterior, deverá cumprir os requisitos de acessibilidade de que trata esta Lei; e

IV - os edifícios deverão dispor, pelo menos, de um banheiro acessível, distribuindo-se seus equipamentos acessórios de maneira que possam ser utilizados por pessoa portadora de deficiência ou com mobilidade reduzida.

Art. 12 Os locais de espetáculos, conferências, aulas e outros de natureza similar deverão dispor de espaços reservados para pessoas que utilizam cadeira de rodas, e de lugares específicos para pessoas com deficiência auditiva e visual, inclusive acompanhante, de acordo com a ABNT, de modo a facilitar-lhes as condições de acesso, circulação e comunicação (BRASIL., 2000) (LEI Nº 10.098, DE 19 DE DEZEMBRO DE 2000, p. 03).

Ainda sobre as disposições do referido diploma legal, destaca-se:

A lei 10.098/00 relata o que vem a ser a pessoa com deficiência ou mobilidade reduzida como aquela que “temporária ou permanentemente tem limitada sua capacidade de relacionar-se com o meio e de utilizá-lo” (ALVES; PINTO, 2005).

Nesse momento, a Matemática coloca-se como forte instrumento de auxílio à inclusão social através de suas fórmulas, garantindo o acesso dos cadeirantes por meio de cálculos. Cálculos esses convencionados pela norma que os asseguram .

2.2 Regulamentação na construção de rampas.

Quando falamos na acessibilidade para cadeirantes, logo pensamos na construção de rampas. Mas, como deveriam ser essas rampas? Será que existe uma norma a ser seguida? Para responder essas perguntas, basta recorrer à NBR 9050. Como este trabalho tem como objetivo aplicar a trigonometria na construção de rampas, segue abaixo o tópico da norma que trata sobre o assunto:

6.5 Rampas

6.5.1 Dimensionamento

6.5.1.1 A inclinação das rampas, conforme a Figura 5, deve ser calculada segundo a seguinte equação:

$$i = \frac{h \times 100}{c}$$

A equação da NBR 9050 é equivalente à equação:

$$i = \frac{100 \cdot h}{c}$$

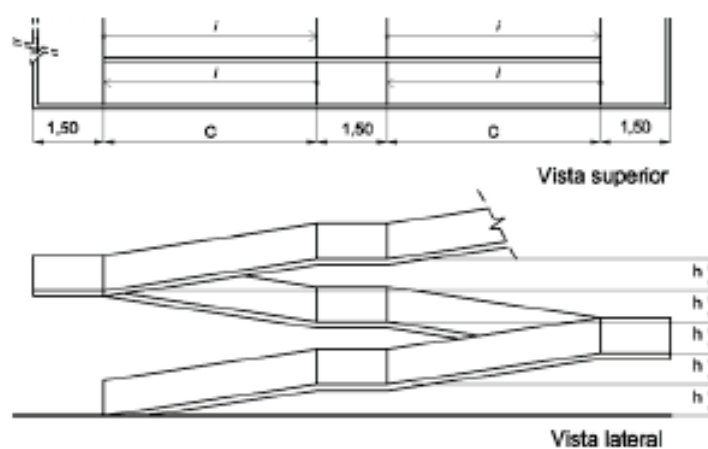
onde:

i é a inclinação em porcentagem,

h é a altura do desnível, e

c é a projeção horizontal.

Figura 5 – Equação da NBR 9050



Fonte: ABNT, NBR9050

6.5.1.2 As rampas devem ter inclinação de acordo com os limites estabelecidos na tabela 1. Para inclinação entre 6,25% e 8,33% ; devem ser previstas áreas de descanso nos patamares, a cada 50m de percurso.

Tabela 1 – Dimensionamento de rampas

Inclinação admissível (i em %)	Desníveis máximos de cada segmento de rampa (m)	Número máximo de segmento de rampas.
5,00(1:20)	1,50	Sem limite
$5,00(1:20) < i \leq 6,25(1:16)$	1,00	Sem limite
$6,25(1:16) < i \leq 8,33(1:12)$	0,80	15

6.5.1.3 Em reformas, quando esgotadas as possibilidades de soluções que atendam integralmente à tabela 1, podem ser utilizadas inclinações superiores a 8,33 (1:12) até 12,5% (1:8), conforme a tabela 2.

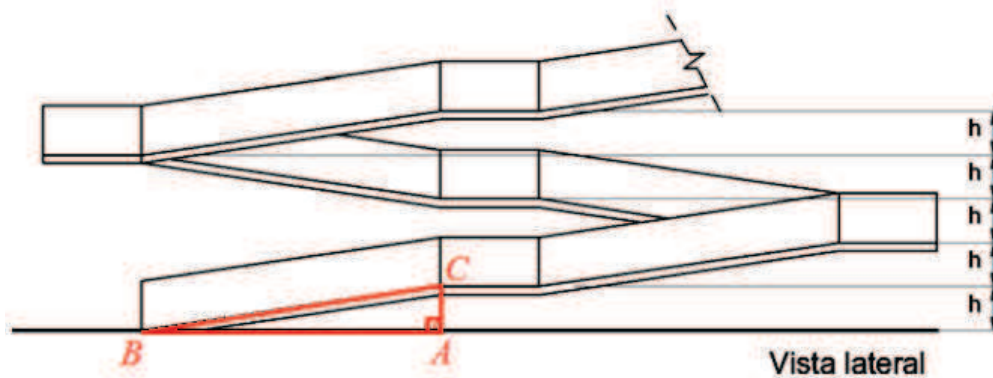
Tabela 2 – Dimensionamento de rampas para situações excepcionais

Inclinação admissíveis (i em %)	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h (m)	Número máximo de segmentos de rampas.
$8,33(1:22) < i \leq 10, (1:10)$	0,20	4
$10,00(1:10) < i \leq 12,5 (1:8)$	0,075	1

O triângulo ABC, presente na vista lateral da Figura 6, é um triângulo retângulo. Analisando a equação da NBR 9050, notamos que a razão entre a altura e a projeção horizontal da rampa é bem familiar, conhecida por nós como tangente de um ângulo. Assim, podemos trabalhar com as razões trigonométricas através da rampa de acesso.

A Figura 6 mostra o triângulo ABC, retângulo em A, presente na vista lateral de uma rampa.

Figura 6 – Triângulo contido na rampa



Fonte: Elaboração própria.

Capítulo 3

O uso da equação da NBR9050 no ensino de razões trigonométricas

Neste capítulo, será realizada a associação entre o conteúdo matemático das razões trigonométricas no processo de construção de rampas, envolvendo a abordagem didática para o ensino do conceito e a identificação do seno, cosseno e tangente. Aqui ocorre a transversalidade, isto é, uma ligação entre o conteúdo teórico e a realidade prática. As noções matemáticas serão aplicadas em uma situação real, mais especificamente na construção de rampas de acesso para cadeirantes.

3.1 Apresentação da equação que regulamenta a construção de rampas.

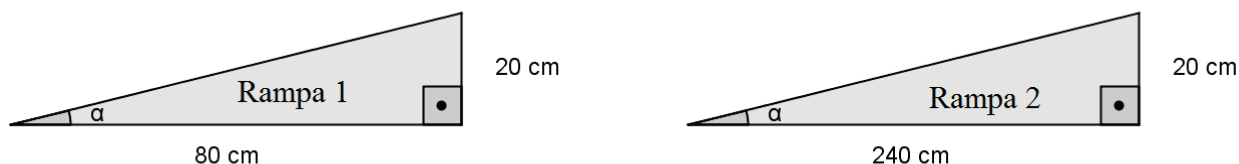
O professor levantará uma discussão sobre a forma de como será executada a obra da rampa. Espera-se que o aluno chegue à conclusão de que, para a construção da rampa, não há grandes dificuldades uma vez que só precisamos conhecer o comprimento e a altura da rampa. Mas essas medidas podem ser quaisquer ou terão que obedecer a alguma equação? Nesse momento, o educador apresenta a equação que regulamenta a construção de rampas:

$$i = \frac{100h}{c},$$

onde i é a inclinação da rampa em porcentagem, h é a altura da rampa, e c é a projeção horizontal da rampa. Depois de aplicar a Atividade I (Página 47), o professor resolverá exemplos do tipo: Um fiscal anotou as seguintes medidas de duas rampas de acesso: A primeira 20 cm de altura e 80 cm de projeção horizontal, já a segunda com 20 cm de altura e 240 cm de projeção horizontal. Após calcular a inclinação da rampa, qual foi o resultado que o fiscal deu para cada uma?

No quadro o professor fará o esboço das rampas (Figura 7) mostrando para o aluno que a figura que representa tais situações é um triângulo retângulo.

Figura 7 – Esboço da rampa



Fonte: Elaboração própria.

Solução: Basta usar a fórmula

$$i = \frac{100h}{c},$$

onde, h é a altura da rampa e c é a projeção horizontal da rampa.

Rampa 1

$$i = \frac{100 \cdot 20}{80} = 25\%$$

Rampa 2

$$i = \frac{100 \cdot 20}{240} = 8,33\%$$

Ao aplicarmos a equação da NBR9050 e compararmos com a tabela que apresenta o dimensionamento de rampas, temos a seguinte conclusão: A rampa 1 será reprovada, pois sua inclinação é de 25%.

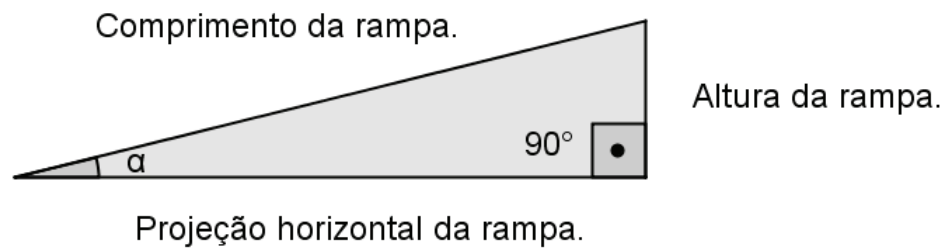
Já a rampa 2 será aprovada, com inclinação igual a 8,33%.

Sem perceber, o aluno já está resolvendo exercícios de razões trigonométricas.

3.2 Analogia da rampa de acesso com o triângulo retângulo.

Após o educando resolver o exemplo, é chegada a hora de mostrar a relação que há entre a rampa e um triângulo retângulo. A vista lateral de uma rampa de acesso é, na verdade, um triângulo retângulo, como podemos ver na Figura 8.

Figura 8 – Vista lateral



Fonte: Elaboração própria.

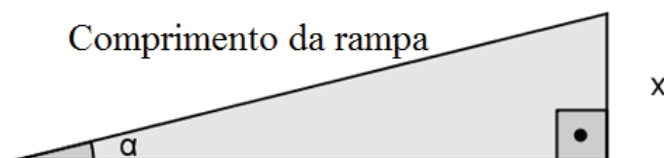
Onde α é o ângulo de inclinação da rampa, a altura da rampa é o cateto oposto de α , a projeção da rampa é o cateto adjacente de α , e o comprimento da rampa é a hipotenusa.

Então, a todo o momento, o aluno estará trabalhando a ideia de razões trigonométricas. O professor poderá falar com seus alunos que, na verdade, a fórmula adotada pela NBR9050 usa a ideia de tangente do ângulo, que será abordada no conteúdo a ser ministrado, mas que - antes - terão que ver seno e cosseno.

3.3 Ideia de seno

Para introduzir a ideia de seno, primeiro será levantada a seguinte questão para debate: Supondo que o fiscal não tem a medida da altura da rampa (Figura 9), mas tem as medidas do ângulo de inclinação e do comprimento da rampa. Será que existe alguma fórmula para encontrar tal medida?

Figura 9 – Triângulo retângulo

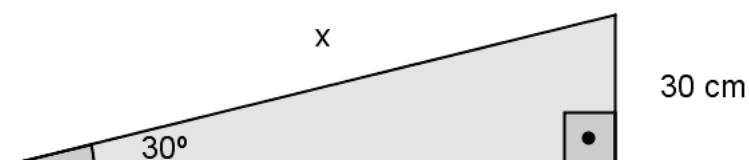


Fonte: Elaboração própria.

Basta resolver a equação $\sin(\alpha) = \frac{\text{altura da rampa}}{\text{comprimento da rampa}}$. Se a medida do ângulo de inclinação for 30° e o comprimento da rampa for 60cm, então. A figura, a seguir, representa a rampa de uma calçada.

Exemplo:

Figura 10 – Comprimento da rampa



Fonte: Elaboração própria.

Determine o comprimento da rampa.

