

MARGARETH BRANDÃO MENDES SILVA

ABORDAGEM DA MATEMÁTICA
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO SOB A
PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
FINANCEIRA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

SETEMBRO DE 2016

MARGARETH BRANDÃO MENDES SILVA

ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
NO ENSINO MÉDIO SOB A PERSPECTIVA DA
EDUCAÇÃO FINANCEIRA

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Mikhail Petrovich Vishnesvii

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

SETEMBRO DE 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT / UENF**

191/2016

Silva, Margareth Brandão Mendes

Abordagem da matemática financeira no ensino médio sob a perspectiva da educação financeira / Margareth Brandão Mendes Silva. – Campos dos Goytacazes, 2016.

117 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2016.

Orientador: Mikhail Petrovich Vishnevii.

Área de concentração: Matemática.

Bibliografia: f. 96-101.

1. MATEMÁTICA FINANCEIRA 2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA 3. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

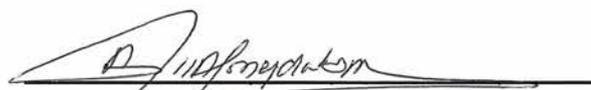
CDD 650.01513

MARGARETH BRANDÃO MENDES SILVA

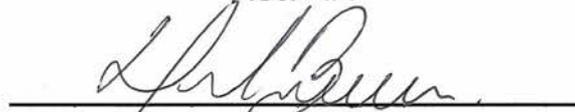
ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
NO ENSINO MÉDIO SOB A PERSPECTIVA DA
EDUCAÇÃO FINANCEIRA

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 30 de setembro de 2016.


Prof. Arilise Moraes de Almeida Lopes

D.Sc. - IFF


Prof. Nelson Machado Barbosa

D.Sc. - UENF


Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro

D.Sc. - UENF


Prof. Mikhail Petrovich Vishnevii

D.Sc. - UENF

(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus que me fortaleceu na caminhada, e não permitiu que eu perdesse a FÉ; à minha família pelo apoio e incentivo, em especial à minha mãe Maria, que na simplicidade do seu ser, se tornou meu porto seguro; à minha pequena Maria Luísa, um presente de Deus na minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por me abençoar e por me conceder a graça de realizar um sonho tão almejado e efetivado em seu devido tempo. A Ele, toda honra, louvor e glória.

Aos meus pais Maria e Valdecir e aos meus irmãos Marcelo e Viviane, pelo carinho, incentivo e apoio e, por acreditarem, assim como eu, que a educação é o caminho para crescermos e vencermos na vida.

Ao meu esposo Aldinei, pela paciência, compreensão e apoio ao longo da jornada.

À minha mui amada filha Maria Luísa, mesmo tão menina, tantas vezes soube compreender minhas ausências, na necessidade de me dedicar aos estudos.

Aos companheiros da turma PROFMAT UENF 2014, que souberam compartilhar não apenas os conhecimentos em grupos de estudos, mas também anseios e expectativas. Amigos, que jamais serão esquecidos, pois a amizade aqui cultivada, se estendeu para além da sala de aula.

Aos amigos José Renato Paveis Coelho e Guilherme Coelho Machado, pessoas generosas, que sempre se dispuseram a me auxiliar quando precisei e, pelo esforço e empenho em nos unir nos grupos de estudos.

Aos estimados, Eduardo Correa dos Santos, Carlos Eduardo Moraes Pires e Humberto Silveira Gonçalves Filho, pela companhia nas longas viagens e pelos momentos de descontração. Sem a companhia de vocês, a caminhada teria sido mais difícil.

Ao Dr. Prof. Mikhail Petrovich Vishnesvii, meu orientador, por acreditar nas minhas expectativas, pelo apoio, competência, profissionalismo e comprometimento, características sempre presentes em seu trabalho.

Aos mestres, Liliana Angelina León Mescua, minha eterna gratidão, Geraldo de Oliveira Filho, Rigoberto Gregório Sanabria, Oscar Alfredo Paz La Torre e Nelson Machado Barbosa, pelo comprometimento, dedicação e por ampliar meus horizontes.

Enfim, agradeço ainda, a todos que de modo direto ou indireto, contribuíram para a efetivação do presente curso.

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original."
Albert Einstein

Resumo

A presente pesquisa apresenta uma proposta pedagógica para a abordagem da Matemática Financeira conectada a contextos da Educação Financeira, com o objetivo de auxiliar a ação docente e conferir um sentido significativo à temática no processo de ensino e aprendizagem. A escolha do tema da pesquisa decorre do fato de que é comum aos jovens estudantes do ensino médio se depararem com situações que exigem a aplicação e a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos financeiros e, por vezes, apresentarem dificuldades e a insuficiência de conhecimentos de termos pertinentes à educação financeira que se fazem tão presentes e necessários em seu cotidiano. O aporte teórico utilizado neste trabalho embasa-se na análise bibliográfica de livros, pesquisas e documentos voltados ao contexto histórico e à fundamentação teórica da Matemática Financeira, às concepções pertinentes à Educação Financeira e à teoria das Sequências Didáticas. No que se refere aos instrumentos colaborativos pedagógicos, a propositura consiste em apresentar cinco sequências didáticas temáticas, voltadas para turmas de 2º e 3º anos do ensino médio, que envolvem a proposta de aulas orientadas para o professor, com sugestões de pesquisas, de atividades e de exercícios contextualizados, com enfoque nos conceitos da Matemática Financeira articulados à Educação Financeira, além de um pré-teste e um pós-teste, com o propósito de se verificar o nível de conhecimento dos alunos antes e depois da aplicação das sequências didáticas. A expectativa é de que, por meio das sequências didáticas propostas, o professor tenha um suporte mais dinâmico para conduzir suas aulas, a fim de que a abordagem de conceitos direcionados à Matemática Financeira e Educação Financeira torne-se mais significativa e próxima à realidade do educando e, menos mecanizada. Além disso, almeja-se despertar a consciência crítico reflexiva do aluno e, fornecer ferramentas que contribuam para o desenvolvimento da sua educação financeira, enquanto cidadão, seja no âmbito escolar ou social.

Palavras-chaves: Matemática Financeira, Educação Financeira, Sequências Didáticas.

Abstract

The present research presents a pedagogical proposal for the approach of Financial Mathematics connected to Financial Education contexts, with the purpose of helping the teaching action and giving a significant meaning to the theme in the teaching and learning process. The choice of the research theme stems from the fact that it is common for young high school students to come across situations that require the application and understanding of financial mathematical concepts and procedures and sometimes present difficulties and insufficient knowledge of terms pertinent to financial education that become so present and necessary in their daily life. The theoretical contribution used in this work is based on the bibliographical analysis of books, researches and documents focused on the historical context and the theoretical foundation of Financial Mathematics, concepts pertinent to Financial Education and to the theory of Didactic Sequences. With regard to collaborative pedagogical instruments, the purpose is to present five thematic didactic sequences, aimed at 2nd and 3rd grade high school classes, which involve the proposal of teacher-oriented classes, with suggestions for research, activities and of contextualized exercises, focusing on the concepts of Financial Mathematics articulated to Financial Education, in addition to a pre-test and a post-test, in order to verify the students' level of knowledge before and after the application of didactic sequences. It is expected that, through the didactic sequences proposed, the teacher will have a more dynamic support to conduct his classes, so that the approach of concepts directed to Financial Mathematics and Financial Education becomes more meaningful and close to the reality of the Educating, and less mechanized. In addition, it aims to awaken the critical reflective awareness of the student and provide tools that contribute to the development of their financial Education, as a citizen, whether in the school or social.

Key-words: Financial Mathematics, Financial Education, Teaching Sequences.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Escrita pictográfica de tábuas sumérias	24
Figura 2 – Aritmética de Treviso	26
Figura 3 – Aritmética de Borghi	27
Figura 4 – Aritmética de Calandri	27
Figura 5 – Boleto de IPTU	50
Figura 6 – Representação esquemática do Processo EAR	60
Figura 7 – Gráfico - Função Linear	111
Figura 8 – Gráfico - Função Afim	112
Figura 9 – Gráfico - Função Exponencial	112
Figura 10 – Gráfico Comparativo	113

Lista de tabelas

Tabela 1 – Representações da Porcentagem	39
Tabela 2 – Demonstrativo	52
Tabela 3 – Tabela Price	110
Tabela 4 – Função Linear	111
Tabela 5 – Função Afim	112
Tabela 6 – Função Exponencial	112

Lista de quadros

Quadro 1 – Histórico das alterações monetárias no Brasil	29
Quadro 2 – <i>Framework</i> para elaboração de Sequências Didáticas no Processo EAR	60
Quadro 3 – Modelo Estrutural de uma Sequência Didática	61

Lista de abreviaturas e siglas

AEF-Brasil	Associação de Educação Financeira do Brasil
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
COREMEC	Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiro, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GAP	Grupo de Apoio Pedagógico
IPTU	Imposto Predial e Territorial Urbano
LDB	Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
SD	Sequência Didática
SEDU	Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

Lista de símbolos

$+$	Adição
$=$	Igual
f	Fator de Atualização
$f(x)$	Função
$>$	Maior
$<$	Menor
\cdot	Multiplicação
$\%$	Porcentagem
$-$	Subtração
i	Taxa Percentual

Sumário

Introdução	16
1 ASPECTOS HISTÓRICOS	21
1.1 Contexto Histórico da Matemática Financeira	21
1.2 Breve história da economia brasileira e suas implicações na Educação Financeira	28
2 CONTEXTOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	31
2.1 Concepções da Educação Financeira	31
2.2 O Programa Educação Financeira nas Escolas	34
2.3 A Educação Financeira no âmbito escolar	36
3 FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	39
3.1 Taxa Percentual	39
3.2 Fator de Atualização	41
3.2.1 Aumentos e Descontos	41
3.2.2 Aumentos e descontos sucessivos	43
3.3 Termos importantes da Matemática Financeira	47
3.4 Equivalência de taxas	52
4 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	55
4.1 Sequências Didáticas como proposta de ensino	55
4.1.1 Elaboração e Validação da Sequência Didática	60
4.2 Propostas de SD: abordagem da Matemática Financeira à luz da Educação Financeira	63
4.2.1 Aspectos Metodológicos	63
4.2.2 Proposta de Sequências Didáticas	66
4.2.2.1 Sequência Didática 1: A origem do dinheiro	66
4.2.2.2 Sequência Didática 2: Impostos	69
4.2.2.3 Sequência Didática 3: Operações Financeiras	75
4.2.2.4 Sequência Didática 4: Salário: entre o real e o ideal	84
4.2.2.5 Sequência Didática 5: Financiamento de um sonho	89
Considerações Finais	94
REFERÊNCIAS	96

APÊNDICES	102
APÊNDICE A – PRÉ-TESTE	103
APÊNDICE B – PÓS-TESTE	105
ANEXOS	108
ANEXO A – SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO	109
ANEXO B – CONEXÃO ENTRE JUROS E FUNÇÕES	111
ANEXO C – LEITURA COMPLEMENTAR I	114
ANEXO D – LEITURA COMPLEMENTAR II	117

Introdução

Entre as aplicações recorrentes da Matemática estão aquelas que ocorrem no meio das finanças. Comumente, todo cidadão, a partir de um determinado momento de sua vida, utiliza os conhecimentos matemáticos prévios adquiridos, seja empiricamente ou cientificamente, em atividades triviais, relacionadas ao uso e a aplicação do dinheiro. Dentre os ramos da Matemática, a Matemática Financeira destaca-se pelo fato de estar associada à concepção da origem e evolução do dinheiro ao longo do tempo, além da aplicabilidade de seus conceitos no cotidiano.

Em nosso dia-a-dia, frequentemente, nos deparamos com termos como empréstimos, inflação, parcelamentos, créditos, juros, impostos, entre tantos outros. Indubitavelmente, na realidade, a maioria da população não tem conhecimento suficiente para lidar com tais termos e assim é induzido a práticas instintivas, que conseqüentemente, comprometem suas finanças pessoais.

Segundo informativo do Banco Central do Brasil,

A recente ascensão econômica de milhões de brasileiros defronta o novo consumidor com instrumentos e operações financeiras complexas e variadas, sem que o cliente ou usuário do Sistema Financeiro Nacional esteja preparado para compreender os produtos e serviços financeiros disponíveis e lidar com eles no dia a dia. Não apenas é difícil o acesso a informações, mas também falta conhecimento para compreender as características, os riscos e as oportunidades envolvidos em cada decisão.(BCB, 2012)

Para compreender a dinâmica da atual economia, temos que considerar que a implantação do Plano Real, ocorrida em meados da década de 90, e a estabilização da moeda contribuíram para elevar a acessibilidade ao crédito facilitado, fato que aumentou o poder aquisitivo do brasileiro. No entanto, perante uma sociedade "deseducada financeiramente" (grifo nosso) e sem perspectivas de planejar finanças futuras, a elevação do poder de compra neste novo cenário sócio econômico não foi um fator positivo, pois ocasionou a inadimplência e o endividamento dos cidadãos brasileiros. Até então, a população brasileira estava habituada a lidar com uma economia instável e geradora de altas taxas inflacionárias, agravantes que contribuíram para delinear o perfil do consumismo imediatista da sociedade de outrora. Isso evidenciou a necessidade do indivíduo possuir e/ou adquirir noções básicas do funcionamento do sistema financeiro nacional. As pessoas que não possuem as noções

mínimas sobre a Matemática Financeira e suas operações, ou que não foram preparadas para ter uma boa educação financeira, poderão ter um desequilíbrio em suas finanças pessoais desencadeando diversos problemas em sua vida. (GALLAS, 2013, p. 13)

A necessidade de adquirir conhecimentos financeiros, não é mais só inerente aos profissionais que trabalham com a área financeira, na atualidade, com o advento das diversas mudanças impostas pelo sistema capitalista, a preocupação com a educação financeira de qualidade se faz necessário a toda pessoa que lida com dinheiro. (CORREIA et al., 2015, p.104)

Todavia, é válido ressaltar que problemas de caráter econômico não se restringem apenas ao Brasil, mas atingem também a população mundial. Sendo assim, órgãos internacionais especialistas, como OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico)¹, dispõem-se em discutir políticas públicas e propor soluções que viabilizem a promoção da educação financeira pelo mundo.

Com esse propósito, no decorrer do biênio 2003-2004, o conselho da OCDE aprovou o plano de trabalho denominado *Financial Education Project*, com o intuito de desenvolver pesquisas e a partir dos resultados apresentar ações e iniciativas voltadas à políticas públicas, de modo a promover melhoria da educação e conscientização financeira dos cidadãos dos países membros. Posteriormente, mais especificamente em novembro de 2005, o projeto resultou na publicação do relatório intitulado *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies*, uma contribuição aos estudos sobre Educação Financeira a nível internacional. O relatório originou outro documento, denominado *Recomendações sobre os Princípios e Boas Práticas de Educação Financeira e Conscientização*, que trazia no contexto de suas recomendações, uma orientação primordial, a abordagem da Educação Financeira nas instituições escolares. A partir daí, os países envolvidos, inclusive o Brasil, passaram a ser orientados em suas ações, pelas diretrizes produzidas pela OCDE. (SILVA et al., 2014, p. 36)

Nessa perspectiva, o autor Saito (2007) em sua tese de doutorado, intitulada *Uma contribuição ao desenvolvimento da Educação em Finanças pessoais no Brasil*, destaca a importância de educar financeiramente a sociedade brasileira e defende a inserção da Educação para Finanças como disciplina nos currículos escolares. Numa visão generalizada, discute a escassez de políticas públicas brasileiras voltadas à ampliação da educação sobre finanças nos espaços escolares, uma vez que poucas instituições de ensino no Brasil contemplam o assunto nas salas de aula, e estabelece análise comparativa da experiência que países como Estados Unidos, Japão e Reino Unido dispensam às vertentes do assunto.

Ainda no contexto de educar financeiramente o indivíduo, Gallas (2013), autor da dissertação de mestrado *Importância da Matemática Financeira no Ensino Médio e sua*

¹ A OCDE é um órgão de cooperação internacional, fundada no ano de 1961, com sede em Paris, França, composto por 34 países membros e por alguns países emergentes, dentre estes os Brasil. (BRASIL/SAIN, 2015)

contribuição para a construção da Educação Financeira no cidadão, evidencia o papel significativo que a Matemática Financeira exerce no ensino médio e os benefícios de seu conhecimento à preparação para a vida adulta. Versa ainda sobre as orientações educacionais dos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) e DCNs (Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica) e analisa a abordagem da Matemática Financeira nos livros didáticos. A proposta do autor é apresentar a Matemática Financeira de forma simplificada, de modo a estimular o interesse do educando pelas aulas.

Em sua tese de mestrado sob o título *Discussões da Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos*, Flor (2014) apresenta um breve panorama dos aspectos históricos da Matemática Financeira e da EJA (Educação de Jovens e Adultos), evidencia a necessidade e a relevância do conhecimento matemático financeiro no ensino da EJA e faz um estudo de caso, apresentando propostas que estimulam a reflexão dos educandos em atividades rotineiras.

Sob o anseio em debater essas questões em sala de aula, a aspiração em torno da pesquisa advém, justamente, da idealização em direcionar esforços para o estreitamento da relação entre Matemática Financeira e Educação Financeira. Geralmente, a exposição dos conteúdos inerentes à Matemática Financeira são tratados de forma mecanizadas em sala de aula, ou seja, há a preocupação em enunciar fórmulas e comandos para resolver exercícios sem o interesse em debater o contexto das situações financeiras envolvidas.

No que diz respeito aos pontos de convergência entre os trabalhos do autores Saito (2007), Gallas (2013), Flor (2014) e a ideia central apresentada neste trabalho, compreendo que seja relevante educar financeiramente nossos alunos e também considero que a escola seja o espaço ideal para promover e para desenvolver habilidades e competências que irão auxiliá-los a tomar decisões e lidar com práticas que envolvem conceitos relativos a economia e finanças, tão fincados em nosso cotidiano. Do mesmo modo, entendo que a Matemática Financeira trata de conceitos voltados a finanças e, sob a ótica da Educação Financeira desempenha importantes aspectos relacionados à aprendizagem, e isso se deve, principalmente, à sua aplicabilidade em circunstâncias cotidianas.

Em minhas percepções no exercício da prática pedagógica, ao explanar os conceitos relativos à Matemática Financeira no ensino médio, observo que as dificuldades mais comuns apresentadas pelos alunos são: identificar e/ou associar as variáveis expressas em situações problemas aos modelos matemáticos (fórmulas); avaliar problemas propostos e/ou tomar decisões financeiras aplicadas às questões; reconhecer informações e/ou estabelecer diferenças entre os termos pertinentes a práticas financeiras, tais como juros simples e composto, empréstimo, poupança, investimentos, dentre outros.

Assim sendo, diante a necessidade em compreender fatos e procedimentos matemáticos financeiros, concebe-se o propósito de que abordar a Matemática Financeira transversalmente à Educação Financeira contribuirá para a formação de jovens mais cons-

cientes e autônomos em decisões que envolvem finanças.

Com a educação financeira inserida nas atividades educacionais, os jovens poderiam tratar seu dinheiro de forma mais racional, valorizar mais suas horas de trabalho, priorizar a qualidade de vida e consumir de forma consciente, pois uma vida financeiramente saudável está ligada à qualidade de vida. (LEITE; LEMES, 2014)

Para esta finalidade, pretende-se neste trabalho elaborar e propor estratégias que contribuam significativamente para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática Financeira sob o prisma da Educação Financeira, por meio de sugestões de sequências didáticas, evidenciar a importância da aplicação desses conceitos na vida prática do educando, inserindo-as num contexto social, capaz de estimular habilidades/competências necessárias à formação da cidadania. Estes instrumentos colaborativos tem por objetivo auxiliar e enriquecer a prática pedagógica de docentes interessados no objeto em questão e que também anseiam por dinamizar o processo de ensino e aprendizagem. Para isso, foram considerados os seguintes objetivos específicos:

- Estimular o espírito investigativo do educando e promover a capacidade de solucionar problemas de aplicação;
- Relacionar os conhecimentos matemáticos financeiros à situações cotidianas;
- Apresentar argumentos e conjecturas à resolução de problemas financeiros;
- Evidenciar a linguagem dos termos matemáticos financeiros presentes no dia-a-dia.

No que se refere a organização da pesquisa, os capítulos estão estruturados do seguinte modo:

O capítulo 1, com base em análises bibliográficas efetivadas no decorrer da elaboração da presente dissertação, relata os aspectos históricos relacionados à Matemática Financeira e faz uma breve análise histórica da economia brasileira.

No capítulo 2 discutem-se as políticas públicas adotadas para ampliar a promoção da Educação Financeira com o propósito de aprimorar a habilidade financeira da população. Neste capítulo apresenta-se também a proposta de implementação do Programa de Educação Financeira no sistema educacional brasileiro, bem como discute-se a relevância da abordagem do tema nos ambientes escolares.

O capítulo 3 faz um breve levantamento da fundamentação teórica dos conteúdos primordiais ao estudo da Matemática Financeira. Apresenta as definições para porcentagem, fator de atualização, aumentos e descontos, juros simples e compostos, equivalência de taxas, tal como problemas de aplicação.

No capítulo 4, apresentam-se bases teóricas para planejamento, elaboração e validação das SD (Sequências Didáticas), enquanto recurso didático pedagógico, à luz de Zabala (1998) e Guimarães e Giordan (2011). Além disso, são expostos os aspectos metodológicos da pesquisa, as orientações e procedimentos para executar as propostas de SD, com enfoque na abordagem de conteúdos relativos à Matemática Financeira conectados à questões pertinentes à Educação Financeira.

Por fim, são expostas as considerações finais acerca da pesquisa, seguidas das referências bibliográficas, de dois apêndices e de quatro anexos. Os apêndices intitulados de A e B, servirão de suporte avaliativo para que o professor verifique o nível de conhecimento dos alunos antes e depois de colocar em prática as SD propostas no capítulo 4. Os anexos A e B definem, respectivamente, o Sistema de Amortização Price e a Aplicação de Funções a Juros, em complemento ao capítulo 3. Sobre os anexos C e D, tratam-se de dois textos complementares às SD 4 e 5, apresentada no capítulo 4, nas subseções 4.2.2.4 e 4.2.2.5, nessa ordem.

Capítulo 1

Aspectos Históricos

Historicamente, a Matemática Financeira e Comercial esteve associada à ideia da origem do dinheiro e de como lidar com o capital ao longo do tempo. No entanto, a própria história nos mostra que seu conceito estende-se ao avanço das relações financeiras e comerciais na sociedade, bem como a evolução de práticas financeiras, aplicações, inovações tecnológicas e os novos conceitos voltados ao termo dinheiro no dia a dia. O presente capítulo aborda o progresso histórico da Matemática Financeira.

1.1 Contexto Histórico da Matemática Financeira

Discorre a história que, assim como a Matemática originou-se das necessidades humanas, o mesmo ocorreu com a Matemática Financeira, e esta, por sua vez está intrinsecamente relacionada ao conceito e à aceção de comércio. (SCHNEIDER, 2008, p. 26)

Após a fase nômade, os primórdios começaram a se organizar em pequenos grupos prenotados, donde extraíam da natureza os produtos necessários e essenciais à própria sobrevivência.

A partir do momento em que as civilizações se expandiram e os grupos humanos começaram a interagir e a se comunicar, iniciaram-se também as primeiras barganhas, que se baseavam na troca de objetos, de mercadorias oriundas dos produtos excedentes, em que não se visava o lucro, não havia uma estimativa de valores, apenas o anseio em suprir as necessidades dentre os grupos. (TORAETE, 2013, p. 26)

Conforme Ubiratan D'Ambrósio

No princípio, o homem produzia para seu consumo. Com o progresso e multiplicando-se suas necessidades, para satisfazê-las, viu-se ele na contingência de fazer circular sua produção. Viu-se a necessidade de trocar o que lhe sobrava pelo que lhe faltava. E, assim, começa o comércio, primitivamente muito complicado. Consistia, pura e simplesmente, na troca de mercadorias. (D'AMBRÓSIO; D'AMBRÓSIO, 1972, p. 85)

Constatam-se que as primeiras transações comerciais realizadas eram baseadas em trocas diretas de produtos,

O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto, sem a intervenção de uma “moeda” no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade. (IFRAH, 1997, p. 145)

No entanto, no decorrer do tempo, com o desenvolvimento do artesanato, da cultura e o estreitamento social entre os grupos, esse tipo de transação não mais atendia às práticas de negociação, visto que alguns produtos, conforme demanda de uso, passaram a ser mais solicitados que os outros. Por esse fato, tais mercadorias assumiram a função de moeda, ou seja, como elemento de referência à equivalência de valor.

A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C., na *Ilíada* de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, veem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro. (IFRAH, 1997, p.146)

Dessa forma, além do boi, outros elementos de troca surgiram ao longo do processo histórico. A exemplo disso, o sal, na época, considerado iguaria de elevado valor e empregado na conservação de alimentos, fora utilizado como moeda de pagamento por serviços prestados ao Império Romano, daí a origem do termo salário. Já os aldeões das Ilhas do Pacífico tinham como moeda de troca as conchas e pérolas. Nas antigas civilizações da América Central, os povos maias e astecas tinham como base de escambo, algodão, cacau e sementes de cacau, cerâmicas, pedaços de tecidos e pequenos machados. Entre os séculos XVI e XI, anterior à era cristã, os chineses permutavam provimentos e mercadorias por dentes e chifres de animais, revestimentos de tartarugas, conchas, couros e peles e, posteriormente, armas e ferramentas, entalhados de pedra ou bronze. No Egito, nos remotos tempos faraônicos, eram utilizados para a base de barganhas, barras ou anéis de metais semipreciosos ou preciosos, como cobre, bronze, prata e ouro, no pagamento de mercadorias, cujo valor eram estimados pelo peso. (SCHNEIDER, 2008, p. 26)

Doravante, o modelo de moeda, ao qual faz parte de nossa atual realidade, teve sua invenção conferida por volta do século VII a.C., à Ásia Menor e à Lídia, tendo se difundido a passos largos pela Grécia, Fenícia, Roma, China, dentre outras civilizações. Isso ocorreu, devido à facilidade em manusear e verificar a autenticidade da moeda, posto que apresentavam peso igual e era cunhada com a marca oficial de uma autoridade pública, única detentora do poder de certificar seu preço e sua qualidade. (IFRAH, 1997, p.152)

Segundo [Schneider \(2008, p. 26\)](#), o desenvolvimento dos centros comerciais pelo mundo, na Idade Antiga, destaques para a Grécia e Roma; na Idade Média, as cidades estado da Itália, Veneza, Gênova, Pisa e Florença, e posteriormente, com o a expansão marítima, com ênfase para Portugal, Holanda, Espanha e Inglaterra, contribuíram significativamente para o fortalecimento das atividades comerciais, principalmente, pela descoberta do caminho marítimo para Índia e o descobrimento da América.

Ainda conforme [Schneider \(2008\)](#), toda essa movimentação financeira e o estreitamento das relações comerciais entre os países cooperaram para que o mercante exercesse uma nova atividade, o comércio do próprio dinheiro, que volvia-se em torno do ouro e da prata. Com o passar do tempo, desponta a necessidade de se estabelecer critérios de correspondência de valores entre as moedas, haja vista, que cada país selava sua própria moeda.

De acordo com Jozsef Robert,

Ao passar as fronteiras, a questão – quantidade de ouro em cada moeda – torna-se muito importante, pois o país comprador paga com sua moeda, uma soma equivalente à quantidade de ouro contida na moeda do país vendedor. ([ROBERT, 1989, p.31](#))

O surgimento do cambista deu-se nesse contexto, pois os mercadores conheciam os valores das moedas estrangeiras, e manifestaram o interesse em acumular grandes quantidade dessas moedas. Na relações internacionais, os países envolvidos nas atividades mercantis, determinaram o “padrão ouro” como moeda de valor. Esse tipo de transação perdurou até o início do século XX, por volta do ano de 1930. ([SCHNEIDER, 2008, p. 28](#))

Daí, o período de transição entre o acúmulo de riquezas e o empréstimo de dinheiro ocorreu gradativamente. Ainda [Robert \(1989\)](#), versa a seguinte situação

Imaginemos um cambista qualquer que tenha acumulado, desta forma, em seus cofres, imensa quantidade de dinheiro. Era natural que a seguinte ideia lhe ocorresse: porque estas grandes somas de dinheiro haverão de permanecer em nosso poder sem qualquer lucro para mim? [...] emprestarei parte deste dinheiro a quem pedir, sob a condição de que seja devolvido num prazo determinado. Como meu devedor empregará o dinheiro como quiser durante este período – talvez em transações comerciais -, é natural que eu obtenha alguma vantagem. Por isso, além do dinheiro emprestado, deverá entregar-me, no vencimento do prazo estipulado, uma soma adicional. ([ROBERT, 1989, p.55-56](#))

Mas, vale ressaltar que a noção de empréstimo é anterior à ideia da moeda. Desde a civilização da Suméria, na Mesopotâmia, por volta de 3000 a.C. havia indícios dessa concepção. Foram descobertos registros sumérios, em tábuas de argilas, que indicam um sistema de crédito bem avançado para a época. Destacam-se, dentre os apontamentos, elementos que indicam documentos modernos como: recibos, duplicatas, penhores, juros, hipotecas, dentre outras atividades creditícias.

