ENSINO DE FUNÇÕES: UMA DISCUSSÃO SOBRE O COMPORTAMENTO VARIACIONAL DE SUAS GRANDEZAS

RONALDO CAETANO BARBOZA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ

AGOSTO - 2013

ENSINO DE FUNÇÕES: UMA DISCUSSÃO SOBRE O COMPORTAMENTO VARIACIONAL DE SUAS GRANDEZAS

RONALDO CAETANO BARBOZA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Geraldo de Oliveira Filho

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES-RJ
AGOSTO - 2013

ENSINO DE FUNÇÕES: UMA DISCUSSÃO SOBRE O COMPORTAMENTO VARIACIONAL DE SUAS GRANDEZAS

RONALDO CAETANO BARBOZA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 27 de Agosto de 2013.

Comissão Examinadora:

Prof[a]. Liliana Angelina León Mescua, D.Sc. - UENF

Prof. Nilson Sergio Peres Stahl, D.Sc. - UENF

Prof. Eduardo Shimoda, D.Sc. - UCAM

Prof. Geraldo de Oliveira Filho, D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico essa dissertação a minha mãe, pelo orgulho demonstrado em cada conquista. Aos eternos amigos do PROFMAT, pelo enorme prazer em lutarmos juntos nessa vitoriosa batalha. Todo meu respeito e admiração.

Agradecimentos

Agradeço a minha mãe, pelo seu amor eterno e incondicional, que fortalece a mente e a alma. A minha filha Branca, que com seu abraço apertado e sorriso sincero ilumina meu caminho para que eu possa ir mais longe, a sua mãe Janine, pelo esforço em compreender meus momentos de ausência. À Roberta, amiga, companheira, amor, inspiração e incentivo em todas as horas. Aos grandes amigos do PROFMAT-UENF, provavelmente a melhor recompensa de toda essa luta, em especial Thiago, que dedicou horas de seu dia para que esse trabalho finalmente acontecesse, à Andressa sua companheira, sempre incansável e uma boa vontade infinita. A todos os meus professores pelos ensinamentos, pela paciência e sabedoria que inspiram e faz querer aprender mais, em especial o professor Geraldo, pela atitude sempre amiga e compreensiva. Ao professor e amigo Shimoda, pela atenção e interesse em ajudar sempre. Muito obrigado!!!

"Não tentes ser bem sucedido, tenta antes ser um homem de valor."

Albert Einstein

RESUMO

As discussões acerca de uma educação completa e para vida tem transformado o ensino de matemática no Brasil. O estudo de matemática no Ensino Médio deve criar no aluno a capacidade de argumentar, tomar decisões, validar e criar soluções para problemas relacionados a vida, ao trabalho e à própria matemática. Nesse aspecto, as funções reais têm papel de fundamental importância, algo reconhecido por autores em seus livros didáticos e por professores que dedicam grande parte do tempo ao ensino de tal assunto. Este trabalho tenta levantar uma discussão para a importância de um debate profundo sobre a variabilidade das grandezas nos problemas de função, caracterizando o comportamento de cada função e permitindo ao aluno modelar um problema a partir de um conjunto de valores conhecidos. Aplica-se uma atividade a alunos de Ensino Médio, que já estudaram as funções reais elementares, com problemas de três tipos: acompanhados da lei de formação, com tabelas de valores e outros com os gráficos da função. Faz-se uma discussão com os resultados obtidos.

Palavras-chave: Ensino de matemática, funções, variabilidade, lei de correspondência.

ABSTRACT

The discussion around a complete education for life has changed the mathematics study teaching in Brazil. The Mathematics study in high school must create in the student the capacity of discussing, making decisions, validating and creating solutions for problems related to life, to work and to Mathematics itself. In this aspect, the real functions have a role of fundamental importance, something recognized by authors and their didactic books and by teachers who have dedicated most part of their time to the teaching of such subject. This work tries to raise an argumentation for the importance of a further debate about the variability of the largeness in the function problems, characterizing each function behavior and allowing the student to model a problem starting from known values. We have applied an activity to high school students who have already studied the real elementary functions with three types of problems: followed by formation law, with value tables and others with function graphics. We have made a discussion with the obtained results.

Keywords: Mathematics teaching, functions, correspondence law.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Introdução

CONTEXTUALIZAÇÃO

Durante grande parte de sua vida acadêmica e profissional, o professor de Matemática tem contato com o estudo/ensino de funções, sejam as funções elementares, sejam as funções com uso de Cálculo Diferencial.

Com o estudante do ensino básico não é muito diferente. De modo geral, o estudo das funções se inicia no 9º ano do Ensino Fundamental II e se estende até o 3º ano do Ensino Médio. Durante esse período, o estudante familiariza-se com as funções afins, constantes, modulares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas e polinomiais. Isso faz das funções, provavelmente, o grande tema do Ensino Médio, o qual se dedica mais tempo em ensiná-lo.

> *O conceito de função permeia grande parte da matemática e, desde as primeiras décadas do presente século, muitos matemáticos vêm advogando seu uso como princípio central e unificador na organização dos cursos elementares de matemática. O conceito parece representar um guia natural e efetivo para seleção e desenvolvimento do material de textos em matemática. Enfim, é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática. (Eves (2008))*

Uma questão a ser levantada é se todo esse tempo dedicado ao ensino das funções tem gerado resultados cognitivos satisfatórios. E mesmo que a resposta seja afirmativa, esse conhecimento é realmente a essência do que se deveria saber sobre tal tema?

O que é visto nos livros didáticos atuais é uma abordagem "estática" de função, em que os alunos resolvem problemas que já vem, de modo geral, acompanhados da fórmula necessária para resolvê-lo.

> *A fim de saber que tipo de função se deve empregar para resolver um determinado problema, é necessário conhecer as propriedades características de cada função, pois as situações da vida real, quer no cotidiano, quer na Tecnologia, quer na Ciência, não surgem acompanhadas de fórmulas explícitas. Este é um ponto de fundamental importância, frequentemente ignorado no ensino formal tradicional, em que os conceitos matemáticos são introduzidos para resolver problemas que se referem a eles mesmos. (Carvalho et al. (2006))*

Segundo Ribeiro (2010),

> *...o estudo do comportamento variacional das funções reais faz-se urgente e necessário na educação básica. Os problemas do cotidiano ou das ciências, que podem ser resolvidos matematicamente, em geral não trazem fórmulas em seus enunciados. Trazem sim "quantidades variáveis" como tempo, lucro, temperatura, peso, população, demanda, preço ou qualquer outra grandeza. O exercício da cidadania, cada vez mais complexo, envolve também o conhecimento sobre como e quanto variam as grandezas presentes em problemas que nos são apresentados em nossa vida cotidiana.*

MOTIVAÇÕES PESSOAIS

A presente pesquisa pretende discutir a importância de um estudo profundo sobre a variabilidade das grandezas nos problemas de funções. Alguns aspectos motivaram essa escolha.

Dois momentos foram preponderantes na decisão da escolha deste trabalho. O primeiro deles foi a surpresa ao conhecer os teoremas de caracterização das funções elementares na disciplina Números, Conjuntos e Funções Elementares, do curso de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT.

Já havia me graduado em Matemática há alguns anos e lecionado por 8 anos no 1° ano do Ensino Médio, onde, de modo geral, estuda-se as funções. Até então, não havia encontrado, em nenhum livro que trabalhei, algo que mencionasse o assunto, assim como também não havia estudado tal assunto na minha graduação em Matemática. Aquilo era simples, sofisticado e poderoso ao mesmo tempo.

O outro momento marcante para motivar uma discussão deste assunto foi uma aula de matemática no Curso de Tecnólogo em Telecomunicações do IFF, em que sou professor. Construí, no quadro, o gráfico da função $f(x) = 2^{|x|}$ (Figura 0.1) e, antes que tal lei fosse escrita, a turma, por unanimidade, afirmava que o gráfico era uma parábola, portanto, a função associada a ele deveria ser uma quadrática.

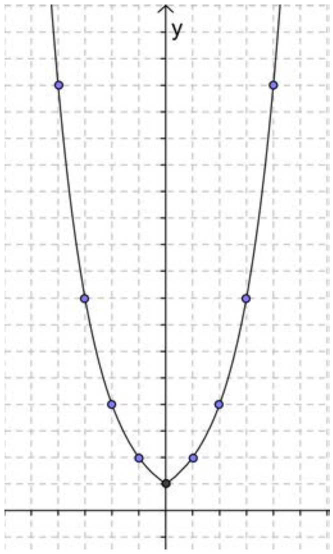


Figura 0.1: Gráfico da função $f(x) = 2^{|x|}$

Percebi que o ensino de funções precisava de mais um elemento para se tornar efetivamente eficiente. Esse elemento é a discussão profunda e imediata, em sala de aula e nos livros didáticos, das características de comportamento variacional das grandezas em estudo.

OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho é compreender como alunos de Ensino Médio se comportam diante de questões que necessitam de uma observação atenta das variações das grandezas, tanto em tabelas como em gráficos, e diante dessa análise concluir sobre a importância de ensinar os teoremas de caracterização das funções elementares no Ensino Médio.

ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho foi dividido em 4 capítulos e apresentado da maneira que se segue.

No capítulo 1 é feita uma discussão sobre a importância do ensino de função e a contribuição que pode ser dada para tornar esse assunto mais completo e eficiente. É mostrado, também, como os PCN abordam as funções valorizando todas as potencialidades deste tema para a vida do indivíduo. É feito, ainda, um breve relato sobre o ensino de função nos livros de ensino médio.

No capítulo 2 é apresentado o aporte teórico utilizado no trabalho e os teoremas de caracterização das funções afins, quadráticas e ainda uma aplicação desses teoremas na física, nos casos dos movimentos uniforme (MU) e uniformemente variado (MUV).

No terceiro capítulo são apresentadas as atividades propostas, todas as discussões acerca dos resultados, algumas soluções comentadas e conclusões para a proposta de inclusão dos teoremas citados no programa de funções do Ensino Médio.

No quarto, e último capítulo, encontram-se as considerações finais sobre o trabalho desenvolvido.

Capítulo 1

REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 ENSINO DE FUNÇÃO

1.1.1 A importância do ensino de função

O conceito de função se estabelece para auxiliar o homem a formar um quadro explicativo do mundo físico e das questões intrínsecas às necessidades humanas.