Solução:

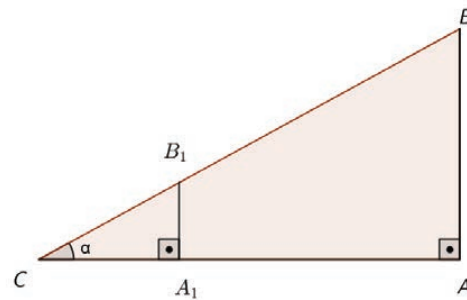
$$\begin{aligned}\sin(30^\circ) &= \frac{30}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{30}{x} \\ x &= 60\end{aligned}$$

A rampa tem 60cm de comprimento.

Só que, em trigonometria, essa altura recebe o nome de cateto oposto e o comprimento de hipotenusa. Dessa forma, o aluno aprendeu o conceito de seno depois da resolução do exercício. Mostraremos aos alunos que existe uma razão entre a altura e o comprimento da rampa. E essa razão recebe um nome especial: seno do ângulo oposto à altura da rampa.

3.3.1 Ideia de seno de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010):

De modo geral, para um triângulo retângulo qualquer, sendo C um ângulo agudo de medida α , como consequência do teorema de Tales, temos a seguinte relação descrita na figura 11:

Figura 11 – Definição de $\sin \theta$ extraído de um livro didático

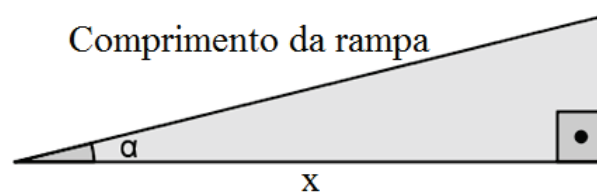
Fonte: Elaboração própria.

Em todo triângulo retângulo, o **seno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\sin \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{A_1B_1}{B_1C} = \frac{AB}{BC}$$

3.4 Ideia de cosseno

Supondo agora que o fiscal não tem a medida da projeção horizontal da rampa, mas tem as medidas do ângulo de inclinação e do comprimento da rampa (Figura 12). Existe alguma relação entre o ângulo e essa medida?

Figura 12 – Cosseno de θ 

Fonte: Elaboração própria.

Existe sim, e essa relação é uma razão entre a projeção horizontal e o comprimento da rampa, que é igual ao cosseno do ângulo.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{projeção horizontal da rampa}}{\text{comprimento da rampa}}$$

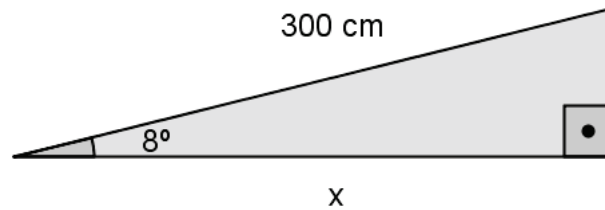
Para achar a medida da projeção, basta resolver a equação acima. Quando falamos em trigonometria, a projeção horizontal equivale ao cateto adjacente; e o comprimento da rampa, à hipotenusa. Logo,

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Exemplo:

Qual deve ser a projeção horizontal da rampa apresentada na figura 13?

Figura 13 – Cálculo de cosseno de θ



Fonte: Elaboração própria.

Solução:

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{projeção horizontal da rampa}}{\text{comprimento da rampa}}$$

$$\cos(8^\circ) = \frac{x}{300}$$

Recorrendo a tabela trigonométrica em Anexo B, fica fácil saber o cosseno de 8° . Esse cosseno é igual a 0,990207. Trabalhando com duas casas decimais, temos:

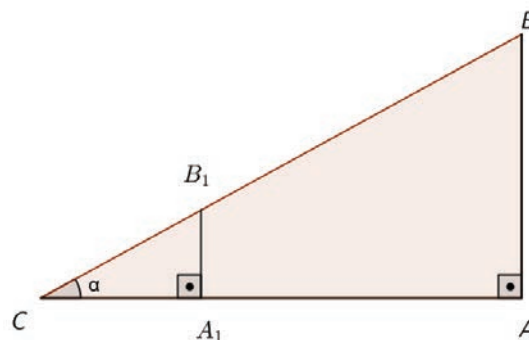
$$0,99 = \frac{x}{300}$$

$$x = 297$$

A rampa terá que ter 297 cm de projeção horizontal.

3.4.1 Ideia de cosseno de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010):

Figura 14 – Definição de $\cos(\alpha)$ extraído de um livro didático



Fonte: Elaboração própria.

Em todo triângulo retângulo, o **coosseno** de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{A_1C}{B_1C} = \frac{AC}{BC}$$

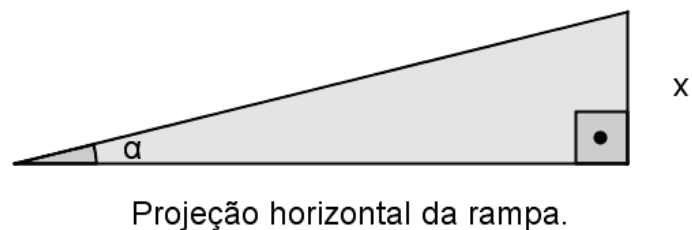
"

3.5 Ideia de tangente

A equação usada pela NBR9050 usa, em sua composição, a relação entre a altura e a projeção horizontal da rampa; o que nada mais é que uma razão trigonométrica, ou seja, a tangente. Com uma única diferença: o resultado é em porcentagem por conta da multiplicação por 100.

Supondo agora que o fiscal não tem a medida da projeção horizontal da rampa, mas tem as medidas do ângulo de inclinação e do comprimento da rampa (Figura 15). Existe alguma relação entre o ângulo e essa medida?

Figura 15 – Tangente de θ



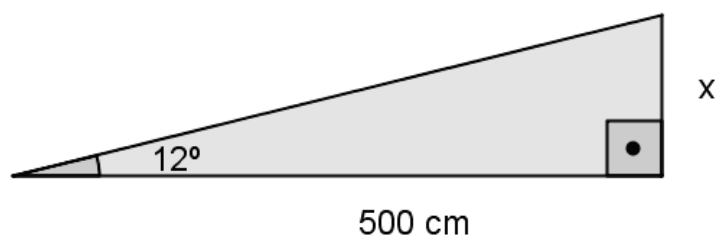
Projeção horizontal da rampa.

Fonte: Elaboração própria.

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{altura da rampa}}{\text{projeção horizontal da rampa}}$$

Exemplo: Determine a altura da rampa abaixo, apresentada na figura 16:

Figura 16 – Cálculo de tangente de θ



Fonte: Elaboração própria.

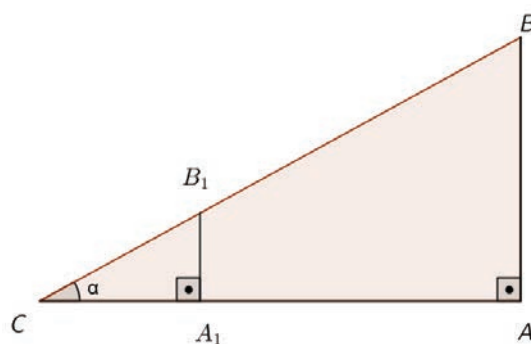
Solução:

$$\begin{aligned}\tan(\alpha) &= \frac{\text{altura da rampa}}{\text{projeção horizontal da rampa}} \\ \tan(12^\circ) &= \frac{x}{500} \\ 0,21 &= \frac{x}{500} \\ x &= 105\end{aligned}$$

Em trigonometria, a altura é cateto; oposto e a projeção horizontal, cateto adjacente.

3.5.1 Ideia de tangente de acordo com (SMOLE; DINIZ, 2010)

Figura 17 – Definição de $\tan(\alpha)$ extraído de um livro didático



Fonte: Elaboração própria.

Em todo triângulo retângulo, a **tangente** de um ângulo agudo é a razão entre as medidas dos catetos oposto e adjacente a esse ângulo.

$$\tan \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}} = \frac{B_1A_1}{A_1C} = \frac{BA}{AC}$$

Capítulo 4

Proposta metodológica.

A proposta metodológica apresentada é a atuação conjunta das disciplinas de Física e de Matemática para oferecer aos alunos uma compreensão adequada sobre a construção da rampa de acesso. Enquanto a Matemática colaborará com a aplicação das razões trigonométricas, a disciplina de Física indicará, por exemplo, a força necessária para que o cadeirante propulsione-se para a subida na rampa. Esse cálculo necessário envolve razões trigonométricas. Desse modo, os educandos serão estimulados a se voltar com mais apetência para os conteúdos teóricos, favorecendo uma assimilação mais efetiva dos programas curriculares e uma construção didática do conhecimento. A resolução de problemas e a sugestão de atividades darão suporte aos professores para a aplicação dessa técnica pedagógica.

4.1 Apresentação do plano inclinado.

O professor de Matemática mostrará aos alunos de 1ª série do Ensino Médio a relação que existe entre o plano inclinado e o estudo de trigonometria no triângulo retângulo.

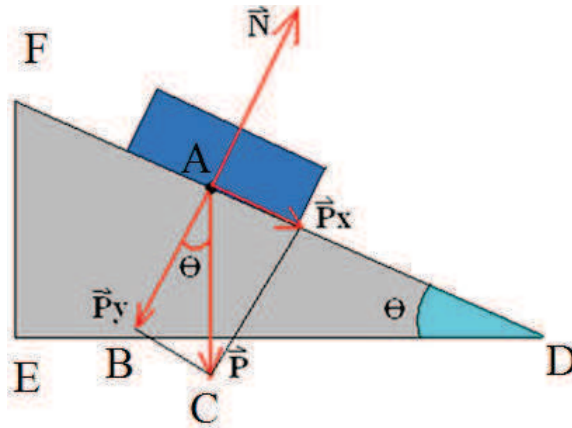
Abaixo, temos um exemplo para o professor.

Exemplo:

O professor de Matemática apresentará plano inclinado (Figura 18) e fará uma analogia com o triângulo retângulo. Com isso, o aluno perceberá que se podem aplicar os conceitos de razões trigonométricas na decomposição de forças.

Exemplo:

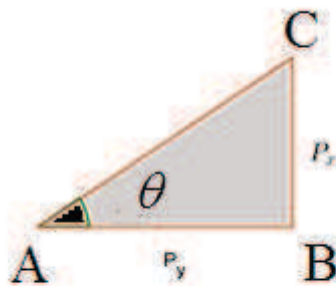
Figura 18 – Plano inclinado



Fonte: <http://www.alunosonline.com.br/fisica/plano-inclinado.html>. Acesso em: 08 de nov. 2015.

Na figura, acima, temos um plano inclinado. Os triângulos ABC e DEF são semelhantes e retos em B e F, respectivamente.

Figura 19 – Triângulo relacionado ao plano inclinado



Fonte: Elaboração própria.

Temos, no triângulo, ABC (Figura 19) que:

$$\overline{AB} = P_y \Rightarrow \text{cateto adjacente de } \theta$$

$$\overline{BC} = P_x \Rightarrow \text{cateto oposto de } \theta$$

$$\overline{AC} = P \Rightarrow \text{hipotenusa}$$

Logo, podemos achar seno, cosseno de θ e com isso escrever as componentes P_x e P_y

Cálculo para P_x :

$$\begin{aligned}\sin(\theta) &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \\ \sin(\theta) &= \frac{P_x}{P} \\ P_x &= P \sin(\theta)\end{aligned}$$

Cálculo para P_y :

$$\begin{aligned}\cos(\theta) &= \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \\ \cos(\theta) &= \frac{P_y}{P} \\ P_y &= P \cos(\theta)\end{aligned}$$

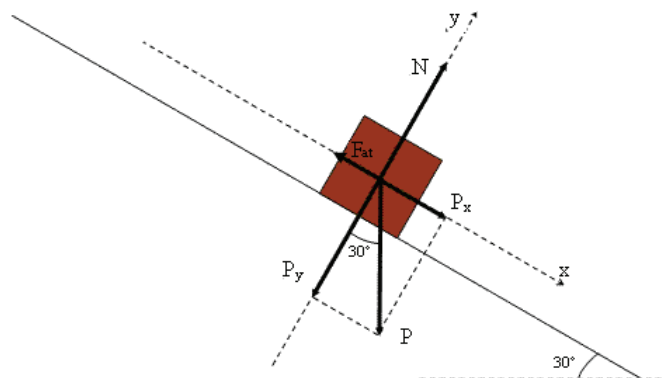
4.1.1 Trabalhando a Física e a Matemática ao mesmo tempo

Uma vez introduzido a aplicação de razões trigonométricas no plano inclinado, os alunos estarão preparados para associarem que as mesmas estão presentes tanto na resolução de problemas matemáticos, como nos problemas envolvendo a Física. Devemos mostrar para os alunos que, quando resolvemos um exercício sobre plano inclinado, a trigonometria se faz presente através dos cálculos das componentes em x e y .