No decorrer da história da Mesopotâmia, a Suméria ficou conhecida como o "berço da civilização", pelos grandes avanços sociais, econômicos, políticos e culturais. Devido o desenvolvimento das cidades, assim como a necessidade de manter o controle do comércio de alimentos entre o campo e as cidades, os escribas tiveram o trabalho de registrar essas contas em tabuletas de argila. Estas eram fáceis de fazer e não se deterioram com o tempo. Na verdade, existem muitas dessas tabuletas de argila em museus ao redor do mundo. As tábuas de contabilidade de argila pictográficas possuíam imagens para representar o produto e as marcações para a quantidade. (MUSEUM, 2000)

A figura 1 indica uma tabuleta de controle de negociações da civilização dos sumérios. O pictograma da mão representa os "produtos a chegar", os números são representados pelas marcações triangulares (escrita cuneiforme) e as imagens finais indicam os itens em negociação, como grãos.

Figura 1 – Escrita pictográfica de tábua suméria



Fonte: <<http://minimathsmuseum.com.au/sumerian-mathematics>>

Além disso, haviam tábuas com registros de operações matemáticas como multiplicação, divisão, sistemas de pesos e medidas, exponenciais (aplicada em juros compostos). Com base na cultura dos sumérios, em que o escambo era um tipo de sistema econômico, as indicações de juros estavam intensamente relacionados à colheita. À guisa de exemplificação em transações com produtos agrícolas, para que o agricultor pudesse plantar uma safra, fazia um empréstimo e pagava na colheita seguinte, com a aplicação de juros, que se caracteriza como uma cobrança adicional e evidenciava-se por lucro ou ganho para a parte que realizou o empréstimo.

Na mesma linha de considerações acerca do conceito de juros, outra evidência de sua aplicação é abordada pelo professor Jean Piton-Gonçalves. Dessa forma,

Um dos primeiros indícios apareceu já na Babilônia no ano de 2000 a.C. Nas citações mais antigas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outras conveniências emprestadas; os juros eram pagos sob a forma de sementes ou de outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas. (GONÇALVES, 2007)

Um outro dado interessante mencionado por [Gonçalves \(2007\)](#), é a forma como a qual os cambistas exerciam seu ofício, no intercâmbio de acordos financeiros e comerciais, sejam em mercadorias peculiares ou em dinheiro, onde, em praças ou mercados da época, ficavam sentados em bancos de madeira, dando origem aos termos “banco” e “banqueiro”.

Posteriormente, em 575 a.C. na Babilônia, o conceito de juros tornou-se tão bem fundamentado, que existia uma companhia internacional de banqueiros com escritórios centrais estabelecidos na cidade. As altas taxas de juros cobradas pela instituição, com o propósito de financiar o comércio exterior, contribuíram, consideravelmente, para movimentar e elevar o capital das atividades econômicas da instituição, diga-se dinheiro.

Na História Antiga, dentre as civilizações egípcias e babilônicas, era praxe as pessoas mais abastadas, hábito igualmente notado posteriormente, nas civilizações greco romana, conferirem a custódia de seu ouro aos sacerdotes. Assim, pode-se então dizer que os bancos primitivos foram fundados pelos sacerdotes, que por meio de suas organizações, diga-se templos, realizavam empréstimos de quantias que após certo tempo eram restituídas com juros, em ouro e prata. Em observância a tal prática de atividades creditícias, a Igreja Católica instituiu, então, o Banco do Espírito Santo, já com um admirável capital inicial. E, no intuito de coibir os fiéis a exercerem operações que envolvessem empréstimos e cobrança de juros a outrem, condenava à inquisição quem ousasse desobedecer tais ordens. ([SCHNEIDER, 2008](#), p. 29)

Segundo [Gonçalves \(2007\)](#), com o desenvolvimento e ampliação das atividades comerciais, a ganância das pessoas por lucros e ganhos, a Igreja deixou de ser a detentora do poder que até então exercia. Deste modo, em 1157 na Itália, o duque Vitali fundou em Veneza o primeiro banco particular. Subsequentemente, nos séculos XIII, XIV e XV, ocorreu a geração de uma completa organização bancária e a Igreja teve que condescender ao novo fato, no qual não mais monopolizava a administração das atividades comerciais que envolvessem capital financeiro.

Historicamente, no decurso dos séculos X e XV, as entidades bancárias contribuíram significativamente para o progresso da Matemática e da Economia. Em consonância, o aparecimento dos bancos está intrinsecamente relacionado ao aprimoramento dos cálculos de juros a aplicação dos conceitos de cálculos na Matemática Financeira e Comercial, que foram se aperfeiçoando conforme as necessidades de cada época. ([GONÇALVES, 2007](#))

A partir do final do século XVI e no decorrer do século XVII, com o progresso da expansão marítima e o descobrimento da América, a Europa Ocidental atinge o auge do comércio e, tais circunstâncias fomentaram a origem de mais instituições bancárias e uma nova natureza de operação financeira, a conta corrente.

De acordo com [Robert \(1989\)](#) “os possuidores de dinheiro, tendo à frente o comerciante, depositam no banco uma determinada quantia de dinheiro sob a denominação de

conta corrente.” Na ocasião em que o comerciante precisasse executar um pagamento, o banco emitia um formulário padrão, denominado cheque, para que a operação financeira fosse concretizada, analogamente, como ocorre nos dias atuais.

Por conseguinte, o cheque pode ser considerado a primeira forma de uso do papel moeda. E, mais tarde, outros tipos de movimentações bancárias foram surgindo, como as letras de câmbio, uma espécie de título de crédito; o “bilhete de banco”, que consiste numa “obrigação por uma determinada soma de dinheiro emitida por um banco para isso autorizado e que se compromete a pagar em dinheiro efetivo e a qualquer momento a soma ali estipulada.” (ROBERT, 1989, p.59)

Conforme Eves (2004) no período anterior ao século XVII, em decorrência do desenvolvimento comercial renascentista e devido ao aumento de interesse pela educação, apareceram os primeiros textos públicos de aritmética. As obras eram de dois tipos, aquelas escritas em latim por intelectuais de formação clássica, muitas vezes ligados a escolas da igreja, e outras escritas no vernáculo por professores práticos interessados em preparar jovens para carreiras comerciais.

A mais antiga aritmética impressa é a anônima e hoje extremamente rara *Aritmética de Treviso*, publicada em 1478 na cidade de Treviso, conforme indica a figura 2. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos e a apresentar aplicações envolvendo sociedades e escambo. Como os algoritmos iniciais do século XIV, ela também inclui questões recreativas. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental. (EVES, 2004, p. 209)

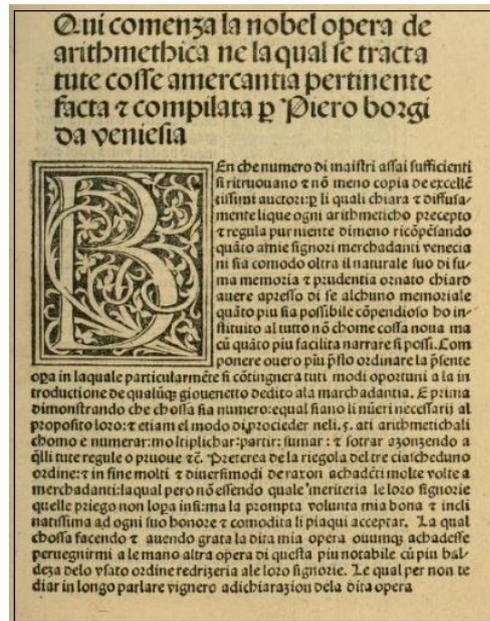
Figura 2 – Aritmética de Treviso



Fonte: <<http://iessalvadorsandoval.es/j3/index.php/proyectos/club-de-las-matematicas2/cursiosidades/172-curso-10-11-semana-4-un-metodo-arabe-para-hacer-multiplicaciones>>

A aritmética comercial, escrita por Piero Borghi, conforme relata Eves (2004) foi a mais influente na Itália. O trabalho foi considerado extremamente útil, sendo publicado em Veneza em 1484, onde alcançou cerca de dezessete edições, a última de 1557. A figura 3 apresenta uma das páginas da obra de Piero Borghi.

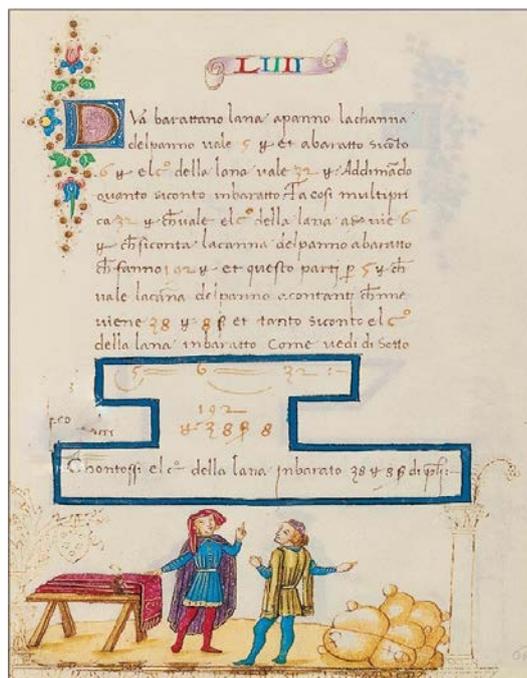
Figura 3 – Aritmética de Borghi



Fonte: <<https://archive.org/details/aritmetica00borg>>

Em 1491, ainda em conformidade com o autor Eves (2004), foi publicada em Florença uma aritmética não tão importante, de autoria de Filippo Calandri, entretanto interessante, pelo fato de conter o primeiro exemplo impresso do moderno processo de divisão e também os primeiros problemas ilustrados a aparecerem na Itália. Na figura 4, é retratada a negociação entre dois mercadores, que buscam comercializar suas mercadorias, lã e tecido.

Figura 4 – Aritmética de Calandri



Fonte: <<http://www.facsimilefinder.com/facsimiles/treatise-on-arithmetic-of-lorenzo-the-magnificent-facsimile#&gid=1&pid=4>>

Outras obras sobre aritmética apresentaram grande relevância na expansão e fortalecimento de práticas comerciais, como as de Widman, Jacob Köbel e Adam Riese, na Alemanha, sendo a de Riese considerada “a mais influente de todas as aritméticas comerciais alemãs, [...] este trabalho conseguiu uma reputação tão alta que, até hoje na Alemanha, *nach Adam Riese* significa cálculo correto.” Além disso, por volta do século XVI, na Inglaterra, foram publicadas as aritméticas de Cuthbert Tonstall e de Robert Recorde, sendo este último, “o mais influente autor inglês de textos escolares”, concedeu-se, deste modo, o início ao simbolismo algébrico, onde escreveu textos sobre álgebra, geometria e astronomia.

Verifica-se, nesse contexto, o papel significativo que a aritmética desempenhou para o desenvolvimento dos cálculos em diversas relações comerciais ao longo do tempo até que se aperfeiçoasse e chegasse aos modelos e fórmulas matemáticas atuais, expostos pela álgebra na abordagem de conceitos que envolvem matemática comercial e financeira. No entanto, é válido ressaltar que a Matemática Financeira vai além de fórmulas aplicadas na resolução de questões que envolvam porcentagem, juros simples e compostos, conceitos propostos pelos currículos escolares.

No mundo contemporâneo, dito globalizado, onde a economia se mostra, ora estável, ora instável, torna-se importante entender as principais variantes envolvidas no processo financeiro. A Matemática Financeira se faz presente em várias situações cotidianas, como em financiamentos de imóveis, veículos, aplicações e investimentos financeiros, compras com cartões de crédito, à vista ou a crediário, efetivação de empréstimos, dentre outras, e exerce papel essencial na análise do planejamento financeiro e a tomada de decisões de uma empresa, ou para auxiliar indivíduos a lidar e administrar suas próprias finanças.

1.2 Breve história da economia brasileira e suas implicações na Educação Financeira

Os dados históricos revelam que o homem e sua relação com o dinheiro são tão antigas quanto o invento da moeda e, desde então, ele enfrenta dificuldades para administrar as suas finanças, (BRUTES; SEIBERT, 2014, p. 175). A história do dinheiro no Brasil remonta do período colonial, de 1500 até o presente momento, vigoraram nove moedas oficiais.

O primeiro dinheiro a circular no Brasil foi a moeda-mercadoria, que foi o açúcar, que em 1614 passou a valer como dinheiro por ordem do governador Constantino Menelau. As primeiras moedas metálicas – de ouro, prata e cobre – chegaram com o início da colonização portuguesa. A moeda portuguesa, o real, foi usada no Brasil durante todo o Período Colonial. Assim, tudo se contava em réis – plural popular de real. (COELHO, 2011)

O quadro 1 demonstra, sucintamente, as alterações do sistema monetário brasileiro ao longo do tempo.

Quadro 1 – Histórico das alterações monetárias no Brasil

UNIDADE MONETÁRIA	SÍMBOLO	VIGÊNCIA	EQUIVALÊNCIA
Real (Plural = Réis)	R	Período Colonial até 07/10/1833	R 1\$2000 = 1/8 de ouro de 22K
Mil Réis	R\$	08/10/1833 a 31/10/1942	Rs 2\$500 = 1/8 de ouro de 22K
Cruzeiro	Cr\$	01/11/1942 a 30/11/1964	Cr\$ 1 = Rs 1\$1.000
Cruzeiro (eliminados os centavos)	Cr\$	01/12/1967 a 12/02/1967	Cr\$ 1 = Cr\$ 1,00
Cruzeiro Novo (volta dos centavos)	NCr\$	13/02/1967 a 14/05/1970	NCr\$ 1,00 = Cr\$ 1.000
Cruzeiro	Cr\$	15/05/1970 a 14/08/1984	Cr\$ 1,00 = NCr\$ 1,00
Cruzeiro (eliminados os centavos)	Cr\$	15/08/1984 a 27/02/1986	Cr\$ 1 = Cr\$ 1,00
Cruzado (volta dos centavos)	Cz\$	28/02/1986 a 15/01/1989	Cz\$ 1,00 = Cr\$ 1.000,00
Cruzado Novo	NCz\$	16/01/1989 a 15/03/1990	NCz\$ 1,00 = Cz\$ 1.000,00
Cruzeiro	Cr\$	16/03/1990 a 31/07/1993	Cr\$ 1,00 = NCz\$ 1,00
Cruzeiro Real	CR\$	01/08/1993 a 30/06/1994	CR\$ 1,00 = Cr\$ 1.000,00
Real (plural = Reais)	R\$	Desde 01/07/1994	R\$ 1,00= CR\$ 2.750,00

Fonte:<<http://www.ncnet.com.br/contabil/tabelas/histmonei.html>>

Por muitos anos, a população brasileira lidou com os altos índices inflacionários, oscilações de preços em produtos, em que pela manhã se praticava um preço em determinada mercadoria e, ao final do dia, já se praticava outro valor. Sem perspectiva de “dias melhores” (grifo nosso), ao invés de planejarem investimentos e/ou compras, a sociedade da época, cultivou o comportamento do comprar imediatamente, ou ainda acumular/estocar produtos em casa, antes que ocorresse variação de preços. Para [D’Aquino e Cerbasi \(2008\)](#), a ausência de uma educação financeira efetiva e eficaz colaborou para o tipo de conduta, legado no período de inflação.

Numa economia sufocada pela inflação, qualquer tentativa de planejamento financeiro, por mais sério e bem-intencionado que fosse, tinha resultados frágeis e um bocado desanimadores. Se não era possível saber o que esperar da economia para o dia seguinte, que dirá planejar os passos para os próximos cinco ou dez anos. ([D’AQUINO; CERBASI, 2008](#), p. 8)

Assim, ante um sistema econômico instável e estagnado, em que o cidadão se via obrigado a se acostumar com constantes alterações de modelos e desvalorização de planos econômicos, ajustamento fiscal ineficiente, congelamento e defasagem de salários em relação ao reajustes de preços de produtos e serviços, esses fatores contribuíram, sistematicamente, para enfraquecimento e arrefecimento da política monetária do país.

O controle da inflação só foi possível a partir de julho de 1994, com a implantação do Plano Real, ([COELHO, 2011](#)). Entretanto, é adequado ressaltar que a estabilização da moeda não foi capaz de gerar uma sociedade consciente para planejar finanças e praticar o consumo consciente.

A família de antigamente não foi orientada sobre planejamento financeiro, pois viveu a maior parte da vida em uma realidade bem diferente da de hoje. Portanto, na sociedade atual, os princípios familiares e da sociedade foram de alguma forma, esquecidos em detrimento de um consumo exacerbado e do desejo em aumentar permanentemente o poder de compra. ([SECCO et al., 2014](#), p. 7)

Em concordância, [Saito \(2007\)](#) compreende que o extenso período de inflação no país, afetou significativamente o planejamento econômico-financeiro de longo prazo. Em sua concepção,

Com a abertura econômica, no início dos anos 90, e o processo de estabilização do Plano Real, o mercado financeiro nacional se transformou e criou novos instrumentos, aumentando a complexidade dos produtos oferecidos. Desse modo, os indivíduos e as famílias passaram a demandar maior conhecimento e informação atualizada para tomar as suas decisões financeiras de maneira fundamentada e segura. ([SAITO, 2007](#), p.68)

E indo além, o governo do Brasil ao invés de propor políticas públicas que contivessem gastos e estimulassem o crescimento econômico, ao contrário, estimulou ao longo dos últimos anos a cultura da oferta de crédito facilitado, o que em voga, contribuiu para incentivar a formação de uma sociedade consumista e, para agravo da situação, promoveu o endividamento da população.

O governo, incapaz de poupar e realizar os investimentos propulsores do crescimento, procurou, nos últimos anos, ampliar a oferta de crédito, para incentivar o consumo de bens e serviços e, assim, aumentar a produção. No entanto, o consumo das famílias não consegue, sozinho, estimular os investimentos, que geram empregos e elevação da renda. Para agravar esse quadro, a população, despreparada para dimensionar o volume de comprometimento do seu orçamento, avança com ímpeto ao crédito fácil e, endividada, busca caminhos para restaurar o seu equilíbrio. O crescimento desorientado do crédito produz a inadimplência. A partir daí, os empréstimos são interrompidos e a economia reduz a sua atividade. Como consequência dessas ações, surge um círculo vicioso de expansão e retração do crescimento. ([SAVOIA et al., 2007](#), p. 4)

Desse modo, “as mudanças econômicas, sociais e tecnológicas crescentes, em todo o mundo, apontaram para a urgência da implementação de ações governamentais com o objetivo de educar financeiramente a população.”([SILVA et al., 2014](#), p. 37)

Numa visão mais categórica, [Peter e Palmeira \(2013, p. 4\)](#) revelam a necessidade de investimentos governamentais na área educacional, para que ocorram mudanças significativas no que tange preparar o educando, enquanto cidadão, a adquirir a capacidade de gerir e administrar suas finanças. Mencionam ainda a precisão de reformular os currículos escolares e introduzir a temática educação financeira desde as séries iniciais, a fim de preparar o aluno para lidar com as constantes mutações da economia capitalista, na qual está inserido.

Capítulo 2

Contextos da Educação Financeira

Muitas atividades cotidianas do indivíduo, enquanto ser social, estão correlacionadas ao uso e aplicação do dinheiro. Tão importante quanto manusear o dinheiro em nosso dia a dia, é saber geri-lo da melhor forma ou tomar a melhor decisão ao aplicá-lo. Lamentavelmente, a falta de preparo e insuficiência de maturidade financeira são agravantes que contribuem para elevar o endividamento do cidadão ou induzir ao consumismo exagerado, sem considerar as consequências dos fatos. Refletir e discutir ações que contribuam para ampliar a compreensão de concepções financeiras inseridas em nossa vida, nos espaços escolares, são algumas das iniciativas propostas pela Educação Financeira, apresentadas neste capítulo.

2.1 Concepções da Educação Financeira

A Educação Financeira pode ser entendida como um processo de conhecimento que permite o aprimoramento da capacidade financeira dos indivíduos, de modo que estes possam tomar decisões fundamentadas e seguras, tornando-as mais integrados à sociedade com uma postura pró ativa na busca de seu bem estar. (SAITO, 2007, p.20-21)

A globalização da economia contribuiu para aprofundar e discutir os estudos sobre a Educação Financeira, sendo uma preocupação comum a muitos países. (SAVOIA et al., 2007, p. 3)

A maioria das pesquisas a respeito do processo de Educação Financeira estão mais concentradas no Canadá, Austrália, Nova Zelândia, Estados Unidos e Reino Unido, sendo que os dois últimos países citados enfocam a abordagem do tema para o ensino médio e ensino superior, além de alguns países da América Latina e da Europa Central e Oriental. (HOLZMANN; MIRALLES, 2005, p. 1127)

O debate acerca da Educação Financeira partiu de investigações desenvolvidas pela OCDE, órgão que tem por propósito fomentar e potencializar as políticas públicas voltadas

ao desenvolvimento econômico permanente e, promover o bem-estar social da população mundial, entre os países membros e não membros.

No decorrer do biênio 2003-2004, dois Comitês da OCDE, a Comissão de Mercados Financeiros e de Seguros junto à Comissão de Pensões Privadas, com o propósito de educar financeiramente os cidadãos dos países membros da organização, desenvolveram o projeto intitulado *Financial Education Project*. Em 2005, após o Conselho da OCDE aprovar o programa de trabalho, a primeira fase do projeto culminou, com a publicação da pesquisa registrada num relatório intitulado *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies* (Melhoria da Literacia Financeira: Análise de Questões e Políticas). (SILVA et al., 2014, p. 36)

Em relação ao projeto, Saito (2007 apud SMITH, 2005) discorre que seu objetivo é "analisar a efetividade das iniciativas existentes nos países, desenvolver técnicas que permitam a comparação das ações, de modo a prover um conjunto de recomendações de melhores práticas para sua implantação."

Em 2005, o relatório gerou outro documento, mais conciso e com sugestões práticas destinadas aos governos, denominado *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness* (Recomendações sobre Princípios e Boas Práticas de Educação Financeira e Conscientização). (SILVA et al., 2014, p. 36)

Sobre o relatório, Saito (2007) analisa que "os países pesquisados estão adotando políticas para instruir a população quanto aos conceitos de créditos, investimentos de seguro, e demonstram a preocupação com a população jovem."

Ainda nesse contexto, o relatório *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*, define a Educação Financeira proposta pela OCDE:

A Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que com informação, formação e orientação possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar e, assim, tenham a possibilidade de contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005)

O relatório versa sobre Princípios e Recomendações da Educação Financeira ¹ a serem consideradas na abordagem da Educação Financeira. Dentre os princípios, dois tópicos merecem destaque, pois tangem pontos relevantes à discussão da Educação

¹ Os Princípios e Recomendações da Educação Financeira, tratam-se de orientações da OCDE sobre a promoção da Educação Financeira. (OCDE, 2005)

Financeira, tais como, adequar a temática a assuntos recorrentes ao cotidiano do indivíduo e o envolvimento de conceitos matemáticos e admissão do assunto no âmbito escolar.

(...) Os programas de educação financeira devem focar as prioridades de cada país, isto é, se adequarem (sic), à realidade nacional, podendo incluir, em seu conteúdo, aspectos básicos de um planejamento financeiro, como as decisões de poupança, de endividamento, de contratação de seguros, bem como conceitos elementares de matemática e economia. Os indivíduos que estão para se aposentar devem estar cientes da necessidade avaliar a situação de seus planos de pensão, necessitando agir apropriadamente para defender seus interesses. (...)

(...) A educação financeira deve começar na escola. É recomendável que as pessoas se insiram no processo precocemente. (...) (OCDE, 2005)

No Brasil, seguindo a propensão mundial, o início das ações governamentais se deu a partir de 2007, por meio da formação do Comitê Nacional de Educação Financeira - CONEF², num trabalho conjunto, representantes do governo, da iniciativa privada e da sociedade civil se uniram para desenvolver a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira)³. (SILVA et al., 2014)

A ENEF foi aprovada em junho de 2009 e instituída em 22 de dezembro de 2010, pelo Governo Federal por meio do Decreto nº 7.397/2010, com o propósito “de promover a educação cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da parte dos consumidores”. (BRASIL, 2010a, Art.1º)

A consolidação efetiva da ENEF se deu em maio de 2011 com a aprovação do Plano Diretor e seus Anexos⁴. Desde então, constituída a ENEF, a temática Educação Financeira tem conquistado espaço como política de Estado e, ações e metas são compartilhadas de modo associado, nas esferas públicas federal, estaduais e municipais. Os assuntos abordados pelo Plano Diretor ENEF e Anexos, foram o ponto de partida e também cruciais para a elaboração e implementação do Programa de Educação Financeira nas Escolas.

Na concepção dos autores SOUZA e HORIZONTE (2012), “a aprovação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), foi um ponto onde se constata que, [...], o Brasil está dando a devida importância para a educação financeira.”

² O Comitê Nacional de Educação Financeira é formado pelos seguintes órgãos e entidades públicas: Ministério da Fazenda; Ministério da Educação; Ministério da Previdência Social; Ministério da Justiça; Banco Central do Brasil (BCB); Comissão de Valores Mobiliários (CVM); Superintendência de Previdência Complementar (Previc); Superintendência de Seguros Privados (Susep); Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capitais (Anbima); BM&F Bovespa S.A – Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros; Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização (CNSeg); Federação Brasileira de Bancos (Febraban). (MEC, 2015)

³ A ENEF é uma mobilização multisetorial em torno da promoção de ações de Educação Financeira no Brasil.

⁴ O documento completo do Plano Diretor ENEF pode ser acessado no link: <<http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/PlanoDiretorENEF1.pdf>>

2.2 O Programa Educação Financeira nas Escolas

Como parte do Programa de Educação Financeira, iniciado em 2003, a OCDE publicou em 2008 o relatório programas de Educação Financeira nas escolas: análise de programas atuais selecionados e literatura de projetos de recomendações para as melhores práticas.

Esse relatório teve como objetivo analisar os programas de Educação Financeira existentes nas escolas e estabelecimentos de ensino e analisar as pesquisas disponíveis sobre a eficácia das iniciativas sobre o assunto destinado a crianças e adolescentes em idade escolar em alguns dos seus países membros e em países não membros da OCDE. (SILVA; POWELL, 2013, p. 37)

Dentre os documentos orientadores voltados para a Educação Financeira nas Escolas está o documento Orientações para Educação Financeira nas Escolas, elaborado sob a coordenação do Instituto Unibanco, parte integrante do Plano Diretor ENEF, responsável por consolidar a ENEF e ainda viabilizar a discussão e aprofundamento de questões como e ações pertinentes à implementação do assunto no âmbito educacional.

Para o desenvolvimento de ações propostas pela ENEF, foi elaborado o Programa Educação Financeira nas Escolas⁵, coordenado pela Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF-Brasil)⁶. (BRASIL, 2010c)

Para a elaboração do Programa de Educação Financeira nas Escolas, adotou-se como referência a pesquisa realizada pelo Instituto Data Popular⁷. A pesquisa foi deliberada, em 2008, pelo Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiro, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização - Coremec em parceria a Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F) e a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). (BRASIL, 2010b)

Segundo informações detalhadas no Plano Diretor ENEF, a investigação realizada pela entidade foi promovida em seis capitais, sendo, Porto Alegre, São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Salvador e Recife e, atingiu o público de distintos perfis de rendimentos e níveis de escolaridade. Teve por propósito, avaliar o nível comportamental de educação financeira da população brasileira e o grau de conhecimento dos indivíduos em relação ao órgãos reguladores Sistema Financeiro Nacional. (BRASIL, 2010b)

As informações levantadas na pesquisa realizada pelo Instituto Data Popular se mostraram alarmantes ao delinear o conduta do brasileiro diante de assuntos como, orçamento doméstico, hábitos de consumo e de poupança (aqui se refere a economia familiar), relação com as instituições do sistema financeiro, conhecimento e percepção dos diferentes

⁵ Todas as informações sobre o programa Educação Financeira nas Escolas encontram-se disponíveis no link: <<http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/>>

⁶ A AEF-Brasil é uma instituição sem fins lucrativos, qualificada como OSCIP (Organização da Sociedade Civil De Interesse Público), criada em 2011, e tem como missão promover o desenvolvimento social e econômico por meio do fomento da Educação

⁷ Os dados detalhados da pesquisa se encontram no link <<http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/PlanoDiretorENEF1.pdf>>

produtos financeiros e meios de pagamento, abordando as formas de poupança, o crédito, o investimento, a previdência, os seguros e a capitalização.

