

KÊNIA FIÓRIO PIZETTA

ADAPTAÇÃO DE MÉTODOS E
INSTRUMENTOS DA TOPOGRAFIA E DA
CARTOGRAFIA NO ENSINO DE
MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ABRIL DE 2015

KÊNIA FIÓRIO PIZETTA

ADAPTAÇÃO DE MÉTODOS E INSTRUMENTOS
DA TOPOGRAFIA E DA CARTOGRAFIA NO
ENSINO DE MATEMÁTICA

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Geraldo de Oliveira Filho

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ABRIL DE 2015

Pizetta, Kênia Fiório

Adaptação de métodos e instrumentos da topografia e da cartografia no ensino da matemática / Kênia Fiório Pizetta. – Campos dos Goytacazes, 2015.

118 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2015.

Orientador: Geraldo de Oliveira Filho.

Área de concentração: Matemática.

Bibliografia: f. 88-89.

1. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA 2. TOPOGRAFIA 3. CARTOGRAFIA 4. MATEMÁTICA (ENSINO MÉDIO) I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

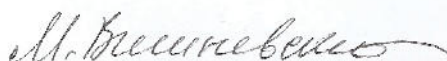
CDD 526

KÊNIA FIÓRIO PIZETTA

ADAPTAÇÃO DE MÉTODOS E INSTRUMENTOS
DA TOPOGRAFIA E DA CARTOGRAFIA NO
ENSINO DE MATEMÁTICA

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 29 de Abril de 2015.



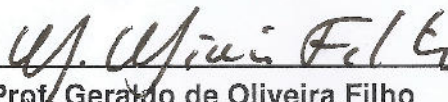
Prof. Mikhail Petrovich Vishnevskii
D.Sc. - UENF



Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF



Profª. Gilmara Teixeira Barcelos Peixoto
D.Sc. - IF Fluminense
campus Campos - Centro



Prof. Gerardo de Oliveira Filho
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho à minha família e amigos. Que Deus os abençoe!

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela vida e por ter me ajudado a vencer todos os obstáculos que surgiram durante esses dois últimos anos e que sem Ele eu não teria chegado até aqui.

Aos meus pais, pela educação que me deram e por me mostrarem que devemos lutar sempre pelas nossas metas.

Aos meus familiares e amigos pelo apoio e incentivo a não desistir.

Aos meus colegas de trabalho, especialmente aos amigos Rômulo e Anna Carolina, que muito me ajudaram na revisão dos textos e nos estudos em inglês.

Aos meus alunos, pela confiança e colaboração.

Aos meus colegas de mestrado, pelo convívio, troca de experiências e discussões que enriqueceram a minha jornada nesse curso e, principalmente pelas amizades construídas.

Ao meu orientador, pela compreensão e apoio durante todo o trabalho.

Aos professores do PROFMAT, pela dedicação e pelos conhecimentos compartilhados durante todo o curso.

Enfim, a todos que acreditaram em meu potencial e que, diretamente ou indiretamente, contribuíram com ajudas, incentivos, sugestões, ideias e críticas que foram fundamentais para a realização deste trabalho. Muito obrigada.

‘‘Contaram-me e eu esqueci.

Vi e entendi.

Fiz e aprendi.’’

(Confúcio)

Resumo

O presente trabalho tem como fundamentação teórica a evolução histórica da topografia e da cartografia até a atualidade e a teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel. Tem como objetivo principal propor uma metodologia de ensino que possa construir significado aos conteúdos de matemática, especificamente da geometria e da trigonometria, através de adaptações de métodos e instrumentos da topografia e da cartografia. As atividades aplicadas em turmas de Ensino Médio têm destaque para: a construção e uso do pantógrafo na turma de 1ª série e aborda os conteúdos de escala e semelhança de figuras e polígonos; a construção e uso do teodolito e do clinômetro, na turma de 2ª série, com o conteúdo de razões trigonométricas; e a aplicação de métodos topográficos para o cálculo de áreas na turma de 3ª série, que aborda o conteúdo de áreas de polígonos. A aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz consegue relacionar os seus conhecimentos prévios existentes em sua estrutura cognitiva a uma nova ideia. Desse modo, as propostas foram planejadas e executadas primeiramente com a identificação desses conhecimentos prévios dos alunos por meio de um questionário e que serviram de base para as propostas apresentadas, nas quais os alunos poderiam construir novos conhecimentos. Os resultados foram avaliados através do acompanhamento das atividades, das dificuldades e das facilidades encontradas pelos alunos em todo o desenvolvimento das tarefas propostas.

Palavras-chaves: Aprendizagem significativa, Topografia, Cartografia, Matemática.

Abstract

This work has as theoretical background the historical evolution of Topography and Cartography up to the present and the theory of meaningful learning by David Paul Ausubel. Its main objective is to propose a teaching methodology to construct meaning to the contents of mathematic, specifically of geometry and trigonometry, by adaptations of methods and tools of Topography and Cartography. The activities applied at high school classes have the following highlights: construction and use of a pantograph in a first grade class and addressing the scale content and similarity of figures and polygons; construction and use of a theodolite and a clinometer in a second grade class and application of topographic methods on area calculation in a third grade class that covers the contents of polygon areas. Meaningful learning occurs when learners can relate their existent previous knowledge in their cognitive structure to a new idea. So, the proposals were planned and executed initially by an identification of these students' previous knowledge using a questionnaire which became the basis for the submitted proposals, which students could build a new knowledge. The results were evaluated through monitoring activities, difficulties and facilities founded by students throughout the development of the proposed tasks.

Key-words: Meaningful learning, Topography, Cartography, Mathematics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Astrolábio	19
Figura 2 – Bússola analógica	21
Figura 3 – Esquadros do agrimensor	22
Figura 4 – Grafômetro	22
Figura 5 – Evolução do pantômetro	23
Figura 6 – Clinômetro	23
Figura 7 – Trânsito	24
Figura 8 – Teodolito ótico	25
Figura 9 – Teodolito eletrônico	25
Figura 10 – Taqueômetro eletrônico	25
Figura 11 – Estação total	26
Figura 12 – Exemplo de mudança de escala por quadrados semelhantes (quadriculados)	39
Figura 13 – Esquema estrutural de um pantógrafo	39
Figura 14 – Materiais para a construção do pantógrafo artesanal	40
Figura 15 – Medidas para construção do pantógrafo em duas escalas diferentes	42
Figura 16 – Exemplo das tiras de papelão recortadas e marcadas	42
Figura 17 – Pantógrafo artesanal	43
Figura 18 – Pantógrafo artesanal com escala de 1:2	44
Figura 19 – Pantógrafo artesanal com escala de 1:4	44
Figura 20 – Resposta do aluno A1	46
Figura 21 – Quadriculados feitos pelos alunos dos grupos 1 e 2, respectivamente	49
Figura 22 – Uso do pantógrafo artesanal pelos alunos	50
Figura 23 – Respostas dos alunos A5 e A7	52
Figura 24 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 1ª série	53
Figura 25 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 1ª série	53
Figura 26 – À esquerda, um modelo de teodolito do século XIX e, à direita, um teodolito eletrônico	56
Figura 27 – Eixos e círculos de um teodolito	56
Figura 28 – Materiais para construção do teodolito artesanal	57
Figura 29 – Suporte com cópia do transferidor	58
Figura 30 – Suporte do teodolito montado com a tampa do pote	58

Figura 31 – Teodolito artesanal	59
Figura 32 – Materiais para a construção do clinômetro artesanal	59
Figura 33 – Construção do clinômetro	60
Figura 34 – Clinômetro artesanal	60
Figura 35 – Respostas dos alunos A1 e A2	62
Figura 36 – Teodolitos e clinômetros artesanais construídos pelos alunos	65
Figura 37 – Simulação do uso do teodolito na vertical	66
Figura 38 – Simulação do uso do teodolito na horizontal	67
Figura 39 – Simulação do uso clinômetro como teodolito	67
Figura 40 – Diferença dos ângulos encontrados no teodolito e no clinômetro	68
Figura 41 – Uso dos instrumentos pelos alunos - aula de campo	68
Figura 42 – Cálculos resolvidos pelos grupos 1 e 2, respectivamente	69
Figura 43 – Cálculo resolvido pelo grupo 4	70
Figura 44 – Cálculo resolvido pelo grupo 3	70
Figura 45 – Cálculos resolvidos pelos grupos 1 e 3, respectivamente	71
Figura 46 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 2 ^a série	72
Figura 47 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 2 ^a série	73
Figura 48 – Cálculo de área I	75
Figura 49 – Calculo de área II	75
Figura 50 – Resposta do aluno A1	78
Figura 51 – Respostas dos alunos A2 e A3, respectivamente	79
Figura 52 – Respostas dos alunos A4 e A5, respectivamente	79
Figura 53 – Terreno da escola tirado do software Google Earth	80
Figura 54 – Triangulação feita pelos grupos 3 e 5, respectivamente	81
Figura 55 – Triangulação feita pelos grupos 5 e 8	82
Figura 56 – Alunos desenvolvendo as atividades	83
Figura 57 – Coordenadas traçadas pelos grupos 7 e 8, respectivamente	83
Figura 58 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 3 ^a série	84
Figura 59 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 3 ^a série	84

Lista de abreviaturas e siglas

PCNEM Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PCN+ Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros
Curriculares Nacionais

Sumário

INTRODUÇÃO	14
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
1.1 Topografia e Cartografia	17
1.1.1 Divisão da Topografia	20
1.1.2 Instrumentos de Medidas	20
1.2 Teoria da Aprendizagem	27
1.2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel	28
2 METODOLOGIA	32
2.1 Propostas	32
2.2 A Escola e as Turmas	33
2.3 Procedimento Metodológico	34
3 ESCALA E SEMELHANÇA DE FIGURAS: USO DO QUADRICULADO E CONSTRUÇÃO E USO DO PANTÓGRAFO	36
3.1 A Escala na Cartografia	36
3.1.1 O Quadriculado	38
3.1.2 O Pantógrafo	39
3.2 Construção do Pantógrafo Artesanal	40
3.2.1 Materiais e Montagem	40
3.3 A Proposta	45
3.3.1 Sequência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades	45
3.3.2 Análise Geral dos Encontros	54
4 TRIGONOMETRIA: CONSTRUÇÃO E USO DO TEODOLITO E DO CLINÔMETRO, AMBOS ARTESANAIS	55
4.1 O Teodolito e o Clinômetro	55
4.2 Construção do Teodolito e do Clinômetro Artesanal	57
4.2.1 Materiais e Montagem	57
4.3 A Proposta	61
4.3.1 Sequência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades	61
4.3.2 Análise Geral dos Encontros	73
5 CÁLCULO DE ÁREAS USANDO MÉTODOS DA TOPOGRAFIA	74
5.1 Métodos da Topografia para o Cálculo de Áreas	74

5.1.1	Método Analítico pela Fórmula de Gauss	74
5.1.2	Método Geométrico de Decomposição em Polígonos	76
5.2	A Proposta	77
5.2.1	Seqüência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades	77
5.2.2	Análise Geral dos Encontros	85

CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
--------------------------------	----

REFERÊNCIAS	88
-----------------------	----

APÊNDICES	90
-----------	----

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO APLICADO NA 1ª SÉRIE .	91
--	----

APÊNDICE B – 2º QUESTIONÁRIO APLICADO NA 1ª SÉRIE	93
---	----

APÊNDICE C – CÓPIA DA FOLHA COM ESCALA MILIMÉ- TRICA PARA USO DO QUADRICULADO . .	95
--	----

APÊNDICE D – TESTE APLICADO NA 1ª SÉRIE	97
---	----

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO APLICADO NA 2ª SÉRIE .	99
--	----

APÊNDICE F – 2º QUESTIONÁRIO APLICADO NA 2ª SÉRIE	101
---	-----

APÊNDICE G – CADERNETA DE CAMPO	103
---	-----

APÊNDICE H – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADO NA 2ª SÉRIE	107
---	-----

APÊNDICE I – QUESTIONÁRIO APLICADO NA 3ª SÉRIE .	109
--	-----

APÊNDICE J – ATIVIDADE SOBRE CÁLCULO DE ÁREAS I, APLICADO NA 3ª SÉRIE	112
--	-----

APÊNDICE K – ATIVIDADE SOBRE CÁLCULO DE ÁREAS II, APLICADO NA 3ª SÉRIE	115
---	-----

Introdução

A Matemática no Ensino Médio, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), Brasil (2000), tem um valor formativo, que auxilia na organização do pensamento, no raciocínio lógico, e um valor instrumental, capaz de proporcionar aplicações cotidianas.

Além disso, a Matemática também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. A aprendizagem deve envolver a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, nos quais os conceitos, as definições e as demonstrações são essenciais para a construção de novos conceitos e estruturas a partir de concepções já conhecidas, a fim de explicar o funcionamento do mundo, dando assim sentido às técnicas aplicadas.

Essas concepções devem estar associadas à ideia de que, no Ensino Fundamental, os alunos tiveram contato com vários campos do conhecimento matemático e, no Ensino Médio, terão condições de utilizá-los e aplicá-los. Desenvolver-se-ão, assim, de forma mais ampla, capacidades de abstrair, de raciocinar, de resolver problemas de qualquer tipo, de analisar e compreender fatos matemáticos e de interpretar a própria realidade. Os PCNEM ainda descrevem:

Por fim, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento. (BRASIL, 2000, p. 41)

É importante que o aluno perceba a aplicação dos conhecimentos matemáticos em várias situações de seu cotidiano, refletindo em um ensino contextualizado. E, para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real.

Analisando essa proposta, percebe-se uma conexão entre ela e a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. De acordo com Moreira (2001), a aprendizagem significativa

ocorre quando o aprendiz consegue associar o conteúdo com aprendizagens anteriores e com experiências pessoais. Nesse sentido, realiza-se uma avaliação dos conhecimentos preexistentes e dos novos conhecimentos, ocorrendo uma interação entre elas e uma melhor compreensão sobre o assunto. Posteriormente, quem aprende será capaz de resolver problemas mais complexos, já que foi atribuído significado ao conceito estudado.

O objetivo geral deste trabalho é adaptar instrumentos e métodos de topografia e cartografia no ensino de Matemática, especificamente da Geometria e da Trigonometria. Para isso deve-se associar essa ideia aos PCNEM e à teoria da aprendizagem significativa, para poder estabelecer um ensino que propicie uma visão ampla e científica da realidade.

Outra finalidade do trabalho é aplicar as propostas em turmas de Ensino Médio e que o aluno seja capaz de desenvolver competências e habilidades, utilizando conhecimentos preexistentes para aperfeiçoar os novos conhecimentos. Buscando sempre um rigor lógico-científico na análise da situação-problema proposta, bem como correlacionando esse aprendizado com outros campos do saber.

As propostas de atividades deste trabalho foram desenvolvidas com alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Presidente Getúlio Vargas”, localizada no município de Cachoeiro de Itapemirim-ES.

Além desta introdução, o trabalho foi estruturado da seguinte forma:

No capítulo 1, é feita uma abordagem teórica a partir da qual esta dissertação foi embasada. Nele consta uma breve história da Topografia e da Cartografia, sua divisão e instrumentos e uma abordagem sobre a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel.

No capítulo 2, encontra-se a metodologia aplicada nas propostas das atividades e também uma breve apresentação da escola e da escolha das turmas envolvidas nesse processo.

O capítulo 3 é destinado à proposta da atividade sobre escala e semelhança de figuras e polígonos, com uma breve história da escala na cartografia. Apresenta também as etapas da construção do pantógrafo artesanal e a sugestão de uma sequência de aulas com a descrição de todo o processo de aplicação e análise das atividades desenvolvidas com os alunos.

No capítulo 4, a atividade proposta aborda o ensino da trigonometria com a construção de dois instrumentos de medidas de ângulos. São feitas considerações quanto ao uso dos instrumentos e apresenta a sequência didática e análise das aulas desenvolvidas para esse fim.

O capítulo 5 descreve a aplicação de dois métodos da topografia para cálculo de áreas. É apresentada nesse capítulo a proposta das atividades com suas devidas aplicações,

desenvolvimento e análises.

No capítulo 6, são relatadas as considerações finais, incluindo outras sugestões de aplicações.

E, finalmente, são apresentadas as referências bibliográficas e os apêndices.

Capítulo 1

Fundamentação Teórica

1.1 Topografia e Cartografia

A sobrevivência humana, na busca por alimento e moradia, desde os primórdios da civilização, sempre dependeu do conhecimento das peculiaridades e das adversidades da natureza e do solo. E persiste até hoje. Essas experiências diárias, provavelmente, fizeram surgir as bases dos conceitos matemáticos. Analogamente surgem também as bases da topografia e da cartografia, por causa das necessidades do homem de demarcar caminhos, locais de caça e, mais tarde, propriedades.

Assim, segundo Tuler e Saraiva (2014), a percepção e o entendimento de técnicas, bem como a definição de procedimentos e do uso dos instrumentos topográficos vem sendo utilizados desde remotas eras, ocorrendo paralelamente às aspirações do homem.

Etimologicamente, a palavra *topos*, do grego, significa lugar ou ambiente e *graphein*, que significa grafia, escrita, assim, de uma forma bastante simples, topografia significa descrição de um lugar. Algumas de suas definições são apresentadas a seguir:

Topografia é a ciência, baseada na geometria e na trigonometria plana, que utiliza medidas horizontais e verticais para obter a representação em projeção ortogonal sobre um plano de referência, dos pontos capazes de definir a forma, a dimensão e os acidentes naturais e artificiais de uma porção limitada do terreno. (TULER; SARAIVA, 2014, p. 2)

A topografia é a ciência que visa representar uma porção terrestre, mostrando sua forma, sua posição e suas dimensões. Na forma, aparecerão o contorno, as elevações, as depressões, enfim, a feição dessa porção. Na posição, será registrada para essa porção a sua localização, principalmente em relação ao norte. E nas dimensões, constará o tamanho dessa porção. (DAIBERT, 2014, p. 11)

A topografia é uma aplicação da Matemática, principalmente da Geometria e Trigonometria, empregada na medição das terras com todos os seus acidentes naturais e artificiais, representando-as em uma figura plana que se chama planta topográfica. (RAMOS, 1973, p. 5)

Os autores definem a topografia de formas diferenciadas, mas todas essas definições

prescreve-a como sendo uma ciência que estuda uma porção do terreno, em que serão descritos seus detalhes, suas formas, posições e dimensões. Além da utilização de conceitos matemáticos, da geometria e da trigonometria, para obter a representação e os cálculos necessários para as medições de um terreno.

A topografia, em sua forma elementar, é tão antiga quanto a história da civilização e, portanto, pode ser dividida também em épocas. Segundo Tuler e Saraiva (2014), desde as primeiras civilizações, na busca por alimentos e moradia, o homem começou a requerer sentidos de localização. Num ambiente vasto, começa a necessidade de guardar as informações de localização, para encontrar água ou abrigos com mais facilidade. Esses trajetos dos pontos de interesse eram feitos por rabiscos.

Para Tuler e Saraiva (2014), naquela época, cerca de 4000 a.C., ocorreu a Revolução Agrícola, em que houve o início da organização social e política. Junto a essa revolução, vinha à tona a necessidade do reconhecimento dos acidentes do relevo e, principalmente, dos limites entre as propriedades agrícolas. Surgem os primeiros procedimentos para a demarcação dessas áreas.

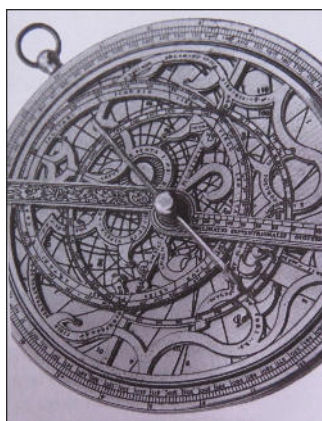
Na Idade Antiga, essas civilizações controlavam a água dos rios, construindo açudes e canais de irrigação. Segundo Tuler e Saraiva (2014), naquela época, havia não apenas a preocupação com o posicionamento e registro do ambiente, mas também com a implantação de um projeto, ou seja, a locação de uma obra já implantada. Devido ao grande porte desses projetos, o controle dessas áreas eram empreendidos pelo Estado, que era dominado pelas camadas superiores. Os reis, imperadores e príncipes organizavam exércitos para garantir essa dominação. Surgiram então, as primeiras batalhas pela expansão territorial e apropriação de riquezas, e com elas, a necessidade de construção de mapas para estudar estratégias de batalha, o que levou a grandes avanços na cartografia.

Em meados do século VII a.C., surgiram escolas de pensamento, com os primeiros pensadores gregos, também chamados de físicos, pois procuravam explicações físicas sobre a Terra e o Universo. Houve, também, o aparecimento das primeiras especulações sobre o formato da Terra. Dessa forma, o homem passou a se preocupar a entender não só o que conseguia enxergar, no caso a topografia, mas também com a forma e o tamanho do planeta. Surge, então, o termo geodésia que, segundo o IBGE (2014), “é a ciência que se ocupa da determinação da forma, das dimensões e do campo de gravidade da Terra.”

Na Idade Média, entre os séculos V e XV, especificamente no século XI, ocorreu a expansão marítima e nasceu a economia de mercado entre as nações europeias, e novamente a necessidade de posicionamento é indispensável. Conforme Tuler e Saraiva (2014, p. 6), “um fato importante desse período foi a apresentação do primeiro tratado sistemático sobre trigonometria (*De Triangulis*) em 1464, por Regiomontanus. Com isso, surgia a possibilidade de construção de instrumentos e de aplicações de métodos taqueométricos (para obter com maior rapidez o relevo de um terreno por meio de um taqueômetro).”

Já no século XVI, com a descoberta da América e início das grandes viagens comerciais marítimas, tornava-se mais importante o posicionamento correto por questão de sobrevivência e dependia da posição relativa dos astros em relação à rota, com o uso de instrumentos como o astrolábio (figura 1). Através dele, media-se a distância, em ângulos, entre o ponto em que se encontrava o observador e o astro encontrado. Foi por muito tempo utilizado como instrumento para a navegação marítima com base na determinação da posição das estrelas no céu noturno. Mais tarde, foi simplificado e substituído pelo sextante, também utilizado para calcular a posição dos navios. Na evolução do sextante veio o teodolito, que segundo Daibert (2014), foi empregado para determinar distâncias indiretas e medidas de ângulos.

Figura 1 – Astrolábio



Fonte: Tuler e Saraiva (2014, p. 6)

De acordo com Tuler e Saraiva (2014), no século XIX os instrumentos e processos topográficos passaram por avanços e, no século XX, a modernização desses instrumentos deu-se, fundamentalmente, pelo aparecimento e evolução da informática e da eletrônica. O instrumento eletrônico substituiu o mecânico.

Segundo Tuler e Saraiva (2014), a primeira grande inovação ocorreu com o aparecimento do primeiro medidor eletrônico de distâncias, em 1943. A segunda grande inovação ocorreu com o aparecimento dos teodolitos eletrônicos, na década de 1970, e a terceira inovação importante foi o aparecimento das cadernetas eletrônicas, que substituíram a caderneta de campo, com possibilidade de armazenamento em meio digital.

Nos últimos anos, os equipamentos de medições topográficas e geodésicas sofreram alguns avanços, surgindo assim uma nova geração de equipamentos, como a estação total, nível digital e nível laser, trenas laser, ecobatímetros, sistemas de medição por satélite, e também o armazenamento de dados em coletores digitais.

1.1.1 Divisão da Topografia

A topografia é utilizada, em maior ou menor grau, em quase todas as obras que o homem fez ou pretende fazer, desde medir uma propriedade a lançar um foguete no espaço. (MÁRQUEZ, 2003)

O estudo da topografia, segundo Tuler e Saraiva (2014), é dividido em topologia e topometria. A topologia, do grego *topos* que significa lugar e *logos*, tratado, cuida do estudo das formas do relevo. Já a topometria, do grego *topos* que significa lugar e *metron*, medida, trata dos métodos e instrumentos para a avaliação de grandezas lineares e/ou angulares que definem os pontos topográficos.

Baseando-se nos estudos de Tuler e Saraiva (2014), a topometria ainda se divide em três partes, de acordo com as operações que se executam para representar o terreno, são:

- A *Planimetria*, que estuda os procedimentos e métodos de medida de distância e ângulos, que visam detalhar a superfície terrestre sobre um plano horizontal de referência. Trata apenas das distâncias horizontais e ângulos horizontais.
- A *Altimetria*, que estuda os procedimentos e métodos de medida de distância e ângulos, que visam detalhar a superfície terrestre sobre um plano vertical de referência. Para isso executa-se o nivelamento, que é uma operação ou prática topográfica que busca determinar as diferenças de altura entre pontos do terreno.
- E a *Planialtimetria*, que estuda os procedimentos e métodos de medida de distância e ângulos, que visam detalhar a superfície terrestre sobre um plano horizontal de referência com dados referenciados a um plano vertical de referência.

1.1.2 Instrumentos de Medidas

No estudo da planimetria, segundo Tuler e Saraiva (2014), podem-se encontrar duas grandezas básicas a serem avaliadas em campo — os ângulos (goniologia) e as distâncias (gramometria). Trata-se de equipamentos topográficos que possibilitam encontrar tais grandezas.

Na apostila elaborada pelo departamento da cartografia do instituto de geociências da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Almeida, Freitas e Machado (1998), todos os instrumentos destinados a medir ângulos chamam-se goniômetros, e a parte específica do goniômetro para a avaliação do ângulo é chamada de limbo. O limbo é constituído de um círculo graduado, geralmente em graus. Existem dos mais primitivos ou arcaicos até os mais sofisticados, precisos e modernos. Entre os mais antigos tem-se a bússola, o esquadro de agrimensor, o pantômetro e o esquadro de reflexão. Na realidade,

para se obter maior precisão, deverão ser utilizados os goniômetros de luneta. Antigamente havia dois tipos de goniômetros de luneta: os que mediam somente os ângulos verticais - eclímetros e os que mediam somente os ângulos horizontais - trânsitos. Atualmente, só se fabricam goniômetros de luneta que meçam os dois tipos de ângulos, que são: os teodolitos e as estações totais. A seguir serão apresentados instrumentos usados na medição de ângulos:

- O *Transferidor* é o mais simples dos goniômetros. Segundo Ramos (1973, p. 14), “com um transferidor colocado sobre um pequeno esteio centrado sobre o ponto de referência e nivelado, podemos fazer o levantamento (planimétrico) dos pontos a levantar, desde que improvisemos um dispositivo de visada centrado sobre o mesmo”. Portanto, ao medir as distâncias utilizando processo prático, tem-se um par de coordenadas polares e será um levantamento perfeitamente válido para efeito de obtenção de um croquis.
- A *Bússola* é um dos instrumentos mais importantes da história da medição. Daibert (2014) cita que a bússola é um instrumento de orientação que trabalha segundo o magnetismo dos polos da Terra. Consta de uma agulha imantada, em forma de losango, apoiada num pino, também de aço, terminado em bisel. A agulha gira livremente no interior de uma circunferência graduada, que é o limbo da bússola. O limbo se mantém fixo enquanto a agulha gira até encontrar a direção Norte-Sul Magnética. Na figura 2 tem-se um exemplo de bússola analógica.

Figura 2 – Bússola analógica



Fonte: Daibert (2014, p. 42)

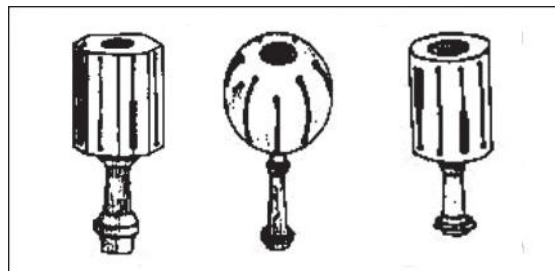
- Os *Esquadros* são instrumentos usados apenas para medir ângulos horizontais. De acordo com os estudos de Fontes (2005), existem os esquadros do agrimensor e os esquadros de reflexão.

O esquadro do agrimensor, figura 3, são instrumentos de forma prismática, esférica ou cilíndrica. Esses esquadros são providos de visores de pínulas situados em planos

verticais diametralmente opostos e de um pé cônico para adaptação do topo de um tripé.

O esquadro de reflexão, também chamado de esquadro de espelhos, serve somente para medir ângulos horizontais retos. É constituído de uma caixa de fundo plano, com paredes verticais de espelhos, os quais formam entre si um ângulo de 45° . Em cada parede há uma abertura para permitir as visadas diretas.