Exemplo:

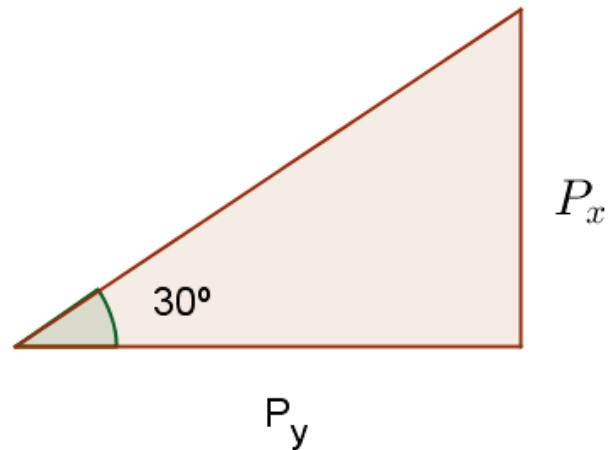
Um corpo de massa 12kg é abandonado sobre um plano inclinado, formando 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano é 0,2. Qual é a aceleração do bloco?

Figura 20 – Forças atuando em um bloco



Fonte: <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/pi.php>. Acesso em: 08 de nov. 2015.

Antes de iniciar a resolução, o professor pedirá aos alunos para escreverem as componentes em x e y , utilizando as razões trigonométricas.

Figura 21 – Decomposição de forças para $\theta = 30^\circ$ 

Fonte: Elaboração própria.

Cálculo para encontrar as componentes verticais das forças. Na figura acima, temos que θ é igual a 30° . O aluno poderá utilizar a tabela trigonométrica, em anexo, para constatar que o $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ e o $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

P_y :

$$\begin{aligned}\cos(\theta) &= \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \\ \cos(\theta) &= \frac{P_y}{P} \\ P_y &= P \cos(\theta)\end{aligned}$$

Cálculo para encontrar as componentes horizontais das forças. **Cálculo de P_x**

$$\begin{aligned}\sin(\theta) &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \\ \sin(\theta) &= \frac{P_x}{P} \\ P_x &= P \sin(\theta)\end{aligned}$$

Cálculo de F_{at}

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{F_{at}}{P\mu} \\ F_{at} &= P \cos \theta \mu \\ &= mg \cos \theta \mu\end{aligned}$$

Resolução em y :

$$\begin{aligned}
 N - P_y &= 0 \\
 N &= P_y \\
 &= P \cos \theta \\
 &= P \cos(30^\circ) \\
 &= 60\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Resolução em x :

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \frac{F_{at}}{P\mu} \\
 F_{at} &= P \cos \theta \mu \\
 &= mg \cos \theta \mu \\
 &= 12 \cdot 10 \cos(30^\circ) \cdot 0,2 \\
 &= 12\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Forças que atuam na horizontal P_x e F_{at} com sentidos opostos: Usando a 2ª lei de Newton, temos:

Resolução em x :

$$\begin{aligned}
 P &= m \cdot a \\
 P_x - F_{at} &= m \cdot a \\
 60 - 12\sqrt{3} &= 12a \\
 12a &= 39,21 \\
 a &= 3,26m/s^2
 \end{aligned}$$

Uma maneira mais fácil seria simplificar a equação para, depois, substituir os valores. Porém se o professor fizer essa resolução, o aluno conseguirá assimilar que, na verdade, o que é usado na Física, para decompor as forças, são as relações de razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Solução por simplificação:

Em y :

$$\begin{aligned}
 F_r^y = N - P_y &= 0 \\
 N &= mg \cos \theta \\
 &= 12 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ \\
 &= 104N
 \end{aligned}$$

Em x :

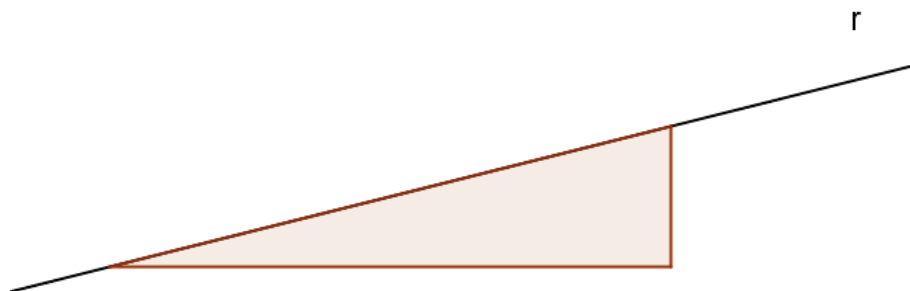
$$\begin{aligned}
 F_r^x &= m \cdot a \\
 P_x - F_{at} &= m \cdot a \\
 \cancel{m} \cdot g \cdot \sin(\theta) - \cancel{m} \cdot g \cdot \cos(\theta) \cdot \mu &= \cancel{m} \cdot a \\
 a &= g \cdot (\sin \theta - \mu \cos \theta) \\
 a &= 10 \cdot (0,5 - 0,2 \cdot 0,86) \\
 a &= 3,26 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Na solução por simplificação (4.1) e (4.2), o aluno tende a pensar que basta decorar as decomposições em x e y . Entretanto, quando o professor mostra os triângulos retângulos existentes, fica claro que o uso das razões trigonométricas leva à solução de uma forma mais compreensiva.

4.2 Aprendendo inclinação de retas através de trigonometria com auxílio da rampa de acesso

Outro conteúdo matemático que a construção de rampas de acessos abrange é a inclinação da reta. A figura abaixo mostra como o professor da 1ª série do Ensino Médio poderá trabalhar com o conteúdo por intermédio da construção de rampas de acessos.

Figura 22 – Analogia da reta com o comprimento de uma rampa



Fonte:Elaboração própria.

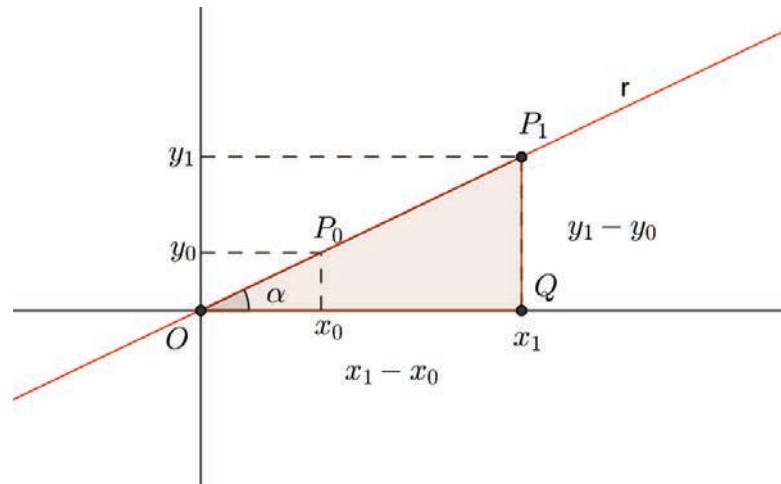
Se observarmos a figura 22, vemos que, pelo comprimento da rampa de acesso, passa uma reta, ou seja, a reta-suporte do comprimento da rampa.

Definição 4.1 A declividade de uma reta que passa pelos pontos $P_0(x_0, y_0)$ e $P_1(x_1, y_1)$ é:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, x_1 \neq x_0.$$

Vamos mostrar, para os alunos, que a declividade mencionada na Definição é a tangente do ângulo de inclinação, formado pela a reta r e o eixo das abscissas, ou seja, é a inclinação da reta.

Figura 23 – Marcando as medidas da rampa no plano cartesiano



Fonte: Elaboração própria.

Para encontrar o valor de m da reta r (Figura 23), basta achar a tangente de α .

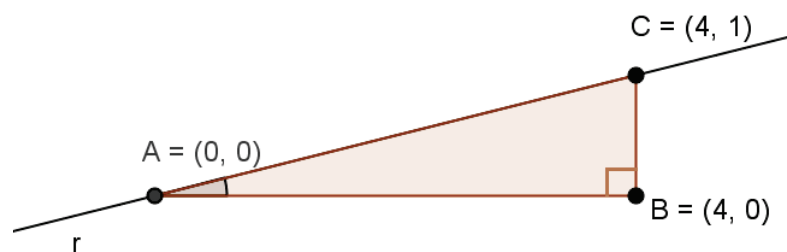
$\tan \alpha = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$, $x_1 \neq x_0$ Veja o exemplo abaixo:

Determine a inclinação da rampa (Figura 24) de projeção horizontal medindo 4m e a altura medindo 1m. Use a relação de tangente.

Solução:

Usando como referencial os eixos coordenados e o fato de A ser a origem do sistema, teremos como esboço a figura abaixo:

Figura 24 – Associando as medidas da rampa com os vértices de um triângulo



Fonte: Elaboração própria.

Como a inclinação da reta é o mesmo que coeficiente angular, segue que:

$$\tan \alpha = i = m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Temos que usar as coordenadas dos pontos A e C para achar a inclinação da reta.

$$i = m = \frac{1 - 0}{4 - 0}$$

$$i = m = \frac{1}{4}$$

Logo, $\tan \alpha = \frac{1}{4}$.

Capítulo 5

Atividades propostas

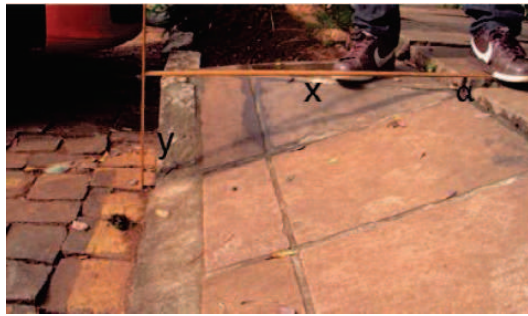
Neste capítulo, estarão disponibilizadas as atividades para serem aplicadas pelos professores. As três atividades sugeridas têm o objetivo de oferecer um suporte ao professor para a realização dos métodos propostos, no presente trabalho, para abordagem das razões trigonométricas em sala de aula. As atividades a seguir foram elaboradas com o desejo de se conseguir atingir a transversalidade e de se promover a interdisciplinaridade. Cada professor poderá enriquecê-las e aplicá-las de acordo com a realidade de seus educandos e com os meios que a unidade escolar possui para o melhor desenvolvimento das atividades pedagógicas.

5.1 Atividade I

Desenvolvimento:

A primeira será em forma de formulário (Tabela 3) para ser feita uma pesquisa, em lugares onde a rampa de acesso é utilizada. Nessa atividade, o aluno do 9º ano terá que medir a projeção horizontal e a altura da rampa. Depois, preencherá o formulário e fará os cálculos necessários para concluir se a mesma será aprovada ou reprovada. Para a aprovação ou reprovação da rampa, será necessário usar a equação da NBR9050. Caso o aluno não consiga algumas medidas, o mesmo terá que usar as razões trigonométricas para encontrá-las. Para rampas menores, o professor poderá usar um outro recurso. Tal recurso consiste em se medir a altura e a projeção da rampa usando como referencial os eixos de coordenadas cartesianas. A figura 25 mostra o esquema que deverá ser feito:

Figura 25 – Instrumento para medir altura e projeção horizontal de uma rampa



Fonte: <http://www.upf.br/seer/index.php/rep/article/view/3879/2537>. Acesso em: 08 de nov. 2015.

Caso o professor julgue importante, poderá ser feita a construção do instrumento que aparece, na figura 25, por um serralheiro. Assim, fica mais fácil a obtenção das medidas que serão utilizadas na equação (5.1) da NBR 9050:

$$i = \frac{100 \cdot h}{c} \quad (5.1)$$

onde:

i é a inclinação, em porcentagem;

h é a altura do desnível;

e c é o comprimento da projeção horizontal.

Atividade I Tabela para avaliar as rampas de acessos.

Tabela 3 – Medidas de rampas de acessos

Local pesquisado:		
Altura da rampa (cm)	Medida da projeção horizontal (cm)	Resultado de acordo com a NBR9050 (Aprovada ou reprovada)
Local pesquisado:		
Altura da rampa (cm)	Medida da projeção horizontal (cm)	Resultado de acordo com a NBR9050 (Aprovada ou reprovada)
Local pesquisado:		
Altura da rampa (cm)	Medida da projeção horizontal (cm)	Resultado de acordo com a NBR9050 (Aprovada ou reprovada)

Tempo: 2 aulas de 50 minutos.

5.2 Atividade II

Desenvolvimento:

A segunda atividade será aplicada para os alunos da 1ª série do Ensino Médio, depois de a Tabela 3 já tiver sido preenchida pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Assim, podemos trabalhar a interação entre séries diferentes. Nessa atividade, o professor trabalhará a inclinação da rampa fazendo uma analogia com a reta-suporte que passa pelo comprimento da rampa.