Dados informativos como esses indicam que o trabalho de Educação Financeira nas escolas precisa cumprir o papel de disseminar informações objetivas. (BRASIL, 2010b)

Frente ao exposto pelo Plano Diretor ENEF e, a partir da observância de experiências internacionais, pois mais redundante que seja insistir, reconhece-se a necessidade da educação financeira no processo de formação da cidadania. Ainda, é válido ressaltar que, a preocupação em desenvolver ações e iniciativas para educar financeiramente uma nação, não é restrita e não compete apenas ao interesse de governos, mas ainda, de instituições particulares, de grupos ou de pessoas, pois atende interesses que vão além da prática de saber planejar, consumir e economizar.

A popularização da educação financeira decorre da percepção de sua relevância na sociedade pelos fatores já apontados, como aumento da complexidade e da variedade dos produtos financeiros, ampliação da expectativa de vida, mudanças na composição e na distribuição da renda. (BRASIL, 2010b, p. 36)

Segundo as Orientações para a Educação Financeira nas Escolas, a Educação Financeira deve colaborar na formação de cidadãos com o intuito de:

- Melhorar a compreensão em relação a conceitos e produtos financeiros;
- Desenvolver os valores e as competências necessárias para tomada de decisões financeiras adequadas;
- Adotar ações, visando a melhoria do bem estar social.

O Programa de Educação Financeira nas Escolas contempla dois projetos⁸, estes estão voltados para o Ensino Fundamental e Ensino Médio, apresentados por um projeto pedagógico e um conjunto de livros para professor e aluno, em cada nível de ensino. Sendo a base da pesquisa o Ensino Médio, o enfoque será dado a esta etapa da Educação Básica.

O programa foi testado, como projeto piloto, entre maio de 2010 e dezembro de 2011, em turmas do 2º e 3º anos do Ensino Médio. Foram envolvidas 891 escolas públicas no Distrito Federal e nos estados do Tocantins, Rio de Janeiro, Minas Gerais, São Paulo e Ceará, tendo a participação de 1.200 educadores e cerca de 27.000 alunos, com idades entre 14 a 17 anos. (BRASIL, 2012a)

A experiência de se informar sobre finanças produziu transformações significativas na vida dos jovens estudantes e de suas famílias, e rendeu ao Brasil referência nessa modalidade de ensino. O relatório *The impact of high school financial education – experimental*

⁸ O material do programa está disponível em: <<http://www.edufinanceiranaescola.gov.br>>

evidence from Brasil (O impacto da educação financeira no ensino médio – a experiência do Brasil, em tradução livre), do Banco Mundial, apontou os benefícios do projeto para a população jovem brasileira. A avaliação do Banco Mundial apontou que os jovens estudantes aumentaram a capacidade de economizar, listar despesas mensais, negociar preços e formas de pagamentos, projetar planos futuros, além de discutir sobre orçamento doméstico com a família. (BRUHN et al., 2013)

Por conseguinte,

A implantação da Educação Financeira nas escolas se justifica por diversas razões amplamente estudadas pelos países que já acumularam experiência na área. Dentre essas razões se destacam os benefícios de se conhecer o universo financeiro e de tomar decisões financeiras adequadas, que fortaleçam o comando autônomo da própria vida e, por extensão, do âmbito familiar e comunitário. (BRASIL, 2010d, p. 1)

Atualmente, a AEF-Brasil debate melhorias do Programa de Educação Financeira nas Escolas, através do Plano de Trabalho 2015/16⁹. O documento mencionado estará voltado às ações que dão continuidade ao projeto de disseminação dos materiais educativos do Ensino Médio e ao projeto piloto do Ensino Fundamental. Dentre as perspectivas, está a transposição do material educativo do Programa Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio em formato e-Book, com intuito de ampliar e contemplar o acesso de maior número de escolas ao programa. (BRASIL, 2015)

2.3 A Educação Financeira no âmbito escolar

A Educação Financeira, no Brasil, ainda é um assunto pouco recorrente para boa parte da população, tanto no ambiente familiar, quanto nos espaços escolares.

Sobre o descaso e a pouca importância dada ao assunto nas instituições públicas de ensino, Martins (2011) faz duras críticas às políticas educacionais do país.

Os formuladores das políticas de ensino nunca explicaram porque dão mais importância a nomes de reis e rainhas do que a noções de comércio, de finanças e de impostos. Esse problema não é exclusivamente brasileiro. Mesmo na Europa e nos Estados Unidos, a educação financeira não faz parte das políticas educacionais, ou pelo menos não fazia, pois, aos poucos, esse assunto vem sendo introduzido nos currículos escolares. (MARTINS, 2011, p. 56)

Do mesmo modo, tratar de planejamento de finanças, consumo consciente, orçamento doméstico, dentre outras questões pertinentes ao tema dinheiro, também não é usual.

⁹ O documento é fruto de um processo construtivo que considerou as perspectivas das Diretrizes Propostas pelo CONEF, a visão técnica da equipe da AEF-Brasil, as contribuições de instituições parceiras e a deliberação do Conselho Administrativo da organização

A Educação Financeira nos países desenvolvidos tradicionalmente cabe às famílias. Às escolas fica reservada a função de reforçar a formação que o aluno adquire em casa. No Brasil, infelizmente, a Educação Financeira não é parte do universo educacional familiar. Tampouco escolar. Assim, a criança não aprende a lidar com dinheiro nem em casa, nem na escola. As consequências deste fato são determinantes para uma vida de oscilações econômicas, com graves repercussões tanto na vida do cidadão, quanto na do país. (D'AQUINO, 2010)

Sobre o pensamento de Cássia D'Aquino, a necessidade de inserção do tema Educação Financeira nas escolas públicas brasileiras é recorrente de discussões acerca da premência de estimular o desenvolvimento de habilidades que propiciem a reflexão do comportamento dos indivíduos frente à autonomia financeira consciente.

E NAZARIO et al. (2011, p. 3) consideram que o estudo da Educação Financeira é imprescindível. De acordo com o julgamento dos autores, a temática deve ser abordada entre os jovens do Ensino Médio, haja vista que nessa idade iniciam o contato mais direto com o dinheiro, tendo que administrá-lo, mesmo quando este não seja oriundo de seu próprio trabalho, há de se considerar que são consumidores de produtos e serviços. Desse modo, educados financeiramente, tais jovens intensificarão a prática do consumo consciente, bem como aperfeiçoarão a compreensão dos aspectos do universo financeiro.

Destarte, no que diz respeito à abordagem da Educação Financeira nas instituições escolares, o tema é mencionado nas diretrizes e orientações educacionais dos PCNs para o Ensino Fundamental II “podendo ser estendido ao Ensino Médio” (grifo nosso). Os PCNs que tratam dos Temas Transversais, apresenta o capítulo Trabalho e Consumo e sugere a necessidade de abordar questões relacionadas à Educação Financeira no ambiente escolar, embora ainda não haja a clara exigência, por parte do sistema educacional brasileiro.

Não há obrigatoriedade da educação financeira no sistema de ensino. O MEC preconiza a contextualização do ensino, que pressupõe um processo de aprendizagem apoiado no desenvolvimento de competências para inserção dos estudantes na vida adulta, mediante a multidisciplinaridade, o incentivo do raciocínio e da capacidade de aprender. (SAVOIA et al., 2007, p. 1134)

A despeito da relação que se faz, a Educação Financeira se volta à prática de conceitos não apenas matemáticos, além disso, direciona a aquisição de uma postura consciente ao consumo responsável, sustentável e favorável.

No ensino de matemática, recomenda-se estimular: a capacidade de leitura e interpretação de textos com conteúdo econômico; a habilidade de análise e julgamento dos cálculos de juros nas vendas a prazo; a compreensão do relacionamento entre a matemática e os demais campos de conhecimento, como a economia; a utilização desta para promover ações de defesa dos direitos do consumidor. (SAVOIA et al., 2007, p. 1134)

Cabe ressaltar que não se versa a Educação Financeira como uma disciplina extracurricular, mas propõe a discussão de aspectos acerca de princípios para o exercício da cidadania, relações de trabalho e consumo, diametralmente, às aulas de Matemática, Ciências, História, Geografia e Língua Portuguesa, no intuito de viabilizar “a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando.”(LDB, 1996, art.35)

A educação financeira, entendida como um tema transversal, dialoga com as diversas disciplinas dos currículos do Ensino Fundamental e Médio, de forma a possibilitar ao estudante compreender como concretizar suas aspirações e estar preparado para as diversas fases da vida. (BRASIL, 2013)

De tal modo, a OCDE (2004) destaca que a Educação Financeira sempre exerceu papel significativo na vida dos cidadãos enquanto consumidores de produtos e serviços, pois auxilia-os a orçar e gerir a sua renda, a poupar, a investir e a evitar que se tornem vítimas de fraudes. É válido considerar que sua relevância é crescente, nos últimos anos, devido o desenvolvimento dos mercados financeiros, das mudanças demográficas, econômicas e políticas.

Os autores Silva e Powell (2013, p. 2) consideram que seja importante a inserção da Educação Financeira nas escolas públicas brasileiras, até por ser um tema em voga em vários países. Em observância aos documentos e material didático produzidos para o Programa de Educação Financeira nas Escolas, os autores analisam com apreensão, que aspectos como a carência de cursos de formação voltados para a capacitação de profissionais da educação e a participação apenas de representantes do governo e de profissionais ligados à entidades financeiras particulares na elaboração da proposta do programa de Educação Financeira nas Escolas, caracterizando-os como pontos negativos, que podem contribuir para o insucesso do mesmo. No entanto, ponderam que no Brasil, presentemente, há um crescente número de pesquisadores do campo da Educação Matemática interessados em ampliar a discussão, investigação e reflexão a respeito da Educação Financeira e sua implantação nas escolas públicas, sendo tal fator o diferencial para o avanço do programa nas escolas públicas.

De fato, a relevância do assunto permite considerar que a abordagem de conceitos que envolvem a temática Educação Financeira contribui para que o aluno aprenda a administrar seu dinheiro, gerenciar suas finanças desde cedo, adquirir conhecimento, postura e experiências para a vida adulta, desenvolver sua educação financeira e assim tornar-se um consumidor consciente.

A ampliação da temática Educação Financeira em sala de aula será apresentada no capítulo 4.1, quando há de se propor sequências didáticas que envolvem o assunto, conectando-os aos conceitos da Matemática Financeira a serem abordados no capítulo 3.

Capítulo 3

Fundamentos da Matemática Financeira

Não raro, o educando se depara com situações em que é necessário decidir entre comprar à vista ou a prazo? Qual a melhor opção: aplicar o capital ou realizar um sonho?

Conhecer procedimentos financeiros, por mais simples que sejam, são de grande relevância ao cotidiano de todo cidadão e, podem ser abordados no ambiente escolar, por meio de conceitos relacionados à Matemática Financeira tais como, porcentagem, juros simples e compostos, fator de atualização, equivalência de taxas, dentre outros.

Conforme definição de Branco (2005, p. 1) “a matemática financeira tem por objetivo principal, estudar o valor do dinheiro em função do tempo.”

Este capítulo trata da base teórica dos conceitos pertinentes à Matemática Financeira, exemplificados por meio de problemas de aplicação, para melhor compreensão do assunto.

3.1 Taxa Percentual

Taxa percentual, ou porcentagem, é uma forma empregada para representar a razão entre um número real i e denominador igual a 100, designada razão centesimal, ao qual indica-se por $i\%$, que se lê “ i por cento”. Além disso, a taxa percentual pode ser expressa nas formas como segue demonstrado na tabela 1:

Tabela 1 – Representações da Porcentagem

Percentual	Fração	Decimal
30%	$\frac{30}{100}$	0,3

Fonte: Elaborado pela autora

As aplicações mais relevantes da ideia de taxa percentual dizem respeito às transações mercantis (compra e venda), que, podem gerar lucros, prejuízos, descontos e acréscimos. Vejamos algumas situações que demonstram a aplicação do conceito.

Problemas de Aplicação: Porcentagem**Exemplo 1**

O salário de Felipe é de R\$ 2 000,00 por mês e o de Renato corresponde a 85% do salário de Felipe. Qual é o salário de Renato? (DANTE, 2014, p. 14)

Resolução 1

$i = 85\%$ e é equivalente à fração decimal $\frac{85}{100}$, assim temos que:

$$\frac{85}{100} \cdot 2\,000,00 = 1\,700,00$$

Logo, o salário de Renato é de R\$ 1 700,00.

Resolução 2

$i = 85\%$ e é equivalente ao número decimal 0,85, assim temos que:

$$0,85 \cdot 2\,000,00 = 1\,700,00$$

Portanto, o salário de Renato é de R\$ 1 700,00.

Exemplo 2

Uma senhora recebe uma pensão de R\$ 1 270,00, dos quais 70% são destinados às despesas com saúde, habitação e alimentação. Quantos reais sobram mensalmente para as outras despesas, como cultura e lazer? (SOUZA, 2013)

Resolução 1

$i = 70\%$ e é equivalente à fração decimal $\frac{70}{100}$, assim temos que:

$$\frac{70}{100} \cdot 1\,270,00 = \frac{88\,900}{100} = 889,00$$

$$\text{Assim, } 1\,270,00 - 889,00 = 381,00.$$

Logo, sobram mensalmente do salário desta senhora R\$ 381,00 para custeio de outras despesas.

Resolução 2

$i = 70\%$ equivale ao número decimal 0,7, assim temos que:

$$0,7 \cdot 1\,270,00 = 889,00$$

$$\text{Assim, } 1\,270,00 - 889,00 = 381,00.$$

Desse modo, sobram mensalmente do salário desta senhora R\$ 381,00 para custeio de outras despesas.

A seção seguinte amplia o conceito de Matemática Financeira a partir da definição e apresentação de situações que envolvem fator de atualização.

3.2 Fator de Atualização

De acordo com a definição

O fator de atualização (f) é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro). Constitui uma ferramenta importante no trabalho com Matemática Financeira. (DANTE, 2014, p. 17)

O autor ainda faz as seguintes considerações sobre a divisão de dois números quaisquer, em que há três resultados aceitáveis: *ou resulta em 1, ou é maior que 1 ou menor que 1*. Numa divisão de valores iguais, o quociente é 1, diz-se que um valor é 100% do outro, daí sendo $f = 1$ indica um fator neutro, isto é, não há variação de valores.

Na divisão, cujo quociente resulta em um valor maior que 1, temos $f > 1$, denominado fator de aumento (ou acréscimo de valor).

No caso do quociente da divisão ser um valor menor que um, temos $f < 1$, também chamado de fator de desconto (ou perda/decréscimo de valor).

Na relação entre a taxa percentual, representada por i , e o valor do fator de atualização f , Dante (2014) ainda considera,

- Se $f > 1$, $f = 1 + i$, portanto, a taxa é $i = f - 1$, em números decimais.
- Se $f < 1$, $f = 1 - i$, portanto, a taxa é $i = 1 - f$, em números decimais.

3.2.1 Aumentos e Descontos

É comum em situações cotidianas nos depararmos com operações financeiras que envolvem os termos acréscimo ou descontos em produtos e/ou serviços. Na comparação entre valores, o fator de atualização pode ser encontrado através da seguinte relação:

$$f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}} = \frac{V_f}{V_0}$$

E como já mencionado:

- Se $f > 1$, houve aumento.
- Se $f < 1$, houve desconto.
- Se $f = 1$, não houve variação.

Para melhor compreensão dos conceitos apresentados, seguem-se os exemplos.

Problemas de Aplicação: Aumentos e Descontos

Exemplo 1

Em uma promoção, o preço de um computador é de R\$ 2 632,00. Terminada a promoção, esse preço sofrerá um acréscimo de 21%. Qual será o preço do computador após a promoção? (DANTE, 2015, p. 251)

Resolução

$i = 21\%$ e é equivalente ao número decimal 0,21, pelo fator de atualização de acréscimo de valor temos:

$$f = 1 + i \rightarrow f = 1 + 0,21$$

$$f = 1,21$$

Da relação $\frac{V_f}{V_0} = f$, temos, $V_f = V_0 \cdot f$, assim,

$$V_f = 2\,632,00 \cdot 1,21 \rightarrow V_f = 3\,184,72.$$

Logo o preço do computador após a promoção será de R\$ 3 184,72.

Exemplo 2

Uma loja oferece 12% de desconto na compra de quaisquer eletrodomésticos à vista. Um aparelho de DVD é vendido a R\$ 249,00, qual o seu preço final após a concessão do desconto? (RIBEIRO, 2011)

Resolução

$i = 12\%$ e é equivalente ao número decimal 0,12, pelo fator de atualização de desconto de valor, temos,

$$f = 1 - i \rightarrow f = 1 - 0,12$$

$$f = 0,88$$

Da relação $\frac{V_f}{V_0} = f$, temos, $V_f = V_0 \cdot f$, assim

$$V_f = 249,00 \cdot 0,88 \rightarrow V_f = 219,12.$$

Desse modo, o preço do aparelho de após do desconto concedido será de R\$ 219,12.

Exemplo 3

O preço de uma camisa passou de R\$ 50,00 para R\$ 59,00. Qual foi o aumento percentual desse preço? (DANTE, 2014, p. 19)

Resolução

Da relação $f = \frac{V_f}{V_0}$, temos,

$$f = \frac{59}{50} \rightarrow f = 1,18.$$

Sendo $f > 1$, temos um fator de aumento, daí $i = f - 1$, assim,

$$i = 1,18 - 1 \rightarrow i = 0,18$$

$$i = 18\%$$

Então, o percentual de aumento sobre o preço da camisa foi de 18%.

Exemplo 4

Certo eletrodoméstico teve um reajuste de 3%, passando a custar R\$ 590,00. Qual o valor do eletrodoméstico antes do reajuste? (SOUZA, 2013, p. 62)

Resolução

$i = 3\%$ e é equivalente ao número decimal 0,03, pelo fator de atualização de acréscimo de valor temos,

$$f = 1 + i \rightarrow f = 1 + 0,03$$

$$f = 1,03$$

Da relação $\frac{V_f}{V_0} = f$, temos, $V_f = V_0 \cdot f$, assim,

$$590 = V_0 \cdot 1,03 \rightarrow V_0 = \frac{590}{1,03}$$

$$V_0 = 572,82$$

Assim, o preço do eletrodoméstico antes do reajuste era de aproximadamente R\$ 572,82.

3.2.2 Aumentos e descontos sucessivos

Na composição de aumentos e/ou descontos sucessivos, multiplicam-se os vários fatores individuais e assim se obtêm o fator acumulado ou fator de atualização. (DANTE, 2014, p.18)

De modo geral, temos que:

$$f_{acumulado} = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4 \cdot (\dots)$$

Na definição de Ribeiro (2011) o cálculo em acréscimos sucessivos, são efetuados do seguinte modo:

Chamamos de $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas acréscimos sucessivos e P_0 o valor inicial. Os valores obtidos a cada desconto, chamados de $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por:

$$P_1 = P_0 \cdot (1 + i_1)$$

$$P_2 = P_1 \cdot (1 + i_2) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2)$$

$$P_3 = P_2 \cdot (1 + i_3) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3)$$

(...)

$$P_n = P_{n-1} \cdot (1 + i_n) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (\dots) \cdot (1 + i_n)$$

Assim, o valor final $P = P_n$ será dado por:

$$P = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (\dots) \cdot (1 + i_n).$$

Analogamente, o autor se estende a definição dos cálculos em descontos sucessivos.

Chamamos de $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas decréscimos sucessivos e P_0 o valor inicial. Os valores obtidos a cada desconto, chamados de $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por:

$$P_1 = P_0 \cdot (1 - i_1)$$

$$P_2 = P_1 \cdot (1 - i_2) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2)$$

$$P_3 = P_2 \cdot (1 - i_3) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3).$$

(...)

$$P_n = P_{n-1} \cdot (1 - i_n) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3) \cdot (\dots) \cdot (1 - i_n).$$

Os exemplos apresentados a seguir auxiliarão no entendimento das definições enunciadas.

Problemas de Aplicação: Aumentos e/ou descontos sucessivos

Exemplo 1: Aumentos sucessivos

Um terreno foi comprado por R\$ 100 000,00 valorizou 10% no primeiro mês, 8% no segundo mês, 9% no terceiro mês e 6% no quarto mês após a compra. (PAIVA, 2013, p. 58)

a) Qual deve ser o preço do terreno após os 4 meses da compra?

Resolução

$i_1 = 10\%$ e equivale ao número decimal 0,1;

$i_2 = 8\%$ e equivale ao número decimal 0,08;

$i_3 = 9\%$ e equivale ao número decimal 0,09;

$i_4 = 6\%$ e equivale ao número decimal 0,06.

Pelo fator de atualização de acréscimo temos:

$$f_1 = 1 + 0,1 = 1,1$$

$$f_2 = 1 + 0,08 = 1,08$$

$$f_3 = 1 + 0,09 = 1,09$$

$$f_4 = 1 + 0,06 = 1,06$$

Da relação,

$$V_f = V_0 \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4$$

$$V_f = 100\,000 \cdot 1,1 \cdot 1,08 \cdot 1,09 \cdot 1,06$$

$$V_f = 137\,261,52$$

Logo, o preço do terreno após 4 meses da compra será de R\$ 137 261,52.

b) Qual foi o percentual de valorização nesses 4 meses?

Resolução

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4$$

$$f_{\text{acumulado}} = 1,1 \cdot 1,08 \cdot 1,09 \cdot 1,06$$

$$f_{\text{acumulado}} = 1,372652$$

Sendo $f > 1$, temos um fator de aumento, daí

$$i = f - 1 \rightarrow i = 1,37 - 1$$

$$i \cong 0,37 \rightarrow i \cong 37\%$$

Assim, o percentual de valorização no período será de aproximadamente 37%.

Exemplo 2: Descontos sucessivos

Um automóvel que foi comprado por R\$ 18 000,00 teve uma desvalorização de 20% no primeiro ano, outra de 10% no segundo ano, em relação ao ano anterior, e outra de 5% no terceiro ano, em relação ao ano anterior. Qual o valor do automóvel ao final de 3 anos? (PAIVA, 2013, p. 58)

Sugestão: Essa é uma excelente oportunidade para o professor mencionar que a situação trata de uma questão de depreciação e explicar o significado do termo.

Resolução

$$i_1 = 20\% \text{ e equivale ao número decimal } 0,2;$$

$$i_2 = 10\% \text{ e equivale ao número decimal } 0,1;$$

$$i_3 = 5\% \text{ e equivale ao número decimal } 0,05;$$

Sendo $f < 1$, temos um fator de desconto, daí

$$i = 1 - f$$

$$f_1 = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$f_2 = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$f_3 = 1 - 0,05 = 0,95$$

Assim,

$$V_f = V_0 \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$$

$$V_f = 18\,000 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95$$

$$V_f = 12\,312,00$$

Temos assim que decorridos três anos o valor do automóvel será de R\$ 12 312,00.

Exemplo 3: Aumentos e descontos sucessivos

Alex comprou certa mercadoria por R\$ 60,00 e a colocou à venda por um preço de que vai lhe render 25% de lucro. Como não conseguiu vendê-la, resolveu conceder um desconto de 12%, caso a compra seja à vista. (SOUZA, 2013, p. 70)

a) Quantos reais um consumidor terá de desembolsar caso efetue a compra à vista?

Resolução

$i_1 = 25\%$ e equivale ao número decimal 0,25.

Pelo fator de atualização de acréscimo, $f = 1 + i$.

$$f_1 = 1 + 0,25 \rightarrow f_1 = 1,25$$

$i_2 = 12\%$ e equivale ao número decimal 0,12

Pelo fator de atualização de decréscimo, $f = 1 - i$.

$$f_2 = 1 - 0,12 \rightarrow f_2 = 0,88$$

Daí,

$$V_f = V_0 \cdot f_1 \cdot f_2$$

$$V_f = 60 \cdot 1,25 \cdot 0,88$$

$$V_f = 66,00$$

Logo o consumidor pagará R\$ 66,00 na compra do produto.

b) Qual a porcentagem que Alex lucrará se a mercadoria for vendida à vista?

Resolução

$$f = \frac{V_f}{V_0} \rightarrow f = \frac{66}{60} \rightarrow f = 1,1$$

Sendo $f > 1$, temos um fator de aumento, $i = f - 1$, daí,

$$i = 1,1 - 1 \rightarrow i = 0,1$$

$$i = 10\%$$

Desse modo, o lucro de Alex pela venda do produto será de 10%.

Exemplo 4: Aumentos e descontos sucessivos

(UEL-PR) Em uma liquidação os preços dos artigos de uma loja são reduzidos em 20% de seu valor. Terminada a liquidação, e pretendendo voltar aos preços originais, de que porcentagem devem ser acrescidos aos preços da liquidação? (DANTE, 2014)

- a) 27,5%
- b) 25%
- c) 22,5%
- d) 21%
- e) 20%

Sendo $i = 20\%$, isto equivale ao número decimal 0,2.

Se o fator de atualização é de decréscimo, $f = 1 - i$, daí,

$$f_1 = 1 - 0,2 = 0,80$$

Pela definição, se $f = 1$ indica que não houve alteração no valor do produto, ou seja, o produto volta ao seu valor original. Temos então,

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 = 1$$

Então,

$$0,80 \cdot f_2 = 1$$

$$f_2 = \frac{1}{0,80} \rightarrow f_2 = 1,25$$

Sendo $f_2 > 1$, temos um fator de aumento, assim, $i = f_2 - 1$.

$$i = 1,25 - 1 \rightarrow i = 0,25$$

$$i = 25\%$$

A alternativa correta é a letra b.

3.3 Termos importantes da Matemática Financeira

Assim como a porcentagem, outros conceitos são essenciais ao conhecimento e aplicação da Matemática Financeira.

Nesta seção trataremos de conceitos teóricos que envolvem juros e termos correlacionados, apresentaremos situações que envolvem o conhecimento financeiro e que se faz presente no cotidiano das pessoas, de forma direta ou indiretamente.

Sobre os termos mais relevantes na Matemática Financeira, Smole e Diniz (2013) enfatizam e definem,

- **Capital:** em uma transação financeira, é o dinheiro emprestado, investido ou devido inicialmente; também é conhecido como principal. Representamos o capital por C .
- **Juro:** é o “aluguel” que se paga (ou se recebe) pelo dinheiro emprestado (ou aplicado). Representa-se o juro por J . O juro é classificado no regime de juros simples e no regime de juros compostos.
 - Juros simples: no sistema de capitalização simples, o juro incide apenas sobre o capital investido.
 - Juros compostos: no regime de capitalização composta, após cada período, os juros são incorporados ao capital investido, tendo o rendimento sobre o novo total. Deste modo, os cálculos são realizados como juros sobre juros.
- **Taxa de juro:** é a taxa, em porcentagem, que se paga ou se recebe pelo “aluguel” do dinheiro. A taxa de juro é representada por i .
- **Prazo:** tempo que decorre desde o início até o final de uma operação financeira. Representa-se o intervalo de tempo por t .
- **Montante:** soma do capital emprestado ou investido com o juro. Geralmente, indica-se o montante por M . (SMOLE; DINIZ, 2013)

Na concepção de Morgado et al. (2001), sobre a definição de juros simples, diz-se

A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo. Alguém que dispõe de um capital C (chamado de *principal*), empresta-o a outrem por um certo período de tempo. Após esse período, ele recebe o seu capital C de volta, acrescido de uma remuneração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma $C + J$ é chamada de *montante* e será representada por M . A razão $i = \frac{J}{C}$, que é a taxa de crescimento do capital, será sempre referida ao período da operação e chamada de *taxa de juros*. (MORGADO et al., 2001, p. 44)

Para melhor compreensão do enunciado, os autores exemplificam:

Exemplo 1: Pedro tomou um empréstimo de R\$ 100,00. Dois meses após, pagou R\$ 110,00. Os juros pagos por Pedro são de R\$ 10,00 e a taxa de juros é de, $i = \frac{10}{100} = 0,10 = 10\%$ ao bimestre. O principal, que é a dívida inicial de Pedro, é igual a R\$ 100,00 e o montante, que é dívida de Pedro na época do pagamento, é igual a R\$ 110,00. (MORGADO et al., 2001, p. 44)

Em relação a juros compostos, os autores enunciam,

Teorema 3.1

No regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 , transforma-se, em n períodos de tempo, em um montante igual a $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$. (MORGADO et al., 2001, p. 45)

Na releitura do teorema mencionado, temos,

$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$, é que uma quantia, hoje igual a C_0 , transforma-se-á, após n períodos de tempo, em $C_0 \cdot (1 + i)^n$. (MORGADO et al., 2001, p. 46)

De acordo Ribeiro (2011), numa situação que trata de juros compostos, denotando M por montante e C por capital inicial, tem-se,

$$M = C \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n), \text{ com } i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n = i.$$

Como as taxas de acréscimos estão associadas a certo período de tempo, temos $n = t$. Assim:

$$M = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot \dots \cdot (1 + i) \rightarrow M = C \cdot (1 + i)^n$$

(RIBEIRO, 2011, p.32)

Assim,

Exemplo 2: Cristina toma um empréstimo de R\$ 150,00 a juros de 12% ao mês. Qual será a dívida de Cristina três meses depois?

$$C_3 = C_0 \cdot (1 + i)^3 = 150 \cdot (1 + 0,12)^3 \cong 210,74 \text{ reais.}$$

(MORGADO et al., 2001, p. 46)

De modo geral, sobre o conceito de juros,

A principal aplicação do regime de juros simples é o cálculo de juros cobrados por atraso por pagamento de contas de consumo (telefone, gás, luz, TV por assinatura, etc.). (...) e, a maioria das transações comerciais e financeiras (aplicação, financiamento, empréstimos, ...) obedece ao regime de juros compostos. (IEZZI et al., 2013, p. 151)

Ante o exposto, percebe-se que a Matemática Financeira se faz presente no exercício de atividades corriqueiras. Isso implica dizer que, por exemplo, uma pessoa, ao pagar contas de consumo, comprar um eletrodoméstico, ou um automóvel e, avaliar entre comprar à vista ou prazo, se vê numa situação que exige certo conhecimento financeiro. Para elucidação das definições apresentadas, vejamos alguns exemplos.