Figura 3 – Esquadros do agrimensor



Fonte: Fontes (2005)

- *Grafômetro*, para Ramos (1973), é um transferidor de metal, munido de um eixo que permite adaptá-lo a um tripé e que torna possível a medida do ângulo. Possui semicírculo graduado nos dois sentidos, alidade de pínulas como órgão de visada e uma bússola adaptada em sua estrutura. Além de medir ângulos horizontais, também pode medir ângulos verticais, porque o joelho da concha permite a inclinação do semicírculo graduado até ocupar a posição de um plano vertical.

Em sua evolução tecnológica, recebeu uma luneta, tornando-se um instrumento ótico-mecânico. Na figura 4, retirada do Museo Virtual Galileo, tem-se um exemplo de grafômetro.

Figura 4 – Grafômetro

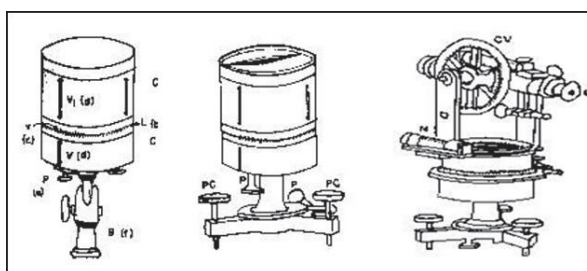


Fonte: Galileo (2012)

- O *Pantômetro*, como explica Ramos (1973), é um grafômetro modificado formado por dois cilindros que se adaptam. O superior serve de alidade móvel, pois gira sobre o cilindro inferior, que serve de limbo. Somente registrava ângulos horizontais.

Segundo Fontes (2005) aperfeiçoaram o pantômetro, dotando de uma bússola em seu topo para orientação do levantamento topográfico em relação à linha meridiana magnética local. E também adicionaram parafusos calantes com a função de promoverem a verticalidade do eixo dos cilindros. Ainda em sua evolução, acrescentaram uma luneta cêntrica, um círculo vertical graduado e um nível calante. Com esses acréscimos, os pantômetros passaram a medir também ângulos verticais. Foram dotados também de um nível, além dos parafusos calantes, para melhores condições de verticalidade. A figura 5 mostra a evolução do pantômetro.

Figura 5 – Evolução do pantômetro



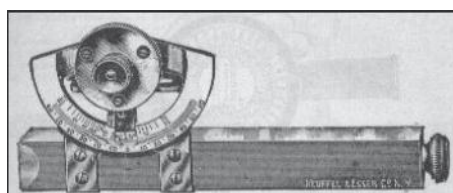
Fonte: Fontes (2005)

- Os *Eclímetros* são instrumentos topográficos utilizados para medir ângulos descritos num plano vertical, ou seja, por declividade ou ângulos de inclinação da linha de visada através de uma luneta ou pínulas. "Os eclímetros que registram ângulos verticais em graus são chamados de clinômetros, enquanto os que medem diretamente as tangentes dos ângulos verticais recebem a denominação de clisímetros". (FONTES, 2005)

São empregados nas operações topográficas para execução de nivelamentos trigonométricos. Existem vários tipos de clinômetros.

Um clinômetro, figura 6, possui um tubo ocular que tem adaptado um hemilimbo graduado, de tal modo que o raio correspondente ao zero da graduação seja perpendicular ao seu eixo.

Figura 6 – Clinômetro



Fonte: Fontes (2005)

- Os *Trânsitos* são goniômetros de precisão. Dispõe de uma luneta que gira em torno de seu eixo suporte. As leituras dos ângulos são efetuadas através de limbos externos

auxiliados por uma lupa. Segundo Ramos (1973) o trânsito foi dotado de uma luneta curta para permitir que ela transite de um lado para o outro, dando um giro no plano vertical sobre seu eixo, de modo a trabalhar invertida permitindo a medição e ângulos à direita e à esquerda (deflexões).

A figura 7, presente na página virtual do laboratório de geotecnologia da Universidade Estadual de Feira de Santana, GEOTEC (2005), mostra um trânsito mecânico e de leitura externa.

Figura 7 – Trânsito



Fonte: GEOTEC (2005)

- Os *Teodolitos*, descritos por Fontes (2005), são goniômetros que medem ângulos de qualquer natureza, seja horizontal ou vertical. São mais aperfeiçoados que os trânsitos. As figuras 8 e 9 são exemplos de teodolitos óticos (prismático e com leitura interna) e eletrônicos (leitura digital), respectivamente. De acordo com Ramos (1973, p. 16):

Digges, em 1560, gravou sobre uma mesa um círculo graduado e centrou sobre ele uma alidade, a fim de medir a posição dos pontos do seu horizonte pelo ângulo horizontal. Deu ao seu instrumento o nome de 'teodolito', palavra da língua grega que era empregada como sinônimo de goniômetro. Teodolito veio a ser, com o tempo, o nome genérico de todos os goniômetros de luneta munidos de dois limbos (horizontal e vertical).

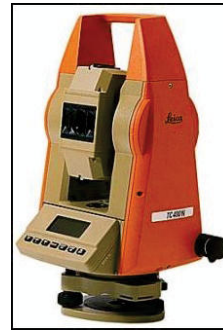
Os elementos principais que constituem os teodolitos são os sistemas de eixos, os círculos graduados (limbos), luneta, níveis de bolha e parafusos calantes. Esses elementos são descritos por Pastana (2010), sendo os eixos do teodolito horizontal, vertical, focalizante e são perpendiculares entre si. A alidade é o dispositivo giratório e suporte dos elementos de visualização, gira em torno de um eixo vertical. Quanto ao limbo, é a parte do teodolito onde se efetua a medição dos ângulos horizontais e verticais. A luneta constitui o órgão de visada dos teodolitos. Já os níveis de bolha e os parafusos calantes servem para indicar a verticalidade do aparelho e a focalização precisa dos pontos, respectivamente.

Figura 8 – Teodolito ótico



Fonte: GEOTEC (2005)

Figura 9 – Teodolito eletrônico



Fonte: GEOTEC (2005)

- O *Taqueômetro* é um instrumento eletrônico utilizado na medida de ângulos e distâncias. É um teodolito em que foram adaptados fios estadimétricos em seu retículo, equidistantes do fio horizontal, com base na relação estadimétrica. Segundo estudos desenvolvidos por Fontes (2005), “a introdução dos fios estadimétricos permitiu a determinação indireta de distâncias”. A figura 10 representa um taqueômetro, tipo eletrônico.

Figura 10 – Taqueômetro eletrônico



Fonte: Fontes (2005)

Outra subdivisão da planimetria é a Gramometria que, por sua vez, “[...] estuda os processos e instrumentos usados nas determinações de distâncias entre dois pontos. Tal distância pode ser obtida por processos diretos ou indiretos.” (TULER; SARAIVA, 2014, p. 45)

A medida direta de distâncias é lida diretamente no instrumento que está sendo utilizado. Os instrumentos destinados à medida direta são os diastímetros (ou trenas) e são mais utilizados quando é feito o levantamento em pequenas porções do terreno.

Os principais dispositivos utilizados, segundo GEOTEC (2005), são a fita e trena de aço, a trena de lona e a trena de fibra de vidro. Apesar da qualidade e da grande variedade de diastímetros disponíveis no mercado, toda medida direta de distância só poderá ser realizada se for feito uso de alguns acessórios especiais, que são eles: piquetes, estacas,

fichas, balizas, nível de cantoneira, barômetro de bolso, dinamômetro, termômetro, níveis de mangueira e cadernetas de campo.

A medida indireta de distâncias é obtida a partir de cálculos, com valores obtidos com as leituras feitas nos aparelhos destinados para esse fim. Essas medidas são mais utilizadas em grandes porções de terreno. Para Tuler e Saraiva (2014) os instrumentos de medida indireta de distância, com uso de visadas, são denominados distanciômetros, que podem ser ópticos, mecânicos ou eletrônicos.

Atualmente, os instrumentos mais utilizados em práticas topográficas são os medidores Eletrônicos de Distâncias (MEDs), principalmente com o uso das estações totais e trenas digitais. Os instrumentos ópticos e mecânicos são os taqueômetros ou taquímetros. “O processo indireto era restrito ao uso de taquiometria ou estadimetria, mas perdeu aplicação com o avanço na utilização de instrumentos eletrônicos para obtenção das distâncias”. (TULER; SARAIVA, 2014, p. 50)

Os taqueômetros são teodolitos com luneta providos de fios estadimétricos, que além de medir ângulos, acumulam, também, a função de medir opticamente as distâncias horizontais e verticais. São feitas as leituras processadas na mira com auxílio dos fios estadimétricos, bem como o ângulo de inclinação do terreno, lido no limbo vertical do aparelho.

A estação total (figura 11) é o principal instrumento eletrônico, utilizado na medida de ângulos e distâncias de forma eletrônica. A estação total seria a junção do teodolito eletrônico digital com o distanciômetro eletrônico, montados em um só bloco, além da memória interna para armazenar pontos observados em campo. (TULER; SARAIVA, 2014)

Figura 11 – Estação total



Fonte: Tuler e Saraiva (2014, p. 61)

Na medição indireta, segundo Tuler e Saraiva (2014), pode-se contar também com a trena digital (ou laser), que é um equipamento que possibilita obter distâncias horizontais e inclinada até um obstáculo ou anteparo, com alcance de 5 cm a 200 m, de acordo com o

modelo.

1.2 Teoria da Aprendizagem

Para Bigge (1977), a maturação e a aprendizagem, separadas ou combinadas, são os meios através dos quais se proporcionam mudanças duradouras nas pessoas. A maturação é um processo de desenvolvimento pelo qual o indivíduo manifesta desempenhos diferentes, progressivos, subjacentes a tais mudanças, existem fatores essenciais transmitidos por hereditariedade. A aprendizagem é uma mudança de comportamento ou de conduta, realizada por meio da experiência e da repetição, dependendo de fatores internos e externos, ao contrário da maturação, que tem a mudança marcada por sua herança genética. A aprendizagem influencia nossas vidas a todo momento; é por ela que o indivíduo desenvolve os comportamentos que o possibilitam viver.

Para Moreira (1999, p. 12), teoria é “uma tentativa humana de sistematizar área de conhecimento, uma maneira particular de ver as coisas, de explicar e prever observações, de resolver problemas”.

Resumindo uma teoria de aprendizagem, segundo Moreira (1999, p. 12):

Uma teoria de aprendizagem é, então, uma construção humana para interpretar sistematicamente a área de conhecimento que chamamos aprendizagem. Representa o ponto de vista de um autor/pesquisador sobre como interpretar o tema aprendizagem, quais as variáveis independentes, dependentes e intervenientes. Tenta explicar o que é aprendizagem e porque funciona como funciona.

No caso das teorias de aprendizagem, são três as filosofias subjacentes, definidas por Moreira (1999):

- A comportamentalista (behaviorismo)
- A humanista
- A cognitivista (construtivismo)

Nem sempre se pode enquadrar claramente uma teoria de aprendizagem em apenas uma corrente filosófica. No comportamentalismo, o interesse está voltado para o comportamento, este explicado por meio de experiências observáveis e não por processos mentais. A aprendizagem ocorre por meio de estímulos e respostas, nos quais o comportamento é observado como uma resposta às experiências.

Na filosofia humanista o aprendiz é visto como pessoa, não é visto somente o intelecto, mas também os sentimentos, pensamentos e ações. Aprender leva à autorrealização e ao crescimento pessoal.

Para a filosofia construtivista, destaca-se exatamente o contrário da comportamentalista; enfatiza-se a cognição, o ato de conhecer, ou seja, como o ser humano conhece o mundo.

1.2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

A teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel teve como base para seu modelo a corrente cognitivista e construtivista da aprendizagem. A sua ideia central é de que o fator mais importante para a aprendizagem de um aluno é aquilo que ele já sabe, ou seja, aquilo que está incorporado na sua estrutura cognitiva. A aprendizagem torna-se mais significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele a partir da relação com seu conhecimento prévio.

Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceito subsunçor ou, simplesmente, subsunçor (subsumer), existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. (MOREIRA, 2001, p. 17)

O subsunçor é todo o conhecimento prévio do aprendiz que pode servir de ancoragem para uma nova informação relevante para o mesmo. Se existir uma relação substantiva entre os dois, tem-se a aprendizagem significativa.

Quando esse processo não ocorre, a aprendizagem se torna mecânica ou repetitiva, definida por Ausubel como aprendizagem mecânica, uma vez que se produziu menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo conteúdo passa a ser armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. O conteúdo escolar a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido, assim o aluno decora, mas esquece logo após a avaliação e não sabe o que fazer com essas informações.

Não há distinção entre a aprendizagem significativa e mecânica como uma dicotomia e, sim, como um continuum. Para Ausubel, a aprendizagem mecânica é imprescindível no caso de conceitos inteiramente novos para o aprendiz; no entanto, posteriormente, ela se transformará em significativa. “Para acelerar esse processo, Ausubel propõe os organizadores prévios, âncoras criadas a fim de manipular a estrutura cognitiva, interligando conceitos aparentemente não relacionáveis por meio da abstração”. (CÉSAR; SANTOS, 2013, p. 55)

Da mesma forma, não se pode confundir a distinção entre a aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta. Na aprendizagem por recepção todo o conteúdo a ser aprendido é apresentado ao aluno na forma final, ou seja, a informação é oferecida

diretamente ao aluno, enquanto que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal não é dado, mas deve ser descoberto pelo aluno. Após a descoberta em si, a aprendizagem só se torna significativa se o conteúdo descoberto possa ser incorporado a conceitos subsunçores relevantes já existentes na sua estrutura cognitiva.

Diante de um novo conteúdo de aprendizagem, o aprendiz pode apresentar conhecimentos prévios, que em muitos casos são informações e conhecimentos adquiridos tanto em ambiente familiar, como no grupo de amigos, ou adquiridos por meio de outras fontes, como leitura e meios audiovisuais. “Assim graças ao que o aluno já sabe, pode fazer uma primeira leitura do novo conteúdo, atribuir-lhe um primeiro nível de significado e sentido e iniciar o processo de aprendizagem”. (MIRAS, 1999, p. 61)

A própria experiência do professor servirá de recurso para a escolha dos conhecimentos prévios que devem ser explorados, evidenciando que:

Embora ela sempre possa ser melhorada e revista, o certo é que a prática docente contínua em determinados níveis e áreas de conteúdo nos proporciona indicações bastante confiáveis sobre as dificuldades mais habituais dos alunos na aprendizagem de um novo conteúdo [...] Essa experiência acumulada, sem dúvida, é um referencial importante no momento de determinar o que devemos explorar. (MIRAS, 1999, p. 72)

Assim, para que os organizadores prévios sejam úteis, precisam ser formulados de maneira familiar aos conhecimentos do aluno, para que possam ser aprendidos. E, também, obter uma boa organização do material de aprendizagem, através da ação mediadora do professor, para terem valor de ordem pedagógica.

Outra condição importante para que ocorra a aprendizagem significativa é a predisposição para aprender. Ou seja, para aprender significativamente, o aluno tem que querer aprender. Caso contrário, ele simplesmente vai memorizar o material a ser aprendido, de maneira arbitrária e literal, assim tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos e sem significado. Segundo o modelo ausubeliano, os seguintes fatores são essenciais para que ocorra a aprendizagem significativa:

i) o indivíduo manifeste uma disposição para a aprendizagem, ou seja, uma disposição para relacionar de forma não-arbitrária e substantiva, o novo material à sua estrutura cognitiva. Se o indivíduo tenciona simplesmente memorizar o material (mesmo que potencialmente significativo) de modo arbitrário e literal, o processo de aprendizagem, assim como o seu produto, serão meramente mecânicos.

ii) o material a aprender seja potencialmente significativo, relacionável com a sua estrutura de conhecimento de modo intencional e não-arbitrário. Por sua vez, a potencialidade de um material depende, principalmente:

- da natureza do material a aprender - este deve ser logicamente significativo, isto é, suficientemente não-arbitrário e não-aleatório, de modo a poder relacionar-se de forma não-arbitrária e substantiva, as ideias correspondentes relevantes, e deverá, também, ser passível de compreensão humana.

- da estrutura cognitiva específica de cada indivíduo - esta deve apresentar ideias-âncora específicas com as quais o novo material é relacionável. (PRAIA, 2000, p. 127)

A não-arbitrariedade e a substantividade, são características básicas da aprendizagem significativa. Segundo Praia (2000), a não-arbitrariedade significa que o material potencialmente significativo se relaciona de maneira não-arbitrária com o conhecimento já existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Ou seja, há uma relação lógica e explícita entre a nova ideia e as ideias já existentes, havendo incorporação, compreensão e fixação desses novos conhecimentos quando se ancoram em conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva.

A substantividade do aprendiz, segundo Praia (2000), significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é o significado do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras precisas usadas para expressá-las. Uma vez aprendido determinado conteúdo dessa forma, o indivíduo conseguirá explicá-lo de diferentes maneiras, com suas próprias palavras, equivalentes em termos de significados.

Uma vez existente um conjunto de ideias na estrutura cognitiva do sujeito, com as quais novas ideias podem se articular de maneira não-arbitrária e substantiva, esse relacionamento pode acontecer de três formas diferentes: por subordinação, por superordenação e pela aprendizagem combinatória.

A aprendizagem subordinada acontece quando a nova ideia é um exemplo, uma especificação de algo que já se sabe. Se o que se aprende é mais um exemplo daquilo que já se sabe, não trazendo qualquer alteração para a ideia mais geral à qual está relacionado, a aprendizagem subordinada é designada derivativa. E se a nova ideia que se aprende é um exemplo que alarga o sentido, o significado de algo mais amplo que já se sabe, é designada correlativa.

Quando o sujeito aprende um novo conceito ou proposição mais abrangente que passa a subordinar os conceitos ou proposições já existentes na sua estrutura de conhecimento, ocorre uma aprendizagem superordenada. Esse tipo de aprendizagem é menos frequente do que a subordinada, mas importante na formação de conceitos. Moreira (2001, p. 29) cita que:

Por exemplo, enquanto uma criança desenvolve os conceitos de cão, gato, leão, etc., ela pode, mais tarde, aprender que todos esses são subordinados ao de mamífero. À medida que o conceito de mamífero é desenvolvido, os previamente aprendidos assumem a condição de subordinados e o de mamífero representa uma aprendizagem superordenada.

A aprendizagem combinatória ocorre quando a aprendizagem de um novo conceito ou proposição não são subordinados, nem superordenados em relação a alguma proposição ou conceito específico já existente na estrutura cognitiva e que podem relacionar-se

com antecedente amplo de um conteúdo genericamente relevante na estrutura cognitiva. Segundo o exemplo citado por Praia (2000), “generalizações inclusivas e amplas tais como as relações entre massa e energia, calor e volume, estrutura genética e variabilidade, oferta e procura, requerem este tipo de aprendizagem.”

Diante de todo esse processo de ensino-aprendizagem, para Ausubel “o problema principal da aprendizagem [...] em sala de aula está na utilização de recursos que facilitem a captação da estrutura conceitual do conteúdo e sua integração à estrutura cognitiva do aluno, tornando o material significativo”. (MOREIRA, 2001, p. 47)

Facilitar a aprendizagem significativa, em sala de aula, pode ser feito de duas formas, segundo Moreira (2001):

- *Substantivamente*, com propósitos organizacionais e integrativos, usando os conceitos e proposições unificadores de uma dada disciplina, que têm maior poder explicativo, inclusividade, generalidade e viabilidade no assunto. Ou seja, é importante selecionar os conteúdos básicos e também coordená-los e integrá-los em diferentes níveis, para não sobrecarregar o aluno de informações desnecessárias, e assim facilitar a construção de uma estrutura cognitiva adequada.
- *Programaticamente*, empregando princípios programáticos adequados à ordenação da sequência da matéria de estudo, levando em conta a sua organização e lógica interna para, sucessivamente, planejar a montagem de exercícios práticos.

Para o planejamento de instruções seguindo a teoria de Ausubel, é preciso primeiro identificar os conceitos básicos da matéria de estudo e como são estruturados, adequando-os à estrutura cognitiva do aprendiz. Praia (2000) relata que a análise prévia da matéria de estudo deve ser consciente, visto que nem tudo que está na programação curricular é importante. E também deve-se atentar para a ordem dos conceitos e ideias da matéria de ensino que aparecem nos materiais didáticos, que muitas vezes não é a ordem mais adequada para facilitar a interação com os conhecimentos prévios do aprendiz.

Capítulo 2

Metodologia

Neste capítulo é apresentado a proposta de trabalho, a descrição da escola e das turmas escolhidas. Os procedimentos metodológicos desenvolvidos tiveram como base a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel.

2.1 Propostas

Este projeto é dividido em três propostas de atividades, para turmas de Ensino Médio, em todas elas os métodos e instrumentos utilizados na prática da cartografia e da topografia são adaptados aos conteúdos de geometria e trigonometria, tornando assim uma forma de associar a disciplina de matemática com a realidade do aluno.

A primeira proposta está relacionada ao estudo de escala e semelhança de figuras e polígonos e à ampliação ou redução de figuras, utilizando o quadriculado, bem como a construção e o uso do pantógrafo. Para essa atividade foi escolhida uma turma de 1ª série, na qual razão, proporção e noção de escala são assuntos abordados em anos anteriores e servem de subsunçores para as atividades previstas.

A segunda é destinada a construção e uso do teodolito e do clinômetro, foi desenvolvida com alunos da 2ª série. Nessa série do Ensino Médio, a trigonometria no triângulo retângulo faz parte do currículo, servindo de subsunçor, além de terem conhecimento do triângulo retângulo e a noção de ângulos.

A terceira proposta, ao assunto de cálculo de áreas usando dois métodos da topografia para este fim — o método da decomposição em triângulos e o método analítico pela fórmula de Gauss. A turma escolhida foi de 3ª série, pois o currículo estadual requer o ensino da geometria analítica, além de já terem conhecimentos de áreas de polígonos, pré-requisitos para as atividades em questão.

Portanto, ao buscar um aprendizado mais significativo dos conteúdos abordados nas propostas desta pesquisa, buscou trabalhar com as turmas de forma diferenciada, refor-

quando os conteúdos básicos de geometria e trigonometria, de acordo com cada proposta. E, também, a utilização de métodos de cálculos de áreas e a construção de equipamentos, no caso do pantógrafo, do teodolito e do clinômetro, todos artesanais, para facilitar a aprendizagem dos novos conceitos. Ao utilizá-los para fazer cálculos e medições diversas, os alunos poderão usar esses conhecimentos para resolução de várias situações de seu cotidiano.

2.2 A Escola e as Turmas

Toda a pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio "Presidente Getúlio Vargas", que está localizada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim, estado do Espírito Santo. A escolha por esta escola é justificada pelo motivo de a pesquisadora lecionar nessa instituição, pressupondo-se que o acesso e vínculo com os alunos e profissionais da escola seriam mais favoráveis ao desenvolvimento do estudo.

A escola Foi fundada em 1973, passou por várias mudanças e, atualmente, não oferece o Ensino Fundamental, atua com Ensino Médio regular e Ensino Médio Técnico Integrado de Informática e Logística, nos turnos matutino e vespertino. No turno noturno, possui Ensino Médio regular, Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Cursos Técnicos pós-médio de Gestão de Qualidade, Recursos Humanos e Informática.

Nos últimos anos, a escola passa por reforma na estrutura antiga, em que funcionará a parte administrativa, laboratórios e biblioteca e, também, a construção de um ginásio, um auditório e de um novo prédio com 16 salas de aula.

As turmas escolhidas para a aplicação das propostas são do turno vespertino. Participaram das atividades 20 alunos de uma das seis turmas da 1ª série, 19 alunos de uma das cinco turmas de 2ª série e 30 alunos de uma das três turmas da 3ª série.

A 1ª série é uma turma em que a pesquisadora não leciona, por isso, antes de escolhê-la foi feita uma abordagem com o professor de matemática da turma para explicar a natureza do trabalho e a sua importância. Já as turmas de 2ª série e 3ª série, têm suas aulas de matemática.

Antes da aplicação das atividades de cada proposta, foi aplicado um questionário para conhecer o perfil de cada turma. De acordo com o questionário aplicado, questões 1 e 2 (Apêndices A, E e I), levando em consideração o perfil de cada turma, tem-se:

- A 1ª série é uma turma com 24 alunos, mas apenas 20 estavam presentes no dia da aplicação do questionário, dentre eles, 11 do sexo masculino e 9 do sexo feminino e, faixa etária entre 15 e 18 anos. É uma turma que apresenta dificuldades no aprendizado, muitos sem expectativas de futuro. Nesta turma, 40% já ficaram reprovados, uma ou duas vezes, em anos anteriores e 35% dizem não reservar nenhum tempo de estudo em casa, diariamente. Quanto ao estudo de matemática,

relataram que é muito importante, pois está presente em seu cotidiano, sendo que 25% deles acham a matemática difícil, chata e cansativa, mas é importante e fundamental seu ensino. E 5% não gostam das aulas de matemática e também são indiferentes ao ensino da matéria.

- A turma de 2ª série é composta por 19 alunos, mas 17 estavam presentes no dia da aplicação do questionário. Destes, 6 são do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com faixa etária entre 15 e 17 anos. É uma turma pequena e com bastante desinteresse nos estudos, com algumas exceções. Aproximadamente, 47% já ficaram reprovados, uma ou duas vezes, em séries anteriores. E aproximadamente 53% não reservam nenhum tempo de estudo em casa, diariamente. Quanto ao estudo de matemática, apenas 5% dos alunos disseram ser meio chato e outros 5% acham importante, mas não utilizam em seu dia a dia; o restante relatou ser importante e muito útil nas tarefas do cotidiano.
- A 3ª série é composta de 34 alunos, destes 30 estavam presentes no dia da aplicação do questionário, 7 alunos do sexo masculino e 23 alunos do sexo feminino, com faixa etária entre 16 e 18 anos. É uma turma participativa, com poucos desinteressados. Apenas 10% deles reprovaram em séries anteriores. Mas, aproximadamente, 33% não reservam nenhum tempo para estudo em casa, diariamente. Aproximadamente 83% da turma diz que o estudo de matemática é importante e fundamental para tarefas diárias e que a matemática está presente em nossas vidas a todo segundo. E 17% da turma diz não gostar de matemática, por ser complicada e que alguns conteúdos ensinados no ensino médio são desnecessários.

2.3 Procedimento Metodológico

A metodologia aplicada nesta pesquisa é qualitativa, pois leva em consideração a observação, a compreensão e a reflexão sobre o ambiente da pesquisa, no intuito de promover melhorias da aprendizagem. Tem o propósito de compreender o significado da avaliação da aprendizagem, mediante o comportamento e experiências vivenciadas pelos estudantes em seu cotidiano.

A aplicação das propostas ocorreu durante os meses de outubro e novembro de 2014 e cada encontro foi realizado durante uma ou duas aulas por dia, uma vez por semana, conforme a disponibilidade de horário de cada turma ou de acordo com a tarefa realizada, que as vezes requeria mais tempo para ser finalizada.

Os procedimentos metodológicos aplicados neste trabalho foram fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa e, para que ela ocorra o conteúdo abordado deve ser potencialmente significativo; deve se relacionar com informações prévias da estrutura cognitiva do aprendiz. Para suprir essa relação, os conteúdos subsunçores foram elaborados

para esse fim. E também é preciso que o aprendiz mostre disposição para aprender, caso contrário, mesmo fazendo todo o processo para que ocorra a aprendizagem significativa, ocorrerá a aprendizagem mecânica.

O conhecimento prévio, chamado subsunçor, é fundamental, pois é a partir dele que o novo conhecimento se sustenta e se desenvolve. A partir desses subsunçores, foi dada sequência às atividades, explorando situações-problema nas quais o aluno usará os conceitos teóricos e também recursos práticos, no caso do pantógrafo, do teodolito e do clinômetro, todos artesanais, para resolvê-las.

Para isso foi utilizada a análise dos questionários e tarefas aplicadas, bem como as observações colhidas pelo professor e também da ficha avaliativa e do debate no final dos encontros. Todas as propostas foram desenvolvidas com registros, oral e escrito, e atividades seguindo as etapas abaixo relacionadas:

- Aplicação de um questionário para conhecer o perfil dos alunos;
- Aplicação de um questionário, ou pré-teste, para aferir o conhecimento dos alunos em relação aos subsunçores;
- Aulas de reforço sobre os conteúdos subsunçores, revisando por meio de debates e slides, mostrando exemplos das maiores deficiências encontradas pelos alunos no pré-teste;
- Atividades práticas: construção de instrumentos, o pantógrafo artesanal na turma de 1ª série e o teodolito e o clinômetro, ambos artesanais, na turma de 2ª série;
- Aplicação de métodos usados na topografia para cálculos de áreas, na turma de 3ª série;
- Aula de campo, para a turma de 2ª série;
- Atividades diversas explorando o conteúdo de cada proposta;
- Debate para avaliação das aulas pelos alunos.