Segundo Caraça (1951):

> *A realidade que a inteligência humana se esforça por compreender, o mundo no seu sentido mais largo, apresenta-se com duas características essenciais:*
>
> 1. *Interdependência: todas as coisas estão relacionadas uma com as outras, o Mundo, toda essa realidade em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida dos outros.*
>
> 2. *Fluência: o mundo está em permanente evolução, todas as coisas, a todo momento se transforma, tudo flui, tudo devém.*

Com a intenção de explicar a realidade, o homem tenta criar modelos que expliquem de que forma duas grandezas se relacionam, e como as mudanças em uma delas interfere em mudanças na outra. A fim de entender esse comportamento, usamos tabelas, gráficos, expressões analíticas, entre outros mecanismos. Contudo, para fazer previsões e tirar conclusões mais sutis, devemos buscar características de comportamento de cada grandeza que estabelece conexões entre as variações de cada uma delas.

Conhecer as características de comportamento de cada função pode dar, ao aluno, uma visão diferente da matéria. De modo geral, ele vê a matemática como uma "coisa pronta", em que nada há para se criar ou construir. O professor de matemática tem uma importância única nesse processo, cabe a ele dar os recursos para que os alunos "façam" matemática e, ao perceber que podem criar fórmulas, relacionar grandezas, enunciar e demonstrar teoremas. O aluno, assim, se sentirá parte do saber e responsável por sua criação, como um artista com um quadro ou um músico em sua composição.

Essa relação de criador e criatura, entre o aluno e a matemática, despertará o amor e o interesse pela busca em compreendê-la.

Segundo Caraça (1951):

> *Ou se olha para ciência como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é de um todo harmonioso, onde os capítulos se encaixam perfeitamente, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir a maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente - descobrem se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, dúvidas e contradições. Descobre-se ainda coisa mais importante e interessante : - no primeiro aspecto, a Ciência parece bastar-se a si própria, a formação dos conceitos e teorias parece obedecer a necessidades interiores.*

De encontro a esse pensamento, Lima (2001) descreve: "No ensino tradicional formal os conceitos matemáticos são introduzidos para resolverem problemas que se referem a eles mesmos."

É dever do professor de matemática e responsabilidade da escola ensinar uma matemática viva, fruto da brilhante mente humana, na busca pela compreensão da natureza, do mundo, da vida e da própria matemática. Nesse aspecto, o estudo de funções tem importância especial, pois funciona como método para compreender o comportamento variacional de duas grandezas.

Como se dá, em cada caso, a lei de correspondência entre duas grandezas? Uma função é melhor que a outra? Qual modelo terá essa função? Que indícios podemos obter no comportamento de duas grandezas a fim de obter uma expressão analítica que nos faça corresponder cada valor x de uma grandeza a um único valor $y = f(x)$ de outra grandeza?

1.1.2 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são propostas para o Ensino Médio que pretendem explicitar as habilidades e competências que devem ser adquiridas por um aluno nesse nível escolar. O documento legisla a fim de propiciar ao aluno um aprendizado efetivo, que contribua para sua vida pessoal, no trabalho e ainda permita a continuidade dos estudos em quaisquer áreas do conhecimento.

> *Este documento procura apresentar uma proposta para o Ensino Médio que, sem ser profissionalizante, efetivamente propicie um aprendizado útil a vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente... (PCN (2000))*

Como principais objetivos formativos da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias encontrados nos PCN (2000) que convergem com a ideia desse trabalho, podemos destacar:

- Desenvolver a capacidade de questionar processos naturais e tecnológicos, identificando regularidades, apresentando interpretações e prevendo soluções.
- Desenvolver o raciocínio e a capacidade de aprender.
- Desenvolver modelos explicativos para sistemas tecnológicos e naturais.
- Formular hipóteses, prever resultados, interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações.

- Utilizar elementos e conhecimentos científicos e tecnológicos para diagnosticar e equacionar questões sociais e ambientais.

1.1.3 Os livros didáticos de Ensino Médio

Ao analisar as obras mais recentes de Paiva (2009), Iezzi (1990), Ribeiro (2010) e Dante (2011), percebe-se que os autores demonstram preocupações parecidas com ensino-aprendizagem de funções. Uma ideia intuitiva de função é apresentada no início de cada capítulo, com algum exercício-problema, que tem a intenção de dar um caráter prático ao conteúdo, relacionando-o com o dia-a-dia do aluno. Em seguida, num capítulo inicial, se define funções, discutindo seus possíveis domínios e suas imagens, crescimentos, sinais, zeros, as representações por tabelas, gráficos e fórmulas. Alguns desses autores também discutem inversão e composição de funções bem como funções injetoras e sobrejetoras.

O capítulo seguinte dos livros trata das funções afins. Tem-se, em comum, o fato de os autores trabalharem a definição zero da função, crescimento e decrescimento, estudo de sinal e gráfico. Somente um dos autores traz uma demonstração para o fato de o gráfico de uma função afim ser uma reta. A ideia utilizada pelo autor foi apresentar três pontos distintos da função e mostrar que a soma das distâncias de dois mais próximos é igual à distância dos dois mais distantes, o que indica três pontos alinhados.

Os livros de Dante (2011) e Ribeiro (2010) trazem, ao final do capítulo, o teorema de caracterização da função afim, o que é uma novidade em livros de ensino médio, e trabalham alguns exercícios que exploram o teorema, como, por exemplo, verificar se o acréscimo relativo h dado a x gera um acréscimo em y que independe de x. Tal teorema poderia ser tratado no início do capítulo, devido a sua importância e aplicabilidade como "coisa" principal no estudo de tal função e ainda utilizado para provar que o gráfico da função afim é uma reta, sem gerar muitas dificuldades para um aluno de Ensino Médio.

O capítulo seguinte dos livros é sobre funções quadráticas. Capítulo esse que também é iniciado por uma situação-problema, que tem por objetivo mostrar ao aluno a aplicabilidade da função quadrática. Essas situações aparecem de forma bem diversa. Problemas de área, quando desconhecemos lados de retângulos ou quadrados, problemas de máximos quando se quer variar o preço do ingresso de um cinema, que acarreta numa diminuição na venda dos mesmos, ou uma montanha russa que o autor afirma ter a forma de uma parábola.

Os autores seguem o capítulo apresentando a definição de função quadrática, gráfico, vértice, máximos e mínimos, estudo de sinal, zeros da função. Dante (2011) demonstra que o gráfico de $f(x) = x^2$ é uma parábola.

Dante (2011) e Ribeiro (2010) encerram o capítulo com o teorema de caracterização da função quadrática, também resolvem alguns exercícios. O enfoque dado a esse assunto é rápido, o que faz parecer como algo extra, uma complementação da matéria.

1.2 TEOREMAS DE CARACTERIZAÇÃO E SUAS APLICAÇÕES

1.2.1 Função Afim

Definição 1.1 *Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é dita afim se existem constantes a e $b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$.*

Teorema 1.1 *Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função monótona injetiva. Se o acréscimo $f(x+h) - f(x)$ depender apenas de h, mas não de x, então f é uma função afim.*

Recíproca: Se $f(x) = ax + b$ então $f(x+h) - f(x) = ah$ não depende de x, apenas de h.

Em outras palavras, se variações iguais em x geram variações iguais em $f(x)$ então a função é afim.

A ideia algébrica desse fato é que a função afim possui a propriedade de transformar progressão aritmética em progressão aritmética e sua recíproca, se uma progressão aritmética é transformada em outra progressão aritmética, por uma função, então essa função é afim.

Geometricamente esse fato nos leva ao seguinte:

Seja $A(x_0, f(x_0))$, o acréscimo h dado a x_0 gera um acréscimo ah em $f(x_0)$, assim encontramos $B(x_0 + h, f(x_0 + h))$. Podemos observar esse fato na Figura 1.1.

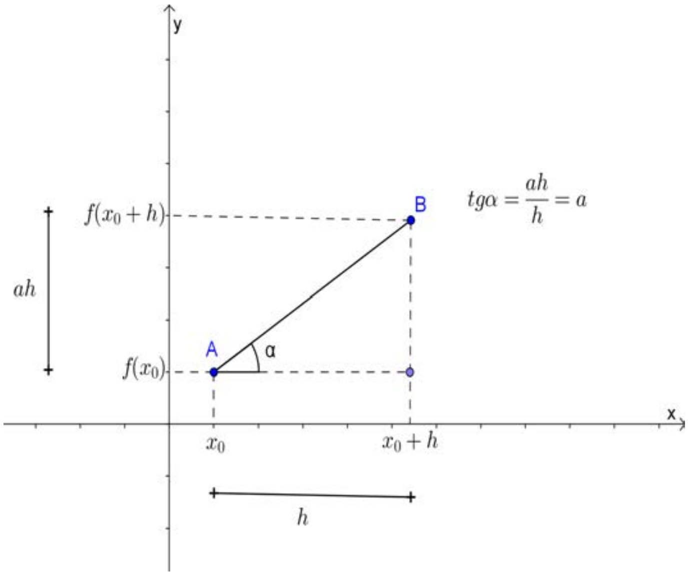


Figura 1.1: Acréscimo h dado a x_0

Um acréscimo h em $x_0 + h$ gera um acréscimo ah em $f(x_0 + h)$, assim temos $C(x_0 + 2h, f(x_0 + 2h))$. Podemos observar esse fato na Figura 1.2.