Problemas de Aplicação: Juros Simples e/ou Juros Compostos

Exemplo 1: Juros Simples

O Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) é um imposto de competência dos municípios, calculado sobre o valor venal de uma propriedade predial e territorial urbana.

A figura 5 apresenta a reprodução de uma folha de um carnê do Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU), da Prefeitura Municipal de São Vicente, referente ao pagamento de janeiro de 2014.

Figura 5 – Boleto de IPTU

Santander		033-7		03391.35634		56320.200605		02600.033845		6		59390000017719	
LOCAL DE PAGAMENTO PAGÁVEL PREFERENCIALMENTE NO BANCO SANTANDER.										PARCELA 01/12		VENCIMENTO 10/01/2014	
CEDENTE PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO VICENTE										AGÊNCIA / CÓDIGO DO CEDENTE 135 63 56320 2			
DATA DO DOCUMENTO 07/11/2013		NÚMERO DO DOCUMENTO 13-00001-0038-00458-068		ESPÉCIE DOC. RC-CI	ACEITE N	DATA PROCESSAMENTO 07/11/2013		NOSSE NUMERO 135 0060026 9					
USO DO BANCO CSR		ESPÉCIE R\$	QUANTIDADE	VALOR X		(+) VALOR DO DOCUMENTO 177,19							
INSTRUÇÕES (TEXTO DE RESPONSABILIDADE DO CEDENTE)												(-) DESCONTO	
FINALIDADE: IPTU 2014												(-) OUTRAS DEDUÇÕES / ABATIMENTOS	
Receber até 30/12/2014		CÓDIGO PARA DÉBITO AUTOMÁTICO:		5641666		(+) MORA / MULTA / JUROS							
Após o vencimento, pagável somente nas agências do SANTANDER, com multa de 0,34% por dia de atraso, limite de 10% e juros de 1% a.m.,										AVISO RECIBO Nº:		004641/2014	
										EXERCÍCIO:		2014	
SACADO												(+) VALOR COBRADO	
												10.154/11	
SACADOR / AVALISTA/												FICHA DE COMPENSAÇÃO	
												AUTENTICAR NO VERSO	

Fonte:

<<http://conscienciasocietades.blogspot.com.br/2013/12/iptu-de-sao-vicente-e-cobranca-indevida.html>>

Sabendo que o contribuinte efetuou o pagamento dessa parcela no dia 10 de janeiro de 2014, qual foi o valor pago?

Resolução

O Capital C corresponde ao valor lançado para o imposto, ou seja, R\$ 177,19.

A taxa de juro i para o atraso é de 0,34%.

O tempo decorrido t para pagamento do imposto foi de 10 dias.

Assim,

$i = 0,34\%$ e é equivalente ao número decimal 0,0034, daí temos que:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$J = 177,19 \cdot 0,0034 \cdot 10 = 60,24$$

$$M = C + J$$

$$M = 177,19 + 60,24$$

$$M = 237,43 \text{ reais}$$

Logo o valor a ser pago pelo contribuinte será de R\$ 237,43.

Exemplo 3: Juros Simples e Juros Compostos

Rosana deseja comprar um carro zero no valor de R\$ 24 000,00, mas somente tem disponível a quantia de R\$ 20 000,00. Buscando formas de aplicar esse dinheiro, ela se deparou com a seguinte opção:

1ª – Aplicar o dinheiro a taxa de 2% ao mês durante 10 meses em regime de juros simples.

2ª – Aplicar o dinheiro a taxa de 2,1% ao mês durante 9 meses em regime de juros compostos.

Qual das situações é mais rentável para Rosana? (SILVA, 2016)

Resolução

1ª opção: Juros Simples

O Capital C corresponde ao valor lançado para o imposto, ou seja, R\$ 20 000,00.

A taxa de juro i para o atraso é de 2%.

O tempo decorrido t para pagamento do imposto foi de 10 meses.

$i = 2\%$ e é equivalente ao número decimal 0,02, daí temos que:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$J = 20\,000 \cdot 0,02 \cdot 10$$

$$J = 4\,000,00$$

$$M = C + J$$

$$M = 20\,000 + 4\,000$$

$$M = 24\,000,00$$

2ª opção: Juros Compostos

O Capital corresponde ao valor lançado para o imposto, ou seja, R\$ 20 000,00.

A taxa de juro para o atraso é de 2,1%.

O tempo decorrido para pagamento do imposto foi de 9 meses.

$i = 2,1\%$ e é equivalente ao número decimal 0,021, daí temos que:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 20\,000 \cdot (1 + 0,021)^9$$

$$M = 20\,000 \cdot (1,021)^9$$

$$M = 24\,113,58 \text{ reais}$$

Portanto, a segunda opção é a melhor forma de Rosana aplicar o capital.

Exemplo 4: Juros

Uma mercadoria no valor de R\$ 850,00 é vendida na forma de pagamento à vista. Caso o cliente deseje comprar a mercadoria em 4 prestações, a loja aplicará sobre o valor do produto uma taxa de juros de 12%. Dessa forma, a mercadoria passa a custar R\$ 952,00 que, dividida em quatro vezes, proporciona parcelas de R\$ 238,00 mensais. Verifique a situação caso o cliente deseje aplicar o dinheiro em uma conta poupança a juros mensais

de 2% ao mês, realizando retiradas mensais para quitar as prestações. (SILVA, 2016)

Resolução

A tabela 2 apresenta o demonstrativo resolutivo da situação problema.

Tabela 2 – Demonstrativo

MÊS	CAPITAL	JUROS	PRESTAÇÃO	MONTANTE
0	850,00	–	–	–
1	850,00	$850,00 \cdot 0,02 = 17,00$	238,00	$867,00 - 238,00 = 629,00$
2	629,00	$629,00 \cdot 0,02 = 12,58$	238,00	$648,58 - 238,00 = 403,58$
3	403,58	$403,58 \cdot 0,02 = 8,07$	238,00	$411,65 - 238,00 = 173,65$
4	173,65	$173,65 \cdot 0,02 = 3,47$	238,00	$177,12 - 238,00 = - 60,88$

Fonte:(SILVA, 2016)

Caso o cliente não procure uma aplicação para compensar o valor dos juros, ele desembolsará a quantia de R\$ 102,00.

Mas aplicando o dinheiro, ele diminui esse valor gerado pela taxa de juros da compra a prazo, desembolsando o valor de R\$ 60,88. Dessa forma, ele realiza uma economia de R\$ 41,12.

3.4 Equivalência de taxas

A equivalência de taxas, a juros compostos, são aquelas que quando aplicadas a um mesmo capital, por um período de tempo equivalente, geram o mesmo rendimento.

Teorema 3.2. *Se a taxa de juros relativamente a um determinado pelo período de tempo é igual a i , a taxa de juros relativamente a n períodos de tempo é I tal que $1 + I = (1 + i)^n$.* (MORGADO et al., 2001, p. 49)

Para tanto, os autores exemplificam,

Exemplo: A taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês é I tal que $1 + I = (1 + 0,12)^n$. Daí, $I \cong 2,90 = 290\%$.

Problemas de Aplicação: Taxas Equivalentes

Exemplo 1

(UNEB-BA) A taxa de juros de débito de um cartão de crédito é de, aproximadamente, 10% ao mês, calculado cumulativamente. Considerando que uma dívida foi paga três meses após a data de vencimento, determine o valor percentual de acréscimo.

Resolução

$i = 10\%$ e equivale ao número decimal 0,1.

Pela equivalência $1 + I = (1 + i)^n$, temos,

$$1 + I = (1 + 0,1)^3 \rightarrow 1 + I = 1,331$$

$$1 + I = 1,331 \rightarrow I = 1,331 - 1$$

$$I = 0,331 \rightarrow I = 33,1\%.$$

Assim, o acréscimo percentual será de 33,1% no trimestre.

Exemplo 2

Para se proteger contra abusos, as pessoas precisam conhecer o Código de Defesa do Consumidor, instituído pela Lei n. 8 078, de 11 de setembro de 1990. Em relação aos financiamentos, por exemplo, a lei diz que os comerciantes devem informar aos consumidores a taxa de juros mensal e anual e outras informações pertinentes (número de parcelas, total a ser pago, etc.) quando estiverem anunciando uma venda a prazo.

Suponha que o gerente de *marketing* de uma loja que vende mercadorias tenha sugerido que a taxa anual de financiamento exibida nos folhetos publicitários não seja maior do que 70%, pois pesquisas de opinião indicam que taxas maiores do que esse valor assustam o consumidor.

Que taxa mensal máxima essa loja deve cobrar para atender à sugestão do gerente de marketing? (DANTE, 2014)

$I = 70\%$ e equivale ao número decimal 0,7.

Pela equivalência $1 + I = (1 + i)^n$, temos,

$$1 + 0,7 = (i + 1)^{12} \rightarrow 1,7 = (i + 1)^{12}$$

$$(1 + i) = \sqrt[12]{1,7} \rightarrow (1 + i) \cong 1,045$$

$$i = 1,045 - 1 \rightarrow i = 0,045 \rightarrow i = 4,5\%$$

Assim, a loja deve cobrar taxa mensal máxima de 4,5%.

Diante do exposto, concebe-se o propósito de que a proposta de situações práticas, que envolvam os conceitos aqui apresentados, estimula o discente a traçar e aprimorar estratégias cognitivas na resolução de problemas matemáticos, ampliar seu conhecimento matemático financeiro, além de colaborar para educar financeiramente o indivíduo para o exercício pleno da cidadania.

O conhecimento financeiro é primordial a todos indivíduos, independe de profissão ou classe social, haja vista, que tomar ciência da dinâmica que envolve dinheiro no tempo contribuirá para que o cidadão decida a melhor forma de planejar, controlar e/ou investir seu capital.

O capítulo 4.1 aprofundará mais o assunto ao relacionar os conceitos de Matemática Financeira à temas recorrentes à Educação Financeira, por meio de sequências didáticas.

Capítulo 4

Sequências Didáticas

Este capítulo expõe a teoria das sequências didáticas e sua funcionalidade enquanto recurso pedagógico no processo educacional. Além disso, com o objetivo de enriquecer as aulas de Matemática, são apresentadas propostas diversificadas de SD com foco nos conteúdos da Matemática Financeira vinculados a tópicos pertinentes à Educação Financeira.

4.1 Sequências Didáticas como proposta de ensino

Na prática pedagógica de todo educador, o planejamento e a avaliação se apresentam como instrumentos importantes e norteadores no processo de ensino e aprendizagem.

O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados. (ZABALA, 1998, p. 17)

Tradicionalmente, a configuração do processo educacional consiste em: o professor transmite o assunto, o aluno busca assimilar/compreender e exercitar os conteúdos expostos de modo individualizado, o educando tem seu conhecimento avaliado e o professor o avalia quantitativamente, conforme o desempenho do aluno. Na realidade, o que se leva em consideração no decorrer desse processo é o resultado final. Nesse cenário, muitas vezes outorga-se ao aluno a passividade de receber informações e verificar sua capacidade de acumular/armazenar o que lhe foi transmitido.

(...) atribui-se ao sujeito um papel insignificante na elaboração e aquisição do conhecimento. Ao indivíduo que está "adquirindo" conhecimento compete memorizar definições, anunciando leis, sínteses e resumos que lhes são oferecidos no processo de educação formal a partir de um esquema atomístico. (MIZUKAMI, 1986, p. 11)

Num espaço em que a aula se caracteriza na tradicionalidade, onde o professor é o único detentor do conhecimento e o aluno receptor de informações, não há uma

contribuição significativa à formação de um cidadão crítico. Segundo Skovsmose (2001, p 37), a educação deve preparar o educando para conectar os conhecimentos expostos no ambiente escolar à sua vida social e, isso inclui não apenas os aspectos profissionais, mas também, culturais e políticos.

Nessa relação entre professor e aluno, nem sempre se atinge os resultados esperados, e se faz necessário um processo mais dinâmico, com metodologias inovadoras e o desenvolvimento de aulas mais instigantes, envolventes e abertas à participação mais efetiva do educando, de modo a contribuir para a formação da cidadania.

É preciso que os professores saibam construir atividades inovadoras que levem os alunos a evoluírem, nos seus conceitos, habilidades e atitudes, mas é necessário também que eles saibam dirigir os trabalhos dos alunos para que estes realmente alcancem os objetivos propostos. (CASTRO et al., 2001, p. 114)

Para tanto, a proposta da SD como recurso pedagógico, vislumbra otimizar o processo de mediação e interação entre os saberes cognitivos e articulá-los à vida prática, sob a perspectiva de construir, compartilhar e aprimorar os ensinamentos, aprendizagens e conhecimentos, ocorridos no processo educacional.

Na visão de Zabala (1998, p. 18) as SD tratam-se de “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.”

Em consonância, a SEDU (Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo), traz no documento *Guia de Intervenção Pedagógica* a seguinte definição para SD,

É um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um determinado conhecimento etapa por etapa, numa perspectiva dinâmica, intencionada, contextualizada e interdisciplinar. Constitui-se de uma sequência de atividades que permite vivências, visando atingir os aspectos conceituais, atitudinais e procedimentais propostos, fundamentais para a aprendizagem do aluno e desenvolvimento da autonomia intelectual. (SEDU, 2010, p. 35)

A sequência didática pressupõe a organização e o planejamento prévios de aulas, que contribuam para o desenvolvimento de habilidades e competências essenciais a autonomia cognitiva do educando na própria sala de aula, mas, num ambiente mais interativo e dinâmico. As aulas são elaboradas a partir da observância de situações que articulem o contexto dos conceitos da pesquisa ao ambiente de aprendizagem e, tem por propósito, remodelar as aulas, sair do senso comum. (PAIS, 2001, p. 102)

O autor Zabala (1998) ainda considera,

(...) para compreender o valor educacional de uma sequência didática e as razões que a justificam, é necessário identificar suas fases, as atividades que a conformam e as relações que se estabelecem. A partir daí, pode-se introduzir mudanças ou atividades novas que a melhorem, tendo em vista atender às reais necessidades dos educandos. (ZABALA, 1998, p. 54)

No contexto das SD, o planejamento consiste basicamente estabelecer relações diretas de interatividade entre professor e aluno. E, para êxito do planejamento das SD, devem ser considerados os fatores como “o tempo destinado, as etapas de desenvolvimento, os tipos de atividades, as formas de organização dos alunos, os recursos didáticos para utilização, as formas de avaliação”, ademais, é necessário também “monitorar as etapas anteriores para se ter um maior direcionamento das atividades seguintes, possibilitando vivências diversificadas, sejam elas de organização dos alunos, dos tipos de atividades.” (BRASIL, 2012b, p. 23-24)

De acordo com Zabala (1998), o planejamento é uma ação inerente à função do professor com o objetivo de "facilitar a aprendizagem" e, considera que para o educador executar sua prática pedagógica com destreza e favorecer o processo de ensino aprendizagem deverá,

- a. planejar a atuação docente de uma maneira suficientemente flexível para permitir a *adaptação às necessidades dos alunos* em todo o processo de ensino/aprendizagem;
- b. contar com as *contribuições e os conhecimentos* dos alunos, tanto no início das atividades como durante sua realização;
- c. ajudá-los a *encontrar sentido no que estão fazendo* para que conheçam o que têm que fazer, sintam que podem fazê-lo e que é interessante fazê-lo;
- d. estabelecer *metas ao alcance dos alunos* para que possam ser superadas com o esforço e a ajuda necessários;
- e. oferecer *ajudas adequadas*, no processo de construção do aluno, para os progressos que experimenta e para enfrentar os obstáculos com os quais se depara;
- f. promover *atividade mental autoestruturante* que permita estabelecer o máximo de relações como o novo conteúdo, atribuindo-lhe significado no maior grau possível e fomentando os processos de metacognição que lhe permitam assegurar o controle pessoal sobre os próprios conhecimentos e processos durante a aprendizagem;
- g. estabelecer um ambiente e determinadas relações presididos pelo respeito mútuo e pelo sentimento de confiança, que *promovam a autoestima e o autoconceito*;
- h. promover *canais de comunicação* que regulem os processos de negociação, participação e construção;
- i. potencializar progressivamente a *autonomia* dos alunos na definição de objetivos, no planejamento das ações que os conduzirão a eles e em sua realização e controle, possibilitando que aprendam a aprender;

- j. avaliar os alunos *conforme suas capacidades* e seus esforços, levando em conta o ponto pessoal de partida e o processo por meio do qual adquirem conhecimento e incentivando *a autoavaliação* das competências como meio para favorecer as estratégias de controle e regulação da própria atividade. (ZABALA, 1998, p. 92-93)

No que concerne a explanação de conteúdos, ainda em referência ao pensamento de Zabala (1998), o autor considera que a produção de aprendizagens se oculta detrás das exigências efetivadas no processo de ensino e aprendizagem, na exposição de conteúdos e na proposta de atividades correlacionadas.

Sob a ótica do autor, os conteúdos de aprendizagens estão apresentados nas categorias factuais, conceituais, procedimentais e atitudinais, assim descritas:

- *Aprendizagem por conteúdos factuais*: se entende o conhecimento de fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos concretos e singulares. (...) Esses dados, fatos e acontecimentos disponham de conceitos associados que permitam interpretá-los, sem os quais se converteriam em conhecimentos estritamente mecânicos.
- *Aprendizagem conceitual*: os conceitos e os princípios são termos abstratos. Os conceitos se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns, e os princípios se referem às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que normalmente descrevem relações de causa-efeito ou de correlação.
- *Aprendizagem por conteúdos procedimentais*: inclui entre outras coisas as regras, as técnicas, os métodos, as destrezas ou habilidades, as estratégias, os procedimentos - é um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo. São conteúdos procedimentais: ler, desenhar, observar, calcular, classificar, traduzir, recortar, saltar, inferir, espetar, etc. Conteúdos que, como podemos ver, apesar de terem como denominador comum o fato de serem ações ou conjunto de ações, são suficientemente diferentes para que a aprendizagem de cada um deles tenha características bem específicas.
- *Aprendizagem por conteúdos atitudinais*: engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas. Cada um destes grupos tem uma natureza suficientemente diferenciada que necessitará, em dado momento, de uma aproximação específica. Entendem-se por *valores* os princípios ou as ideias éticas que permitem às pessoas emitir um juízo sobre as condutas e seu sentido. São valores: a solidariedade, o respeito aos outros, a responsabilidade, a liberdade, etc. (ZABALA, 1998, p. 42-46)

De modo geral, os conteúdos exigem fundamentação teórica, designada de conceitos. Os conceitos, por sua vez, desenvolvem a compreensão de mundo, revelam saberes cognitivos que desenvolvem habilidades e competências do pensamento filosófico, científico, lógico dedutivo, o raciocínio, com o propósito de construir e reconstruir o conhecimento. A aprendizagem conceitual é a primazia para os conteúdos factuais, procedimentais e atitudinais, haja vista que as ações propostas nessa etapa do processo de ensino e aprendizagem coloca em execução e aprimora o conhecimento adquirido, além de promover o desenvolvimento das relações sociais e suas peculiaridades.

Tão importante quanto as aprendizagens apresentadas para o desenvolvimento do conhecimento do educando, é o conhecimento profissional docente, que [Maroquio \(2014 apud SHULMAN, 1986\)](#) caracteriza como a “forma de que se vale o professor para relacionar o conhecimento da disciplina às estratégias utilizadas a fim de orientar suas ações pedagógicas em sala de aula.” No que se refere a base de conhecimento do docente, em relação ao processo de ensino voltado à sua área, destacam-se: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento do currículo.

- a. *Conhecimento do conteúdo*: trata-se da compreensão, habilidades e conhecimentos adquiridos pelo docente em sua formação acadêmica e no exercício de sua função profissional.
- b. *Conhecimento pedagógico do conteúdo*: refere-se à transposição didática de ensino, que abrange o ajuste entre o conhecimento da disciplina e as ações pedagógicas desenvolvidas na abordagem de conceitos, com o intuito de facilitar a compreensão e promover a aprendizagem do discente.
- c. *Conhecimento do currículo*: considera o domínio de informações inseridas no contexto educacional, os procedimentos metodológicos, os instrumentos educacionais que aportam para a promoção da prática docente e qualificam o processo de ensino aprendizagem. [Maroquio \(2014 apud SHULMAN, 1986, p. 30\)](#)

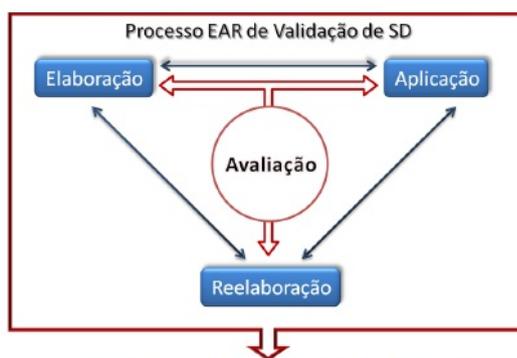
Em suma, pode-se dizer que o conhecimento docente está além do conhecimento técnico de conceitos e conteúdos, mas sim, baseia-se num conjunto de saberes teóricos, estratégias e procedimentos profissionais, relacionados entre si, os quais o professor necessita dominar para desempenhar e enriquecer sua prática pedagógica, no propósito de atingir os resultados esperados no processo de ensino e aprendizagem.

A proposta de ensino por meio SD visa a dinamização das relações que se estabelecem entre professores e alunos e possibilita a comunicação entre os conteúdos de aprendizagem, os saberes cognitivos e os saberes teóricos.

4.1.1 Elaboração e Validação da Sequência Didática

Em continuidade à discussão, [Guimarães e Giordan \(2013\)](#) consideram que a inserção de SD no processo educacional seja um instrumento relevante à ação docente e, propõem um método para elaborar e validar sequências didáticas, denominado Processo EAR (Elaboração-Aplicação-Reelaboração). O processo EAR, consiste num sistema cíclico de atividades com objetivos, ações e operações específicas na elaboração e validação de SD. A figura 6 apresenta o esquema de cada fase de validação de SD no processo EAR.

Figura 6 – Representação esquemática do Processo EAR



Desenvolvimento Profissional Docente
 Fonte: ([GUIMARÃES; GIORDAN, 2013](#))

O processo EAR se inicia a partir da elaboração da SD e exige fundamentação teórica que oriente a ação docente e suas estratégias de ação. De acordo com [Guimarães e Giordan \(2013\)](#), a fase de elaboração consiste em planejar e organizar a SD a partir dos elementos: Título; Público Alvo; Problematização; Objetivo Geral; Objetivos Específicos; Conteúdos; Dinâmica; Avaliação; Referências Bibliográficas e Bibliografia Utilizada. O quadro 2 demonstra o *framework* para elaboração da SD, conforme proposta dos autores.

Quadro 2 – *Framework* para elaboração de Sequências Didáticas no Processo EAR

Título			
Público Alvo			
Caracterização dos Alunos		Caracterização da Escola	Caracterização da Comunidade Escolar
Problematização			
Objetivo Geral			
Metodologia de Ensino			
Aulas	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
1			
2			
3			
4			
5			
Avaliação			
Bibliografia	Referencial Teórico		
	Material utilizado		

Fonte: [Guimarães e Giordan \(2013\)](#)

Sobre estruturação, os autores orientam que a disposição de tais elementos não deve se limitar à sua proposta, mas deve se adequar às necessidades da situação. O modelo estrutural proposto por [Guimarães e Giordan \(2011\)](#) está detalhado no quadro 3, adaptado por [Maroquio \(2014\)](#), com base nesses pressupostos.

Quadro 3 – Modelo Estrutural de uma Sequência Didática

MODELO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA			
Título	Apesar de ser dentre os elementos da SD o mais simples o título não deve ser menosprezado, pois por si só é capaz de atrair a atenção ou, pelo contrário, criar resistências no alunado. Desta forma, enfatizamos que o título deve ser atrativo como também é necessário que ele reflita o conteúdo e as intenções formativas.		
Público Alvo	Um fato fundamental e pouco considerado é que as SD não são universais, não há um método definitivo válido em qualquer situação. Assim uma característica implícita da eficácia de um plano de ensino é quanto ele foi planejado segundo as condições sob as quais será submetido.		
Problematização	A problematização é o agente que une e sustenta a relação sistêmica da sequência didática, portanto a argumentação sobre o problema é o que ancora a SD, através de questões sociais e científicas que justifiquem o tema e também que problematizem os conceitos que serão abordados (Delizoikov, 2001).		
Objetivos Gerais	Os objetivos propostos devem ser passíveis de serem atingidos, os conteúdos devem refletir tais objetivos, que a metodologia deve propiciar para que sejam atingidos e que a avaliação é uma das formas de se verificar se foram efetivamente alcançados.		
Conteúdos e Métodos			
Aula	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
	Representam metas do processo de ensino-aprendizagem passíveis de serem atingidas mediante desenvolvimento da situação de ensino proposta (SD). São um organizador detalhado das intenções de ensino, que auxiliam a planejar tanto a escolha das metodologias mais pertinentes a tal situação didática como nas formas de avaliação.	Embora os conteúdos estejam tradicionalmente organizados de forma disciplinar é também possível estabelecer relação com os demais componentes curriculares e integrar conceitos aparentemente isolados, mesmo porque os fenômenos da natureza não se manifestam segundo divisão disciplinar. Igualmente importante é promover a continuidade das várias unidades didáticas ao longo das aulas que compõe o plano de ensino.	As metodologias de ensino têm caráter fundamental, pois é principalmente através do desenvolvimento delas que as situações de aprendizagem se estabelecem. Dinâmicas variadas de ensino são importantes e necessárias desde que se mantenham fiel à estrutura e contexto social que a escola alvo oferece.
Avaliação	Os métodos avaliativos precisam ser condizentes com os objetivos e com os conteúdos previstos na sequência didática. Desta forma, o que se avalia deve estar diretamente relacionado com o que se pretende ensinar.		
Bibliografia	Referencial Teórico	Esta articulação composicional se relaciona com as obras, livros, textos, vídeos, etc. que efetivamente serão utilizadas no desenvolvimento das aulas propostas.	
	Material utilizado	Neste espaço devem ser apresentados os trabalhos utilizados para estruturar os conceitos, metodologias de desenvolvimento e/ou avaliação, ou seja, aqueles que foram utilizados na elaboração da SD ou que servem como material de apoio e estudo ao professor que irá aplicar tal Sequência Didática.	

Fonte: [Maroquio \(2014\)](#) apud [GUIMARÃES; GIORDAN, 2011](#))

Outrossim, tão importante quanto o planejamento, elaboração e estruturação de SD no processo EAR é a aplicação. É neste momento que as estratégias voltadas às ações efetivadas ao processo educacional se concretizam.

Essa fase do processo EAR de validação da SD é composta por quatro etapas ¹. Sendo três etapas de validação *a priori*, realizadas segundo instrumentos de validação específicos e uma etapa na qual a SD é desenvolvida em sala de aula, esta última constitui a experimentação no processo de validação. (GUIMARÃES; GIORDAN, 2013)

- a. *Validade por especialistas*: validade por pesquisadores, segundo instrumentos específicos de validação .
- b. *Validação por pares*: validação por professores do mesmo nível de ensino para qual a SD foi planejada.
- c. *Validade por tutores online*: validação por professores e coordenadores a qual SD se destina.
- d. *Aplicação em sala de aula*: aplicação da SD em sala de aula para público alvo e contexto de elaboração. É a principal fase da coleta de dados da investigação.