No desenvolver do trabalho, foram elaboradas três propostas de atividades aplicadas em turmas de séries diferentes, como já mencionados nos itens anteriores. Portanto, os próximos três capítulos serão dedicados a cada procedimento metodológico específico, que será exposto com suas devidas aplicações, desenvolvimento e análises.

Capítulo 3

Escala e Semelhança de Figuras: Uso do Quadriculado e Construção e Uso do Pantógrafo

Segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+ Ensino Médio), Brasil (2002), escala é um conteúdo a ser trabalhado no Ensino Médio, na unidade temática de geometria plana, onde se deve compreender a necessidade de fazer uso de escalas apropriadas para ser capaz de construir gráficos ou representações, como a planta de uma casa ou o mapa de uma cidade.

Para trabalhar com semelhança de figuras e de polígonos, o uso e a compreensão de escalas é fundamental. Esta proposta de atividade envolve estes temas, ao fazer a comparação da figura original com a cópia ampliada, fazendo o uso do quadriculado e do pantógrafo artesanal.

3.1 A Escala na Cartografia

Em cartografia, uma carta ou mapa é a representação da superfície topográfica. Essa representação consiste em projetarmos essa superfície, com os detalhes nela existentes, sobre um plano horizontal. Portanto, esse mapa ou carta só estará completo se trazer os elementos naturais (rios, mares, montanhas, entre outros) e os elementos artificiais (estradas, pontes, construções), devidamente representados.

Segundo o IBGE (1998, p. 21), um dos problemas que essa representação gera é “a necessidade de reduzir as proporções dos acidentes à representar, a fim de tornar possível a representação dos mesmos em um espaço limitado. Essa proporção é chamada escala”.

Escala é a relação entre a medida de um objeto ou lugar representado no papel ou em uma maquete e sua medida real. Duas figuras são semelhantes quando uma é igual, ou

é redução ou ampliação da outra. Para que isso ocorra, elas terão seus ângulos iguais dois a dois e os lados homólogos proporcionais. Verifica-se, portanto, que será sempre possível obter figuras semelhantes ao terreno através do desenho geométrico.

Sejam:

D = um comprimento tomado no terreno, que será denominado distância real natural.

d = um comprimento homólogo no desenho, denominado distância prática.

Como as linhas do terreno e as do desenho são homólogas, o desenho que representa o terreno é uma figura semelhante à dele, logo, a razão ou relação de semelhança é a seguinte:

$$\frac{d}{D}$$

A essa relação denomina-se Escala.

Assim, escala é definida como a relação existente entre as dimensões das linhas de um desenho e as suas homólogas. A relação $\frac{d}{D}$ pode ser maior, igual ou menor que a unidade, dando lugar à classificação das escalas, quanto a sua natureza, em três categorias:

- Na 1ª categoria, ter-se-á $d > D$.
- Na 2ª categoria, ter-se-á $d = D$.
- Na 3ª categoria, usada em cartografia, a distância gráfica é menor que a real, ou seja, $d < D$.

A escala numérica indica a relação entre o comprimento de uma linha na carta e o correspondente comprimento no terreno, em forma de fração com a unidade para numerador.

$$E = \frac{1}{N}, \text{ onde } N = \frac{D}{d}$$

$$\text{Logo, } E = \frac{1}{\frac{D}{d}} \rightarrow E = \frac{d}{D}$$

Sendo,

E = Escala

N = denominador da escala

d = distância medida na carta

D = distância real

As escalas mais comuns têm para numerador a unidade e para denominador, um múltiplo de 10.

$$E = \frac{1}{10x}$$

Como exemplo, tem-se a escala $E = \frac{1}{15.000}$ ou $E = 1 : 15.000$. A cada 1 cm na carta corresponde a 15.000 cm, ou 150 m, no tamanho real (terreno). Uma escala é tanto maior quanto menor for o denominador.

Em cartografia, as representações em escalas pequenas mostram áreas muito extensas, com poucos detalhes e são geralmente chamadas de mapas. Já as representações em escala grande mostram áreas menores, porém com maior grau de detalhamento, e são chamadas de cartas.

Frequentemente, na cartografia, durante a realização de trabalhos topográficos, há a necessidade de unir cartas ou mapas em escalas diferentes a fim de compatibilizá-los em um único produto. Para isso, é preciso reduzir alguns e ampliar outros. A mudança de escalas é, então, utilizada, e segundo o IBGE (1998, p. 26):

Para transformação de escala existem alguns métodos:

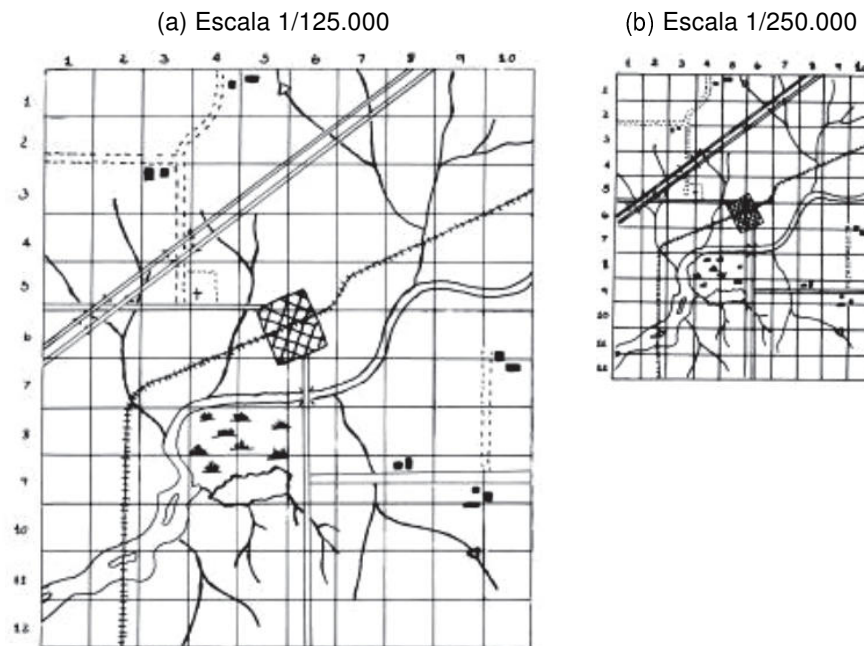
- Quadriculado
- Triângulos semelhantes
- Pantógrafo: Paralelograma articulado tendo em um dos polos uma ponta seca e, no outro, um lápis, o qual vai traçar a redução ou ampliação do detalhe que se percorre com a ponta seca.
- Fotocartográfico: Através de uma câmara fotogramétrica de precisão, na qual pode-se efetuar regulagens que permitem uma redução ou ampliação em proporções rigorosas. Tem como vantagem a precisão e rapidez.
- Digital: por ampliação ou redução em meio digital diretamente.

Em cartografia, é preciso trabalhar com a maior precisão possível e, baseando-se em IBGE (1998), só os métodos fotocartográfico e digital devem ser utilizados. Mas, nessa proposta da atividade, serão usados o pantógrafo e o quadriculado.

3.1.1 O Quadriculado

Segundo Anderson (1982), o método menos sofisticado para a ampliação e redução de mapas é o quadriculado, ou quadrados semelhantes, pois exige apenas lápis, régua, papel e o mapa original. Para aplicar é preciso traçar o quadriculado sobre o mapa original e, à mão livre e a olho nu, desenham-se dentro de cada quadrícula, ampliada ou reduzida, todos os detalhes correspondentes ao original. Nesse processo, como nas figuras 12, é preciso ter muita atenção aos detalhes, para que eles estejam proporcionalmente nas mesmas posições.

Figura 12 – Exemplo de mudança de escala por quadrados semelhantes (quadriculados)

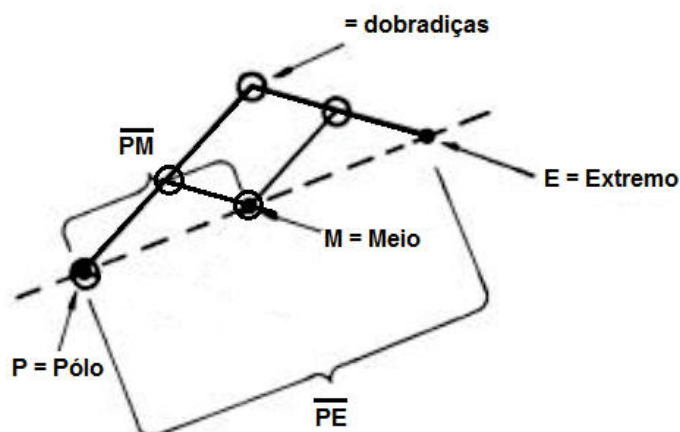


Fonte: Anderson (1982)

3.1.2 O Pantógrafo

O pantógrafo é um aparelho muito simples utilizado para transferir e redimensionar figuras e que pode ser regulado de modo a executar também ampliações e reduções nas proporções desejadas. A figura 13 mostra um esquema estrutural de um pantógrafo. Segundo Anderson (1982), essa estrutura é feita por um sistema de barras paralelas, no qual três pontos se mantêm sempre numa reta, um dos três pontos é fixado na mesa, chamado “polo”, os outros dois pontos são livres para “correr” sobre a mesa e são chamados de “meio” e “extremo”.

Figura 13 – Esquema estrutural de um pantógrafo



Fonte: Adaptado de Anderson (1982)

Através das barras paralelas é mantida sempre constante a razão (proporção) entre as medidas polo-meio (PM) e polo-extremo (PE). Por exemplo, quando a razão PM:PE é de 1:2, o pantógrafo está ajustado para reduzir ao meio ou ampliar o dobro o mapa original. Para ampliar, o mapa original deverá estar sob a agulha ou ponta seca, no ponto meio, e o lápis ou caneta, que desenhará a cópia proporcional, estará no ponto extremo. Trocando as posições, no ponto meio colocar o lápis e no extremo a ponta seca, e o mapa original colocado no ponto extremo, faz-se uma redução.

Existem pantógrafos de várias qualidades e tamanhos. Segundo Anderson (1982), a cópia resultante não sofre distorção, mas pode haver erros instrumentais causados por folga nas dobradiças ou atrito das rodas, ou erros manuais que podem ocorrer quando se está refazendo os traços.

3.2 Construção do Pantógrafo Artesanal

O objetivo desta atividade é construir um aparelho semelhante ao pantógrafo, feito de materiais acessíveis aos alunos e tem como finalidade ampliar e reduzir figuras. O aparelho será usado para a ampliação de figuras e polígonos, a fim de uma melhor compreensão dos conteúdos de escala, semelhança de figuras e polígonos.

3.2.1 Materiais e Montagem

A montagem do instrumento dos alunos será orientada para o uso de material reciclado ou de baixo custo, conforme a figura 14 e a relação a seguir:

Figura 14 – Materiais para a construção do pantógrafo artesanal



Fonte: Elaboração própria

- 1 pedaço de papelão rígido (pode ser capa de caderno já usado) ou mdf, de 27cm por 8cm;

- 4 parafusos (mesmo tamanho);
- 1 tachinha ou prego pequeno;
- 1 pedaço de madeira ou outro material (que tenha aproximadamente a mesma altura do parafuso);
- 1 lápis.

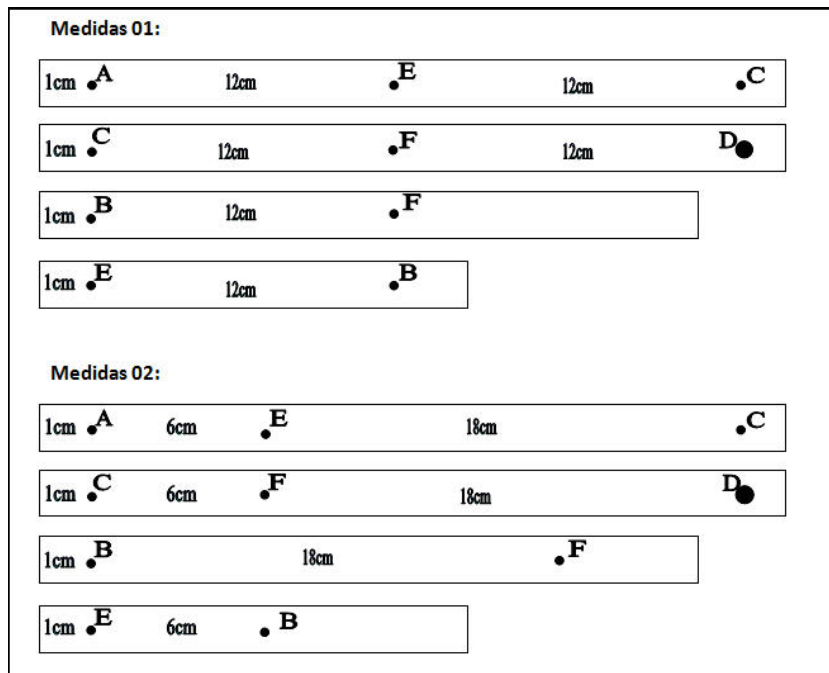
Materiais adicionais necessários para auxiliar a construção e utilização do instrumento:

- Régua;
- Tesoura ;
- Martelo;
- Pregos;
- Fita Crepe;
- Folhas de papel sulfite;
- Furador.

O procedimento de montagem segue as instruções relacionadas a seguir:

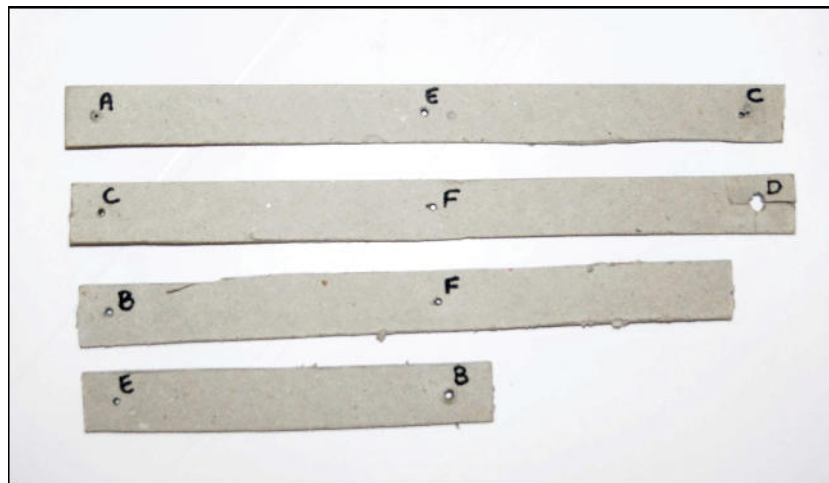
1. O papelão será recortado em 4 tiras, de acordo com as medidas:
 - 2 tiras de 27 cm por 2cm
 - 1 tira de 24cm por 2cm
 - 1 tira de 15cm por 2cm
2. Para manter a proporção do desenho, cada tira de papelão é medida com uma régua e marcados os pontos em que serão inseridos os parafusos e o lápis. Na atividade realizada com os alunos foram feitos dois tamanhos diferentes de escala, uma com o dobro e outra com o quádruplo. Veja medidas na figura 15 e um exemplo com as tiras já marcadas na figura 16.

Figura 15 – Medidas para construção do pantógrafo em duas escalas diferentes



Fonte: Elaboração própria

Figura 16 – Exemplo das tiras de papelão recortadas e marcadas

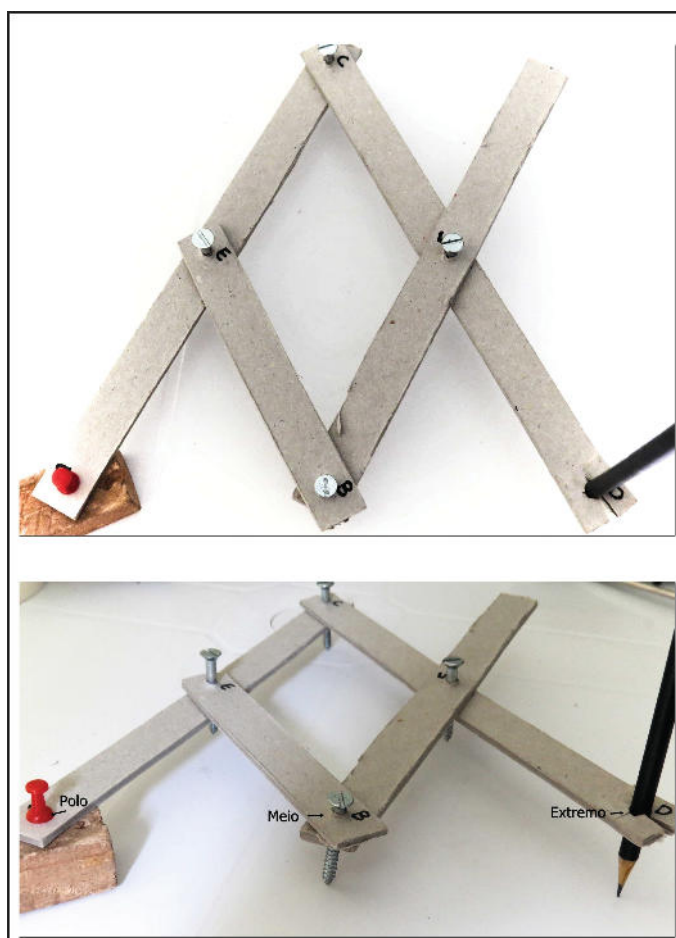


Fonte: Elaboração própria

3. Nesta etapa são introduzidos os parafusos, nos pontos demarcados com a régua, juntando os pontos correspondentes B, C, E e F e o lápis no ponto D. Para facilitar a introdução do parafuso, usa-se o martelo e o prego para fazer um pequeno orifício nas tiras de papelão e no ponto D usa-se o furador, para facilitar a introdução do lápis.
4. Para utilizar o aparelho corretamente, é preciso fixar o ponto A, chamado de polo, em um pedaço de madeira, que deve ter a mesma altura do parafuso. O polo é fixado na parte superior da madeira com uma tachinha, de modo que o aparelho se movimente.

Veja na figura 17 o aparelho já montado.

Figura 17 – Pantógrafo artesanal



Fonte: Elaboração própria

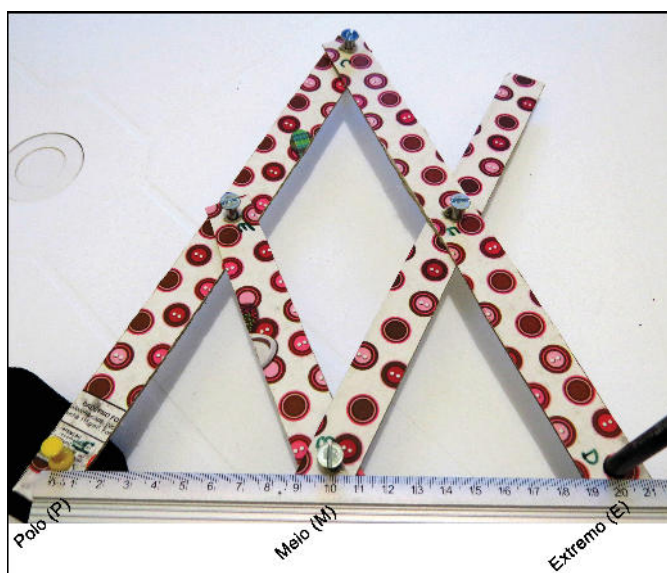
5. O pedaço de madeira deve ser fixado na mesa, com a fita crepe. Coloca-se uma folha com o desenho original abaixo do parafuso do ponto B, chamado de meio. E outra folha, em branco, abaixo do lápis que estará no ponto extremo D. O aparelho está pronto para ser usado, passando a ponta do parafuso sobre o desenho original, enquanto isso, com o lápis, desenha-se na folha em branco, a figura ampliada. Caso queira a redução do desenho é necessário trocar o lápis para o ponto do meio e o parafuso para o ponto extremo, trocando também a posição das folhas.

A escala utilizada no pantógrafo artesanal depende das medidas apresentadas no item 2, para que mantenha sempre constante a razão entre o Polo-Meio e o Polo-Extremo (PM:PE), podendo haver modificações nessas medidas de acordo com a escala a ser utilizada. As figuras a seguir representam razões diferentes, conforme a razão PM:PE. Na figura 18, o pantógrafo amplia o dobro da figura, pois a razão de PM:PE é de 1:2, independente de sua abertura. E na figura 19 tem-se um pantógrafo com escala de 1:4, que

desenhará ampliando em quatro vezes o tamanho original. Pode-se também aumentar o tamanho das barras do aparelho, mas o que indica a escala aplicada será a razão entre as distâncias dos pontos demarcados nas barras entre AE e AC e também entre CF e CD, que mantém a mesma razão entre PM e PE.

Figura 18 – Pantógrafo artesanal com escala de 1:2

(a) Razão de PM:PE = 10cm:20cm = 1:2



(b) Razão de PM:PE = 7cm:14cm = 1:2



Fonte: Elaboração própria

Figura 19 – Pantógrafo artesanal com escala de 1:4

(a) Razão de PM:PE = 4cm:16cm = 1:4



(b) Razão de PM:PE = 3cm:12cm = 1:4



Fonte: Elaboração própria

3.3 A Proposta

A atividade proposta para a turma de 1ª série do Ensino Médio está relacionada ao estudo de escala e semelhança de figuras com a construção do pantógrafo artesanal, feito de materiais acessíveis e reutilizáveis. E, posteriormente, a utilização do papel quadriculado e do pantógrafo para a ampliação ou redução de figuras. Para este trabalho, preparou-se uma sequência de encontros com atividades e aulas baseados na Teoria da Aprendizagem Significativa.

3.3.1 Sequência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades

A sequência será descrita, comentada e analisada a cada encontro.

- **Primeiro Encontro**

Nesse primeiro contato, a pesquisadora foi apresentada pelo professor da turma, assim como a natureza do trabalho. Explicou-se que, nos próximos encontros, eles trabalhariam de uma forma diferenciada, reforçando os conteúdos que são pré-requisitos e a adaptação de técnicas usadas na cartografia. Também foi informado que os questionários aplicados ajudariam no desenvolvimento do trabalho da pesquisadora, enfatizando que eles procurassem respondê-los com a maior sinceridade possível, e que não se preocupassem com os acertos das questões.

Após a apresentação, o primeiro passo foi a aplicação de um questionário (Apêndice A), nas alternativas 1 e 2, havia questões para se conhecer o perfil da turma, se algum deles já havia alguma reprovação, a disponibilidade que reservam para realizar os estudos em casa e o que acham do estudo da disciplina de matemática.

Nesse mesmo questionário, as questões de 3 a 5 tinham o objetivo de aferir o domínio dos alunos em relação aos conhecimentos prévios (subsunçores), que para Ausubel, é fundamental, pois é a partir dele que o novo conhecimento se sustenta e se desenvolve. Os seguintes subsunçores foram destacados para esta atividade: razão, proporção e noção de escala.

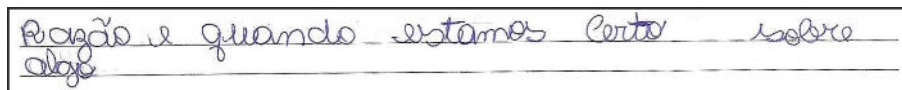
Análise do Primeiro Encontro:

O questionário foi respondido por 20 alunos e o perfil da turma está relacionado no capítulo 2. Os conhecimentos prévios foram relatados no questionário em perguntas abertas:

Na pergunta “O que você sabe sobre razão e/ou proporção?”, um aluno (A1) não associou o significado à matemática, respondendo que “razão é quando estamos certos

sobre algo”, veja figura 20. Cerca de 45% dos alunos conseguiram relatar ser aumento ou redução de uma quantidade ou desenho. Os outros disseram não recordar no momento, que têm dificuldade em matemática ou explicaram de forma incorreta.

Figura 20 – Resposta do aluno A1

A photograph of a student's handwritten response on lined paper. The text is written in cursive and reads: "Proporção e quando estamos perto sobre algo". The word "Proporção" is written on the top line, "e quando estamos" on the middle line, and "perto sobre" on the bottom line, with "algo" written below the bottom line.

Fonte: Elaboração própria

Em “O que você entende por escala (usada na matemática ou na geografia)?”, metade da turma teve dificuldades de expressar o conceito de escala, mas conseguiram associar escala a mapas, dizendo que as dimensões do mapa têm uma proporção menor ao tamanho original. 20% dos alunos associaram escala à ideia de mapa, mas na forma de localização e não de dimensões. Os demais alunos ou não responderam ou disseram não lembrar de nada.

“De que forma você desenharia uma figura com o dobro do tamanho (ampliar)? Explique”. Nessa pergunta, 70% dos alunos usariam a régua para medir a figura e dobrariam as dimensões para ampliar. Um aluno (A2) completou dizendo que ampliaria todas as partes, pois assim continuariam equivalentes. O aluno (A3) disse manter proporção ao tamanho original, mas não explicou como faria para manter essa proporção. Os demais explicaram de forma errada ou não souberam como fazer.

Os alunos apresentaram dificuldade ao responder as perguntas por serem abertas. Não se lembravam dos conceitos, mas uma boa parte dos alunos conseguiu se expressar, não de forma correta, mas de forma que se percebia que se lembravam do que se tratava. Durante a realização do questionário não teve intervenção da professora acerca dos conteúdos. O tempo de aplicação do questionário foi de uma hora/aula, que corresponde a 55 minutos.

• Segundo Encontro

Como os alunos tiveram dificuldades em responder às questões 3 a 5 do questionário aplicado no encontro anterior, por serem questões abertas, formulou-se um novo questionário (Apêndice B) com questões fechadas e mais específicas com os conteúdos subsunçores. Vale ressaltar que também foi incluída uma pergunta referente ao conteúdo de posições de retas, pois ao construir o pantógrafo, é necessário entender o paralelismo de suas barras.

Análise do Segundo Encontro:

Um aluno (A4) entregou o questionário sem responder nenhuma questão, representando 5% da turma.

A primeira tarefa do questionário foi uma questão simples sobre razão; no entanto percebeu-se que boa parte dos alunos, cerca de 45%, inverteram a ordem da razão e 15% erraram, por falta de atenção ou mesmo dificuldades.

A segunda pergunta do questionário, também sobre razão, foi elaborada de forma que os alunos encontrassem o resultado simplificado. O resultado foi satisfatório, com 85% de acertos, mas 10% marcaram uma das duas primeiras alternativas, por conterem o valor de 6 cm e 4 cm que constavam no retângulo, não se preocupando com o outro valor dado.

A terceira e a quarta questão revisam o conteúdo de proporção, tendo 85% de acertos em ambas.

A próxima pergunta foi referente à posição das retas, e também 85% da turma conseguiu acertar. E, na última tarefa, têm-se dois pares de figuras, em que os alunos deveriam marcar o par que é proporcional. Nessa questão 25% deles erraram, sendo 70% de acertos.

Ao trabalhar com questões mais práticas, sem muitos conceitos a serem respondidos, os alunos conseguiram obter um resultado mais satisfatório, lembrando os conteúdos. O tempo de aplicação do questionário foi de uma hora/aula que corresponde a 55 minutos.

• Terceiro Encontro

Nessa aula, a professora trouxe slides para mostrar aos alunos as dificuldades que tiveram ao responder os questionários sobre os conhecimentos prévios. Nesses slides constavam os conceitos de razão, proporção e escala, com várias situações do cotidiano para exemplificá-los.

Também foram apresentadas aos alunos as próximas tarefas a serem realizadas. Nos slides constavam um vídeo explicativo sobre o uso do quadriculado (GIANOLLA, 2014) e outro vídeo explicando o uso e a montagem do pantógrafo (THENÓRIO, 2014).

Nesta aula também foi solicitado que os alunos trouxessem para o próximo encontro os materiais para a montagem do pantógrafo. A turma foi dividida em 5 grupos, 2 grupos com 5 alunos, 1 com 4 alunos e 2 com 3 alunos.

Análise do Terceiro Encontro:

Esse encontro foi elaborado para lembrar com mais detalhes os conteúdos subseqüentes que, em muitos casos são esquecidos ou mesmo não aprendidos por terem um aprendizado mecânico, na época em que os estudaram.