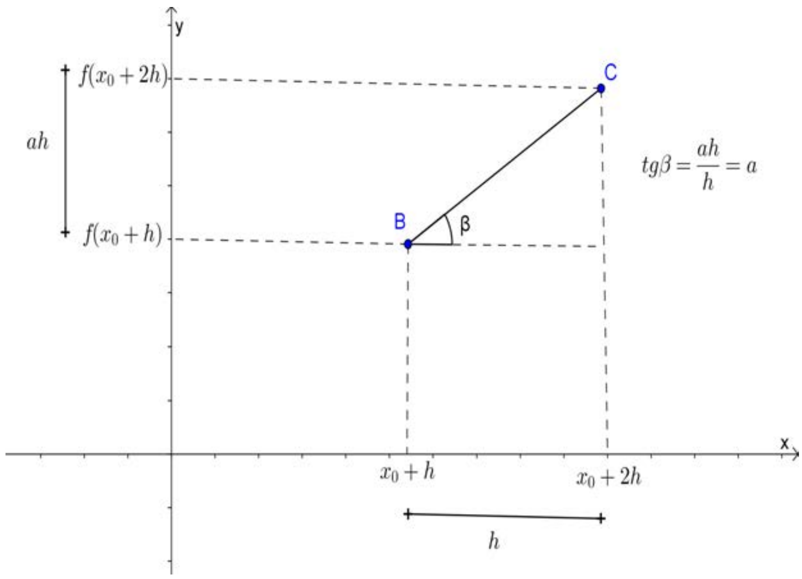


Figura 1.2: Acréscimo h dado a $x_0 + h$

Tome agora os pontos A e C no plano. Um acréscimo $2h$ em x_0 gera um acréscimo $2ah$ em $f(x_0)$, assim temos $C(x_0 + 2h, f(x_0 + 2h))$. Pode-se observar esse fato na Figura 1.3.

Das Figuras 1.1, 1.2 e 1.3 temos que $tg\alpha = tg\beta = tg\gamma = a$. Os pontos A, B e C estarão sobre uma mesma reta de tangente a, qualquer que seja o acréscimo h dado. A

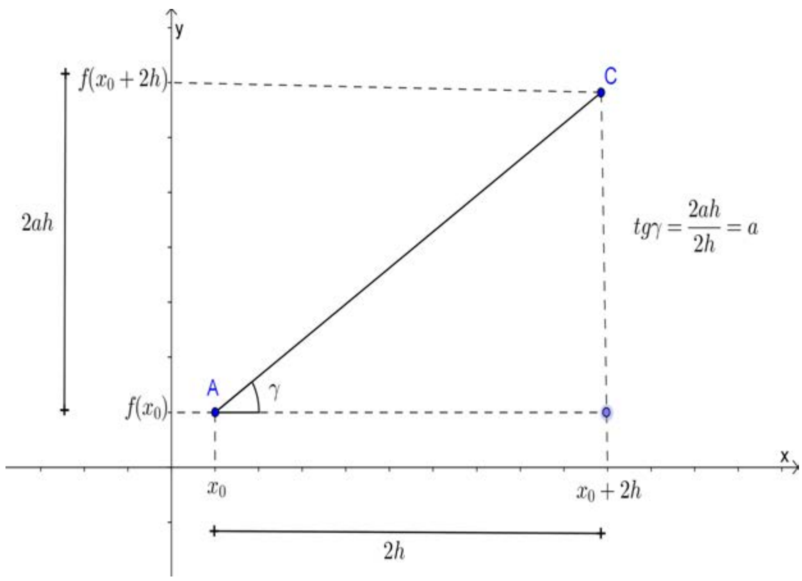


Figura 1.3: Acréscimo $2h$ dado a x_0

imagem ou solução geométrica de uma função é uma reta, pois, como vimos, os pontos estarão sempre alinhados.

A constante a, chamada de taxa de variação da função, tangente do ângulo formado pela reta que contém dois pontos da função com a horizontal é também a razão da progressão aritmética, quando tomamos $h = 1$. A constante b, chamada de valor inicial da função, é o valor da função para $x = 0$.

Vejamos um Exemplo.

Exemplo 1.1 *Uma observação permitiu construir a seguinte tabela sobre a posição de um móvel, com o decorrer do tempo.*

Tempo t	0	1	2	3	4	...
Posição s	5	8	11	14	17	...

Tabela 1.1: Registro da posição em função do tempo

A cada tempo t corresponde uma única posição $s(t)$ para o móvel. Devemos buscar a lei ou expressão analítica que estabelece a correspondência entre as grandezas tempo e posição. Observamos, nessa tabela, que acréscimos constantes dados ao tempo, $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, levam a acréscimos constantes na posição ocupada pelo móvel, $s(0) = 5$, $s(1) = 8$, $s(2) = 11$, $s(3) = 14$, portanto $s(t) = at + b$ os acréscimos em t iguais *a 1 determinam acréscimos em $s(t)$ iguais a 3, logo 3 é a taxa de variação da função. Além disso, $s(0) = 5$ o que nos dá o valor inicial da função.*

A equação $s(t) = 3t + 5$ é a equação horária do espaço para um movimento uniforme em que 3 é a velocidade constante do móvel e 5 sua posição inicial. Podemos observar o gráfico dessa função na Figura 1.4.

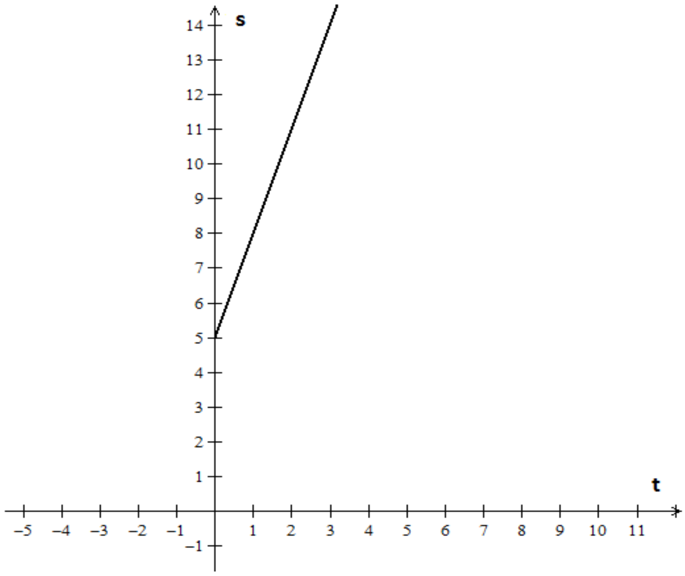


Figura 1.4: Gráfico da função $s(t) = 3t + 5$

1.2.2 Função Quadrática

Definição 1.2 *Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se quadrática se existem constantes a, b e $c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.*

Teorema 1.2 *A fim de que uma função contínua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seja quadrática é necessário e suficiente que toda progressão aritmética não constante x_1, x_2, x_3,..., x_n,... seja transformada por f numa progressão aritmética de segunda ordem não degenerada $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$, $y_3 = f(x_3)$,..., $y_n = f(x_n)$,...*

A demonstração do Teorema 1.2 pode ser encontrada detalhadamente em Lima (2001).

Se x e y são duas grandezas, que se relacionam de tal forma que variações constantes numa grandeza gera termos consecutivos, cujas diferenças formam uma PA, então, $y = f(x)$ em que $f(x) = ax^2+bx+c$. Reciprocamente, a função quadrática transforma uma PA em uma PA de segunda ordem, ou seja, a função quadrática é o modelo para progressões aritméticas de segunda ordem.

Observe a Tabela 1.2 para a função $y = x^2 - 5x + 6$:

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y	...	20	12	6	2	0	0	2	6	12	20	...
Δy	...	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	...
$\Delta^2 y$	...	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	...

Tabela 1.2: Tabela de Primeira e Segunda Variações da Função Quadrática

A sequência dos valores de y é PA de segunda ordem, pois, a sequência Δy das diferenças de termos consecutivos é uma PA, o que torna a sequência $\Delta^2 y$ constante.

De fato:

Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(n) = an^2 + bn + c, n \in \mathbb{N}$$

$$f(n+h) = a(n+h)^2 + b(n+h) + c$$

1ª variação:

$$g(n) = f(n+h) - f(n) = 2anh + ah^2 + bh$$

$$g(n+h) = 2anh + 2ah^2 + ah^2 + bh$$

2ª variação:

$$t(n) = g(n+h) - g(n)$$

$$t(n) = 2ah^2$$

Observa-se que a primeira varaição $g(n)$ é uma função afim em n e a segunda variação $t(n)$ é constante, pois não depende de n.

A Figura 1.5 é a representação geométrica da função $y = x^2 - 5x + 6$, em que as variações de uma unidade em x ($h = 1$) geram a PA $(..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, ...)$ de razão $r = 2ah^2$, logo $r = 2 \cdot 1 \cdot 1^2 = 2$.

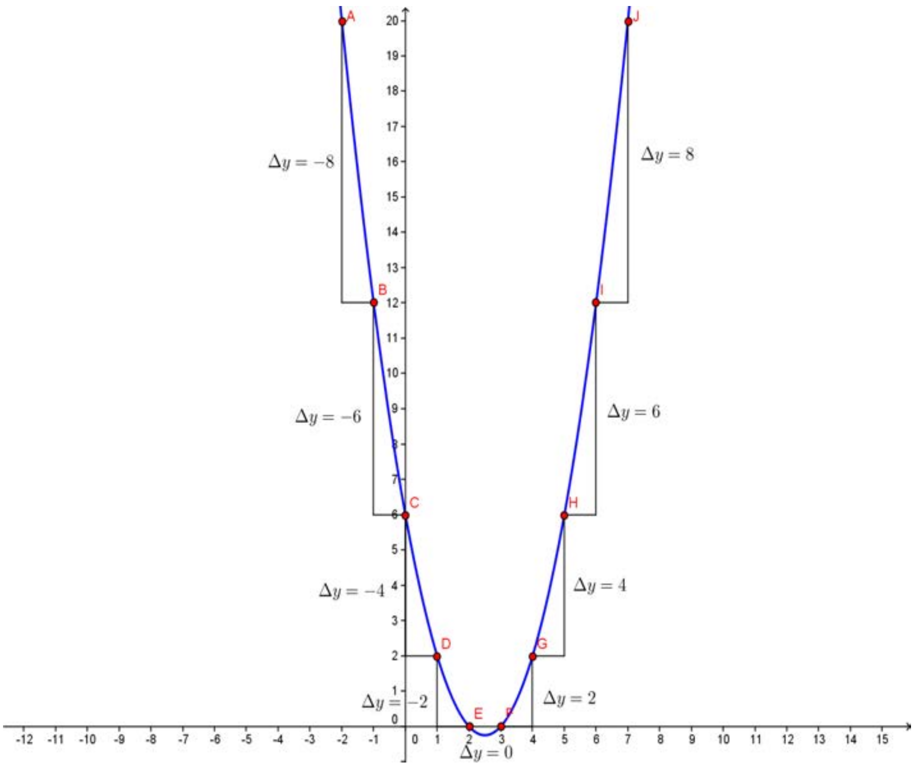


Figura 1.5: Gráfico da função $y = x^2 - 5x + 6$

Observa-se uma aplicação no movimento uniformemente variado, em que $s = s_0 + v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$, a velocidade é uma função afim do tempo, enquanto a posição do móvel é uma função quadrática.