No que concerne à fase de reelaboração da SD, ainda na linha de pensamento de Guimarães e Giordan (2011), os autores enfatizam a importância em confrontar informações por meio da análise da fundamentação teórica e a validação dos resultados obtidos pela aplicação da sequência didática em sala de aula. Sendo assim, “a validação busca confirmar que o instrumento possui o desempenho que sua aplicação requer e também garantir a confiabilidade dos resultados.”

Nessa fase é essencial que se retorne ao início e reveja a elaboração da Sequência Didática, não apenas para melhorar sua estrutura, mas principalmente a fim de reelaborar saberes profissionais do professor na construção e aplicação de estratégias de ensino. (GUIMARÃES; GIORDAN, 2011, p. 11)

Na concepção de Silva (2014 apud MÉHEUT, 2005), a validação das SD consiste em dois critérios básicos:

1. *Validação externa ou comparativa*: ocorre quando a validação é externa a SD. Isso acontece quando se aplica pré-teste e pós-teste, com o intuito de estabelecer a comparação entre os resultados dos conteúdos abordados na sequência didática.
2. *Validação interna*: propõe a análise dos resultados obtidos, em observância aos objetivos estabelecidos pela SD. Estabelece a comparação entre as “vias de aprendizagem” efetivadas pelos educandos às “vias de aprendizagem” esperadas no processo de execução da SD.

¹ Essas etapas foram definidas no curso REDEFOR de Especialização em Ensino de Ciências para professores da rede Estadual de Educação de São Paulo, sendo as três primeiras específicas para profissionais da educação.

Os processos que constituem a elaboração, estruturação e validação das SD nortearão as dinâmicas propostas pelo professor e, do mesmo modo, fará o *feedback* das ações desenvolvidas na sequência didática, a fim de verificar a necessidade de adaptações, refletir e aprimorar a prática pedagógica. Importa ainda dizer que as teorias expostas não são únicas, mas são flexíveis e adaptáveis à realidade dos atores envolvidos no processo educacional.

4.2 Propostas de SD: abordagem da Matemática Financeira à luz da Educação Financeira

Essa seção apresenta propostas de Sequências Didáticas com o propósito de promover a conexão entre os conceitos da Matemática Financeira e os contextos da Educação Financeira. Para a elaboração das SD algumas considerações devem ser feitas, tais como indicar a metodologia adotada, delinear os procedimentos, sujeitos e instrumentos analisados para desenvolvimento da pesquisa.

4.2.1 Aspectos Metodológicos

A metodologia consiste num de conjunto procedimentos intelectuais e técnicas aplicáveis na busca, assimilação e aprimoramento do conhecimento e, apresenta como característica predominante a pesquisa.

Por sua vez, a pesquisa constitui-se na dinâmica de propor respostas a indagações pertinentes à realidade. Uma pesquisa caracteriza-se como um produto inacabado, em constante processo sistemático de investigação, interpretação e entendimento de fatos reais. Os motivos que fomentam "a realização de uma pesquisa científica podem ser classificadas em razões intelectuais, (desejo de conhecer pela própria satisfação de conhecer) e razões práticas (desejo de conhecer com vistas a fazer algo de maneira mais eficaz)."([GERHARDT; SILVEIRA, 2009](#))

Sob o anseio de focar o ensino da Matemática Financeira transversalmente à Educação Financeira, concebeu-se o propósito de buscar instrumentos de pesquisa que viabilizem a realização do idealizado. Para efeito, adotou-se como metodologia, a pesquisa bibliográfica, na qual foram analisados teses, livros, periódicos, artigos sobre Educação Financeira, Matemática Financeira e Sequências Didáticas.

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. (...) A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. ([GIL, 2010](#), p. 50)

As teorias analisadas contribuirão para delinear a sala de aula como palco de estudo e os alunos os sujeitos da pesquisa. Compreende-se que os sujeitos da investigação sejam elementos relevantes ao processo da pesquisa, para tanto “a escolha dos informantes ou sujeitos do estudo deve ser baseada na procura por indivíduos sociais que tenham uma vinculação significativa com o objeto de estudo.” (NEVES; DOMINGUES, 2007, p. 57)

Com a intenção de envolver sujeitos e objeto de investigação propõem-se como instrumentos da pesquisa o pré-teste, o pós-teste e as propostas de SD, concebidos sob conceitos da Matemática Financeira vinculados à tópicos da Educação Financeira. Os instrumentos foram elaborados com a intenção de atingir alunos do 2º e 3º anos do Ensino Médio, visto que o conteúdo de Matemática Financeira é contemplado no currículo escolar ² desse nível de ensino, além do mais, o material do Programa Educação Financeira nas Escolas - Ensino Médio, apresentado na seção 2.2, foram direcionados a esse público alvo.

Ainda, sobre os instrumentos da pesquisas, o pré-teste e o pós-teste foram elaborados a partir de questões do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio)³ e da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)⁴, por se tratarem de dois processos avaliativos externos aos quais os alunos do ensino médio são submetidos nessa etapa da educação. Optou-se por indicar o pré-teste e o pós-teste, propostos nos apêndices A e B, respectivamente, com o intuito de auxiliar o professor a verificar o nível de conhecimento do educando, num estudo comparativo, assegurando a validade e precisão dos resultados, antes e depois de propor o ensino da Matemática Financeira conectado à Educação Financeira por meio das atividades propostas nas SD.

Pré e pós-testes são utilizados para medir o conhecimento adquirido pelos participantes numa formação. O pré-teste é um conjunto de perguntas feitas aos participantes antes do início da formação, com a finalidade de determinar o seu nível de conhecimento sobre o conteúdo que será ensinado. Ao final da formação, os participantes devem responder à um pós-teste com as mesmas perguntas feitas anteriormente, ou perguntas com o mesmo nível de dificuldade. Através da comparação das notas do pré-teste com as notas do pós-teste, será possível descobrir se a formação foi bem-sucedida em aumentar o conhecimento do participante sobre o conteúdo da formação. (I-TECH; HEALTH, 2008)

Em relação a SD, enquanto instrumento de pesquisa, o modelo aplicado para planejá-la, elaborá-la e estruturá-la, baseia-se nas teorias expostas sobre Educação Financeira e Matemática Financeira nos capítulos 2 e 3, respectivamente, segundo as concepções de Zabala (1998) e Guimarães e Giordan (2011), expostos na seção 4.1.

² O currículo trata de um conjunto de competências e habilidades básicas que devem estar contidas nos planos de curso. No Espírito Santo esse guia de orientações pedagógicas denomina-se Currículo Básico Comum (CBC) e no Rio de Janeiro intitula-se Currículo Mínimo. Os conceitos de Matemática Financeira são contemplados ao longo de todo Ensino Médio pelo CBC e, em turmas de 2º ano pelo Currículo Mínimo.

³ O ENEM é uma prova elaborada pelo Ministério da Educação para verificar o domínio de competências e habilidades dos estudantes concluintes ou que concluíram o ensino médio.

⁴ A OBMEP é um projeto criado para estimular o estudo da Matemática entre alunos e professores do Brasil.

As propostas de SD foram planejadas e elaboradas a partir dos seguintes temas:

- **Sequência Didática 1:** A origem do dinheiro;
- **Sequência Didática 2:** Impostos;
- **Sequência Didática 3:** Operações Financeiras;
- **Sequência Didática 4:** Salário: entre o real e o ideal;
- **Sequência Didática 5:** Financiamento de um sonho.

No que concerne a aplicação das SD, propõem-se à ação pedagógica do professor:

- Pré-teste: trata-se de uma avaliação diagnóstica proposta no apêndice A, com o propósito de averiguar o grau de conhecimento do educando em relação à fundamentação teórica do assunto a ser abordado;
- Proposta de Sequência Didática: norteará o trabalho do professor no desenvolvimento das aulas, a partir de um tema;
- Proposta de Atividades: propõe tarefas, pesquisas e comandos a serem desenvolvidos pelos alunos a partir das orientações do professor;
- Proposta de exercícios: objetiva fixar o conteúdo e colocar em prática as tarefas desenvolvidas ao longo das aulas.
- Pós-teste: proposto no apêndice B, o pós-teste estabelece a diagnose comparativa aos resultados do pré-teste após a aplicação das SD. Esse instrumento contribuirá para a reelaboração das SD, com o propósito de retomar conceitos que não tenham sido assimilados pelos educandos ou esclarecer pontos ainda obscuros.

As SD desenvolvidas propõem que cada aula tenha duração de 50 minutos, a utilização de materiais básicos ao cotidiano escolar⁵, a reflexão de textos, o uso do laboratório de informática⁶, para efetivação das atividades propostas e exposição das pesquisas previstas nas SD recomendadas.

As SD propostas na seção 4.2.2 visam oferecer elementos colaborativos e significativos ao processo de ensino da Matemática Financeira, além de ampliar a discussão da Educação Financeira no recinto escolar, a partir de assuntos recorrentes à realidade do educando, de modo a contribuir para a formação de cidadãos mais críticos. É bom esclarecer que não se trata de um produto pronto e acabado, mas concebe-se o propósito de adaptá-lo, reformulá-lo, conforme a necessidade.

⁵ Listas de exercícios, cadernos, lápis, borracha, calculadoras.

⁶ O professor pode solicitar aos alunos a apresentação das investigações por meio de slides com uso do data show, se a escola dispor do recurso. Caso contrário, sugere-se cartazes explicativos.

4.2.2 Proposta de Sequências Didáticas

Essa seção apresenta as orientações para colocar em prática as SD propostas.

4.2.2.1 Sequência Didática 1: A origem do dinheiro

Objetivos

- Discutir as primeiras práticas comerciais;
- Investigar a evolução do dinheiro no tempo;
- Pesquisar sobre o Sistema Monetário Brasileiro;
- Refletir sobre a importância do dinheiro no dia-a-dia.

Procedimentos Metodológicos

A presente proposta de SD visa introduzir noções básicas de termos relativos à Educação Financeira no âmbito escolar e investigar a evolução do dinheiro ao longo do tempo, bem como discutir a sua relevância no cotidiano.

As atividades propostas estão previstas para serem desenvolvidas em 3 tempos de aula, de 50 minutos cada uma.

- **Aula 1:** No primeiro momento propõe-se que a turma seja organizada em grupos de 3 a 4 componentes, para questionar as concepções dos alunos sobre o surgimento do dinheiro. Sugerem-se ainda, o registro e a exposição dessas ideias.
- **Aula 2:** Recomenda-se ao professor que conduza os alunos à sala de vídeo para assistirem ao documentário que relata a história do dinheiro e a sua importância na economia do país. Em seguida, o professor pode propor aos grupos, formados na primeira aula, que reflitam se as ideias concebidas anteriormente estão de acordo com as informações apresentadas no vídeo.
- **Aula 3:** Sugere-se ao professor que organize a turma em grupos e proponha que cada grupo fique responsável por investigar e compartilhar os resultados da pesquisa a partir do surgimento das instituições bancárias e do Cartão de Crédito, do histórico do sistema monetário brasileiro, da função da Casa da Moeda e do Banco Central.

Descrição da propostas

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1			
Título	Todos querem, todos precisam, mas como foi que surgiu o dinheiro?		
Público Alvo	Alunos do 2º e 3º Anos do Ensino Médio		
Problematização	<p>Não há o que se discutir quando se afirma que o dinheiro é a engrenagem que move o mundo. Seja nas atividades comerciais, nas transações financeiras, na organização orçamentária, planejamento financeiro, dentre outras situações, o dinheiro se faz presente e necessário na vida de todo indivíduo.</p> <p>Enquanto cidadãos e formadores de opinião, conhecemos a necessidade e a relevância do dinheiro para a nossa sociedade.</p> <p>Mas será que nossos alunos conhecem a origem e importância do dinheiro no contexto social?</p>		
Objetivos Gerais	<p>Discutir a evolução do dinheiro ao longo da história e sua relação com a Matemática Financeira.</p> <p>Enfatizar a importância do dinheiro no contexto social e econômico.</p>		
Conteúdos e Métodos			
Aulas	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
01	* Instigar a curiosidade sobre as práticas comerciais entre os povos primitivos, a origem e o progresso do dinheiro no decorrer do tempo.	Introdução ao conceito de Matemática Financeira articulado à Educação Financeira	<p>* O professor poderá organizar a turma em grupos de 3 a 4 alunos, em sala de aula e, levantar questionamentos sobre o surgimento do dinheiro.</p> <p>* Solicitar que cada grupo faça seus registros acerca do questionamento e exponham aos demais suas ideias.</p>
02	<p>* Estabelecer a comparação entre os argumentos apresentados em sala de aula e as informações apresentadas no vídeo.</p> <p>* Refletir sobre a utilização e a aplicação do dinheiro no cotidiano.</p>		<p>* Na sala de vídeo, levar a turma para assistir https://www.youtube.com/watch?v=qh4Vn01R6w. (O vídeo, faz parte do acervo do Programa TV Educação Financeira e, relata a História da Origem do Dinheiro e a sua importância na economia do país.)</p> <p>* Levar os alunos a refletirem sobre suas conclusões quanto aos questionamentos. Se estavam de acordo com as primeiras discussões ou se houve divergências com as informações do vídeo.</p> <p>* Questionar a função do dinheiro no dia-a-dia.</p>
03	* Pesquisar os temas propostos pelo professor e compartilhar a investigação em sala de aula.		<p>* Organizar grupos e propor aos alunos que façam uma pesquisa e apresentem os resultados, sobre:</p> <ul style="list-style-type: none"> - O propósito do surgimento das primeiras instituições bancárias. - O histórico do sistema monetário brasileiro a partir do Brasil Colônia e sua relevância na atual economia. - A instituição da Casa da Moeda e sua funcionalidade. - Cartão de Crédito: o dinheiro de plástico. - A função do Banco Central.
Avaliação	A avaliação consiste em analisar o envolvimento dos grupos nas atividades propostas e na apresentação dos resultados das pesquisas solicitadas pelo professor.		
Bibliografia	Referencial Teórico:	<p>Vídeos:</p> <p>Moeda dos Réis aos Reais: https://www.youtube.com/watch?v=aBSAfZc-rfE&NR=1</p> <p>Museu de Valores do BCB: https://www.youtube.com/watch?v=p7ekTv2zx6E</p>	
	Material utilizado	<p>Vídeo</p> <p>A História do Dinheiro: https://www.youtube.com/watch?v=qh4Vn01R6w.</p>	

PROPOSTA DE ATIVIDADES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1

1) O SURGIMENTO DO DINHEIRO

- a) Como vocês julgam que as primeiras civilizações negociavam seus produtos?

- b) Vocês consideram que o dinheiro sempre existiu?

- c) O que sabem sobre a origem do dinheiro?

- d) Como e com qual propósito houve a necessidade de se instituir o dinheiro que hoje conhecemos?

- e) Socialização dos registros.

2) REFLEXÃO DO VÍDEO

- a) Após assistir ao vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=qh4Vn0I1R6w>, estabelecer um paralelo entre os primeiros registros da turma e as informações do vídeo.

- b) Na opinião do grupo: Qual a função do dinheiro em nossa vida diária?

3) INVESTIGAÇÃO

- a) Pesquise sobre:
 - O propósito do surgimento das primeiras instituições bancárias.
 - O histórico do sistema monetário brasileiro a partir do Brasil Colônia e sua relevância na atual economia.
 - A instituição da Casa da Moeda e sua funcionalidade.
 - Cartão de Crédito: o dinheiro de plástico.
 - A função do Banco Central.

- b) Compartilhem e discutam os resultados obtidos.

Resultados esperados

Almeja-se, por intermédio das atividades propostas, que o educando amplie suas percepções sobre o termo dinheiro e compreendam sua relevância no cenário econômico e social.

4.2.2.2 Sequência Didática 2: Impostos

Objetivos

- Averiguar a carga tributária incidente sobre produtos da cesta básica;
- Promover a discussão da aplicação dos impostos recolhidos;
- Investigar os fatores geradores de impostos;
- Aplicar o conceito de porcentagem na resolução de problemas.

Procedimentos Metodológicos

Nessa proposta de SD pretende-se discutir o tema impostos, avaliar sua incidência sobre produtos e serviços, seus impactos no cotidiano, além de explorar a aplicabilidade do conceito de porcentagem em situações cotidianas.

As atividades propostas estão previstas para serem desenvolvidas em 5 tempos de aula, de 50 minutos cada uma.

- **Aula 1:** Propõe-se a organização da turma em grupos de 3 a 5 alunos para análise de encartes de supermercados da região e indicação do cálculo de tributos em itens que compõem a cesta básica.
- **Aula 2:** A partir da leitura da Cartilha *A sombra do Imposto*⁷, sugere-se discutir a presença dos impostos no cotidiano e se os tributos recolhidos são bem aplicados pelos entes governamentais.
- **Aula 3:** Recomenda-se que os alunos sejam organizados em grupos e orientados a pesquisar e expor os resultados sobre os principais fatores geradores de tributos.
- **Aulas 4 e 5:** Resolver os exercícios propostos que envolvem o conceito de porcentagem.

Descrição das propostas

⁷ O slide show está disponível em: <<http://www.fiepr.org.br/sombradoimposto/cartilhas-1-14466-135007.shtml>>.

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

Título	Onde os impostos se escondem?		
Público Alvo	Alunos do 2º e 3º Anos do Ensino Médio		
Problematização	<p>O professor exerce papel fundamental na formação da cidadania e criticidade do indivíduo enquanto ser social. Visto assim, pretende-se, nessa proposta, levar à discussão a carga tributária embutida nos produtos e serviços consumidos pela população brasileira.</p> <p>Será que nossos jovens cidadãos sabem que sobre os produtos e serviços consumidos incidem impostos? É de conhecimento dos alunos que os recursos financeiros oriundos da tributação de impostos deverão ser revertidos em investimentos e melhorias nos setores de Educação, Saúde, Segurança, Saneamento Básico, dentre outras benfeitorias à população?</p>		
Objetivos Gerais	<p>Compreender o funcionamento do sistema tributário nacional.</p> <p>Avaliar o impacto dos tributos pagos no cotidiano dos cidadãos.</p> <p>Debater a necessidade e a aplicação dos impostos embutidos nos produtos e serviços consumidos.</p>		
Conteúdos e Métodos			
Aula	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
01	* Calcular os impostos incidentes sobre os produtos que compõem a cesta básica.	Educação Financeira	<p>* Levar para sala de aula encartes de supermercados da região.</p> <p>* Organizar a turma em grupos e solicitar os registros dos valores dos produtos que compõem a Cesta Básica Alimentar.</p> <p>* Pesquisar os tributos incidentes sobre os produtos e calcular o valor da Cesta Básica com tributação e sem tributação de impostos.</p>
02	* Discutir a aplicação dos encargos tributários que incidem sobre os produtos e serviços consumidos.		Porcentagem
03	* Discutir as impressões dos alunos acerca dos assuntos propostos.	<p>* Instigar os alunos a pesquisar os fatores geradores de tributos mais comuns ao nosso cotidiano.</p>	
04 e 05	* Aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução das atividades propostas.	<p>* Resolver as questões propostas, individualmente ou em duplas, conforme orientação do professor.</p>	
Avaliação	A avaliação consiste em analisar o envolvimento dos grupos nas atividades propostas e na apresentação dos resultados das investigações solicitadas pelo professor.		
Bibliografia	Referencial Teórico	<p>Quanto pagamos de impostos? http://especiais.g1.globo.com/economia/2015/quanto-pagamos-de-impostos/ Cesta Básica: http://valorsalariominimo.org/quanto-custa-uma-cesta-basica-no-brasil/ Cesta Básica e Salário Mínimo http://www6.ensp.fiocruz.br/radis/revista-radis/08/reportagens/cesta-basica-e-salario-minimo Curiosidades sobre tributação no Brasil http://www.vivoseudinheiro.com.br/conheca-curiosidades-que-voce-precisa-saber-sobre-a-tributacao-no-brasil/ Impostos sobre o salário http://economia.uol.com.br/empregos-e-carreiras/noticias/redacao/2013/01/01/imposto-de-renda-e-inss-entenda-os-descontos-no-seu-salario.htm Principais impostos http://www.educacao.cc/financeira/principais-impostos-federais-estaduais-e-municipais/</p>	
	Material utilizado	<p>Panfletos de supermercados.</p> <p>Cartilha I: A Sombra do Imposto http://www.fiepr.org.br/sombradoimposto/ Cesta Básica https://www.dieese.org.br/metodologia/metodologiaCestaBasica.pdf Taxas tributárias http://www.fiepr.org.br/sombradoimposto/veja-o-quanto-voce-paga-de-imposto-1-14466-115735.shtml</p>	

Fonte: Elaboração Própria

PROPOSTA DE ATIVIDADES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

1) PRATICANDO

Preencha a tabela dos produtos que compõem a cesta básica de alimentos.

ALIMENTOS	QUANTIDADE	PREÇO (R\$) (com impostos)	TAXA TRIBUTÁRIA (%)	PREÇO (R\$) (sem impostos)
Carne	6,0 kg			
Leite	15 l			
Feijão	4,5 kg			
Arroz	3,0 kg			
Farinha	1,5 kg			
Batata	6,0 kg			
Tomate	9,0 kg			
Pão francês	6,0 kg			
Café em pó	600 g			
Banana	90 un.			
Açúcar	3,0 kg			
Óleo	1,5 kg			
Manteiga	900 g			
TOTAL	----			

Fonte: <http://www.redetv.uol.com.br/jornalismo/economia/cesta-basica-saiba-quais-produtos-integram-a-lista-e-como-o-o-preco-e-calcul>

2) QUESTIONAMENTOS

- Que itens poderiam ser inseridos à cesta básica, se não houvesse tributação de impostos?
- Você considera que os itens que compõem a cesta básica de alimentos, considerados necessários, são suficientes para uma família de 4 pessoas (2 adultos e 2 crianças)? Justifique.
- Cite outros produtos que você julga que sejam essenciais à composição da cesta básica. Justifique a escolha.

3) DISCUSSÃO DO TEMA IMPOSTOS

A partir da explanação do tema Impostos, solicitar aos alunos que façam seus registros acerca dos questionamentos:

- Por que pagamos tantos impostos?
- Os impostos são realmente necessários?
- Mediante o exposto, você julga que os impostos recolhidos estão sendo bem aplicados pelas esferas municipais, estaduais e federal? Justifique.
- Que melhorias e investimentos necessitam ser realizados em seu município, nos setores de Educação, Saúde, Segurança, Saneamento Básico, dentre outras benfeitorias, em prol do bem estar social?
- Ainda em análise a lista de produtos e os respectivos tributos, indique alguns produtos que possuem alta carga tributária e discuta porquê isso ocorre.

4) INVESTIGAÇÃO

- Pesquise e defina cada um dos fatores geradores de tributos e os principais impostos:

* **Consumo:** _____

- ICMS: _____

- ISS: _____

- IPI: _____

* **Patrimonial:** _____

- IPTU: _____

- IPVA: _____

- ITR: _____

* **Renda:** _____

- IRPF: _____

- IRPJ: _____

- FGTS: _____

- INSS: _____

- Compartilhem e discutam os resultados pesquisados.

PROPOSTA DE EXERCÍCIOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

* As atividades propostas podem ser realizadas com ou sem uso da calculadora, desde que os procedimentos dos cálculos sejam registrados.

Com base no informativo, responda às questões 1 e 2:

Valores da Cesta Básica

De certa forma, o valor da cesta básica tem sofrido alterações, devido ao aumento do preço dos alimentos essenciais. No ano de 2015 a cesta básica recebeu aumento em seu valor em dezessete de dezoito capitais onde o Dieese (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos) realizou pesquisa. Confira esses valores:

Localidade	Variação Anual (em %)	Valor da Cesta (em R\$)
Brasília	13,79	329,66
Aracaju	13,34	245,7
Florianópolis	10,58	353,1
Goiânia	9,66	301,21
São Paulo	8,24	354,19
Rio de Janeiro	7,13	338,03
Porto Alegre	5,89	348,56
João Pessoa	5,1	272,02
Curitiba	4,82	315,84
Recife	4,26	286,39
Manaus	4,22	320,7
Belém	3,81	307,63
Vitória	3,66	333,15
Fortaleza	2,53	280,39
Campo Grande	2,36	308,32
Belo Horizonte	1,22	316,06
Salvador	1,01	267,82
Natal	-1,7	268,71

Fonte: <http://valorsalariominimo.org/quanto-custa-uma-cesta-basica-no-brasil/>

Questão 1:

O Salário Mínimo Nacional vigente para o ano de 2016 é de R\$ 880,00. Suponha que não ocorra variação no valor da cesta básica do ano de 2015 para o ano de 2016, qual seria a taxa percentual da cesta básica alimentícia em relação ao salário mínimo, nas capitais que apresentam maior e menor valores da cesta?

Questão 2:

De acordo com um dos critérios da metodologia de **cálculo do custo mensal da Cesta Básica**, adotada pelo Dieese, deve se atender a seguinte relação:

$$\frac{\text{Salário Mínimo}}{220} = \frac{\text{Custo da Cesta}}{X}$$
$$X = \frac{\text{Custo da Cesta}}{\text{Salário Mínimo}} \times 220$$

Onde:

220: corresponde às horas trabalhadas num mês.

X: indica as horas que o trabalhador que ganha salário mínimo precisa trabalhar para comprar a Cesta Básica de Alimentos.

Fonte: <https://www.dieese.org.br/metodologia/metodologiaCestaBasica.pdf>

Sendo assim,

- a) Em qual capital o trabalhador assalariado deveria de dedicar mais horas do seu trabalho para custear uma cesta básica?
- b) E em qual capital a quantidade de horas dedicadas ao trabalho seria menor?
- c) Qual a carga horária destinada às capitais mencionadas nas questões anteriores?
- d) Suponha que um trabalhador assalariado gaste 35% da sua carga horária de trabalho mensal para cobrir os custos da cesta básica de alimentos. Qual seria o valor que esse indivíduo deveria desembolsar pela cesta básica?

Questão 3:

O Imposto sobre Produtos Industrializados – IPI – é um tributo federal cobrado sobre mercadorias industrializadas, que depende da essencialidade do produto. Desta maneira, as alíquotas são menores para produtos industrializados essenciais e maiores para produtos considerados supérfluos ou prejudiciais à saúde. Devido à crise financeira internacional, em 2012 o governo brasileiro reduziu provisoriamente o IPI de vários produtos, como já havia feito em 2009. O objetivo era estimular o aumento do consumo das famílias brasileiras, por meio de preços mais acessíveis. Além disso, a redução do IPI se deu na condição de não demitir trabalhadores dos setores industriais beneficiados, o que, caso contrário, poderia gerar um grande número de desempregados.

Na tabela, estão apresentadas as alíquotas do IPI de alguns produtos, antes e após a sua redução.

Alíquota do IPI para produtos

Produto	Alíquota sem redução	Alíquota com redução
Veículos – até 1.0	7%	0
Veículos – até 1.0 e 2.0 etanol ou flex	11%	5,5%
Veículos – até 1.0 e 2.0 gasolina	13%	6,5%
Veículos utilitários	4%	1%
Fogões	4%	0
Máquinas de lavar	20%	10%
Geladeiras	15%	5%
Tanquinhos	10%	0
Móveis	5%	0

Fonte: <http://g1.globo.com/economia/noticia/2012/08/mantega-anuncia-prorrogaao-de-reducao-de-ipi-para-linha-branca.html>

Com base no informativo apresentado, responda:

- Por que o governo reduziu a alíquota do IPI de alguns produtos? Você considera que a medida utilizada foi válida?
- Um automóvel 1.0 foi lançado com o preço de R\$ 28 890,00 e teve seu valor alterado com a redução do IPI. Calcule o preço desse automóvel e a economia do consumidor considerando que tenham sido postos em prática o plano de governo.
- Um consumidor, ao entrar na loja, se depara com dois produtos de mesmo preço: uma máquina de lavar e uma geladeira. O preço dos produtos, sem a redução no IPI, era de R\$ 1 200,00 cada. Calcule o preço aproximado desses produtos com IPI reduzido.
- Com a redução no IPI, uma cama passou a custar R\$ 800,00. Qual a economia obtida pelo consumidor, comparado ao preço da cama sem a redução no IPI?

(SOUZA, 2013, p. 65)

Resultados esperados

Espera-se, por meio das atividades propostas, que o educando perceba a presença e compreenda a função dos impostos no cotidiano e, além disso, aprimore seu conhecimento sobre porcentagem e amplie o conhecimento acerca da Educação Financeira.