Definição 5.1 Chama-se função linear uma função $f:IR$ em IR dada por uma lei da forma $f(x) = mx$, onde $a \neq 0$.

Na função $f(x) = mx$, m é chamado de declividade da reta.

De acordo com a Figura 23, temos que m é a tangente de α . Logo, para encontrar a reta que tem o ângulo de inclinação α , usa-se $\arctan m$.

Definição 5.2 Dada a função $f(x) = \tan(x)$, com domínio $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ e imagem em IR , a função inversa de f , denominada arco-tangente, é definida por $f^{-1}:IR \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ e denotada por:

$$f^{-1} = \arctan(x)$$

A equação da reta-suporte que passa pela rampa deverá ser calculada através de trigonometria (Definição 5.2), ou seja, $y = \arctan(m)x$.

No caso de construção de rampa de acesso o m será a inclinação fracionária contida nas tabela da figuras 26.

Figura 26 – Medidas admissíveis para construção de rampa

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Número máximo de segmentos de rampa
5,00 (1:20)	1,50	Sem limite
$5,00 (1:20) < i \leq 6,25 (1:16)$	1,00	Sem limite
$6,25 (1:16) < i \leq 8,33 (1:12)$	0,80	15

Fonte: ABNT, NBR 9050.

Já para reformas, os valores estão apresentados na tabela da figura 27:

Figura 27 – Medidas admissíveis para reforma de rampa

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Número máximo de segmentos de rampa
$8,33 (1:12) \leq i < 10,00 (1:10)$	0,20	4
$10,00 (1:10) \leq i \leq 12,5 (1:8)$	0,075	1

Fonte: ABNT, NBR 9050

Para a Atividade II, os alunos terão que usar o software Geogebra ¹ para calcularem o comprimento máximo da rampa, de acordo com a tabela presente na figuras 26.

Atividade II:

Qual deve ser o comprimento máximo das rampas cujas inclinações estão apresentadas nas tabela da figura 26? Responda completando a tabela abaixo:

Tempo: 2 aulas de 50 minutos.

Tabela 4 – Cálculo do comprimento de uma rampa de acesso

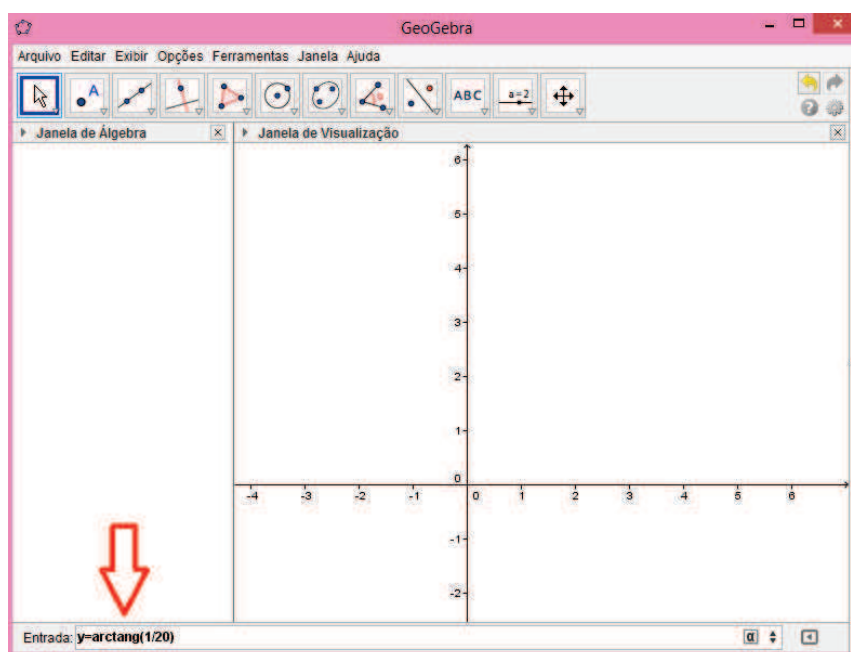
Inclinação admissível (i em %)	Desníveis máximos de cada segmento de rampa (m)	Comprimento máximo da rampa de acesso. (m)
5,00 (1:20)	1,50	
6,25(1:16)	1,00	
8,33 (1:12)	0,80	

¹ Caso o professor não tenha conhecimento do software Geogebra. Para instalá-lo basta ir consultar o link: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/cig.html> e seguir as instruções.

Solução: Inclinação de 5% (1:20)

1º Passo: Para inclinação de 5%, o aluno precisará digitar a entrada: $y = \arctan \frac{1}{20}x$ (Figura 28)

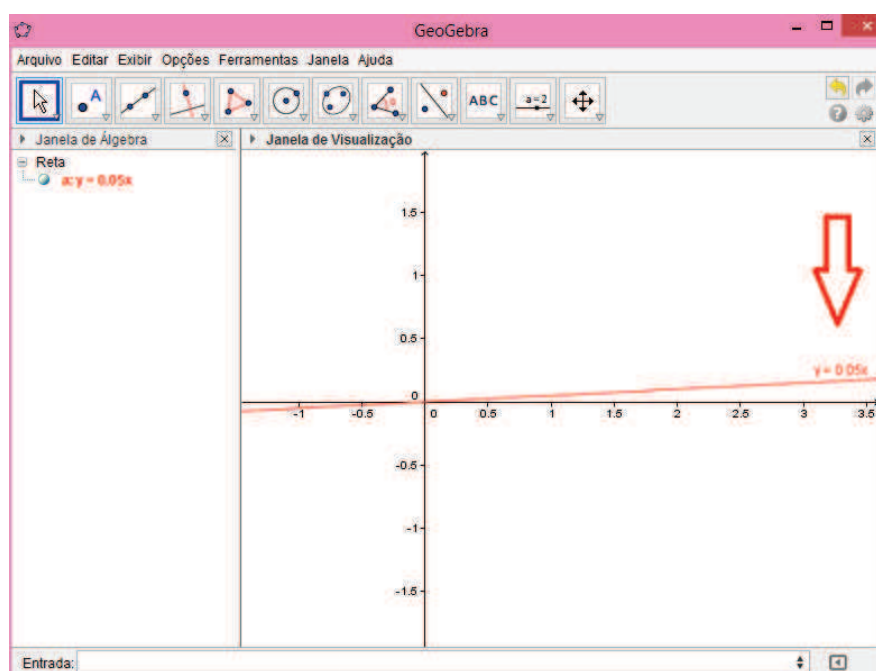
Figura 28 – Construção do gráfico da reta $y = \arctan \frac{1}{20}x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

e teclar *enter* (Figura 29).

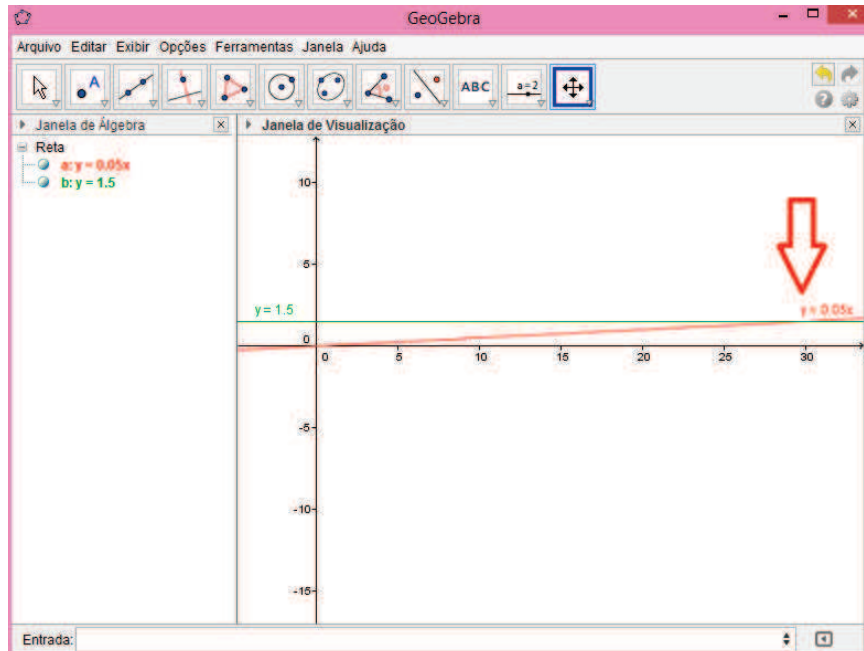
Figura 29 – Gráfico da reta $y = \arctan \frac{1}{20}x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

2º Passo: Recorrendo à tabela 5.1, temos que o desnível máximo é igual a 1,50. Então, para o aluno encontrar o comprimento máximo da rampa, terá que colocar na entrada do Geogebra $y = 1.5$ e teclar *enter* (Figura 30).

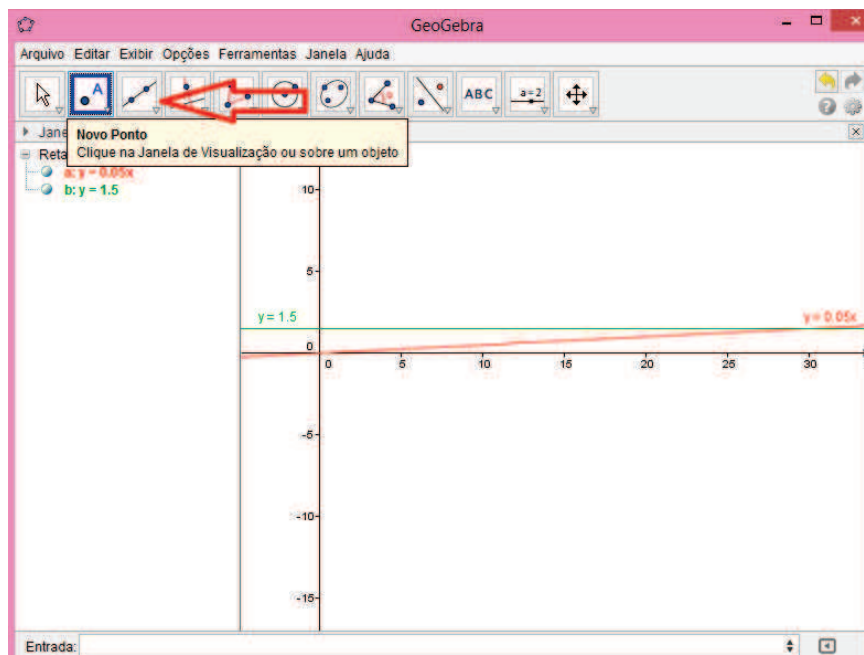
Figura 30 – Construção do gráfico da reta $y = 1.5x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

3º Passo: Para encontrarmos o comprimento da rampa de acesso, basta achar a interseção entre as retas. Para isso, iremos clicar no ícone de **novo ponto** (Figura 31).