Não foi aplicada tarefa escrita aos alunos, mas realizados debates sobre o assunto. Essa aula durou o tempo de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Quarto Encontro

Esse encontro foi destinado à construção do pantógrafo. O conceito e a sua construção estão descritos no início deste capítulo.

Nesta tarefa, os alunos foram divididos em grupos, já solicitado no encontro anterior. Cada grupo ficou responsável por trazer os materiais para a construção do pantógrafo.

De início, foram entregues a cada grupo os comandos para recortar as tiras de papelão e marcar os pontos corretamente. Nesse caso, foram entregues duas medidas diferentes para a construção de escalas do pantógrafo e cada grupo recebeu apenas uma das medidas.

A professora também levou os materiais para montar junto com os alunos e, lembrando o vídeo explicativo da aula anterior, facilitou a montagem realizada pelos alunos.

Análise do Quarto Encontro:

Os alunos mostraram interesse em construir o instrumento, mas ficaram um pouco receosos se iria funcionar de verdade.

Durante toda a etapa da construção, a professora auxiliou cada grupo, lembrando-os sempre de fazerem as medidas corretas, pois senão o pantógrafo não iria funcionar perfeitamente, com as devidas proporções.

Alguns alunos tiveram dificuldades ao usar a régua, em vez de começar a medição pelo ponto zero, começavam marcando pelo início da régua, antes do zero.

Montados todos os instrumentos, que teve duração de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos, foram guardados para uso em outro encontro.

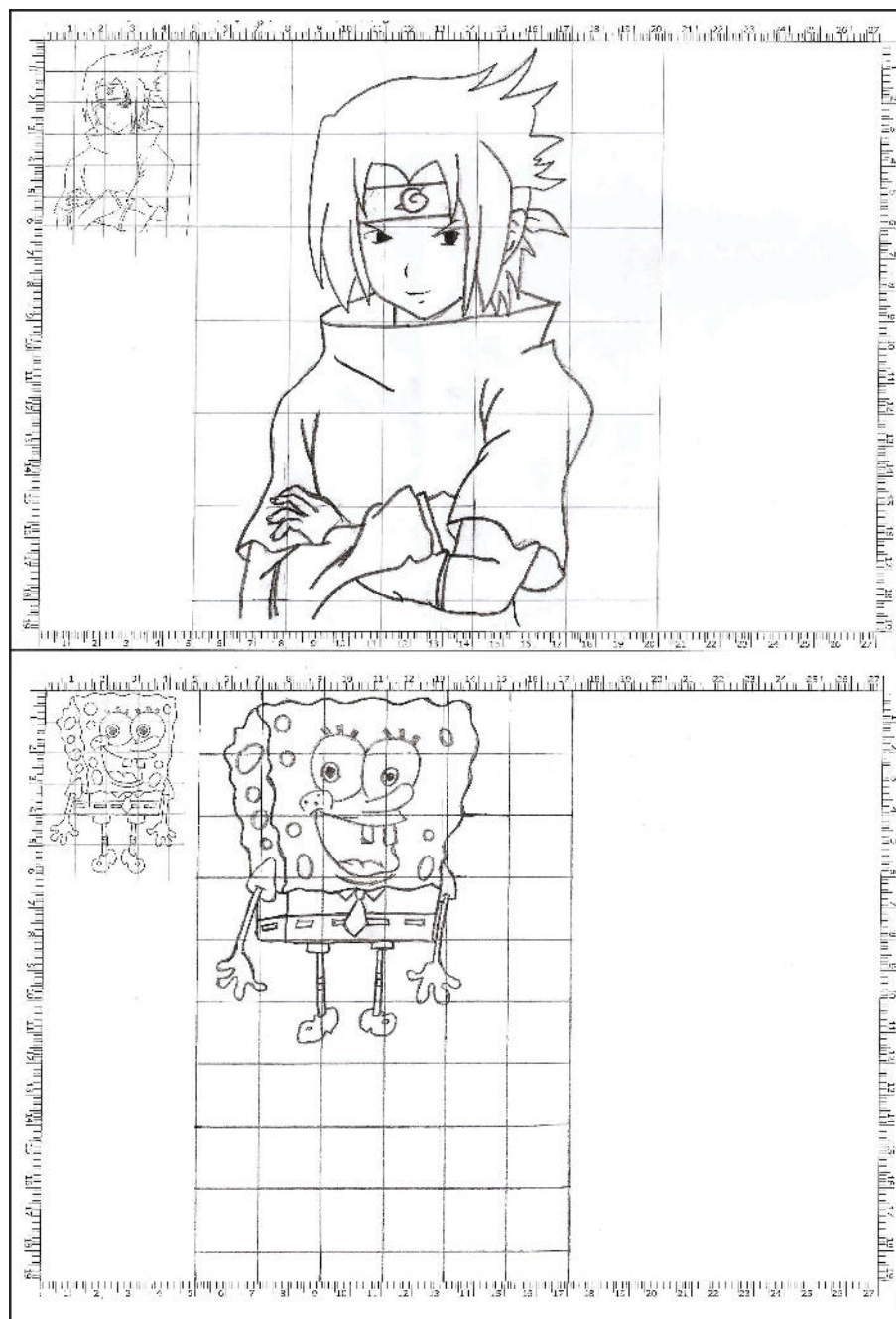
• Quinto Encontro

O uso do quadriculado é um método de ampliação ou redução de figuras, e esse processo foi explorado neste encontro.

Ainda em grupos, os alunos receberam folhas com escala milimétrica de um caderno de desenho de cartografia (Apêndice C) e pequenas figuras.

A orientação para essa aula foi de ampliar a figura recebida. Para isso deveriam colar a figura escolhida em um canto da folha milimétrica dada, após esquematizar sobre a figura um quadriculado de 1 cm por 1 cm, até completá-la. Ao lado, fazer um quadriculado maior, com 2 cm ou mais e acompanhar os traçados da figura, ampliando-a. Na figura [21](#) têm-se dois exemplos dos trabalhos realizados pelos alunos dos grupos 1 e 2.

Figura 21 – Quadriculados feitos pelos alunos dos grupos 1 e 2, respectivamente



Fonte: Elaboração própria

Análise do Quinto Encontro:

Ao traçar o quadriculado, os alunos tiveram um pouco de dificuldade ao manusear a régua para que as linhas ficassem paralelas. Mas, com o auxílio da professora, conseguiram tirar as dúvidas e o trabalho foi realizado satisfatoriamente.

Aos poucos, eles foram percebendo que a proporção da ampliação era de acordo com o tamanho escolhido no quadriculado maior. Por exemplo, se o quadriculado desenhado era de 2cm, a figura ampliada era exatamente o dobro da figura original, e assim por diante.

Alguns alunos sentiram certa dificuldade ao desenhar a mão livre, pois para que a figura saísse totalmente proporcional, o desenho no quadriculado maior deveria conter todos os detalhes correspondentes à figura original. Pode-se perceber essa situação na figura 21 da página anterior; a primeira figura foi feita com maior exatidão nos traços, já a segunda figura está bem parecida com a original, mas percebe-se que alguns traços não foram feitos corretamente.

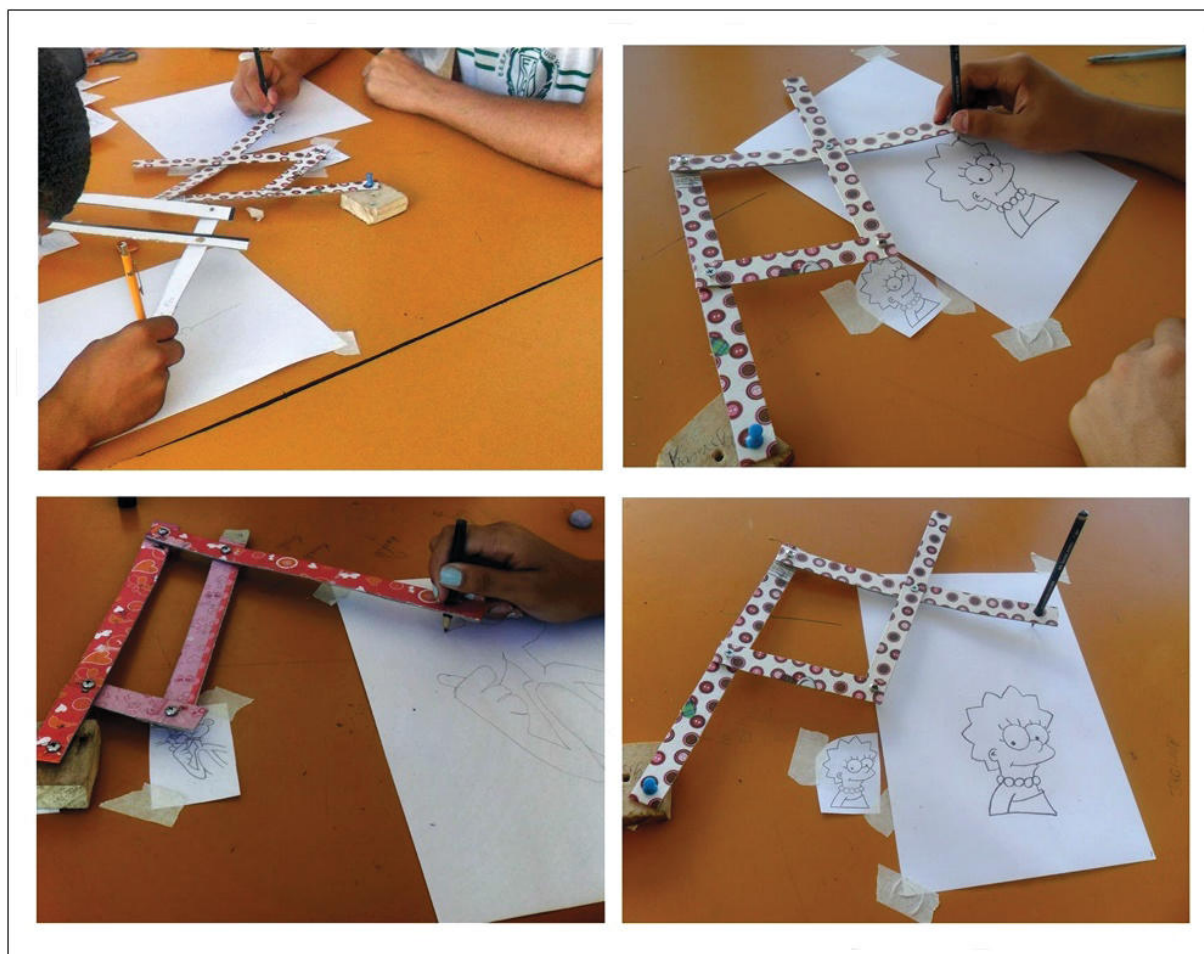
A aula teve uma duração de uma hora/aula, que corresponde a 55 minutos.

• Sexto Encontro

Esse encontro destinou-se ao uso do pantógrafo construído pelos grupos.

Antes de utilizá-lo, a professora explicou o funcionamento do aparelho e que, trocando a posição do lápis, a figura poderia ser ampliada ou reduzida. Logo em seguida cada grupo escolheu as figuras que queria ampliar e começou o trabalho. O uso e alguns dos trabalhos realizados pelos grupos estão presentes na figura 22.

Figura 22 – Uso do pantógrafo artesanal pelos alunos



Fonte: Elaboração própria

Ainda nessa aula, a professora mostrou a todos os alunos que os grupos construíram pantógrafos com escalas diferentes e que também poderiam ser feitos em tamanhos maiores. Sempre dependendo da razão entre o polo-meio e polo-extremo para fazer a escala desejada. A semelhança de figuras foi um tema tratado, aproveitando os desenhos feitos pelos alunos mostrou-se que além dos tamanhos proporcionais existiam as congruências dos ângulos correspondentes, que puderam ser mostrados através da medição com transferidor.

Foi abordada também a questão da escala, nos desenhos ou mapas, por exemplo a escala 1:2 seria um desenho reduzido pela metade, a escala 2:1 seria uma ampliação do original em duas vezes. Lembrando sempre que escala é a razão entre o tamanho do desenho e o tamanho original.

Análise do Sexto Encontro:

Os alunos entenderam o funcionamento do aparelho, mas ao usá-lo, alguns tiveram dificuldades em manuseá-lo. Mas aos poucos, com persistência e auxílio da professora, conseguiram fazer a ampliação.

No geral, acharam muito interessante a utilização do pantógrafo e se sentiram realizados por o terem construído.

O tempo de duração da aula foi de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Sétimo Encontro

Nesse último encontro foi aplicado um teste (Apêndice D) para verificar o aprendizado dos alunos durante todo o trabalho realizado com eles. Também responderam uma ficha avaliativa e foi realizado um debate, ambos referentes a todo processo aprendido durante os encontros.

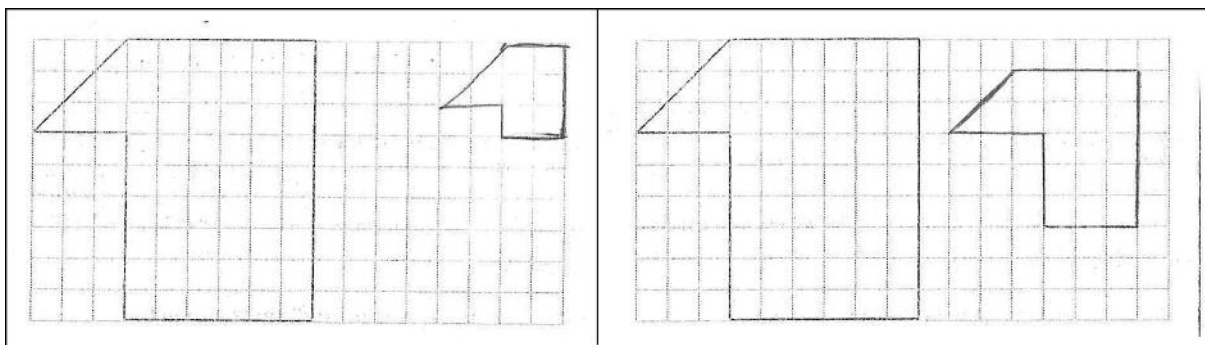
Análise do Sétimo Encontro:

Responderam ao teste e a ficha avaliativa 19 alunos, que estavam presentes no dia.

A primeira tarefa era desenhar uma figura semelhante cuja escala deveria ser 1:3, uma redução de três vezes o tamanho original. Aproximadamente 74% conseguiram desenhar perfeitamente. Os outros 26%, talvez por falta de atenção, não usaram a proporção correta para todos os lados, conforme figura 23.

Na segunda questão, deveriam usar a régua e o transferidor para verificarem a semelhança dos dois hexágonos regulares. Aproximadamente 79% acertaram as respostas, mas na hora da justificativa confundiram-se um pouco.

Figura 23 – Respostas dos alunos A5 e A7



Fonte: Elaboração própria

A terceira tarefa era apenas explicar se os dois pentágonos eram semelhantes. Todos acertaram a resposta ao responder não, mas as explicações variaram de aluno para aluno. Alguns escreveram que não, por terem os lados diferentes (faltou complementar que seriam os lados correspondentes diferentes). Outro aluno escreveu que não porque seus ângulos não são congruentes.

Na quarta tarefa, os alunos precisaram encontrar duas figuras semelhantes das três dadas e justificar sua escolha. Aproximadamente 84% responderam que sim, que tinham figuras semelhantes, mas destes apenas 56% complementaram a resposta justificando a escolha.

Na penúltima atividade foram dados cinco retângulos e, dentre eles, os alunos deveriam encontrar os dois pares semelhantes. Aproximadamente 84% encontraram os pares corretamente. 5% colocou apenas um par, mas errou, e 11% acertaram um par e erraram o outro.

Observando as respostas da última questão, na qual os alunos deveriam descobrir a escala da figura ampliada e encontrar as outras medidas que estavam faltando, aproximadamente 21% deram a resposta completa, com a escala e as medidas; cerca de 42% não colocaram a escala, mas as medidas estavam corretas e, o restante trocou a ordem da razão da escala, em vez de 3:1 escreveu 1:3, mas sabia que as medidas triplicavam.

Após a aplicação do teste, os alunos responderam uma ficha de avaliação das aulas, figura 24, em que cada aluno deveria dar nota de 0 (zero) a 5 para cada item. Na figura 25 encontra-se o gráfico com os resultados das notas.

Figura 24 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 1ª série

FICHA DE AVALIAÇÃO DAS AULAS

Aulas: *Papel Quadriculado e Pantógrafo*

Turma: _____

DÊ UMA NOTA DE 0 a 5 PARA CADA ITEM ABAIXO:

1- Participei e me envolvi na realização do trabalho? _____

2- Consegui entender o conceito de escala? _____

3- Tirei minhas dúvidas durante o trabalho? _____

4- Tive dificuldade de manusear o pantógrafo? _____

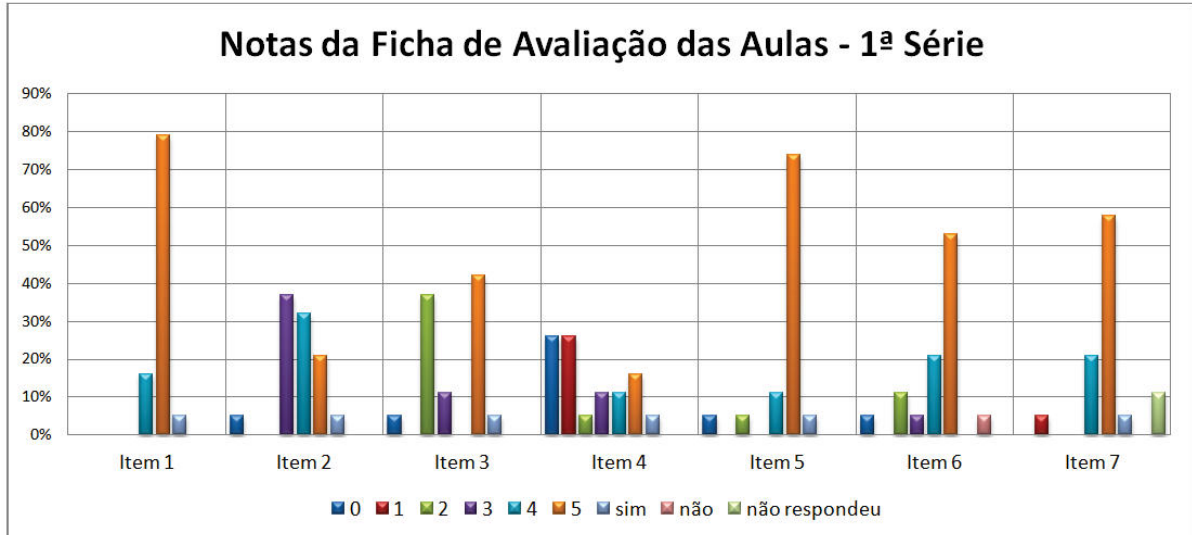
5 - Entendi como funciona o pantógrafo? _____

6 - Achei fácil ampliar um desenho usando o papel quadriculado. _____

7 - Agora compreendo o que são figuras semelhantes. _____

Fonte: Elaboração própria

Figura 25 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 1ª série



Fonte: Elaboração própria

Nota-se que foram acrescentadas ao gráfico as alternativas, sim, não e não responderam, pois ao analisar as notas dadas, teve 1 aluno (A5) que respondeu sim ou não, ao invés de notas de zero a 5. Vale ressaltar que o item 4, as notas 0 (zero) e 1 tiveram maiores porcentagens, mas não significa que foram ruins, pois essas notas significam que não tiveram dificuldades de manusear o pantógrafo.

Além da ficha avaliativa, houve um debate sobre todos os encontros. Quanto ao envolvimento de toda a turma, aproximadamente 20% dos alunos não mostraram muito interesse na realização das tarefas propostas e, no entanto, se tinham dificuldades não tiravam suas dúvidas, mostrando desinteresse nas aulas. Os demais mostraram-se interessados e comprometidos com a sua participação.

Quanto ao uso do quadriculado e do pantógrafo, a turma achou interessante o uso dos dois, mas uma porcentagem maior de alunos achou o pantógrafo mais fácil de ampliar a figura, conforme debate e análise do gráfico.

Mais de 60% dos alunos disseram ter compreendido o conteúdo de figuras semelhantes. Sempre haverá aquele aluno cujo interesse não será despertado e apenas a chamada aprendizagem mecânica acontecerá.

O tempo de duração da aula foi de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

3.3.2 Análise Geral dos Encontros

As atividades foram elaboradas seguindo os conceitos da teoria da aprendizagem significativa, de David Paul Ausubel, como já mencionado anteriormente, e o conhecimento prévio de assuntos relacionados com o conteúdo abordado devem ser bem direcionados para obter a aprendizagem significativa.

Pode-se observar que a turma não lembrava com exatidão dos conteúdos subsunçores ao responderem os questionários iniciais. Com o decorrer dos primeiros encontros, foi feita uma aula de revisão para reforçar os conteúdos subsunçores de razão, proporção, conceito de escala e paralelismo das retas, que serviram de apoio à interpretação dos novos conceitos estudados mais aprofundados de escala, e também de semelhança de figuras e de polígonos. Para que os alunos mostrassem a disposição em aprender, foi associada ao conteúdo a construção e o uso do pantógrafo artesanal e do método das quadrículas para ampliar figuras e também realizado o trabalho em grupo. Pôde-se perceber o interesse de muitos alunos, mas não foi possível que todos tivessem o mesmo interesse. Segundo [Moreira \(2001\)](#), para Ausubel a aprendizagem só se torna significativa se há interação entre a nova informação e aquela já armazenada. O conteúdo assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem se relacionar aos conceitos subsunçores, e como alguns deles não tiveram interesse em relembrar os subsunçores a aprendizagem, provavelmente, tornou-se mecânica.

Capítulo 4

Trigonometria: Construção e Uso do Teodolito e do Clinômetro, ambos Artesanais

Ao realizar estudo de trigonometria, deve-se atentar as suas aplicações na resolução de problemas, que segundo os PCN+ Ensino Médio, Brasil (2002), essas aplicações devem envolver medições e, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis.

Dessa forma, o estudo deve se ater [...] à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo. (BRASIL, 2002, p. 122)

4.1 O Teodolito e o Clinômetro

O teodolito, já mencionado no capítulo 1, é um instrumento de precisão óptico, utilizado por engenheiros, topógrafos, agrimensores e antigos navegadores, para a medição de ângulos horizontais e verticais. Tem por objetivo facilitar os cálculos de distâncias inacessíveis.

Os instrumentos mais antigos eram muito pesados, sendo os atuais mais leves e fáceis de transportar, conforme figura 26.

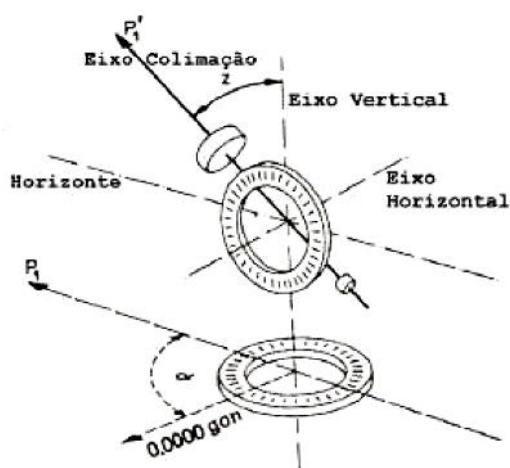
O teodolito, basicamente, é um telescópio com movimentos graduados na vertical e horizontal, montado sobre um tripé, para nivelá-lo, podendo possuir ou não uma bússola incorporada. A figura 27 mostra a disposição dos círculos graduados de um teodolito.

Figura 26 – À esquerda, um modelo de teodolito do século XIX e, à direita, um teodolito eletrônico



Fonte: MAST (1985)

Figura 27 – Eixos e círculos de um teodolito



Fonte: Antunes (1995)

A função básica de um teodolito é, primeiro, posicioná-lo de forma que fique nivelado com o eixo de gravidade do local. Faz com que o zero da graduação coincida com o eixo da luneta. Então, mira-se com a luneta para outro ponto e, então, o observador faz a leitura da sua medida angular. Hoje existem teodolitos mais sofisticados, obtendo a leitura digital.

O inclinômetro, também conhecido como clinômetro, citado no capítulo 1, serve para medir ângulos somente na vertical, por isso é um instrumento utilizado para medir ângulos de inclinação e elevação. Funciona de forma que o seu braço gire em torno de seu limbo graduado, relacionando-se à linha de visada, ou à superfície de contato com o plano que se quer medir a inclinação.

4.2 Construção do Teodolito e do Clinômetro Artesanal

Ambos os instrumentos têm a função de mensurar ângulos. Esses instrumentos trabalham com base na geometria dos triângulos que, ao associar-se com a trigonometria, a qual é um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e ângulos de triângulos, podem-se encontrar medidas inacessíveis, por exemplo a altura de um prédio e a largura de um rio.

4.2.1 Materiais e Montagem

• O Teodolito

Para construir um teodolito, são necessários os seguintes materiais (figura 28):

Figura 28 – Materiais para construção do teodolito artesanal



Fonte: Elaboração própria

- 1 pote plástico redondo com tampa (tipo copo de milk-shake ou pote de manteiga);
- 1 canudo de plástico ou tubo de antena de TV ou rádio;
- 1 suporte de madeira, ou placa de isopor ou papelão rígido, no tamanho de 20 cm x 20 cm;
- 1 cópia de transferidor de 360°;
- Aproximadamente 16cm de arame.

Materiais auxiliares para a montagem e uso do teodolito:

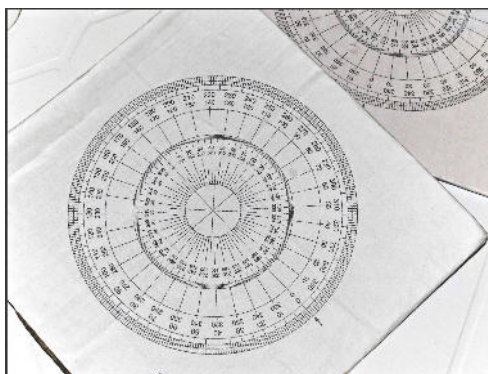
- Cola branca;
- Cola quente;
- Alfinete;
- Caneta;

– Trena.

O procedimento de montagem obedeceu à seguinte estrutura:

1. Cola-se a folha com a cópia do transferidor no suporte, figura 29;

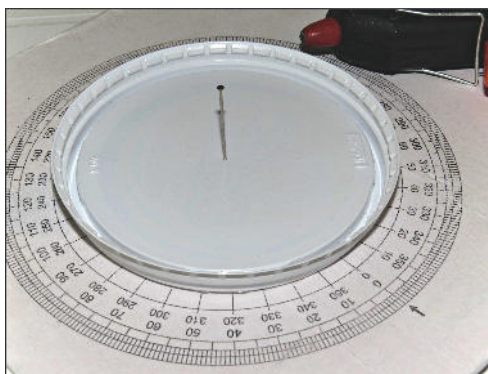
Figura 29 – Suporte com cópia do transferidor



Fonte: Elaboração própria

2. A tampa do pote deve ser colada, de cabeça para baixo e centralizada, no transferidor. Para melhor centralização, usa-se um alfinete como guia para alinhar o centro da tampa com o centro do transferidor, conforme figura 30;

Figura 30 – Suporte do teodolito montado com a tampa do pote



Fonte: Elaboração própria

3. O arame será o ponteiro do teodolito que fará a leitura no transferidor. Para isso, deve-se perfurar o copo do pote, próximo a sua boca, com dois furos opostos que passem por seu diâmetro. Passa-se o arame nesses furos, de forma que atravesse o copo;
4. O canudo será colado na base do pote, de forma que fique paralelo ao arame (ponteiro). Servirá de mira do teodolito, por onde será avistado o ponto a ser medido.
5. Ao encaixar o pote na tampa, está pronto para uso o teodolito. Veja figura 31.

Figura 31 – Teodolito artesanal



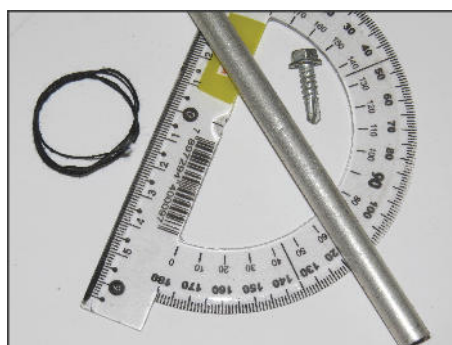
Fonte: Elaboração própria

Com esse teodolito artesanal, pode-se medir o ângulo formado entre dois pontos, horizontalmente ou verticalmente. Para que funcione de forma correta, deve-se manter nivelado e alinhar o ponteiro na indicação de 0° do transferidor, depois girar para avistar o ponto desejado. O ponteiro indicará quanto foi a variação do grau.