4.2.2.3 Sequência Didática 3: Operações Financeiras

Objetivos

- Investigar termos relativos à finanças;
- Tomar decisões financeiras mediante a análise de situações problemas;
- Compreender os conceitos de acréscimos e descontos;
- Distinguir situações que envolvam juros simples e juros compostos.

Procedimentos Metodológicos

Essa proposta de SD busca ampliar os conceitos de Matemática Financeira articulados à Educação Financeira, verificar a postura e o poder de decisão do educando frente às operações financeiras.

As atividades propostas estão previstas para serem desenvolvidas em 5 tempos de aula, de 50 minutos cada uma.

- **Aula 1:** Para o desenvolvimento dessa aula, orienta-se que sejam feitos agrupamentos de até 5 alunos e os grupos sejam instigados a resolver, comparar e discutir os resultados da situação problema 1, da Proposta de Atividades da SD 3, com o propósito de investigar o nível de conhecimento e compreensão de problemas que envolvam os conceitos de juros simples e compostos.
- **Aula 2:** Propõem-se a análise e o debate de ideias em torno dos textos *Não sabemos comprar* e *Quando comprar à vista não é a melhor opção*.
- **Aula 3:** Sugere-se ao professor que organize a turma em grupos e solicite que investiguem o significado de termos relativos a finanças e compartilhem os resultados da pesquisa.
- **Aula 4 e 5:** Resolver os exercícios propostos que envolvem o conceito de porcentagem, fator de atualização, aumentos e descontos, juros simples e compostos.

Descrição das propostas

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 3

Título	Tomando decisões em operações financeiras		
Público Alvo	Alunos do 2º e 3º Anos do Ensino Médio		
Problematização	<p>A Matemática Financeira é empregada em diversas situações cotidianas e um de seus principais conceitos é o juro, uma relação entre o dinheiro e o tempo.</p> <p>Comumente, em telejornais, jornais e revistas nos deparamos com noticiários que mencionam, além de taxas de juros, outros termos relacionados à Matemática Financeira, como: inflação, empréstimos, financiamentos, rendimentos, investimentos, etc.</p> <p>Os conhecimentos relacionados à operações financeiras, exercem função essencial para o exercício da cidadania. Apesar de nossos alunos terem conhecimentos básicos de Matemática Financeira, será que tais informações são suficientes para se adotar uma postura consciente, enquanto consumidor ou investidor?</p>		
Objetivo Geral	Contribuir na formação de cidadãos capazes de analisar criticamente operações financeiras.		
Conteúdos e Métodos			
Aulas	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
01	* Analisar e resolver situações problemas que envolvam juros simples e compostos.	Educação Financeira	* Propor à turma que resolvam em grupos a atividade sobre aplicação de juros, a fim de saber o nível de conhecimento da acerca do assunto. * Discutir os resultados obtidos.
02	* Refletir sobre as informações apresentadas nos textos.	Porcentagem Aumentos e descontos Fator de Atualização	* Promover a análise e discussão dos textos: “Não sabemos comprar” do autor e consultor financeiro Gustavo Cerbasi e, “Quando comprar à vista não é a solução” do educador financeiro Rafael Seabra, disponíveis, respectivamente, nos links: http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mercado/me2908201116.htm e http://queroficarrico.com/blog/2010/10/26/quando-comprar-a-vista-nao-e-a-melhor-opcao/
03	* Investigar e registrar o significado de termos desconhecidos.	Juros simples	* Solicitar aos alunos que investiguem termos relativos a finanças, para que conheçam o significado e percebam a presença de tais assuntos no cotidiano.
04 e 05	* Aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução dos exercícios propostas.	Juros compostos	* Resolver as questões propostas, individualmente ou em duplas, conforme orientação do professor.
Avaliação	A avaliação consiste em analisar o envolvimento dos grupos nas atividades propostas e na apresentação dos resultados das pesquisas solicitadas pelo professor.		
Bibliografia	Referencial Teórico	Pagamento à vista ou parcelado http://g1.globo.com/economia/seu-dinheiro/noticia/2015/04/pagar-vista-ou-parcelar-veja-em-que-situacoes-usar-cada-modalidade.html Livros Matemática: Contexto e Aplicações – Vol. 3 – Luiz Roberto Dante Matemática: Paiva – Vol. 1 – Manoel Paiva	
	Material utilizado	Textos para discussão: http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mercado/me2908201116.htm http://queroficarrico.com/blog/2010/10/26/quando-comprar-a-vista-nao-e-a-melhor-opcao/	

Fonte: Elaboração Própria

PROPOSTA DE ATIVIDADES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 3

1) SITUAÇÃO PROBLEMA

Considere a seguinte situação:

Uma pessoa deseja fazer um empréstimo numa instituição financeira no valor de R\$ 5.000,00, para ser pago numa única parcela, após 6 meses, com uma taxa de 5 % ao mês.

a) Registre na tabela o passo-a-passo mensal, até o fim do período.

PERÍODO	CAPITAL INICIAL	JUROS NO PERÍODO	MONTANTE

Fonte: Elaboração Própria

b) Discussão dos resultados.

- Descreva como se obteve o montante.

- Houve diferença de valores entre os grupos? Por quê?

- Após o professor explicar o conceito de juros simples e compostos, os grupos deverão verificar se o resultados apresentados pela turma estão dentro da definição mencionada pelo professor, justificando sua resposta.

c) Reconstrução da tabela com base no conceito de juros compostos.

PERÍODO	CAPITAL INICIAL	JUROS NO PERÍODO	MONTANTE

Fonte: Elaboração Própria

Fonte: Elaboração Própria

2) DISCUSSÃO DOS TEXTOS

O professor poderá dividir a sala em dois grupos e promover um debate em defesa das ideias apresentadas nos informativos, destacando os pontos de convergência e divergência.

GUSTAVO CERBASI

Não sabemos comprar

Adote a estratégia de não fechar o negócio até chegar na proposta final do gerente da loja; chame o gerente!

Definitivamente, não existem compras parceladas sem juros ou juros baixos em compras parceladas. O que existe são consumidores desavisados, ávidos por consumo, dispostos a acreditar no mais modesto discurso de venda proposto até mesmo por vendedores pouco treinados.

Comprar mal faz parte de nossa cultura, é fácil constatar. Quem faz compras frequentemente em supermercados, ao menos a cada semana, conhece melhor os preços e sabe que palavras como "oferta", "promoção" e "proveite" não significam necessariamente que o preço esteja melhor do que em outras lojas.

Mas poucos vão ao supermercado semanalmente. Herdamos o mau hábito das compras mensais da época de inflação elevada, quando fazê-las era questão de preservação do patrimônio. Hoje, quantas famílias não terminam o mês com dívida de R\$ 100 no cheque especial e R\$ 300 estocados em produtos na despensa? Não faz sentido estocar nada em tempos de inflação controlada.

Negociar preços, por sua vez, é um ato constrangedor para muitos. Num Brasil em que o desperdício e a esnobação são referência de consumo, o hábito de pechinchar acaba sendo entendido como atitude avarenta, mesquinha e desconfortável.

Uma negociação de compra e venda parece-se mais com uma relação social entre compradores e vendedores do que com um desafio entre partes com interesses opostos.

Outro problema ocorre no mau hábito -tipicamente brasileiro- das compras parceladas. Tal vício deveria ser permitido somente àqueles que provassem possuir um controle rigoroso dos gastos mensais. Há quem argumente que é melhor aceitar o parcelamento naquelas situações em que não há juros embutidos. Pura ilusão. Sempre há juros embutidos em compras parceladas.

Cabe a cada um de nós esforçar-se para, após franca negociação, obter o melhor preço à vista. Obviamente, há lojas que são irredutíveis em sua política comercial, não abrindo mão dos juros - isto é, insistindo em que o preço é o mesmo tanto na opção à vista quanto na parcelada.

A solução, nesses casos, é pechinchar na loja concorrente. Há alguns meses, circulei por um shopping de São Paulo em busca de uma geladeira nova para minha casa. O modelo que escolhi, um lançamento, tinha exatamente os mesmos preços e condições expostos nas vitrines de seis lojas diferentes: R\$ 2.200 à vista ou dez parcelas de R\$ 220. Após sentar para negociar, fechei por R\$ 1.750 à vista em uma dessas lojas.

Surpreendente? Apenas adotei a simples estratégia de não fechar o negócio até chegar na proposta final do gerente da loja. Chame o gerente!

Há aqueles que se iludem com o truque dos juros baixos. Recentemente, vi no jornal a propaganda de uma concessionária que anunciava, para um carro que pensava comprar, juro de 0,99% ao mês -uma taxa baixa e sedutora. Como não queria estender muito o financiamento -para não dar mais meio carro em juros embutidos nas várias parcelas-, pedi uma proposta de financiamento de parte do valor do carro em seis prestações.

No momento em que surgiu uma tal "taxa de abertura de crédito" (omitida até então, como se fosse apenas um detalhe), o custo total da operação -o chamado custo efetivo total, de divulgação obrigatória, mas sempre discreta- mostrou juros embutidos de cerca de 2,2% ao mês. Mais do que o dobro da taxa anunciada!

Não existe mágica. Por isso, esteja atento. A pressa, o aumento da renda e uma certa indulgência levam-nos a ignorar a importância da pesquisa de preços e da boa negociação.

Não se deixe iludir. Toda vez em que houver um vendedor à sua frente, se lembre de negociar, de valorizar seu dinheiro. Não se iluda com as falsas promoções, ofertas e generosidades do comércio.

Boas compras!

RAFAEL SEABRA

Quando comprar à vista não é a melhor opção

Qualquer educador financeiro ensina que devemos comprar, sempre que possível, à vista. Essa é a regra número um para evitar dívidas com carnês e cartões de crédito. Entretanto existem situações que comprar à vista não é a melhor opção.

O propósito desse artigo é mostrar quais são essas situações e como você pode obter vantagens em comprar a prazo, podendo até ganhar algum dinheiro e acumular milhas ao fazê-lo, se tiver disciplina para colocar em prática a estratégia.

Preço à vista vale para cartão de crédito, ou o contrário?

Todos sabem que vários estabelecimentos cobram preços diferenciados para o pagamento à vista (principalmente ser for em dinheiro). Ao fazerem isso, eles diferenciam o pagamento em dinheiro do pagamento com cartão de débito e com cartão de crédito. Ontem mesmo estive no shopping e tinha uma loja que deixava claro logo na vitrine: 10% de desconto para pagamento em dinheiro e 5% de desconto para pagamento com cartão de débito.

Por conta dessa prática, alguns órgãos de defesa do consumidor, como o Procon e o Pro Teste, defendem que o preço à vista vale para o cartão de crédito e que preço diferente no cartão é abusivo. O que esses inocentes órgãos não percebem é que, ao defenderem esse posicionamento, não permitem que o consumidor faça uma compra à vista com cartão de crédito. Mas que a compra à vista fique com o valor de a prazo.

Os juros estão embutidos no preço à vista!

Quando vemos anúncios de eletrodomésticos e artigos de vestuário por 10 vezes sem juros, tenham certeza que os juros já estão embutidos no preço à vista. Se não for possível negociar o preço, obtendo um desconto no pagamento à vista, saibam que a melhor opção, pasmem, é comprar no maior número de vezes possível, pelo menos do ponto de vista financeiro.

Estratégia para ganhar dinheiro e acumular milhas

Quando você estiver nessa situação, onde possui o montante para pagar à vista, mas não há desconto, tenha uma ótima dica: abra uma poupança exclusivamente para essa estratégia e deposite o montante total logo no primeiro mês. À medida que vier a fatura do cartão, retire da poupança o valor correspondente à parcela. Utilize essa estratégia para todas as compras que você fizer nessa situação.

Fazendo isso, você tem duas grandes vantagens:

1. Ao depositar na poupança o montante total e fazer retiradas apenas do valor das prestações, quando concluir o pagamento dessa dívida, ainda restará o rendimento da poupança. Apesar de não ser muito, você ainda ganha dinheiro por não ter comprado à vista;
2. Além de ganhar algum dinheiro, você também acumula pontos no seu cartão de crédito. A maioria dos cartões atualmente permitem a troca de pontos por milhas das principais companhias aéreas.

Atenção: essa estratégia só dá certo com disciplina!

O pré-requisito primordial para o sucesso dessa estratégia é a disciplina. Sem disciplina, essas vantagens podem ser transformadas em dívidas, trazendo problemas para sua saúde financeira. Só coloquem em execução se tiverem certeza que conseguirão cumprir os passos apresentados. Uma coisa eu garanto: se conseguirem cumprir, podem ter certeza que dará certo!

Fonte: <http://queroficarrico.com/blog/2010/10/26/quando-comprar-a-vista-nao-e-a-melhor-opcao/>

3) INVESTIGAÇÃO

a) Pesquise e investigue em jornais, revistas, internet o significado de cada um dos termos:

- Empréstimo:

- Financiamento:

- Inadimplência:

- Código de Defesa do Consumidor:

- Poupança:

- Inflação:

- Planejamento Financeiro:

- Orçamento Doméstico:

- Consumo Consciente:

- Investimento:

b) Compartilhe os resultados obtidos.

4) AMPLIANDO A INVESTIGAÇÃO

Investimentos

Com a estabilização do real e os baixos índices de inflação, é cada vez mais comum uma parcela da população brasileira *reservar* parte de sua renda a investimentos financeiros.

Dos mais simples aos mais complexos, os investimentos estão cada vez mais *diversificados* e atendem aos mais *variados* tipos de investidores, dos *conservadores* aos mais *agressivos*.

A escolha de um bom *investimento* depende de uma série de fatores, como a quantia que se pretende investir, o risco de perda que se está disposto a correr e a rentabilidade que se deseja obter, considerando que estas duas últimas estão diretamente relacionadas. De maneira geral, os investimentos que possibilitam uma rentabilidade maior possuem maiores riscos de perda, enquanto que, *investimentos* mais *conservadores*, ou seja, de menor risco, oferecem menores rentabilidades.

Dentre os investimentos mais *conservadores* está a poupança, predileto entre os brasileiros. No entanto, uma das modalidades de aplicação financeira que mais crescem e popularizam-se no Brasil é o *investimento* no mercado de ações, antes restrito a grandes corporações financeiras.

Negociadas nas bolsas de *valores*, as ações correspondem a "pedaços" de determinadas empresas. Ao adquirir ações, o *investidor* torna-se um de seus sócios, mesmo que em uma proporção pequena, se comparado com o acionista majoritário.

É comum os meios de comunicação divulgarem o Ibovespa, índice que reflete o desempenho obtido pelas principais ações da BM&FBovespa, a maior bolsa de *valores* do Brasil.

Para negociar na bolsa de valores, o investidor *deve* se cadastrar em uma corretora, que o representa e, em geral, negocia as ações dele na bolsa de valores. A maneira de investir pode ser individual ou por meio de um grupo denominado Clube de investimento. No Brasil, de 2000 a 2006, o número de pessoas físicas que compraram ações triplicou e o de clubes de investimentos, quadruplicou.

No entanto, há de se destacar que, em geral, o mercado de ações é *recomendável* a investidores que desejam obter retorno a longo prazo, *devido* à variabilidade deste tipo de investimento.

De qualquer forma, poupar é um bom negócio. Basta que se escolha o investimento mais adequado ao perfil do investidor.

BM&FBovespa, São Paulo, 2009.

a) Cite alguns fatores importantes na hora da escolha de um bom investimento financeiro.

b) De acordo com o texto, existe relação entre o risco de perda e a rentabilidade de um investimento? Se sim qual é a relação?

c) O texto cita dois tipos de aplicações financeiras muito utilizadas pelos brasileiros, quais são elas? Você ou alguém de sua família possui alguma dessas aplicações? Qual?

(RIBEIRO, 2011, p. 38-39)

d) Pesquise sobre os tipos de investimentos:

- Caderneta de Poupança;
- Certificados de Depósitos Bancários (CDBs);
- Recibos de Depósitos Bancários (RDBs);
- Fundos de Investimentos.

PROPOSTA DE EXERCÍCIOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 3

* Extraído de (DANTE, 2014, p. 15-19)

Questão 1: Tomando decisões nas liquidações

Ana Maria quer aproveitar as liquidações para fazer compras. Observem algumas ofertas que ela encontrou.



- a) Qual dessas ofertas vale a pena aproveitar? Discuta com seus colegas.
b) Compare a OFERTA 1 com a OFERTA 3. Em qual delas é mais vantajoso comprar 2 peças?

Questão 2: Parcelar ou não?

Muitas vezes o comprador possui o dinheiro para pagar à vista, mas escolhe a prazo.

Nesses casos, é comum que sejam cobrados juros que encarecem o produto.

Acompanhe a situação:

Cícero é um chefe de família que decide comprar um berço para seu filho João Gabriel. A loja oferece dois planos de pagamento:

I. À vista por R\$ 500,00.

II. Em duas parcelas iguais de R\$ 300,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda um mês após a compra.

Caso Cícero opte pelo pagamento a prazo, qual a taxa mensal de juros que ele pagará?

- a) 20% b) 25% c) 35% d) 40% e) 50%

Questão 3: Caderneta de Poupança

A caderneta de poupança é a mais tradicional aplicação financeira do mercado. A partir de 2012 a remuneração da poupança passou a depender da data da aplicação. Para depósitos feitos até 3 de maio de 2012, a remuneração continuou de 6,17% ao ano mais a TR. Entretanto, para depósitos feitos a partir de 4 de maio de 2012, sempre que a taxa Selic ficar igual ou menor que 8,5% ao ano, o rendimento da poupança passará a ser 70% da taxa Selic mais a TR.

Com base nesse texto, responda:

- a) Se a taxa Selic for de 10% ao ano, qual será a remuneração da poupança a ser somada com a TR para um depósito feito em janeiro de 2014?
b) Se a taxa for de 8% ao ano, qual será a remuneração da poupança a ser somada com a TR para um depósito feito em janeiro de 2014?

Questão 4: Empréstimos

(UEMT) Uma financiadora oferece empréstimos, por um período de 4 meses, sob as seguintes condições:

- 1ª) taxa de 11,4% ao mês, a juros simples;
2ª) taxa de 10% ao mês, a juros compostos.

Marcos tomou um empréstimo de R\$ 10 000,00, optando pela primeira condição, e Luís tomou um empréstimo de R\$ 10 000,00, optando pela segunda condição. Quanto cada um pagou de juros?

Questão 5: Aumentos e Descontos sucessivos

Uma mercadoria custava R\$ 80,00 e seu preço foi reajustado (aumentado) em 5%. Se sobre o novo preço for dado um desconto de 5%, ela voltará a custar R\$ 80,00? Justifique sua resposta. Calcule os preços após o aumento e após o desconto.

Questão 6: Fator de atualização

(UEL-PR) Em uma liquidação os preços dos artigos de uma loja são reduzidos em 20% de seu valor. Terminada a liquidação, e pretendendo voltar aos preços originais, de que porcentagem devem ser acrescidos os preços da liquidação?

- a) 27,5% b) 25% c) 22,5% d) 21% e) 20%

Questão 7: Tomada de decisões

O mesmo modelo de uma geladeira está sendo vendido em duas lojas do seguinte modo:

- Na 1ª loja, sobre o preço de R\$ 800,00 há um desconto de 8%;
- Na 2ª a loja, sobre o preço de R\$ 820,00 há um desconto de 10%.

Qual dessas ofertas é a mais conveniente para o cliente?

Questão 8: Comprar: a prazo ou à vista?

Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R\$ 4 000,00, usando o dinheiro que está aplicado em um fundo de investimento que rende 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual destes planos de pagamento é mais vantajoso:

- Pagar à vista; ou
- Pagar em duas prestações iguais de R\$ 2 005,00, uma delas como entrada e a segunda depois de 1 mês.

Questão 9: Lucro ou prejuízo?

(UERN) Um revendedor de automóveis comprou dois carros, pagando R\$ 15 000,00 pelo primeiro e R\$ 10 000,00 pelo segundo. Vendeu o primeiro com um prejuízo de 20% e o segundo com um lucro de 20%. No total, em relação ao capital investido, o revendedor:

- a) lucrou 4% b) lucrou 2% c) perdeu 4% d) perdeu 2% e) não lucrou e não perdeu

Questão 10: Taxa de juros

(UNESP) Uma loja vende um produto no valor de R\$ 200,00 e oferece duas opções de pagamento aos clientes: à vista, com 10% de desconto, ou em duas prestações mensais de mesmo valor, sem desconto, a primeira sendo paga no momento da compra. A taxa mensal de juros embutida na venda a prazo é de

- a) 5%. b) 10%. c) 20%. d) 25%. e) 90%.

DESAFIOS

Extraído de (PAIVA, 2013, p. 87)

1) (UEL-PR) Um dos traços característicos dos achados arqueológicos da Mesopotâmia é a grande quantidade de textos, escritos em sua maioria sobre tabuinhas de argila crua. Em algumas dessas tabuinhas foram encontrados textos matemáticos datados de cerca de 2000 a.C. Em um desses textos, perguntava-se “por quanto tempo deve-se aplicar uma determinada quantia de dinheiro a juros compostos de 20% ao ano para que ela dobre?”.

(Adaptado de: EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Ed. da Unicamp, 1995. p. 77.)

Nos dias de hoje, qual equação seria utilizada para resolver tal problema?

- a) $(1,2)^t = 2$ b) $2^t = 1,2$ c) $(1,2)t = 2$ d) $2^t = 1,2$ e) $t^2 = 1,2$

2) Em 2012, os contribuintes brasileiros trabalharam, em média, até o dia 29 de maio somente para pagar impostos, ou seja, dos 366 dias deste ano, os cidadãos trabalharam 150 dias para arcar com as tributações. Isso representa mais do que em alguns países de 1º mundo, como Espanha e Estados Unidos (137 e 102 dias trabalhados, respectivamente). Supondo que em certo ano uma pessoa pagou R\$ 1 700,00 de impostos, se esse capital tivesse sido aplicado à taxa de juro composto de 0,6% a.m., durante um ano, quantos reais renderia essa aplicação.

Resultados esperados

Aspira-se que os educandos, mediante as propostas apresentadas, percebam a aplicabilidade da Matemática Financeira e sua relação com a Educação Financeira no dia a dia, apropriem-se e insiram os termos relativos a finanças em seu contexto social, a fim de melhorar sua postura enquanto potencial consumidor.

4.2.2.4 Sequência Didática 4: Salário: entre o real e o ideal

Objetivos

- Pesquisar a origem do salário e termos relacionados;
- Estabelecer o comparativo entre o poder de compra do salário mínimo a partir da implantação do Plano Real;
- Identificar os impostos incidentes sobre o salário;
- Deduzir a incidência de impostos sobre o salário;
- Resolver problemas propostos por meio do conceito de porcentagem.

Procedimentos Metodológicos

Nessa proposta de SD abordam-se o tema salário e sua evolução histórica no contexto socioeconômico. Propõe-se a investigação dos termos relacionados ao tema, retomam-se os conceitos de porcentagem, trata dos tributos vinculados ao salário.

As atividades propostas estão previstas para serem desenvolvidas em 5 tempos de aula, de 50 minutos cada uma.

- **Aula 1:** Em conversa informal, sugere-se que o professor indague a seus alunos se exercem alguma atividade remunerada e comentem sobre onde aplicam seu dinheiro. Propõe-se ainda discutir o poder de compra do salário mínimo a partir da leitura do texto do Anexo C.
- **Aula 2:** Recomenda-se que sejam investigados os termos salário bruto, salário líquido e os impostos incidentes sobre o salário.
- **Aula 3:** Propõe-se ao professor que organize a turma em grupos e solicite que investiguem contextos que envolvem salário e compartilhem os resultados da pesquisa.
- **Aula 4 e 5:** Resolver os exercícios propostos que envolvem o conceito de porcentagem e dedução de impostos sobre salários.

Descrição das propostas

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4

Título	Salário: entre o real e o ideal		
Público Alvo	Alunos do 2º e 3º Anos do Ensino Médio		
Problematização	Frequentemente acompanhamos pela mídia informações sobre o valor do salário mínimo, ouvimos os termos INSS, IR. Mas afinal de contas, por que essas informações são relevantes? Até que ponto os jovens estudantes conhecem o que há por detrás dessas informações e de que modo isso pode influenciar em suas vidas?		
Objetivos Gerais	Tratar da evolução do salário ao longo do tempo. Analisar a incidência de impostos sobre o salário.		
Conteúdos e Métodos			
Aulas	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
01	* Pesquisar o valor do Salário Mínimo Nacional vigente. * Debater o poder de compra do salário mínimo de 1994 e o salário mínimo atual.	Educação Financeira Porcentagem	* Indagar aos alunos se exercem algum tipo de trabalho remunerado. * Solicitar que comentem o que fazem com o salário que recebem. * Leitura e discussão texto: “Há 20 anos, arroz custava R\$ 0,64, e carro popular, R\$ 7.200”, disponível no link: http://achadoseconomicos.blogosfera.uol.com.br/2014/08/15/ha-20-anos-arroz-custava-r-064-e-show-do-chitaozinho-r-15-relembre/ * Solicitar aos alunos para pesquisarem o valor atual dos itens apresentados na lista e a incidência de aumento sobre cada um.
02	* Instigar os alunos a pesquisarem os termos renda bruta e renda líquida. * Identificar os impostos incidentes sobre o salário.		* No laboratório de informática, com acesso à internet, fazer simulação do salário líquido e INSS, disponíveis nos links, respectivamente: http://www.calculadorafacil.com.br/trabalhista/calculo-salario-liquido e http://www.calculadorafacil.com.br/trabalhista/calcular-desconto-de-inss/ . * Caso não seja viável o uso do simulador virtual, propor o uso da calculadora.
03	* Discutir as impressões dos alunos sobre a pesquisa e observações feitas acerca dos assuntos propostos.		* Organizar grupos e propor aos alunos que façam uma pesquisa e apresentem os resultados, sobre: - Origem do salário no decorrer da história. - A instituição do Salário Mínimo no Brasil e a Consolidação das Leis Trabalhistas. - A evolução do Salário Mínimo desde sua instituição. - Descontos no salário e sua destinação: INSS, FGTS, Imposto de Renda. - Tabela de descontos do IR e INSS.
04 e 05	* Aplicar os conhecimentos adquiridos.		* Resolver as questões propostas, individualmente ou em duplas, conforme orientação do professor.
Avaliação	A avaliação consiste em analisar o envolvimento dos grupos nas atividades propostas e na apresentação dos resultados das pesquisas solicitadas pelo professor.		
Bibliografia	Referencial Teórico	Poder de compra do salário mínimo http://economia.uol.com.br/financas-pessoais/noticias/redacao/2014/02/18/apos-20-anos-real-perde-poder-de-compra-e-nota-de-r-100-vale-so-r-2235.htm#fotoNav=1 Simuladores http://www.calculadorafacil.com.br/trabalhista/calculo-salario-liquido http://www.calculadorafacil.com.br/trabalhista/calcular-desconto-de-inss/ Dependentes para declaração em Imposto de Renda http://economia.uol.com.br/imposto-de-renda/duvidas/ir-2016-quem-pode-ser-declarado-como-dependente.htm Livros Matemática: Contexto e Aplicações – Vol. 3 – Luiz Roberto Dante Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia – Vol. 2 – Jackson Ribeiro Conexões com a Matemática – Vol. 3 – Obra coletiva	
	Material utilizado	Preço de produtos em 1994 http://achadoseconomicos.blogosfera.uol.com.br/2014/08/15/ha-20-anos-arroz-custava-r-064-e-show-do-chitaozinho-r-15-relembre/ Cálculo de Salário Líquido: http://www.calculadorafacil.com.br/trabalhista/calculo-salario-liquido Tabelas de IRRF e INSS: http://www.calculador.com.br/tabela/trabalhista/tabelas-vigentes	

Fonte: Elaboração Própria

PROPOSTA DE ATIVIDADES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4

1) O PODER DE COMPRA DO SALÁRIO MÍNIMO

- Você considera que um salário mínimo seja o suficiente para cobrir todos os gastos e despesas de uma família de quatro pessoas (2 adultos e 2 crianças)? Por quê?
- E seria suficiente para custear apenas as suas despesas pessoais? Justifique.
- Em análise ao texto “*Há 20 anos, arroz custava R\$ 0,64, e carro popular, R\$ 7.200*”, quantos quilos de arroz era possível comprar no ano de 1994 com o salário vigente à época?
- E atualmente, quanto é possível comprar?
- Em comparação aos resultados, você considera que, atualmente, o poder de compra do brasileiro aumentou ou diminuiu com ao longo do tempo? Justifique sua resposta.
- Socialização dos registros.

2) PRATICANDO

Pesquise o preço dos itens da lista e apresente os resultados obtidos:

QUANTIDADE	ITEM	1994	2016	Taxa percentual de aumento
1kg	Arroz	R\$ 0,64		
1 un	Pão Francês	R\$ 0,09		
1 kg	Filé Mignon	R\$ 6,80		
1 un	Gol 1.0	R\$ 7 243,00		
1 un	Uísque Jack Daniel's:	R\$ 33,50		
1 ingresso	Cinema	R\$ 5,00		
1 ingresso	Show do Chitãozinho e Xororó	R\$ 15		
1 passagem	Ônibus	R\$ 0,29 a R\$ 0,54		
1 l	Gasolina	R\$ 0,55		
Para 1 pessoa	Rodízio de churrasco	R\$ 13 a R\$ 24		
211 m ²	Apartamento de 3 dormitórios	R\$ 94.340		
1 un	Dólar	R\$ 1,00		

Fonte: <http://achadoseconomicos.blogosfera.uol.com.br/2014/08/15/ha-20-anos-arroz-custava-r-064-e-show-do-chitaozinho-r-15-relembre/>

3) SALÁRIO: O REAL E O IDEAL

- Defina:
 - * Salário bruto
 - * Salário líquido
- Pesquise os impostos incidentes sobre o salário.
- Na sua concepção o que é mais válido: realização profissional ou a satisfação financeira? É possível aliar ambos os anseios?
- Investigue profissões que atendam seus anseios e com as quais você tem afinidade.

4) INVESTIGAÇÃO

- Pesquise sobre:
 - * Origem do salário no decorrer da história.
 - * A instituição do Salário Mínimo no Brasil e a Consolidação das Leis Trabalhistas.
 - * A evolução do Salário Mínimo desde sua instituição.
 - * Os descontos o salário e para onde são destinados: INSS, FGTS, Imposto de Renda.
 - * Pesquisar a tabela de descontos do IR e INSS.
- Compartilhem e discutam os resultados obtidos.

PROPOSTA DE EXERCÍCIOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 4

Questão 1:

O salário líquido mensal de uma pessoa é de R\$ 3 000,00. Todo mês, ela poupa 10% de seu salário líquido e aplica esse valor em um fundo que rende juros compostos à taxa de 2% ao mês. O saldo dessa aplicação no dia em que faz o 3º depósito é: (RIBEIRO, 2011, p.16)

- a) 918,12 b) 906,00 d) 903,00 d) 618,12

Questão 2:

Certo aposentado recebe, mensalmente, um salário mínimo, que em agosto de 2009 era de R\$ 465,00. Dessa quantia, cerca de 27% eram gastos com medicamentos. (RIBEIRO, 2011, p.20)

- a) Quantos reais sobram a este aposentado para pagar outras despesas, como alimentação e moradia?
- b) Em sua opinião, a quantia em reais que sobra a este aposentado é suficiente para pagar outras despesas, como as citadas no item anterior? Justifique.

c) Suponha que este aposentado gaste, com alimentação, R\$ 200,00. Cerca de quantos por cento do valor de sua aposentadoria irá sobrar para outras despesas?

Questão 3:

O salário mínimo surgiu no Brasil em meados da década de 30. A partir daí, diversas mudanças ocorreram em relação ao seu salário, sofrendo vários reajustes. Com a estabilização dos preços após o Plano Real, a partir de 1994, o valor de compra do salário mínimo se consolidou, sendo o mais significativo desde a década de 50. No dia 1º de fevereiro de 2009 o valor do salário passou a ser de R\$ 465,00, o que antes era de R\$ 415,00. Determine a taxa de acréscimo incidida sobre o salário mínimo para o reajuste. (DANTE, 2014, p. 15)

Questão 4:

O salário líquido de Antonela é de R\$ 1 100,00. Sabe-se que são descontados 17% do seu salário para pagamento de impostos. Qual é o salário bruto de Antonela?

(DANTE, 2014, p. 22)

Questão 5:

A família de João é constituída por sua esposa e mais dois filhos. João é o único que trabalha em sua casa e, seu salário bruto mensal equivale a três salários mínimos.

- a) Com base na tabela, calcule o valor a ser descontado do salário de João referente ao INSS.

Tabela IRRF

Descrição	Percentual (%)	Desconto
Até 1.556,94	8,00	
De 1.556,95 até 2.594,92	9,00	
De 2.594,93 até 5.189,82	11,00	

Fonte: <http://www.calculador.com.br/tabela/trabalhista/tabelas-vigentes>

- b) Analise a tabela de IR e calcule o IRRF de João, atendendo a relação:

$$\text{IRRF} = (\text{Salário Bruto} - \text{Dependentes} - \text{INSS}) \times \text{Alíquota} - \text{Dedução}$$

Tabela IRRF

DESCRIÇÃO	PERCENTUAL	DEDUÇÃO	IRPF
Até 1.903,98	-	-	
De 1.903,99 até 2.826,65	7,50	142,80	
De 2.826,66 até 3.751,05	15,00	354,80	
De 3.751,06 até 4.664,68	22,50	636,13	
Acima de 4.664,68	27,50	869,36	

Dedução por dependente na determinação da base de cálculo do IRRF: R\$ 189,59

Fonte: <http://www.calculador.com.br/tabela/trabalhista/tabelas-vigentes>

- c) Determine o salário líquido de João após realizadas as deduções.
- d) Para manter o controle de suas receitas e despesas fixas mensais, João decidiu elaborar uma planilha manual, para registro do percentual e o valor de seus gastos. (Considere o salário líquido)

ORÇAMENTO DOMÉSTICO

RECEITAS	SALÁRIO	
DESPESAS	Taxa percentual	Valor (R\$)
Supermercado	20%	
Água/Luz	8%	
Telefone/Internet	9%	
Consórcio do automóvel	12%	
Combustível	6%	
Plano de Saúde	10%	
Escola	23%	
Entretenimento	4%	
TOTAL DE DESPESAS		
SALDO		

Fonte: Elaboração Própria

João pretende investir 25% do dinheiro que sobra de seu salário numa Caderneta de Poupança. Quanto João depositará mensalmente?

Resultados esperados

Almeja-se que o educando, por meio das atividades propostas, amplie suas percepções sobre o salário e impostos correlacionados e, compreendam sua importância no contexto social.

4.2.2.5 Sequência Didática 5: Financiamento de um sonho

Objetivos

- Analisar propagandas de automóveis;
- Verificar os impostos incidentes sobre o valor dos automóveis;
- Simular o financiamento de um automóvel popular;
- Aplicar os conceitos porcentagem e de juro composto na resolução de situações problemas.

Procedimentos Metodológicos

Nessa SD sugere-se a análise de propagandas e a proposta de financiamento de um automóvel. Propõe-se ainda a retomada dos conceitos de impostos, porcentagem e juros compostos.

As atividades propostas estão previstas para serem desenvolvidas em 4 tempos de aula, de 50 minutos cada uma.

- **Aula 1:** Propõe-se a simulação do financiamento de um automóvel. O professor poderá utilizar um simulador virtual, se a escola dispor de um laboratório de informática com acesso à internet. Caso contrário, sugere-se o uso de calculadora e planilhas impressas para registro dos cálculos.
- **Aula 2:** Sugere-se a análise e debate do texto *Quanto custariam os carros mais populares do país sem impostos?*, disponível no Anexo D.
- **Aula 3 e 4:** Resolver os exercícios propostos que envolvem o conceito de porcentagem e juro composto.

Descrição das propostas

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5

Título	Projetando a realização de sonhos
Público Alvo	Alunos do 2º e 3º Anos do Ensino Médio
Problematização	<p>Todos temos sonhos e projetos de vida!</p> <p>Além de conviver com as expectativas de realização de projetos em família, ainda que jovens, muitos de nossos estudantes almejam cursar uma universidade, investir em cursos de formação profissional, dentre outros planos. Daí a importância de desde cedo promover ações que os induzam a planejar para o futuro, seja para a própria realização ou para o bem comum familiar.</p> <p>Além disso, sabemos que sonhos e planos possuem um custo! E o que é necessário para realizá-los?</p> <p>Trabalho, dinheiro, saber lidar com as economias, fazer planos a curto, médio e longo prazo, são critérios que devem ser atendidos na unicidade ou de forma individualizada?</p>
Objetivos Gerais	<p>Analisar propagandas de automóveis populares.</p> <p>Discutir quanto vale a realização de um sonho e como planejar sua concretização.</p> <p>Simular o financiamento de automóveis.</p>

Conteúdos e Métodos

Aulas	Objetivos Específicos	Conteúdos	Dinâmicas
01	<ul style="list-style-type: none"> * Propor a simulação de financiamento de automóveis. * Incitar a discussão da alteração do valor final de um automóvel, conforme o números de prestações. 	<p>Educação</p> <p>Financeira</p> <p>Porcentagem</p>	<ul style="list-style-type: none"> * No laboratório de informática com acesso à internet, solicite aos alunos acessem o link: http://veiculos.fipe.org.br/ e escolham o modelo de automóveis populares. * No link: http://www.konkero.com.br/financiamento/carro, oriente aos alunos a fazer simulação de financiamento do veículos com diferentes prazos e registrem suas apreciações. * Caso a escola não disponha de laboratório de informática, a atividade pode ser desenvolvida com o uso de calculadora e da tabela de preços anexas em jornais.
02	<ul style="list-style-type: none"> * Retomar o assunto impostos sobre produtos. 	<p>Juros compostos</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Leitura e debate do texto: Quanto custariam os carros mais populares do país sem impostos? http://www.administradores.com.br/noticias/economia-e-financas/quanto-custariam-os-carros-mais-populares-do-pais-sem-impostos/108325/
03 e 04	<ul style="list-style-type: none"> * Aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução das atividades propostas pelo professor. 		<ul style="list-style-type: none"> * Resolver as questões propostas, individualmente ou em duplas, conforme orientação do professor.

Avaliação	A avaliação consiste em analisar o envolvimento dos grupos nas atividades propostas e na apresentação dos resultados das pesquisas solicitadas pelo professor.
------------------	--

Bibliografia	Referencial Teórico	<p>Dicas para comprar um automóvel</p> <p>http://www.gazetaonline.com.br/_conteudo/2014/08/noticias/dinheiro/1495889-simulacao-de-financiamento-de-carro-para-tres-valores-de-renda.html</p> <p>Lucro das montadoras</p> <p>http://manualdohomemmoderno.com.br/carros/o-lucro-das-montadoras-e-o-imposto-do-governo-faz-brasileiro-pagar-o-carro-mais-carro-do-mundo</p>
	Material utilizado	<p>Tabela Fipe</p> <p>http://veiculos.fipe.org.br/</p> <p>Financiamento de automóveis</p> <p>http://www.konkero.com.br/financiamento/carro</p> <p>Financiamento de automóveis pela Sistema Price</p> <p>http://www.calculador.com.br/calculo/financiamento-price</p> <p>Automóveis sem impostos</p> <p>http://www.administradores.com.br/noticias/economia-e-financas/quanto-custariam-os-carros-mais-populares-do-pais-sem-impostos/108325/</p>

Fonte: Elaboração Própria

PROPOSTA DE ATIVIDADES: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5

1) QUANTO CUSTAM OS SONHOS?

- Como podemos planejar nossos objetivos de vida?
- Faça a previsão de tempo necessário para efetivar seu sonho, se pelo seu trabalho, você recebesse um salário mínimo mensal.
- Discutir com a turma o valor financeiro da realização de um sonho e qual o salário ideal para sua concretização.
- Investigue junto a sua família um projeto que pretendam realizar e de que modo poderiam planejar a concretização.

2) PRATICANDO

No Brasil, conforme informações da Anfavea (Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores), os impostos incidentes sobre veículos, como IPI, ICMS e PIS/Cofins, dentre outros e, variam de acordo com o motor e tipo de combustível do automóvel, segundo os dados:

TIPO DE MOTOR	IMPOSTOS INCIDENTES
1.0 movidos a gasolina	48,2%
1.0 a 2.0 tipo flex	52,3%
2.0	54,8%

Fonte: Elaboração Própria

- Realize uma pesquisa com os valores atualizados, com base na tabela da Fipe (Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas) e compare os preços dos 10 carros mais populares, conforme levantamento realizado pela Fenabrave (Federação Nacional da Distribuição de Veículos Automotores).

MODELO	PREÇO (COM IMPOSTOS)	PREÇO (SEM IMPOSTOS)	VARIAÇÃO DA TAXA PERCENTUAL
Chevrolet Onix			
Fiat Palio			
Hyundai HB20			
Fiat Strada			
Ford Ka			
Volkswagen Gol			
Fiat Uno			
Volkswagen Fox			
Renault Sandero			
Chevrolet Prisma			

Adaptado: Fonte: <http://www.administradores.com.br/noticias/economia-e-financas/quanto-custariam-os-carros-mais-populares-do-pais-sem-impostos/108325/>

3) INVESTIGAÇÃO

“De acordo com o artigo 37 do Código de Defesa do Consumidor (CDC), uma publicidade é considerada enganosa quando induz o consumidor ao erro. Ou seja, quando traz uma informação falsa capaz de dar uma ideia diferente da realidade do produto ou do serviço ofertado. É o caso de um serviço anunciado gratuito, mas que na verdade é pago, mesmo que isso só se perceba na hora em que é contratado ou após certo tempo de uso.”

Fonte: <http://oglobo.globo.com/economia/defesa-do-consumidor/saiba-que-fazer-diante-de-propagandas-enganosas-19095485>

- Investigue o termo taxa zero na venda de veículos automotivos.
- A taxa zero mencionada se estende a todos os impostos incidentes sobre a venda de veículos? Justifique.
- Quando a mídia divulga que produtos estão sendo comercializados com taxa zero, qual o seu entendimento sobre o assunto?
- Você considera que essa prática da mídia se caracteriza como “propaganda enganosa”? Justifique.

PROPOSTA DE EXERCÍCIOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5

Questão 1:

Leia esta notícia de jornal:

“Após a redução do IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados) e a queda de até 10% nos preços, as vendas de automóveis e comerciais leves (caminhonetes e vans) registraram recorde para o mês de junho, desde quando os números começaram a ser medidos, em setembro de 2003. Segundo fontes do setor, venderam-se 340,3 mil veículos – alta de 24% em relação a maio e de 18,6% sobre junho de 2011.”

Venda de carros não reanima indústria.
Folha de S.Paulo, São Paulo, 3 jul. 2012. p. B1.

De acordo com essa notícia, quantos veículos foram vendidos em maio de 2012?

(DANTE, 2014, p. 14)

Questão 2:

Um jovem casal recém-casado, cuja renda mensal conjunta é de R\$ 3 500,00, decide organizar uma planilha de custos a fim de equilibrar o orçamento doméstico.

Logo nos primeiros meses, a planilha de custos revelou que, descontados os custos fixos, como o pagamento do financiamento do apartamento e das contas de consumo, transporte, alimentação e saúde, sobram ainda R\$ 750,00.

Mediante a situação, o casal decidiu reservar R\$ 500,00 do que excede para aplicar na compra de automóvel.

O casal também possui investido num fundo de reserva de numa instituição bancária o valor de R\$ 20 000,00, que rende mensalmente 0,9% de juros compostos.

O automóvel de interesse do casal, é de categoria popular e custa em média R\$ 27 400,00, à vista e a prazo e, sobre o valor financiado, incide juros de 1,5% ao mês.

- a) Qual seria o valor final do automóvel se o casal optar pelo financiamento em 18 meses, sem entrada?
- b) Qual seria o valor final do automóvel se o casal optar pelo financiamento em 18 meses, com entrada de R\$ 20 000,00?
- c) Caso o aplique R\$ 500,00 mensalmente numa poupança à taxa de juros compostos de 0,8% ao mês, durante 18 meses, de quanto será o montante gerado ao fim do período?
- d) Sabendo que anualmente a variação do preço do carro sofre de acréscimo, o que seria mais vantajoso ao casal:
 - * manter o fundo reserva aplicado por mais 18 meses e juntá-lo à aplicação financeira da poupança para comprar o automóvel à vista?
 - * adquirir o automóvel a prazo?

Resultados esperados

Aspira-se, ao término das atividades propostas, que o educando esteja apto a conceber projetos, saiba traçar e planejar os caminhos necessários até a efetiva concretização.

Vale enfatizar que no interim desse processo de ensino e aprendizagem, o professor exercerá o papel de mediador das discussões, com liberdade de adaptar as propostas de acordo com a realidade de sua prática docente.

D'Ambrósio (2012) considera,

O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar. De facilitar o processo de ensino e aprendizagem e, naturalmente de interagir com o aluno na produção e na crítica de novos conhecimentos. (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 73)

Nas propostas de SD apresentadas, houve a preocupação em propor atividades que valorizassem não apenas os conhecimentos prévios dos educandos, mas ainda, ampliassem suas relações interpessoais na socialização de ideias e, instigassem o espírito investigativo e argumentativo, a fim de desenvolver o senso crítico e reflexivo.

Considerações Finais

Os novos rumos da educação, assim como as atuais necessidades socioculturais, preveem a demanda de competências e habilidades matemáticas relevantes e significativas à formação do indivíduo. O conhecimento matemático é indispensável em diversas situações diárias e funciona como suporte aos demais saberes, visto que desenvolve o pensamento crítico reflexivo do indivíduo e potencializa ações no meio social em que está inserido.

No ponto de vista de Freire (2014, p. 66), educar sem relacionar e sem aplicar os conteúdos e conceitos à realidade do discente, torna o processo educativo mecanizado. O pensamento do autor instiga à reflexão de que se o sistema educacional não viabiliza o desenvolvimento do senso crítico reflexivo do educando, a educação se descaracteriza de seu aspecto transformador e, isso tampouco contribui para a formação da cidadania.

Ante o exposto nessa pesquisa, percebe-se que a Matemática Financeira conectada à Educação Financeira no Ensino Médio contribui, consideravelmente, para a formação dos jovens e sua percepção de mundo, colabora na leitura e interpretação da realidade e desenvolve habilidades que farão parte de sua vida, tanto no campo social, quanto profissional.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 1999, p. 40)

Visto assim, pressupõe-se dizer que a abordagem da Matemática Financeira a partir da Educação Financeira no âmbito escolar se baseia na estratégia de colaborar para que os alunos, como cidadãos, recebam orientações e informações básicas que contribuam para a ampliação de conhecimentos que vão além do universo escolar.

O objetivo principal deste trabalho dissertativo foi propor estratégias e instrumentos inovadores e colaborativos à ação pedagógica docente. A fim de dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, a presente pesquisa viabilizou, por meio de propostas de SD, apresentar conteúdos da Matemática Financeira articulados à Educação Financeira. O enfoque dado às propostas estimulam o aluno a investigar conceitos, debater ideias, expor

opiniões, analisar, calcular, resolver situações financeiras. Além disso, visa discutir assuntos que, embora estejam inseridos na vida do educando, comumente não são debatidos em sala de aula, como a evolução do dinheiro e do sistema monetário brasileiro no tempo, tributação de impostos, planejamento de projetos.

Assim, espera-se que partir da simulação de situações reais, seja possível levar o educando, não apenas a assimilar conceitos, mas ainda a refletir sobre a importância de compreender ações comuns ao cotidiano, analisar transações financeiras, como poupar e/ou investir a fim de alcançar seus objetivos, tomar decisões entre comprar à vista ou a prazo, tomar ciência das sutilezas que se escondem atrás de propagandas divulgadas pela mídia, dentre tantas outras ocorrências.

Considera-se ainda que as habilidades e competências mencionadas, sejam importantes e necessárias aos jovens que aspiram adentrar ao mercado de trabalho e, para isso, quanto mais preparados e capacitados estejam, maiores são as oportunidades dessa inserção.

Almeja-se a partir desta pesquisa, que os educadores sintam-se instigados a colocar em prática as propostas de sequências didáticas aqui apresentadas, bem como, construir/reconstruir, aprimorar e incorporar a estas, suas próprias metodologias e experiências. Do mesmo modo é bom esclarecer que as propostas concebidas não se apresentam como um produto completo e finalizado, mas devem ser vistos como um produto em constante transformação, haja vista que as ideias são flexíveis, mutáveis e adaptáveis à realidade dos atores envolvidos no processo educacional.

Além disso, estende-se ao diálogo, que não se considera que esta seja a forma mais proativa e eficaz de abordar os conceitos matemáticos financeiros e os aspectos que envolvam a educação financeira, uma vez que tais temáticas apresentam-se como uma fonte motivadora, com possibilidades inesgotáveis de abordagem, que incita a abertura de novas discussões e propostas para trabalhos futuros.

Referências

BCB. *O Programa de Educação Financeira do Banco Central*. 2012. Acesso em 15 de março de 2016. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/?BCEDFIN>>. Citado na página 16.

BRANCO, A. C. C. *Matemática financeira aplicada: método algébrico, HP-12C, Microsoft Excel*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005. Citado na página 39.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, 1999. Citado na página 94.

BRASIL. *Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF*. 2010. Acesso em 03 de dezembro de 2015. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm>. Citado na página 33.

BRASIL. *Plano Diretor ENEF*. Brasília, DF, 2010. Acesso em 19 de março de 2016. Disponível em: <<http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/PlanoDiretorENEF1.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

BRASIL. *Programa de Educação Financeira nas Escolas*. 2010. Acesso em 19 de março de 2016. Disponível em: <<http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/>>. Citado na página 34.

BRASIL. *Programa Educação Financeira nas Escolas*. Brasília: Ministério da Educação, 2010. Citado na página 36.

BRASIL. *Estratégia nacional educação financeira enef*. 2012. Acesso em 20 de março de 2016. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf>. Citado na página 35.

BRASIL. *PNAIC: Pacto pela Alfabetização na Idade Certa*. Brasília, 2012. Acesso em 20 de abril de 2016. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Ano_2_Unidade_6_MIOLO.pdf>. Citado na página 57.

BRASIL. *Para crianças e jovens*. 2013. Acesso em 20 de março de 2016. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/programas-26-para_crianças_e_jovens.html>. Citado na página 38.

BRASIL. *Plano de trabalho 2015-2016*. 2015. Acesso em 05 de abril de 2016. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/-24-23-07-2015-Plano-de-Trabalho---2015_16.pdf>. Citado na página 36.

BRASIL/SAIN. *OCDE*. 2015. Acesso em 28 de fevereiro de 2016. Disponível em: <<http://www.sain.fazenda.gov.br/assuntos/politicas-institucionais-economico-financeiras-e-cooperacao-internacional/ocde>>. Citado na página 17.

- BRUHN, M. et al. The impact of high school financial education: experimental evidence from Brazil. *World Bank Policy Research Working Paper*, n. 6723, 2013. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2367083>. Citado na página 36.
- BRUTES, L.; SEIBERT, R. M. O ensino da educação financeira a jovens de escolas públicas de Santo Ângelo. 2014. Acesso em 20 de março de 2016. Disponível em: <http://www.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_018/artigos/pdf/Artigo_15.pdf>. Citado na página 28.
- CASTRO, A. D. D. et al. *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. Connecticut, EUA: Cengage Learning Editores, 2001. Citado na página 56.
- COELHO, L. R. *Mudanças de moeda no Brasil*. 2011. Acesso em 19 de março de 2016. Disponível em: <<http://www.logisticadescomplicada.com/mudancas-de-moeda-no-brasil/>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- CORREIA, T. D. S. et al. A educação financeira como um diferencial nas decisões de consumo e investimento dos estudantes do curso de Ciências Contábeis na Grande João Pessoa. *Revista de Contabilidade da UFBA*, v. 9, n. 3, 2015. Acesso em 24 de março de 2016. Disponível em: <http://dvl.ccn.ufsc.br/congresso/arquivos_artigos/artigos/949/20140411105150.pdf>. Citado na página 17.
- D'AMBRÓSIO, N.; D'AMBRÓSIO, U. *Matemática Comercial e Financeira e Complementos de Matemática para os cursos do 2º grau*. São Paulo: Companhia Editorial Nacional, 1972. Citado na página 21.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 2012. Citado na página 93.
- DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. São Paulo: Editora Ática, 2014. v. 3. Citado 9 vezes nas páginas 40, 41, 42, 43, 47, 53, 111, 112 e 113.
- DANTE, L. R. *Projeto Teláris Matemática: Ensino Fundamental II*. São Paulo: Editora Ática, 2015. Citado na página 42.
- D'AQUINO, C. *E o que é a educação financeira?* 2010. Acesso em 21 de março de 2016. Disponível em: <<http://educacaofinanceira.com.br/index.php/escolas/conteudo/513>>. Citado na página 37.
- D'AQUINO, C.; CERBASI, G. *Educação Financeira: como educar seus filhos*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. Citado na página 29.
- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: UNICAMP, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- FLOR, L. D. A. *Discussões da Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2014. Citado na página 18.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2014. Citado na página 94.
- GALLAS, R. G. *A importância da Matemática Financeira no Ensino Médio e sua contribuição para a construção da Educação Financeira no cidadão*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. *Métodos de pesquisa*. [S.l.]: PLAGEDER, 2009. Citado na página 63.
- GIL, A. C. In: *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas, 2010. Citado na página 63.
- GONÇALVES, J. P. A história da matemática comercial e financeira. *Só Matemática*, 2007. Acesso em 15 de janeiro de 2016. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>>. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.
- GUIMARÃES, Y. A.; GIORDAN, M. Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores. *VIII Encontro Nacional De Pesquisa em Educação em Ciências*. Campinas, 2011. Acesso em 09 de abril de 2016. Disponível em: <http://pauling.fe.usp.br/textos/fp/fppdf/guimaraes_giordan-enpec-2012.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 20, 61, 62 e 64.
- GUIMARÃES, Y. A. F.; GIORDAN, M. Elementos para validação de sequências didáticas. *IX ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS*, 2013. Disponível em: <<http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/ixenpec/atas/resumos/R1076-1.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 62.
- HOLZMANN, R.; MIRALLES, M. The role, limits of, and alternatives to financial education in support of retirement saving in the oecd, eastern europe and beyond. *The World Bank*, Nov, 2005. Citado na página 31.
- I-TECH, I. T.; HEALTH, E. for. Guidelines for pre-and post-testing: Technical implementation guides [on line]. *University of Washington*, 2008. Disponível em: <http://www.go2itech.org/resources/technical-implementations-guides/2.TIG_Pre_Pos_Testes_A4.pdf>. Citado na página 64.
- IEZZI, G. et al. *Matemática: ciência e aplicações*. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. v. 3. Citado na página 49.
- IFRAH, G. *História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. Citado na página 22.
- LDB. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. 1996. Brasília. Citado na página 38.
- LEITE, T. C.; LEMES, A. R. P. Educação financeira. *Anuário da Produção de Iniciação Científica Discente*, v. 13, n. 21, p. 413–423, 2014. Acesso em 03 de abril de 2016. Disponível em: <<http://www.sare.anhanguera.com/index.php/anuic/article/view/7850/1948>>. Citado na página 19.
- MAROQUIO, V. S. *Formação Continuada de Professores de Matemática: Reflexões sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo a partir da implementação das diretrizes curriculares*. Dissertação (Mestrado) — IFES - Instituto Federal do Espírito Santo, 2014. Acesso em 24 de abril de 2016. Disponível em: <http://educimat.vi.ifes.edu.br/wp-content/uploads/2015/11/DISSERTA%C3%87%C3%83O_VANUSA_STEFANON.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 61.
- MARTINS, J. P. *Seu Futuro: Educação Financeira e atitudes para conquistar sua independência*. Paraná: Fundamento Educacional, 2011. Citado na página 36.

- MEC. *Estudantes aprenderão teoria e prática de finanças nas escolas*. 2015. Acesso em 22 de março de 2016. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/21095-estudantes-aprenderao-teoria-e-pratica-de-financas-nas-escolas>>. Citado na página 33.
- MÉHEUT, M. Teaching-learning sequences tools for learning and/or research. In: *Research and the quality of science education*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 195–207. Citado na página 62.
- MIZUKAMI, M. d. G. N. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986. Citado na página 55.
- MORGADO, A. C. et al. *Progressões e Matemática Financeira*. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 52.
- MUSEUM, M. M. *History of Mathematics*. 2000. Acesso em 04 de dezembro de 2015. Disponível em: <<http://minimathsmuseum.com.au/sumerian-mathematics>>. Citado na página 24.
- NAZARIO, P. et al. Educação financeira: um estudo aplicado ao ensino médio da rede pública do município de luiziana/pr. *TCC, Ciências Contábeis–FECILCAM*, 2011. Acesso em 04 de abril de 2016. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/nupem/anais_vi_epct/PDF/ciencias_sociais/18.pdf>. Citado na página 37.
- NEVES, E. B.; DOMINGUES, C. A. Manual de metodologia da pesquisa científica. *Rio de Janeiro: EB/CEP*, 2007. Citado na página 64.
- OCDE. *Financial Education Project*. 2004. Acesso em 20 de fevereiro de 2016. Disponível em: <<http://www.oecd.org/finance/financial-education/33865427.pdf>>. Citado na página 38.
- OCDE. *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*. 2005. Acesso em 20 de fevereiro de 2016. Disponível em: <<http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. São Paulo: Autêntica Editora, 2001. Citado na página 56.
- PAIVA, M. *Matemática: Paiva*. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- PETER, L. D.; PALMEIRA, E. M. Estudo sobre a inclusão da educação financeira como disciplina escolar a partir das séries iniciais. 2013. Acesso em 04 de abril de 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Eduardo_Palmeira/publication/236332274_ESTUDO_SOBRE_A_INCLUSO_DA_EDUCAO_FINANCEIRA_COMO_DISCIPLINA_ESCOLAR_A_PARTIR_DAS_SRIES_INICIAIS/links/00463517a8b239c16b000000.pdf>. Citado na página 30.
- RIBEIRO, J. *Matemática: ciência, linguagem e tecnologia*. São Paulo: Scipione, 2011. Vol. 2. Citado 3 vezes nas páginas 42, 43 e 49.
- ROBERT, J. *A origem do dinheiro*. São Paulo: Global, 1989. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 26.

- SAITO, A. T. *Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 30, 31 e 32.
- SAVOIA, J. R. F. et al. Paradigms of financial education in brazil. *Revista de Administração Pública*, SciELO Brasil, v. 41, n. 6, p. 1121–1141, 2007. Acesso em 10 de janeiro de 2016. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-76122007000600006>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 37.
- SCHNEIDER, I. J. *Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2008. Acesso em 20 de março de 2016. Disponível em: <<https://secure.upf.br/pdf/2008IdoJoseSchneider.pdf>>. Citado 4 vezes nas páginas 21, 22, 23 e 25.
- SECCO, R. L. et al. Importância da educação financeira na infância: uma revisão de literatura. *Observatorio de la Economía Latinoamericana*, Grupo Eumed. net (Universidad de Málaga), n. 203, 2014. Citado na página 29.
- SEDU, E. S. Guia de orientações para a intervenção pedagógica ensino médio. ANO II, 2010. Acesso em 23 de abril de 2016. Disponível em: <www.educacao.es.gov.br/download/guiaorientacoes2011ensmedio.pdf>. Citado na página 56.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, JSTOR, v. 15, n. 2, p. 4–14, 1986. Citado na página 59.
- SILVA, A. M. d. et al. Um estudo sobre a inserção da educação financeira como tema curricular nas escolas públicas brasileiras. *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Braga: APM*, p. 35–46, 2014. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_P1_53435ecb1c615.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 17, 30, 32 e 33.
- SILVA, A. M. da; POWELL, A. B. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 38.
- SILVA, B. H. d. *As Perspectivas CTS na formação inicial de professores de Química: construindo subsídios para uma ação didático-pedagógica inovadora*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2014. Citado na página 62.
- SILVA, M. N. da P. *Exercícios sobre Compras à Vista ou Parceladas*. 2016. Acesso em 20 de julho de 2016. Disponível em: <<http://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-compras-vista-ou-parceladas.htm>>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. São Paulo: Papyrus, 2001. Citado na página 56.
- SMITH, B. Oecd's financial education project: improving financial literacy and capability. In: *CANADIANS AND THEIR MONEY: A NATIONAL SYMPOSIUM ON FINANCIAL CAPABILITY. Proceedings... Ottawa*. Ottawa: [s.n.], 2005. Citado na página 32.
- SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. de S. V. *Matemática: Ensino Médio*. São Paulo: Saraiva, 2013. v. 3. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

SOUZA, D. P. D.; HORIZONTE, B. A importância da educação financeira infantil. 2012. Acesso em 24 de março de 2016. Disponível em: <<http://www.educacaofinanceira.com.br/tcc/importancia-da-educacao-financeira-infantil.pdf>>. Citado na página 33.

SOUZA, J. *Novo Olhar Matemática*. São Paulo: FTD, 2013. v. 2. Citado 5 vezes nas páginas 40, 43, 46, 109 e 110.

TORAETE, H. M. *Matemática Financeira: um conhecimento importante para os estudantes e seu futuro*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Acesso em 02 de dezembro de 2015. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/888/2011_00665_HENRIQUE_MATSUMOTO_TORAETE.pdf?sequence=1>. Citado na página 21.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Penso Editora, 1998. Citado 6 vezes nas páginas 20, 55, 56, 57, 58 e 64.

Apêndices

APÊNDICE A

Pré-Teste



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE "DARCY RIBEIRO"
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Mestranda Pesquisadora: Margareth Brandão Mendes Silva

Orientador: Mikhail Petrovich Vishnevsvii

Aluno: _____

Série/Turma: _____



PRÉ-TESTE – MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. (OBMEP – Banco de questões) O preço de certa mercadoria sofre anualmente um acréscimo de 100%. Supondo que o preço atual seja R\$ 100,00, qual o preço daqui a 3 anos?

- a. 300,00 b. 500,00 c. 600,00 d. 800,00 e. 400,00

2. (ENEM – 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% sobre o ganho

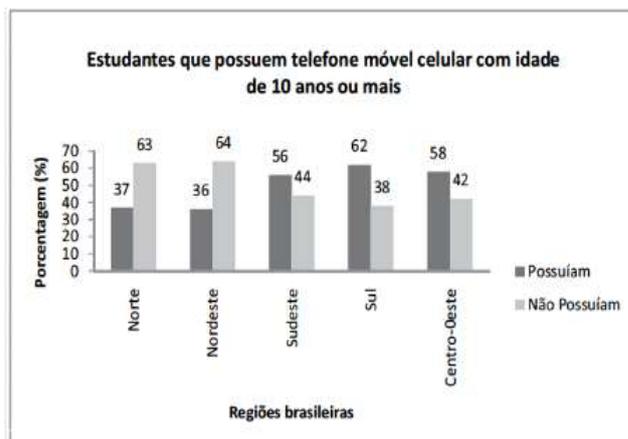
Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a. a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
b. a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
c. o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
d. o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
e. o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

3. (ENEM - 2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R\$ 21.000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
b) três meses, e terá a quantia exata.
c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 225,00.
d) quatro meses, e terá a quantia exata.
e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 430,00.

4. (ENEM - 2010) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios. Supondo-se que, no Sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?



(Fonte: IBGE)

- a. 5 513 b. 6 556 c. 7 450 d. 8 344 e. 9 536

5. (ENEM - 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços dos seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a. 15,00 b. 14,00 c. 10,00 d. 5,00 e. 4,00

6. (OBMEP – Banco de questões) O preço à vista de um eletrodoméstico é R\$ 350,00. Dando-se uma entrada de R\$ 80,00, o restante será pago com um cheque com vencimento para 3 meses depois da compra incluindo um acréscimo de juros simples de 4% ao mês. Qual será o valor do cheque, em reais?

- a. 270,00 b. 392,00 c. 302,40 d. 280,80 e. 32,40

Fonte das questões propostas:

<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/hk2r1zvm07k8k.pdf>

http://www.marcelocoser.com.br/2009-08-22_aula1-2.pdf

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=312>

APÊNDICE B

Pós-Teste



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE "DARCY RIBEIRO"

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Mestranda Pesquisadora: Margareth Brandão Mendes Silva

Orientador: Mikhail Petrovich Vishnevsvii

Aluno: _____

Série/Turma: _____



PÓS-TESTE - MATEMÁTICA FINANCEIRA

1) (ENEM 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$ 3 800,00 gerado pela aplicação. A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de:

- a) R\$ 4222,22.
- b) R\$ 4523,80.
- c) R\$ 5000,00.
- d) R\$ 13300,00.
- e) R\$ 17100,00.

2) (ENEM 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre.

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá:

- a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

3) (ENEM 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55000,00.

Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30000,00, e mais uma prestação de R\$ 26000,00 para dali a 6 meses.

Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20000,00, mais uma prestação de R\$ 20000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18000,00 para dali a 12 meses da data da compra.

Opção 4: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 15000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39000,00.

Opção 5: Pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor), em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo. Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção:

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

4) (ENEM 2004) Uma pesquisa sobre orçamentos familiares, realizada recentemente pelo IBGE, mostra alguns itens de despesa na distribuição de gastos de dois grupos de famílias com rendas mensais bem diferentes.

Tipo de despesa	Renda de até R\$ 400,00	Renda maior ou igual a R\$ 6 000,00
Habitação	37%	23%
Alimentação	33%	9%
Transporte	8%	17%
Saúde	4%	6%
Educação	0,3%	5%
Outros	17,7%	40%

Considere duas famílias com rendas de R\$ 400,00 e

R\$ 6 000,00, respectivamente, cujas despesas variam de acordo com os valores das faixas apresentadas. Nesse caso, os valores, em R\$, gastos com alimentação pela família de maior renda, em relação aos da família de menor renda, são, aproximadamente:

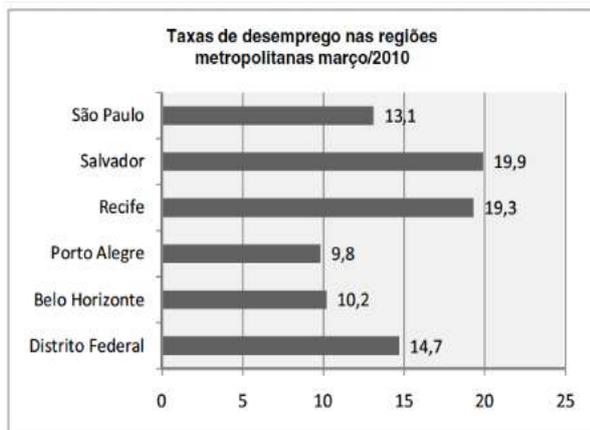
- a) dez vezes maiores.
- b) quatro vezes maiores.
- c) equivalentes.
- d) três vezes menores.
- e) nove vezes menores.

5) (ENEM 2010) Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior. Os conceitos são: insuficiente, quando o crescimento é menor que 1%; regular, quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; bom, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; ótimo, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e excelente, quando é maior ou igual a 20%. Essa empresa apresentou lucro de R\$132000,00 em 2008 e de R\$145000,00 em 2009.

De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado

- a) insuficiente.
- b) regular.
- c) bom.
- d) ótimo.
- e) excelente.

6) (ENEM 2010) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).



Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado)

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

- a) 24500.
- b) 25000.
- c) 220500.
- d) 223000.
- e) 227500.

Fonte das questões propostas:

http://www.marcelocoser.com.br/2009-08-22_aula1-2.pdf

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=312>

Anexos

ANEXO A

Sistema de Amortização

* Informações extraídas de [Souza \(2013, p. 81\)](#)

Em algumas situações, a indisponibilidade de capital para adquirir um bem pode levar um indivíduo a realizar um empréstimo; para sanar o compromisso, ele pode optar por diversas formas de pagamento. Ao efetuar os pagamentos parciais para saldar a dívida, ocorre sua amortização.

Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento (ou prestação) realizado corresponde ao juro e parte do capital (valor da dívida), sendo o juro calculado sobre o saldo devedor.

De maneira resumida, a prestação é dada por:

$$Prestação = Amortização + Juro$$

As maneiras de pagamento de uma dívida estão associadas a diferentes **sistemas amortização**. Nesse tópico será dado enfoque ao sistema Price ¹ ou Francês, em que o devedor paga o empréstimo em prestações fixas, sendo o número de prestações variável, de acordo com o contrato entre as partes (devedor e credor).

Para calcular o valor de cada prestação de um empréstimo no sistema Price, utiliza-se a seguinte fórmula.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-(n - t)}}$$

Nessa fórmula:

¹ O sistema Price foi desenvolvido e utilizado pela primeira vez na França, no século XIX. No entanto, foi concebido pelo economista e matemático inglês Richard Price (1723-1791), em que incorporou a teoria de juro composto às amortizações de empréstimos. Dessa maneira, recebeu a denominação de sistema Price ou ainda, "Tabela Price".

- P : valor da prestação
- c : valor do bem ou do empréstimo
- i : taxa de juro
- n : número de prestações

Exemplo

Paula fez um empréstimo de R\$ 3 000,00, que deve ser pago em 5 prestações mensais à taxa de juro de 2,5% a.m., no sistema Price. Utilizando a fórmula apresentada, pode-se calcular o valor de cada prestação:

- $c = 3000,00$
- $i = 2,5\% = 0,25$
- $n = 5$

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$P = \frac{3000 \cdot 0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-5}}$$

$$P = 645,74$$

Portanto, o valor de cada prestação é aproximadamente R\$ 645,74.

Em geral, no Sistema Price os pagamentos são parcelados, para tanto é conveniente construir um demonstrativo indicando a situação da dívida em cada período de tempo. Veja o demonstrativo em relação ao empréstimo feito por Paula.

Tabela 3 – Tabela Price

n	Pagamento	Juro	Amortização	Saldo devedor
0	-	-	-	3 000,00
1	645,74	75,00	570,74	2 429,26
2	645,74	60,73	585,01	1 844,25
3	645,74	46,11	599,63	1 244,62
4	645,74	31,11	614,63	629,99
5	645,74	15,75	629,99	0

Fonte:(SOUZA, 2013, p. 81)

ANEXO B

Conexão entre Juros e Funções

* Informações extraídas de [Dante \(2014, p. 25-26\)](#)

Consideremos uma dívida de R\$ 10 000,00 paga com juros de 40% ao ano.

1º) No sistema de **juros simples**, os juros são obtidos em função do tempo de aplicação, por meio da equação $j = 10000 \cdot 0,4 \cdot t$ ou $j = 4000 \cdot t$.

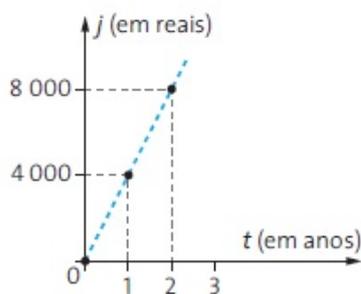
Essa função tem uma equação do tipo da função linear $f(x) = ax$, cujo gráfico é uma “reta” que passa pela origem. Observe a tabela e o gráfico correspondentes.

Tabela 4 – Função Linear

t	0	1	2	...
$j = f(t) = 4000t$	0	4 000	8 000	...

Fonte:([DANTE, 2014, p. 25](#))

Figura 7 – Gráfico - Função Linear



Fonte:([DANTE, 2014, p. 25](#))

2º) Ainda no sistema de **juros simples**, o montante é obtido em função do tempo e a equação dessa função é $M = 4000t + 10000$.

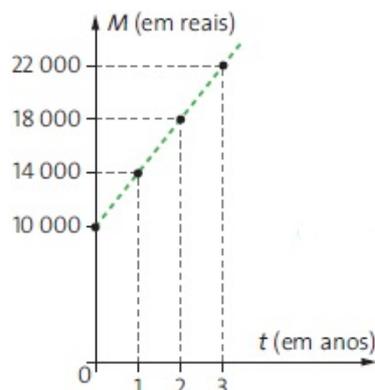
A função é do tipo função afim $f(x) = ax + b$, cujo gráfico é uma “reta” que passa pelo ponto (0, 10 000). Observe a tabela e o gráfico abaixo:

Tabela 5 – Função Afim

t	0	1	2	3	4	...
$M = g(t) = 4\,000t + 10\,000$	10 000	14 000	18 000	22 000	26 000	...

Fonte:(DANTE, 2014, p. 25)

Figura 8 – Gráfico - Função Afim



Fonte:(DANTE, 2014, p. 25)

3º) Já no sistema de **juros compostos**, o montante é obtido em função do tempo por meio da equação $M = 10\,000 \cdot 1,4^t$.

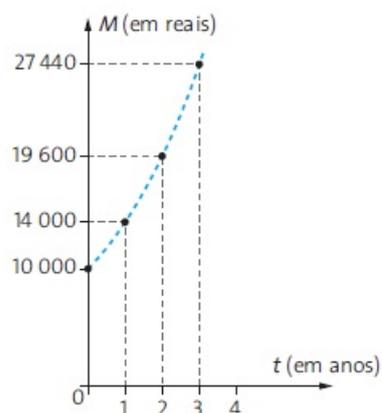
A função envolve uma variação do tipo exponencial $f(x) = a \cdot b^x$. Veja a tabela e o gráfico.

Tabela 6 – Função Exponencial

t	0	1	2	3	4	...
$M = h(t) = 10\,000 \cdot 1,4^t$	10 000	14 000	19 600	27 400	38 416	...

Fonte:(DANTE, 2014, p. 25)

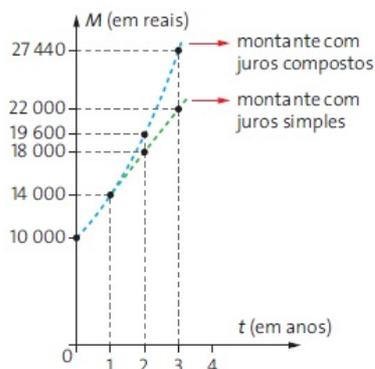
Figura 9 – Gráfico - Função Exponencial



Fonte:(DANTE, 2014, p. 25)

4º) Ao estabelecer uma comparação entre os gráficos dos itens 2º) e 3º) colocando-os em um mesmo sistema de eixos, verifique que a intersecção dos gráficos ocorre no ponto (1, 14 000).

Figura 10 – Gráfico Comparativo



Fonte:(DANTE, 2014, p. 26)

Isso significa que após o período, nesse caso um ano, os montantes a juros simples e a juros compostos coincidem. A partir desse ponto, o gráfico do montante a juros compostos está sempre acima do gráfico do montante a juros simples, ou seja, para qualquer valor de t (em anos), $t > 1$, o montante da dívida a juros compostos é maior do que o montante a juros simples.

ANEXO C

Leitura Complementar I

LEITURA COMPLEMENTAR I

* Texto recomendado na Proposta de Sequência Didática 4

Há 20 anos, arroz custava R\$ 0,64, e carro popular, R\$ 7.200; relembre

Sílvio Guedes Crespo

15/08/2014

O real completou no mês passado 20 anos em circulação. Em 1º de julho de 1994, quando a moeda foi lançada, o litro da gasolina custava R\$ 0,55, e a passagem de ônibus em São Paulo, R\$ 0,50.

Isso não quer dizer necessariamente que o brasileiro tenha perdido poder de compra. Ao contrário, muitos ganharam. O salário mínimo era de R\$ 64,79 em julho de 1994 e atualmente é de R\$ 724, ou seja, aumentou 1.017%. Já os preços ao consumidor subiram, em média, 362% no período, segundo o Índice oficial de inflação.

Relembre o preço de 14 produtos em 1994.

1. Arroz: R\$ 0,64 o quilo

O quilo de arroz custava R\$ 0,64 em julho de 1994, em São Paulo, segundo o Dieese (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos). Já o feijão saía por R\$ 1,11. Hoje, os produtos custam R\$ 2,57 e R\$ 3,81, respectivamente. Há 20 anos, o salário mínimo comprava 37 quilos de arroz e feijão; hoje, compra 113 quilos de cada.

2. Pão francês: R\$ 0,09

O pão francês saía, em média, por nove centavos cada unidade quando o real começou a circular, também de acordo com dados do Dieese. Hoje o produto é vendido por peso, e o quilo está cerca de R\$ 9,66 em São Paulo. Considerando que uma unidade pese 50 gramas, o pão francês está em torno de R\$ 0,50. O salário mínimo comprava 758 pães em 1994, e hoje compra 1.499.

3. Filé mignon: R\$ 6,80 o quilo

O preço do filé mignon subiu 438% desde julho de 1994, segundo o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Em uma busca em sites de supermercados, este blog encontrou filé fresco a R\$ 28,90 (o mais barato) e a R\$ 44,51 o quilo (o mais caro encontrado). Tirando a média e descontando a inflação, pode-se estimar que, em 1994 esse corte custava em torno de R\$ 6,80 o quilo. O salário mínimo comprava, portanto, nove quilos de filé mignon; hoje, compra 20.

4. Gol 1.0: R\$ 7.243

O modelo 1994 dos veículos: Escort Hobby 1.0 (R\$ 7.386 à época), o Gol 1.000 (R\$ 7.243), o Uno Mille (R\$ 7.254) e o Corsa Wind 1.0 (R\$ 7.350), eram os carros mais baratos da Ford, Volkswagen, Fiat e Chevrolet. Na média, esses quatro veículos custavam R\$ 7.308, ou 113 salários mínimos, em 1994. Atualmente, a versão mais simples dos modelos mais baratos de cada uma dessas montadoras custa, em média, R\$ 30.444, ou 42 salários mínimos.

5. Uísque Jack Daniel's: R\$ 33,50

As lojas Depósito Normal, em São Paulo, anunciavam o Jack Daniel's Tennessee Whiskey por R\$ 33,50 há 20 anos. No site do supermercado Extra, o produto aparece hoje por R\$ 99,65. O salário mínimo quase comprava duas garrafas no início do real e hoje compra sete.

6. Cinema: R\$ 5

O ingresso para o filme "Um tira da pesada 3", com Eddie Murphy, custava R\$ 5 no Shopping Iguatemi, em São Paulo, em um domingo à noite em 1994. Um salário mínimo comprava quase 12 ingressos. Hoje, no mesmo shopping e no mesmo horário, pode-se assistir a "Planeta dos macacos – o confronto", por R\$ 29 a entrada inteira. O atual salário mínimo adquire perto de 25 ingressos.

7. Show do Chitãozinho e Xororó: R\$ 15

Chitãozinho e Xororó, em agosto de 1994, fizeram um show no Palace, onde tocaram "Evidências" e "Fio de cabelo". O ingresso mais barato saiu por R\$ 15, e o mais caro, por R\$ 35. O salário mínimo dava para quatro pessoas na pista ou uma no camarote. A comparação de preço de shows é sempre imprecisa, pois, com o tempo, alguns artistas passam a valer mais, e outros, menos. Mas não custa informar que, em 9 de agosto deste ano, a dupla se apresentou no Espaço das Américas, na Barra

Funda, e o ingresso custou de R\$ 75 a R\$ 180. O salário mínimo atual compra nove entradas para o setor mais barato e quatro para o mais caro.

8. Ônibus: R\$ 0,29 a R\$ 0,54

Teresina e João Pessoa tinham o passe de ônibus mais barato entre as capitais do país em julho de 1994: R\$ 0,29. A passagem mais cara era em Brasília, R\$ 0,54. O salário mínimo comprava 129 passes em São Paulo e hoje, a R\$ 3, compra 241.

9. Gasolina: R\$ 0,55 o litro

O litro da gasolina estava R\$ 0,55, em média, nos postos de São Paulo no dia 18 de julho de 1994, segundo uma reportagem da Folha à época. O álcool saía por R\$ 0,44. Hoje, a gasolina está R\$ 2,815, e o etanol, R\$ 1,839. O salário mínimo, portanto, comprava 117 litros de gasolina e hoje compra 257.

10. Rodízio: R\$ 13 a R\$ 24

Uma refeição na churrascaria Fogo de Chão, em São Paulo, saía entre R\$ 13 e R\$ 24 por pessoa em 1994, segundo a Revista da Folha. O salário mínimo bancava, então, entre duas e cinco pessoas. Já no Almanara, gastava-se até R\$ 12 por pessoa, e no Bargaço, de R\$ 25 a R\$ 35. Hoje, o rodízio na Fogo de Chão está R\$ 112 por pessoa. O atual salário mínimo paga refeição para até seis pessoas na churrascaria.

11. Apartamento de três dormitórios: R\$ 94.340

Um apartamento estava sendo anunciado por R\$ 94.340, no dia 7 de agosto de 1994, o que dava 1.456 salários mínimos na época. O imóvel ficava no primeiro andar de um edifício no bairro do Morumbi, em São Paulo. Quem fechasse o negócio ganharia uma viagem para Nova York. A área somava 211 metros quadrados. O apartamento tinha três dormitórios (sendo uma suíte), varanda com churrasqueira e duas vagas na garagem. Hoje, fazendo uma busca no site Zap por apartamentos de três quartos (sendo uma suíte), com cerca de 200 metros quadrados de área, duas vagas, no mesmo bairro, surgiram 17 unidades cujos proprietários pedem entre R\$ 600 mil e R\$ 800 mil, o que dá algo entre 800 e 1.100 salários mínimos. Mas não é possível dizer se aumentou ou não poder de compra do salário mínimo em relação a imóveis apenas com esses dados, pois cada apartamento traz características muito peculiares, como a localização exata, a vista, as instalações do prédio, o andar etc.

12. Óculos Ambervision: R\$ 39,95

Os óculos Ambervision, produto que “bloqueia até 100% dos raios ultravioleta” e tem um “design avançado unissex”, custavam URV 39,95. Para quem nasceu depois, a URV, Unidade Real do Valor, era uma moeda imaterial que serviu para as pessoas irem se acostumando com o real antes de este ser lançado. As pessoas recebiam e pagavam em cruzeiros reais, mas o comércio informava também qual era o preço em URV, unidade que depois daria lugar ao real. Em tese, tudo o que custava URV 1 em 30 de junho de 1994 deveria passar a custar R\$ 1 a partir de 1º de julho. Mas vários comerciantes aumentaram os preços na virada do mês. Caso o Grupo Imagem Teleshop, responsável pelo Ambervision, não tenha sido um deles, o salário mínimo comprava apenas um óculos. Mas se ligasse “agora mesmo”, pagaria um e levaria dois. O Ambervision não existe mais.

13. Tele-Amizade: R\$ 3,49 por minuto

Em 1994, quem quisesse conhecer pessoas poderia ligar para o Tele-Amizade, pagando R\$ 3,49 por minuto (interurbano grátis). Com um salário mínimo, era possível falar durante 18 minutos. Hoje, as pessoas fazem amigos e marcam encontros pela internet, pagando um preço fixo pelo acesso, independentemente do tempo gasto.

14. Dólar: R\$ 1,00

O dólar era vendido a R\$ 1,00 em 1º de julho de 1994, pela Ptax, uma forma de calcular a cotação, elaborada pelo Banco Central. Exatos 20 anos depois, a moeda americana saía por R\$ 2,2054. No início do real, o salário mínimo valia US\$ 64,79. Hoje, está em US\$ 328,29. Aqui, cabe uma observação: o dólar também perde poder de compra com o tempo. Portanto, US\$ 64,79 há 20 anos valem mais do que os mesmos US\$ 64,79 hoje. Em outra ocasião, calculei o ganho do salário mínimo do Brasil convertido para dólares e descontando a inflação dos Estados Unidos.

ANEXO D

Leitura Complementar II

LEITURA COMPLEMENTAR II

* Texto recomendado na Proposta de Sequência Didática 5

Quanto custariam os carros mais populares do país sem impostos?

No Brasil, os impostos sobre veículos podem chegar a representar 54,8% do preço final
15 de fevereiro de 2016

Você sabe quanto paga de impostos hora na comprar automóveis no Brasil? Segundo dados da Anfavea (Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores), os impostos sobre veículos podem chegar a representar 54,8% do preço final. O percentual inclui as taxas de IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados), ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços) e PIS/Cofins, e outros tributos embutidos na cadeia produtiva, e pode variar de acordo com o motor e tipo de combustível do automóvel.

Em carros de motor 1.0 movidos a gasolina, a taxa é de 48,2%. Já carros de motor 1.0 a 2.0 do tipo flex, o imposto é de 52,3%. E nos carros 2.0, o percentual é de 54,8%. Abaixo, preparamos uma lista com os 10 carros mais populares do Brasil, segundo dados da Fenabrave (Federação Nacional da Distribuição de Veículos Automotores), e calculamos quanto custaria cada um sem impostos.

Os preços foram calculados de acordo com a tabela da Fipe (Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas), considerando o modelo de entrada dos automóveis, mas os valores podem variar de acordo com concessionárias e características dos veículos (como ar condicionado ou travas elétricas). Confira:

1. **Chevrolet Onix** - o mais vendido do país sairia de R\$ 33.739,00 para R\$ 16.094.
2. **Fiat Palio** - o veículo de R\$ 24.623,00 passaria para R\$ 11.746.
3. **Hyundai HB20** - de R\$ 36.614,00 para R\$ 17.465.
4. **Fiat Strada** - sem impostos, o Fiat sairia de R\$ 45.556,00 para R\$ 21.731.
5. **Ford Ka** - o carro teria seu preço de R\$ 39.170,00 reduzido para R\$ 18.685.
6. **Volkswagen Gol** - de R\$ 46.541,00 para R\$ 22.201.
7. **Fiat Uno** - o Uno deixaria de custar R\$ 31.467,00 para ser vendido a R\$ 15.010.
8. **Volkswagen Fox** - o Fox de R\$ 39.936,00 custaria R\$ 19.050.
9. **Renault Sandero** - de R\$ 33.175,00 para R\$ 17.185.
10. **Chevrolet Prisma** - o carro sairia de R\$ 39.686,00 para R\$ 18.931.

Fonte: <http://www.administradores.com.br/noticias/economia-e-financas/quanto-custariam-os-carros-mais-populares-do-pais-sem-impostos/108325/>