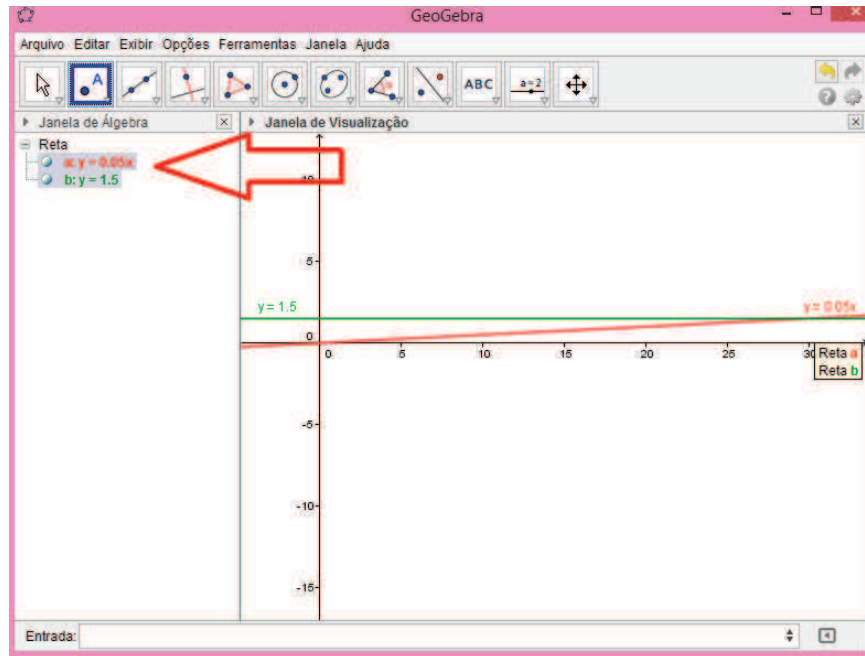
Figura 31 – Interseção das retas $y = \arctan \frac{1}{20}x$ e $y = 1.5x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

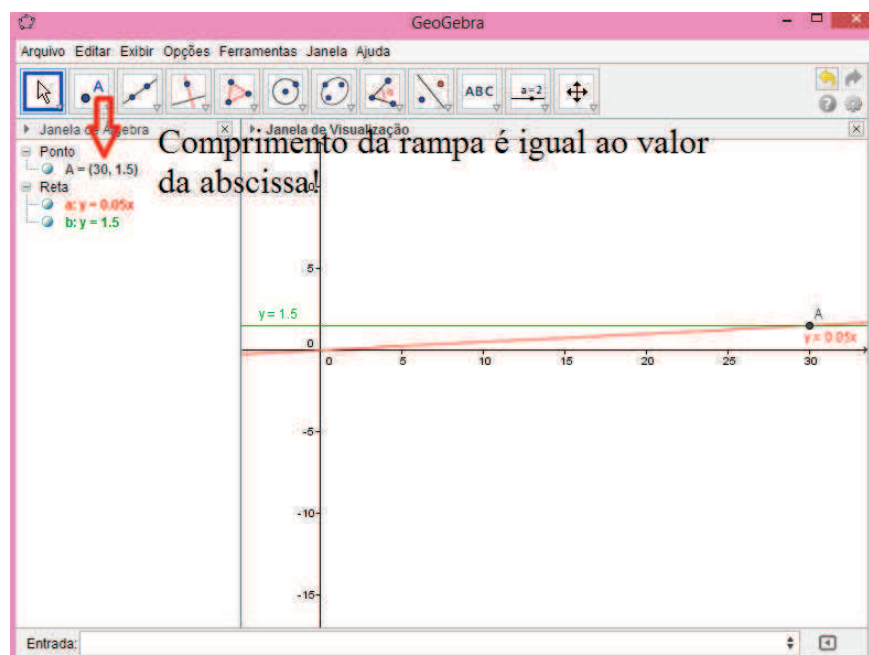
Agora, iremos colocar o cursor nas retas até que as duas fiquem marcadas (Figura 32). Feito isso,

Figura 32 – Ponto de encontro das retas $y = \arctan \frac{1}{20}x$ e $y = 1.5x$ no Geogebra



basta clicar para acharmos o ponto de encontro (Figura 33).

Figura 33 – Comprimento da rampa

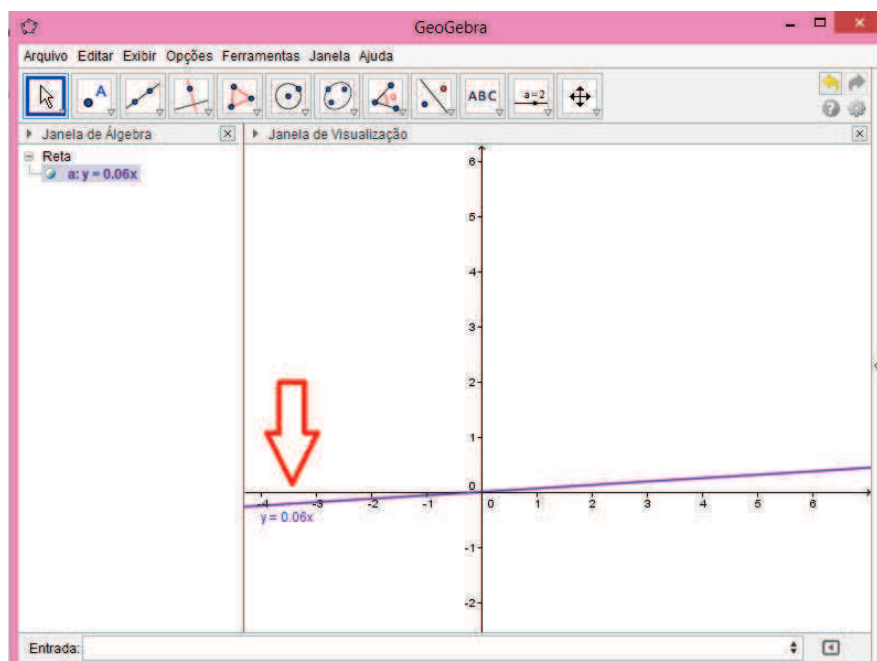


Fonte: Elaboração própria.

Para inclinação 6,25%(1:16), o aluno fará o mesmo processo. Porém, irá digitar a seguinte entrada e teclar *enter*: $y = \arctan \frac{1}{16}x$

1º **Passo:** Construção da reta no Geogebra (Figura 34).

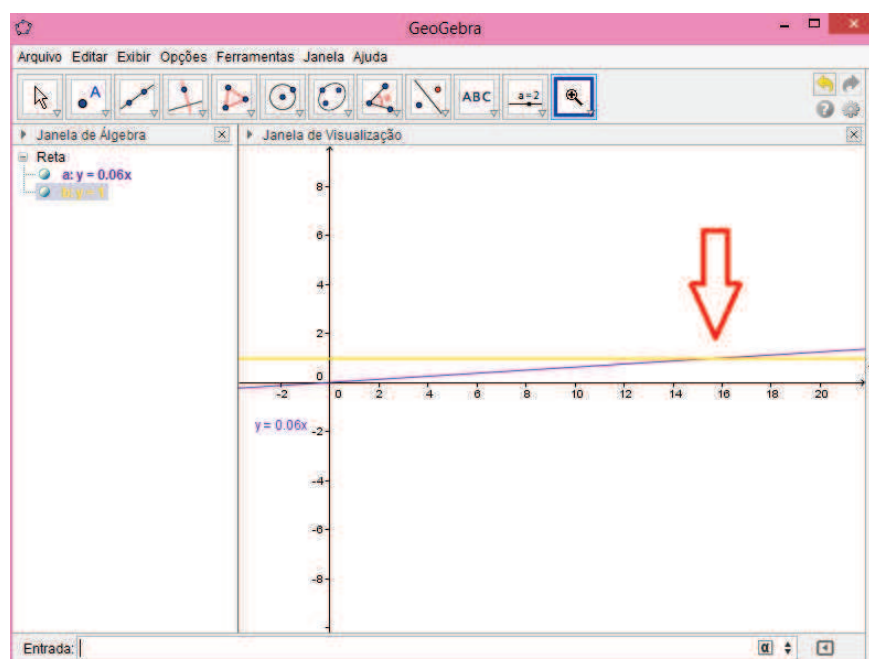
Figura 34 – Traçando a reta $y = \arctan \frac{1}{16}x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

2º **Passo:** Interseção das retas (Figura 35).

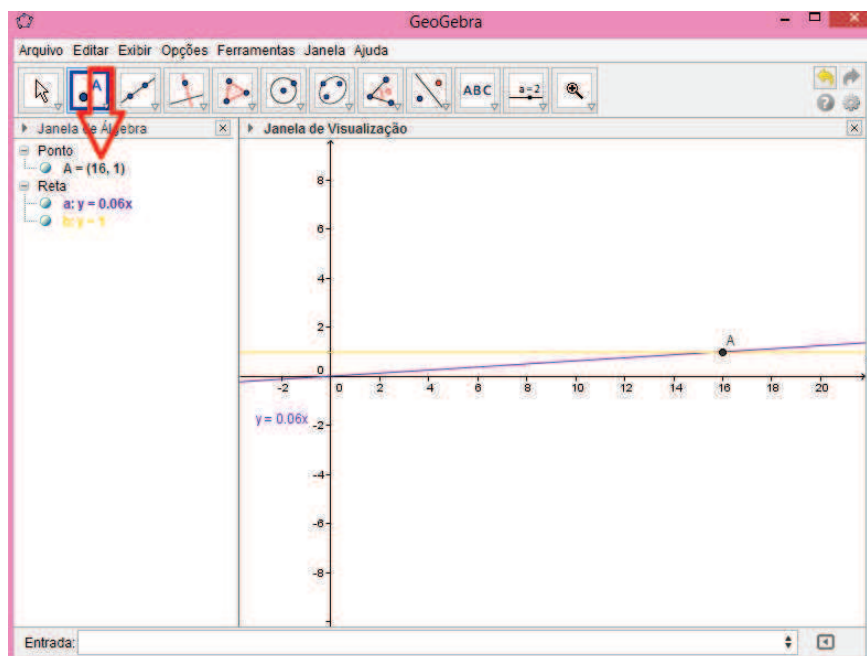
Figura 35 – Traçando a reta $y = 1$



Fonte: Elaboração própria

3º **Passo:** Encontrando o comprimento da rampa através do ponto de interseção (Figura 36).

Figura 36 – Ponto de interseção das $y = \arctan \frac{1}{16}x$ e $y = 1$ no Geogebra

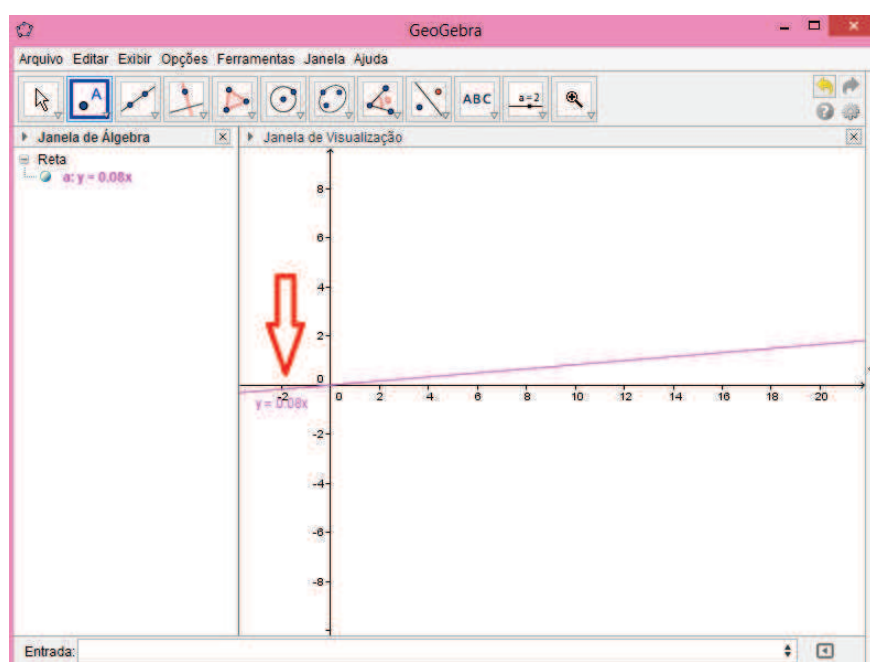


Fonte: Elaboração própria

Para inclinação de 8,33% (1:12)

1º **Passo:** Construção da reta $y = \arctan \frac{1}{12}x$ (Figura 37)

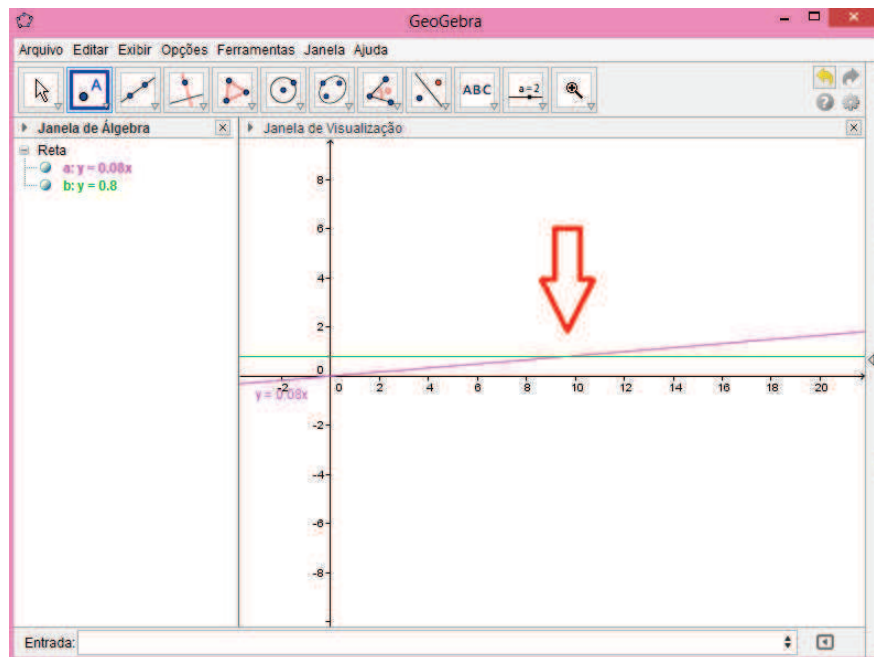
Figura 37 – Reta $y = \frac{1}{12}x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

2º **Passo:** Interseção entre a reta $y = \arctan \frac{1}{12}x$ e $y = 0.8$ (Figura 38).