• O Clinômetro

Para construir um clinômetro, são necessários os seguintes materiais (figura 32):

Figura 32 – Materiais para a construção do clinômetro artesanal



Fonte: Elaboração própria

- 1 transferidor de 180°;
- 1 canudo de 20cm ou tubo de antena de TV ou rádio;
- 20 cm de linha;
- 1 objeto pequeno que sirva como peso.

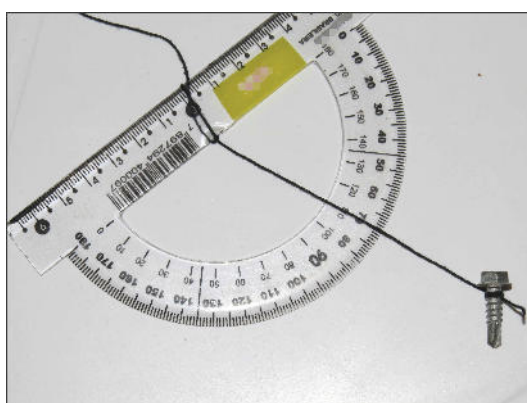
Materiais auxiliares para a montagem do clinômetro:

- Tesoura;
- Cola quente.

O procedimento de montagem segue a seguinte estrutura:

1. Uma ponta da linha deve ser amarrada no meio exato do transferidor para que ele marque o valor de elevação ou inclinação com precisão;
2. Na outra ponta da linha, que deve ultrapassar as extremidades do transferidor, é anexado o peso, que servirá como pêndulo. Veja a figura 33. Corte o excesso de linha;

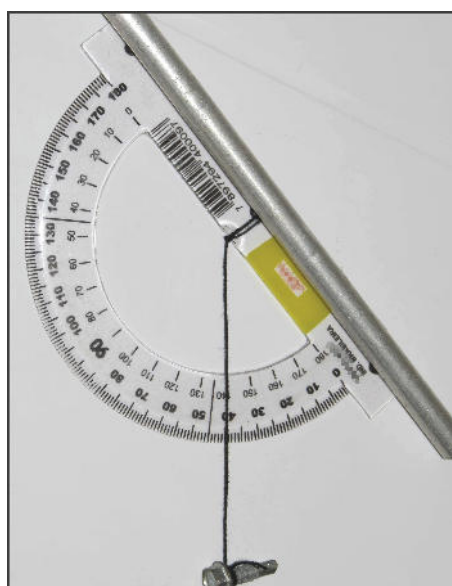
Figura 33 – Construção do clinômetro



Fonte: Elaboração própria

3. Na extremidade da régua do transferidor cola-se o canudo e o clinômetro está pronto, conforme figura 34.

Figura 34 – Clinômetro artesanal



Fonte: Elaboração própria

O clinômetro artesanal pode ser usado para medir a inclinação de um determinado plano, ou também ser usado para medir distâncias inacessíveis, usando o canudo

como mira. Em ambos os casos ele só pode ser usado de forma vertical, para que o pêndulo marque com exatidão a variação do grau encontrada em cada situação.

4.3 A Proposta

A proposta das atividades para a 2ª série do Ensino Médio está relacionada ao estudo de cálculo de distâncias inacessíveis e ângulos de inclinação, com a construção do teodolito e do clinômetro. Toda a sequência de encontros com atividades e aulas foram baseadas na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

4.3.1 Sequência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades

As atividades foram separadas em encontros que serão descritos, comentados e analisados a seguir.

• Primeiro Encontro

Nesse primeiro encontro, a professora, que é a própria pesquisadora, apresentou à turma a natureza do trabalho e explicou que, nos próximos encontros, eles trabalhariam de forma diferenciada, reforçando os conteúdos subsunçores e adaptando instrumentos da topografia nas aulas de matemática. Também foi informado que os questionários aplicados ajudariam no desenvolvimento do trabalho da pesquisadora, enfatizando que procurassem respondê-los com a maior sinceridade possível, e que não se preocupassem com os acertos das questões.

Após a apresentação, o primeiro passo foi a aplicação de um questionário (Apêndice E), alternativas 1 e 2, em que havia questões para reconhecer o perfil da turma, se algum deles já havia obtido alguma reprovação, a disponibilidade que reservam para realizar os estudos em casa e o que acham do estudo da disciplina de matemática.

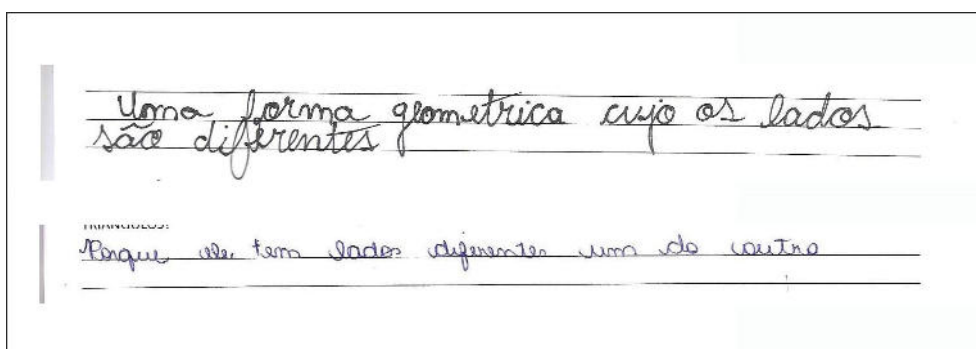
Nesse mesmo questionário, as questões de 3 a 7 tinham o objetivo de aferir o conhecimento dos alunos em relação aos conhecimentos prévios (subsunçores) que, para Ausubel, é fundamental, pois é a partir dele que o novo conhecimento se sustenta e se desenvolve. Os seguintes subsunçores foram destacados para essa atividade: triângulo retângulo e seus elementos, soma dos ângulos internos de um triângulo, ângulos e o uso do transferidor e as razões trigonométricas.

Análise do Primeiro Encontro:

O questionário foi respondido por 17 alunos. Quanto ao perfil da turma, está descrito no capítulo 2. As perguntas do questionário referentes aos conhecimentos prévios serão descritas abaixo:

A primeira pergunta: “O que você entende por triângulo retângulo? Existe alguma característica que o diferencia dos demais triângulos?”, foi respondida corretamente por apenas, aproximadamente, 30% dos alunos, ao dizer que o triângulo retângulo possui o ângulo de 90° e ter a hipotenusa e os catetos. Por geralmente o triângulo retângulo ser desenhado com os três lados diferentes, 35% dos alunos disseram ser essa a característica que o diferencia dos demais (figura 35). E 35% disseram não se lembrar de nada.

Figura 35 – Respostas dos alunos A1 e A2



Fonte: Elaboração própria

Na pergunta: “Num triângulo retângulo, como você identifica os catetos e a hipotenusa?”, 65% dos alunos conseguiram acertar a identificação dos catetos e hipotenusa, alguns relatando ser a hipotenusa o maior lado e os catetos os menores, e outros dizendo que a hipotenusa fica à frente do ângulo reto e os catetos ao lado do ângulo reto. Os demais alunos não obtiveram sucesso na explicação.

“A soma dos ângulos internos de um triângulo é: 90° , 180° , 270° ou 360° ”. Essa questão era a única fechada do questionário e apenas 35% dos alunos acertaram-na.

A próxima questão pedia para desenhar 3 triângulos retângulos diferentes, destacando em cada um a hipotenusa e os catetos. 65% dos alunos fizeram os desenhos, apontando corretamente a hipotenusa e os catetos. Destes, 63% não souberam responder corretamente à pergunta sobre o triângulo retângulo, mas desenharam o triângulo corretamente.

A última pergunta, referente ao uso do transferidor, 65% disseram saber que o transferidor é usado para medir ângulos, mas dois deles afirmaram não saber usar. 6% disseram ser uma espécie de régua e os demais não sabem o que é.

Pelo fato de uma maior parte das questões serem abertas, os alunos relataram, durante o preenchimento, que não se lembram de conceitos, portanto não conseguem descrever tais conceitos. E, ao analisar as respostas dos alunos, pôde-se confirmar tal fato. A aplicação do questionário durou o tempo de uma hora/aula, que corresponde a 55 minutos.

• Segundo Encontro

Os alunos apresentaram dificuldades ao responder as questões 3 a 7 do questionário aplicado no encontro anterior, por serem questões abertas. Formulou-se, então, um novo questionário (Apêndice F) com mais questões fechadas e mais específicas com os conteúdos subsunçores.

Análise do Segundo Encontro:

Na primeira questão foram dados três triângulos e os alunos deveriam marcar qual deles é retângulo, o que diferencia o triângulo escolhido dos outros, desenhar o triângulo escolhido e identificar nele a hipotenusa e os catetos. Acertaram cerca de 88% dos alunos, que também conseguiram identificar a hipotenusa e os catetos; mas, desses, 20% não souberam explicar que o ângulo reto que o diferencia dos demais. O restante dos alunos marcou a primeira alternativa, relatando que o triângulo retângulo tem os lados diferentes.

A segunda questão possuía uma foto de um transferidor e 3 alternativas para escolherem qual era o nome do instrumento de medida. Apenas 6% erraram, marcando ser um esquadro.

A próxima pergunta era a respeito das medidas dos ângulos. Foram dados dois ângulos desenhados no transferidor e os alunos deveriam colocar as medidas desses ângulos. Cerca de 94% dos alunos acertaram as medidas e o restante errou pelo menos uma medida.

A última pergunta foi referente às razões trigonométricas. Cerca de 82% dos alunos souberam identificar a hipotenusa e os respectivos catetos, mas, desses, somente 43% acertaram a escolha da razão trigonométrica. Os demais identificaram os catetos de forma errada.

A aplicação do questionário foi de uma hora/aula, que corresponde a 55 minutos.

• Terceiro Encontro

A aula desse encontro foi realizada de forma explicativa e com debates. A professora trouxe slides para mostrar aos alunos as possíveis dificuldades que tiveram ao responder os questionários. Nesses slides constavam os conceitos dos subsunçores: triângulo retângulo

e seus elementos, soma dos ângulos internos de um triângulo, ângulos e o transferidor e as razões trigonométricas.

Ainda nos slides, foram apresentados aos alunos vídeos explicativos; um referente ao teodolito, aula do Telecurso Ensino Médio, Telecurso (2014) e seu uso e outro mostrando a montagem de um teodolito caseiro ou artesanal, de Lins (2013).

Nessa aula também foi solicitado que os alunos trouxessem para o próximo encontro os materiais para a montagem do teodolito e do clinômetro. A turma foi dividida em 4 grupos, sendo 1 grupo com 4 alunos e 3 com 5 alunos.

Análise do Terceiro Encontro:

Nessa aula, relembrou-se com mais detalhes os conteúdos subsunçores, que em muitos casos acabam no esquecimento, ou mesmo por terem, à época em que estudaram, um aprendizado mecânico.

Não foi aplicada tarefa escrita aos alunos, mas realizados debates sobre o assunto. E os alunos, assistindo ao vídeo explicativo, conseguiram entender o funcionamento de um teodolito. Afirmaram que sempre viam homens trabalhando com esses instrumentos em obras, mas não entendiam para que serviam.

O tempo de duração do encontro foi de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Quarto Encontro

Esse encontro foi destinado à construção do teodolito e do clinômetro. O conceito e a construção dos aparelhos está descrita no início deste capítulo. Nessa tarefa, os alunos foram divididos em grupos, já solicitado no encontro anterior. Cada grupo ficou responsável por trazer os materiais para a construção dos instrumentos.

Dos materiais necessários para a montagem do instrumento, a cópia do transferidor foi entregue pela professora aos grupos. Com todos os materiais em mão, deu-se início à construção primeiramente do teodolito artesanal, seguindo todos os passos já descritos neste capítulo. O mesmo aconteceu em seguida com a construção do clinômetro.

A professora levou um teodolito e um clinômetro já montado e, lembrando o vídeo explicativo da aula anterior, facilitou a montagem realizada pelos alunos.

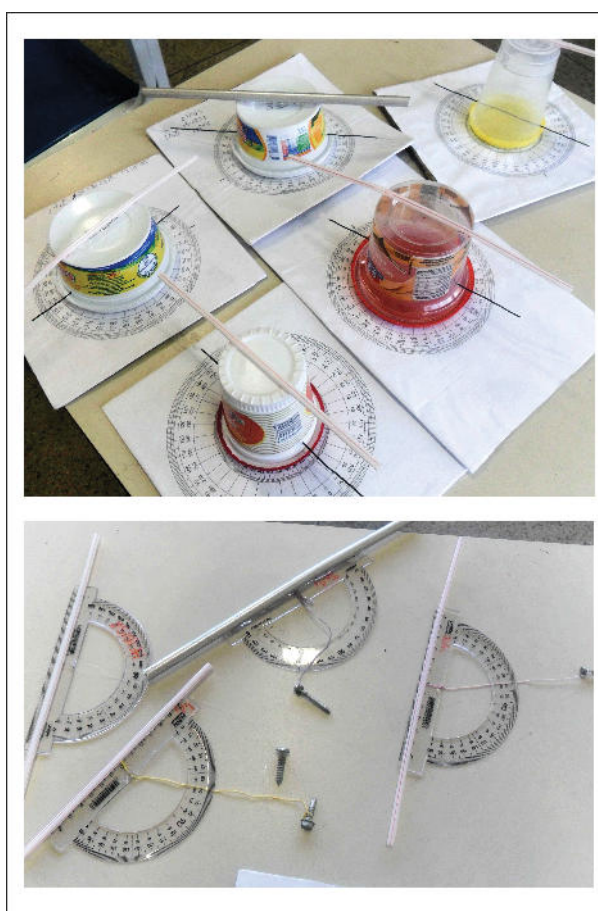
Análise do Quarto Encontro:

Os alunos mostraram interesse em construir o instrumento, mas ficaram curiosos para saberem como aqueles instrumentos iriam funcionar, já que eles eram bem diferentes do teodolito original.

Durante toda a etapa da construção, a professora auxiliou cada grupo, lembrando-os sempre de colocarem as peças de forma correta, centralizando-as para que os aparelhos funcionassem perfeitamente.

Alguns alunos mostravam mais interesse do que outros, porém mesmo assim os componentes dos grupos interagiram bastante na construção. Montados todos os instrumentos, foram guardados para uso em outro encontro. A figura 36 mostra a foto dos teodolitos e clinômetros artesanais construídos pelos alunos.

Figura 36 – Teodolitos e clinômetros artesanais construídos pelos alunos



Fonte: Elaboração própria

Esse encontro durou o tempo de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Quinto Encontro

Nesse encontro foi realizada uma aula de campo. Os grupos foram levados para o pátio da escola e foram orientados a medir alguns pontos neste pátio.

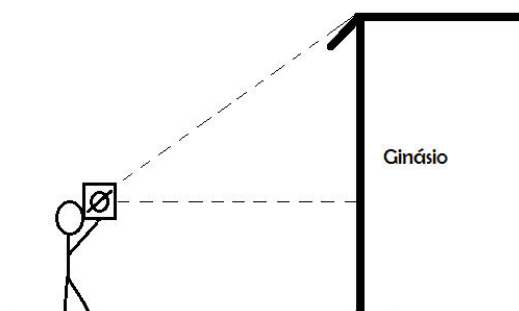
Foi entregue aos alunos uma caderneta de campo (Apêndice G), simples, montada pela professora, na qual cada grupo deveria fazer as medições solicitadas e anotá-las, além de ter um espaço para fazer um croqui (esboço) representando cada situação.

Para utilizar o teodolito, que mede o ângulo, é preciso também medir a distância do aparelho ao ponto observado para fazer os cálculos posteriores. Nesse caso, foi usada também uma trena.

Antes de utilizá-los, a professora explicou o funcionamento dos aparelhos. A ordem das tarefas realizadas no pátio foram as seguintes:

1. Medir o ponto mais alto do ginásio com o teodolito. Para isso um aluno segura o teodolito na vertical, lembrando que o aparelho deve estar horizontalmente com o chão. Outros dois alunos, com a trena, medem a distância do aparelho até o ponto observado, em linha reta e também a altura que ficou o instrumento. Mira-se com o teodolito o ponto mais alto do ginásio, girando o pote e verifica-se no aparelho a medida do ângulo. Foram anotadas, na caderneta de campo, a medida do ângulo, a distância do instrumento ao ponto observado e a altura do aparelho. Há uma simulação da primeira tarefa na figura 37.

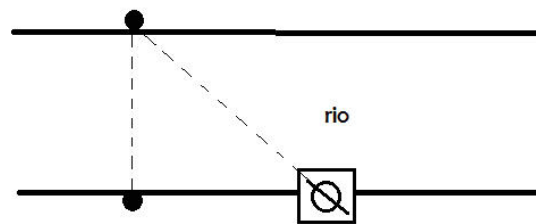
Figura 37 – Simulação do uso do teodolito na vertical



Fonte: Elaboração própria

2. Ainda com o teodolito, cada grupo escolherá, no pátio, uma área onde irão simular a largura de um rio. Agora o teodolito será usado na horizontal. Do lado do “rio” em que se encontram, escolhem um ponto do outro lado que servirá de mira. Do lado do “rio” onde se encontram marcam-se dois pontos, um perpendicular à mira e outro onde ficará o teodolito e será marcado o ângulo. Mede-se a distância desses dois pontos. Na figura 38 há uma simulação dessa tarefa.

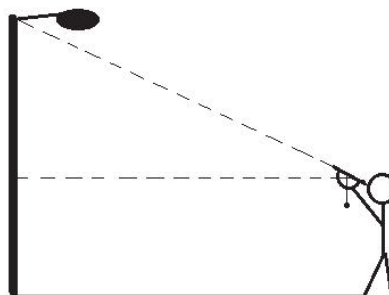
Figura 38 – Simulação do uso do teodolito na horizontal



Fonte: Elaboração própria

3. Agora, com o clinômetro, será medida a altura de um poste. A forma de usar o clinômetro para medir altura é a mesma do uso do teodolito na vertical. Mede-se a distância do observador ao poste, a altura que ficou o instrumento e o ângulo encontrado no clinômetro. A forma que o clinômetro foi usado está representada na simulação da figura 39.

Figura 39 – Simulação do uso clinômetro como teodolito



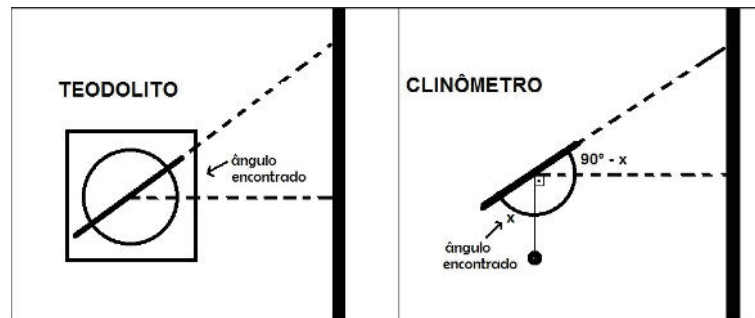
Fonte: Elaboração própria

4. Nessa última situação será usado o clinômetro para medir o ângulo de inclinação. Cada grupo escolhe um ponto qualquer no pátio onde o objeto escolhido esteja inclinado. O clinômetro é colocado rente ao objeto inclinado formando o ângulo.

A diferença de uso do clinômetro e do teodolito é o ângulo encontrado. No teodolito o ângulo encontrado é exatamente o que pertence ao triângulo, que será usado para fazer os cálculos. Já no clinômetro, o ângulo encontrado não pertence ao triângulo; o ângulo usado para os cálculos é complementar ao ângulo encontrado. Essa situação está representada na figura 40.

Todas as medidas encontradas pelos grupos serão usadas nos cálculos do próximo encontro.

Figura 40 – Diferença dos ângulos encontrados no teodolito e no clinômetro



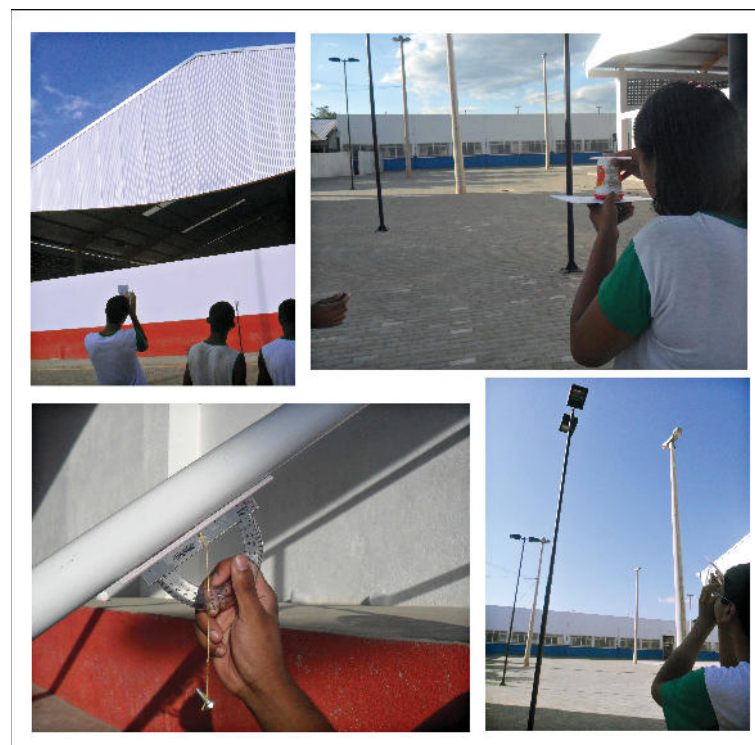
Fonte: Elaboração própria

Análise do Quinto Encontro:

A aula de campo serviu para colocar em prática os conceitos já adquiridos em aula. Os grupos foram auxiliados durante as tarefas no pátio e sentiram certa dificuldade ao usar os aparelhos, principalmente quanto ao teodolito, que não poderia girar o suporte junto com o pote, pois o suporte deveria ficar na vertical, horizontalmente com o chão.

A cada dúvida sanada, os alunos entendiam como era o uso correto dos aparelhos e cada situação em que foram usados. Na figura 41 há fotos de alunos utilizando os instrumentos artesanais construídos por eles.

Figura 41 – Uso dos instrumentos pelos alunos - aula de campo



Fonte: Elaboração própria

O tempo de duração da aula foi de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• **Sexto Encontro**

As medidas encontradas na aula de campo foram usadas nessa aula para calcular as medidas de cada tarefa supracitadas. Com as razões trigonométricas, os alunos puderam fazer os cálculos necessários das tarefas 1, 2 e 3. A quarta tarefa era apenas para encontrar o ângulo de inclinação e descobrir seu complemento.

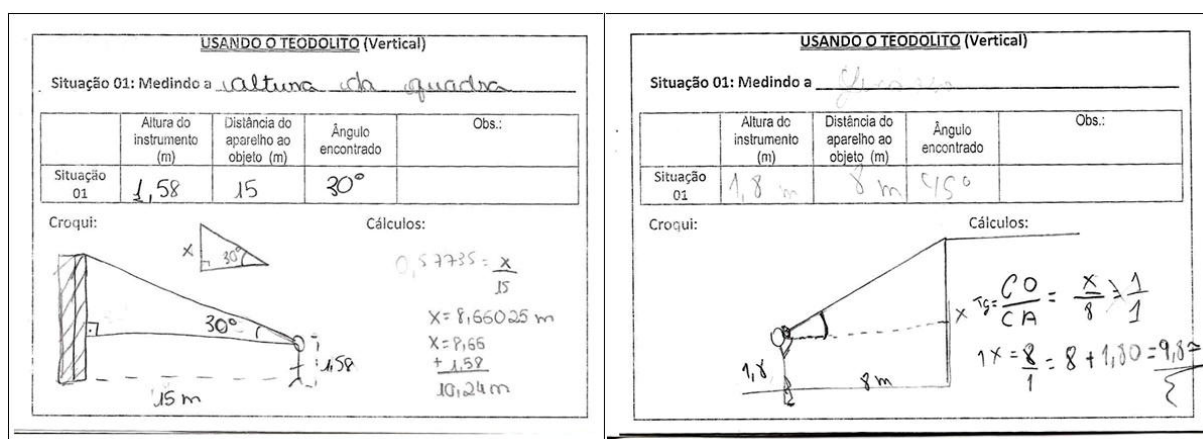
Para os cálculos, os alunos usaram a tabela trigonométrica disponível em livros didáticos.

Análise do Sexto Encontro:

Os grupos foram realizando os cálculos devidos, de acordo com cada situação, e conseguiram usar corretamente as razões trigonométricas, com algumas pequenas exceções.

Na primeira tarefa, “medindo a altura do ginásio” os grupos deveriam encontrar medidas aproximadas, pois era o mesmo ginásio. Conseguiram valores aproximados, não acharam medidas exatas, pois o teodolito artesanal não possui a mesma precisão de um teodolito original, mas as medidas encontradas são bem próximas. Na figura 42 há dois cálculos efetuados pelos grupos 1 e 2, na caderneta de campo, onde encontraram valores aproximados de 10 metros de altura.

Figura 42 – Cálculos resolvidos pelos grupos 1 e 2, respectivamente

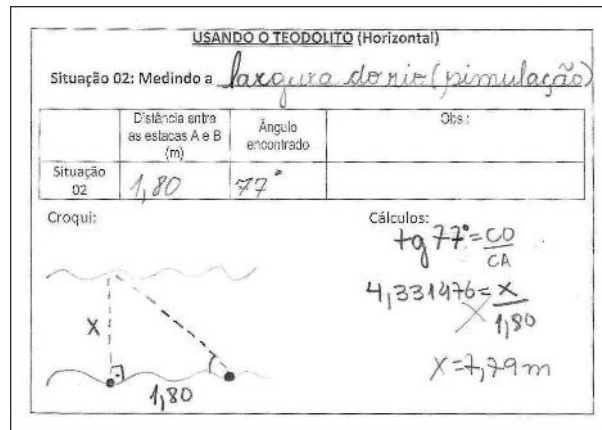


Fonte: Elaboração própria

Na segunda, “medindo a largura de um rio - simulação”, cada grupo fez a simulação em pontos diferenciados, então aqui os cálculos dariam resultados diferentes, um exemplo de cálculo encontra-se na figura 43, cálculo realizado pelo grupo 4. No entanto, o grupo 1 encontrou o valor de cerca de 60 cm, e percebeu que fez algo errado, pois o rio simulado

tinha mais que esse valor em sua largura. O erro foi encontrado, pois o ângulo medido com o teodolito era muito pequeno — nesse caso, percebeu-se que o teodolito fora usado de forma incorreta.

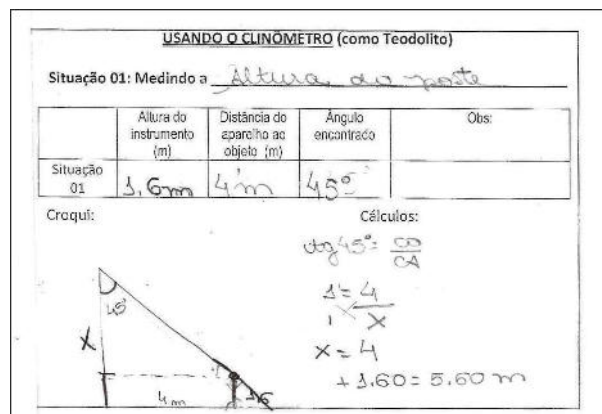
Figura 43 – Cálculo resolvido pelo grupo 4



Fonte: Elaboração própria

A terceira tarefa, com o uso do clinômetro como um teodolito, correspondeu à medição da altura de um poste. Havia no pátio da escola postes de alturas diferentes e um dos cálculos encontra-se na figura 44, realizado pelo grupo 3. Cada grupo escolheu um para medir. O grupo 2 errou ao usar fórmula da tangente, trocando a ordem da razão.