$(1, 3, 6, 10, 15, 21, ...)$ é a sequência dos números triângulares.

$(1, 4, 9, 16, 25, 36, ...)$ é a sequência dos números quadrangulares (quadrados perfeitos).

$(1, 5, 12, 22, 35, 51, ...)$ é a sequência dos números pentagonais.

As sequências dos números poligonais são exemplos de progressões aritméticas de segunda ordem.

Segundo Mesa and Ochoa (2008), *apud* Resende (2008), ao realizar experiência de uma bolinha que rola um plano inclinado, (Figura 1.6) Galileu chega à seguinte conclusão:

Daqui se deduz com toda a evidência que: se em intervalos de tempos iguais considerados a partir do início do movimento, tais como DC, DE, EF, FG, se percorrerem os espaços HL, LM, MN, NI, estes espaços estarão entre si como os números ímpares a partir da unidade; quer dizer, como $1, 3, 5, 7$*; porque esta é a razão dos excessos dos quadrados das linhas que vão excedendo uma as outras, e cujo excesso é igual à menor delas; ou seja, é a razão dos excessos dos quadrados consecutivos a partir da unidade. Por conseguinte, enquanto a velocidade cresce, durante tempos iguais, de acordo com a sucessão simples dos números, os espaços percorridos, durante esses tempos, recebem incrementos de acordo com a sucessão dos números ímpares, a contar da unidade. Galileu (1996)*

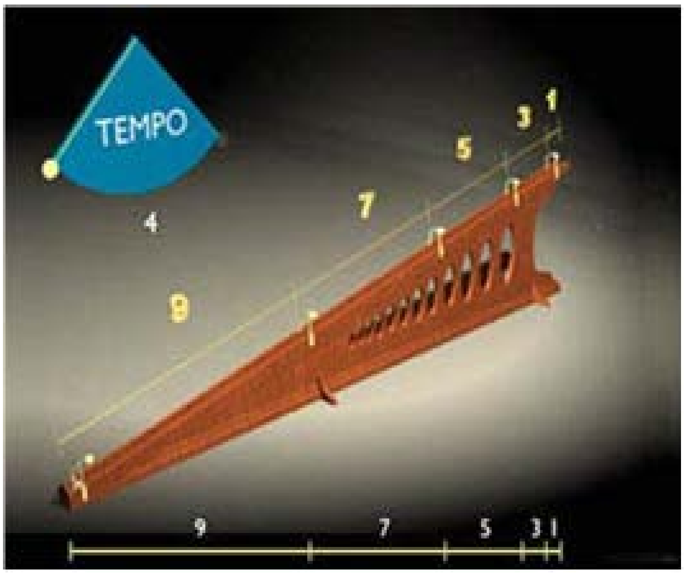


Figura 1.6: Ilustração do instrumento que permite realizar a experiência realizada por Galileu

Capítulo 2

METODOLOGIA

2.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

2.1.1 Classificação da pesquisa

Como esse trabalho visa investigar a aprendizagem dos alunos de Ensino Médio sobre funções afins e quadráticas, principalmente a capacidade na resolução de problemas em que a lei de formação não acompanha a questão, realizamos um estudo específico aplicado a um grupo de alunos. A presente pesquisa pode ser classificada como estudo de caso.

A partir do desempenho de um grupo de alunos numa atividade proposta, tenta-se propor uma intervenção no ensino de funções. A teoria a ser testada neste trabalho são os teoremas de caracterização das funções afins e quadráticas. O grupo em estudo é formado por alunos de 3° ano, que cursaram o 1° ano (onde, de modo geral o ensino de funções tem maior ênfase) em diversas escolas diferentes, pois, a escola onde a atividade foi aplicada só possui dois anos de existência, portanto, as experiências desses alunos são as mais diversas possíveis, professores diferentes, materiais didáticos diferentes, ambientes de aprendizagem totalmente diferentes, o que torna o grupo bastante heterogêneo.

> *A vantagem mais importante para a utilização de fontes múltiplas de evidência é o desenvolvimento de linhas convergentes de investigação, enquanto processo de triangulação de dados. Assim, qualquer descoberta ou conclusão em um estudo de caso provavelmente será muito mais convincente e acurada se baseada em várias fontes distintas de informação, obedecendo a um estilo corroborativo de pesquisa. (Yin, 2005, apud Meirinhos and Osório (2010))*

Este trabalho dará uma discussão qualitativa das soluções apresentadas, porém algumas questões quantitativas serão apresentadas, a fim de apontar evidências numéricas sobre as questões estudadas.

Segundo Yacuzzi (2005, apud Meirinhos and Osório (2010)):

> *Na inferência lógica (que alguns chamam científica ou causal), o investigador postula ou descobre relações entre características, num quadro conceptual explicativo. A relevância do caso e a sua generabilidade não são provenientes da estatística, mas sim da lógica: as características do estudo de caso propagam-se a outros casos pela força de uma lógica explicativa (p. 8).*

2.1.2 Ensino/Modelagem

> *Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação dos modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (Bassanezi (2002))*

Nessa concepção de resolução de problemas e modelagem matemática, o trabalho pretende tentar cobrir um gargalo que, aparentemente, existe no ensino de funções no Ensino Médio. A Figura 2.1 ilustra o processo de modelagem segundo Edwards and Hamson (2001).

O gargalo supracitado se encontra no item 2 da Figura 2.1. Os problemas de matemática, de modo geral, especialmente os que abordam as funções, quase sempre vêm

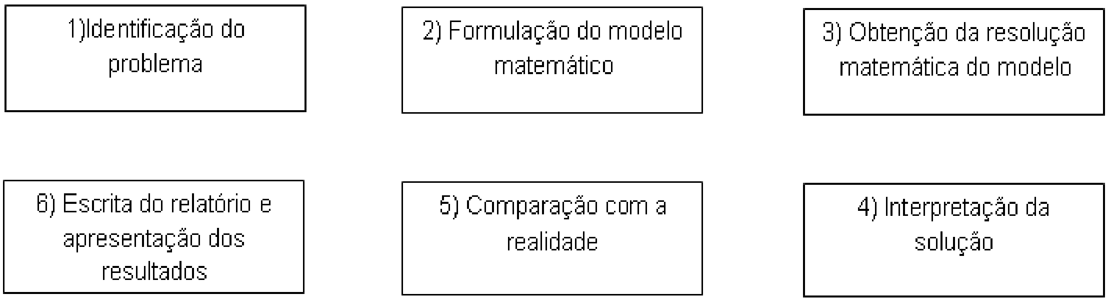


Figura 2.1: Esquema do processo de modelagem

acompanhados do modelo que os resolve, conhecer as caracterizações de cada uma das funções elementares é de fundamental importância para formulação de um modelo matemático num problema real. O ensino de funções deve criar no estudante um interesse investigativo, uma vontade de prever, de criar, generalizar.

Observe o Exemplo 2.1, retirado do livro Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia de Ribeiro (2010).

Exemplo 2.1 *O código de trânsito brasileiro determina que o limite de álcool no sangue, para uma pessoa dirigir um automóvel, é de até* $0,6g/L$*. Suponha que um teste de alcoolemia acusou a presença de* $1,8g/L$ *de álcool no sangue de um indivíduo. A partir do momento em que ele para de beber, a quantidade, em* g/L*, de álcool no sangue decresce segundo a função* $f(t) = 1,8.2^{-0,5t}$*, sendo* t *medido em horas.*

a) *Quando* $t = 2$*, qual a quantidade de álcool no sangue do indivíduo?*

b) *Quantas horas após esse indivíduo parar de beber a quantidade no seu sangue atingirá o limite tolerável para ele poder dirigir?*

Como é visto no Exemplo 2.1, o item 2 da Figura 2.1 já o acompanha, podemos fazer discussões acerca dos outros 5 itens e até relações com outras áreas do conhecimento como a biologia, ou até a sociologia, mas o modelo matemático é pronto e estático.

De onde vem a lei dessa função? Como isso surge? Como descobrir essa lei? Por que ela é da forma exponencial? Alguma outra lei poderia ser usada no lugar dessa?

Pretende-se concluir, com essa atividade, que o ensino de função pode e deve ser reformulado e, como ponto central de seu estudo no Ensino Médio, devemos ter as características de cada função.

2.2 ESTUDO DE CASO

2.2.1 Local

A atividade apresentada ocorreu no Colégio João XXIII, que oferece o ensino médio, sendo pertencente à rede privada do município de Campos dos Goytacazes.

2.2.2 Recorte temporal

A coleta dos dados foi realizada no final do 2º bimestre letivo de 2013, durante o mês de junho. No momento da aplicação dos instrumentos avaliativos, os alunos já tinham estudado o tema analisado, tanto no 1º ano do ensino médio quanto no presente ano letivo.

2.2.3 Descrição da amostra

A atividade apresentada foi aplicada a uma única turma de 3º ano do Ensino Médio que possuía 25 alunos, dos quais 22 estavam presentes e responderam às atividades propostas. Para identificação da amostra, cada aluno foi numerado de A1 até A22.

Mediante entrevista, foi obtida a informação de que esses 22 alunos estudaram o 1º ano do ensino médio em 7 escolas diferentes, sendo uma na cidade do Rio de Janeiro e seis em Campos dos Goytacazes.

2.2.4 Descrição do instrumento avaliativo

Foram elaborados 7 problemas (4), sendo cada problema subdividido em 3 itens: (1) uma pergunta fechada, em que o aluno tinha que identificar qual o tipo de função estava presente na questão; (2) uma pergunta aberta, sobre os indícios que o permitiram tirar tal conclusão e; (3) outra pergunta aberta, em que o aluno tinha que apresentar algum valor da função que não estava explícito no problema, sendo essa última com objetivo de entender o método utilizado para encontrar valores desconhecidos. Para resolução dos problemas apresentados na atividade, foi permitido o uso de calculadora e os alunos tiveram 90 minutos disponíveis para resolução.

As questões foram dispostas de forma a iniciarem com as mais fáceis, em que se esperaria maior frequência de acertos até as mais difíceis, que exigiam dos alunos uma observação atenta as variações das grandezas e/ou a forma do gráfico.