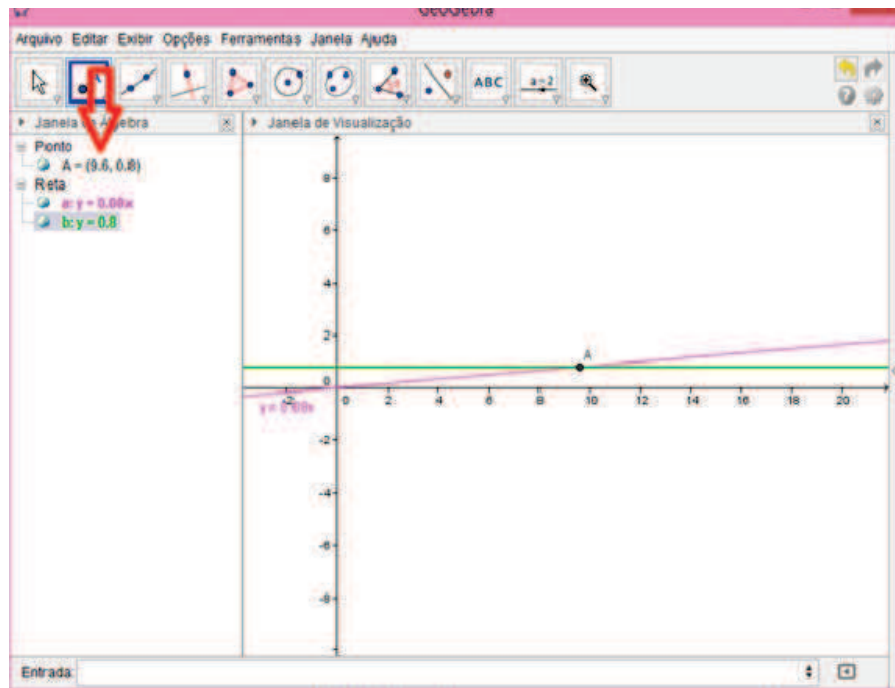
Figura 38 – Traçando a reta $y = 0.8$



Fonte: Elaboração própria.

3º **Passo:** Comprimento da rampa (Figura 39).

Figura 39 – Ponto de interseção $y = \arctan \frac{1}{12}x$ e $y = 0.8$



Fonte: Elaboração própria.

Se o professor julgar válido, poderá trabalhar da mesma forma com a tabela de reformas (Figura 27).

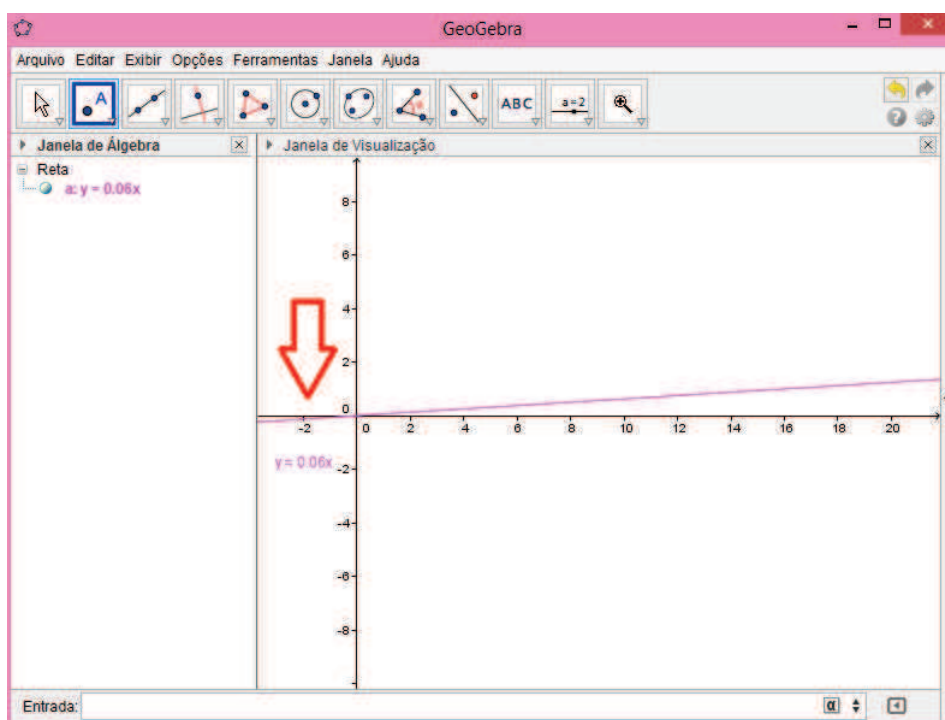
Sugestão de atividade para o professor:

Para as rampas reprovadas, os alunos da 1ª série do Ensino Médio poderão calcular a altura que as mesmas teriam que ter para serem aprovadas, de acordo com uma das inclinações da tabela.

Exemplo: Supondo que a rampa tenha o comprimento igual a 3,00m. Usaremos a inclinação de 6,25%.

1º **Passo:** Traçar a reta $y = \arctan \frac{1}{16}x$ (Figura 40).

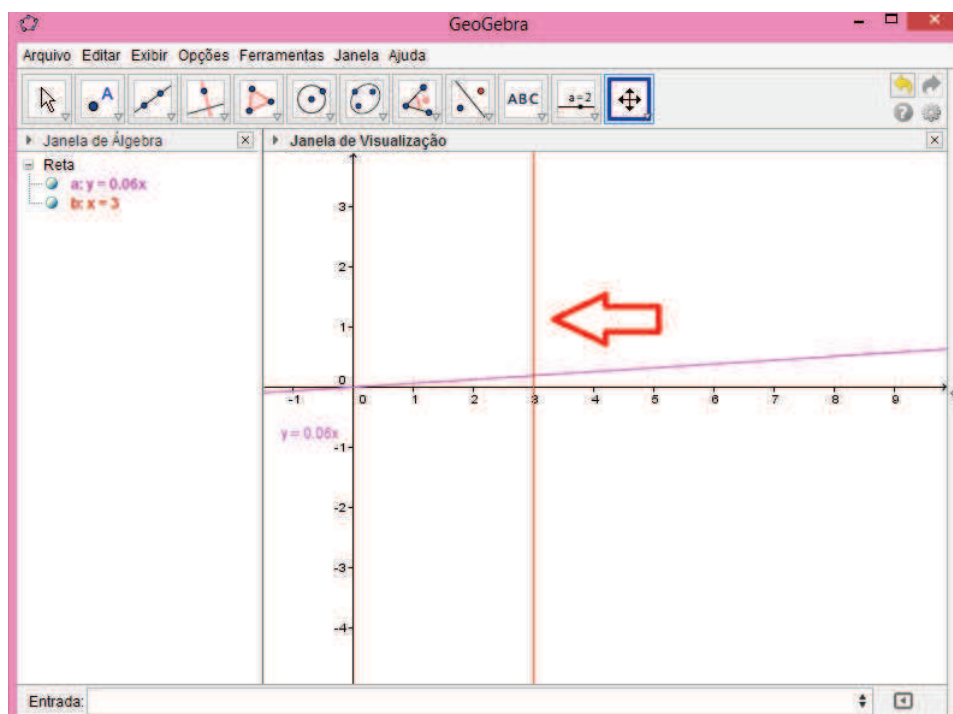
Figura 40 – Reta $y = \arctan \frac{1}{16}x$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

2º **Passo:** Nas soluções anteriores, tínhamos que digitar na entrada $y = 1,00$. Agora, digitaremos $x = 3$ (Figura 41).

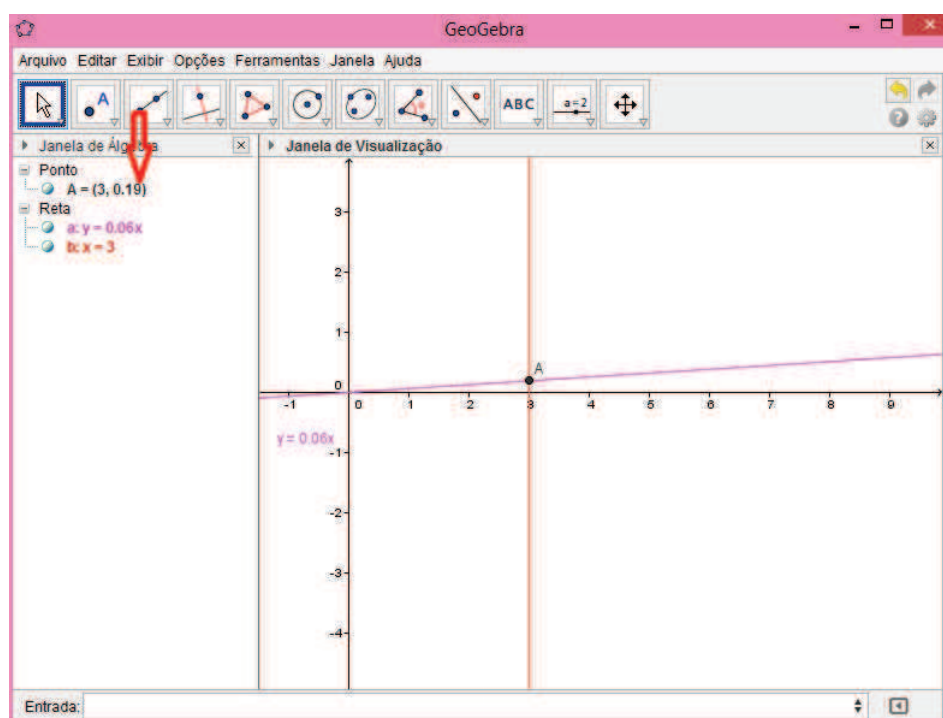
Figura 41 – Reta $x = 3$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

3º **Passo:** Ponto de interseção entre as retas $y = \arctan \frac{1}{16}x$ e $x = 3$ (Figura 42).

Figura 42 – Interseção das $y = \arctan \frac{1}{16}x$ e $x = 3$ no Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

Conclusão: Para que a rampa fosse aprovada, a mesma teria que ter uma inclinação de 6,25% e 19cm de altura.

5.3 Atividade III

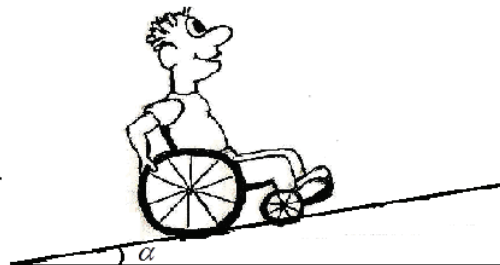
Desenvolvimento:

Nessa atividade, os alunos da 1ª série do Ensino Médio irão encontrar a força que um cadeirante terá de fazer para percorrer as rampas avaliadas pelos alunos do 9º ano na Atividade I (Página 47). Na tabela 7, aparece a tangente de α facilmente encontrada. Basta olhar o formulário que os alunos do 9º preencheram e que apresenta a medida da projeção horizontal e da altura da rampa.

Sendo assim, o aluno encontrará, através dessas medidas, a tangente de α . Lembrando que o cateto oposto e o cateto adjacente são equivalentes, respectivamente, à altura e à projeção da rampa. Uma vez encontrada a tangente de α , o aluno poderá encontrar o valor de α olhando a tabela trigonométrica, anexo A.2, e ver qual tangente se aproxima mais da tangente de α encontrada por eles.

Atividade III

Figura 43 – Percurso de um cadeirante na rampa



Fonte: Elaboração própria.

	Medida da altura da rampa	Medida da projeção horizontal	tangente de α	Valor de α	Peso do conjunto (cadeirante+cadeira)
Rampa 1					
Rampa 2					
Rampa 3					

Tabela 5 – Medidas de uma rampa de acesso

II – Com base nos valores da tabela acima, responda:

a) Qual a força F que um cadeirante deverá fazer para subir as rampas da tabela acima com velocidade constante?

b) Sabendo que 10N é, aproximadamente, a força necessária para suspender um corpo de massa 1 kg, você acha que o cadeirante subirá a rampa sem ajuda?

Tempo: 2 aulas de 50 minutos.

Solução:

Para que o exercício fique bem interessante, o aluno poderá calcular a força que ele teria de fazer para percorrer a rampa de acesso. A utilização de uma cadeira de rodas para execução da atividade é de grande importância. Assim, o aluno perceberá que o cálculo realizado apresenta o valor numérico de seu esforço durante a subida. Nesse momento, o professor poderá trabalhar a cidadania e a solidariedade, pois somente quando estamos dentro de uma situação real (mesmo que seja por alguns minutos) é que compreendemos a dificuldade que o portador de necessidades físicas tem que enfrentar todos os dias.

Solução:

P = peso do cadeirante + peso da cadeira. O ângulo θ será obtido através do formulário preenchido pelos alunos do 9º ano. Considerando uma cadeira de 15kg e um cadeirante de 56kg.

Vamos supor que para, rampa 1, o aluno tenha encontrado: Projeção horizontal igual a 2 metros e a altura igual a 40cm. Calculando a tangente de θ :

$$\tan \theta = \frac{\text{altura}}{\text{projeção horizontal}}$$

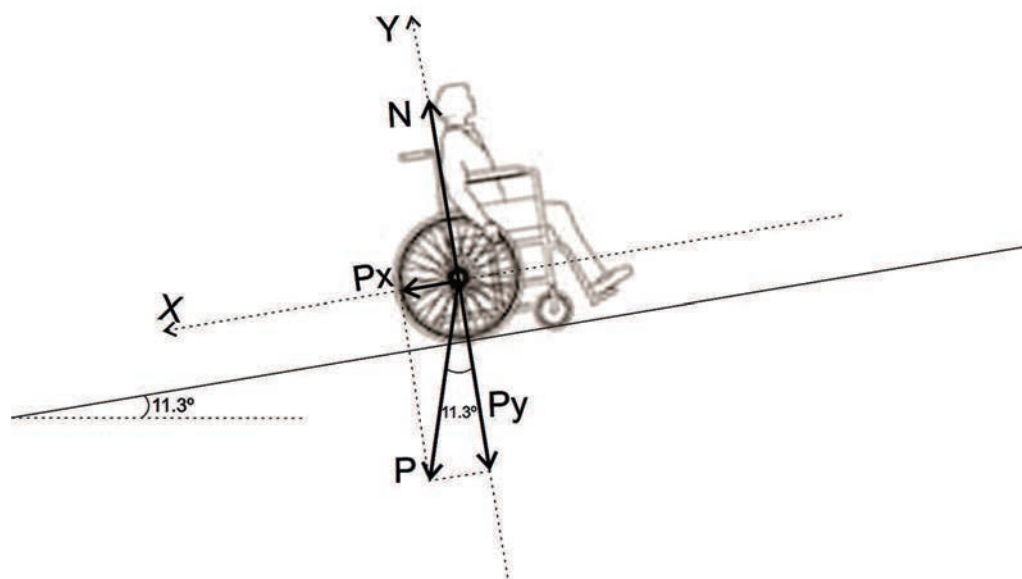
$$\tan \theta = \frac{40}{200}$$

$$\tan \theta = 0,2$$

Usando arctan, obtemos $\theta = 11,3^\circ$

A figura 44 mostra as forças que atuam no sistema.

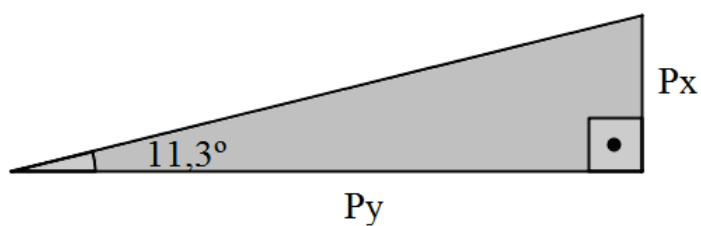
Figura 44 – Forças que atuam no conjunto: (cadeirante+cadeira)



Fonte: Elaboração própria.

Decomposição da força em y :

Figura 45 – Decomposição da força P



Fonte :Elaboração própria.

$$\begin{aligned}
 P_y &= P \cos \theta \\
 P_y &= N \\
 P \cos \theta - N &= 0 \frac{40}{200} \\
 710 \cdot \cos(11,3) - N &= 0 \\
 N &= 710 \cdot \cos(11,3^\circ) \\
 N &= 696,23N
 \end{aligned}$$

Decomposição em x :

$$P_x = P \sin \theta$$

$$P_x = 710 \cdot \sin(11,3^\circ)$$

$$P_x = 139,12$$

A aceleração é igual a 0, pois temos que a velocidade é constante:

$$P_x = F_x$$

$$F_x = 139,12N$$

a) $F_x = 139,12N$

b) Se $10N$ é a força necessária para suspender um corpo de massa de $1kg$, uma pessoa de massa igual a $56kg$ fará uma força igual a:

$$\begin{aligned} F_{\text{para suspender um corpo de massa } 56kg} &= \frac{139,12}{10} \\ &= \\ &= 13,912kg \end{aligned}$$

Sugestão para o professor:

Essa mesma atividade poderá ser desenvolvida considerando a força de atrito. Com isso, o professor poderá trabalhar com os diferentes tipos de revestimentos utilizados nas rampas e mostrar que o atrito gerado depende do piso da rampa.

Capítulo 6

Considerações finais

Demonstrado o delineamento conceitual e prático sobre o ensino da trigonometria, a proposta metodológica apresentada busca a interação dos conteúdos de Física e Matemática como boa prática a ser desenvolvida na sala de aula, objetivando o favorecimento da transversalidade e da interdisciplinaridade.

Em um mundo que exige uma formação cada vez mais abrangente, é um benefício para aluno receber de seu educador uma instrução interdisciplinar. Isso porque a grande quantidade de conteúdo a ser assimilado para exigências nos exames escolares, vestibulares e exames nacionais requer um enorme tempo para os estudos adequados. A abordagem interdisciplinar favorece a economia de tempo ao relacionar o mesmo conteúdo com diferentes disciplinas.

A transversalidade apresenta-se como a modalidade de ensino do momento, pois não se entende o estudo de teorias sem a sua aplicação prática. Em um mundo onde a seleção para um cargo profissional faz-se cada vez mais rigorosa, a aprendizagem teórica ligada à realidade prática é de crucial importância para a conquista de uma posição no mercado profissional.

Além disso, também com o intuito de promover a inclusão social, apresentou-se a possibilidade de se abordar o conteúdo teórico da trigonometria na construção de rampas de acesso para cadeirantes, segundo os modelos oficiais orientados pelas normas brasileiras.

Espera-se que este trabalho dê suporte ao professor na contextualização e na elaboração de aulas bem mais dinâmicas, para que o aluno consiga assimilar com maior facilidade os conteúdos apresentados durante sua vida escolar. Deseja-se ainda que o aluno possa sempre fazer uma reflexão analógica sobre os ensinamentos da sala de aula com a realidade que encontramos no dia a dia. Assim, o professor poderá inserir cada vez mais a transversalidade no processo ensino-aprendizagem.

Três atividades foram apresentadas com o objetivo de mostrar que o ensino de trigonometria pode ser feito através de um contexto que não esteja presente nos livros

didáticos, mas sim em situações reais. A partir do conhecimento formado através de pesquisas, constatações e práticas; pode-se apresentar o conceito trazido nos livros didáticos, ou seja, pode-se aplicar a contextualização e a descontextualização no processo de ensino-aprendizagem.

Com o suporte oferecido e as explicitações realizadas, deseja-se que, através da interação entre os alunos de séries diferentes, haja também o espírito de trabalhar em equipe. Dessa maneira, o educador poderá oferecer aos seus alunos toda uma bagagem prática e teórica para o seu desenvolvimento na vida cotidiana e no tão concorrido mercado profissional.

Referências

ALVES, A.; PINTO, a. F. Acessibilidade em locais públicos e privados para pessoas com limitações funcionais: um estudo sobre as dificuldades do tetraplégico. p. 12, 2005. Disponível em: <<http://www.efdeportes.com/efd139/acessibilidade-em-locais-publicos-e-privados.htm>>. Citado na página 26.

ARANTES, P. P. C. E. V. As razões trigonométricas no triângulo retângulo e as rampas de acessos. 2013. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/322/2011_00186_PRISCILA_PASCHOALI_CRIVELENTI_VILELA_ARANTES.pdf?sequence=1>. Citado na página 16.

ARRUDA, P. apud. Atividades extraclasse como inovação pedagógica. *Educação Marista*, VI, n. 7-18, 2012. Disponível em: <<http://www.sinepe-ce.org.br/p.php?p=artigo&id=126>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

BAIRRAL, M. A. *Instrumentação do Ensino da Geometria*. Rio de Janeiro - RJ, 2009. v. 3. Citado na página 21.

BRASIL. PCN. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª séries)*. Brasília, DF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Citado na página 15.

BRASIL. PCN. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª séries)*. Brasília, DF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Citado na página 16.

BRASIL. *LEI N° 10.098*. [S.l.], 2000. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L8069Compilado.htm>. Citado na página 26.

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica*. Brasília, 2001. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/diretrizes.pdf>>. Citado na página 15.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio*. [S.l.], 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Citado na página 15.

COSTA, N. M. L. da. *A história da Trigonometria*. São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espamat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_trigono.pdf>. Citado na página 22.

GUEDES, J. M. Análise jurídica do direito de acessibilidades dos cadeirantes na cidade de teresina- pi. *Caderno de estudos Ciência e Empresa*, n. 1, 2012. Disponível em: <http://www.faete.edu.br/revista/Artigo%2005_Redac%20E7%E3o%20final%20josieldon%20PP.pdf>. Citado na página 25.

LIMA, D. A.; COSTA, J. ao C. B. Construção de uma metodologia para ensinar e aprender matemática - um estudo de caso da segunda série do Ensino Médio. 2008. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_denilson_alves_lima.pdf>. Citado na página 16.

OLIVEIRA, M. A. de. *O uso dos conteúdos trigonométricos no ensino do cálculo*. Dissertação (Monografia) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/934/1/PDF%20-%20Marcos%20Alexandre%20de%20Oliveira.pdf>>. Citado na página 20.

ROSA, C. T. W. da; DARROZ, L. M.; ROSA, A. B. da. Estudo das rampas para cadeirantes: uma proposta de tema interdisciplinar para o Ensino médio. *Espaço Pedagógico*, v. 1, n. 1, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.

SANTOS, J. B. dos. *As dificuldade no processo de ensino aprendizagem no Ensino Médio do Colégio Estadual Dr. Jessé Fontes*. [S.l.], 2007. Citado na página 22.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. de S. V. *Matemática: Ensino Médio*. 6^a ed. São Paulo, SP: Saraiva, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 13, 32, 34 e 36.

ANEXO A

Anexos

Anexos

A.1 Item 6.5 da norma NBR 9050.

6.2.7 Acessos de uso restrito, tais como carga e descarga, acesso a equipamentos de medição, guarda e coleta de lixo e outras com funções similares, não necessitam obrigatoriamente atender às condições de acessibilidade desta Norma.

6.3 Rotas de fuga – Condições gerais

6.3.1 As rotas de fuga devem atender ao disposto na ABNT NBR 9077.

6.3.2 Quando em ambientes fechados, as rotas de fuga devem ser sinalizadas conforme 5.11 e iluminadas com dispositivos de balizamento de acordo com a ABNT NBR 10898.

6.3.3 Quando as rotas de fuga incorporarem escadas de emergência, devem ser previstas áreas de resgate com espaço reservado e demarcado para o posicionamento de pessoas em cadeiras de rodas, dimensionadas de acordo com o M.R. A área deve ser ventilada e fora do fluxo principal de circulação, conforme exemplificado na figura 78. Os M.R. devem ser sinalizados conforme 5.15.4.

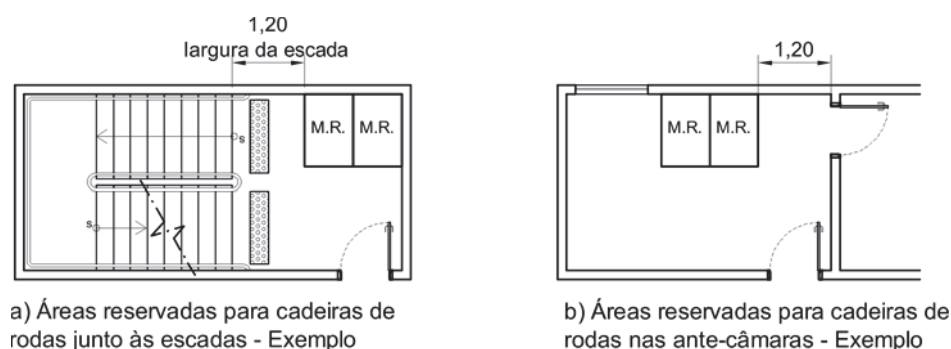


Figura 78 — Áreas reservadas para cadeiras de rodas em áreas de resgate — Exemplo

6.3.4 Nas áreas de resgate deve ser previsto o espaço para um M.R. a cada 500 pessoas ou fração.

6.4 Áreas de descanso

Recomenda-se prever uma área de descanso, fora da faixa de circulação, a cada 50 m, para piso com até 3% de inclinação, ou a cada 30 m, para piso de 3% a 5% de inclinação. Para inclinações superiores a 5%, ver 6.5. Estas áreas devem estar dimensionadas para permitir também a manobra de cadeiras de rodas. Sempre que possível devem ser previstos bancos com encosto nestas áreas.

6.5 Rampas

6.5.1 Dimensionamento

6.5.1.1 A inclinação das rampas, conforme figura 79, deve ser calculada segundo a seguinte equação:

$$i = \frac{h \times 100}{c}$$

onde:

i é a inclinação, em porcentagem;

h é a altura do desnível;

c é o comprimento da projeção horizontal.

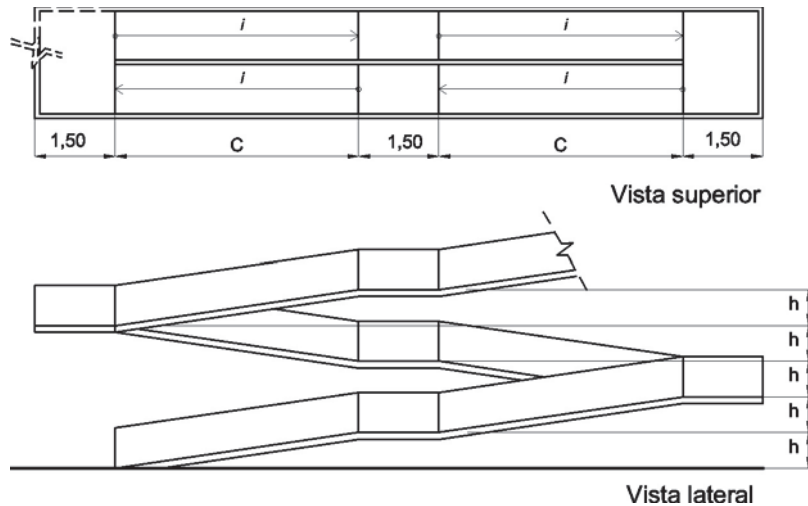


Figura 79 — Dimensionamento de rampas – Exemplo

6.5.1.2 As rampas devem ter inclinação de acordo com os limites estabelecidos na tabela 5. Para inclinação entre 6,25% e 8,33% devem ser previstas áreas de descanso nos patamares, a cada 50 m de percurso.

Tabela 5 — Dimensionamento de rampas

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Número máximo de segmentos de rampa
5,00 (1:20)	1,50	Sem limite
$5,00 (1:20) < i \leq 6,25 (1:16)$	1,00	Sem limite
$6,25 (1:16) < i \leq 8,33 (1:12)$	0,80	15

6.5.1.3 Em reformas, quando esgotadas as possibilidades de soluções que atendam integralmente a tabela 5, podem ser utilizadas inclinações superiores a 8,33% (1:12) até 12,5% (1:8), conforme tabela 6.

Tabela 6 — Dimensionamento de rampas para situações excepcionais

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Número máximo de segmentos de rampa
$8,33 (1:12) \leq i < 10,00 (1:10)$	0,20	4
$10,00 (1:10) \leq i \leq 12,5 (1:8)$	0,075	1

6.5.1.4 A inclinação transversal não pode exceder 2% em rampas internas e 3% em rampas externas.

6.5.1.5 A projeção dos corrimãos pode incidir dentro da largura mínima admissível da rampa em até 10 cm de cada lado, exceto nos casos previstos em 0.

6.5.1.6 A largura das rampas (L) deve ser estabelecida de acordo com o fluxo de pessoas. A largura livre mínima recomendável para as rampas em rotas acessíveis é de 1,50 m, sendo o mínimo admissível 1,20 m, conforme figura 80.

6.5.1.7 Quando não houver paredes laterais as rampas devem incorporar guias de balizamento com altura mínima de 0,05 m, instaladas ou construídas nos limites da largura da rampa e na projeção dos guarda-corpos, conforme figura 80.

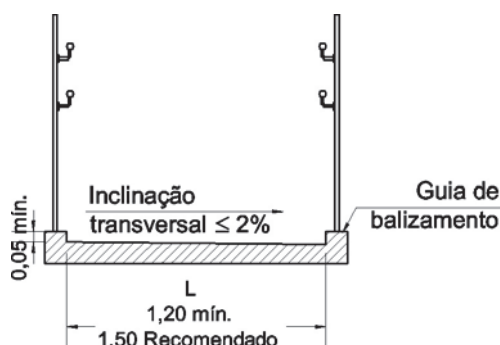
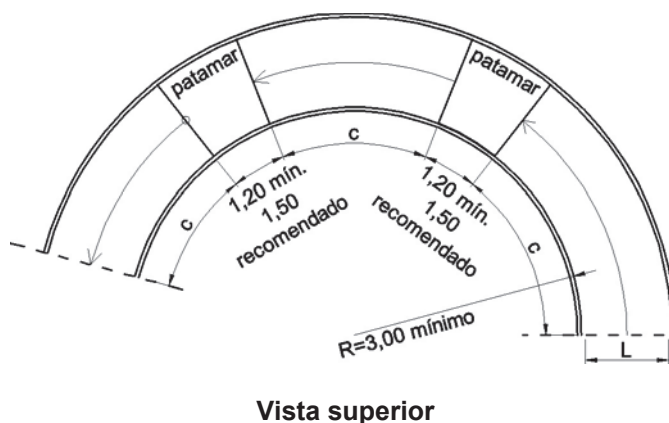


Figura 80 — Inclinação transversal e largura de rampas - Exemplo

6.5.1.8 Em edificações existentes, quando a construção de rampas nas larguras indicadas ou a adaptação da largura das rampas for impraticável, podem ser executadas rampas com largura mínima de 0,90 m com segmentos de no máximo 4,00 m, medidos na sua projeção horizontal.

6.5.1.9 Para rampas em curva, a inclinação máxima admissível é de 8,33% (1:12) e o raio mínimo de 3,00 m, medido no perímetro interno à curva, conforme figura 81.

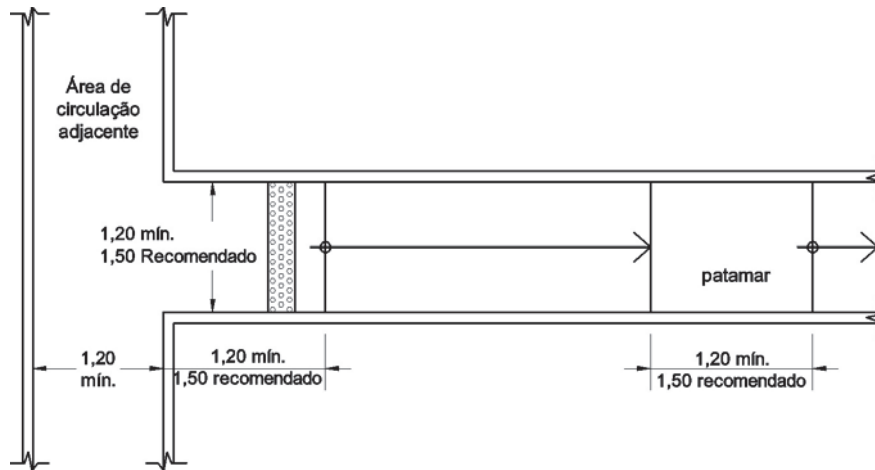


Vista superior

Figura 81 — Rampa em curva - Exemplo

6.5.2 Patamares das rampas

6.5.2.1 No início e no término da rampa devem ser previstos patamares com dimensão longitudinal mínima recomendável de 1,50 m, sendo o mínimo admissível 1,20 m, além da área de circulação adjacente, conforme figura 82.



Vista superior

Figura 82 — Patamares das rampas – Exemplo

6.5.2.2 Entre os segmentos de rampa devem ser previstos patamares com dimensão longitudinal mínima de 1,20 m sendo recomendável 1,50 m. Os patamares situados em mudanças de direção devem ter dimensões iguais à largura da rampa.

6.5.2.3 A inclinação transversal dos patamares não pode exceder 2% em rampas internas e 3% em rampas externas.

6.6 Degraus e escadas fixas em rotas acessíveis

Degraus e escadas fixas em rotas acessíveis devem estar associados à rampa ou ao equipamento de transporte vertical.

6.6.1 Características dos pisos e espelhos

Nas rotas acessíveis não devem ser utilizados degraus e escadas fixas com espelhos vazados. Quando for utilizado bocel ou espelho inclinado, a projeção da aresta pode avançar no máximo 1,5 cm sobre o piso abaixo, conforme figura 83.

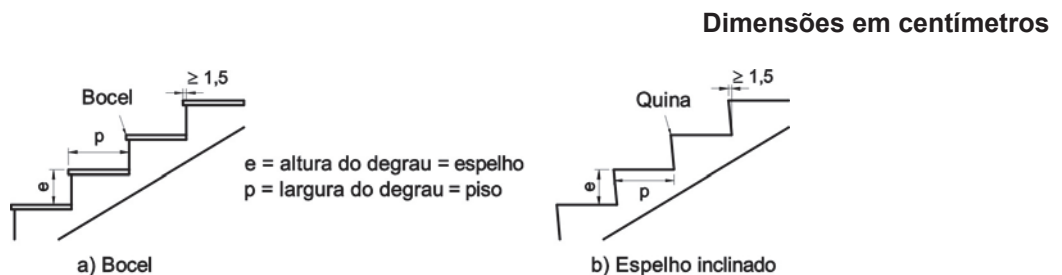


Figura 83 — Altura e largura do degrau

A.2 Tabela Trigonométrica.

Tabela Trigonométrica

	sen	cos	tg
0°	0,000	1,000	0,000
5°	0,087	0,996	0,087
10°	0,174	0,985	0,176
15°	0,259	0,966	0,268
20°	0,342	0,940	0,364
25°	0,423	0,906	0,466
30°	0,500	0,866	0,577
35°	0,574	0,819	0,700
40°	0,643	0,766	0,839
45°	0,707	0,707	1,000
50°	0,766	0,643	1,192
55°	0,819	0,574	1,428
60°	0,866	0,500	1,732
65°	0,906	0,423	2,145
70°	0,940	0,342	2,747
75°	0,966	0,259	3,732
80°	0,985	0,174	5,671
85°	0,996	0,087	11,430
90°	1,000	0,000	---
95°	0,996	-0,087	-11,430
100°	0,985	-0,174	-5,671
105°	0,966	-0,259	-3,732
110°	0,940	-0,342	-2,747
115°	0,906	-0,423	-2,145
120°	0,866	-0,500	-1,732
125°	0,819	-0,574	-1,428
130°	0,766	-0,643	-1,192
135°	0,707	-0,707	-1,000
140°	0,643	-0,766	-0,839
145°	0,574	-0,819	-0,700
150°	0,500	-0,866	-0,577
155°	0,423	-0,906	-0,466
160°	0,342	-0,940	-0,364
165°	0,259	-0,966	-0,268
170°	0,174	-0,985	-0,176
175°	0,087	-0,996	-0,087
180°	0,000	-1,000	0,000

	sen	cos	tg
180°	0,000	-1,000	0,000
185°	-0,087	-0,996	0,087
190°	-0,174	-0,985	0,176
195°	-0,259	-0,966	0,268
200°	-0,342	-0,940	0,364
205°	-0,423	-0,906	0,466
210°	-0,500	-0,866	0,577
215°	-0,574	-0,819	0,700
220°	-0,643	-0,766	0,839
225°	-0,707	-0,707	1,000
230°	-0,766	-0,643	1,192
235°	-0,819	-0,574	1,428
240°	-0,866	-0,500	1,732
245°	-0,906	-0,423	2,145
250°	-0,940	-0,342	2,747
255°	-0,966	-0,259	3,732
260°	-0,985	-0,174	5,671
265°	-0,996	-0,087	11,430
270°	-1,000	0,000	---
275°	-0,996	0,087	-11,430
280°	-0,985	0,174	-5,671
285°	-0,966	0,259	-3,732
290°	-0,940	0,342	-2,747
295°	-0,906	0,423	-2,145
300°	-0,866	0,500	-1,732
305°	-0,819	0,574	-1,428
310°	-0,766	0,643	-1,192
315°	-0,707	0,707	-1,000
320°	-0,643	0,766	-0,839
325°	-0,574	0,819	-0,700
330°	-0,500	0,866	-0,577
335°	-0,423	0,906	-0,466
340°	-0,342	0,940	-0,364
345°	-0,259	0,966	-0,268
350°	-0,174	0,985	-0,176
355°	-0,087	0,996	-0,087
360°	0,000	1,000	0,000