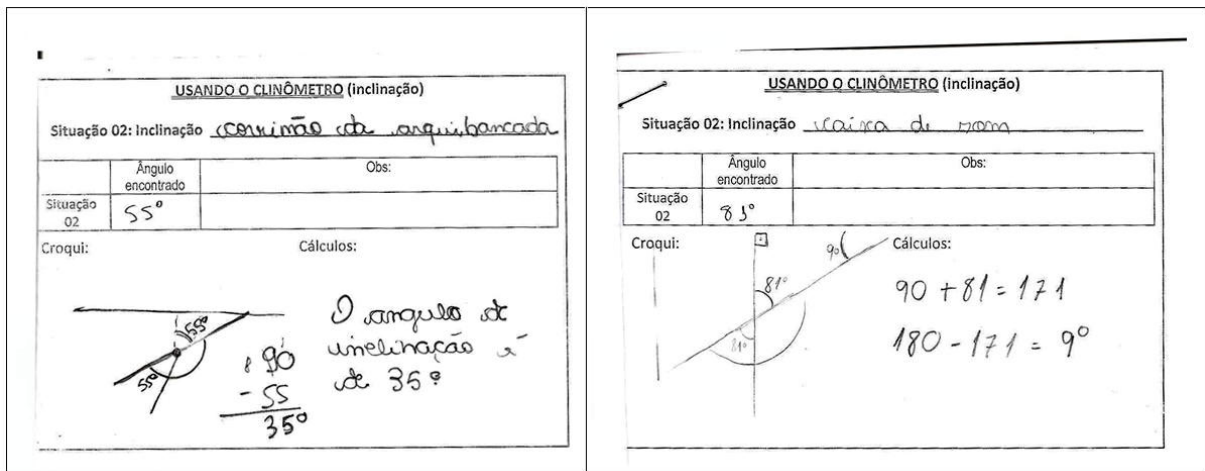
Figura 44 – Cálculo resolvido pelo grupo 3



Fonte: Elaboração própria

Na última, os alunos procuraram objetos inclinados e encontraram o corrimão da arquibancada do ginásio, a caixa de som pendurada na parede, entre outros objetos, e fizeram a medição com o clinômetro, a figura 45 mostra os cálculos feitos pelos grupos 1 e 3. Para esse momento, foi explicado aos alunos que o ângulo encontrado não era o mesmo da inclinação, pois com o clinômetro confeccionado, a medida da inclinação era o complemento do ângulo encontrado.

Figura 45 – Cálculos resolvidos pelos grupos 1 e 3, respectivamente



Fonte: Elaboração própria

Todas as tarefas realizadas tiveram um tempo de duração de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Sétimo Encontro

O sétimo e último encontro teve o objetivo de verificar o aprendizado de trigonometria no triângulo retângulo através de situações-problema envolvendo o conteúdo. Foi entregue a cada aluno uma folha contendo seis problemas (Apêndice H). Logo após a resolução, os alunos preencheram uma ficha avaliativa referente as aulas e, também foi realizado um debate sobre todos os encontros proporcionados.

Análise do Sétimo Encontro:

Estavam presentes neste dia 18 alunos, as situações-problema não foram resolvidas por grupo e sim individualmente. Assim como a ficha de avaliação.

A primeira questão foi resolvida com certa facilidade pelos alunos, dessa forma todos conseguiram acertá-la.

A segunda e quinta questão tinham o mesmo enunciado, porém uma questão era aberta e não foi dado os valores das razões trigonométricas, e a outra era uma questão fechada e foram dados os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo, com três casas decimais. Aproximadamente 61% dos alunos conseguiu acertar as duas questões e não perceberam que se tratava do mesmo problema. Cerca de 33% conseguiu usar a fórmula corretamente, porém se esqueceu de somar a altura em que o teodolito se encontrava. Um aluno (A1), que corresponde a 6% da turma, percebeu que se tratava do mesmo enunciado e não resolveu a quinta questão, marcando a alternativa b; como na segunda questão não foi dado o valor da tangente de 30°, ele substituiu o valor da $\sqrt{3}$ por 1,7 e o resultado ficou

um pouco menor do que usando o valor dado da tangente de 30° na quinta questão, pois possuía três casas decimais, assim a resposta correta para a quinta questão seria a letra c.

Na terceira questão os alunos deveriam usar o seno na resolução, mas 61% deles utilizaram a tangente. Percebe-se aqui a não interpretação do enunciado e das posições dos catetos. Provavelmente agiram por impulso, pois a primeira e segunda questões utilizavam a tangente na resolução. 22% acertaram e os outros 17% usaram o seno, mas inverteram, na substituição da fórmula, o cateto oposto e a hipotenusa.

Todos acertaram a quarta questão. A sexta questão, 78% fizeram-na corretamente; o restante acertou ao escolher a tangente para resolver, mas inverteu a ordem dos catetos ao usar a fórmula.

No geral, apesar de terem errado algumas questões, a maior parte dos erros aconteceu por falta de atenção.

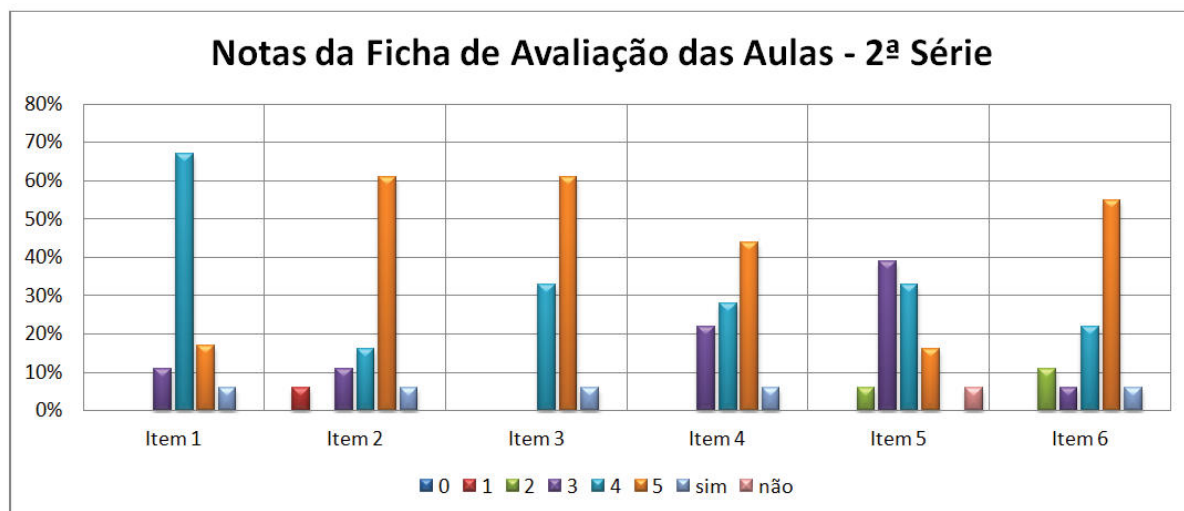
Após a resolução dos problemas, os alunos responderam uma ficha de avaliação das aulas, figura 46, em que cada aluno deveria dar nota de 0 (zero) a 5 para cada item. Na figura 47 encontra-se o gráfico com os resultados das notas dadas pelos alunos.

Figura 46 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 2ª série

FICHA DE AVALIAÇÃO DAS AULAS	
Aula: <i>Teodolito e Clinômetro</i>	
Turma: _____	
DÊ UMA NOTA DE 0 a 5 PARA CADA ITEM ABAIXO:	
1- Participei e me envolvi na realização do trabalho?	_____
2- Tirei minhas dúvidas durante o trabalho?	_____
3- Consegui entender para que é usado o teodolito?	_____
4- Entendi como funciona o clinômetro?	_____
5- Não tive dificuldades de manusear o teodolito ou o clinômetro?	_____
6- Agora compreendo o uso da trigonometria em nosso dia a dia.	_____

Fonte: Elaboração própria

Figura 47 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 2ª série



Fonte: Elaboração própria

Os alunos mostram nas notas dadas da ficha avaliativa a participação nas aulas, tiraram suas dúvidas e que também tiveram dificuldades ao usar os instrumentos. Tanto na avaliação, quanto no debate, cerca de 80% dos alunos disseram ter compreendido o uso da trigonometria em seu cotidiano. Relataram, também, que a construção e o uso dos instrumentos permitiu entender melhor os problemas propostos no conteúdo da trigonometria. O encontro teve uma duração de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

4.3.2 Análise Geral dos Encontros

Os conhecimentos prévios sobre triângulo retângulo e seus elementos, soma dos ângulos internos de um triângulo, ângulos e o uso do transferidor e as razões trigonométricas, identificados pelo professor através dos questionários iniciais, serviram de base para os novos conhecimentos aprendidos pelos alunos, tanto na construção do teodolito e do clinômetro, como no seu uso e nas resoluções de problemas.

Os alunos puderam compreender o uso dos instrumentos, ao utilizarem na aula de campo. Nos cálculos realizados pelos grupos, apesar de apresentar alguns erros, pôde-se perceber um melhor aprendizado dos alunos em relação ao conteúdo de trigonometria.

No teste aplicado no último encontro, com resoluções de problemas, foi notável que os alunos conseguiram resolvê-los com certa facilidade. A minoria dos alunos que não conseguiram resolver revelam a falta de interesse e, conseqüentemente, a deficiência na interpretação dos problemas, resolvendo-os de forma incorreta. No geral, percebeu-se que a aprendizagem foi significativa, ao compreenderem e conseguirem associar o conteúdo à sua realidade.

Capítulo 5

Cálculo de Áreas Usando Métodos da Topografia

Uma abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas, não é suficiente para explicar determinadas obras realizadas com o uso da geometria. Para os PCN+ Ensino Médio, Brasil (2002), ao ensinar Geometria no Ensino Médio deve-se possibilitar que diferentes questões possam ser discutidas e analisadas pelos alunos. Segundo Brasil (2002, p. 119), “os temas devem, ainda, permitir uma articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem”.

5.1 Métodos da Topografia para o Cálculo de Áreas

A área de polígonos é calculada geometricamente ou analiticamente. Segundo Ramos (1973, p. 61), quando calculado analiticamente "o desenho dos vértices do polígono topográfico e o cálculo de sua área são executados em função de suas coordenadas".

Tuler e Saraiva (2014) cita que há cinco métodos para encontrar área e, dois serão apresentados aqui: o método analítico pela fórmula de Gauss e o método geométrico (ou gráfico) de decomposição em polígonos.

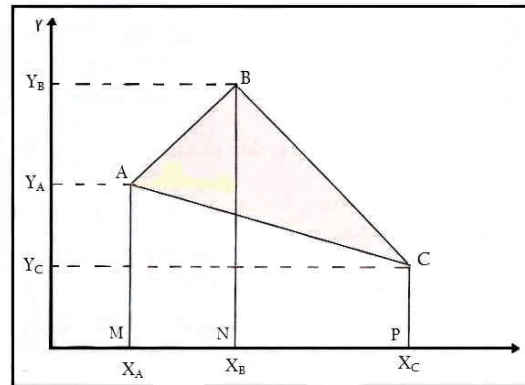
5.1.1 Método Analítico pela Fórmula de Gauss

A fórmula de Gauss permite calcular áreas de polígonos topográficos conhecendo suas coordenadas dos vértices.

A aplicação da fórmula de Gauss se baseia na fórmula do trapézio. Segundo Tuler e Saraiva (2014), esse método é considerado o mais preciso para o cálculo de áreas de polígonos topográficos.

Descrevendo o método (figura 48), o polígono ABC e suas projeções segundo os eixos x e y, tem-se que a área do polígono pode ser avaliada como:

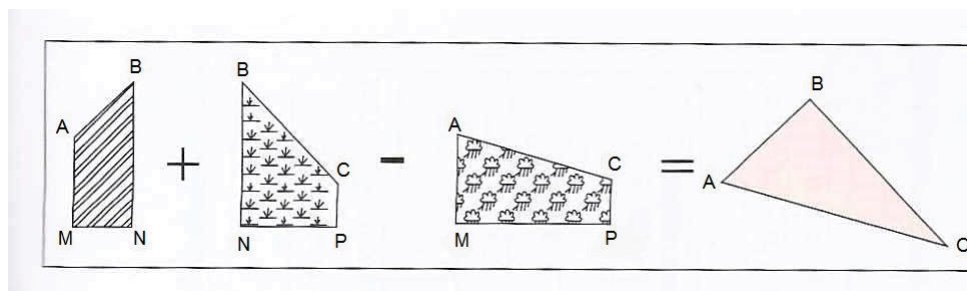
Figura 48 – Cálculo de área I



Fonte: Adaptado de Tuler e Saraiva (2014, p. 124)

A área do polígono ABC é igual à soma das áreas do trapézio MABN e NBCP menos a área do trapézio MACP, esquema demonstrado na figura 49.

Figura 49 – Calculo de área II



Fonte: Tuler e Saraiva (2014, p. 125)

Todo trapézio tem uma base maior (B), uma base menor (b) e uma altura (h), sua área pode ser calculada utilizando a fórmula:

$$\text{Área do Trapézio} = \frac{(B + b) \cdot (h)}{2}$$

Considerando que, nesses trapézios, as bases são as ordenadas absolutas Y_A, Y_B e Y_C e as alturas são as abscissas relativas $X_B - X_A, X_C - X_B$ e $X_C - X_A$, pode-se escrever:

$$\frac{(Y_A + Y_B) \cdot (X_B - X_A)}{2} + \frac{(Y_B + Y_C) \cdot (X_C - X_B)}{2} - \frac{(Y_A + Y_C) \cdot (X_C - X_A)}{2} = \text{área do polígono.}$$

Rearranjando a equação:

$$(Y_A + Y_B) \cdot (X_B - X_A) + (Y_B + Y_C) \cdot (X_C - X_B) - (Y_A + Y_C) \cdot (X_C - X_A) = 2 \times \text{área do polígono.}$$

$$(Y_A X_B - Y_A X_A + Y_B X_B - Y_B X_A) + (Y_B X_C - Y_B X_B + Y_C X_C - Y_C X_B) - (Y_A X_C - Y_A X_A + Y_C X_C - Y_C X_A) = 2 \times \text{área do polígono.}$$

$$|(Y_A X_B + Y_B X_C + Y_C X_A) - (Y_B X_A + Y_C X_B + Y_A X_C)| = 2 \times \text{área do polígono.}$$

A utilização dessa fórmula pode ser mais facilitada, organizando-se uma planilha de cálculo, repetindo no final o primeiro ponto das coordenadas.

Pontos	X	Y	Produtos ↘	Produtos ↗
A	X_A	Y_A		$X_B \cdot Y_A$
B	X_B	Y_B	$X_A \cdot Y_B$	$X_C \cdot Y_B$
C	X_C	Y_C	$X_B \cdot Y_C$	$X_A \cdot Y_C$
A	X_A	Y_A	$X_C \cdot Y_A$	
		Somatório:	S_1	S_2
			$ S_1 - S_2 = 2 \cdot \text{Área}$	

A área do polígono será a metade do módulo da diferença entre os dois produtos.

$$\text{Área do polígono} = \frac{|S_1 - S_2|}{2}$$

5.1.2 Método Geométrico de Decomposição em Polígonos

Nos métodos gráficos, segundo Tuler e Saraiva (2014) “deve-se levar em consideração a escala de representação. Logo, os processos gráficos são métodos expeditos e podem “falsear” a avaliação da área, devendo ser evitados quando se requer precisão.”

Esse método é aplicado em polígonos que permitem o traçado de alinhamentos que os atravessem. Para totalização da área, deve-se recorrer às expressões da geometria plana, que fornecem a área de figuras como triângulos, retângulos, trapézios e outros.

Outra decomposição em polígonos que pode ser usada é pela triangulação, que consiste em dividir toda a região da qual se deseja obter a área em diversos triângulos.

Além disso, as áreas desses triângulos podem ser calculadas conhecendo apenas seus lados, pela fórmula de Heron. Então, a área de um triângulo ABC, cujos lados medem a , b e c é:

$$\text{Área ABC} = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

sendo,

$$p = (\text{semiperímetro}) = \frac{a+b+c}{2}.$$

5.2 A Proposta

Nesta proposta de atividade, aplicadas na turma de 3ª série do Ensino Médio, os alunos irão calcular a área do terreno da escola, usando os dois métodos citados anteriormente. Para o desenvolvimento desses métodos, primeiramente foi localizado, no software Google Earth, o terreno da escola, no próprio programa, traçando-se o polígono sobre o terreno e a obtenção da medida de um de seus lados. A atividade será entregue ao aluno impressa.

O primeiro método que os alunos irão usar será o método geométrico de decomposição em triângulos. Decompõe-se o terreno em triângulos, encontrando a escala obtida da redução do polígono do terreno. O aluno irá calcular as áreas de cada triângulo pela fórmula de Heron que, ao somar todas as áreas, obtém-se a área do terreno.

No segundo método, o método analítico pela fórmula de Gauss, ou também conhecido como método das coordenadas dos vértices, a área é encontrada através das coordenadas traçadas sobre o terreno. Para cada vértice são anotadas suas coordenadas e esses valores usados na fórmula de Gauss.

A sequência de encontros com atividades e aulas foi baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

5.2.1 Sequência Didática: Aplicação, Desenvolvimento e Análise das Atividades

A sequência das atividades será descrita, comentada e analisada a cada encontro.

• Primeiro Encontro

Nesse primeiro encontro, a professora, que é a própria pesquisadora, apresentou à turma a natureza do trabalho e explicou que, nos próximos encontros, eles trabalhariam com uma forma diferente para o cálculo de áreas. Também foi informado que os questionários aplicados ajudariam no desenvolvimento do trabalho da pesquisadora, enfatizando que procurassem respondê-los com a maior sinceridade possível, e que não se preocupassem com os acertos das questões.

Após a apresentação, o primeiro passo foi a aplicação do questionário (Apêndice I), no qual as alternativas 1 e 2 apresentavam questões para reconhecer o perfil da turma, se algum deles já havia obtido alguma reprovação, a disponibilidade que reservam para realizar os estudos em casa e o que acham do estudo da disciplina de matemática.

Nesse mesmo questionário, as questões de 3 a 7 tinham o objetivo de aferir o conhecimento dos alunos em relação aos conhecimentos prévios (subsunçores), que para

Ausubel, é fundamental, pois é a partir dele que o novo conhecimento se sustenta e se desenvolve. Os seguintes subsunçores foram destacados para essa atividade: conceito de polígono, conceito de área, identificação de fórmulas básicas de áreas e coordenadas cartesianas.

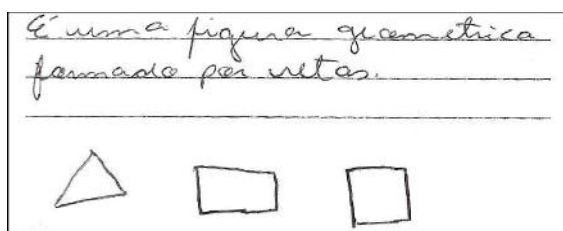
Análise do Primeiro Encontro:

O questionário aplicado nesse encontro foi respondido por 30 alunos. No capítulo 2 está descrita a primeira parte do questionário que está relacionado com o perfil da turma. As demais questões, sobre os conhecimentos prévios, foram relatadas no questionário em perguntas abertas e fechadas.

A pergunta “O que você entende por plano cartesiano? E as coordenadas de um plano?”, 30% da turma respondeu que serve para localização; aproximadamente 47% associaram aos eixos x e y. De certa forma, as respostas estão corretas, mas não completas. O restante deixou em branco ou respondeu de forma incorreta.

“Para você, o que é um polígono? Desenhe abaixo alguns polígonos que você conhece.”. Nessa atividade, aproximadamente 67% disseram ser figuras geométricas ou figuras planas, alguns completaram sendo formadas por linhas retas e todos os 67% dos alunos fizeram os desenhos corretamente, exemplo na figura 50. A outra parte da turma relacionou polígono a formas geométricas, mas desenhou também o círculo, e alguns deles desenharam sólidos geométricos, veja dois exemplos na figura 51. Percebe-se que os alunos possuem certa dificuldade em lembrar os conceitos, e acabam misturando os conteúdos, nesse caso, figuras planas, generalizando o polígono como sendo também círculo, e as figuras tridimensionais.

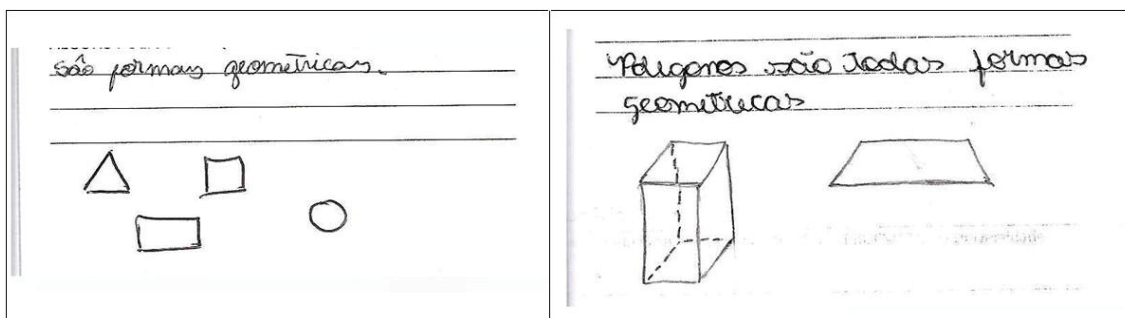
Figura 50 – Resposta do aluno A1



Fonte: Elaboração própria

Na quinta questão perguntou-se sobre o conceito de área, com três opções para escolher apenas uma, sendo elas: a quantidade de espaço que o sólido ocupa, a região plana interna delimitada pelos lados de um polígono ou a soma de todos os lados de um polígono. Apenas 40% da turma marcou a alternativa correta, que é a região plana interna delimitada pelos lados de um polígono. Cerca de 40% deles marcaram a primeira opção: a quantidade de espaço que o sólido ocupa e, aproximadamente, 7% responderam a terceira alternativa e o restante não marcou nenhuma opção.

Figura 51 – Respostas dos alunos A2 e A3, respectivamente

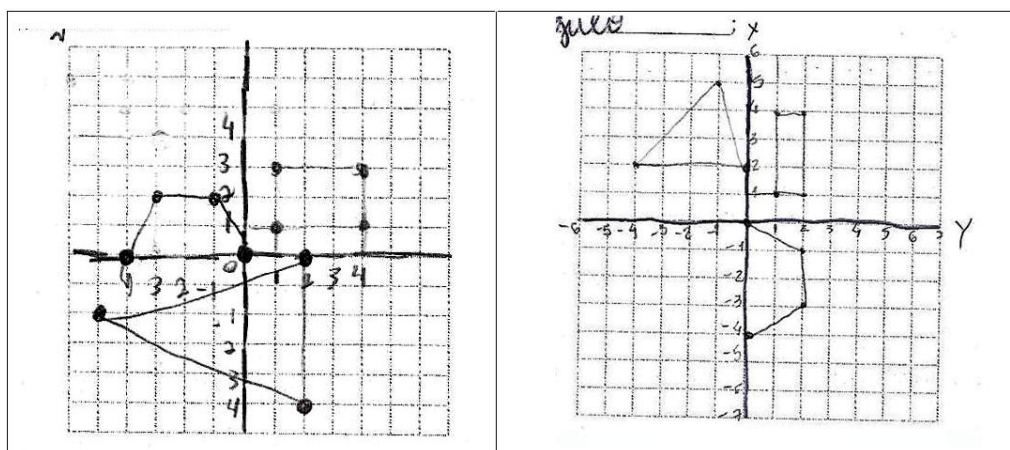


Fonte: Elaboração própria

A sexta atividade, pediu-se para relacionar as fórmulas das áreas com seus respectivos polígonos e, aproximadamente, 93% fizeram a relação corretamente.

Na sétima e última questão, foi dado um quadriculado, para que traçassem um plano cartesiano e, nesse plano, marcassem os pontos que iriam formar, ao todo, três polígonos e os nomeassem. Metade dos alunos traçou corretamente, conseguindo nomeá-los, o restante marcou pontos no lugar errado ou trocaram a posição dos eixos e, assim, os polígonos formados não estavam corretos, conforme figura 52.

Figura 52 – Respostas dos alunos A4 e A5, respectivamente



Fonte: Elaboração própria

Nota-se que a falta de interpretação das questões e a aprendizagem mecânica dos conteúdos anteriores acabam fazendo uma confusão mental nos alunos ao responderem as atividades. Esse encontro teve a duração de uma hora/aula, que equivale a 55 minutos.

• Segundo Encontro

Nesse encontro trabalhou-se, de forma expositiva e com debates, sobre as dúvidas encontradas pelos alunos nos conteúdos diagnósticos dos subsunçores, pois eles serão

necessários para dar continuidade ao trabalho. O conhecimento sobre escala não foi abordado nas questões da aula anterior, mas também é um conteúdo subsunçor e, nessa aula, foi feita uma revisão sobre ele e, os alunos foram questionados antes da explicação da professora acerca do assunto.

Ainda nessa aula, a professora apresentou e demonstrou aos alunos os dois métodos da topografia para o cálculo de área. A turma foi dividida em 8 grupos para os próximos encontros, sendo 6 grupos com 4 alunos e 2 com 3 alunos.

Análise do Segundo Encontro:

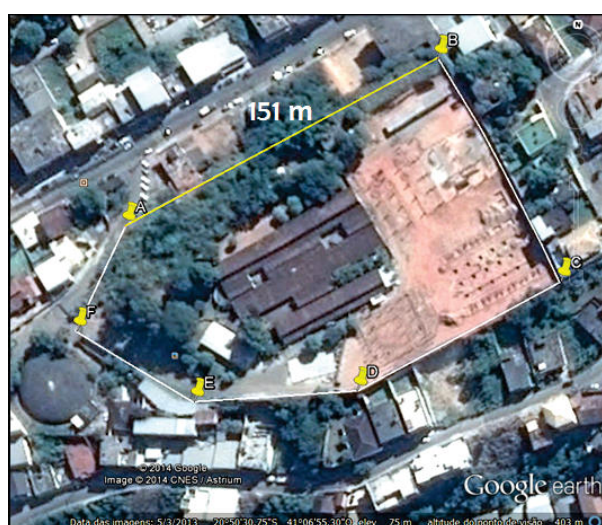
Nesse encontro os alunos tiveram a oportunidade de tirar dúvidas sobre os conteúdos subsunçores, pois em muitos casos o conteúdo acaba sendo esquecido.

Não foi aplicada tarefa escrita aos alunos, mas realizados debates sobre os conteúdos. Os alunos ficaram atentos à explicação dos métodos da topografia que serão usados nos próximos encontros. Essa aula durou o tempo de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

• Terceiro Encontro

O método geométrico da decomposição em triângulos, mais familiar aos alunos, foi aplicado nessa aula. Uma folha com o mapa da escola foi dada a cada grupo. O mapa da escola foi elaborado do software Google Earth, onde é possível traçar um polígono sobre o terreno e, ainda, colocar suas dimensões reais. O exemplo do polígono traçado sobre o terreno da escola encontra-se na figura 53.

Figura 53 – Terreno da escola tirado do software Google Earth



Fonte: Elaboração própria

A atividade aplicada (Apêndice J) constava de três questões sobre o cálculo de áreas, iniciando com a área de um triângulo simples; na segunda questão, a área de um

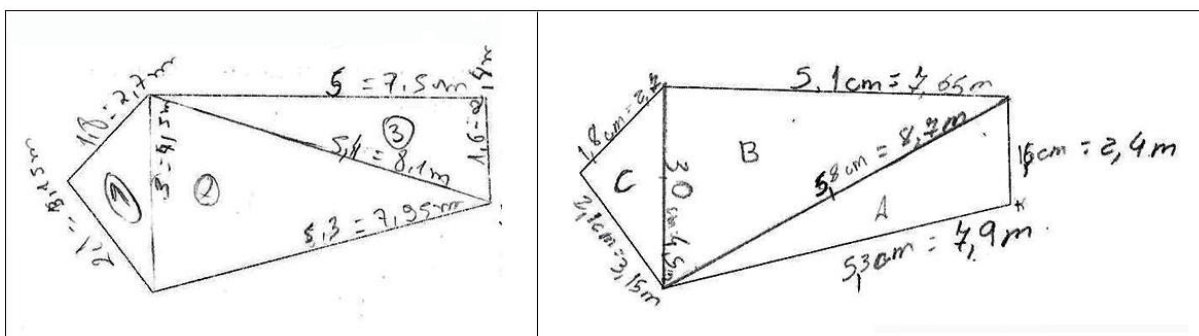
polígono e, na terceira, a área do terreno da escola. Na segunda e terceira questões, os alunos deveriam usar os conhecimentos de escala para encontrar as medidas dos lados dos polígonos de acordo com a escala dada no enunciado do problema ou descobri-la e, em seguida separar o polígono em triângulos, para então utilizarem a fórmula de Heron, encontrando a área pedida.