As funções abordadas no instrumento avaliativo, bem como comentários relacionados à forma de apresentação da função são apresentados no quadro seguinte.

PROBLEMA	FUNÇAO ABORDADA	COMENTARIOS
1	Afim	Problema tradicional (f(x)=1,80x + 3,20), espera-se facilidade em sua resolução.
2	Quadrática	$f(x)= n^2 – n$, espera-se que o aluno identifique a lei da função bem como encontre determinado valor pedido sem muita dificuldade.
3	Afim	As variações constantes na tabela de valores devem tornar a identificação da função e a determinação de um ponto algo de percepção relativamente fácil.
4	Afim	E esperado que o aluno associe os pontos alinhados a sua respectiva função. Em seguida observe as variações para determinar um valor pedido.
5	Quadrática	A posição do móvel varia em PA de segunda ordem, o que deve causar certa confusão para identificar a função e também para calcular um determinado valor.
6	Quadrática	Como os pontos da curva são de um mesmo ramo da parábola imagina-se que pode haver confusão com outro tipo de gráfico/função.
7	Exponencial	O gráfico de $y = 2^{\|x\|}$ se assemelha a uma parábola, tal fato pode gerar grande confusão.

2.2.5 Variáveis analisadas e análises estatísticas

Basicamente foram analisadas frequências absoluta e relativa de acertos nos itens 1 e 3 para cada questão. O item 2 foi utilizado para a discussão qualitativa a respeito do acerto ou erro no item 1.

Capítulo 3

RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 ANÁLISE INDIVIDUAL DOS PROBLEMAS

3.1.1 Problema 1

(Dante (2011), p. 112) Um motorista de táxi cobra uma taxa fixa de $R\$3,20$ pela bandeirada e $R\$1,80$ por cada quilômetro percorrido. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros, em reais, é dado por: $f(x) = 1,80x + 3,20$.

Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas distância percorrida e preço da corrida?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Qual o valor de uma corrida de 5km?

Item 1

O gabarito para o Problema 3.1.1, item 1 é a letra "a"(função afim), sendo que 100% dos alunos acertaram a questão.

Item 2

A seguir são apresentadas algumas justificativas dadas pelos alunos:

CORRETAS:	
A10	As funções de 1º grau são dados pela formula: ax+b
A2:	O modelo da função
A 15:	Pelo modelo da fórmula

Transcrição

A10: As funções do 1º grau são dadas pela fórmula $ax + b$

A2: O modelo da função

A15: Pelo modelo da fórmula

Um fato interessante a ser observado é o uso do termo modelo para expressar a forma da função e provavelmente o fato de grande parte dos alunos desconhecer o termo modelar ou modelagem na matemática .

Item 3

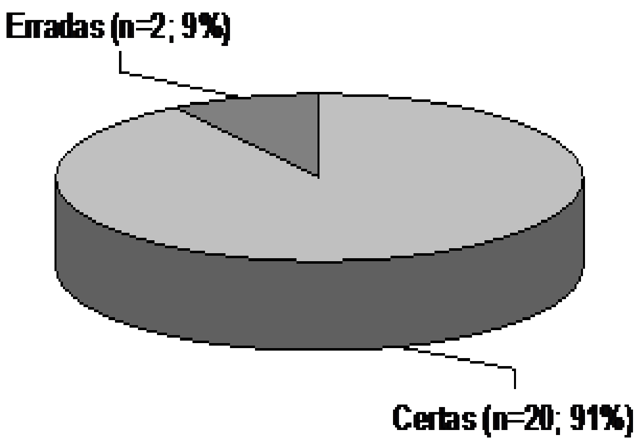


Figura 3.1: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.1, item 3

Os alunos A16 e A19 encontraram a resposta $R\$9,00$ efetuando apenas $5 \cdot R\$1,80$ sem somar os $R\$3,20$ da "fórmula". Os outros 20 alunos encontraram $R\$12,20$ como solução, que é a resposta correta.

O alto índice de acerto mostra que os alunos identificaram uma função afim pelo modelo/forma da função ($f(x) = ax + b$), bem como encontraram um valor da função através da manipulação dessa fórmula.

3.1.2 Problema 2

(Dante (2011), p. 151) Se num campeonato de futebol cada clube se enfrenta em duas partidas então o número de partidas do campeonato pode ser calculado em função da quantidade n de times na competição por: $f(n) = n^2 - n$.

Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Quantas partidas serão realizadas num campeonato com 20 clubes?

Item 1

A alternativa correta é a letra "b" (função quadrática), resposta encontrada por 16 dos 22 alunos, enquanto 6 deles afirmaram que o problema se tratava de uma função do tipo exponencial.

Item 2

Percebe-se, nessa questão, que alguns alunos confundem o fato de uma variável ter um expoente diferente de 1 com uma função ser exponencial. O quadro seguinte mostra algumas argumentações apresentadas.

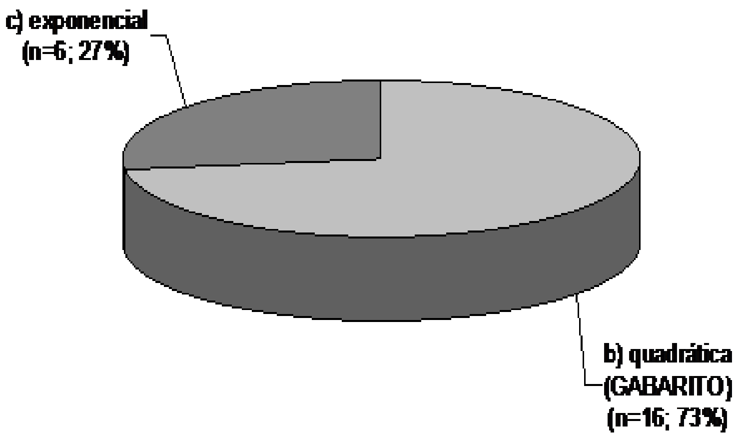


Figura 3.2: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.2, item 1

CORRETAS:	
A3:	As funções de 2º são dadas pela formula: ax^2+bx+c
A18:	modelo da fórmula
A 20:	o modelo da fórmula ($y=ax^2+bx+c$)
ERRADAS:	
A 12:	Por possuir um expoente na variável
A 15:	Pelo modelo da fórmula.

Transcrição

A3: As funções do 2º grau são dadas pela fórmula $ax^2 + bx + c$

A18: Modelo da fórmula

A20: Modelo da fórmula ($y = ax^2 + bx + c$)

A12: Por possuir um expoente na variável

A15: Pelo modelo da fórmula

Item 3

O aluno A19 encontrou 40 partidas como solução, enquanto 21 deles acertaram a resposta, chegando ao valor correto de 380 partidas. Apesar de alguns terem errado o modelo da função, acertaram esse item, pois souberam usar a fórmula.

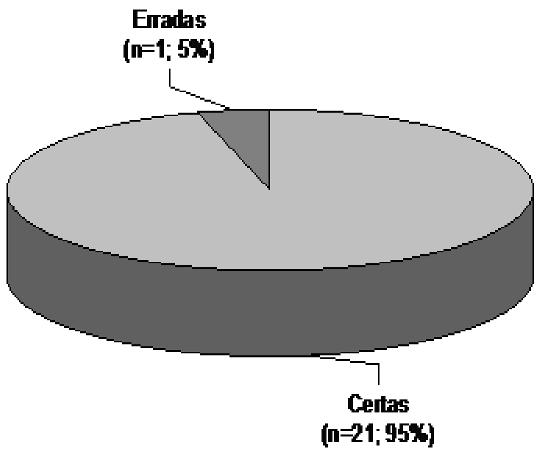


Figura 3.3: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.2, item 3

3.1.3 Problema 3

A tabela abaixo mostra a posição ocupada por um móvel num dado instante

Tempo	0	2	4	6	8	10	...
Posição	15	27	39	51	63	75	...

Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Qual a posição ocupada pelo móvel no instante 7 segundos?

Item 1

Observa-se, na Figura 3.4, uma queda no índice de acerto do Problema 3.1.1, item 1, para o Problema 3.1.3, item 1. Dezoito dos 22 alunos acertaram o modelo de função que caracteriza a tabela de valores o que representa 82% de acerto. Enquanto que no

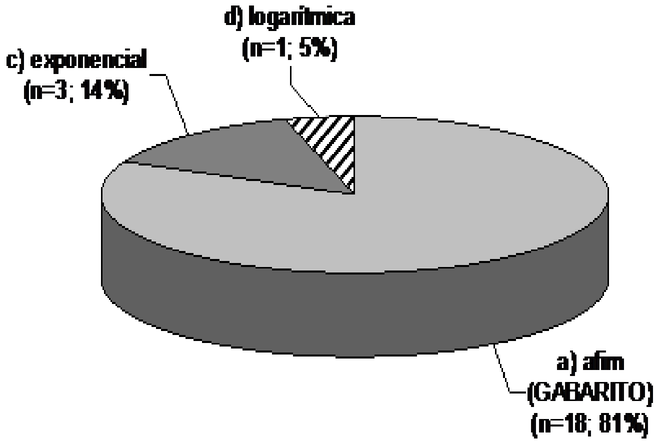


Figura 3.4: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.3, item 1

Problema 3.1.1, item 1, 100% dos alunos identificaram a função afim.

Item 2

CORRETAS:	
A16:	É constante.
A5:	Modelo $f(x) = ax+b$.
A 3:	A variação entre tempo e posição é sempre constante, para cada 2 unidades de tempo temos 12 unidades de posição
ERRADAS:	
A 21:	A posição do móvel aumenta 12 vezes a cada 2 u.t

Transcrição

A16: É constante

A5: Modelo $f(x) = ax + b$

A3: A variação entre tempo e posição é sempre constante, para cada 2 unidades de tempo temos 12 unidades de posição

A21: A posição do móvel aumenta 12 vezes a cada 2 u.t

Item 3

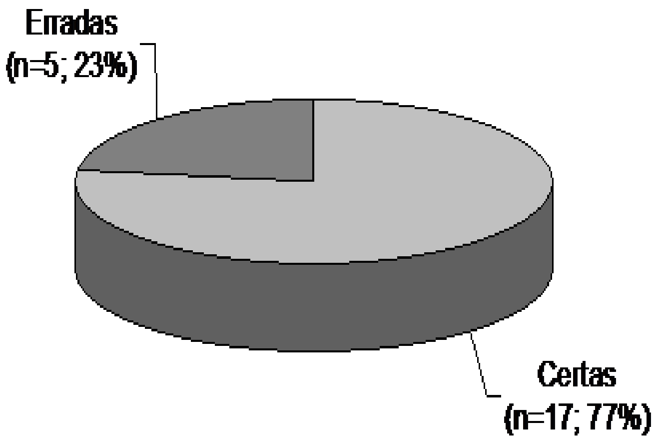
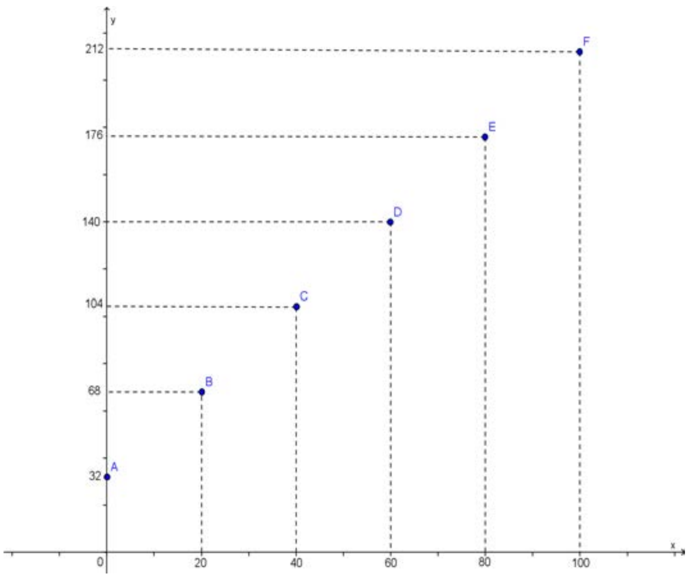


Figura 3.5: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.3, item 3

3.1.4 Problema 4

O gráfico abaixo mostra o valor de uma grandeza y a partir de uma grandeza x.



Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Qual o valor de y quando $x = 30$?

Item 1

Os alunos relacionaram o alinhamento dos pontos a uma função afim.

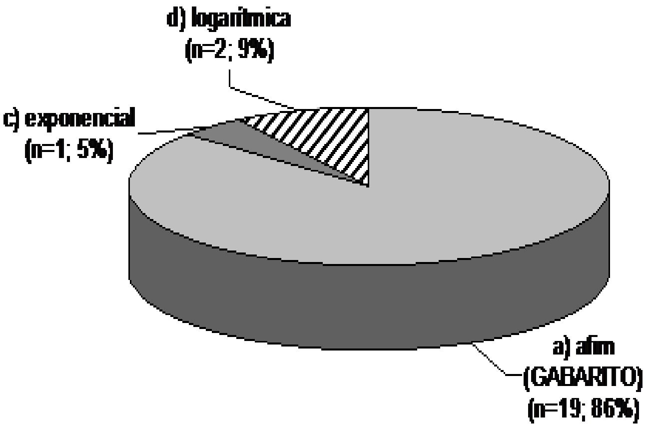


Figura 3.6: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.4, item 1

Item 2

CORRETAS:	
A20:	O gráfico forma uma reta
A15:	Pela forma do gráfico.
A 17:	constante

Transcrição

A20: O gráfico forma uma reta

A15: Pela forma do gráfico

A17: Constante

Item 3

Os três alunos que erraram esse item aplicaram a ideia de proporcionalidade.

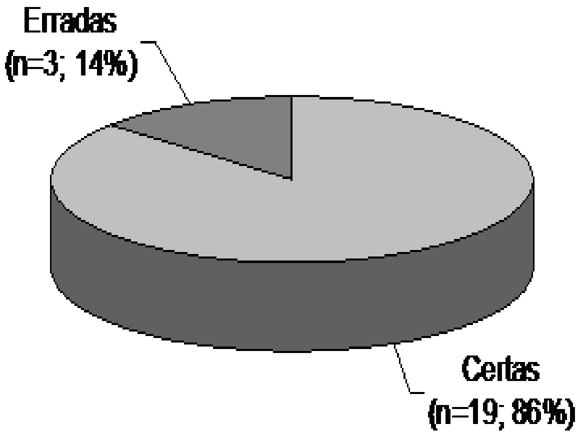


Figura 3.7: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.4, item 3

CORRETAS:	
A5:	$f(x) = 1,8x + 32$ $f(30) = 1,8 \cdot 30 + 32 = 86$
A19:	Entre 68 e 109
A15:	$\boxed{y = 86}$ $y = 1,8.30 + 32$ $y = 54 + 32$ $y = 86$

Transcrição

A5: $f(x) = 1,8x + 32$

$f(30) = 1,8.30 + 32 = 86$

A19: Entre 68 e 109

A15: $y = 86$

$y = 1,8.30 + 32$

$y = 54 + 32$

$y = 86$

Diferentemente do Problema 3.1.3, nesta questão muitos alunos encontraram a lei de formação da função para então determinar o valor solicitado na função.

3.1.5 Problema 5

A tabela abaixo mostra a posição ocupada por um móvel num dado instante.

Tempo	1	3	5	7	9	...
Posição	4	12	28	52	84	...

Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Calcule a posição do móvel $parat = 2$.

Item 1

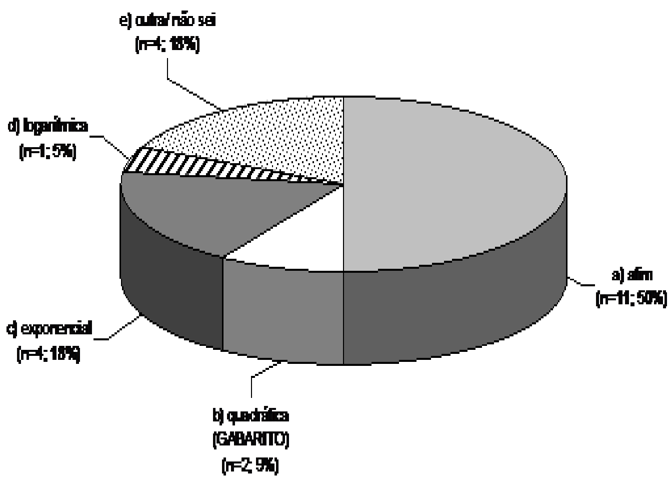


Figura 3.8: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.5, item 1

Somente 2 alunos assinalaram a alternativa correta, porém no problema 2 dezesseis alunos acertaram o modelo da função quando a fórmula vinha pronta na questão.

Item 2

Os alunos que marcaram a alternativa correta no item 1 não justificaram esse item.

ERRADAS:	
A19:	Pois é uma PA simples
A21:	A razão com que a posição do móvel aumenta
A14:	Os acrescimos aumentam pois vão se multiplicando

Transcrição

A19: Pois é uma PA simples

A21: A razão com que a posição do móvel aumenta

A14: Os acréscimos aumentam pois vão se multiplicando

Item 3

Neste item, todos os alunos erraram. Os alunos A14 e A16 consideraram as variações constantes dentro de um intervalo, apesar disso não ocorrer na sequência.

ERRADAS	
A14:	Se levarmos em conta de que entre 1 e 3 obteremos um acrescimo de 8 podemos concluir que: 1 | 2 | 3 / 4 | 8 | 12 a posição é 8
A16:	Posição = 8

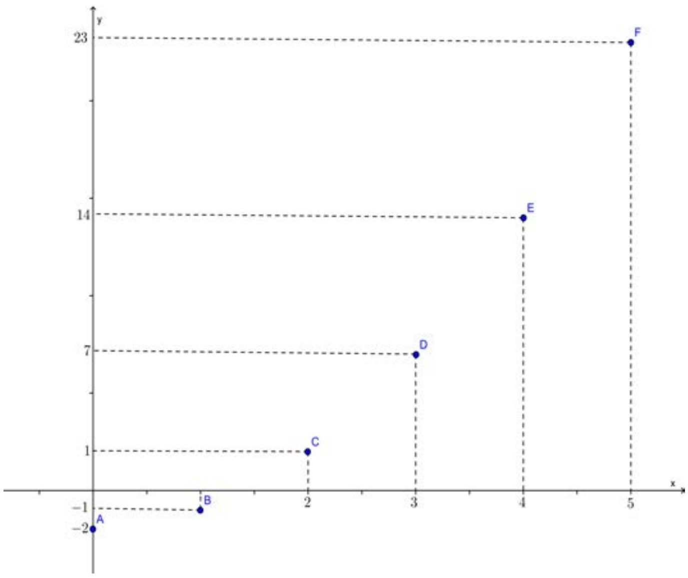
Transcrição

A14: Se levarmos em conta de que 1 e 3 obteremos um acréscimo de 8 podemos concluir que a posição é 8

A16: Posição $= 8$

3.1.6 Problema 6

Observe o gráfico abaixo e determine o que se pede.



Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Calcule o valor de y para $x = -1$.

Item 1

No item 1 do Problema 3.1.2, 16 alunos identificaram a função como exponencial, aqui observando um só dos ramos de uma parábola, um único aluno acerta o item, porém não apresenta justificativa, o que pode representar uma resposta aleatória.

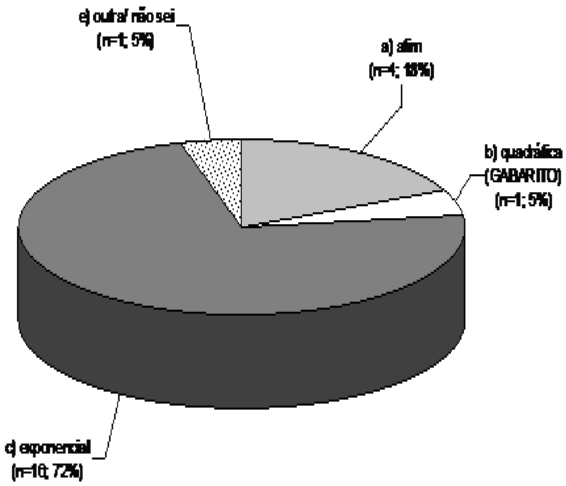


Figura 3.9: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.6, item 1

Item 2

ERRADAS:	
A3:	a curva do gráfico
A9:	Atravéz da fórmula $y=a^x$

Transcrição

A3: A curva do gráfico

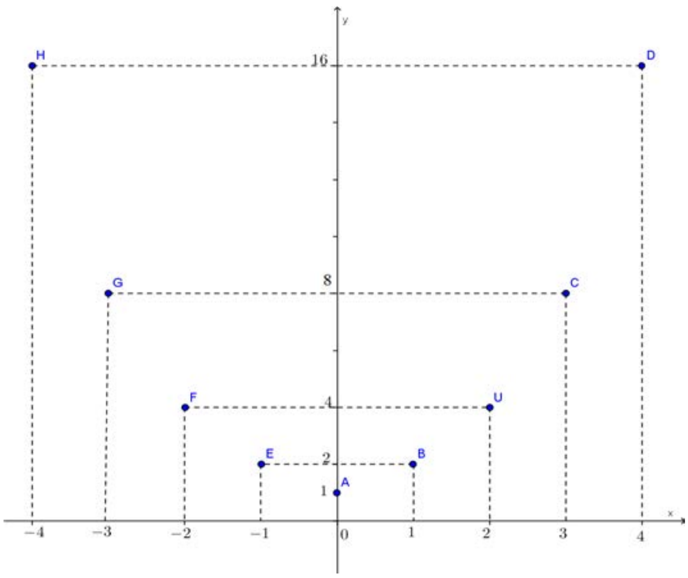
A9: Através da fórmula $y = a^x$

Item 3

Nenhum aluno acertou esse item, inclusive o aluno que indicou corretamente a função como quadrática.

3.1.7 Problema 7

Observe o gráfico abaixo e determine o que se pede.



Item 1

Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) Afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra

Item 2

Que observação permitiu essa conclusão?

Item 3

Determine o valor de y para $x = 5$.

Item 1

A forma do gráfico foi suficiente para que 100% dos alunos concluíssem sobre seu modelo. Nenhum aluno acertou esse item.

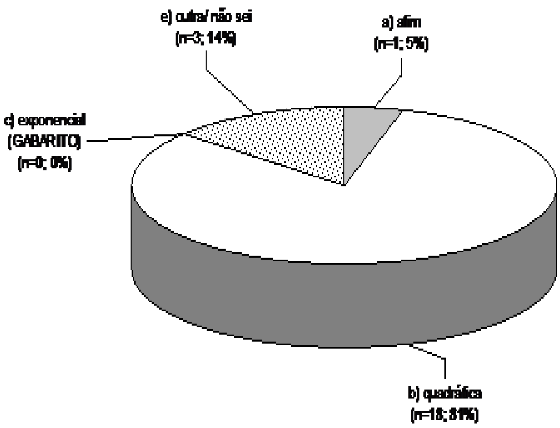


Figura 3.10: Frequência de respostas certas e erradas no Problema 3.1.7, item 1

Item 2

ERRADAS:	
A13:	A análise do grafico que forma uma parabola
A15:	Modelo do gráfico.

Transcrição

A13: Análise do gráfico que forma uma parábola

A15: Modelo do gráfico

Item 3

Observa-se, na Figura 3.11, que o aluno A3 identifica a função como quadrática e, a partir de três pontos da curva, encontra a função do 2º grau que os contêm, porém nenhum outro ponto do gráfico pertence a essa função.

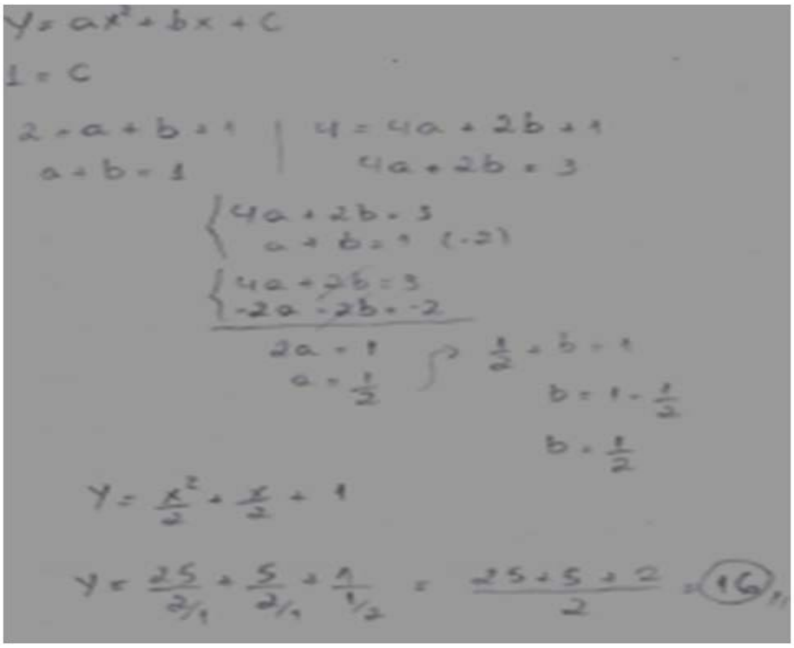


Figura 3.11: Resolução do Problema 3.1.7, item 1, pelo aluno A3

Transcrição

A3:

$y = ax^2 + bx + c$

$1 = c$

$2 = a + b + 1 \qquad\qquad 4 = 4a + 2b + 1$

$a + b = 1 \qquad\qquad\qquad 4a + 2b = 3$

$4a + 2b = 1$

$a + b = 1.(-2)$

$4a + 2b = 1$

$-2a - 2b = -2$

$2a = 1$

$a = \dfrac{1}{2} \rightsquigarrow \dfrac{1}{2} = b + 1 \rightsquigarrow b = 1 - \dfrac{1}{2} \rightsquigarrow b = \dfrac{1}{2}$

$y = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{2} + 1$

$y = \dfrac{25}{2} + \dfrac{5}{2} + 1 = \dfrac{25 + 5 + 2}{2} = 16$

3.1.8 Análise Conjunta dos Problemas

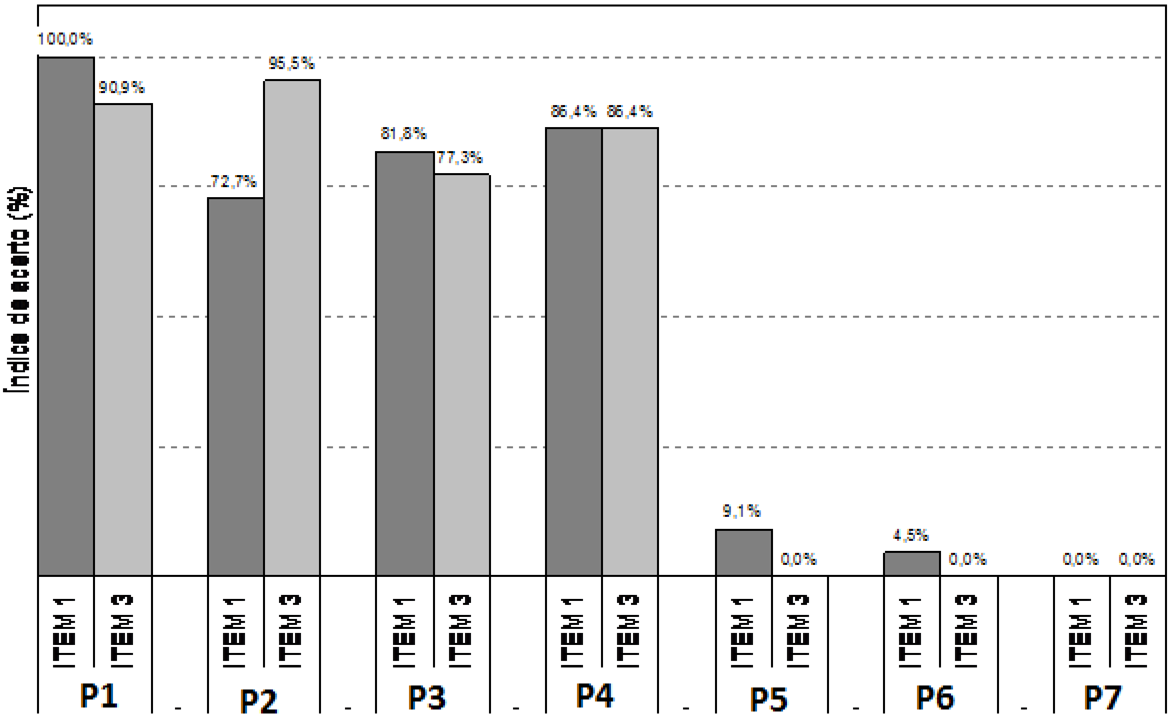


Figura 3.12: Comparação de acertos dos itens 1 e 3 de cada problema

Os problemas 3.1.1 e 3.1.2 vêm acompanhados da lei de formação de cada função e tiveram alto grau de acertos nos itens 1 e 3. Os problemas 3.1.3 e 3.1.4, apesar de não estarem acompanhados da lei de formação, têm em suas grandezas variações constantes, o que permitiu conclusões mais fáceis, gerando altos índices de acertos. Nos problemas 3.1.5, 3.1.6 e 3.1.7, as grandezas não variam de forma linear, no gráfico da função quadrática foi colocado apenas um de seus ramos e a exponencial é uma composição de duas exponenciais, o que assemelha seu gráfico a uma parábola. Tudo isso causou grande confusão, gerando baixos índices de acertos.

Capítulo 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se concluir, com esse trabalho, que os alunos têm facilidade para aplicar a fórmula e analisar problemas com variações constantes nas grandezas, porém, se uma grandeza não varia de forma constante, o aluno não consegue identificar a função, como também não consegue calcular valores que não estão explícitos.

A exploração dos teoremas de caracterização, em sala de aula, deve levar os alunos a se posicionarem de forma mais crítica, fazendo-os observar a variação das grandezas e permitindo-os concluir com mais facilidade sobre a função que modela um certo problema proposto. Não pode parecer natural que, num problema com um único ramo de uma parábola, um aluno de Ensino Médio não consiga concluir sobre a função estudada, como aconteceu com 21 dos 22 alunos no problema apresentado.

O A3, certo de que o gráfico do problema 7 era uma parábola, consegue achar a função quadrática que contém 3 pontos do gráfico, porém os outros pontos do gráfico não pertencem à função. O problema pode parecer uma "pegadinha", parecer que induz o aluno ao erro, o que parece "pegadinha" de verdade é não despertar nos alunos a crítica para análise variacional das grandezas de uma função. Uma educação plena e eficaz deve criar um aluno crítico e observador e a proposta apresentada vai de encontro com essa ideia.

Em trabalhos futuros, pode-se estender a caracterização para outras funções, aplicar as ideias propostas em um grupo de alunos a fim de constatar as análises e conclusões desse trabalho.

Com a realização dessa pesquisa, baseada no estudo de caso, pudemos perceber que muito ainda devemos evoluir na abordagem das funções no Ensino Médio. Sabe-se que o grande desafio da educação, hoje, é trazer os conteúdos pra situações reais de uso na vida cotidiana, relaconá-los a outos conteúdos das variadas disciplinas e, principalmente, fazer com que o aluno se torne crítico, investigativo, pronto para atuar e transformar a sociedade. A presente investigação é uma tentativa de adequação de um conteúdo matemático às suas reais situações de uso. Espera-se que a análise aqui proposta possa estimular os professores que atuam nessa modalidade de ensino a serem mais criativos em suas abordagens, valorizando a matemática e o efetivo aprendizado do seu aluno.

Referências Bibliográficas

Barasuol, F. (2006). Modelagem matemática:uma metodologia alternativa para o ensino da matemática. *UNIrevista - n° 2.*, 1.

Barreto, M. (2008). Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio. *Artigo adaptado da dissertação de mestrado Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários.*

Bassanezi, R. (2002). *Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

Caraça, B. (1951). *Conceitos Fundamentais da Matemática.* Tipografia Matemática: Lisboa.

Carvalho, P. C., Lima, E., Morgado, A., and Wagner, E. (2006). *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 1. Coleção do Professor de Matemática. 6. Ed. Rio de Janeiro: SBM.

Carvalho, P. C., Lima, E., Morgado, A., and Wagner, E. (2010). *Temas e Problemas*. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM.

Costa, C. (2008). *O Conhecimento do Professor de Matemática Sobre o Conceito de Função.* Dissertação de Mestrado em Ensino de matemática. Rio de Janeiro: UFRJ.

Dante, L. R. (2011). *Contexto e Aplicações*. Ática.

Demo, P. (1996). *Educação e qualidade*. Campinas: Papirus.

Edwards, D. and Hamson, M. (2001). *Guide to Mathematical Modelling*. Palgrave Macmillan. 2nd Revised edition.

Eves, H. t. H. H. D. (2008). *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: Unicamp.

Iezzi, G. (1990). *Matemática*. Atual.

Iezzi, G. and Murakami, C. (2005). *Fundamentos de Matemática Elementar. Volume 01 - Conjuntos e Funções*. Editora: Atual.

Lima, E. (2001). *Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática.* Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM.

Meirinhos, M. and Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. Technical report, EDUSER: revista de educação, Vol 2. Instituto Politécnico de Bragança.

Mesa, Y. M. and Ochoa, J. A. V. (2008). La importancia de galileo en la construcción histórica del concepto de función cuadrática. Technical report, Colóquio de História e tecnologias no Ensino de Matemática. Anais do IV HTEM. Rio de Janeiro: UFRJ.

Paiva, M. (2009). *Matemática - Paiva*. 1 ed. São Paulo: Moderna.

PCN, 2000 (2000). *Brasil. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio. Matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Resende, W. (2008). *Dos Escolásticos às Novas Tecnologias: Uma Contribuição Para o Ensino da Função Quadrática.* VI Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro.

Resende, W. (2011). O conhecimento do professor de matemática sobre funções reais. Technical report, XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.

Ribeiro, J. (2010). *Matemática: ciência, linguagem e tecnologia*. 1. ed. São Paulo: Scipione.

Soares, M. and Pinto, N. (2001). *Metodologia da Resolução de Problemas.* Universidade Federal do Paraná.

Thees, A. (2009). *Um estudo de caso do conhecimento do professor de matemática da educação básica sobre o comportamento variacional das funções afins e quadráticas.* Universidade Federal Fluminense: Niterói.

Apêndice

Atividade

Atividade aplicada na turma do 3º ano do Colégio João XXIII, com o objetivo de coletar dados para o desenvolvimento de pesquisa de Dissertação de Mestrado do Programa PROFMAT/UENF.

ATIVIDADE

1) Um motorista de táxi cobra uma taxa fixa de $R\$3,20$ pela "bandeirada"e $R\$1,80$ por cada quilômetro percorrido. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros, em reais, é dado por: $f(x) = 1,80x + 3,20$.

1.1) Que modelo de função relaciona as grandezas distância percorrida e preço da corrida?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra:

1.2) Qual o valor de uma corrida de $5km$?

1.3) Qual a distância percorrida em uma corrida que custou $R\$8,60$?

2) Se num campeonato de futebol cada clube se enfrenta em duas partidas então o número de partidas do campeonato pode ser calculado em função da quantidade n de times na competição por: $f(n) = n^2 - n$.

2.1) Que modelo de função relaciona as grandezas em estudo?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra:

2.2) Quantas partidas são realizadas num campeonato com 20 clubes?

3) A tabela abaixo mostra a posição ocupada por um móvel num dado instante

Tempo	0	2	4	6	8	10	...
Posição	15	27	39	51	63	75	...

3.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

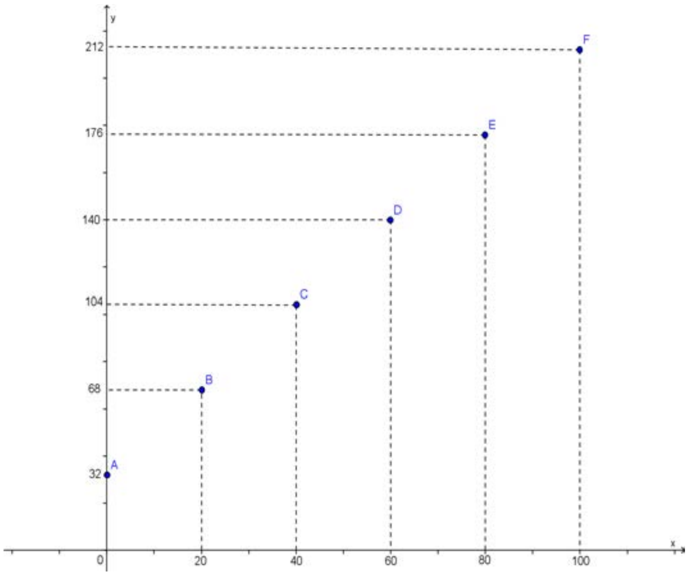
d) logarítmica

e) outra:

3.3) Qual a posição ocupada pelo móvel no instante 7 segundos?

3.4) Qual a lei da função que calcula a posição do móvel em função do tempo?

4) O gráfico abaixo mostra o valor de uma grandeza y a partir de uma grandeza x.



4.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra:

4.2) Qual o valor de y quando $x = 30$?

4.3) Determine a lei da função.

5) A tabela abaixo mostra a posição ocupada por um móvel num dado instante.

Tempo	1	3	5	7	9	...
Posição	4	12	28	52	84	...

5.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

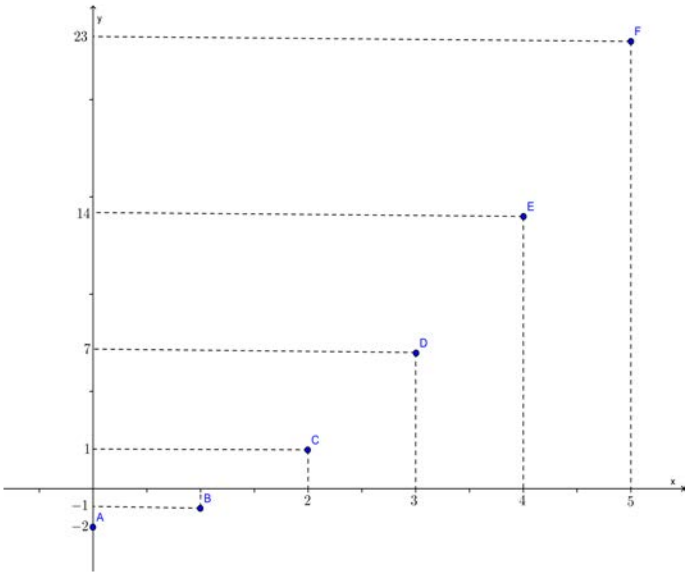
d) logarítmica

e) outra:

5.2) Calcule a posição do móvel para $x = 2$.

5.3) Determine a lei da função.

6) Observe o gráfico abaixo e determine o que se pede.



6.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

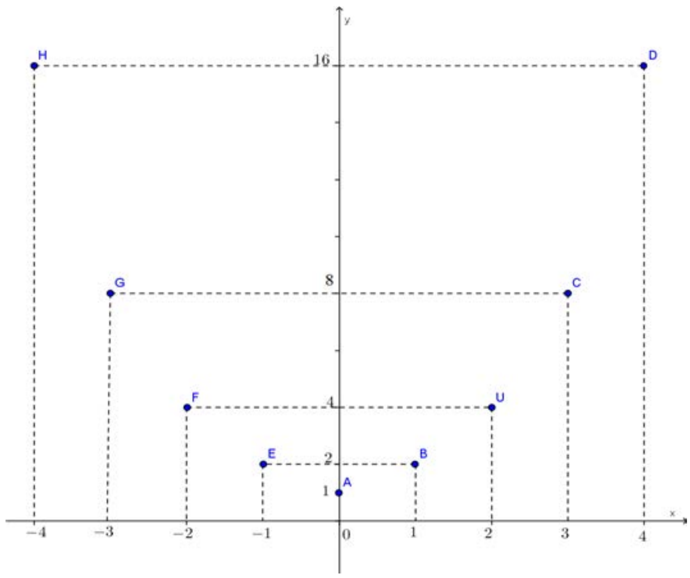
d) logarítmica

e) outra:

6.2) Calcule o valor de y para $x = -1$.

6.3) Determine a lei da função.

7) Observe o gráfico abaixo e determine o que se pede:



7.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

7.1) Que modelo de função relaciona as grandezas?

a) afim

b) quadrática

c) exponencial

d) logarítmica

e) outra:

7.2) Determine o valor de y para $x = 5$.

7.3) Determine a lei da função.