Análise do Terceiro Encontro:

A primeira questão da atividade era mais simples, pois já havia as medidas dos lados do triângulo, então era somente utilizar a fórmula para encontrar a área. O grupo 8 obteve erro nessa questão, pois usou um valor incorreto na fórmula; os demais conseguiram êxito.

A segunda tarefa requeria o uso da escala dada e, com uso da régua, encontrar as medidas dos lados do polígono. Cada grupo obteve medidas diferentes ao usar a régua, com diferenças de alguns décimos. Nessa situação, os resultados encontrados foram aproximados. Cada grupo traçou os triângulos de forma diferente, exemplos na figura 54.

Figura 54 – Triangulação feita pelos grupos 3 e 5, respectivamente

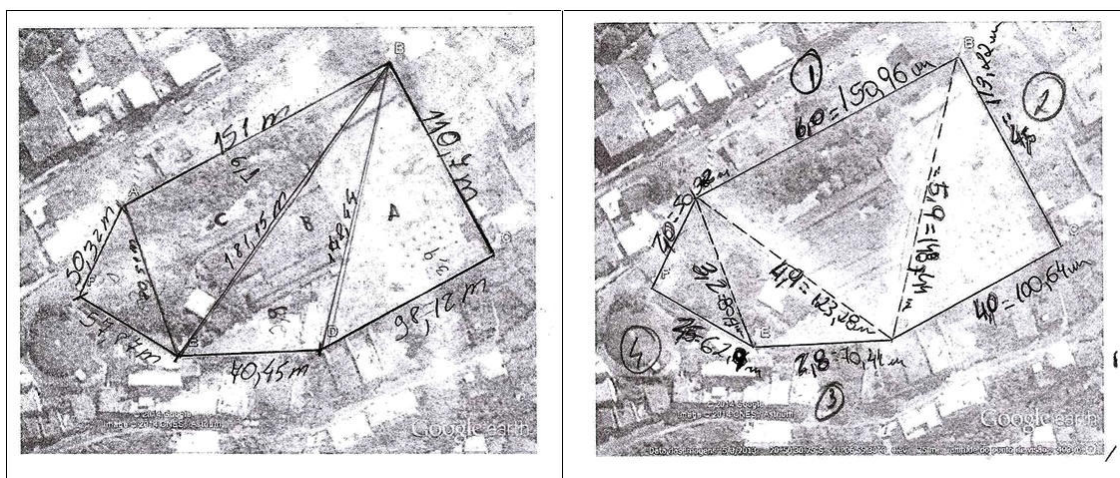


Fonte: Elaboração própria

Por usarem muitos números decimais, o grupo 4 tinha os valores corretos na fórmula mas fez o uso errado da calculadora, obtendo um valor muito maior do que deveria, errando a questão. E o grupo 2 também se perdeu com os números decimais, colocando valores incorretos na fórmula.

A última e principal questão, na qual deveriam encontrar a área do terreno da escola, os alunos deveriam proceder da mesma forma da segunda questão. A diferença era apenas a presença da foto do terreno e o formato do polígono. Assim como na segunda tarefa, a triangulação traçada por cada grupo foi realizada de forma diferente, veja exemplos na figura 55. Era uma questão trabalhosa, pois havia muitos números decimais e, como na questão 2, deveriam usar a régua, fazendo cada grupo ter alguns décimos diferentes nas medidas dos lados, mas com resultados bem próximos. Os grupos 3 e 5 erraram a questão por se atrapalharem com os números decimais. A aula teve uma duração de duas horas/aula, que corresponde a 1 hora e 50 minutos.

Figura 55 – Triangulação feita pelos grupos 5 e 8



Fonte: Elaboração própria

• Quarto Encontro

O quarto encontro destina-se à aplicação do método das coordenadas. A atividade proposta consta de duas tarefas (Apêndice K). Na primeira foi dado um terreno, já traçado sobre um plano cartesiano e, nele os alunos deveriam encontrar as coordenadas dos vértices do polígono do terreno, e pela fórmula de Gauss, com o auxílio da planilha de cálculo apresentada na seção 4.1.1, encontrar a área do terreno, utilizando a escala dada.

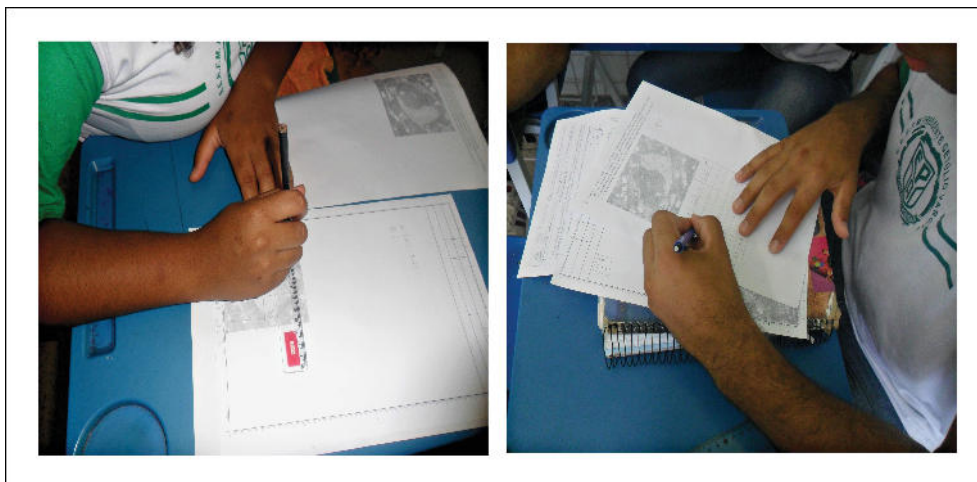
A segunda tarefa é encontrar a área do terreno da escola, através do mesmo mapa aplicado no encontro anterior. Nessa atividade, eles devem traçar um plano cartesiano sobre o mapa e, para isso, foi dado o mapa para recortar e uma folha milimétrica, cuja cópia foi retirada de um caderno técnico, para facilitar o traçado do plano cartesiano. Deve-se proceder da mesma forma da primeira tarefa.

Análise do Quarto Encontro:

As duas tarefas propostas nessa atividade foram resolvidas com maior facilidade do que o encontro anterior, em que utilizaram o outro método para encontrar a área. Isso ocorreu devido à maior quantidade de valores que deveriam encontrar ao utilizarem a fórmula de Heron. Os alunos perceberam que o resultado encontrado no terreno da escola utilizando o método das coordenadas dos vértices se aproxima do resultado encontrado pela decomposição em triângulos.

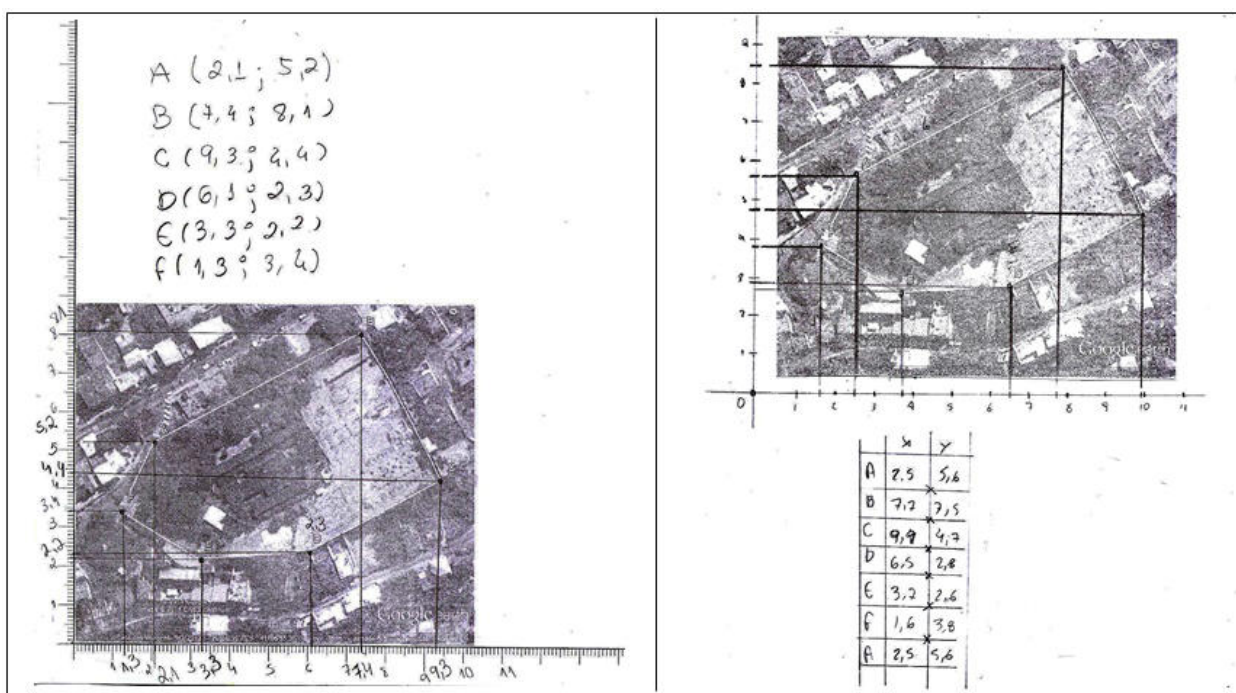
A figura 56 mostra alunos desenvolvendo a atividade proposta e a figura 57 mostra exemplos de coordenadas traçadas, pelos grupos, sobre o terreno. As coordenadas encontradas por cada grupo não são iguais, pois cada um colou a foto do terreno sobre a folha milimétrica, ficando assim em posições diferentes.

Figura 56 – Alunos desenvolvendo as atividades



Fonte: Elaboração própria

Figura 57 – Coordenadas traçadas pelos grupos 7 e 8, respectivamente



Fonte: Elaboração própria

O grupo 3 não terminou os cálculos e o grupo 5 encontrou as coordenadas e utilizou o quadro da fórmula de Gauss corretamente, mas errou a escala, errando assim o resultado final. O encontro teve uma duração de duas horas/aula, que equivale a 1 hora e 50 minutos.

• **Quinto Encontro**

Nesse encontro foi feito um debate sobre os encontros anteriores e aplicado uma ficha de avaliação das aulas.

Análise do Quinto Encontro:

De início os alunos responderam uma ficha de avaliação das aulas. Logo após houve o debate. Neste dia, 21 alunos estavam presentes.

Na figura 58 encontra-se a ficha de avaliação das aulas com 5 itens e, na figura 59, encontra-se o gráfico com os resultados das notas.

Figura 58 – Ficha avaliativa aplicada na turma da 3ª série

FICHA DE AVALIAÇÃO DAS AULAS

Aula: Cálculo de áreas usando métodos topográficos

Turma: _____

DÊ UMA NOTA DE 0 a 5 PARA CADA ITEM ABAIXO:

1- Participei e me envolvi na realização do trabalho? _____

2- Tirei dúvidas durante o trabalho? _____

3- Consegui entender o método da triangulação? _____

4- Compreendi o método das coordenadas dos vértices? _____

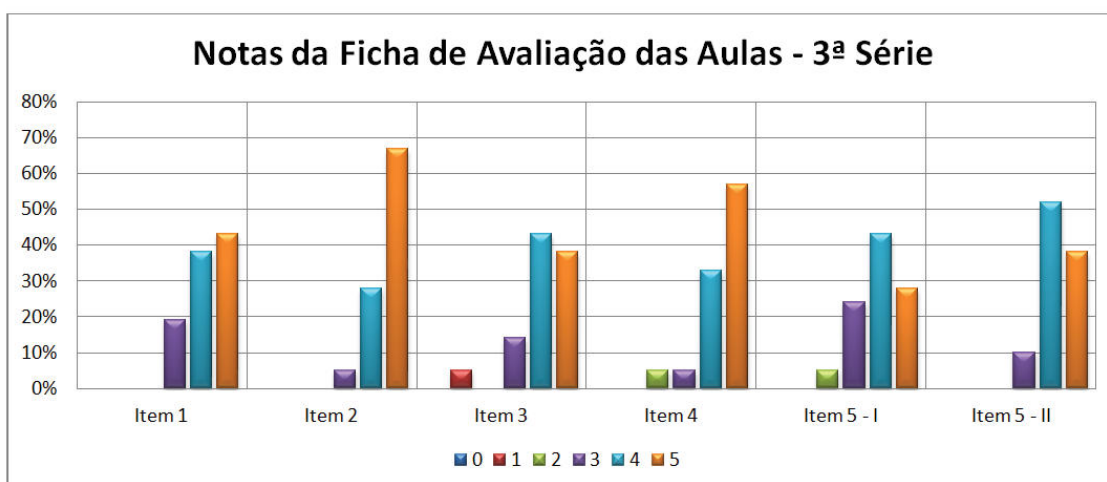
5- Avalie cada método, quanto a precisão e praticidade dos cálculos:

I - Método da triangulação _____

II - Método das coordenadas dos vértices _____

Fonte: Elaboração própria

Figura 59 – Notas da ficha avaliativa aplicada na turma da 3ª série



Fonte: Elaboração própria

Pode-se perceber que pelas notas obtidas nos itens 1 e 2, quanto à participação dos alunos nas aulas, uma média de 80% mostraram-se interessados e tiraram dúvidas durante a realização das atividades.

Ao dialogar com os alunos sobre os dois métodos aplicados e também analisando as notas dadas na ficha avaliativa, constatou-se que consideraram os dois bem trabalhosos, principalmente o método da decomposição em triângulos, por ter que encontrar muitas medidas, porque a maioria era de números decimais. Analisando as notas 4 e 5 dadas nos itens 3 e 4, cerca de 15% maior foi a compreensão do alunos para o método das coordenadas dos vértices em relação ao método da triangulação. Relataram que o método das coordenadas possui um pouco menos de cálculo e aparenta ser mais preciso e prático. O tempo de duração do encontro foi de uma hora/aula, correspondendo a 55 minutos.

5.2.2 Análise Geral dos Encontros

Os conhecimentos prévios lembrados pelos alunos da 3ª série sobre o conceito de polígono, conceito de área, identificação de fórmulas básicas de áreas e coordenadas cartesianas foram identificados através de um questionário. Tiveram certa dificuldade ao responderem os conceitos, mas no geral conseguiram escrever e associar de uma forma não completa, mas correta.

O trabalho realizado com essa turma foi elaborado de forma que a aprendizagem significativa pudesse prevalecer. Relacionando os conhecimentos prévios com os novos conteúdos de cálculo de área de polígonos de uma forma diferenciada, usando os métodos da topografia. Os alunos puderam compreender que esses cálculos matemáticos não são realizados somente em sala de aula, mas também em algumas profissões.

A aplicação das atividades foi realizada com dificuldade relativa pelos alunos, por trabalhar com muitos números decimais, devido às escalas e à utilização da régua para medir os lados dos polígonos. Apesar disso, os resultados obtidos foram satisfatórios, conseguindo finalizar os cálculos propostos.

Os alunos foram separados em grupos. Houve entrosamento na realização das tarefas por mais de 80% dos alunos, mostrando o interesse de praticamente todos que estavam presentes.

Considerações Finais

Ao final dessa pesquisa, verificou-se que as atividades propostas associadas a cada método aplicado foi satisfatório, nas três turmas, pois, durante todo o trabalho realizado, os conteúdos foram explorados de forma a obter um aprendizado mais significativo. Buscou manter um ensino com situações-problema que estivessem relacionados com a realidade dos alunos e ao mesmo tempo associados ao uso de instrumentos e métodos da topografia e cartografia.

Verificou-se que uma pequena porcentagem dos alunos, mesmo sendo as aulas direcionadas à utilização de métodos diferenciados na busca de um melhor aprendizado, que por um motivo ou outro, não tiveram interesse em aprender e, provavelmente gerou como consequência uma aprendizagem mecânica para estes alunos. Para avaliar se realmente a aprendizagem significativa ocorreu, não foi através de notas e sim baseando-se nas observações diárias, nas análises das tarefas realizadas, nos questionários aplicados e nos debates que pôde-se perceber que ocorreu em alguns momentos. Percebe-se ao longo de todo o trabalho um bom nível de participação dos alunos, tanto na construção dos instrumentos e seus respectivos usos e na aplicação dos métodos topográficos no cálculo de áreas, quanto nos debates que ocorreram nas aulas.

Os conhecimentos prévios serviram de base para a implementação das atividades e, sem eles e o devido reforço, o entendimento dos conteúdos seria superficial. Porém, se perde tempo revisando um conteúdo que os alunos já deveriam saber, para se aplicar este método em todo início de conteúdo atrasariam os conteúdos previstos para a série. Mas, no final tem-se um aprendizado com mais qualidade.

Esta pesquisa trouxe contribuições também para a pesquisadora, que pôde observar no aprendizado dos alunos que, uma aula voltada para a sua realidade e com aplicações além dos livros didáticos, pode ser ministrada de forma mais dinâmica e significativa para os alunos.

Todas as atividades propostas foram aplicadas em turmas do Ensino Médio, mas podem variar de série, de acordo com a proposta curricular de cada município ou estado, e deve estar sempre de acordo com os conhecimentos prévios que os alunos possuem para dar continuidade a cada atividade. Sugere-se a aplicação das propostas em turmas do Ensino Fundamental, de uma forma mais simples, não podendo esquecer que o professor

deve identificar os conhecimentos prévios dos alunos em cada proposta de atividade para que ocorra o aprendizado significativo, além de preparar um material potencialmente significativo e motivador.

Também como sugestão de aplicação seria unificar as três propostas e aplicá-las em uma única série, como na 3ª série do Ensino Médio, por terem uma bagagem de conteúdo maior que as demais séries, sendo assim, os conteúdos prévios necessários para a inserção de um novo conhecimento já foram vistos por eles.

Destacam-se algumas observações com relação às atividades e à metodologia aplicada:

- O reforço dos conteúdos básicos que serviram de base para a realização das atividades e para a aquisição de novos conhecimentos;
- A construção dos instrumentos que propôs uma motivação, tanto na construção como na sua utilização;
- O trabalho em grupos e a interação entre os alunos;
- Os resultados obtidos estão dentro do esperado, pois o aprendizado significativo pôde ser notado, não em todos, mas na maioria dos alunos, principalmente naquele que mostrou interesse e participação nas aulas;
- As propostas permitem o professor explorar outros temas e também outras sugestões já citadas anteriormente;
- Os conteúdos aplicados podem servir de subsunçores para outros conteúdos, por exemplo o uso do pantógrafo pode servir de base para trabalhar posteriormente o conteúdo de semelhança de triângulos e do teorema de Tales;
- O desenvolvimento do planejamento atende às condições necessárias, descritas no capítulo 1, para ocorrer a aprendizagem significativa de Ausubel.

Considera-se que, essas sequências didáticas, baseadas na construção de instrumentos da Cartografia e da Topografia e aplicação de métodos da topográficos no cálculo de áreas de terrenos, possam contribuir para a aprendizagem significativa dos conteúdos de matemática e para o crescimento dos alunos.

Referências

- ALMEIDA, A. P. P. de; FREITAS, J. C. de P.; MACHADO, M. M. M. *Topografia. Fundamentos, Teoria e Prática*. 1998. Instituto de Geociências da Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Cartografia. Acessado em 15/10/2014. Disponível em: <<http://www.csr.ufmg.br/geoprocessamento/publicacoes/Apostila%20Top1.pdf>>. Citado na página 20.
- ANDERSON, P. S. *Princípios de Cartografia Básica*. [S.l.], 1982. Disponível em: <<http://www.geoluislopes.com/2013/10/ebooks-da-serie-principios-da-cartografia.html>>. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 40.
- ANTUNES, C. *Levantamentos Topográficos*. 1995. Apontamentos de Topografia. Acessado em 20/09/2014. Disponível em: <<http://webpages.fc.ul.pt/~cmantunes/TOPO.html>>. Citado na página 56.
- BIGGE, M. L. *Teorias da Aprendizagem para professores*. São Paulo: EPU, Editora da Universidade de São Paulo, 1977. Citado na página 27.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, 2000. Citado na página 14.
- BRASIL. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 36, 55 e 74.
- CÉSAR, J.; SANTOS, F. dos. *Aprendizagem Significativa: Modalidades de Aprendizagem e o Papel do Professor*. Porto Alegre: Mediação, 2013. Citado na página 28.
- DAIBERT, J. ao D. *Topografia: Técnicas e Práticas de Campo*. São Paulo: Érica, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 17, 19 e 21.
- FONTES, L. C. A. de A. *A Evolução Histórica e Tecnológica do Instrumental Topográfico*. 2005. Topografia UFBA. Acessado em 10/09/2014. Disponível em: <<http://www.topografia.ufba.br/evolucao%20tecnologicatop.pdf>>. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 23, 24 e 25.
- GALILEO, M. *Museo Virtuale - Grafometro*. 2012. Istituto e Museo di Storia della Scienza. Acessado em 10/11/2014. Disponível em: <<http://catalogo.museogalileo.it/galleria/GrafometroInv3630.html>>. Citado na página 22.
- GEOTEC, L. de G. *Apostila de Topografia*. 2005. Métodos de Medida Indireta. Acessado em 30/09/2014. Disponível em: <[http://www2.uefs.br/geotec/topografia/apostilas/topografia\(5\).htm](http://www2.uefs.br/geotec/topografia/apostilas/topografia(5).htm)>. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.
- GIANOLLA, A. *Vivendo das artes Episódio 2 ampliação quadriculado desenho*. 2014. Acessado em 10/09/2014. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=WbV6kKkgKGA>>. Citado na página 47.

- IBGE. *Noções Básicas de Cartografia*. Rio de Janeiro, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 38.
- IBGE. *Geodésia*. 2014. Geociências. Acessado em 28/10/2104. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/>>. Citado na página 18.
- LINS, P. H. *Trabalho Visual sobre o Teodolito*. 2013. Teodolito. Acessado em 22/08/2014. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XLipFY_OpNE>. Citado na página 64.
- MÁRQUEZ, F. G. *Curso Básico de Topografía: Planimetría, Agrimensura e Altimetría*. México: Pax México, 2003. Citado na página 20.
- MAST, M. de Astronomia e C. A. *Teodolito, Atualidade*. 1985. Acessado em 08/01/2015. Disponível em: <http://www.mast.br/multimidia_instrumentos/teodolito_atualidade.html>. Citado na página 56.
- MIRAS, M. O construtivismo da sala de aula. In: _____. São Paulo: Ática, 1999. cap. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. Citado na página 29.
- MOREIRA, M. A. *Teorias de Aprendizagem*. São Paulo: EPU, Editora da Universidade de São Paulo, 1999. Citado na página 27.
- MOREIRA, M. A. *Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2001. Citado 5 vezes nas páginas 14, 28, 30, 31 e 54.
- PASTANA, C. E. T. *Topografia I e II*. 2010. Civilnet. Disponível em: <<http://civilnet.com.br/Files/topo2/TOPOGRAFIA-APOSTILA-2010-1.pdf>>. Citado na página 24.
- PRAIA, J. F. *Aprendizagem significativa em D. Ausubel: Contributos para uma adequada visão da sua teoria e incidências no ensino*. 2000. Contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche. Acessado em 08/08/2014. Disponível em: <<http://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/1320>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- RAMOS, O. *Manual de Topografia Básica*. Rio de Janeiro: UFRRJ, 1973. Citado 5 vezes nas páginas 17, 21, 22, 24 e 74.
- TELECURSO. *Teodolito*. 2014. Telecurso Ensino Médio. Acessado em 28/08/2014. Disponível em: <<http://globo.com/fundacao-roberto-marinho/telecurso/v/telecurso-ensino-medio-matematica-aula-44/1269927/>>. Citado na página 64.
- THENÓRIO, I. *Amplificador de desenhos caseiro (pantógrafo)*. 2014. Manual do Mundo. Acessado em 10/09/2014. Disponível em: <<http://www.manualdomundo.com.br/2013/05/amplificador-de-desenhos-caseiro-pantografo/>>. Citado na página 47.
- TULER, M.; SARAIVA, S. *Fundamentos de Topografia*. Porto Alegre: Bookman, 2014. Citado 9 vezes nas páginas 17, 18, 19, 20, 25, 26, 74, 75 e 76.

Apêndices

APÊNDICE A

Questionário Aplicado na 1ª Série

Questionário

Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Não é necessário se identificar.

1 DATA DE PREENCHIMENTO: ___/___/_____

1.1 IDADE: _____ **1.2** SEXO: ()M ()F

1.3 VOCÊ SE CONSIDERA:

() BRANCO(A).

() PARDO(A).

() AMARELO(A).

() NEGRO(A).

() INDÍGENA.

1.4 ONDE FEZ SEUS ESTUDOS DE ENSINO FUNDAMENTAL (do 6º ano ao 9º ano)?

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL.

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL.

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PARTICULAR.

() PARTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL.

() PARTE EM ESCOLA PARTICULAR E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA.

1.5 EM SUA VIDA ESCOLAR, VOCÊ TEVE ALGUMA REPROVAÇÃO?

() NENHUMA.

() UMA.

() DUAS.

() TRÊS.

() MAIS DE TRÊS.

1.6 QUAL O TEMPO QUE VOCÊ RESERVA DIARIAMENTE PARA SEUS ESTUDOS EM CASA?

() NENHUM.

() UMA HORA.

() DUAS HORAS.

() TRÊS HORAS OU MAIS.

2 O QUE VOCÊ PENSA SOBRE O ESTUDO DA MATEMÁTICA? PARA QUE SERVE? VOCÊ USA A MATEMÁTICA NO DIA A DIA?

3 O QUE VOCÊ SABE SOBRE RAZÃO E/OU PROPORÇÃO?

4 O QUE VOCÊ ENTENDE POR ESCALA (USADA NA MATEMÁTICA OU NA GEOGRAFIA)?

5 DE QUE FORMA VOCÊ DESENHARIA UMA FIGURA COM O DOBRO DE SEU TAMANHO (AMPLIAR)? EXPLIQUE.

APÊNDICE B

2º Questionário Aplicado na 1ª Série

QUESTIONÁRIO

DATA: ___/___/___

Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF. **Não é necessário se identificar.**

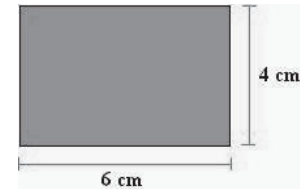
1 NUMA PARTIDA DE BASQUETEBOL RAFAEL FEZ 10 ARREMESSOS, ACERTANDO 9 DELES.

A RAZÃO DO NÚMERO DE ACERTOS PARA O NÚMERO TOTAL DE ARREMESSOS DE RAFAEL É:

- $\frac{3}{5}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{10}{9}$

2 UM RETÂNGULO TEM COMPRIMENTO DE 6 CM E LARGURA DE 4 CM, CONFORME A FIGURA. A RAZÃO ENTRE SUA LARGURA E SEU COMPRIMENTO É:

- $\frac{6}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{6}$





3 UMA FOTOCOPIADORA FAZ 30 CÓPIAS EM 2 MINUTOS. À MESMA VELOCIDADE, QUANTO TEMPO LEVA PARA TIRAR 90 CÓPIAS?

- 2 MIN 3 MIN 5 MIN 6 MIN

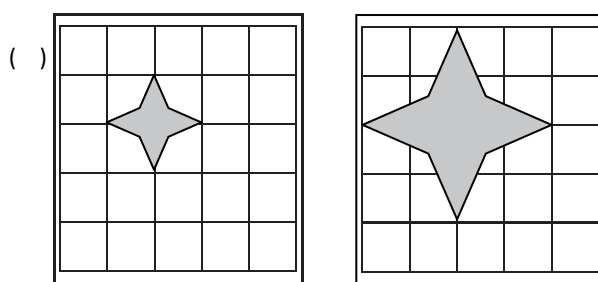
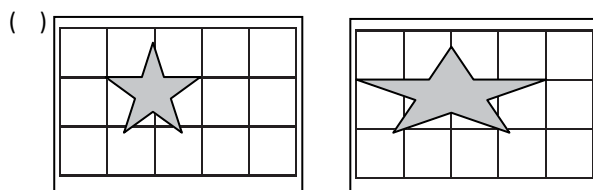
4 PARA FAZER UM BOLO, SUA MÃE USA 3 COPOS DE TRIGO, ENTRE OUTROS INGREDIENTES. SE ELA TEM 9 COPOS DE TRIGO E QUANTIDADE SUFICIENTE DOS OUTROS INGREDIENTES, QUANTAS RECEITAS INTEIRAS ELA PODE FAZER?

- 1RECEITA 2 RECEITAS 3RECEITAS 4 RECEITAS

5 QUAIS RETAS ABAIXO SÃO PARALELAS:

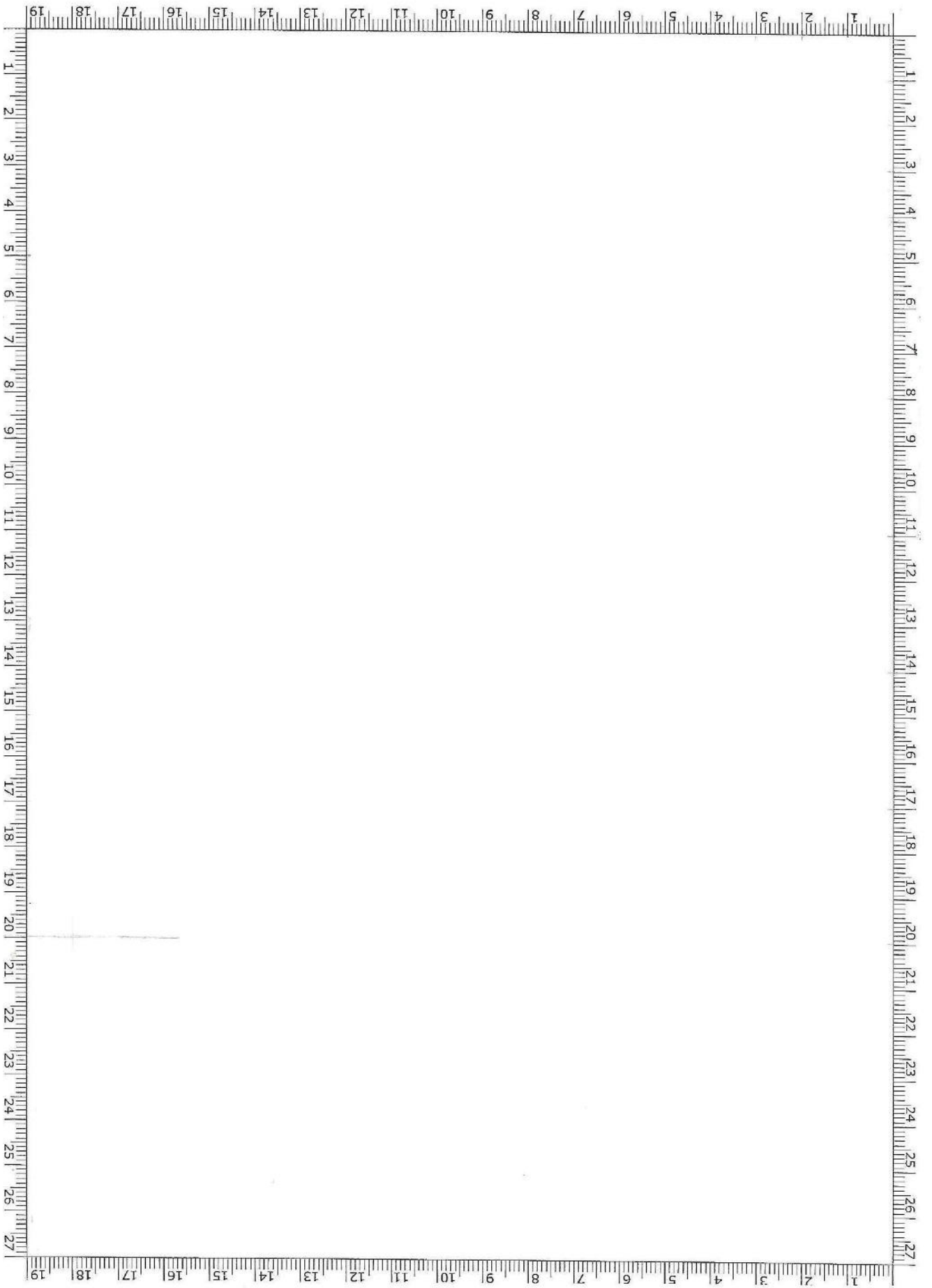
-   

6 QUAL PAR DE FIGURAS É PROPORCIONAL:



APÊNDICE C

**Cópia da Folha com Escala Milimétrica
para uso do Quadriculado**



APÊNDICE D

Teste Aplicado na 1ª Série



Os dados desta atividade serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Aplicação na EEFM "Presidente Getúlio Vargas"

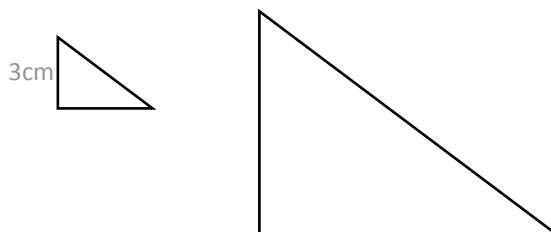
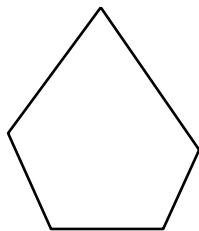
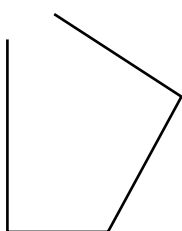
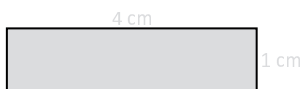
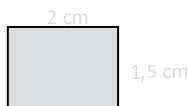
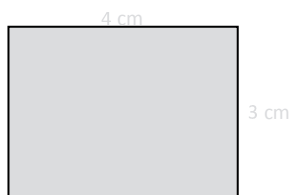
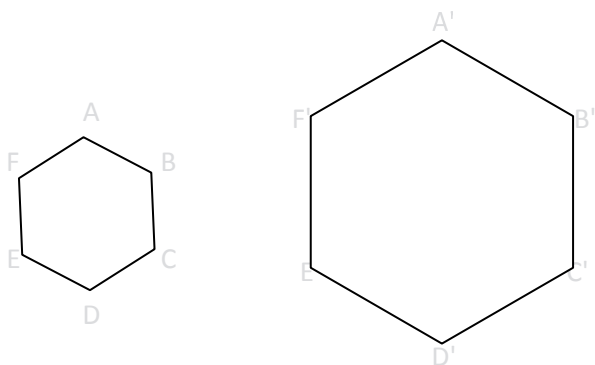
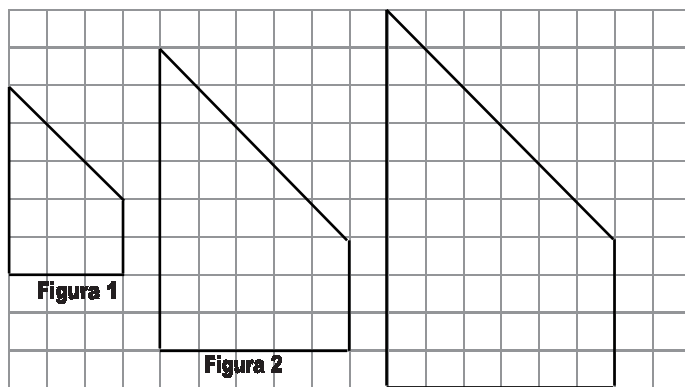
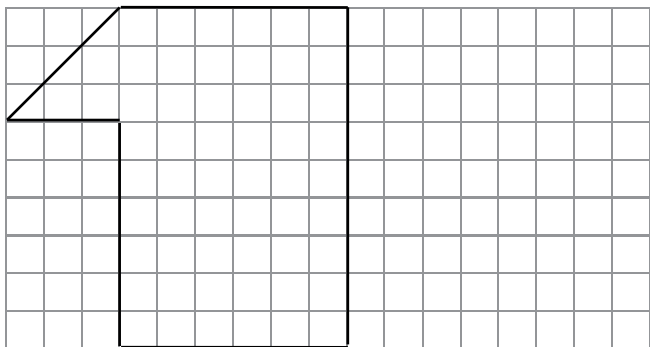
Turma:

Ano: 2014

Data: __/__/__

ATIVIDADES PROPOSTAS

Figuras **semelhantes** possuem: * Comprimentos correspondentes proporcionais



APÊNDICE E

Questionário Aplicado na 2ª Série

Questionário

Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Não é necessário se identificar.

1 DATA DE PREENCHIMENTO: ___/___/_____

1.1 IDADE: _____ 1.2 SEXO: ()M ()F

1.3 VOCÊ SE CONSIDERA:

- () BRANCO(A).
- () PARDO(A).
- () AMARELO(A).
- () NEGRO(A).
- () INDÍGENA.

1.4 ONDE FEZ SEUS ESTUDOS DE ENSINO

FUNDAMENTAL (do 6º ano ao 9º ano)?

- () INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL.
- () INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL.
- () INTEGRALMENTE EM ESCOLA PARTICULAR.
- () PARTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL .
- () PARTE EM ESCOLA PARTICULAR E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA.

1.5 EM SUA VIDA ESCOLAR, VOCÊ TEVE ALGUMA REPROVAÇÃO?

- () NENHUMA.
- () UMA.
- () DUAS.
- () TRÊS.
- () MAIS DE TRÊS.

1.6 QUAL O TEMPO QUE VOCÊ RESERVA DIARIAMENTE PARA SEUS ESTUDOS EM CASA?

- () NENHUM.
- () MEIA HORA.
- () UMA HORA.
- () DUAS HORAS.
- () TRÊS HORAS OU MAIS.

2 O QUE VOCÊ PENSA SOBRE O ESTUDO DA MATEMÁTICA? PARA QUE SERVE? VOCÊ USA A MATEMÁTICA NO DIA A DIA?

3 O QUE VOCÊ ENTENDE POR TRIÂNGULO RETÂNGULO? EXISTE ALGUMA CARACTERÍSTICA QUE O DIFERENCIA DOS DEMAIS TRIÂNGULOS?

4 NUM TRIÂNGULO RETÂNGULO, COMO VOCÊ IDENTIFICA OS CATETOS E A HIPOTENUSA ?

CATETOS: _____

HIPOTENUSA: _____

5 A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO É: () 90° () 180° () 270° () 360°

6 DESENHE 3 TRIÂNGULOS RETÂNGULOS DIFERENTES, DESTACANDO EM CADA UM A HIPOTENUSA E OS CATETOS:

7 PARA QUE SERVE UM TRANSFERIDOR? VOCÊ SABE USÁ-LO?

APÊNDICE F

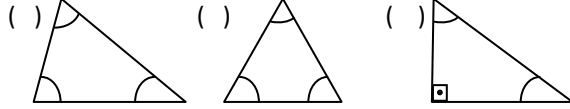
2º Questionário Aplicado na 2ª Série

QUESTIONÁRIO

DATA: __/__/__

Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF. **Não é necessário se identificar.**

1 QUAL DESSES TRIÂNGULOS É RETÂNGULO?

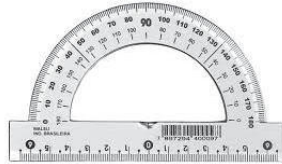


1.1 O QUE DIFERENCIA O TRIÂNGULO QUE VOCÊ ESCOLHEU DOS OUTROS:

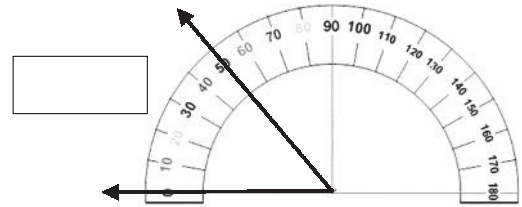
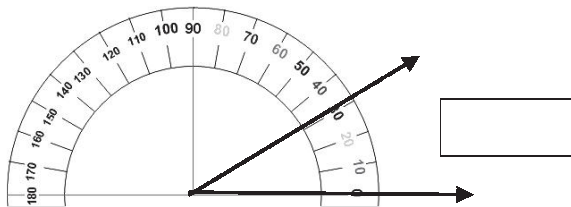
1.2 COPIE ABAIXO O TRIÂNGULO RETÂNGULO QUE VOCÊ ESCOLHEU E IDENTIFIQUE NELE QUAL LADO É A HIPOTENUSA E QUAIS LADOS SÃO OS CATETOS.

2 QUAL O NOME DESTE INSTRUMENTO DE MEDIDA?

- () ESQUADRO
- () TRANSFERIDOR
- () COMPASSO

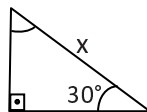


3 QUANTO MEDE CADA ÂNGULO ASSINALADO:



4 NO EXEMPLO ABAIXO, IDENTIFIQUE A HIPOTENUSA, O CATETO OPOSTO E O CATETO ADJACENTE E DIGA QUAL DAS TRÊS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS VOCÊ USARIA PARA ENCONTRAR O VALOR DE X?

- () SENO
- () COSSENO
- () TANGENTE



APÊNDICE G

Caderneta de Campo

EEEFM "Presidente Getúlio Vargas"

Caderneta de Campo

"É um acessório, também chamado de planilha, utilizado para anotações dos diversos tipos de atividades. Deve conter o máximo de informações e sempre legíveis. Evite fazer anotações a caneta; use sempre a lapiseira para que possa apagar. Não rabisque seu trabalho."

Grupo: _____

Série: _____

Data: _____

USANDO O TEODOLITO (Vertical)

Situação 01: Medindo a _____

	Altura do instrumento (m)	Distância do aparelho ao objeto (m)	Ângulo encontrado	Obs.:
Situação 01				

Croqui:

Cálculos:

USANDO O TEODOLITO (Horizontal)

Situação 02: Medindo a _____

	Distância entre as estacas A e B (m)	Ângulo encontrado	Obs.:
Situação 02			

Croqui:

Cálculos:

USANDO O CLINÔMETRO (como Teodolito)

Situação 03: Medindo a _____

	Altura do instrumento (m)	Distância do aparelho ao objeto (m)	Ângulo encontrado	Obs:
Situação 03				

Croqui:

Cálculos:

USANDO O CLINÔMETRO (inclinação)

Situação 04: Inclinação _____

	Ângulo encontrado	Obs:
Situação 04		

Croqui:

Cálculos:

APÊNDICE H

Resolução de Problemas aplicado na 2^a Série



Os dados desta atividade serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Aplicação na EEEFM "Presidente Getúlio Vargas"

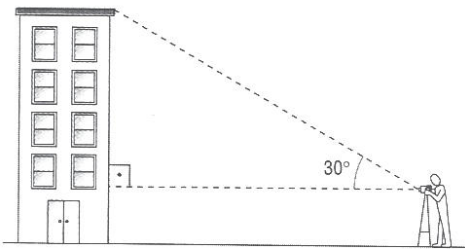
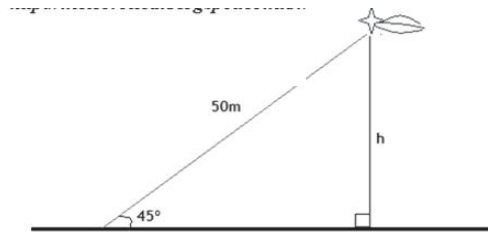
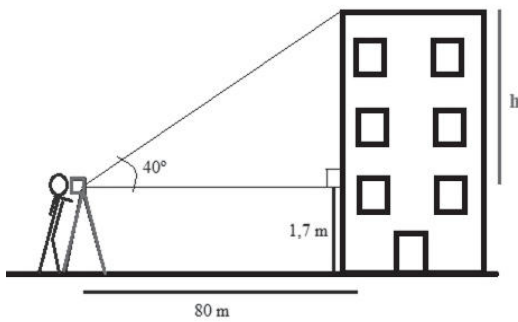
Turma:

Ano:
2014

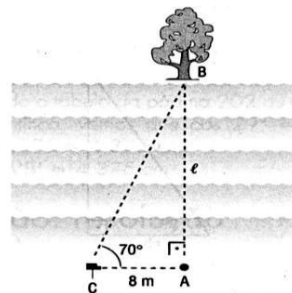
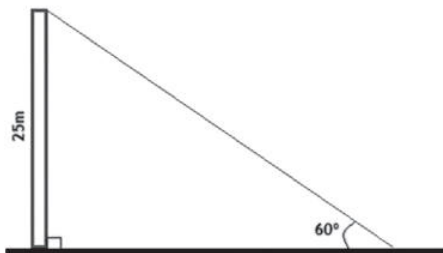
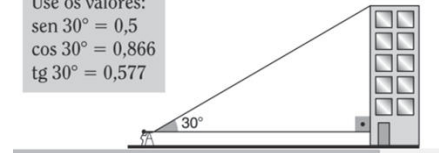
Data: __/__/__

ATIVIDADE PROPOSTA

A palavra **trigonometria** é formada por três radicais gregos: *tri* = três, *gonos* = ângulos e *metron* = medir.



Use os valores:
 $\text{sen } 30^\circ = 0,5$
 $\text{cos } 30^\circ = 0,866$
 $\text{tg } 30^\circ = 0,577$



APÊNDICE I

Questionário Aplicado na 3ª Série

Questionário

Os dados desta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Não é necessário se identificar.

1 DATA DE PREENCHIMENTO: ___/___/_____

1.1 IDADE: _____ **1.2 SEXO:** ()M ()F

1.3 VOCÊ SE CONSIDERA:

() BRANCO(A).

() PARDO(A).

() AMARELO(A).

() NEGRO(A).

() INDÍGENA.

1.4 ONDE FEZ SEUS ESTUDOS DE ENSINO FUNDAMENTAL (do 6º ano ao 9º ano)?

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL.

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL.

() INTEGRALMENTE EM ESCOLA PARTICULAR.

() PARTE EM ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL .

() PARTE EM ESCOLA PARTICULAR E PARTE EM ESCOLA PÚBLICA.

1.5 EM SUA VIDA ESCOLAR, ATÉ O ENSINO FUNDAMENTAL (9º ANO), VOCÊ TEVE ALGUMA REPROVAÇÃO?

() NENHUMA.

() UMA.

() DUAS.

() TRÊS.

() MAIS DE TRÊS.

1.6 QUAL O TEMPO QUE VOCÊ RESERVA DIARIAMENTE PARA SEUS ESTUDOS EM CASA?

() NENHUM.

() MEIA HORA.

() UMA HORA.

() DUAS HORAS.

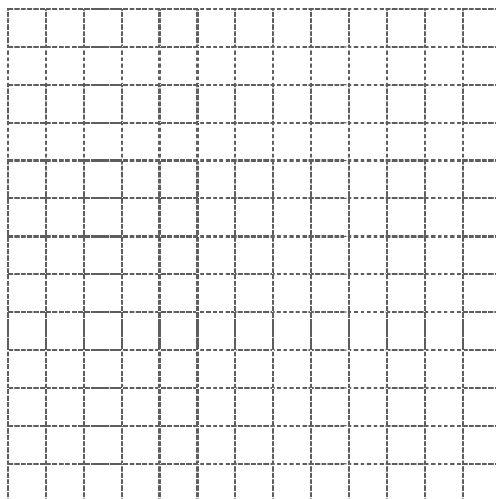
() TRÊS HORAS OU MAIS.

2 O QUE VOCÊ PENSA SOBRE O ESTUDO DA MATEMÁTICA? PARA QUE SERVE? VOCÊ USA A MATEMÁTICA NO DIA A DIA?

3 O QUE VOCÊ ENTENDE SER UM PLANO CARTESIANO? E AS COORDENADAS DE UM PLANO CARTESIANO?



4 PARA VOCÊ O QUE É UM POLÍGONO? DESENHE ABAIXO ALGUNS POLÍGONOS QUE VOCÊ CONHECE.

5 O CONCEITO DE ÁREA É:



APÊNDICE J

Atividade sobre Cálculo de Áreas I, aplicado na 3ª Série

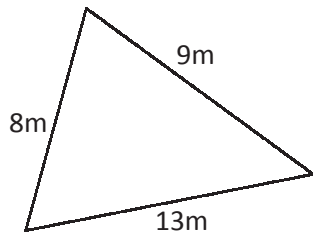
 	Os dados desta atividade serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.		
Aplicação na EEEFM "Presidente Getúlio Vargas"	Turma:	Ano: 2014	Data: __/__/____

ATIVIDADE PROPOSTA 01

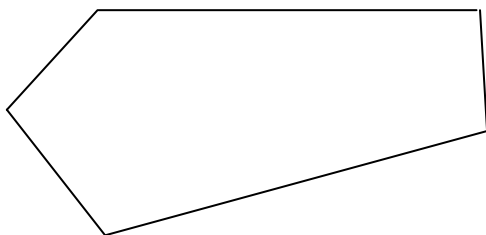
Na Topografia, para calcular áreas de polígonos é usado o Método Geométrico de Decomposição em Polígonos, ou a decomposição somente em triângulos, a triangulação. Para isso é usada a fórmula de Heron, que permite o cálculo da área de um triângulo utilizando-se apenas as medidas de seus lados:

Seja um triângulo ABC, temos: $\text{Área ABC} = \sqrt{SP \cdot (SP - A) \cdot (SP - B) \cdot (SP - C)}$
 onde $SP(\text{semiperímetro}) = \frac{A+B+C}{2}$

1. Calcule a área do terreno cuja forma e dimensões estão representadas na figura:

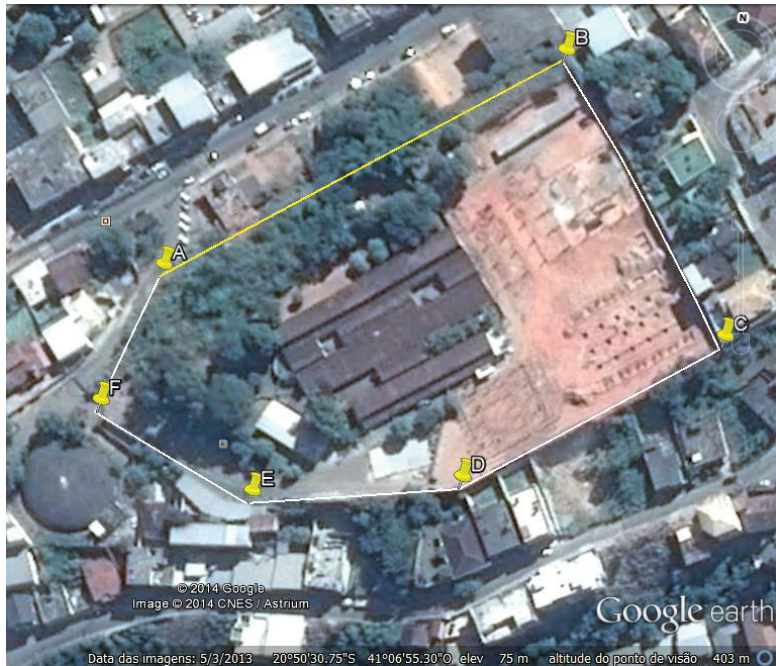


2. Sabendo que a escala utilizada é de 1:150, encontre as medidas do terreno e calcule sua área usando a decomposição em triângulos:



3. Vamos descobrir a área do terreno de nossa escola.

Para isso, usando o polígono desenhado no software Google Earth, descubra a escala utilizada sabendo que a medida de AB é igual a 151m, divida-o em triângulos e encontre as outras medidas necessárias. Calcule a área de cada triângulo e a área total do terreno.



APÊNDICE K

Atividade sobre Cálculo de Áreas II, aplicado na 3ª Série



Os dados desta atividade serão utilizados na elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual Norte Fluminense - UENF.

Aplicação na EEEFM "Presidente Getúlio Vargas"

Turma:

Ano:
2014

Data:
__/__/____

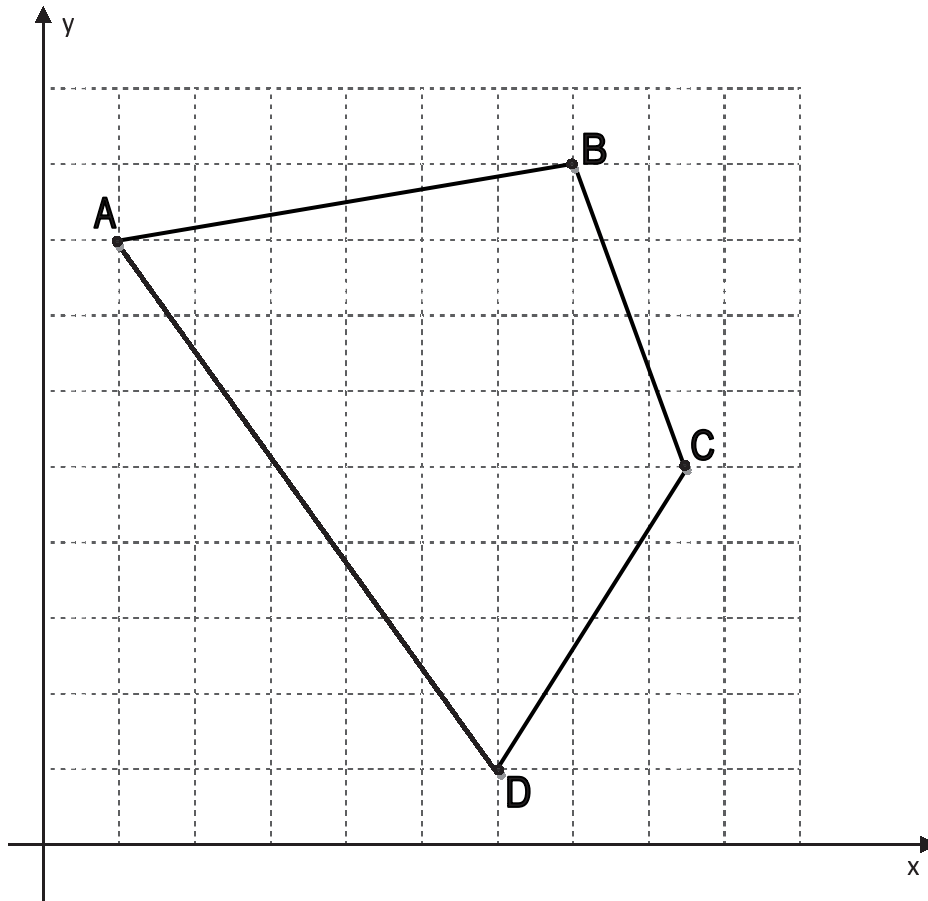
ATIVIDADE PROPOSTA 02

Na Topografia também é usado o Método Analítico pela Fórmula de Gauss para calcular área de polígonos.

Este método permite calcular áreas de polígonos topográficos conhecendo as coordenadas de seus vértices.

1. Encontre as coordenadas dos vértices do polígono, e pela fórmula de Gauss calcule a área do terreno abaixo:

Escala 1:300.



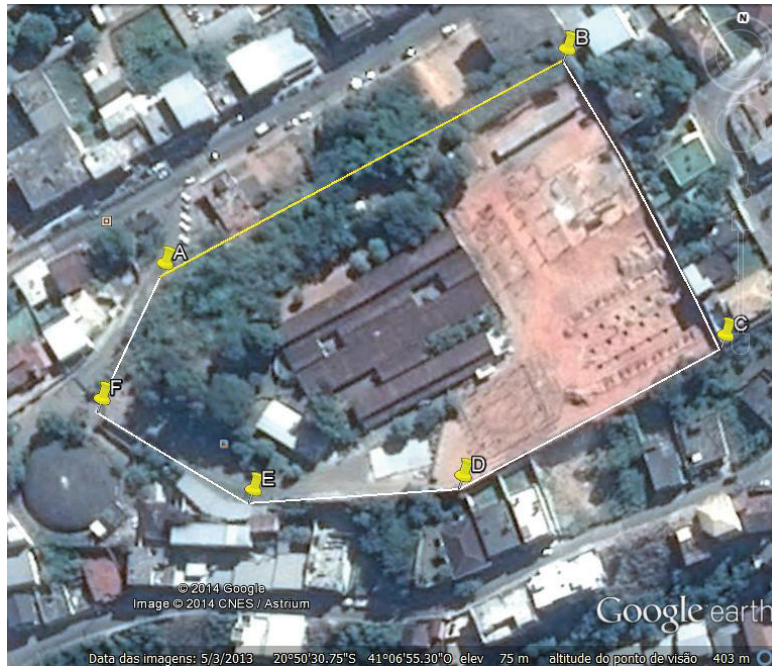
Cálculos:

2. Vamos encontrar a área do terreno de nossa escola usando outro método da topografia.

1º - Descubra a escala utilizada, sabendo que a distância de A até B é de aproximadamente 151 metros.

2º - Usando um plano cartesiano, descubra as coordenadas dos vértices do polígono.

3º - Calcule a área do terreno em cm^2 , depois utilizando a escala encontrada calcule a área em m^2 .



Cálculos:

Recortar e colar na folha milimétrica:

