

RACKEL DE CARVALHO TEIXEIRA

**UMA MANEIRA DINÂMICA DE
APRENDER ÁREA E PERÍMETRO DE
FIGURAS PLANAS A PARTIR DE
SITUAÇÕES CONCRETAS E LÚDICAS**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Junho 2018

RACKEL DE CARVALHO TEIXEIRA

UMA MANEIRA DINÂMICA DE APRENDER
ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS A
PARTIR DE SITUAÇÕES CONCRETAS E LÚDICAS

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Rigoberto Gregório Sanabria Castro

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Junho 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT / UENF**

65/2018

Teixeira, Rackel de Carvalho

Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas / Rackel de Carvalho Teixeira. – Campos dos Goytacazes, 2018.

120 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2018.

Orientador: Rigoberto Gregorio Sanabria Castro.

Área de concentração: Matemática.

Bibliografia: f. 91-94.

1. GEOMETRIA 2. ÁREA DE FIGURAS PLANAS 3. MEDIDAS DE PERÍMETRO 4. MATEMÁTICA – ESTUDO E ENSINO 5. MATERIAL DIDÁTICOI. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

CDD 516

RACKEL DE CARVALHO TEIXEIRA

UMA MANEIRA DINÂMICA DE APRENDER
ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS A
PARTIR DE SITUAÇÕES CONCRETAS E LÚDICAS

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 27 de Junho de 2018.



Profª. Arilise Moraes de Almeida Lopes

D.Sc. - IF Fluminense



Prof. Nelson Machado Barbosa

D.Sc. - UENF



Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

D.Sc. - UENF



Prof. Rigoberto Gregório Sanabria Castro

D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

A Deus, a minha família e ao meu esposo Mauro que sempre me apoiaram nos momentos mais difíceis da minha vida.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos

A Deus por ter me dado a vida, pelo amor incondicional, por me sustentar e fortalecer sempre.

Ao meu amado esposo Mauro por todo o amor, carinho, cuidado e incentivo durante todos os momentos, não permitindo que eu desanimasse.

A minha irmã Ruth Helena, as minhas filhas Renata, Carla e Amanda, ao meu genro Paulo e aos meus pais, meus agradecimentos pela presença constante, pelo incentivo e amor sem limites. Obrigada por acreditarem em mim e por sempre estarem ao meu lado e por terem me ajudado tanto nessa caminhada.

Aos meus amigos, por suas orações, pela força e por torcerem para que tudo desse certo. Em especial a minha amiga Tuane, pelo auxílio em momentos difíceis.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rigoberto, por sua dedicação e competência. Obrigada por toda a contribuição.

A todos os professores do PROFMAT/UENF por terem fragmentado sua sabedoria e dedicação não só a mim, mas a cada aluno durante toda a jornada.

Aos colegas de curso, pelo companheirismo nesta caminhada.

À sociedade Brasileira de Matemática-SBM, pelo oferecimento deste curso.

À coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal e de Nível Superior-Capes, pela concessão da bolsa de estudos.

A todos aqueles que colaboraram e auxiliaram com críticas construtivas que possibilitaram o meu crescimento durante a realização deste trabalho, meus agradecimentos.

Eu te amo, ó Senhor, minha força.

Salmo 18: 1

Resumo

O presente estudo objetiva abordar assuntos de geometria trabalhados por meio da utilização de material concreto e lúdico em turmas do ensino fundamental e médio, apontando as condições para a realização de uma avaliação acerca do trabalho envolvendo a utilização desses materiais. Considerando as dificuldades identificadas no ensino-aprendizagem, realizou-se uma análise a fim de traçar estratégias significativas no processo de ensino para intensificar a aquisição do conhecimento dos educandos, auxiliando dessa forma, o trabalho dos docentes. Além disso, a pesquisa tem o intuito de verificar aspectos relevantes sobre a utilização de atividades a partir de um procedimento metodológico inovador e criativo. A pesquisa tenciona também desenvolver habilidades para calcular a área de figuras planas e compreender a importância de área no cotidiano, demonstrando as contribuições de uma metodologia motivadora que proporcione uma melhor compreensão de determinados conceitos geométricos, possibilitando assim, uma aprendizagem eficiente e expressiva. Dessa forma, tendo em vista atingir esse propósito, foram utilizadas como instrumentos de coleta de dados as seguintes avaliações diagnósticas: pré-teste, pós-teste, quatro atividades de uma sequência didática e dois jogos aplicados durante o período de agosto de 2017 a março de 2018, em uma escola pública da cidade de Bom Jesus do Itabapoana, RJ. A priori, através das atividades destinadas a essa pesquisa, propomos a inserção, no ensino de figuras planas, de materiais didáticos manipuláveis para tornar viável o ensino dos principais conceitos de medidas de perímetro, área de figuras planas e da circunferência, fazendo com que o educando se aproprie do conhecimento de forma considerável não só na escola como em toda a sua vida cotidiana; tornando-se, pois, um estudante que apreende o conteúdo estudado de forma mais significativa e prazerosa.

Palavras-chaves: geometria, área, perímetro, figuras planas, concreto, lúdico.

Abstract

The present study aims to address issues of geometry worked through the use of concrete and play material in middle and high school classes, pointing out the conditions for an evaluation about the work involving the use of these materials. Considering the difficulties identified in teaching learning, an analysis was carried out in order to draw meaningful strategies in the teaching process to intensify the acquisition of knowledge by the students, thus helping the work of the teachers. In addition, the research aims to verify relevant aspects about the use of activities from an innovative and creative methodological procedure. The research also intends to develop the skills of calculate the area of flat figures and to understand the importance of this area in everyday life, demonstrating the contributions of a motivating methodology whose can provides a better understanding of certain geometric concepts, thus enabling an efficient and expressive learning. Thus, in order to achieve this purpose, the following diagnostic evaluations were used as instruments of data collection: pre-test, post-test and four didactic sequence activities and two games applied during the period from August 2017 to March 2018, at a public school in the city of Bom Jesus do Itabapoana, RJ. First of all, through the activities aimed at this research, we propose the insertion, in the teaching of flat figures, of manipulative didactic materials to make feasible the teaching of the main concepts of perimeter measures, area of plane figures and circumference, making the educator appropriates knowledge in a considerable way not only in school but also in his daily life; thus becoming a student who apprehends the content studied in a more meaningful and enjoyable way.

Key-words: geometry, area, perimeter, flat figures, concrete, playful.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Área do Retângulo	43
Figura 2 – Área do quadrado	43
Figura 3 – Área do triângulo	44
Figura 4 – Área do paralelogramo	45
Figura 5 – Área do losango	46
Figura 6 – Área do trapézio	47
Figura 7 – Perímetro do trapézio	48
Figura 8 – Comprimento da circunferência	51
Figura 9 – Área do círculo	52
Figura 10 – Questão 1 do teste	57
Figura 11 – Questão 2 do teste	58
Figura 12 – Questão 2 do teste	58
Figura 13 – Questão 3 do teste	59
Figura 14 – Questão 4 do teste	59
Figura 15 – Questão 5 do teste	60
Figura 16 – Atividade I	69
Figura 17 – Atividade I	70
Figura 18 – Atividade I	71
Figura 19 – Revisando área	72
Figura 20 – Realizando recortes	73
Figura 21 – Relatório do aluno	74
Figura 22 – Atividade III	76
Figura 23 – Alunos escrevendo os fatos	76
Figura 24 – Relatório do aluno	77
Figura 25 – Alunos realizando medidas	78
Figura 26 – Alunos realizando medidas	79
Figura 27 – Alunos escrevendo fatos	79
Figura 28 – Relatos dos alunos	80
Figura 29 – Divertimento	83
Figura 30 – Alunos jogando	83
Figura 31 – Relatório de aluno	84

Figura 32 – Alunos realizando tarefas do jogo	85
Figura 33 – Alunos estudando e se divertindo	86
Figura 34 – Alunos jogando	87
Figura 35 – Relatório de aluno	88

Lista de tabelas

Tabela 1 – Cronograma com as etapas de investigação	54
Tabela 2 – Respostas da turma 1001	56
Tabela 3 – Respostas da turma 1002	56
Tabela 4 – Respostas da turma 1001	57
Tabela 5 – Respostas da turma 1002	57
Tabela 6 – Total de Alunos que acertaram os problemas do pré-teste	60
Tabela 7 – Resultados da atividade II na Turma 1001	75
Tabela 8 – Resultados da atividade II na Turma 1002	75
Tabela 9 – Resultados da atividade III na Turma 1001	77
Tabela 10 – Resultados da atividade III na Turma 1002	78
Tabela 11 – Resultados da atividade IV na Turma 1001	81
Tabela 12 – Resultados da atividade IV na Turma 1002	81

Lista de quadros

Quadro 1 – Ficha técnica das atividades das turmas 1001 e 1002	61
--	----

Lista de abreviaturas e siglas

PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RJ	Rio de Janeiro
GPS	Sistema de Posicionamento Global

Lista de símbolos

–	Subtração
+	Adição
÷	Divisão
×	Multiplicação
=	Igual
π	Pi

Sumário

Introdução	18	
1	REFERENCIAL TEÓRICO	23
1.1	O Ensino de Geometria	23
1.2	O Currículo Mínimo Escolar	28
1.3	Os Parâmetros Curriculares Nacionais	31
1.4	Materiais Concretos e Recursos Lúdicos	33
1.4.1	Materiais didáticos manipuláveis	33
1.4.2	Jogos	34
1.5	Medidas	37
1.6	Resolução de Problemas	38
2	ÁREA E PERÍMETRO DE ALGUMAS SUPERFÍCIES POLIGONAIS	41
2.1	Área e Perímetro do Retângulo	42
2.2	Área e Perímetro do Quadrado	43
2.3	Área e Perímetro do Triângulo	44
2.4	Área e Perímetro do Paralelogramo	45
2.5	Área e Perímetro do Losango	46
2.6	Área e Perímetro do Trapézio	47
2.7	Reconhecimento do Número π (pi)	48
2.7.1	Comprimento da Circunferência	50
2.7.2	Área do Círculo	52
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	53
3.1	Instrumentos, campo e caracterização dos sujeitos da Pesquisa	54
3.2	Elaboração e distribuição do questionário	55
3.3	Elaboração e aplicação do pré-teste	56
3.3.1	Análise do Resultado Obtido no Pré-teste	60
3.4	Sequência didática para ser aplicada nas turmas 1001 e 1002	61
3.4.1	Atividade I - Descobrimo o valor do número pi	62
3.4.2	Atividade II - Trabalhando Área	63
3.4.3	Atividade III - Trabalhando Área e Perímetro	64
3.4.4	Atividade IV - Trabalhando Área com Material Concreto	64
3.4.5	Atividade V - Jogos aplicados: Dominó e Twister	65

4	DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE DOS DADOS	68
4.1	Aplicação da Sequência Didática nas turmas	68
4.1.1	Atividade I - Primeira etapa com duração de 50 minutos	68
4.1.2	Atividade I - Segunda etapa – Duração: 50 minutos	69
4.1.3	Análise dos Resultados Obtidos na atividade I	71
4.1.4	Atividade II	72
4.1.5	Análise dos Resultados Obtidos na atividade II	73
4.1.6	Atividade III	75
4.1.7	Análise dos Resultados Obtidos na Atividade III	77
4.1.8	Atividade IV	78
4.1.9	Análise dos Resultados Obtidos na atividade IV	80
4.1.10	Atividade V	82
4.2	Análise dos Resultados Obtidos nos jogos	88
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
	REFERÊNCIAS	92
	APÊNDICES	96
	APÊNDICE A – PRÉ-TESTE	97
A.1	Pré-teste	98
	APÊNDICE B – ATIVIDADE 1: DESCOBRINDO O VALOR DO NÚMERO PI	99
B.1	Ficha de atividades 1	100
	APÊNDICE C – ATIVIDADE 2: TRABALHANDO ÁREA	101
C.1	Ficha de atividades 2	102
	APÊNDICE D – ATIVIDADE 3: TRABALHANDO ÁREA E PE- RÍMETRO	103
D.1	Ficha de atividades 3	104
	APÊNDICE E – ATIVIDADE 4: TRABALHANDO ÁREA COM MATERIAL CONCRETO	106
E.1	Ficha de atividades 4	107
	APÊNDICE F – TRABALHANDO COM JOGOS EM SALA DE AULA	109

F.1	Ficha de atividades 5	110
APÊNDICE G	– ATIVIDADE 5B: TRABALHANDO COM JO- GOS	113
G.1	Ficha de atividades 5	114
APÊNDICE H	– ATIVIDADES: REVISANDO ÁREA	117
H.1	Ficha de atividades de Revisão	118
	 ANEXOS	 119

Introdução

“O conhecimento pronto estanca o saber e a dúvida provoca a inteligência.” [Vygotsky \(1987\)](#).

Os caminhos trilhados na educação muitas vezes são capazes de amplificar o olhar do professor em direção ao discente, vislumbrando-o como ser capaz de não apenas condensar os saberes, mas reconstruí-los no mundo. As palavras de Vygotsky e de outros pensadores alicerçam o estilo de vida e de trabalho de muitos docentes de forma que podem pôr em prática uma parte dos ideais desses grandes pensadores em sala de aula. Assim, os objetivos de trabalho desses professores convergem para uma linha de pensamento, a qual traz em si o propósito desta pesquisa que, conforme as próprias palavras de Vygotsky, seria despertar a vontade de aprender no aluno. À vista disso, o educando se tornaria um coautor do seu próprio conhecimento.

Paralelamente a essa visão, o tema desta pesquisa partiu da necessidade de aprimoramento do trabalho docente envolvendo assuntos de geometria em sala de aula, uma vez que se faz mister repensar as práticas pedagógicas no ensino desta. De acordo com as orientações curriculares nacionais:

... a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume e nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”) [\(BRASIL... , 2016\)](#).

Essa pesquisa foi motivada pelo desejo da pesquisadora de encontrar formas dinâmicas de trabalho em sala de aula capazes de estimular o aprendizado de matemática, com ênfase no ensino de geometria.

Para aperfeiçoar as aulas, a professora pesquisadora teve a oportunidade de conhecer o projeto do governo do estado do Rio de Janeiro, curso de formação continuada para professores da rede pública. Este faz uso de dinâmicas nas quais se utilizam atividades concretas visando à melhoria de ensino em sala de aula. Esse curso foi oferecido a professores da rede pública que desejassem fazê-lo e nele era sugerido que fossem trabalhados

nas aulas os conteúdos utilizando materiais palpáveis com muita criatividade.

Assim sendo, definiu-se como objetivo geral deste trabalho desenvolver habilidades dos alunos para calcular a área de figuras planas, cálculo de perímetro e compreender a importância de área e perímetro no cotidiano. A princípio, dada a sua dimensão e importância, este estudo aborda esse assunto de geometria trabalhado por meio da utilização de material concreto.

Dessa forma, os alunos despertam o gosto por atividades matemáticas através de detalhes relacionados a sua realidade de vida. Além disso, essa maneira de trabalho vem ao encontro das ideias de [Vigotski \(2007\)](#).

Portanto, o educador deve reconhecer que é mais fácil estimular o aprendizado do aluno através de tudo o que está ao seu redor, ou seja, do que está relacionado com o seu dia a dia. Isso denota também que a forma como lidar com o educando necessita partir do pressuposto de que o professor também aprende ao transmitir conhecimento. Desde o início, seguir essa linha de pensamento traz grandes benefícios ao ensino-aprendizagem. É importante que todo docente tenha conhecimento a respeito da literatura da qual se extraem pensamentos como "O uso de meios artificiais – a transição para a atividade mediada - muda, fundamentalmente, todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar"([VIGOTSKI, 2007](#)).

Ademais, o recurso didático enfatizado nessa pesquisa vem ratificar as diversas falas de [Fiorentini e Miorim](#), como bem atesta o excerto seguinte:

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um "aprender" significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade ([FIORENTINI D.; MIORIM, 1993](#)).

De acordo com esses pensadores, o professor tem a incumbência de aguçar a inquietude do educando e provocar-lhe o pensamento intuitivo da dúvida e dos questionamentos que conduzem ao raciocínio lógico e ao conhecimento em geral. Para ele, o professor deve ter o papel primordial de conduzir o educando ao aprendizado significativo.

Paralelamente a isso, a pesquisadora demonstra neste trabalho que o educador deve procurar os objetos cognoscíveis, ou seja, o professor precisa conduzir o ensino a partir daquilo que o aluno conhece e que faz parte do seu meio. Segundo [Lorenzato \(2006b\)](#) o material manipulável "pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático".

Dessarte, a aprendizagem será bastante significativa para o aluno. De fato, pode-se afirmar que, ao ensinar assuntos de geometria utilizando materiais encontrados próximos

ao ambiente em que o aluno vive, o professor está seguindo essa linha de pensamento, uma vez que o educando manipula objetos do seu dia a dia e é estimulado a raciocinar para chegar ao conhecimento dos conceitos.

Aliado ao trabalho com material concreto, estimular o pensamento e o raciocínio lógico para resolução de problemas, o professor deve priorizar também a prática pedagógica que utiliza jogos matemáticos, visto que essa forma de ensino pode motivar o aprendiz, conforme afirma [Oliveira \(2007\)](#). Portanto, haveria uma grande estimulação do pensamento caso o professor procurasse outras formas de trabalho para despertar o interesse do educando. Uma dessas formas seriam atividades lúdicas introduzidas no processo de ensino, uma vez que elas criam no aluno satisfação, independência, desenvolvimento da autoestima e maior capacidade de solidariedade:

Atividades lúdicas são atividades que geram prazer, equilíbrio emocional, levam o indivíduo a autonomia sobre seus atos e pensamentos, e contribuem para o desenvolvimento social. O conceito de atividades lúdicas está relacionado com o ludismo, ou seja, atividade relacionadas com jogos e com o ato de brincar, utilizando variados recursos; tais como livros, jogos com materiais manipuláveis e digitais. [...] ([ARAUJO, 2000](#)).

Isto posto, a fim de que outros profissionais da educação possam não só utilizar os métodos adotados nessa pesquisa como também aprimorá-los, pretende-se mostrar algumas atividades que podem ser aplicadas aos alunos e que, provavelmente, poderão trazer resultados bastante satisfatórios para a vida escolar destes.

Sabe-se que os conhecimentos geométricos têm grande relevância na formação dos indivíduos visto que as constituições geométricas estão presentes em praticamente tudo ao nosso redor: objetos, artes, arquitetura, natureza etc. Assim, através de atividades práticas e objetos encontrados no dia a dia, o professor pode mostrar ao aluno o valor da geometria nos mais variados campos da vida humana.

Nesse sentido, tornou-se interessante e viável para a pesquisadora introduzir um método de trabalho na sala de aula que mostrasse ao aluno o valor da geometria por meio da aplicação de dinâmicas que estimulassem o raciocínio a partir da utilização de material didático manipulável.

Tendo em vista os obstáculos encontrados devido à falta de infraestrutura física e virtual, como computadores e internet, na escola onde a pesquisa foi realizada, buscou-se trabalhar da melhor forma possível introduzindo as atividades práticas, buscando substituir esses mecanismos didáticos por trabalhos manuais, lúdicos ou através de objetos a fim de conduzir o aluno ao raciocínio abstrato. Vale ressaltar que esses objetos são de fácil acesso, encontrados no próprio ambiente escolar.

É importante destacar também que alguns jogos utilizados nessas atividades foram criados através de adaptações feitas em outros já existentes como dominós, twister e etc.

Essas adaptações reforçam a parte teórica de certos assuntos de geometria fazendo com que o aluno reveja muitos conceitos estudados em anos anteriores.

Com o propósito de atingir o objetivo geral deste trabalho foram definidos os objetivos específicos a seguir:

Apresentar aos alunos situações e objetos do dia a dia que estão ligados a sua realidade, fazendo com que eles:

- comecem a pensar nas situações do cotidiano com uma abordagem Matemática;
- percebam que os conceitos de área e perímetro de figuras planas estão presentes ao nosso redor e em nosso cotidiano de uma forma bem natural;
- consigam ver utilidade no estudo da Matemática, bem como toda a parte geométrica.

É importante frisar que a escolha do tema para essa dissertação, “Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas”, baseou-se no pressuposto de que as dinâmicas de trabalho desenvolvidas levariam o educando a despertar um grande interesse por atividades que envolvessem diretamente as figuras planas. Ademais, a realidade atual leva-nos a buscar uma postura inovadora de ensino visto que a escola como um todo necessita de que esse aluno se torne aberto a atividades desafiadoras.

Com a finalidade de expor o desenvolvimento desta pesquisa, os capítulos foram detalhados da seguinte forma:

No capítulo 1, são apresentadas as fundamentações teóricas referentes ao ensino de Geometria, currículo mínimo escolar, Parâmetros Curriculares Nacionais, materiais concretos e recursos lúdicos, medidas e resolução de problemas.

No capítulo 2, encontram-se as fundamentações teóricas referentes a área de algumas superfícies poligonais, perímetro e o reconhecimento do número pi.

No capítulo 3, estão descritos os aspectos metodológicos da pesquisa e nele encontra-se uma breve exposição acerca do uso de material didático manipulável e recursos lúdicos, dando ênfase àqueles que foram selecionados para a implementação das atividades.

No capítulo 4, encontra-se a descrição da aplicação da sequência didática onde são expostos os dados obtidos a partir da análise das atividades feitas com os alunos, das respostas dos pré-testes e dos questionários aplicados aos alunos. Há também a exposição das etapas da sequência didática a serem aplicadas em cada atividade.

No capítulo 5, estão as considerações finais relacionadas à proposta do trabalho, à avaliação das conclusões obtidas, às dificuldades encontradas e às sugestões para

possíveis aplicações posteriores. Ao final, encontram-se a lista de referências bibliográficas e os apêndices.

Capítulo 1

Referencial Teórico

1.1 O Ensino de Geometria

A matemática obteve um conceito mais amplo a partir das ideias construtivistas surgidas por volta da década de 60. Foi nessa época que os estudos comprovaram que aprender a aprender os conceitos matemáticos seria a forma mais significativa de aprendizagem e apreensão dos conhecimentos, uma vez que o erro se tornou uma peça fundamental para adquiri-los. Essa nova visão dos conhecimentos matemáticos foram correntes defendidas por pensadores, sendo denominada tendência socioetnicocultural. Assim, o conhecimento deixou de ser considerado um modelo pronto para se tornar um caminho mais construtivo de forma que o aluno alcançasse o conhecimento através da busca pelo saber. O excerto abaixo corrobora essa visão.

Foi a partir da década de 60 e 70, que, no Brasil, começa a influência das ideias construtivistas, concebendo a Matemática como uma construção humana. Os conteúdos se tornaram meios úteis, mas não indispensáveis, para a construção das estruturas básicas da inteligência. O importante é aprender a aprender e, nessa medida, o erro passa a ter valor. A partir da década de 60, apoiada nos estudos de Freire, surge à tendência socioetnicocultural, e, em Matemática, decorrente desse modelo, destaca-se a Etnomatemática (FIORENTINI, 1995).

A partir das ideias Freireanas, é possível entender a tendência construtivista no ensino de forma a alcançar progresso na aprendizagem em diversas áreas do conhecimento. Nesse sentido, a Geometria é uma delas e, especificamente, inserir nas aulas assuntos relacionados às figuras planas trabalhados a partir dos pensamentos de Freire, é presumível perceber que traz ótimos resultados. Logo, é possível afirmar que, ao introduzir esse conteúdo por meio de material concreto, o professor estaria mostrando ao aluno um saber prático e dinâmico e, portanto, um conhecimento que conduziria esse aluno ao aprender a aprender.

Todavia, ainda nos dias de hoje, o ensino de Geometria apresenta uma abordagem tradicional com poucos aspectos motivadores para o educando, tendo em vista a pouca eficácia dos métodos de ensino adotados atualmente. É importante frisar que os problemas

relacionados à aprendizagem de assuntos ligados à Geometria, como por exemplo, o trabalho com figuras planas, apresentam diversas causas, entre elas está a inaptidão do professor nessa área do ensino que, por causa desse despreparo, prefere deixar de lado o ensino de Geometria.

Dessa maneira, o estudante se deparará com inúmeras dificuldades decorrentes disso, sendo este impossibilitado de estabelecer uma relação entre a geometria prática trabalhada na escola elementar e a abordagem axiomática inserida no ensino secundário. Acerca dos problemas no ensino de Geometria, assim se manifesta Pavanello.

O ensino da Geometria numa abordagem tradicional enfrentou diversos problemas relacionados ao conhecimento do professor, aos métodos adotados, à dificuldade em se estabelecer uma relação entre a geometria prática trabalhada na escola elementar e a abordagem axiomática inserida no ensino secundário. Mais dificuldades são encontradas quando se insere programas nos quais a Geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. Grande parcela de professores de Matemática deixa o ensino da Geometria de lado pelo fato de não dominar o assunto (PAVANELLO, 1989).

Diante dessa realidade, a fim de amenizar alguns aspectos que interferem negativamente no ensino aprendido, como por exemplo o aspecto citado por Pavanello (1989), pode-se inserir à metodologia de ensino uma abordagem dos assuntos através do uso de material concreto ao introduzi-los na sala de aula. Uma das vantagens do uso do material tangível no ensino de geometria, especificamente, das figuras planas, consiste em facilitar o desenvolvimento do raciocínio dedutivo no educando.

Assim sendo, é imprescindível ao aluno o desenvolvimento da capacidade de dedução para concluir a resolução de um problema ou qualquer assunto que envolva o raciocínio lógico. À vista disso, percebe-se que o trabalho com material didático manipulável pode auxiliar grandemente esse crescimento cognitivo. Acerca do processo dedutivo, assim se manifesta Elon Lages.

Um dos maiores méritos educativos de Matemática é o de ensinar aos jovens que toda conclusão se baseia em hipóteses, as quais precisam ser aceitas, admitidas para que a afirmação final seja válida. O processo de passar, mediante argumentos logicamente convincentes, das hipóteses para a conclusão, chama-se demonstração e seu uso sistemático na apresentação de uma teoria constitui o método dedutivo (LIMA, 1999).

Portanto, o método dedutivo é bastante eficaz. Este trabalho, portanto, busca formas de aprimorar o método dedutivo citado por Elon, uma vez que, ao iniciar o ensino de perímetro e área de figuras planas com o auxílio de objetos encontrados no dia a dia do educando, o professor é capaz de conduzi-lo ao desenvolvimento da indução na qual o aluno parte de premissas verdadeiras para chegar a uma conclusão.

Assim, para melhorar a maneira de o aluno exprimir o raciocínio lógico matemático, é necessário que ele passe pelas etapas da argumentação e do desafio de encontrar explicações para as hipóteses formuladas por ele mesmo, durante esse processo investigativo, conforme explicita o trecho:

As habilidades cognitivas necessárias aos alunos de 5^a a 8^a séries do Ensino Fundamental, durante o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, devem permitir que eles formulem hipóteses, raciocinem dedutivamente, entendam o papel dos modelos matemáticos e, também, entendam a diferença entre definir e deduzir (PASSOS, 2000).

Desse modo, a literatura de Passos (2000) chama a atenção para aspectos relacionados ao raciocínio dedutivo. Logo, vale salientar que, se o uso do material tocável for estimulado nas séries iniciais, o aluno chegará ao segundo seguimento do ensino fundamental e ao médio com uma capacidade maior de dedução. Todavia, ao analisar a realidade atual das escolas, é possível afirmar que pode existir uma lacuna no ensino o qual deixou de estimular, por diversas razões, o raciocínio a partir de situações concretas.

À vista disso, o presente estudo demonstra que é possível resgatar essa experiência trazendo para outras séries mais adiantadas a estimulação do raciocínio dedutivo através do uso desses materiais de acordo com as palavras de Lorenzato (2006a), levando o aluno a reconhecer os conteúdos de geometria em seu cotidiano.

Para atingir esse objetivo, é fundamental levar ao conhecimento do aluno, logo nos primeiros assuntos de Geometria ensinados na sala de aula conforme explicita os PCN Brasil... (1998), as formas originais básicas além de enfatizar a importância da Matemática para esse estudo. Todavia, após essa importante tarefa, torna-se imprescindível, muitas vezes, sair da literatura clássica e mergulhar na realidade, a qual traz consigo uma espécie de Geometria prática do cotidiano.

É essencial, portanto, lê-se em Brasil... (1998) a importância de mostrar ao estudante a beleza da Geometria no dia a dia deste, conduzindo-o a perceber as várias formas geométricas ao seu redor as possíveis maneiras de aprender partindo da realidade desafiadora ao seu redor.

Assim, a Geometria pode ser considerada um instrumento de sucesso e aprendizagem para a vida assim como foi para nossos antepassados, conforme menciona Boyer (1974), que usavam seu intelecto dedutivo a fim de realizar medições e identificar ao seu redor as diversas formas geométricas que hoje conhecemos. Esses povos antigos não se preocupavam com as fórmulas, entretanto obtinham resultados satisfatórios por meio de observações e de experiências que partiam de situações concretas. Assim, a Geometria surgiu a partir de várias culturas antigas transformando-se em um conjunto de conhecimentos práticos sobre comprimento, área e volume, etc.

Vale frisar, portanto, que todo esse conhecimento geométrico surgiu de uma gama de situações concretas que, devido à necessidade do uso da Geometria na vida diária segundo [Gomes \(2014\)](#), chegou-se ao conhecimento acumulado que temos hoje. Esse avanço teve seu tratado como referência para o estudo de Geometria por diversos anos. Ponto importante a destacar refere-se ao avanço dos conhecimentos matemáticos no passado, uma vez que os estudos através dos povos antigos propiciaram o surgimento da Geometria através do pensamento crítico transformando assim o conhecimento matemático como noções de massa, velocidade que são grandezas e medidas.

Refletindo também sobre um passado mais recente, percebe-se que a necessidade do conhecimento de Geometria torna-se tão imprescindível na vida que, a falta dele prejudicou até mesmo soldados durante o preparo militar, pois encontravam dificuldade em acertar o alvo. Devido a esse fato, foram criadas no Brasil, a partir de 1648, estratégias educacionais a fim de sanar esse problema. Logo, a necessidade de noções geométricas foi tão grande na área militar a ponto de ter sido incorporado esse conhecimento aos currículos oficiais em anos subsequentes, conforme esclarece Valente, no trecho.

No Brasil, a partir de 1648, os estudos de geometria foram alavancados pela necessidade de preparo militar, como mostra Valente (1999). Soldados sem conhecimento matemático apresentavam dificuldades em acertar alvos, realizar leitura de mapas e organizar o material de artilharia. Assim em 1699, é criada a aula especial de fortificações, com objetivo de ensinar a desenhar e a trabalhar no forte. Na década de 1730 o ensino militar tornou-se obrigatório a todo o oficial, há o registro do primeiro livro brasileiro sobre geometria - Exames de Artilheiros e Exames de Bombeiros ([VALENTE, 1999](#)).

Embora os conhecimentos de Geometria façam parte do ambiente circundante e tenha sido material importante da literatura do passado, sendo até mesmo introduzido como ensino militar obrigatório, ainda hoje, observa-se fatos que levam a crer que o seu ensino tenha permanecido em segundo plano nas escolas do Brasil. Ou seja, mesmo que seu estudo esteja inserido na Matemática desde os anos iniciais há muito tempo, de fato há ainda muitas dificuldades no ensino desse assunto já que isso trouxe consequências desastrosas ao ensino atual de matemática. À vista disso, percebe-se que ao professor de hoje, quando aluno, foi apresentado um ensino ineficiente de geometria, conforme explicita o trecho:

(...) um professor que enquanto aluno não aprendeu geometria, certamente desenvolverá uma atitude negativa em relação a ela e se sentirá inseguro para abordá-la em sala de aula. Tal fato, com certeza, terá repercussão negativa no processo de ensino-aprendizagem a que serão submetidas as crianças que estão começando um trabalho mais sistemático com a geometria, não lhes permitindo desenvolver suas habilidades referidas ([PAVANELLO, 2004](#)).

Para confirmar essa realidade preocupante, [Pavanello \(2004\)](#), em seu estudo, defende a tese de que não só a formação continuada do professor atuante foi precária como

também os alunos que se preparam para a docência encontram-se com defasagem no conhecimento geométrico. Assim sendo, essa realidade serve de campo de pesquisa para que intervenções possam ser feitas nas escolas públicas e avanços sejam promovidos nas metodologias de ensino.

Por essa razão, essa pesquisa pretende mostrar que a utilização do material didático manipulável no ensino de área e perímetro de figuras planas e outros conteúdos ligados à geometria seria uma das formas de amenizar esse quadro na medida em que coloca professor e aluno diante das experiências concretas nos assuntos de Geometria, diminuindo assim essa defasagem no conhecimento dessa disciplina, conforme ratifica o artigo:

No processo de ensino-aprendizagem tem-se constatado dificuldades de aprendizado em conteúdos onde não é possível presenciar o processo da forma que o mesmo acontece. Nesses casos cabe ao professor usar recursos que permitam ao aluno conhecer algo abstrato a perceber sua ligação com o real. Os métodos de ensino tradicionais baseado em quadro negro e aulas dialogadas podem tornar esse processo cansativo e desmotivar os alunos causando falhas no processo de ensino-aprendizagem (SANTANA; ALVES, 2009).

Todavia, em meio a esse aspecto negativo na formação dos professores de matemática, segundo Santana e Alves (2009). Entretanto, eis que a interação com a evolução tecnológica torna o docente mais preparado para trabalhar geometria com seus alunos segundo Ramos (2006), demonstrando esse ponto positivo no qual o profissional se vale da tecnologia para aprimorar seus conhecimentos de uma forma geral e nesse caso, esta trouxe-lhe crescimento dos conhecimentos de geometria.

Esse fato ganhou destaque a partir da década de 90 quando a tecnologia marcou o início dos trabalhos na área de informática, demonstrando primeiramente a vantagem na construção dos desenhos geométricos segundo afirma Pavanello (1989). Dessa forma, o desenvolvimento da informática foi capaz de facilitar o trabalho de professores propiciando um avanço na maneira de ensinar matemática, sendo, portanto, uma ferramenta imprescindível no ensino moderno de geometria.

À vista desse aspecto positivo proporcionado pelo surgimento da informática no cotidiano das pessoas, as considerações de Ramos (2006) demonstram o quanto o campo virtual auxilia o aprendizado ainda mais quando é organizado dentro de uma metodologia de ensino adequada. Essa dinâmica de crescimento cognitivo é válida tanto para professor quanto para alunos já que ambos se beneficiam ao interagir no ambiente tecnológico. Esse autor destaca o avanço no fragmento seguinte.

A Matemática é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos qualitativos e quantitativos da nossa realidade e ao lado de outras disciplinas, deve assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade cada vez mais permeada de novas tecnologias e possibilitar o ingresso de parcelas significativas a patamares mais elaborados do saber, atuando em uma sociedade complexa, utilizando os conhecimentos matemáticos de maneira vivas no seu cotidiano para fazer estimativas e previsões, ler, interpretar e organizar dados, tomar decisões baseadas em dados quantitativos

incompletos, aliadas a capacidade de resolver problemas, de trabalhar em grupo ou em equipes multidisciplinares, de expor suas ideias por escrito ou oralmente (RAMOS, 2006).

Em suma, diante de todos os aspectos levantados acerca da Geometria no ensino de Matemática atualmente e no passado, vale frisar que o ensino dessa parte tão essencial da Matemática deve ter seu início bem cedo segundo Lorenzato (2006a), quando se é criança a fim de evitar essas dificuldades que ora se apresentam aos docentes e discentes, trazendo como consequência a valorização dos cálculos e fórmulas em detrimento dos conhecimentos geométricos. Ou seja, iniciando bem cedo, o ensino de geometria auxiliará o educando a passar do espaço vivenciado ao espaço pensado, sendo inadmissível, portanto, que esta seja deixada de lado nas escolas.

Por conseguinte, diante de sua importância, a geometria trabalhada no ensino fundamental e médio deve ter como propósito proporcionar ao aluno um espírito crítico e participativo conforme o relato de Franco (2013). Isso ocorre no momento em que o professor conduz o estudante a pensar por si próprio ao vivenciar uma geometria dinâmica, que nem sempre se encontra presente nos materiais de apoio como por exemplo nos livros didáticos. É preciso, portanto, desmistificar as barreiras que prejudicam a aprendizagem de Geometria, mostrando ao aluno a Geometria viva, aquela que o aluno presencia sem saber que é um conteúdo do currículo escolar. Assim sendo, o professor deve sair da sala de aula e começar a mostrar a seus alunos as construções existentes para que estes observem seus traçados geométricos. Além das construções, o aluno também pode observá-las em obras de arte diversas, conforme corrobora o artigo:

Assim, com a intenção de proporcionar uma prática pedagógica contextualizada no Ensino Fundamental, uma alternativa viável é relacionar a Arte à disciplina de Matemática, por meio de uma proposta de trabalho em Geometria que leve os alunos a transcender o formalismo da apresentação de conteúdos. Para tal, amparou-se na seguinte questão norteadora de pesquisa: Como contribuir para promover o conhecimento matemático pela relação entre a Arte e a Matemática no ensino da Geometria, tendo as obras de Escher como recurso didático metodológico? (FRANCO, 2013).

1.2 O Currículo Mínimo Escolar

A Geometria é seguramente uma área importante da Matemática. Ao verificar que ela está presente ao nosso redor, é comum que esta faça parte da grade curricular das escolas. Os conteúdos de geometria elencados no currículo mínimo escolar têm o objetivo de levar o aluno a reconhecer os conceitos geométricos no mundo em que vive, estimulando-o à observação e análise de situações-problema.

Cabe ao professor, portanto, buscar formas que estimulem o discente a desenvolver a compreensão dos assuntos ligados à geometria, possibilitando ao aluno perceber que

a aprendizagem não acontece somente no espaço escolar, mas em todo o seu cotidiano, como bem esclarece o trecho seguinte.

No currículo de matemática, o ensino da Geometria tem papel de relevo, pois permite ao aluno compreender, descrever, representar e desenvolver a percepção de espaço do mundo em que vive. Além disso, propicia o interesse natural dos alunos ao ser abordado a partir de situações-problema, estimulando-os no desenvolvimento de sua capacidade de observação e análise do objeto de estudo. É imprescindível que o estudo da Geometria seja um fator de conexão entre o mundo físico e o conteúdo abordado em sala de aula e em outras áreas do conhecimento. Dessa maneira o professor pode explorar os conteúdos em obras de arte, desenhos, esculturas, artesanatos entre outros (BRASIL . . . , 1998)

Apesar de toda essa relevância da geometria em vários campos da vida cotidiana, a escola não oferece ainda um bom ensino de seus conteúdos ou até mesmo a deixa em segundo plano. Uma omissão referente à Geometria em diferentes níveis de ensino é comentada no trecho:

No segundo ciclo do ensino fundamental e no ensino médio, a Geometria também costuma ser relegada a um segundo plano em relação à álgebra. Finalmente, no ensino superior, nas carreiras de cursos de exatas, a Geometria é, muitas vezes, novamente relegada a um segundo plano em relação a “Cálculo Diferencial e Integral”, apesar de alguns cursos superiores apresentarem uma disciplina inicial de “Geometria Analítica e Vetores” de forma a “suavizar” esta ênfase (TEIXEIRA, 2008).

À vista desse problema, é necessário que se busque alternativas de ensino viáveis a fim de solucionar essa questão. Ademais, basta lermos os conteúdos listados no Currículo Mínimo para perceber a relevância do conhecimento de Geometria no ensino de Matemática durante a vida escolar do aluno. Comprovando essa importância, os conteúdos relacionados aos conhecimentos geométricos aparecem distribuídos da seguinte forma no Currículo Mínimo Escolar para o nono ano do Ensino Fundamental, por exemplo:

2º bimestre 9º ANO / ENSINO FUNDAMENTAL

Campo Geométrico - Teorema de Pitágoras

Habilidades e Competências

- Utilizar as relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

- Utilizar o Teorema de Pitágoras na dedução de fórmulas relativas a quadrados e triângulos equiláteros.

- Construir alguns números irracionais utilizando o Teorema de Pitágoras

3º bimestre

Campo Geométrico Razões trigonométricas no triângulo retângulo e Circunferência e círculo

- Compreender o conceito de razão trigonométrica a partir da semelhança de triângulos.

- Calcular o valor do seno, co-seno e tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

- Utilizar as razões trigonométricas para resolver problemas do cotidiano.

- Reconhecer e diferenciar círculo e circunferência, identificando seus elementos.

- Identificar o número (π).

4º bimestre

Campo Geométrico Polígonos regulares e áreas de figuras planas

- Calcular o perímetro de uma circunferência e a área de um círculo.

- Reconhecer polígonos regulares e suas propriedades.

- Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas.

Como se pode verificar nos conteúdos listados no Currículo Mínimo, os assuntos ligados à Geometria são bastante necessários. A contribuição desta na vida humana é tão significativa que diversos autores defendem seu lugar de destaque nos currículos escolares, uma vez que fica evidente que os conteúdos de geometria auxiliam o avanço da criatividade do aluno, desenvolvendo habilidades importantes, como por exemplo, capacidade de investigação e síntese, argumentação, resolução de problemas e exploração da realidade em que vive, conforme corrobora o excerto:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995).

Todavia, apesar de muitos reconhecerem a importância da Geometria e notarem a sua aplicabilidade na vida, a sua presença como conteúdo oficial nos currículos escolares não é uma garantia de que esta esteja sendo ensinada de maneira produtiva e interessante nas escolas. A literatura tem mostrado que a Geometria tem sido deixada para segundo plano muitas vezes na sala de aula, mesmo sendo parte expressiva na grade curricular de Matemática, como atesta o trecho:

Apesar dessas visões sobre a importância da Geometria e do seu ensino, o que perdurou, por muito tempo, nos currículos escolares de Matemática foi uma Geometria demonstrativa, carregada de axiomas, proposições, teoremas e demonstrações, tal como organizada em Os Elementos. Com a “reforma” ocorrida no período de 1960 e 1970, conhecida como “Movimento da Matemática Moderna”, pensou-se ter encontrado outra alternativa para o ensino da Geometria: a unificação da linguagem nas diferentes áreas da Matemática. Assim, o rigor das demonstrações geométricas foi praticamente abolido, mas a preocupação excessiva com a linguagem da teoria dos conjuntos acabou por comprometer ainda mais o ensino dessa área, acarretando sua supressão ou empobrecimento do conteúdo. O que atualmente ocorre em sala de aula pode ser ainda consequência dessa época (CRESCENTI, 2005).

1.3 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

As grandezas e medidas estão em nosso dia a dia, logo esse assunto e outros ligados à Geometria devem fazer parte do cotidiano escolar conforme preveem os PCN, os quais nos esclarecem o quão necessário é o estudo desses conteúdos escolares. Assim, é possível afirmar que esses conhecimentos destacados nos PCN podem ser considerados relevantes na vida em sociedade, pois dependemos deles em diversas situações do cotidiano.

Assim, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais [Brasil... \(2006\)](#), com a necessidade de retomar os conceitos de medida, o aluno deverá ser capaz de saber, por exemplo, quantas vezes é necessário aplicar uma determinada unidade de medida a fim de mensurar certo objeto. Ou seja, o aluno realizará um procedimento geométrico e outro aritmético.

Além das situações que envolvam essa comparação direta, é possível propor problemas partindo de situações concretas que exijam medir com base em alguma unidade de medida previamente estabelecida. É evidente, portanto, que para chegar a essa constatação, se o estudante vivenciar as situações, encontrará facilidade não só na assimilação do estudo de grandezas e medidas como também em sua aplicação na vida diária. Essa observação é ratificada no trecho seguinte extraído dos PCN.

No estudo dos conteúdos referentes a Grandezas e Medidas nos terceiro e quarto ciclos é preciso retomar as experiências que explorem o conceito de medida. Por exemplo, para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes ([BRASIL... , 1997](#)).

Dessa forma, os PCNs ([BRASIL... , 1998](#)), abordam o conteúdo em questão chamando-nos a atenção para a sua devida importância. Ademais, além do conteúdo grandezas e medidas ganhar destaque também nos descritores da prova Brasil e estar em evidência nos PCN, o que já seria motivo suficiente para que procurássemos formas dinâmicas que contribuíssem para elevar o nível do ensino nessas áreas, defrontamo-nos com situações desafiadoras para o trabalho do professor, uma vez que o Brasil se depara com o fracasso nas avaliações diagnósticas de matemática as quais apontam para o fato de que a Geometria tem sido pouco valorizada na escola.

Os PCNs ([BRASIL... , 1998](#)) trazem o conteúdo em questão no bloco temático Grandezas e Medidas, evidenciando a importância na aprendizagem da Matemática no segundo segmento do Ensino Fundamental. E a Matriz de Referência da Prova Brasil para

8ª série (9º ano) traz o bloco temático que trata em seus descritores da seguinte forma: D12- Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas e D13- Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. Mesmo assim, os resultados das avaliações apontam para o fracasso no ensino e aprendizagem da Matemática e principalmente a Geometria que tem ficado em segundo plano.

De mais a mais, diante desse quadro que se refere a importância dos PCNs (BRASIL..., 1998), somos levados a investigar formas de ensino relacionadas às possibilidades do uso de outros recursos que favoreçam a aprendizagem da Geometria, visando o aprimoramento desse conhecimento na escola. Assim, tanto os recursos lúdicos como o uso de material concreto, ao introduzir conteúdos na sala de aula, podem promover mudanças nas formas de ensinar e aprender esses conhecimentos, aproximando-os das experiências vividas pelos alunos na sociedade contemporânea.

Essa sondagem de novas formas de ensino como em citações de Moysés (2006), portanto, torna-se cada vez mais imprescindível para que os discentes compreendam os conceitos ligados à Geometria, evitando que estes levem para a vida um conhecimento pouco plausível capaz de fazer com que confundam, por exemplo, noções de área e perímetro além de outros equívocos.

À vista disso, faz-se mister redescobrir eficientes maneiras de ensinar os conceitos ligados à Geometria vem ratificar as falas de Ramos (2006), até porque, além das confusões entre os vários conceitos geométricos, o aluno não retém por muito tempo na memória certos conteúdos se estes não tiverem sido estudados de forma mais dinâmica. O trabalho com alunos tem revelado que o estudante que utiliza fórmulas mecanicamente acaba por esquecer posteriormente o conhecimento estudado na escola.

Diante disso, é muito importante que o professor encontre formas eficientes que ajudem o estudante a compreender a geometria, evitando que este apenas memorize certos procedimentos matemáticos. Esse aspecto importante pode ser observado nas orientações didáticas dos PCN. Nelas, há referência ao conceito de área e figuras planas além de outros conteúdos, mostrando a relevância do trabalho com dinâmicas envolvendo diversos materiais manipuláveis. Assim, ressaltamos os seguintes itens:

Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações; construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (BRASIL..., 1998).

Também faz parte das orientações didáticas listadas nos PCN o estudo do espaço e forma. Vale destacar que este põe em evidência nesse estudo a forma dinâmica com que deve ser trabalhado a partir de objetos do mundo físico, ou seja, introduzindo esses conceitos com auxílio de materiais concretos. Assim, lemos:

Ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos

e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável; obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (BRASIL..., 1998).

Ademais, as orientações fornecidas nos PCN, por diversas vezes, voltam-se para destacar a necessidade do trabalho com objetos palpáveis. Assim lemos:

Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas. Ainda que essas experiências possam ser aceitas como provas no terceiro ciclo, é necessário, no quarto ciclo, que as observações do material concreto sejam elementos desencadeadores de conjecturas e processos que levem às justificativas mais formais (BRASIL..., 1998).

1.4 Materiais Concretos e Recursos Lúdicos

1.4.1 Materiais didáticos manipuláveis

Os materiais didáticos são considerados excelentes ferramentas de apoio ao trabalho do professor segundo Lorenzato (2006c), visto que podem trazer bastantes benefícios ao processo de ensino-aprendizagem. De acordo com o objetivo de cada aula, os materiais didáticos podem apresentar diversos papéis, podendo auxiliar o discente na aprendizagem dos conteúdos propostos em aula. Dessa forma, materiais como calculadora, quadro, canetas de quadro, giz, livros e softwares são considerados materiais indispensáveis para o professor.

Todavia, o docente pode acrescentar a essa lista de materiais muitos outros dependendo de sua criatividade e desejo. Essa pesquisa traz como sugestões de ferramentas didáticas, além de softwares e jogos, materiais que sejam de fácil acesso a estudantes e professores como, por exemplo, bicicletas ou quaisquer objetos que apresentem formas geométricas necessárias à aula que possam ser úteis para facilitar a transição do concreto para o abstrato no ensino de conteúdos relacionados à Geometria. Sobre os materiais didáticos, assim afirma o trecho:

Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticas ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar...o fazer é mais forte que o ver ou ouvir...quaisquer que sejam as idades das pessoas, o que destrói a crença de que material didático manipulável só deve ser utilizado para ensinar crianças (LORENZATO, 2006c).

É importante frisar também que os materiais didáticos por si só não garantem uma aprendizagem eficiente segundo Lorenzato (2006c), visto que todo o andamento da aula

dependerá de como o professor a conduzirá ao utilizar essas ferramentas de apoio. Dessa forma, o docente precisa planejar bem suas aulas procurando meios de levar o aluno a abstrações e generalizações, à reformulação dos conceitos e ao raciocínio lógico matemático de forma que a aprendizagem se torne realmente significativa. Cabe, portanto, ao professor a tarefa de escolher os materiais mais adequados a fim de facilitar o desenvolvimento das habilidades do estudante.

Pensando no ensino de conteúdos ligados à Geometria, os materiais didáticos são de extrema necessidade visto que podem contribuir para que o aluno “passe do espaço vivenciado ao espaço pensado”, [Lorenzato \(2006c\)](#). Referindo-se especificamente ao assunto dessa pesquisa, pode-se considerar que os materiais didáticos palpáveis, os softwares e jogos farão com que o estudante elabore um espaço interior fundamentado em observações, manipulações de objetos que conduzirão ao raciocínio e apreensão dos conceitos geométricos. Ou seja, todo material didático dessa natureza facilitarão o processo de abstração dos conceitos, conforme cita a passagem:

O grande objetivo do ensino da geometria é fazer com que a criança passe do espaço vivenciado para o espaço pensado. No primeiro, a criança observa, manipula, decompõe, monta, enquanto no segundo ela operacionaliza, constrói um espaço interior fundamentado em raciocínio ([LORENZATO, 2006a](#)).

Atingir esse objetivo, portanto, requer do professor habilidade para conduzir o processo de ensino visto que muitos estudos comprovam que os alunos não entendem os conteúdos de Geometria. Nesse sentido, cabe ao docente introduzir os conteúdos da melhor forma visando conquistar uma aprendizagem efetiva. Muitas dessas pesquisas também indicam que a visualização pode melhorar o aprendizado, logo, a utilização do material didático tangível, dos jogos e softwares podem ser consideradas ferramentas interessantes capazes de ajudar a transformar esse quadro, conforme explicita [Moysés \(2006\)](#) ao mencionar a visão de Vygotsky acerca do ensino voltado para a compreensão:

Explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição. É buscar na estrutura cognitiva dos alunos as ideias relevantes que servirão como ponto de partida para o que se quer ensinar. É caminhar com base nessas ideias, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros mais sólidos e abrangentes. Nesta tarefa desempenham papel fundamental e exemplificação e o enriquecimento do que está sendo explicado com um número suficiente de informações ([MOYSÉS, 2006](#)).

1.4.2 Jogos

Os jogos sempre fizeram parte do ambiente educacional, entretanto não eram vistos como recurso pedagógico capaz de promover aprendizagem. Estes eram considerados apenas uma forma lúdica de distração ao passo que o ensino era tido como uma atividade séria. Todavia, no contexto educacional moderno, os jogos passaram a representar um

importante papel, fornecendo inúmeras contribuições ao processo de aprendizagem já que o objetivo da introdução do jogo no ensino consiste em fazer com que o educando goste de aprender os conteúdos segundo os comentários de Souza (2009) e, de forma lúdica, tenha seu interesse em adquirir conhecimento em sala de aula despertado.

É possível destacar, por meio de uma pesquisa sobre a existência dos jogos na história da humanidade, que há uma gama de jogos provindos de diferentes culturas. Logo, conceituar jogo seria uma tarefa inviável devido as várias possibilidades de definições ao longo do tempo. Dentre as inúmeras concepções elaboradas, encontra-se o conceito de jogo no excerto de Huizinga (1990), que busca defini-lo da seguinte forma:

O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segunda regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida cotidiana (HUIZINGA, 1990).

O jogo como ferramenta pedagógica era destinado inicialmente como distração de acordo com Huizinga (1990) e, um tempo depois, ao ensino; e esse objetivo foi transformado e passou a fazer parte da educação com o propósito de levar o aluno à disciplina, obediência e com o intuito de fazer o aluno memorizar certos conhecimentos. As áreas socioculturais, de psicologia e sociologia contribuíram para que o jogo passasse a ter um enfoque mais didático sendo visto como ferramenta pedagógica importante de acordo com Souza (2009).

Após esses e outros avanços na maneira de perceber o jogo como material de apoio no ensino é que chegamos até os dias de hoje tendo uma visão mais avançada a respeito de como a utilização do jogo pode melhorar a aprendizagem dos estudantes segundo Negrine (1995). Chegando aos dias atuais, com a reformulação de várias visões e conceitos e com o acréscimo de novas metodologias de ensino utilizando o jogo nas práticas pedagógicas, chegou-se à conclusão de que este pode contribuir para o avanço do aprendizado sendo mais uma nova maneira de ensinar. Dessa forma, o jogo ganhou grande interesse pedagógico e promoveu-se o seu uso em âmbito escolar como material didático de apoio.

Acerca dessa maneira de encarar o jogo como ferramenta pedagógica, assim se manifesta Souza:

Os jogos são um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático. Um de seus objetivos é fazer o aluno gostar de aprender matemática, despertando-lhe o interesse e mudando a rotina das aulas. Os jogos devem ser utilizados como recurso facilitador, auxiliando nas dificuldades que o aluno porventura possa apresentar em algum conteúdo (SOUZA, 2009).

Consequentemente, desde então, os jogos começaram a ser encarados como bom recurso pedagógico. Assim sendo, o jogo como ferramenta pedagógica, vem conquistando espaço na educação, tornando-se um material didático indispensável no processo de ensino-aprendizagem. Para que se chegasse a essa visão, com o passar do tempo, muitos observaram seu aspecto motivador de acordo com [Souza \(2009\)](#). Na Matemática e na Geometria, por exemplo, seu emprego foi aumentado devido a essa característica visto que a maioria dos estudantes se sentem pouco encorajados para aprender seus conteúdos.

À vista disso, o aluno passa a gostar de aprender e essa forma lúdica facilita a aquisição dos conceitos, o desenvolvimento do raciocínio, despertando o interesse dos discentes. Diante disso, a evolução na forma de encarar o jogo como material pedagógico chegou aos PCN, que considera o jogo uma atividade natural do desenvolvimento dos processos psicológicos básicos e supõe “um fazer sem obrigação externa e imposta” embora demande exigências, normas e controle” [Brasil... \(1997\)](#).

Na concepção de Piaget, de acordo com Negrine, o jogo também ganha papel de destaque no processo de ensino. Assim, temos:

Em se tratando de jogo, na concepção de Piaget, o jogo é em geral a assimilação que se sobressai à acomodação, uma vez que o ato da inteligência leva ao equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, sendo a última prorrogada pela imitação. Conforme a criança vai se socializando o jogo vai adquirindo regras ou então a imaginação simbólica se adapta de acordo com as necessidades da realidade. O símbolo de assimilação individual dá espaço às regras coletivas, objetivos ou aos símbolos representativos ou a todos. ([NEGRINE, 1995](#)).

No parecer de [Vigotski \(2007\)](#), o jogo também é considerado uma ferramenta de ensino importantíssima pelo fato de oportunizar interação entre as crianças. Segundo esse pensador, o jogo representa fator decisivo no momento da socialização. Assim, esse importante pensador se manifesta acerca do jogo:

A importância do vínculo do jogo com o desenvolvimento é um fator fundamental, uma vez que, no curso do jogo, a ação subordina ao significado e, portanto, tudo aquilo que interessa à criança é a realidade do jogo, já que na vida real a ação domina o significado oportunizando assim interações. Afirmo que jogar e brincar atua na zona de desenvolvimento proximal do indivíduo, criando condições para que determinados conhecimentos sejam consolidados. Defende uma teoria sócio interacionista, onde primeiro o indivíduo aprende para depois se desenvolver, e a zona de desenvolvimento proximal é justamente um período onde a pessoa já possui certa potencialidade para começar a desenvolver determinada habilidade, mas que ainda não se consolidou. É o espaço em que a pessoa está em transição, em amadurecimento, por isso a intervenção através de oportunidades para interagir, conhecer e aprender serão determinantes para que a pessoa se desenvolva ([VIGOTSKI, 2007](#)).

1.5 Medidas

Ao longo da história da humanidade, não só os desenhos geométricos como as unidades de medida foram criados e adaptados de acordo com a necessidade dos povos. Destes, destacam-se os egípcios e babilônios que, diante da necessidade no cotidiano da época, realizavam suas medições, surgindo, então a noção de figuras geométricas. Em seus estudos, alguns autores conforme [Stalliviere \(2011\)](#), destacam esse ponto crucial no surgimento das noções de figuras geométricas além da necessidade da realização das medições, mostrando que, provavelmente, as primeiras noções geométricas foram introduzidas pelos egípcios e babilônios ao realizarem desenhos, medidas de comprimento, área, volume, etc.

A história, por conseguinte, demonstra que o homem precisou usar sua criatividade a fim de superar as adversidades do cotidiano as quais representaram motivações para o surgimento do estudo de área e perímetro, que tiveram seu início com a triangulação. Dessa forma, os conhecimentos de Geometria foram inseridos na vida do homem, visto que este precisou medir suas terras, construções e outras necessidades de medições quando ainda não havia o estudo da área das figuras planas além de outros estudos ligados à geometria. Portanto, hoje, estamos diante do conhecimento construído a partir dessa época devido às necessidades diárias de solucionar problemas relacionados às medições, conforme ratifica o excerto de [Stalliviere \(2011\)](#).

A agrimensura é uma das mais velhas artes praticadas pelo homem. Os registros históricos indicam que essa ciência se iniciou no Egito, Heródoto (1400 a.C.) descreve em seus apontamentos, os trabalhos de demarcação das terras às margens do Nilo. O agrimensor era um funcionário nomeado pelo faraó com a tarefa de avaliar os prejuízos das cheias e restabelecer as fronteiras entre as diversas propriedades. A propriedade era um bem respeitado pelos egípcios. Roubar a terra de alguém era um dos crimes imperdoáveis. Como todo ano o rio Nilo inundava as terras apagando as marcas físicas de cada propriedade, surgiu tal necessidade de medir o território de cada pessoa. A medição de terras auxiliava também na arrecadação de impostos de áreas rurais ([STALLIVIERE, 2011](#)).

Hoje contamos com métodos sofisticados de cálculo de medidas, entretanto, os agrimensores baseiam-se nessas noções de geometria para efetuar seus cálculos, uma vez que a agrimensura trabalha com dados geométricos ao medir terrenos ou áreas mais amplas, utilizando medições ou tendo a ajuda de GPS. Todavia, os agrimensores nem sempre tiveram esse privilégio da vida moderna citado por [Boyer \(1974\)](#). Assim, eles dividiam os terrenos utilizando as formas geométricas através do método da triangulação, ou seja, dividiam a área em triângulos menores que, somados, representavam o total dos terrenos. À vista disso, os historiadores afirmam.

Quando iam fazer tais demarcações, os agrimensores não tinham informações alguma ou quando tinham era apenas parcial, pois as fronteiras podiam ter desaparecido com as enchentes. Esses funcionários determinavam áreas de terrenos dividindo-os em retângulos e triângulos, e quando se deparavam com superfícies irregulares utilizavam o método de triangulação, que nada mais era do que dividir o terreno em porções menores e triangulares cujas áreas somadas correspondiam à área total (BOYER, 1974).

Destarte, tem-se conhecimento, através de pesquisas, que povos antigos marcavam ângulos retos para dividir suas terras e que a partir dessa técnica, mais tarde viriam a usar o resultado do teorema de Pitágoras. Logo, a trigonometria detém uma relação muito importante com o Teorema de Pitágoras, pois através de sua aplicação, determinamos valores de medidas desconhecidas conforme afirmam [Bonjorno e Ayrton \(2003\)](#).

Embora, nos dias de hoje, diante de todo o aparato para trabalhar com medidas, é necessário conduzir os alunos ao estudo destas partindo não apenas dos conceitos já formulados ao longo da história, mas levando o aluno a experimentar um pouco do que os primeiros homens vivenciaram ao usar sua criatividade em medições. À vista disso, em sala de aula, a cada vez que introduzimos assuntos ligados à geometria como na literatura de [Bonjorno e Ayrton \(2003\)](#), é necessário que elaboremos uma aula que faça com que o estudante aprenda as medições de forma concreta antes que estes memorizem apenas os conceitos que foram já construídos pela humanidade.

Logo, assim como os homens utilizaram o raciocínio lógico a partir de situações concretas, na escola, o professor deve também partir do uso de material concreto conforme especificam os PCNs [Brasil... \(1998\)](#) para que o aluno não apenas decore conhecimentos prontos, mas os reconstrua, fazendo com que estes adquiram mais significado.

O autor abaixo faz referência a esse aspecto importante, e chama-nos a atenção para o fato de que sempre nos deparamos com situações do dia a dia em que necessitamos fazer uso do conhecimento de medidas, conforme se pode constatar no trecho:

Da mesma forma acontece com atividades relacionadas a tempo, massa, e mais tarde poderá acontecer quando estudarem velocidade, ângulos, etc. Portanto as dificuldades existem e o desafio é envolver os jovens com os estudos relacionados à Matemática partindo de situações práticas vivenciadas por eles no seu dia a dia, fazendo-os entenderem através do pensamento crítico a necessidade de um conhecimento amplo no que se refere às grandezas e medidas ([GOMES, 2014](#)).

1.6 Resolução de Problemas

Para que o ensino e a aprendizagem de geometria se tornem interessantes para o estudante, é necessário que o professor utilize novos recursos que sejam construídos a partir de métodos que proporcionem ao aluno maior prazer durante o processo de ensino. A fim de alcançar esse objetivo, é possível que o professor utilize a metodologia de Resolução

de Problemas nas aulas de matemática, como bem atesta [Lupinacci \(2004\)](#) ao afirmar que “A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática”. À vista disso, os alunos sentem-se desafiados ao se deparam com situações problemas, podendo adquirir mais conhecimentos matemáticos.

Em função do exposto, reflete-se acerca da metodologia utilizada atualmente no ensino dos conteúdos de geometria, vale destacar a visão freireana sobre a importância de o professor estar sempre refletindo sobre sua prática docente a fim de almejar um ensino-aprendizagem mais crítico e formativo. Dessa forma, concorda-se com a seguinte afirmação de [Freire \(1996\)](#): “Por isso é que, na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática”.

Conseqüentemente, utilizar a solução de problemas baseada na apresentação de situações concretas e lúdicas que exijam dos alunos uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas, ou seja, seu próprio conhecimento, deve ser a prática pedagógica utilizada nas escolas. Assim, conforme os PCN [Brasil... \(1998\)](#), o ensino baseado na solução de problemas a partir de situações concretas pressupõe possibilitar aos alunos o domínio de inúmeras habilidades, assim como a utilização de seus conhecimentos na vida diária, a fim de obter respostas a várias situações diferentes.

À vista disso, os PCN especificam que “Resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos” [Brasil... \(1998\)](#). Dessa maneira, pressupõe-se que todos esses procedimentos devem ser inseridos por meio de práticas pedagógicas que partam de situações que utilizem material concreto e lúdico com a finalidade de atingir esse propósito.

Segundo [Salin \(2013\)](#) a Resolução de Problemas, como metodologia de ensino e aprendizagem, oferece uma perspectiva de que o educando poderá aplicá-la em novas oportunidades de utilizar seus conhecimentos matemáticos, sendo capaz de solucionar novos problemas. Dessarte, essa autora destaca que a resolução de Problemas desenvolve no aluno a capacidade de idealizar e utilizar conhecimentos matemáticos, e tem o objetivo de adquirir habilidade de elaborar um raciocínio lógico, para que este torne-se capaz de propor soluções adequadas ao cotidiano.

[Dante \(1989\)](#) afirma que é preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela.

Diante disso, a Resolução de Problemas, quando aplicada de forma pertinente, amplia a visão do educando, fazendo com que este venha a criar uma habilidade de

produzir um raciocínio lógico de maneira inteligente e prática com os recursos acessíveis encontrados em seu cotidiano a fim de propor soluções às questões que sejam oportunas à vida em sociedade.

Segundo os PCNs a Resolução de Problemas é entendida como:

(...) um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL..., 1997).

A importância de o aluno ser encorajado e instigado a questionar a veracidade do resultado obtido no problema faz com que este venha a fazer aplicação em novas situações problemas. Isso indica uma visão de ensino e de aprendizagem, não pela mera reprodução mecânica de fórmulas, mas por meio de uma ação que o faz ser capaz de pensar e construir seu próprio conhecimento. De acordo com Alves (2015) “a Matemática tem se tornado ferramenta importante para o desenvolvimento da sociedade e as resoluções de problemas matemáticos veem tomando um lugar importante no currículo escolar”.

Nesse contexto, o autor citado anteriormente nos mostra a grande importância e influência que a Resolução de Problemas tem diariamente na vida das pessoas. Demonstra também a relevância de desenvolver nos educandos essa habilidade de resolver situações problemas fazendo com que objetivo no ensino da Matemática venha a tornar-se bem-sucedido, significando toda a diferença num futuro próspero.

Capítulo 2

Área e Perímetro de Algumas Superfícies Poligonais

Um polígono divide o plano que o contém em duas regiões distintas, uma interna e outra externa. A figura formada pela união do polígono com sua região interna é denominada superfície ou região poligonal, conforme ratifica o trecho:

A porção do plano ocupada por uma superfície poligonal corresponde a um único número A real positivo chamado de área, obtido pela comparação da porção ocupada pela superfície poligonal com a porção ocupada por uma unidade de medida de área.(LEONARDO, 2016)

Ao abordar região poligonal, área e perímetro de figuras planas são conceitos de geometria importantes não só na vida escolar do estudante como em toda a sua existência uma vez que esses conhecimentos farão parte de seu cotidiano, tendo grande aplicação prática no dia a dia.

Perímetro, conforme o dicionário da língua portuguesa [Amora \(2010\)](#), pode ser definido como linha que forma o contorno de uma figura traçada num plano ou numa superfície; soma de lados de uma figura; enquanto área pode ser conceituada como extensão mais ou menos limitada de espaço, território ou superfície.

Portanto, área e perímetro são considerados conceitos distintos. [Dante \(2010\)](#) afirma que perímetro de uma região plana cujo contorno é um polígono, é dado pela soma das medidas dos lados desse polígono. Ao passo que área, medida de uma superfície, também constitui conhecimento essencial, conforme ratifica o trecho:

O conceito de área de superfícies planas é um dos mais importantes entre os abordados na escola básica devido à sua aplicação a variadas situações práticas, além de ser ele um ponto convergência de tópicos abordados no Ensino Fundamental como números, geometria, grandezas, e álgebra ([PAVANELLO, 2004](#)).

Refletindo sobre a aplicação diária de figuras planas, que cálculos efetuaríamos para identificar a área total ocupada por uma cidade? E se fosse apenas o espaço de uma sala? Como resolveríamos essas situações-problema? Em nosso cotidiano, há inúmeras outras situações em que necessitamos calcular a área de uma superfície. Existem vários processos que poderemos usar para calcular áreas, assim como perímetros e medidas de volume. Podemos pensar em várias situações em que necessitamos calcular essas medidas, que são importantes conforme relata o PCN Brasil... (2006).

Dessa forma, de acordo com Dante (2010) esses e outros questionamentos fazem parte da nossa vida diária. Assim, o professor deve conduzir seus alunos a pensar em muitas situações do dia a dia nas quais há necessidade de calcular áreas, perímetros e volume. O estudante precisa saber resolver situações-problema que envolvam figuras e sólidos geométricos além de ter conhecimento para utilizar instrumentos ao realizar medições.

Nos PCNs são estabelecidas as diretrizes para o ensino atual e a geometria é caracterizada como o estudo de espaço, de formas e de medidas. Essas e outras habilidades já devem fazer parte dos conhecimentos escolares, como bem explicita o trecho seguinte.

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas (BRASIL... , 2006).

2.1 Área e Perímetro do Retângulo

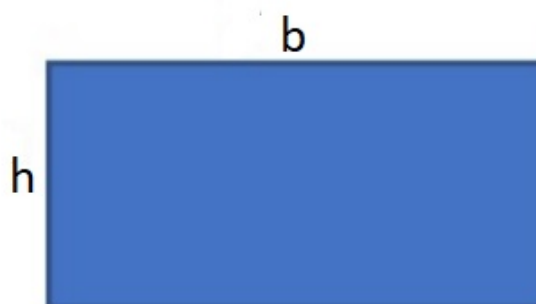
Retângulo é todo quadrilátero que apresenta os quatro ângulos internos retos. De acordo com Dante (2010), ao calcular a área do retângulo, se cada lado deste estiver em metros, a área encontrada estará em m^2 . Percebe-se que é possível calcular esta área a partir de uma multiplicação. Se um retângulo, conforme Figura 1, possui dimensões conhecidas, sendo b a base e h a altura, então podemos representar esta área por A

$$A = b \times h \quad (2.1)$$

No caso dos polígonos, o perímetro é obtido somando as medidas de comprimento dos seus lados.

O perímetro do retângulo, representado pela letra P , sendo b a base e h a altura, é encontrado quando se somam os quatro lados da Figura 1. Assim é escrito por Giovanni José Rui;Castrucci e Giovanni (1992) e expresso pela fórmula: $P = 2(b + h)$. Este corresponde a soma de duas vezes a base e a altura $P = (2b + 2h)$.

Figura 1 – Área do Retângulo



Fonte: Autoria Própria

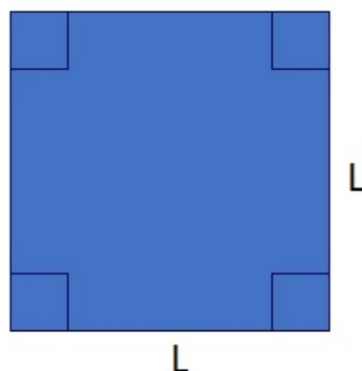
2.2 Área e Perímetro do Quadrado

Quadrado é todo quadrilátero que apresenta os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida.

De acordo com [Dante \(2010\)](#), ao calcular a área desse quadrilátero, se este apresentar lado medindo $1u$, sendo u uma unidade de comprimento, dizemos que a área desse quadrado unitário é $1u^2$. Logo, a área encontrada estará em m^2 se o lado estiver em unidade de comprimento metro. Lembrando que o quadrado é um caso particular de retângulo, perceberemos que é possível calcular esta área a partir de uma multiplicação. Se ele possui dimensões não conhecidas, sendo L a base e L a altura, então podemos representar esta área por A , descrita na [Figura 2](#).

$$A = L \times L = L^2, \quad (2.2)$$

Figura 2 – Área do quadrado



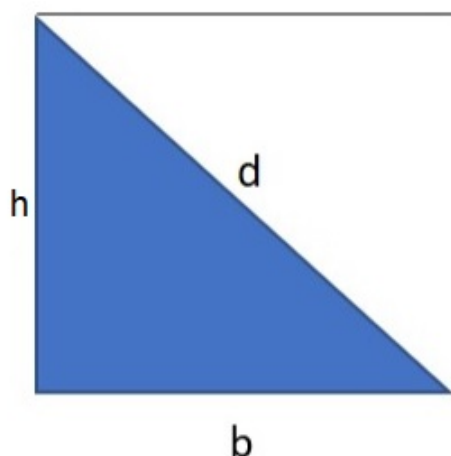
Fonte: Autoria Própria

O perímetro do quadrado, segundo os autores [Giovanni José Rui;Castrucci e Giovanni \(1992\)](#), é representado pela letra P e seus lados pela letra L . O valor deste é encontrado quando se soma os quatro lados do quadrado e é calculado utilizando a fórmula: $P = L + L + L + L$ ou $P = 4L$. Está representado na [Figura 2](#).

2.3 Área e Perímetro do Triângulo

Triângulo é todo polígono que possui três lados. Aquele em que um dos ângulos internos é reto, denominamos triângulo retângulo; aquele que apresenta todos os lados com medidas iguais denominamos equilátero. O mesmo autor Dante, que explicita a fórmula da área do quadrado, também afirma que, se você analisar com atenção, perceberá que duas regiões triangulares e congruentes podem formar uma região com forma de paralelogramo, ou neste caso aqui teremos novamente um retângulo, como podemos ver na [Figura 3](#).

Figura 3 – Área do triângulo



Fonte: Autoria Própria

Assim, podemos concluir que a fórmula que fornece a área A da região determinada por um triângulo cuja base mede b e a altura relativa a ela mede h é dada por:

$$A = \frac{b \times h}{2}, \quad (2.3)$$

Existem diversos tipos de triângulos e a fórmula para encontrar o seu perímetro é a mesma para todos eles. Conforme [Dante \(2010\)](#), sendo P o perímetro, L_1 , L_2 e L_3 os lados, temos então a seguinte soma algébrica:

$$P = L_1 + L_2 + L_3$$

Porém, aquele em que um dos ângulos internos é reto, denominamos triângulo retângulo, conforme a [Figura 3](#). A hipotenusa corresponde ao maior lado deste d , e cada um dos lados menores h e b é chamado cateto.

Segundo o Teorema de Pitágoras, em todo triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, representada nessa figura pela letra d . Para encontrar o valor de um dos lados que não foi fornecido na [Figura 3](#), sendo este a hipotenusa do triângulo, devemos fazer uso deste Teorema:

$$d^2 = h^2 + b^2 \quad (2.4)$$

Assim encontramos o perímetro P :

$$P = b + h + d$$

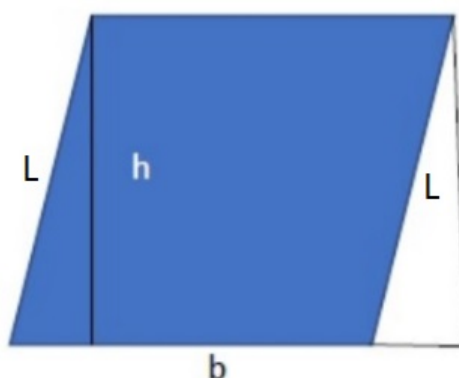
Fazendo o uso desses recursos, encontraremos o mesmo procedimento para determinar o perímetro das demais figuras. Ou seja, medindo o contorno destas, obteremos o perímetro de toda e qualquer figura, conforme a atividade que se encontra no [Apêndice F](#).

2.4 Área e Perímetro do Paralelogramo

O paralelogramo é um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos conforme a [Figura 4](#). O segmento h , que foi destacado no desenho, é a altura do paralelogramo. Ele representa a menor distância entre dois lados opostos, sendo sempre perpendicular a estes lados. Neste polígono, suas diagonais se interceptam nos seus respectivos pontos médios.

Observe que, nesta figura, se recortarmos o triângulo formado à esquerda e colocarmos à direita, temos um retângulo.

Figura 4 – Área do paralelogramo



Fonte: Autoria Própria

Vários são os autores que abordam o assunto área desta forma. Fizemos referência a apenas alguns. Assim, podemos concluir como [Dante \(2010\)](#), que a fórmula que fornece a área A da região determinada por um paralelogramo cuja base mede b e a altura relativa

a ela mede h é dada por:

$$A = b \times h, \quad (2.5)$$

O paralelogramo é um polígono de quatro lados no qual os lados opostos são paralelos conforme a [Figura 4](#). Assim, sendo L o valor do lado, o seu perímetro P é encontrado quando se soma os quatro lados e é calculado como: $P = 2(b + L)$ ou $P = b + b + L + L$, resultando nessa expressão.

2.5 Área e Perímetro do Losango

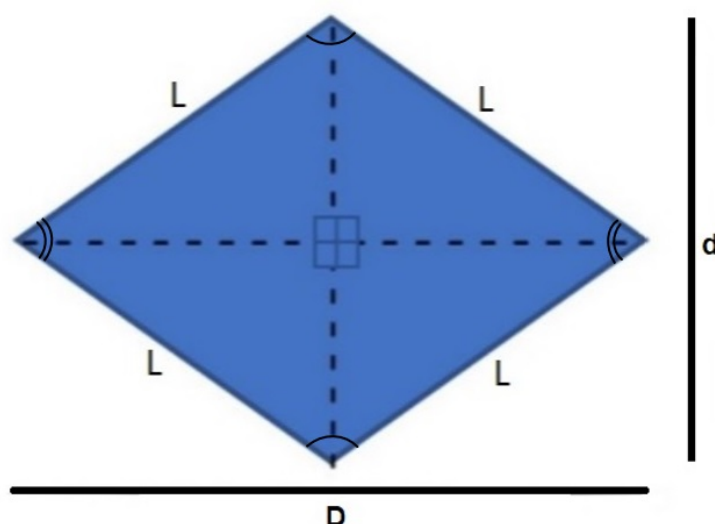
Losango é todo paralelogramo com os quatro lados que apresentam uma mesma medida. Além de fornecer essa análise sobre o paralelogramo, o autor [Leonardo \(2016\)](#) nos recorda o que é um losango:

*todo losango é um paralelogramo, por isso as propriedades vistas nele também são válidas para o losango;

* o quadrado é um caso particular de losango;

* as diagonais deste, além de se cortarem ao meio, são perpendiculares e bissetrizes dos ângulos internos. A [Figura 5](#) abaixo mostra que a área da região determinada por um losango de diagonais D e d correspondem à metade da área de uma região retangular de comprimento D e largura d .

Figura 5 – Área do losango



Fonte: Autoria Própria

$$A = \frac{D \times d}{2}, \quad (2.6)$$

Esse quadrilátero possui diagonais que se dividem ao meio sendo estas perpendiculares. A [Figura 5](#) mostra a região determinada neste losango de diagonais de comprimento D e largura d . Sendo assim, para determinar o lado L é necessário dividir ao meio a medida do comprimento e a da largura. Em seguida, precisamos fazer uso do Teorema de Pitágoras:

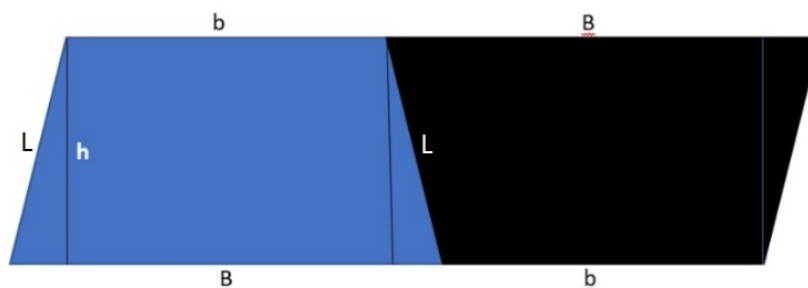
$$L^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad (2.7)$$

Dessa forma, para calcular o perímetro P , basta somar os quatro lados L . Assim temos: $P = L + L + L + L$ ou $P = 4L$.

2.6 Área e Perímetro do Trapézio

Um trapézio é um quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos, como mostrado na [Figura 6](#) a seguir. Observe que o trapézio possui duas bases e uma altura: a base maior é B e a base menor é b e uma altura h . Conforme [Dante \(2010\)](#) explicita, note o que ocorre se colocarmos um outro trapézio congruente ao lado do trapézio existente, duas dessas regiões podem formar uma região com forma de um paralelogramo.

Figura 6 – Área do trapézio



Fonte: Autoria Própria

Como a área da região limitada pelo paralelogramo é

$$2A = (B + b).h,$$

então a área da região que tem a forma de trapézio é:

$$A = \frac{(B + b).h}{2}, \quad (2.8)$$

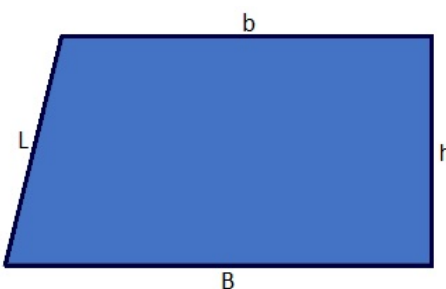
Existem diversos tipos de trapézios e a expressão para determinar o seu perímetro é a mesma para todos. Sendo P o perímetro, o trapézio possui duas bases e uma altura: a base maior é B , a base menor é b e a altura h . Os lados sendo de mesmo valor, considerando L o lado, temos:

$$P = B + b + L + L \text{ ou } P = B + b + 2L.$$

Se estes lados forem diferentes, teremos a base maior B , a base menor b , L um lado e o outro lado h , conforme [Figura 7](#). Então, encontraremos o perímetro na seguinte soma algébrica:

$$P = B + b + L + h$$

Figura 7 – Perímetro do trapézio



Fonte: Autoria Própria

2.7 Reconhecimento do Número π (pi)

Por intermédio da literatura de [Dante \(2010\)](#), sabe-se que um valor aproximado do número pi é procurado desde a Grécia antiga. Constatou-se que ele pode ser representado por infinitas casas decimais além de 3,14. Atualmente, entretanto, chegou-se à representação de aproximadamente 5 trilhões de casas através da computação, proporcionando um cálculo cada vez mais exato já que, quanto mais casas decimais, mais exato será o seu cálculo. Hoje, o número pi é utilizado em diversas áreas como na física, engenharia e astronomia, visto que tudo que tem o formato arredondado pode ter valores que dependem dessa constante.

Assim, o número pi encontra-se presente em nosso cotidiano. O que poucos percebem, na verdade, é a presença desse número no ambiente circundante, ou seja, tudo ao nosso redor que apresenta ideia de simetria circular e esférica pode produzir o número pi: um pneu de carro, o movimento de rotação da lua e muitos outros. É importante, portanto, que os estudantes sejam conduzidos pelo professor a essas observações que constatem na natureza e nos objetos a produção desse número de acordo com [Ortega \(2012\)](#). Conseqüentemente, é preciso levar o aluno a admirar tudo ao seu redor, percebendo a matemática em seu em torno. Portanto, não se considera justo que um aluno estude o número pi, mas não o reconheça nos vários momentos da vida diária. Logo, se isso não acontece, não houve aprendizagem significativa, todavia apenas foi transmitido a ele uma pequena informação sobre esse número fascinante. Assim sendo, a proximidade do número pi à vida diária traria inúmeras possibilidades para que o professor trabalhasse esse conhecimento de forma

concreta em sala de aula. Esse assunto se tornaria, portanto, muito mais rico e interessante para o aluno.

O número pi, o valor da razão entre a circunferência de qualquer círculo e seu diâmetro, sendo a mais antiga constante matemática que se conhece, é um assunto matemático que, ao ser mencionado por [Leonardo \(2016\)](#), produz reconhecimento e interesse em praticamente qualquer pessoa que tenha um pouco de escolaridade. Devido à tradição desse número e por ser uma das constantes universais da Matemática, bom mesmo seria que as pessoas curiosas sobre o número pi pudessem reconhecê-lo em seu dia a dia, pois o número pi está em todos os lugares e objetos de formato arredondado.

Diante disso, é necessário que o estudante perceba que o número pi, razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência, será produzido em todos os objetos associados à simetria circulares ou quaisquer círculos e esferas, como vem especificado na literatura de [Dante \(2010\)](#). É importante dizer que esse conhecimento é sedutor e fará com que o educando busque aprofundar seu conhecimento nessa área. Se encantar com essa letra grega e seu valor e não ter noção da existência desse número ao seu redor é, no mínimo, um sinal de que o aluno não foi conduzido ao verdadeiro aprendizado matemático sobre ele. Ou seja, essa informação é a mais elementar de todas, porém poucos a conhecem.

Portanto, para a maioria, a percepção sobre essa letra grega está relacionada apenas ao reconhecimento do seu valor. O estudante não consegue associá-lo à realidade circundante e muito menos entender que a presença do número pi está nas fórmulas gravitacionais, como citado nos livros de física dos autores [Torres et al. \(2016\)](#). Chegar a essas informações dependeria de um trabalho de observação. Logo, o uso de objetos seria uma das formas de perceber o número pi em situações corriqueiras que envolvem simetrias circulares para depois chegar a essas percepções mais aprofundadas.

Entretanto, o que se percebe nos alunos é que estes, muitas vezes, nem ao menos reconhecem informações básicas sobre o número pi, como por exemplo, que na matemática, o número pi é uma proporção numérica que tem origem na relação entre o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro, conforme explicita [Dante \(2010\)](#). Ao realizar exemplos de como trabalhar com material concreto mostra um ensino eficiente nessa área, fazendo com que o aluno não apenas memorize que uma circunferência tem perímetro p e diâmetro D , porém compreenda toda a dinâmica para chegar a essa fórmula simples a seguir:

$$\pi = \frac{p}{D}$$

Na realidade, o aluno utiliza seu valor de 3,14 em diversos exercícios mecânicos, sabe que é representado por uma letra grega e pertence aos números irracionais; já que recebeu essas informações de forma tradicional em sala de aula sem que se trabalhasse as etapas para chegar a esses conhecimentos. Nesse caso, o uso do material didático manipu-

lável para reconhecimento do número pi e para calcular o comprimento da circunferência seria imprescindível conforme os autores [Bonjorno e Ayrton \(2003\)](#) que utilizam exemplos do cotidiano em suas literaturas como citado neste trabalho.

Propostas simples de atividades no livro de [Dante \(2010\)](#) de reconhecimento do número pi, portanto, deveriam fazer parte do cotidiano escolar. Bastaria que o aluno reconhecesse primeiramente o número pi no mundo a sua volta para depois realizar cálculos envolvendo esse número. Um exemplo de atividade interessante com essa variável leva em conta a utilização de objetos. Pode-se propor que o aluno calcule a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, usando objetos redondos de dimensões variadas para descobrir a regularidade dessa razão, sendo portanto, uma atividade manipulativa e de investigação trazendo reflexões e observações acerca do número pi.

2.7.1 Comprimento da Circunferência

O perímetro é a medida do contorno de um determinado objeto. Nos polígonos, o perímetro é calculado a partir da soma das medidas de todos os seus lados. De acordo com [Posamentier e Lehmann \(2004\)](#), na circunferência, o perímetro é obtido quando calculamos o seu comprimento, como demonstrado na [Figura 8](#). Dessa forma, é importante levar ao conhecimento dos alunos que C é o comprimento da circunferência e d o diâmetro, mas representam uma constante que foi chamada de número π por William Jones em 1706.

A fim de ilustrar essa descoberta, é possível realizar atividades experimentais, conforme corrobora o excerto:

... com uma atividade experimental que utiliza barbante ao redor de objetos arredondados para identificar o famoso número pi. Entretanto, relata também que, ao realizarmos medições nesses objetos a fim de obter seu perímetro com a utilização de barbante, é comum ocorrer uma pequena margem de erro nesse processo, pois a pessoa que realiza a medição pode deixar o barbante razoavelmente folgado, fazendo com que o resultado da medida do comprimento da circunferência não seja exato devido a essa frouxidão. É importante que os alunos compreendam que, algumas vezes é necessário refazer as medições.

Sendo assim, temos a seguinte expressão:

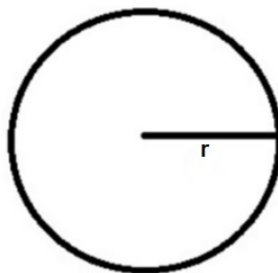
$$C = \pi D = 2\pi r \quad (2.9)$$

onde C é o comprimento da circunferência, D é seu diâmetro e r é o raio ([BERGGREN; BORWEIN; BORWEIN, 2014](#)).

Pela [Equação 2.9](#) determinamos o perímetro de uma circunferência de raio r como afirma [Dante \(2010\)](#).

Outro exemplo interessante de atividade encontra-se em alguns materiais didáticos disponíveis para os professores e alunos. Uma delas, lembra uma das mais originais realizações de Arquimedes com seu método para encontrar uma aproximação numérica para o comprimento de uma circunferência, que é muito fácil de acompanhar, porque os

Figura 8 – Comprimento da circunferência



Fonte: Autoria Própria

cálculos feitos por ele, apesar de seguirem um raciocínio engenhoso, são simples, embora tenham sido trabalhosos devido ao sistema grego de numeração. “Esta atividade é inspirada no Livro I, Proposição 3, de Arquimedes de Siracusa, segundo tradução de um matemático inglês, Sir Thomas L. Heath publicada em 1897”. É bastante interessante, pois o autor apresentou no início de seu livro um capítulo sobre o sistema de numeração grego, para que os leitores pudessem acompanhar a conquista de Arquimedes. Vejamos uma observação numa proposta de atividade no seguimento abaixo:

Tendo em vista questões interessantes decorrentes do conteúdo aritmético desta proposição de Arquimedes, é necessário, em reproduzi-lo, para distinguir cuidadosamente os passos reais previstos no texto como o temos, dos passos intermediários (na sua maioria fornecidos por Eutocius) que é conveniente para o propósito de tornar a prova mais fácil de seguir. Assim, todos os passos, que na verdade, não aparecem no texto foram colocados entre colchetes, a fim de que possa ser visto claramente o quanto Arquimedes omite cálculos reais e só dá resultados. Observa-se que ele dá duas aproximações para a $\sqrt{3}$ (sendo uma delas menor e a outra maior), sem qualquer explicação de como chegou a elas; e em como chegou a aproximações das raízes quadradas de vários números que não são quadrados perfeitos (BERGGREN; BORWEIN; BORWEIN, 2014).

Uma atividade interessante mostra reflexões relativas às definições do número pi (π) e sua história encontrada em livros didáticos de matemática do ensino fundamental. Nela, há explicações de como o professor deve introduzir esse assunto através de atividades práticas. Assim temos:

Imagine um barbante perfeitamente ajustado à circunferência de cada figura... Esticando esses barbantes, obtemos de um modo prático os comprimentos (perímetros) dessas circunferências, como mostra a figura... Usando diferentes objetos de forma circular, vamos medir o comprimento C das circunferências e o diâmetro D e relacioná-los, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro. (BONJORNO; AYRTON, 2003).

O quadro da atividade I (Apêndice B) faz referência ao que nos ensina o autor acima.

Até físicos usaram o número pi em suas fórmulas que dizem respeito ao movimento de rotação, forças gravitacionais e eletromagnetismo. Portanto, é inegável que essa constante tem diversas funcionalidades, como ratifica o autor [Ortega \(2012\)](#). Como se sabe, todo objeto redondo tem sempre a mesma proporção entre a extensão da circunferência e o diâmetro. Dessa forma, os alunos achariam interessante, por exemplo, que o número pi ajuda a calcular a quantidade de achocolatado em uma lata redonda ou a quantidade de ar em uma bola.

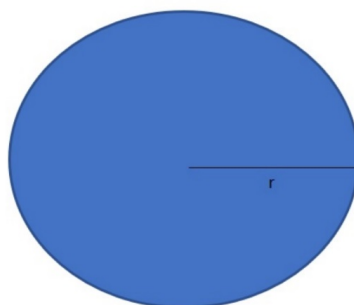
Logo, essa seria uma boa razão para se pensar em utilizar objetos de formato arredondado nas aulas sobre número pi. A partir desse conhecimento, no futuro, esse estudante entenderia por exemplo como definir a área de um terreno curvo utilizando fórmulas baseadas no número pi. O aluno perceberia inclusive que a Terra é redonda e que a Geologia constantemente utiliza o número pi. Outras maneiras de verificar o número pi estão em nosso dia a dia conforme se verifica no trecho seguinte.

Automobilismo tem tudo a ver com o pi, sabia? Um pneu de carro tem, mais ou menos, 60 cm de diâmetro. Multiplicando o pi por esse valor, chegamos a aproximadamente 1,88 m, a distância média que o carro vai andar a cada volta completa da roda. Cálculos ligados a forças da gravidade e magnetismo costumam usar o pi, já que esses campos tendem a ser redondos. A força que a Terra exerce sobre a Lua e o seu movimento de rotação, portanto, têm relação com a constante universal das circunferências ([ORTEGA, 2012](#)).

2.7.2 Área do Círculo

Círculo é uma figura na qual reunimos a circunferência e todos os seus pontos internos. Como afirma [Dante \(2010\)](#), a área A desta [Figura 9](#) com raio r , é:

Figura 9 – Área do círculo



Fonte: Autoria Própria

$$A = \pi r^2 \quad (2.10)$$

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

Na busca por conhecimento, o método científico foi o processo seguido no presente estudo. “Ele compreende os seguintes passos básicos: observações preliminares; problema; fundamentação teórica; amostragem; instrumentos; coleta de dados; organização dos dados; análise, inferências e conclusões” (GRESSLER, 2003).

Este capítulo é destinado a abordar aspectos metodológicos do atual estudo, de seus instrumentos e procedimentos de dados da pesquisa. Esta é exploratória e de caráter qualitativo a qual busca mostrar a relevância de ensinar conteúdos de Geometria referentes ao 9º ano do Ensino Fundamental que estão listados no Currículo Mínimo, utilizando materiais concretos e lúdicos, conduzindo o educando a criar seus próprios conceitos. Vale frisar que esse conteúdo não foi abordado no 9º ano devido à greve, por isso a aplicação desses conhecimentos foi feita no primeiro ano do ensino médio com a finalidade de sanar deficiências de ensino, uma vez que esse conteúdo é de primordial importância para o segundo ano do ensino médio.

Neste capítulo, será apresentada a Metodologia de Resolução de Problemas através de exercícios com material didático manipulável, assim como a aplicação de atividades e jogos que compõem este trabalho. Dessa forma, buscando uma melhor compreensão dos conteúdos abordados sobre figuras planas, este capítulo inicia-se mostrando alguns esclarecimentos sobre a metodologia a qual os alunos do primeiro ano do ensino médio das Turmas 1001 e 1002 passaram a receber.

Vale destacar que para o presente estudo, sendo este de natureza qualitativa, os procedimentos escolhidos para a pesquisa foram: o questionário, o pré-teste, sequência didática e pós-teste. Godoy, considera a pesquisa qualitativa com os seguintes dizeres:

Considerando, no entanto, que a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques. Nesse sentido, acreditamos que a pesquisa documental representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, trazendo contribuições importantes no estudo de alguns temas (GODOY, 1995).

Os aspectos investigados na etapa da preparação, havendo a participação dos sujeitos da pesquisa, foram coletados durante o mês de agosto de 2017, conforme informações na [Tabela 1](#).

Tabela 1 – Cronograma com as etapas de investigação

Data	Etapas	Participantes
16/08/2017	Questionário e Pré- teste	Alunos da turma 1001
16/08/2017	Questionário e Pré- teste	Alunos da turma 1002

Fonte: Autoria Própria

3.1 Instrumentos, campo e caracterização dos sujeitos da Pesquisa

Nesta pesquisa científica, faz-se mister um planejamento a fim de organizar as ações, os procedimentos e para que as estratégias sejam traçadas. Para isso, buscou-se estruturá-la por meio de uma revisão bibliográfica, através da identificação dos sujeitos e dos instrumentos que dela fazem parte.

As atividades da sequência didática foram preparadas pela professora/pesquisadora, impressas e entregues aos alunos. Outras foram transcritas no quadro, exceto a primeira etapa da primeira atividade que foi realizada oralmente. Assim, essas atividades foram executadas pelos alunos das duas turmas (1001/1002) e recolhidas ao final de cada aula pela própria professora/pesquisadora.

Para a construção do conceito de área e perímetro de figuras planas, foram planejadas e aplicadas oito atividades compostas por um questionário, um pré-teste, quatro tarefas desenvolvendo situações problemas e dois jogos, havendo relatos dos alunos ao final de cada uma dessas atividades. O objetivo desses questionários foi investigar a metodologia de trabalho utilizada pelos professores de matemática da escola onde a professora/pesquisadora atua. O pré-teste foi utilizado para sondar a base dos alunos quanto ao nível de conhecimento em alguns aspectos da Geometria. As quatro atividades e os dois jogos foram aplicados a fim de analisar se houve mudança significativa na aprendizagem após a aplicação destes aos alunos.

A aplicação deste trabalho foi realizada nas turmas 1001 e 1002 do ensino médio do Colégio Estadual Euclides Feliciano Tardin, localizado na rua José Alberone, 115 – centro da cidade de Bom Jesus do Itabapoana, RJ; local onde a professora que realiza esta pesquisa exerce suas funções como professora na disciplina de Matemática, trabalhando em cada turma 5 aulas semanais de 50 minutos cada aula.

A turma 1001 tem um total de 27 alunos e a turma 1002, um total de 24. Destes alunos, nem todos participaram das atividades, pois alguns estavam ausentes devido à falta de transporte nos locais onde moram. Assim, o número de dados coletados refere-se aos alunos presentes durante a aula os quais participaram de todas as etapas do trabalho. Embora nem todos tenham participado dessas atividades, o número de alunos presentes durante a pesquisa contribuiu bastante para seu êxito.

3.2 Elaboração e distribuição do questionário

Com o objetivo de identificar não só a metodologia aplicada pelos professores para alcançar a aprendizagem dos alunos como também conhecer a opinião destes a respeito da prática de ensino adotada, foi aplicado um questionário.

Ao elaborar este trabalho, procurou-se tomar conhecimento, através dos alunos, acerca da prática metodológica adotada por diversos professores de matemática. A partir disso, foi aplicado um questionário com perguntas elaboradas com a finalidade de descobrir a metodologia utilizada por estes. Esse questionário foi aplicado nas turmas 1001 e 1002 do 1º ano do ensino médio.

Ao entrar na sala de aula, a professora/pesquisadora iniciou um diálogo com a turma explicando que estava cursando um mestrado e que seria necessário, durante algumas aulas, colher informações sobre as dinâmicas que serão realizadas com os alunos. Relatou também que gostaria que todos participassem das atividades com comprometimento, respondendo inicialmente a algumas perguntas e realizando cada tarefa que seria posteriormente aplicada. Todos os alunos concordaram em participar das dinâmicas com afinco e interesse e começaram a responder ao questionário.

O questionário I é composto por três perguntas transcritas pela professora no quadro da sala de aula e registradas na [Tabela 2](#) e na [Tabela 3](#), que são relacionadas à prática metodológica.

Foi questionado sobre o método utilizado pelo professor em sala de aula e a pesquisadora arguiu dos alunos se as atividades são trabalhadas em grupo ou de uma outra forma, se a aula dada pelo professor é somente expositiva ou se eram feitas dinâmicas ou recortes ou outro tipo de atividade. Foi indagado também como eram realizadas as tarefas, se em grupo, por meio de monitoria ou somente individuais. À vista disso, os alunos relataram que o método utilizado pelo professor, em ambas as turmas, partia de explanação oral sobre o conteúdo e em seguida havia a aplicação de exercícios teóricos e individualmente.

Essa etapa do trabalho teve, portanto, como objetivo identificar o interesse dos alunos, assim como conhecer a metodologia de ensino que eles receberam anteriormente.

Foi esclarecido aos alunos que, ao responderem individualmente às perguntas do

questionário, poderiam ou não se identificar, visto que a análise seria realizada e não receberiam nota alguma. Notou-se, analisando as respostas encontradas no questionário, que, em ambas as turmas, o método adotado era realmente expositivo com aplicação de exemplos e exercícios com a correção desses realizada no quadro.

Na turma 1001, encontramos alunos de várias escolas diferentes matriculados após transferência. Havia alunos também oriundos de zona rural que se matricularam nesta escola a fim de concluir o ensino médio. A estes 27 alunos que participaram desta pesquisa foi perguntado qual o método de trabalho utilizado pelo professor na sala de aula e os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 2 – Respostas da turma 1001

Método utilizado pelo professor em sala de aula	sim	não
Os exercícios são trabalhados em Grupo	04	23
A aula dada pelo professor é somente expositiva	27	00
Os alunos realizam exercícios Individuais	23	04

Fonte: Elaboração própria.

Na Turma 1002, existem poucos alunos oriundos de outras unidades escolares, sendo, portanto, na sua grande maioria, provenientes da mesma escola. Nessa turma, 24 alunos participaram da pesquisa e os resultados obtidos nela foram os seguintes:

Tabela 3 – Respostas da turma 1002

Método utilizado pelo professor em sala de aula	sim	não
Os exercícios são trabalhados em Grupo	20	04
A aula dada pelo professor é somente expositiva	24	00
Os alunos realizam exercícios Individuais	04	20

Fonte: Elaboração própria

3.3 Elaboração e aplicação do pré-teste

Também foi organizado e aplicado nessa turma um pré-teste, que se encontra no [Apêndice A](#), contendo perguntas relacionadas à área de figuras planas, tendo a finalidade de identificar o nível de conhecimento da turma a fim de aprimorar as atividades que seriam trabalhadas.

O pré-teste contém cinco perguntas registradas no ([Apêndice A](#)) que são direcionadas ao conhecimento de figuras planas contendo perguntas subjetivas e realização de cálculos para obter soluções e respostas das questões.

O pré-teste ([Apêndice A](#)) foi elaborado contendo uma questão discursiva e quatro questões em forma de situação-problema que deveria ser resolvida pelo aluno. O objetivo

principal da aplicação dos pré-testes é identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos das turmas, levando-se em conta as habilidades essenciais propostas no campo geométrico, de acordo com o currículo mínimo adotado pelo estado do Rio de Janeiro. Levou-se em conta também os descritores do ENEM propostos para cada tema abordado.

Os resultados obtidos nos pré-testes comprovaram as dificuldades dos alunos referentes aos assuntos no campo geométrico do currículo mínimo as quais foram trabalhadas nas atividades da sequência didática, sendo estas aplicadas em cada turma.

Tabela 4 – Respostas da turma 1001

Número de 27 alunos entrevistados	Acertos	Erros	Em branco
Definição de raio	03	21	03
Perímetro do triângulo	02	22	03
Perímetro da figura	22	02	00
Perímetro do quadrado tendo a área	02	22	03
Área escura	10	14	03

Fonte: Elaboração própria

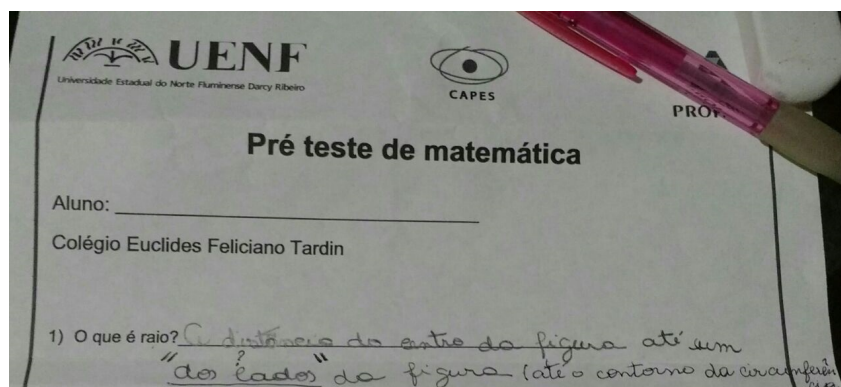
Tabela 5 – Respostas da turma 1002

Número de 24 alunos entrevistados	Acertos	Erros	Em branco
Definição de raio	02	20	02
Perímetro do triângulo	02	20	02
Perímetro da figura	22	02	00
Perímetro do quadrado tendo a área	00	22	02
Área escura	10	12	02

Fonte: Elaboração própria

A questão 1 (Figura 10) foi elaborada para verificar se os alunos conheciam o conceito de raio bem como diferenciá-lo de descarga elétrica.

Figura 10 – Questão 1 do teste

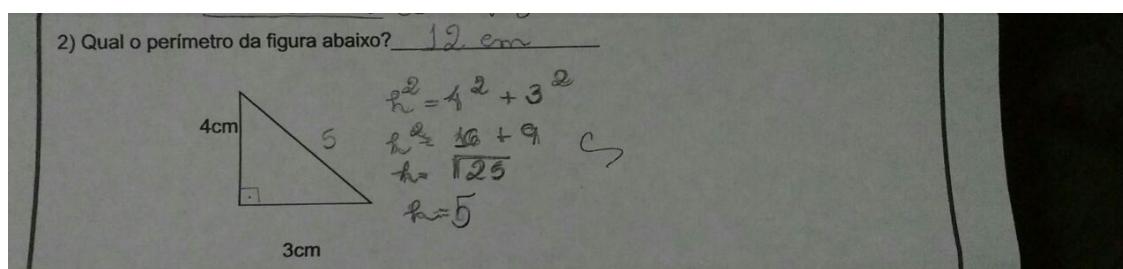


Fonte: Autoria Própria

Tentou-se fazer uma brincadeira com a expressão coloquial “vá para o raio que os parta”, uma expressão comumente usada para demonstrar desinteresse com o destino futuro de alguém. Foi diagnosticado, infelizmente, que a maioria não tinha conhecimento do que se tratava, nem mesmo conheciam essa expressão, muito menos os significados da palavra raio. Em seguida, foi indagado aos alunos se estes conheciam o raio de uma bicicleta. Foi então que os estudantes começaram a refletir sobre os diferentes conceitos de raio.

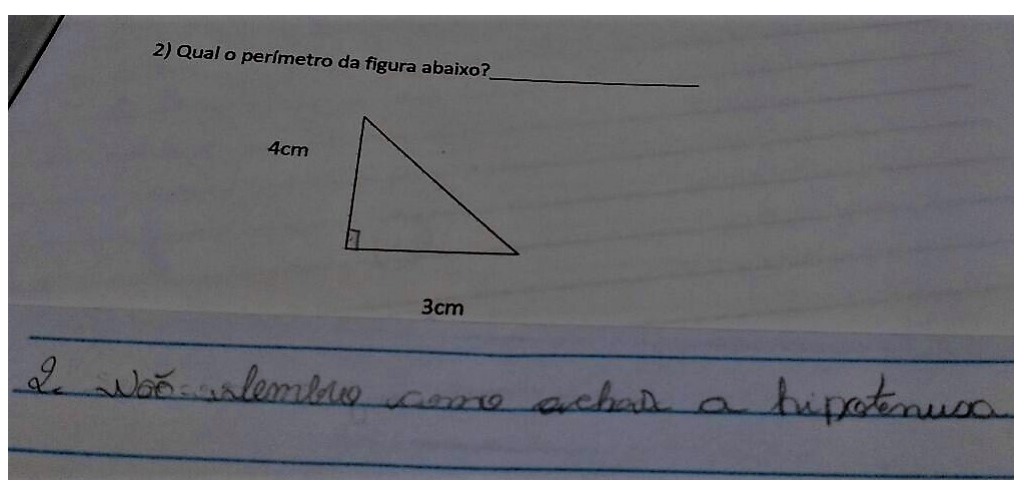
A questão 2 (Figura 11) foi elaborada para verificar o conhecimento dos alunos em resolução de problemas envolvendo o conceito de perímetro e se sabiam como encontrar a hipotenusa através do Teorema de Pitágoras. Constatou-se que a maioria não sabia encontrar a hipotenusa, ou não se lembrava; não sendo possível, portanto, resolver a questão (Figura 12).

Figura 11 – Questão 2 do teste



Fonte: Autoria Própria

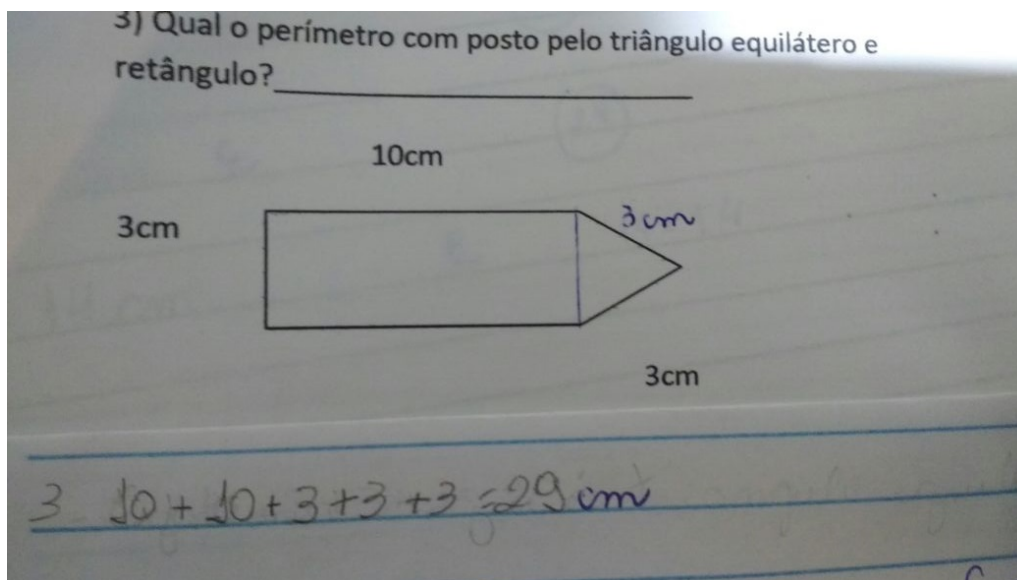
Figura 12 – Questão 2 do teste



Fonte: Autoria Própria

A questão 3 (Figura 13) foi elaborada para verificar a habilidade de reconhecer o conceito de perímetro, e o resultado, como verificado pelo número de acertos registrado nas tabelas 3 e 5, deixou claro que a maioria sabia resolver a questão.

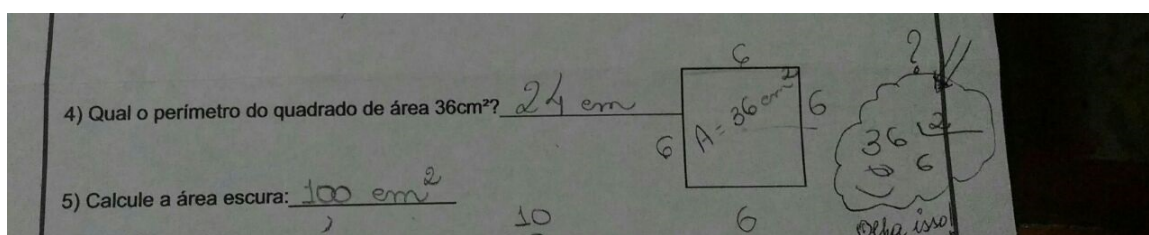
Figura 13 – Questão 3 do teste



Fonte: Autoria Própria

A questão 4 (Figura 14) foi elaborada para verificar a habilidade em reconhecer o valor do perímetro, sendo fornecido o valor da área. A maior dificuldade encontrada pelos alunos foi não conseguir descobrir que a medida do lado era 6, sendo esta a raiz quadrada de 36. Ou seja, os alunos tinham domínio do conteúdo perímetro, entretanto, a grande maioria não sabia o conteúdo área.

Figura 14 – Questão 4 do teste

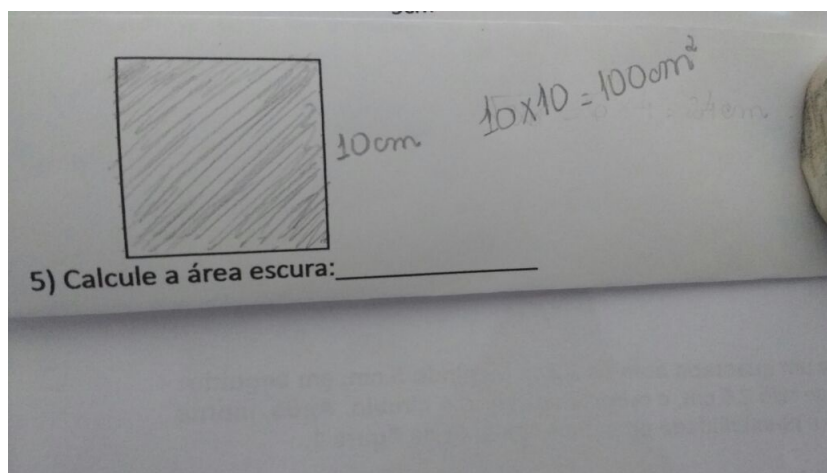


Fonte: Autoria Própria

A questão 5 (Figura 15) foi elaborada para verificar a habilidade em resolver problemas que envolvam apenas área das figuras planas. Ficou constatado aqui que realmente deveria ser trabalhado o conteúdo envolvendo área de figuras planas.

Através dessa pesquisa, portanto, pode-se perceber que grande parte das aulas ministradas é, em sua maioria, expositiva na qual o professor faz a explicação oral do conteúdo e o aluno assiste passivamente à explanação deste. Dialogando com os alunos, observou-se também que as atividades em grupo são realizadas apenas através de cópias da resposta dos colegas. Em atividades aplicadas na turma, o relato de uma aluna foi: “Eu tinha esquecido como é legal pensar”.

Figura 15 – Questão 5 do teste



Fonte: Autoria Própria

3.3.1 Análise do Resultado Obtido no Pré-teste

Participaram desse pré-teste 27 alunos da turma 1001 e 24 alunos da turma 1002. A Tabela 6 abaixo mostra o número total de alunos das turmas que acertaram os itens propostos no pré-teste.

Tabela 6 – Total de Alunos que acertaram os problemas do pré-teste

Número das questões propostas	Turma 1001	Turma 1002
01	03	02
02	02	02
03	22	22
04	02	00
05	10	10

Fonte:Elaboração própria

Com base neste resultado, a professora/pesquisadora começou a investigar as possíveis dificuldades encontradas pelos alunos das turmas. Constatou que a definição da palavra raio, proposta na primeira questão, não estava clara para todos. A respeito da questão de número dois, por exemplo, os alunos não recordavam como encontrar a hipotenusa aplicando teorema de Pitágoras, embora lembrassem o conceito de perímetro. Na quarta questão, alguns alunos não sabiam encontrar o valor do lado partindo da área e, na quinta questão, alguns não sabiam identificar a área realmente. Isso tudo se deve ao fato deste conteúdo ter sido mal trabalhado devido à greve que ocorreu em algumas escolas no ano anterior. Sendo assim, seria muito importante trabalhar problemas que envolvessem claramente área de figuras planas.

Além disso, constatou-se por meio das respostas fornecidas pelos alunos nas atividades que havia muitas dificuldades nas questões propostas conforme as respostas

seguintes: “Esqueci”; “Não sei achar a área do triângulo apenas com a medida da base e da hipotenusa”. Nesse momento, a pesquisadora percebeu o quanto deveria trabalhar esses conteúdos a fim de mudar esse quadro.

3.4 Sequência didática para ser aplicada nas turmas 1001 e 1002

Este trabalho será realizado por meio de quatro atividades e dois jogos interativos. Cada um deles terá a duração de duas aulas. Contendo cada aula 50 minutos, cumprir-se-á um total de doze aulas para a realização da pesquisa, cumprindo os objetivos específicos correspondentes ao currículo mínimo que serão trabalhados nessa sequência didática.

Todas essas atividades estão disponíveis no Apêndice deste trabalho. No [Quadro 1](#) é possível observar um resumo do material necessário para cada atividade como também o tempo de duração e a data de aplicação de cada uma dessas atividades.

Quadro 1 – Ficha técnica das atividades das turmas 1001 e 1002

Atividades	Material Necessário	Tempo utilizado	Data da aplicação (1001)	Data da aplicação (1002)
1-Verificando conceitos de raio, diâmetro, comprimento da circunferência e o valor do número pi.	Uma bicicleta; objetos redondos encontrados na escola; Folha de atividades; régua; barbante; tesoura; calculadora; folha para registro.	1h40min	24/08/2017	24/08/2017
2-Cálculo da área das figuras planas.	Folha de atividades; cola; papel colorido; régua; tesoura; folha para registro.	1h40min	30/08/2017	30/08/2017
3-Perímetro, área das figuras planas e retirando medidas.	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registro.	1h40min	05/09/2017	05/09/2017
4-Perímetro, área das figuras planas, retirando medidas e conservação do patrimônio público	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registro	1h40min	12/09/2017	11/10/2017
5A –Jogo dominó	Folha para registro	1h40min	26/09/2017	18/10/2017
5B – jogo twister envolvendo perímetro e área das figuras planas	Folha para registro	1h40min	06/03/2018	06/03/2018

Fonte – elaboração própria

A sequência didática a ser aplicada é composta por:

Atividade 1 (Apêndice B) – Verificando conceitos de raio, diâmetro, comprimento da circunferência e o valor do número pi;

Atividade 2 (Apêndice C) – Cálculo da área das figuras planas;

Atividade 3 (Apêndice D) – Perímetro, área das figuras planas e retirando medidas;

Atividade 4 (Apêndice E) – Perímetro, área das figuras planas, retirando medidas e conservação do patrimônio público;

Atividade 5 A (Apêndice F) – Jogo dominó recordando características dos triângulos e fórmulas de perímetro e área de figuras planas;

Atividade 5 B (Apêndice G) – jogo twister envolvendo perímetro e área das figuras planas.

3.4.1 Atividade I - Descobrimo o valor do número pi

Identificando o valor do número pi (Tempo de duração: 2 aulas - 100 minutos)

Etapa 1- A pesquisadora pedirá a um aluno que leve para a sala de aula uma bicicleta que se encontrará no pátio da escola, lugar de fácil acesso. Colocará essa bicicleta de ponta cabeça sobre a mesa da professora que conversará com a turma sobre conceitos de raio, diâmetro e circunferência. Em seguida, com o auxílio de um barbante, a professora medirá o perímetro do pneu e o seu respectivo raio. Ela e os estudantes analisarão a dinâmica realizada na qual os alunos descobrirão o valor do número pi. Em seguida, farão reflexões sobre a atividade prática desta etapa.

Etapa 2 (composta por uma folha de atividades onde se fará o registro de objetos encontrados nas dependências da escola bem como seu perímetro e diâmetro) - Nessa folha de atividade, encontram-se situações-problema criados visando à construção de um trabalho com o intuito de levar o aluno a descobrir o valor do número pi: A resolução dos problemas, por parte dos alunos, dar-se-á a partir da fala da professora a fim de que os alunos, munidos de materiais previamente selecionados e levados para a escola, tais como barbante, régua, tesoura e calculadora, identifiquem o valor do perímetro bem como o do diâmetro desses objetos com a ajuda do barbante. Realizar-se-á a medida destes com o auxílio de uma régua, descobrindo o valor do número pi para completar a tabela da folha de atividade que se encontrará em cada grupo de 3 alunos.

Etapas 3 e 4 – No momento em que os alunos analisarem, debaterem e resolverem as situações-problemas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida em que estes apresentarem dúvidas, ou seja, conduzindo os estudantes à reconstrução do conhecimento.

Etapa 5 – Após as resoluções dessas situações-problema, de volta na sala de aula, haverá o momento de reflexão e debate sobre as respostas obtidas e, posteriormente, a professora/pesquisadora confirmará os resultados encontrados, verificando se estes estão corretos. Em seguida, será pedido aos alunos que façam um pequeno registro sobre suas dificuldades.

3.4.2 Atividade II - Trabalhando Área

Trabalhando com recortes para encontrar a área (Tempo de duração 2 aulas - 100 minutos)

Essa atividade foi inspirada no livro “Tudo é Matemática” do 8º ano do autor [Dante \(2010\)](#) o qual tem, no Capítulo 9, um trabalho de recorte com figuras planas. Partindo dessa ideia, a pesquisadora construirá com os alunos uma atividade com recortes de papel a qual será elaborada para avaliar a questão de número 5 do pré-teste, relacionada ao conteúdo área, pois alguns alunos não demonstraram domínio em reconhecer a figura e calcular as áreas solicitadas.

Etapa 1 - A pesquisadora solicitará aos alunos que resolvam as questões propostas nesta atividade que se encontra no [Apêndice C](#).

Etapa 2 - Os materiais necessários para essa etapa são: folha de atividades, tesoura, cola, papel colorido e folha para registro. A pesquisadora pedirá que os alunos recortem as figuras conforme procedimentos listados na folha de atividades (recortar um quadrado de lado 5cm, desenhar dentro deste uma circunferência de raio 2,5 cm; que também será recortada e retirada, sobrando apenas alguns pedacinhos de papel e com estes será montada a [Figura 20](#)). A partir dessa etapa, os estudantes serão capazes de resolver as situações-problema.

Etapas 3 e 4 – No momento em que os alunos analisarem, debaterem e resolverem as situações-problemas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida que estes apresentem dúvidas, ou seja, conduzindo os estudantes à reconstrução do conhecimento.

Etapa 5 – Após as resoluções dessas situações-problema, haverá um momento de reflexão e debate sobre as respostas obtidas e, em seguida, a professora/pesquisadora confirmará se os resultados encontrados estão corretos. Em seguida, será pedido que os alunos façam um pequeno registro sobre as dificuldades encontradas na atividade e os novos conceitos aprendidos.

Dessa forma, as situações-problemas serão criadas visando à construção de um trabalho com atividades de área de figuras planas.

3.4.3 Atividade III - Trabalhando Área e Perímetro

Identificando medidas em objetos para determinar área e perímetro (Tempo de duração 2 aulas - 100 minutos)

As situações-problema dessa atividade são criadas visando a dar continuidade à construção de um trabalho com atividades de perímetro e área de figuras planas nas seguintes etapas:

Etapa 1 – A resolução dos problemas, por parte dos alunos, dar-se-á a partir das leituras individuais e em grupo de 4 alunos.

Etapa 2 – Os alunos discutirão os valores encontrados nas medidas das mesas da sala de aula e responderão o que será pedido na tabela desta atividade que é composta por questões envolvendo o comprimento e a largura dessas mesas. Essa medição será realizada com a régua e, em seguida, farão o cálculo do perímetro e da área destas. Encontrarão também, após obter o valor já pesquisado do m^2 de madeira, como calcular quanto dinheiro se gasta em uma reforma dos tampões das mesas. Portanto, vale relatar nessa etapa, que o objetivo da pesquisadora é também conduzir os alunos a verificarem se as mesas estão danificadas e efetuar o cálculo para essa reforma. Assim, perceberão o quanto é importante a preservação do patrimônio público.

Etapas 3 e 4 – No momento em que os alunos analisarem, debaterem e resolverem as situações-problemas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida que estes apresentem dúvidas, ou seja, conduzindo à reconstrução do conhecimento.

Etapa 5 – Após as resoluções dessas situações-problema, haverá um momento de reflexão e debate sobre as respostas obtidas e, em seguida, a professora/pesquisadora confirmará se os resultados encontrados estão corretos e também pedirá que os alunos façam um pequeno registro de suas dificuldades na atividade além dos novos conceitos que aprenderem.

Etapa 6 - Nessa etapa, as atividades de revisão, que se encontram anexas ao [Apêndice H](#) serão realizadas em casa e a correção destas dar-se-á na aula seguinte.

3.4.4 Atividade IV - Trabalhando Área com Material Concreto

Calculando área a partir de material manipulável (Tempo de duração 2 aulas - 100 minutos)

Na sequência, as situações-problemas serão criadas visando à construção de um trabalho com atividades de área de figuras planas nas seguintes etapas:

Etapa 1 – A resolução dos problemas, por parte dos alunos, dar-se-á a partir das leituras individuais e em grupo de 4 alunos;

Etapa 2 – Realizando medidas com o metro, nas paredes da sala de aula e um corredor que se encontra em frente a mesma, utilizando também a régua e a trena, serão identificadas as medidas das paredes e dos objetos que se encontram nelas a fim de obter o total gasto na pintura da sala de aula.

Etapas 3 e 4 – Enquanto os alunos analisarem, debaterem e resolverem as situações-problemas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida que estes apresentem dúvidas, ou seja, conduzindo à reconstrução do conhecimento.

Etapa 5 – Após as resoluções dessas situações-problema, haverá o momento de reflexão e debate sobre as respostas obtidas e, em seguida, a professora/pesquisadora confirmará se os resultados encontrados estão corretos, e também pedirá que os alunos façam um pequeno registro de quais são suas dificuldades na atividade e um relato sobre os novos conceitos que aprenderem, no verso da folha.

3.4.5 Atividade V - Jogos aplicados: Dominó e Twister

Atividade A- ([Apêndice F](#)) – Jogo dominó - Tempo de duração 2 aulas - 100 minutos.

Atividade B- ([Apêndice G](#)) – Jogo twister - Tempo de duração 2 aulas - 100 minutos.

Durante essa atividade, a pesquisadora incluirá dois jogos muito importantes para a pesquisa, pois representam momentos de uma aprendizagem adquirida de forma descontraída e dinâmica, uma vez que o jogo proporciona um sentimento de satisfação. [Huizinga \(1990\)](#) define o jogo como uma ação ou atividade voluntária, realizada dentro de certos limites de tempo e de lugar, segundo uma regra livremente consentida, mas imperativa, provida de um fim em si, acompanhada de um sentimento de tensão, de alegria e de uma consciência de ser diferente do que se é na vida normal.

À vista disso, os problemas serão criados pela professora pesquisadora visando à construção de um trabalho com atividades de área e perímetro de figuras planas e uma revisão de classificação de triângulos quanto ao lado e quanto aos ângulos, conceitos importantes de geometria nos jogos seguintes.

Atividade A - Dominó

A resolução dos problemas, por parte dos alunos, dar-se-á a partir da fala do professor e da divisão da classe em grupos de 4 de acordo com o número de alunos em sala para a realização do jogo. Antes, porém, a pesquisadora explicará detalhadamente as regras do jogo e, em seguida, os jogadores decidirão entre si quem iniciará o jogo. A partir desse momento, cada participante, na sua vez, jogará uma carta até que estas terminem. O vencedor da partida é o aluno que ficou sem nenhuma carta na mão.

Regras que foram adaptadas ao jogo dominó:

Número de Jogadores: 2 ou 4 jogadores. Total de Pedras: São 28 pedras que possuem em cada uma de suas faces figuras que indicam características das figuras planas bem como as fórmulas de suas áreas e perímetros. Início da partida: São divididas 7 pedras para cada jogador.

Iniciar o jogo:

Na primeira partida, o jogador com a maior pedra (triângulo equilátero) começa o jogo, colocando-a na mesa. A partir da segunda partida, o jogador vencedor começa.

O jogo roda no sentido horário e cada jogador deve tentar encaixar uma de suas pedras nas extremidades do jogo na mesa. Quando o jogador consegue encaixar uma pedra, passa a vez. Caso ele não consiga, deve comprar do monte e, se não houver pedras no monte, ele passará a vez.

Findar o jogo:

O jogo acaba quando alguém bate (ficar sem pedras na mão) ou quando o jogo fica fechado, ou seja, quando não é mais possível baixar pedras.

Pontuação:

Quando um jogador bate, ele ganha. Se este ficar encurralado, ganha quem tiver menos peças ou quem completar o jogo e ficar com menos peças na mão.

Apenas uma batida simples é suficiente para ganhar o jogo. Se o jogo for fechado, o jogador que possuir menos cartas será o vencedor. É importante destacar que essa atividade é um jogo adaptado de um dominó original.

Durante a realização desse jogo, os alunos registrarão suas dúvidas e os novos conceitos que encontrarem além de críticas e sugestões.

Quando os alunos demonstrarem dúvidas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida que estes apresentem dificuldades, ou seja, conduzindo à reconstrução do conhecimento. Após os esclarecimentos das dúvidas, o jogo transcorrerá até o final.

Atividade B - twister

É um jogo simples, que necessita de um tapete, um spinner, uma superfície plana, muita flexibilidade e equilíbrio. No jogo adaptado para essa pesquisa, o aluno desenvolve também a habilidade de raciocínio lógico.

A resolução dos problemas, por parte dos alunos, dar-se-á a partir da divisão da turma em 4 grupos e de acordo com o número de alunos em sala. Cada grupo escolherá um representante para permanecer no tapete e os demais membros da equipe ficarão juntos para a realização dos probleminhas. Estes resolvidos, a resposta será passada para o representante que estará no tapete e este colocará a mão ou o pé no lugar correto.

Regras adaptadas ao jogo twister Como jogar: Twister é jogado em um tapete de plástico de grandes dimensões que se espalha sobre o solo. Esse tapete é semelhante a um jogo de tabuleiro. Ele tem quatro linhas de grandes círculos coloridos sobre as mesmas com cores diferentes contendo valores em cada linha: vermelho vale 24,8; amarelo vale 12; azul vale 19,2; e verde vale 314. Um spinner é anexado a um tabuleiro quadrado, servindo como um molde para o jogo. O spinner é dividido em quatro seções rotuladas: Pé direito (quatro probleminhas de área do círculo e comprimento da circunferência esperam por você); Mão esquerda (quatro probleminhas de área e perímetro do trapézio esperam por você); Pé esquerdo (quatro probleminhas de área e perímetro do quadrado esperam por você); Mão direita (quatro probleminhas de área e perímetro do triângulo esperam por você). Cada uma dessas quatro partes é subdividida em outras quatro. Cada parte tem uma área ou um perímetro a ser calculado. Depois de girar o spinner, a combinação é chamada, por exemplo, “da mão direita”, e os jogadores devem mover a mão ou o pé correspondente a um ponto da cor correta. Para isso, ele deverá perguntar ao grupo qual o resultado do problema para encontrar o local exato. Em um jogo de dois jogadores, duas pessoas não podem ter uma mão ou o pé sobre o mesmo círculo. As regras são diferentes para mais pessoas. Devido à escassez de círculos coloridos, os jogadores vão muitas vezes ser obrigados a colocar-se em posições precárias, eventualmente fazendo alguém cair. Uma pessoa é eliminada quando cai ou quando toca o cotovelo ou o joelho no tapete. Não há limite de quantos podem jogar ao mesmo tempo, porém, mais do que quatro é um ajuste apertado. Por isso, o jogo foi aplicado apenas para o limite de quatro jogadores.

Enquanto os alunos analisarem, debaterem e resolverem as situações-problemas, a professora/pesquisadora desempenhará o papel de mediadora, incentivando e ajudando os alunos à medida que estes apresentem dúvidas, ou seja, conduzindo à reconstrução do conhecimento até o final do jogo.

Capítulo 4

Descrição da aplicação da Sequência Didática e Análise dos dados

Neste capítulo, encontra-se a reflexão acerca dos dados obtidos após a aplicação da sequência de atividades didáticas que estão disponíveis no [Apêndice B](#), [Apêndice C](#), [Apêndice D](#), [Apêndice E](#), [Apêndice F](#) e [Apêndice G](#). Detalhamos os encontros em que cada atividade foi aplicada, levando em conta suas exigências necessárias, as atitudes e reações dos alunos, além das intervenções realizadas pela professora e algumas considerações feitas por esta pesquisadora.

Essas atividades foram aplicadas entre os meses de agosto, setembro, outubro de 2017 e março de 2018 para participantes do questionário e dos pré-testes. Antes de cada uma delas, foram apresentados à turma os objetivos, as regras e disposições necessárias para que as atividades transcorressem da melhor forma possível.

4.1 Aplicação da Sequência Didática nas turmas

As atividades desta sequência didática, disponíveis no [Apêndice A](#), [Apêndice B](#), [Apêndice C](#), [Apêndice D](#), [Apêndice E](#), [Apêndice F](#) e [Apêndice G](#), foram aplicadas para os 27 alunos da turma 1001 e para os 24 da turma 1002. Os alunos que estavam presentes nos dias das aulas participaram de todas as atividades.

4.1.1 Atividade I - Primeira etapa com duração de 50 minutos

Na aula após a aplicação do Questionário e do Pré-teste nas turmas, foi solicitado a um aluno que levasse para a sala de aula uma bicicleta que se encontrava no pátio da escola, lugar de fácil acesso. Em seguida, foi pedido que este aluno a colocasse de ponta cabeça sobre a mesa do professor, conforme ([Figura 16](#)). Então, foi debatido com os alunos os conceitos de raio, diâmetro e circunferência. Após essa etapa, com o auxílio de um barbante, foi medido o perímetro do pneu da bicicleta bem como o seu diâmetro. Essa

atividade foi preparada e elaborada pela professora/pesquisadora que constatou que o conteúdo abordado na questão de número 1 do pré-teste não era de conhecimento de todos os alunos.

Os alunos de ambas as turmas participaram ativamente da aula, fazendo questionamentos pertinentes ao assunto estudado.

Figura 16 – Atividade I



Fonte: Autoria Própria

4.1.2 Atividade I - Segunda etapa – Duração: 50 minutos

Na segunda aula, após a aplicação da primeira etapa, a turma foi dividida em grupos de quatro alunos de acordo com a escolha destes. Cada grupo recebeu uma folha de atividade contendo uma tabela a ser completada pelo grupo ([Apêndice B](#)). Essa atividade foi preparada e elaborada pela professora/pesquisadora que, ao participar do curso de formação continuada, recebeu esse modelo de atividade para ser aplicado em sala de aula. Constatou-se nessa etapa que o conteúdo abordado era de conhecimento dos alunos, sendo válido destacar que estavam muito animados e concentrados ao realizar essa atividade.

Como objetivos desta atividade, destacam-se:

– Apresentar aos alunos situações e objetos do dia a dia que estão ligados a sua realidade, fazendo com que eles:

- a) comecem a pensar nas situações do cotidiano com uma abordagem Matemática;
 - b) percebam que os conceitos de área e perímetro de figuras planas estão presentes ao nosso redor e em nosso cotidiano de uma forma bem natural;
 - c) consigam ver utilidade no estudo da Matemática, bem como toda a parte geométrica;
- Reconhecer e diferenciar círculo e circunferência, identificando seus elementos.

- Identificar o número (π).
- Calcular o perímetro de uma circunferência.
- Contribuir para uma melhor interação do trabalho em grupo,
- Preparar, orientar e motivar os alunos para a realização das próximas atividades bem como esclarecer suas dúvidas.

Depois de alguns minutos de explicação sobre como seria realizada a atividade, a pesquisadora entregou a folha de atividades contendo uma tabela com espaços destinados a anotação de nomes de objetos que seriam encontrados nas dependências da escola, sendo estes escolhidos pelos próprios alunos. Com o auxílio de um barbante, foi solicitado aos alunos que retirassem o perímetro e o diâmetro dos objetos e fizessem os registros na tabela. Dessa forma, os alunos foram orientados a movimentar-se livremente pelas dependências da escola a fim de escolher objetos de formatos arredondados, medindo o perímetro e o diâmetro destes. Sendo assim, constatou-se que os alunos não apresentaram dificuldades em concretizar a tarefa pedida. Ao realizarem as medidas, retornaram para a sala de aula. Identificaram o valor do número π sem maiores dificuldades, entretanto, com auxílio de uma calculadora, pois nosso tempo de aula já estava se esgotando. Foram incluídas nessa atividade mais algumas perguntas para reflexão: O que se pode concluir a respeito dos números encontrados na terceira coluna? Os valores encontrados nas linhas da terceira coluna são parecidos? Por quê?

Figura 17 – Atividade I



Fonte: Autoria Própria

No decorrer da atividade 1, a professora/pesquisadora observou todos os grupos de alunos os quais estavam atentos e felizes. Ao realizarem as medições como na [Figura 17](#), participavam ativamente da aula fazendo devidamente o registro a fim de completar

Figura 18 – Atividade I

3º voltar para sala e preencher a seguinte tabela

Nome do objeto de estudo	Comprimento da circunferência	Diâmetro	Raio	Valor encontrado para Pi
Porta papel H.	332 cm	134	17	3,29
Caneca	27 cm	8	3	3,375
ventilador	42,5 cm	14	7	3,03
institor	42 cm	13,5	6,75	3,1

4º dividir o resultado encontrado em comprimento da circunferência pelo diâmetro do mesmo objeto para encontrar o valor de pi

Obs: Achamos divertido e interativo, pesquisamos coisas que não achamos que pode ter algo a ver com a matemática.

Fonte: Autoria Própria

a tabela da folha de atividades conforme a [Figura 18](#), obtendo assim um ambiente de companheirismo entre os educandos.

Vale salientar que, estudando mais sobre o assunto, a pesquisadora identificou que essa atividade já havia sido aplicada por [Roveran \(2015\)](#) e registrada em sua dissertação no site do PROFMAT com o título: "Atividades para a sala de aula usando como recurso pedagógico a história matemática. Das quadraduras ao número pi. Matemática na Grécia".

Nas duas turmas onde a atividade 1 foi aplicada, o objetivo foi atingido. Constatou-se o entusiasmo da turma para a próxima atividade.

4.1.3 Análise dos Resultados Obtidos na atividade I

Através dessa atividade, pretendeu-se construir um conceito sólido do valor do número pi, além de ensinar aos alunos como retirar as medidas corretas dos objetos [Figura 18](#).

Para a aplicação dessa tarefa, as turmas foram divididas em grupos de quatro alunos. Esperava-se que estes fossem capazes de realizar a atividade sem que demonstrassem maiores dificuldades. E foi o que realmente aconteceu, pois apenas alguns alunos tiveram dificuldades na realização das contas envolvendo decimais, mesmo utilizando a calculadora.

Após retirarem a medida do perímetro com o uso do barbante, este valor foi obtido com o auxílio de uma régua para medi-lo. Obteve-se também o diâmetro do objeto medindo novamente o barbante com a régua. Assim, dividindo o perímetro pelo diâmetro, os alunos encontraram o valor do número pi aproximado, atingido assim o objetivo da aula, e

completando a tabela da atividade que se encontra (Apêndice B).

Constatou-se uma felicidade e uma euforia misturada a alegria na realização da tarefa, alcançando assim o objetivo almejado.

4.1.4 Atividade II

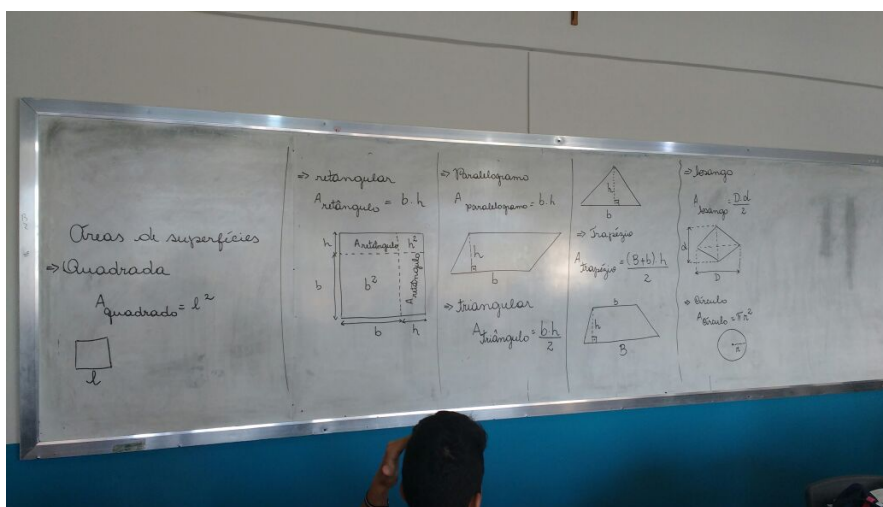
A atividade 2 foi realizada na sala, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de resolver cálculos e problemas que envolvessem áreas de figuras planas, contribuindo assim, para a construção desses conceitos.

A atividade foi realizada nessa aula da seguinte forma: as turmas foram divididas em grupos de acordo com a proximidade das mesas dos alunos e cada grupo recebeu uma folha contendo os Problemas de número 1 ao 3 (Apêndice C), os quais foram preparados e elaborados pela professora/pesquisadora.

Vale destacar que o conteúdo abordado nessa aula já era de conhecimento dos alunos, pois, antes de apresentar a atividade, considerando a dificuldade identificada por meio do pré-teste em vários alunos ao calcular área de figuras planas, a pesquisadora fez uma revisão das definições de área e perímetro no quadro conforme observamos na Figura 19.

À vista disso, a pesquisadora promoveu uma discussão sobre figuras planas, explicando e relembrando área, uma vez que, verificou-se através desse pré-teste que muitos alunos não demonstravam domínio neste conteúdo. Na questão Figura 14 do pré-teste, disponível no Apêndice A, relacionada ao conceito de área de figuras planas dessa atividade, conforme mostra os resultados da Tabela, evidenciou-se uma aprendizagem deficiente neste conteúdo.

Figura 19 – Revisando área



Fonte: Autoria Própria

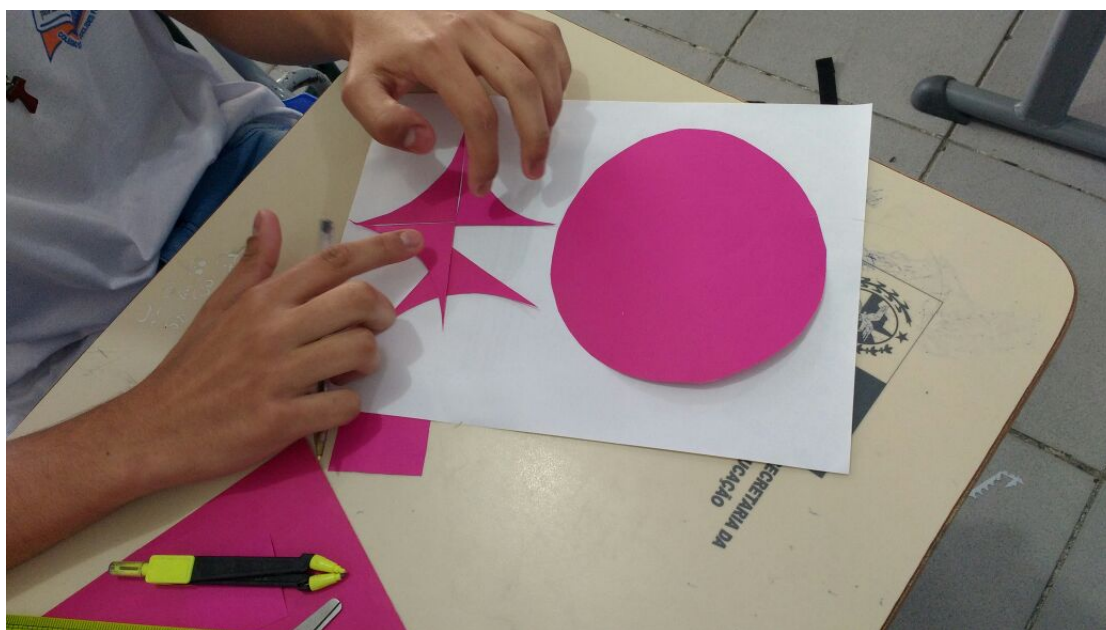
Após esse momento inicial, a pesquisadora apresentou a atividade que foi realizada com a finalidade de calcular a área colorida de um quadrado do qual era retirado o círculo. Identificou-se que vários alunos não sabiam como resolver essa questão.

Logo após, foi solicitado aos alunos que recortassem um quadrado conforme estava sugerido na folha de atividades. Em seguida, foi pedido que, após desenhar com o compasso a circunferência de medidas de diâmetro igual ao lado do quadrado, que o círculo recortado fosse retirado.

Dessa forma, conduziu-se os alunos a refletirem sobre a forma de resolver aquele problema. Assim, eles foram capazes de solucioná-lo. Todavia, somente após a utilização dos critérios adotados, passo a passo, conforme pedido na atividade, isso se tornou possível.

Assim sendo, ao analisar o registro dos alunos e o comportamento destes durante a concretização da atividade, foi possível observar o quanto gostaram de realizá-la, conforme relata um aluno ao término da tarefa [Figura 20](#) e [Figura 21](#).

Figura 20 – Realizando recortes



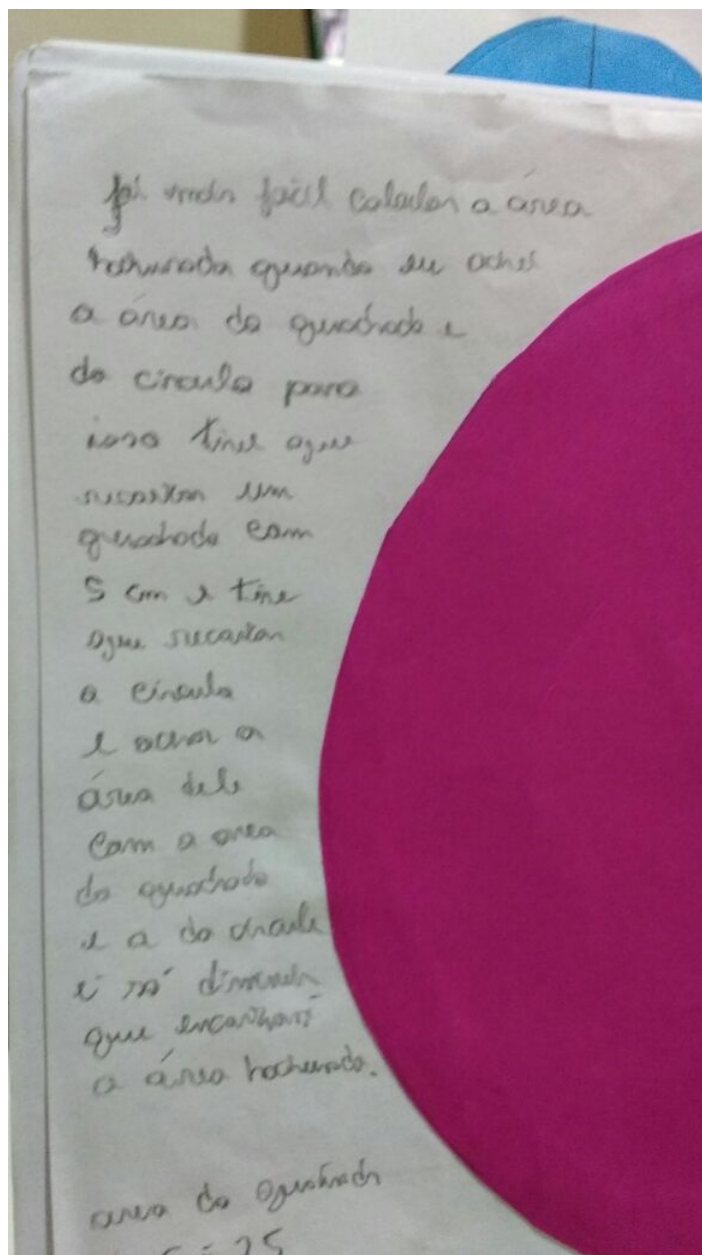
Fonte: Autoria Própria

Ao final dessa aula, os alunos produziram um registro escrito como forma de relato da dinâmica realizada.

4.1.5 Análise dos Resultados Obtidos na atividade II

Por meio dessa atividade, pretendeu-se construir um conceito sólido de área. Para a aplicação desta, as turmas foram divididas em grupos de quatro alunos. Esperava-se que os alunos fossem capazes de realizar a atividade sem maiores dificuldades.

Figura 21 – Relatório do aluno



Fonte: Autoria Própria

Todavia, não foi o que aconteceu, pois apenas alguns alunos souberam responder à pergunta 1 e somente sobre a figura 1 desta atividade (Apêndice C). Na Tabela 7 e na Tabela 8, encontram-se os resultados obtidos pelos alunos na resolução da atividade II (Apêndice C). Ambas as turmas, 1001 e 1002, com 22 alunos presentes em cada uma delas, tiveram um pouco de dificuldade ao começar a responder à pergunta elaborada.

Durante a análise das respostas, bem como durante a aplicação das atividades, a professora/pesquisadora pôde perceber que os alunos apresentaram dificuldade em lembrar que a área do quadrado era L^2 . Além disso, constatou que, no problema, mesmo conhecendo a área do círculo, a maioria dos alunos não percebia que bastava efetuar uma

Tabela 7 – Resultados da atividade II na Turma 1001

Questões propostas	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Questão 1 figura 1	04	01	17	18,2%
Questão 1 figura 2	00	00	22	00%
Questão 1 figura 3	00	00	22	00%
Questão 2	22	00	00	100%
Questão 3	20	02	00	90,9%
Questão 4	19	03	00	86,36%

Fonte:Elaboração própria

Tabela 8 – Resultados da atividade II na Turma 1002

Questões propostas	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Questão 1 figura 1	04	01	19	16%
Questão 1 figura 2	00	00	24	00 %
Questão 1 figura 3	00	00	24	00 %
Questão 2	21	03	00	87,5 %
Questão 3	20	04	00	83,3 %
Questão 4	19	05	00	79,16 %

Fonte:Elaboração própria

subtração. Ao final da atividade, houve um relato especial de um aluno dizendo: “Aprendi. E eu que não sabia responder. Professora, essa aula foi muito bacana”.

Observando a dificuldade de interpretação do problema proposto nessa atividade II pelos alunos da turma, além da sua falta de base, compreendeu-se que, no decorrer da atividade, eles se mostrariam interessados em executar a tarefa. Ficou claro, portanto, que gostaram da forma como o conteúdo foi trabalhado e que a atividade proposta teve seu objetivo alcançado. Sendo assim, foi proposto como tarefa de casa alguns exercícios de revisão do livro texto (LEONARDO, 2016) capítulo 4, páginas 78 e 79 [Apêndice H](#)

4.1.6 Atividade III

A atividade 3 aconteceu em sala, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de levar o aluno a: obter domínio de unidade de medidas tais como centímetro e metro, utilizando como instrumentos de medida o metro, a régua e a trena para executá-la; ter noção de gastos de valores para a conservação de sua escola; conservar o patrimônio público; resolver atividades que envolvam o perímetro; resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas; contribuir para uma melhor interação do trabalho em grupo.

Antes de iniciar essa atividade, a pesquisadora conduziu uma conversa com a turma a fim de recordar os conceitos de medidas de centímetro e metro, dialogando a respeito de como as medidas seriam realizadas.

Figura 22 – Atividade III

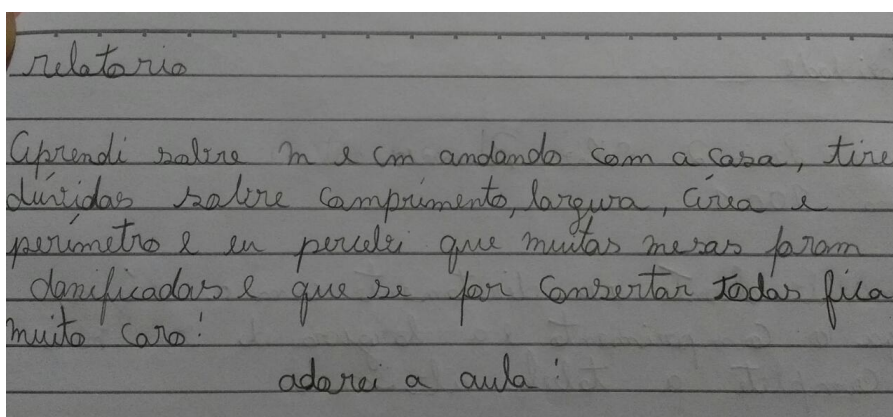


Fonte: Autoria Própria

Assim, nesta atividade conforme na [Figura 22](#), as turmas voltaram a reunir-se em grupos para analisar as medidas, bem como identificar a área e o perímetro, discutir os valores encontrados e responder o que foi solicitado na tabela desta atividade [Apêndice D](#). Esta é composta por questões envolvendo o comprimento e a largura da mesa que seriam medidos com a régua pelos alunos. Em seguida, realizariam o cálculo do perímetro e da área desta. Tendo já pesquisado o valor do m^2 de madeira, calcular-se-iam, nesse momento, quanto dinheiro gastaríamos em uma reforma dos tampões das mesas.

Vale relatar a conclusão a que esses alunos chegaram acerca da importância dos cuidados com o ambiente escolar ao perceberem que alguns estudantes de anos anteriores haviam perfurado as mesas. À vista disso, foi efetuado o cálculo dos gastos para reparo dessas mesas e analisou-se como ficaria caro uma reforma e o quanto é importante a preservação do patrimônio público. O registro dessa atividade feito pelos alunos encontra-se na [Figura 23](#) e [Figura 24](#).

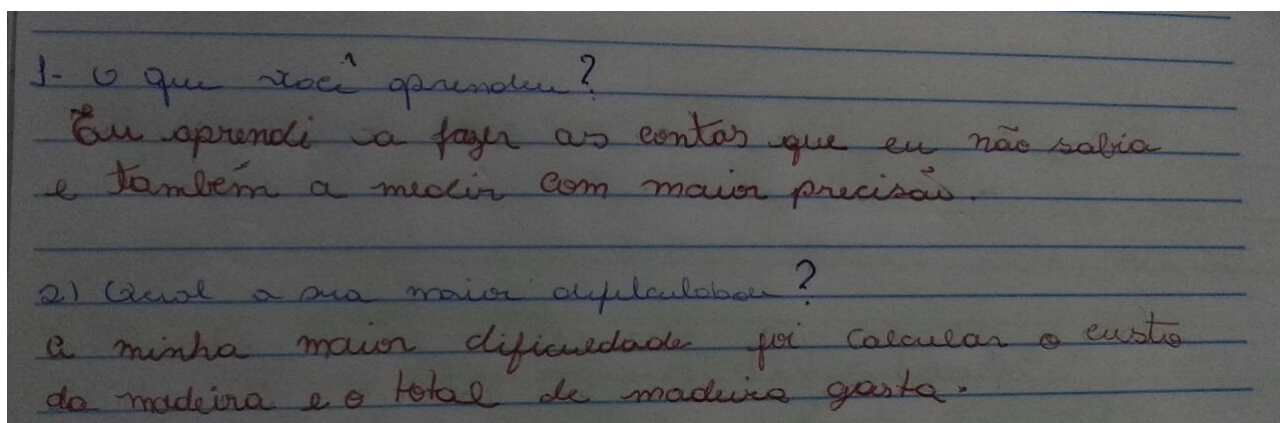
Figura 23 – Alunos escrevendo os fatos



Fonte: Autoria Própria

Portanto, tem como objetivo geral esta atividade consolidar todo o conhecimento que veio sendo adquirido e trabalhado no decorrer das atividades anteriores realizadas e, posteriormente, sondar o processo de ensino-aprendizagem utilizado neste trabalho, verificando se este atingiu o objetivo desejado. Logo, é importante frisar, portanto, que o objetivo desta atividade é voltado para consubstanciar o aprendizado.

Figura 24 – Relatório do aluno



Fonte: Autoria Própria

4.1.7 Análise dos Resultados Obtidos na Atividade III

Na atividade III, esperou-se consolidar todo o conhecimento trabalhado e adquirido no decorrer das atividades anteriores além de desenvolver a noção de preservação do patrimônio público. A tabela que se encontrava na atividade III (Apêndice D) foi respondida pelos alunos que demonstraram poucas dúvidas. Registrou-se na Tabela 9 os resultados obtidos.

Tabela 9 – Resultados da atividade III na Turma 1001

Objeto do estudo: mesas	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Comprimento	27	00	00	100%
Largura	27	00	00	100%
Área	27	00	00	100%
Perímetro	27	00	00	100%
Total de mesas na sala	27	00	00	100%
Valor do m ² de madeira para tampão de mesa	27	00	00	100%
Valor total de m ² de madeira gasta na sala	23	04	00	85,15%
Custo do m ² de madeira	23	04	00	85,15%
Total gasto nas mesas de sua sala de aula	23	04	00	85,15%

Fonte:Elaboração própria

Tabela 10 – Resultados da atividade III na Turma 1002

Objeto do estudo: mesas	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Comprimento	22	00	00	100%
Largura	22	00	00	100%
Área	22	00	00	100%
Perímetro	22	00	00	100%
Total de mesas na sala	22	00	00	100%
Valor do m ² de madeira para tampão de mesa	22	00	00	100%
Valor total de m ² de madeira gasta na sala	21	01	00	95,45%
Custo do m ² de madeira	22	00	00	100%
Total gasto nas mesas de sua sala de aula	20	02	00	90,9%

Fonte:Elaboração própria

Constatou-se que os erros encontrados sobre área total e custo total da madeira das mesas ocorreram devido a uma pequena confusão no momento da soma e no produto com número decimal; fato observado pela professora pesquisadora na análise das respostas.

4.1.8 Atividade IV

Devido ao empenho das turmas e a sua preocupação com os gastos para uma reforma nas mesas da escola, durante a atividade anterior, organizou-se rapidamente outra atividade que pudesse complementar não só o conteúdo estudado como também a temática de conservação do patrimônio, ensinando aos alunos como trabalhar com o dinheiro.

Aconteceu em sala, em dois tempos de aula (1h40min), com os seguintes objetivos: levar o aluno a ter domínio de medidas tais como centímetro e metro no momento da realização de uma medida; saber usar instrumentos tais como metro, régua e trena para executá-la; ter noção de gastos de valores para conservação de sua escola; conservar o patrimônio público bem como a utilizá-lo de forma adequada; resolver atividades que envolvam o perímetro; resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas e contribuir para uma melhor interação do trabalho em grupo.

Figura 25 – Alunos realizando medidas



Fonte: Autoria Própria

Nesta atividade, os alunos já tinham maior domínio do conteúdo e do procedimento que seria adotado para a realização da atividade, conforme [Figura 25](#) e [Figura 26](#). Sendo assim, após a distribuição das folhas de atividades com as perguntas e o quadro onde os alunos registrariam as medidas que seriam realizadas, os alunos partiram tranquilamente para a realização da tarefa.

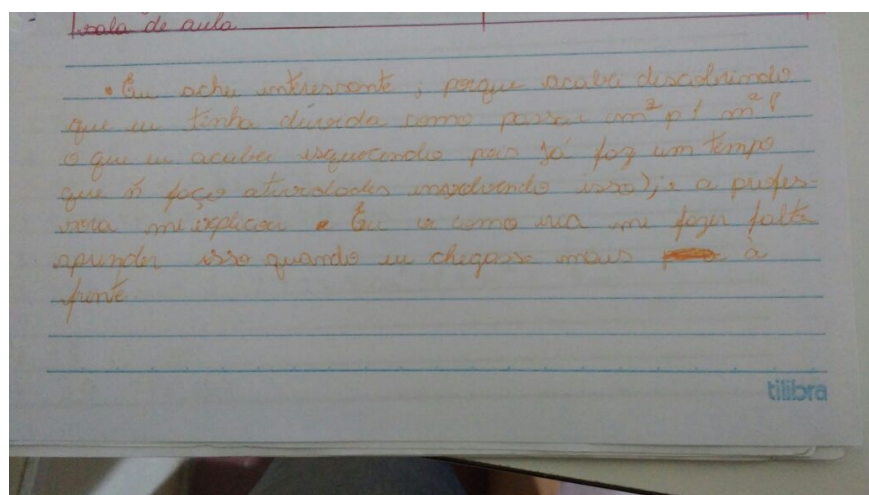
Figura 26 – Alunos realizando medidas



Fonte: Autoria Própria

Nessa tarefa, os próprios alunos levaram para a sala o valor das latas de tinta que seriam necessárias para a pintura da sala, demonstrando entusiasmo ao realizar a atividade e também fizeram os relatos conforme [Figura 27](#) e [Figura 28](#). Vale destacar que um aluno faltoso e que já foi usuário de drogas demonstrou motivação durante essa aula, relatando que foi a melhor aula que já teve. E partiu dele a apresentação dos resultados, pois este se dispôs a retirar dúvidas dos colegas no momento do uso do metro.

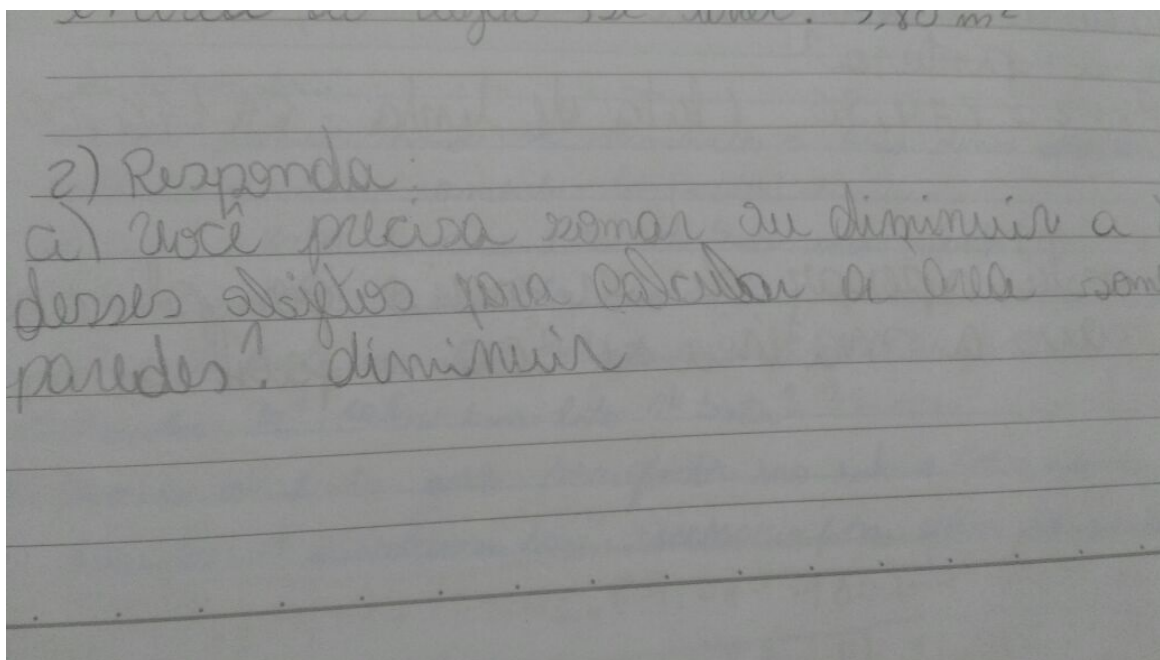
Figura 27 – Alunos escrevendo fatos



Fonte: Autoria Própria

Dessa forma, foram feitas a análise, as críticas e as sugestões por todos os alunos. Após a realização das medidas foi completada a tabela que se encontrava nessa atividade. Houve também a apresentação do trabalho feito pelas turmas ([Apêndice E](#)) desenvolvido com o objetivo de avaliar se ocorreram mudanças na maneira como os alunos percebem o ambiente escolar após obter noções de conservação do bem patrimonial. Logo, o objetivo dessa atividade é voltado para solidificar o aprendizado.

Figura 28 – Relatos dos alunos



Fonte: Autoria Própria

4.1.9 Análise dos Resultados Obtidos na atividade IV

Essa atividade foi respondida por doze alunos da turma 1001 e por doze alunos da turma 1002. Havia poucos alunos, pois era véspera de feriado e apenas os mais dedicados compareceram à aula. Segundo relato dos alunos da turma 1002, foi uma das melhores aulas e eles se sentiram como engenheiros trabalhando em equipe. Registrou-se na ([Tabela 11](#)) e ([Tabela 12](#)) os resultados obtidos.

Tabela 11 – Resultados da atividade IV na Turma 1001

Objeto do estudo: sala de aula	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Largura das paredes 1/3	12	00	00	100
Largura das paredes 2/4	12	00	00	100
Largura do teto	12	00	00	100
Comprimento ou altura 1 /3	12	00	00	100
Comprimento ou altura 2 /4	12	00	00	100
Comprimento ou largura do teto	12	00	00	100
Área do teto	12	00	00	100
Área total das paredes incluindo o teto	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra A do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra B do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra C do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra A do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra B do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra C do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra D do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra E do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra F do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra G do número 2	12	00	00	100

Fonte: Elaboração própria

Tabela 12 – Resultados da atividade IV na Turma 1002

Objeto do estudo: sala de aula	Acertos	Erros	Em branco	Aproveitamento
Largura das paredes 1/3	12	00	00	100
Largura das paredes 2/4	12	00	00	100
Largura do teto	12	00	00	100
Comprimento ou altura 1 /3	12	00	00	100
Comprimento ou altura 2 /4	12	00	00	100
Comprimento ou largura do teto	12	00	00	100
Área do teto	12	00	00	100
Área total das paredes incluindo o teto	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra A do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra B do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra C do número 1	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra A do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra B do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra C do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra D do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra E do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra F do número 2	12	00	00	100
Resposta da Pergunta da letra G do número 2	12	00	00	100

Fonte: Elaboração própria

Não foram encontradas dificuldades na execução desta atividade, o que já era esperado; pois, mesmo devido à quantidade de cálculos que ela contém, havia na turma um número menor de alunos e entre estes estavam os mais aplicados. (Observação: Nesta aula, esteve presente um aluno faltoso e que já havia sido usuário de drogas, que se comportou muito bem como líder, destacando o seu apreço por essa forma didática de trabalho).

4.1.10 Atividade V

Os Jogos

Os jogos encontram-se entranhados no ambiente sociocultural dos alunos e, neste sentido, evidencia-se a necessidade de respeitar e valorizar os jogos já de conhecimento do aluno, sejam os tradicionais, seja os que vão sendo culturalmente criados, implicando numa opção pedagógica do professor por eles, aprendendo a observar e ouvir de seus alunos as formas como brincam, como desenvolvem suas atividades lúdicas que propiciariam um importante meio para a compreensão, apreensão, desenvolvimento, explicitação, aplicação e generalização de conceitos (GRANDO, 2000).

Atividade 5 A (Apêndice F) – Jogo Dominó

A atividade 5 aconteceu em sala, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de fixar as fórmulas aprendidas para calcular a área e o perímetro de figuras planas, recordar conceitos importantes tais como: classificação de triângulos quanto ao número de lados e ângulos, nomes abordados em geometria, e finalmente produzir um registro escrito, como forma de relato da dinâmica realizada.

A atividade foi realizada após a turma ser dividida em grupos de quatro alunos, tendo a finalidade de realizar uma competição.

Antes de apresentar a atividade, considerando que as dificuldades identificadas nos alunos através do pré-teste já haviam sido sanadas, a pesquisadora revisou mais alguns conceitos tais como: classificação de triângulos quanto ao número de lados e ângulos, perímetro das figuras, além de algumas fórmulas de área. Assim, a pesquisadora promoveu uma discussão sobre o assunto, lembrando alguns conceitos e fazendo registros destes no quadro. Buscou-se dessa forma uma aprendizagem mais eficiente, enriquecendo um pouco mais o conteúdo abordado.

Após a divisão dos grupos e a explanação dos assuntos citados acima, a pesquisadora apresentou a atividade, que era um Jogo de dominó com 28 cartas. Algumas dessas cartas continham a imagem de uma figura plana enquanto em outras encontrava-se a fórmula da área ou do perímetro ou de uma característica da figura plana. Assim como no jogo normal de dominó, neste em especial, cada valor de um número representa uma figura plana.

Foram apresentadas as regras do jogo dominó:

- As cartas devem ser embaralhadas e colocadas na mesa, com a face virada para baixo;
- Cada um dos jogadores deve receber 7 cartas;
- Os jogadores devem decidir quem começará o jogo;
- O vencedor será aquele que, ao finalizarem as cartas, possuir menos cartas na mão ou zerar o número destas primeiro conforme [Figura 29](#).

Figura 29 – Divertimento



Fonte: Autoria Própria

Durante a realização do jogo a pesquisadora observou os grupos de alunos jogando e constatou que, para estes o jogo não era considerado aula, mas apenas um divertimento conforme [Figura 30](#).

Figura 30 – Alunos jogando



Fonte: Autoria Própria

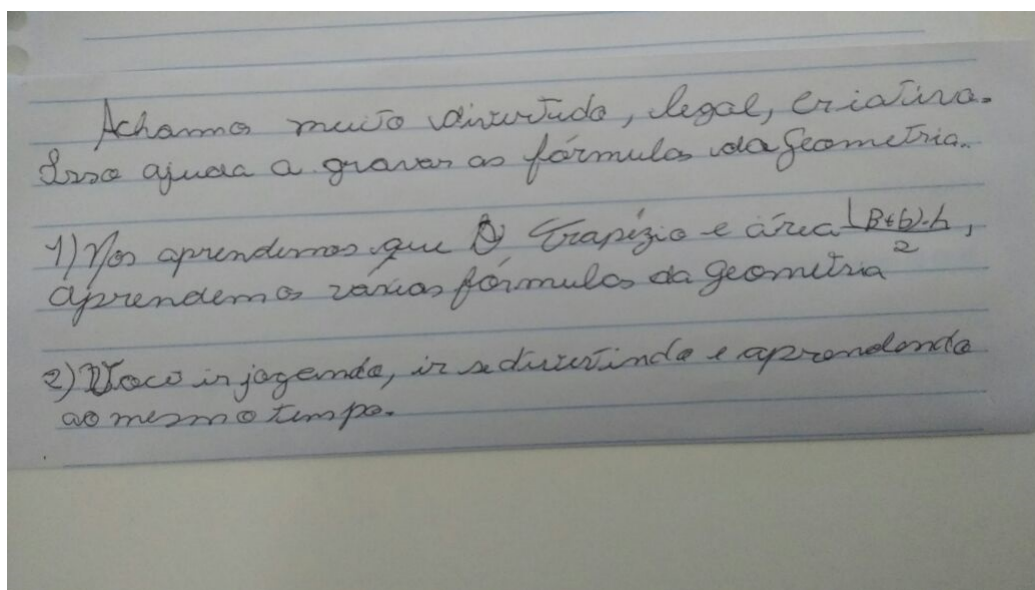
É importante frisar que o dominó em preto e branco aumentaria muito o grau de dificuldade dos estudantes. Por isso, o jogo foi colorido propositalmente, pois este seria interessante se trabalhado nas séries iniciais do segundo seguimento do ensino fundamental. Infelizmente, por falta de oportunidade, o jogo não foi aplicado nestas turmas iniciantes.

Após o término do jogo, a pesquisadora solicitou aos alunos que falassem o que acharam do jogo e que fizessem seus comentários e críticas.

Vale destacar que, segundo vários pesquisadores, o jogo traz grandes benefícios ao processo de ensino-aprendizagem. A abordagem através do jogo é defendida por Rosa (2004) como sendo uma forma de fixar o assunto estudado. De acordo com essa pesquisadora “o jogo tem sido utilizado como um recurso que só traz benefícios para o aluno no processo ensino e aprendizagem. Logo, utilizar o jogo faz com que o aluno fixe muito mais o assunto e não esqueça tão facilmente o que aprendeu.

Portanto, a partir dos aspectos observados durante o jogo e através dos registros na atividade [Figura 31](#), constatou-se o crescimento cognitivo por parte dos alunos.

Figura 31 – Relatório de aluno



Fonte: Autoria Própria

Atividade 5 B (Apêndice G) – Jogo Twister

A atividade 5B aconteceu em sala, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de calcular a área e o perímetro de figuras planas e produzir um registro escrito, como forma de relato da dinâmica realizada. A atividade foi cumprida após a turma ser dividida em quatro grupos, tendo a finalidade de fazer uma competição.

Antes de apresentar a atividade, considerando que as dificuldades dos alunos já haviam sido sanadas, buscou-se uma forma agradável de revisar os conteúdos. Constatou-

se que estes conhecimentos seriam necessários posteriormente, pois, de acordo com o currículo mínimo do 2º ano, seriam abordados os assuntos área e volume dos sólidos geométricos. Dessa forma, a professora/pesquisadora promoveu uma discussão sobre figuras planas, revisando o conteúdo estudado, verificando, assim, que muitos alunos demonstraram domínio das fórmulas.

Após esse momento inicial, a pesquisadora apresentou a atividade, que era um Jogo. Havia nele um tabuleiro contendo algumas imagens de figuras planas. Durante o desenvolvimento do jogo, os alunos deveriam calcular a área ou o perímetro da figura pedida. Isso representou alguns desafios relacionados a área de figuras planas. No tapete, o aluno representante do grupo deveria colocar a mão direita ou a esquerda, ou o pé direito ou o esquerdo conforme [Figura 32](#). Essas ações seriam exigidas no local indicado pela solução do problema. Após o seu grupo calcular esse valor, o aluno saberia o local exato onde colocar sua mão ou seu pé, aplicando assim as regras do jogo.

Figura 32 – Alunos realizando tarefas do jogo



Fonte: Autoria Própria

Com a turma dividida em quatro grupos, um representante de cada grupo iria para o tapete e outro ficaria no spinner para girar a combinação.

Em seguida, os grupos reunir-se-iam nos quatro cantos da sala em uma mesa onde realizariam os problemas propostos. Os alunos deveriam utilizar a folha de registros para realizar os cálculos necessários. O vencedor seria aquele grupo que conseguisse resolver os problemas e permanecer no jogo sem cair até o final conforme [Figura 33](#).

Conhecidas as regras, os alunos formaram os grupos para iniciar o jogo.

Durante a realização do jogo, a pesquisadora prestou atendimento aos alunos e os

auxiliou buscando solucionar as dúvidas que surgiam, principalmente nas realizações de contas envolvendo números decimais.

Figura 33 – Alunos estudando e se divertindo



Fonte: Autoria Própria

A dinâmica do jogo foi ótima e vale relatar que, na turma 1001, após a terceira rodada, teve uma equipe eliminada. Esta, entretanto, prontificou-se a ajudar os alunos de outro grupo nas soluções dos problemas para que essa equipe com dificuldades permanecesse no jogo. Houve um momento em que um dos alunos perdeu o equilíbrio sobre o tapete, saindo do jogo. Em seguida, uma aluna, mesmo estando sobre o tapete, pedia que lhe falassem qual era a figura e ela realizava mentalmente os cálculos, tentando permanecer no jogo. Dessa forma, foram realizados os problemas até praticamente o término da aula quando o menino desequilibrou e saiu do jogo, permanecendo apenas a aluna que ajudava seu grupo. Assim, sua equipe foi vencedora [Figura 34](#).

Já na turma 1002, a competição ficou mais acirrada. Os alunos no tapete tinham bastante equilíbrio e não caíam enquanto os grupos realizavam rapidamente os problemas propostos. Assim, foram resolvidas praticamente todas as atividades propostas. Após a sétima rodada, alguns alunos perderam o equilíbrio e uma equipe foi vencedora. Essa competição valia um ponto para a equipe vencedora, mas parecia algo muito mais valioso, pois os alunos desejavam muito vencer.

Nessa forma de trabalhar com jogos, é importante que o professor forneça dicas e conselhos a fim de conduzir o aluno a descobertas durante esse processo, assim afirmam [Isotani e Brandão \(2013\)](#).

É importante também lembrar que o trabalho colaborativo oportunizou uma aprendizagem bastante significativa, uma vez que nele os estudantes conquistam o conhecimento

Figura 34 – Alunos jogando



Fonte: Autoria Própria

e praticam novas competências de acordo com [Silva, Costa e Santos \(2008\)](#).

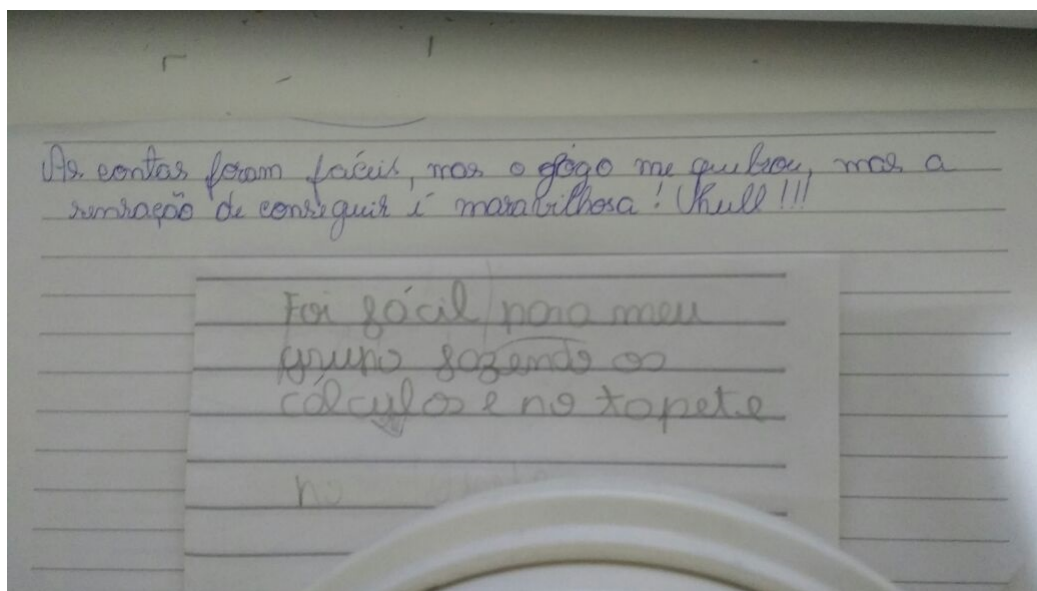
Após o término do jogo, a pesquisadora solicitou aos grupos de alunos que relatassem por escrito quais as suas dificuldades, os novos conceitos que aprenderam durante a realização do jogo e fornecessem sugestões a respeito da atividade.

Vale destacar que, no Ensino médio, é difícil promover interesse em determinadas atividades uma vez que os alunos estão completamente antenados às redes sociais, sendo, portanto, mais trabalhoso trazê-los para o interesse em estudar o conteúdo que deve ser trabalhado em sala de aula. Por isso, a pesquisadora buscou criar atividades que despertassem no educando um interesse maior. Logo, para atingir esse propósito, fez-se necessária a elaboração de um planejamento envolvendo uma atividade que alcançasse o objetivo de fixar o conteúdo trabalhado. Para isso, foram adaptadas novas regras ao jogo twister.

Vale lembrar mais uma vez a abordagem sobre jogo defendida por [Rosa \(2004\)](#) que

considera que “o jogo tem sido utilizado como um recurso que só traz benefícios para o aluno no processo ensino e aprendizagem. É nesse momento que ele fixa muito mais o assunto e não esquece tão facilmente o que aprendeu”.

Figura 35 – Relatório de aluno



Fonte: Autoria Própria

Comparando e observado durante o jogo os registros dos alunos na atividade conforme [Figura 35](#), constatou-se o crescimento cognitivo por parte destes.

Não obstante, também foram enviadas algumas atividades de revisão [Apêndice H](#) para serem realizadas em casa e corrigidas posteriormente em sala de aula.

4.2 Análise dos Resultados Obtidos nos jogos

Dominó e Twister

A partir das situações-problema encontradas nos jogos, objetivou-se verificar como o aluno as resolveria aplicando os conhecimentos que envolvessem perímetro e área de figuras planas encontradas no jogo, bem como analisar se o estudante seria capaz de perceber relações entre os cálculos e o jogo tanto de dominó como o do twister. Pretendeu-se também verificar quais estratégias seriam utilizadas pelos alunos na resolução das questões apresentadas no jogo, além de instigar o aluno a vencê-lo.

As atividades com jogos foram muito produtivas, pois todos os alunos participaram ativamente delas; o que permitiu que os alunos explorassem o conteúdo através de várias abordagens feitas nas questões propostas do jogo. Isso foi capaz de motivar os alunos a fim de obter a vitória nos jogos. Todos os alunos relataram que gostaram bastante da atividade. Há muitos outros tipos de jogos que podem servir de material de apoio ajudando a enriquecer o trabalho do professor que deseja ensinar os conteúdos de geometria

de maneira lúdica. Esses jogos, quando bem trabalhados, podem contribuir e facilitar a aquisição do conhecimento, como descreve o excerto:

(...) A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática (BRASIL . . . , 1997).

Capítulo 5

Considerações Finais

Esta pesquisa objetivou fazer com que alunos se apropriassem de maneira mais significativa dos conceitos de área e perímetro de figuras planas, tendo em vista as dificuldades encontradas durante o processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos de Geometria. Destarte, essa dissertação exhibe um embasamento teórico acerca dos desafios encontrados no ensino atual de determinados conceitos geométricos bem como apresenta a literatura que faz referência à importância do uso de materiais lúdicos e concretos na aprendizagem desses conceitos.

Sendo assim, baseado nos resultados do pré-teste e da avaliação diagnóstica aplicados aos alunos durante essa pesquisa, tomou-se conhecimento de que deveriam ser desenvolvidos de forma mais expressiva conceitos como o cálculo do perímetro e área de figuras planas além de problemas que envolvessem o raciocínio lógico. A fim de tornar o ensino-aprendizagem mais eficiente nesses conceitos da Geometria, aplicamos uma série de atividades realizadas neste trabalho que foram executadas com alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Estas atividades envolveram o uso de materiais manipuláveis encontrados no dia a dia do educando, sendo usadas com o intuito de melhorar a aprendizagem e atingir a fixação dos conteúdos estudados. Foram também utilizados jogos, os quais jamais substituirão uma aula expositiva, entretanto, em conjunto com as atividades práticas, podem fornecer subsídios para uma boa aula, visto que, primeiramente, levamos o aluno a observar, na realidade do dia a dia, objetos; em seguida, trabalhamos bem os conceitos com criatividade para, enfim, consolidar o conteúdo.

Logo, espera-se que o professor se apoie nessa pesquisa para que venha a utilizar as sugestões de atividades propostas ou que possa formular questões envolvendo outros conteúdos não abordados nela; destacando como sugestões a aplicação das atividades, antes da introdução dos conteúdos, abordagem dos assuntos de geometria de maneira dinâmica a partir de experiências concretas, fundamentando-se nas orientações encontradas no currículo mínimo e nos PCNs.

A priori, através dos resultados encontrados nessa pesquisa, foi possível constatar que a utilização, no ensino de figuras planas, dos materiais didáticos manipuláveis e lúdicos pode favorecer significativamente a aprendizagem dos principais conceitos de medidas de perímetro, área de figuras planas e da circunferência, fazendo com que o educando se aproprie do conhecimento de forma considerável não só na escola como em toda a sua vida cotidiana, tornando-se, pois, um estudante que apreende o conteúdo estudado de forma mais significativa e prazerosa.

Por conseguinte, aplicou-se neste trabalho uma sequência de atividades elaboradas pela professora pesquisadora as quais apresentavam características lúdicas e utilização de material concreto. Dessa forma, através destas atividades aplicadas e de acordo com a exposição nos relatos dos alunos, essa pesquisa atingiu o objetivo almejado; que era estimular a aprendizagem de alguns conceitos geométricos de maneira mais dinâmica e significativa.

Introduziu-se, portanto, por meio dessa pesquisa, uma nova metodologia de trabalho envolvendo atividades lúdicas ou com uso de material concreto ao inserir conteúdos de Geometria, possibilitando ao aluno uma nova visão, contribuindo para o enriquecimento do processo de ensino-aprendizagem de diversos conceitos geométricos. Assim, espera-se que a utilização deste trabalho possibilite ao professor novas maneiras de abordar esses conteúdos de Geometria no Ensino Fundamental e que os professores utilizem essa metodologia proposta no 9º ano, quando realmente o aluno estuda esse conteúdo e com certeza chegará ao ensino médio com esse conhecimento elaborado e internalizado.

A escolha do tema trabalhado nesta pesquisa mostra, portanto, a grande importância das atividades com experimento e com jogos (o lúdico) na sala de aula. Espera-se que as atividades aqui propostas levem o educando à aprendizagem de maneira criativa e acentuada, conduzindo esse aluno não à memorização de fórmulas, mas à criatividade em resolução de problemas matemáticos. Em suma, espera-se ter contribuído, através desse estudo, para a aplicação em outros ambientes educacionais, de inúmeras atividades com utilização de material concreto e lúdico a fim de conduzir o aluno ao raciocínio abstrato, alcançando assim um ensino significativo e prazeroso.

Referências

- ALVES, D. a. d. O. *Resolução de Problemas como Recurso Didático no Ensino e na Aprendizagem da Álgebra*. Rio Grande do Norte: UFRN: [s.n.], 2015. Citado na página 40.
- AMORA, A. S. *Minidicionário Soares Amora da Língua Portuguesa*. 19. ed. São Paulo: Saraiva: [s.n.], 2010. Citado na página 41.
- ARAUJO, I. R. d. O. *A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmitificar o ensino da matemática*. Santa Catarina: UFSC: [s.n.], 2000. Citado na página 20.
- BERGGREN, J.; BORWEIN, J.; BORWEIN, P. *Pi: A Source Book*. 9781475742176: Springer New York, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.
- BONJORNO; AYRTON. *matemática fazendo a diferença*. 9. ed. Brasil: FTD, 2003. v. 9. Citado 3 vezes nas páginas 38, 50 e 51.
- BOYER, C. B. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo: [s.n.], 1974. Citado 3 vezes nas páginas 25, 37 e 38.
- BRASIL, Base Nacional Comum Curricular Proposta preliminar. Brasília: BRASIL, Ministério da Educação Segunda versão revista., 2016. Citado na página 18.
- BRASIL, Parametros Curriculares Nacionais. Brasil: BRASIL, Parametros Curriculares Nacionais, 1997. Citado na página 89.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasil: Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 25, 29 e 39.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 42.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 31, 36 e 40.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, 1998. Citado 5 vezes nas páginas 25, 31, 32, 33 e 38.
- CRESCENTI, E. P. *Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e seu ensino*. São Paulo: [s.n.], 2005. Citado na página 30.
- DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática primeira a quinta séries*. 1. ed. São Paulo: editora ática, 1989. Citado na página 39.

DANTE, L. R. *Tudo é Matemática*. 3. ed. São Paulo: editora ática, 2010. Citado 11 vezes nas páginas 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 52 e 63.

FIORENTINI, D. . I. Z. *Alguns modos de conceber o ensino da Matemática no Brasil*. V. Brasil: Zetetiké, 1995. v. 4. Citado na página 23.

FIORENTINI D.; MIORIM, M. A. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino de Matemática*. 7. ed. Brasil: [s.n.], 1993. v. 4. Citado na página 19.

FRANCO, V. S. S. C. R. a. *Arte e educação: Estudo da geometria com foco nas obras de Escher*. Os desafios da escola paranaense na perspectiva do professor PDE artigos: ISBN, 2013. v. 1. Citado na página 28.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários a prática educativa*. Brasil: Paz e Terra, 1996. Citado na página 39.

GIOVANNI JOSÉ RUI; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI, J. J. *A conquista da Matemática: teoria da aplicação*. 3. ed. São Paulo: editora: FTD, 1992. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 44.

GODOY, A. S. *Administração de Empresas São Paulo*. São Paulo: [s.n.], 1995. v. 35. Citado na página 53.

GOMES, J. B. A. *A IMPORTANCIA DO ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS PARA OS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL*. <http://www.webartigos.com/artigos/a-importancia-do-ensino-de-grandezas-e-medidas-para-os-alunos-do-ensino-fundamental-ii/118279/> > Acesso em: 30 jan. 2018.: [s.n.], 2014. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 38.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Campinas: UNICAMP, 2000. Tese de Doutorado. Citado na página 82.

GRESSLER, L. A. *Introdução á pesquisa: projetos e relatórios*. São Paulo: Edições Loyola, 2003. Citado na página 53.

HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*. 4. ed. São Paulo: [s.n.], 1990. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 65.

ISOTANI, S.; BRANDÃO, L. *O papel do professor e do aluno frente ao uso de um software de geometria interativa: igeom*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. abril. [S.l.: s.n.], 2013. v. 27. Citado na página 86.

LEONARDO, F. M. d. *Conexões com a Matemática*. 3. ed. São Paulo: [s.n.], 2016. v. 2. Citado 4 vezes nas páginas 41, 46, 49 e 75.

LIMA, E. L. *Conceituação, Manipulação e Aplicações*. [S.l.]: Revista do Professor de Matemática, 1999. v. 41. Citado na página 24.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria*. <http://www.administradores.com.br/artigos/cotidiano/a-dificuldade-de-ensinar-geometria/55118/> > Acesso em: 10 jan. 2018.: [s.n.], 1995. Citado na página 30.

LORENZATO, S. *Educação Infantil e percepção matemática*. Campinas, São Paulo: [s.n.], 2006. Citado 3 vezes nas páginas 25, 28 e 34.

- LORENZATO, S. *O laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis*. Campinas, São Paulo: [s.n.], 2006. Citado na página 19.
- LORENZATO, S. *Para aprender matemática*. Campinas, São Paulo: [s.n.], 2006. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- LUPINACCI, V. L. M. *Resolução de Problemas no Ensino de Matemática: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife: UFPE: [s.n.], 2004. Citado na página 39.
- MOYSÉS, L. *Aplicações de Vygotsky a Educação Matemática*. São Paulo: Papirus, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 34.
- NEGRINE, A. *Concepção o jogo em Vygotski: uma perspectiva psicopedagógica*. São Paulo: Revista Movimento, n. 02, ano 02, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- OLIVEIRA, S. A. d. *O lúdico como motivação nas aulas de matemática*. Mundo joven. [S.l.: s.n.], 2007. Citado na página 20.
- ORTEGA, R. *Ciência para que serve*. <https://mundoestranho.abril.com.br/ciencia/para-que-serve-a-sequencia-do->> Acesso em: 10 jan. 2018.: Revista mundo estranho, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 52.
- PASSOS, C. *Representações, interpretações e prática pedagógica: A Geometria na sala de aula*. Campinas, SP: [s.n.], 2000. Citado na página 25.
- PAVANELLO, R. M. *O Abandono do Ensino de Geometria: uma Visão*. <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=vtls000045423>>. Acesso em: 10 jan. 2017.: Zetetiké, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 27.
- PAVANELLO, R. M. *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula*. São Paulo: Coleção SBEM, 2004. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 41.
- POSAMENTIER, A. S.; LEHMANN, I. *Pi: A biography of the world's most mysterious number*. New York: Prometheus Books: [s.n.], 2004. Citado na página 50.
- RAMOS, F. C. *O livro didático e o ensino da matemática nas séries*. São Paulo: [s.n.], 2006. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 32.
- ROSA, R. C. d. A. *Educação de jovens e adultos na sociedade da informação e do conhecimento: tecnologias e inovação*. São Paulo: [s.n.], 2004. Citado 2 vezes nas páginas 84 e 87.
- ROVERAN, A. P. *Atividades para a sala de aula usando como recurso pedagógico a história matemática. Das quadraturas ao número pi. Matemática na grécia*. Campinas:UNICAMP: Dissertação: Mestrado, 2015. Citado na página 71.
- SALIN, E. B. *Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas*. Porto Alegre: UFRGS: [s.n.], 2013. Citado na página 39.
- SANTANA, E. P.; ALVES, E. *A Dificuldade de ensinar geometria*. Lagarto,SE: artigo, 2009. Citado na página 27.

SILVA, F. d. M.; COSTA, F. P. c. D.; SANTOS, C. L. *Concepção e realização de um jogo educativo no contexto da aprendizagem colaborativa: VII Symposium on Computer Games and Digital Entertainment*. [S.l.: s.n.], 2008. Citado na página 87.

SOUZA, J. R. d. P. P. M. *Vontade de saber matemática*. São Paulo: FTD, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

STALLIVIERE, I. C. C. *A história da Agrimensura*. <http://www.amiranet.com.br/artigo/a-historia-da-agrimensura-16> >Acesso em: 10 fev. 2018.: Revista a Mira, 2011. Citado na página 37.

TEIXEIRA, R. P. *Sobre a importância do ensino de Geometria nos cursos de Licenciatura em Física*. Acesso em: 27 fev. 2013.: VERTICES, 2008. v. 10. Citado na página 29.

TORRES, C. M. A. et al. *Física ciência e Tecnologia*. 4. ed. São Paulo: editora moderna, 2016. v. 2. Citado na página 49.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil*. Brasil: [s.n.], 1999. v. 103. Citado na página 26.

VIGOTSKI, L. *A formação social da mente*. São Paulo: São Paulo: Martins Fontes, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 36.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes: [s.n.], 1987. Citado na página 18.

Apêndices

APÊNDICE A

Pré-Teste

A.1 Pré-teste



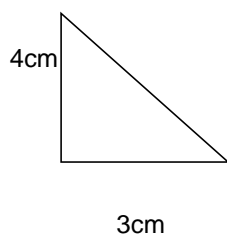
Pré teste de matemática

Aluno: _____

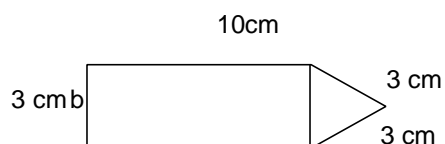
Colégio Euclides Feliciano Tardin

1) O que é raio? _____

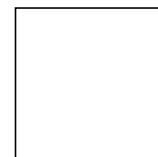
2) Qual o perímetro da figura abaixo? _____



3) Qual o perímetro composto pelo triângulo equilátero e retângulo? _____



4) Qual o perímetro do quadrado de área 36cm^2 ? _____



5) Calcule a área escura (área hachurada do quadrado) _____



APÊNDICE B

Atividade 1: Descobrindo o valor do número pi

B.1 Ficha de atividades 1



Atividade de matemática

Aluno: _____

Colégio Euclides Feliciano Tardin

1º - Material utilizado

- Régua
- Barbante
- Muita disposição

2º - Divisão da turma em pequenos grupos de três alunos

► Pedir aos alunos que saiam pelas dependências da escola e tomem nota de medidas de objetos com formatos arredondados, medindo sua circunferência e seu diâmetro

- Tempo de duração 20 minutos

3º - Retorno a sala de aula e preenchimento da tabela a seguir

Nome do objeto de estudo	Comprimento da circunferência	Diâmetro	Raio	Valor encontrado para π

4º - Dividir o resultado encontrado em comprimento da circunferência pelo diâmetro do mesmo objeto para encontrar o valor de π

APÊNDICE C

Atividade 2: Trabalhando Área

C.1 Ficha de atividades 2



Atividade de matemática

Aluno: _____

Colégio Euclides Feliciano Tardin

1- Calcule a área hachurada:

Figura 1-

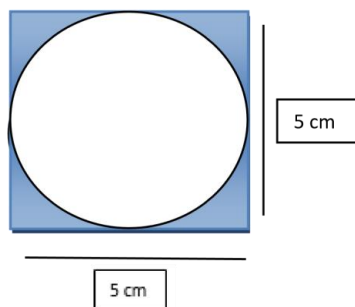


Figura 3-

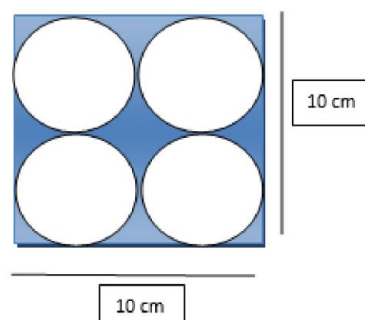
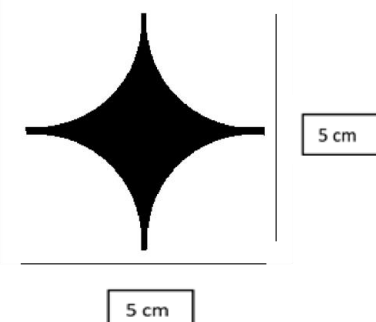


Figura 2-



2- Com papel cartão recorte um quadrado com os lados medindo 5 cm, em seguida desenhe uma circunferência de raio 2,5 cm, e recorte retirando o círculo. Após, monte um quebra cabeça e verifique a possibilidade de cálculo da área da figura 1.

3- Com os pedaços já recortados anteriormente, monte a figura 2, e veja como é fácil calcular a área a partir de então.

4- Calcule agora a área da figura 3.

APÊNDICE D

Atividade 3: Trabalhando Área e Perímetro

D.1 Ficha de atividades 3



Atividade de matemática

Tempo previsto : 2 aulas

Experimento:

- Medindo comprimento e largura para cálculo de de área e perímetro de figuras planas.
- Valor gasto na compra do material.
- Mesas encontradas na sala de aula.

Objetivo:

- Aprender a efetuar medidas ;
- Calcular área e perímetro de figuras planas;
- Conservar o bem patrimonial público e saber o seu valor.

Material utilizado:

- Trena
- Régua
- Barbante
- Orçamento do valor da madeira

Metodologia

- ▶ Serão efetuadas as medições do tampão das mesas e do quadro com barbante e régua.
- ▶ Completar tabela.

Atividade experimental

Aluno: _____

Colégio Euclides Feliciano Tardin

- 1- Com barbante ou diretamente com a régua meça o comprimento e a largura da sua mesa e complete a tabela abaixo:

Objeto	Mesa
Comprimento	
Largura	
Área	
Perímetro	
Total de mesas na sala	
Valor do m ² de madeira para tampão de mesa	
Valor total de m ² de madeira gasta na sala	
Custo do m ² de madeira	
Total gasto nas mesas de sua sala de aula	

APÊNDICE E

Atividade 4: Trabalhando Área com material concreto

E.1 Ficha de atividades 4



Atividade de matemática

Tempo previsto: 2 aulas

Experimento :

- Medindo comprimento e largura para cálculo de de área de figuras planas.
- Valor gasto na compra do material.

Objetivo:

- Aprender a efetuar medidas ;
- Calcular área de figuras planas;
- Conservar o bem patrimonial público e saber o seu valor.

Material utilizado:

- Trena
- Régua
- Barbante
- Orçamento do valor da tinta feito pelo aluno

Metodologia

- ▶ Serão efetuadas as medições das paredes da sala de aula e do corredor, janelas e portas com barbante e régua.
- ▶ Completar tabela.

Atividade experimental 3

Aluno: _____

Colégio Euclides Feliciano Tardin

- 1- Com barbante meça o comprimento e a altura das paredes de sua sala e corredor e complete a tabela abaixo:

	Parede 1	Parede 2	Parede 3	Parede 4	Teto	Total
Largura						
Comprimento ou altura						
área						

Objetos encontrados nas paredes:

Ex :Janelas quantidades _____

Portas quantidades _____

Área total desses objetos _____.

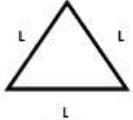
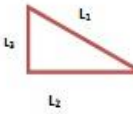
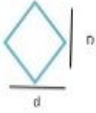
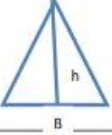
2- Responda:





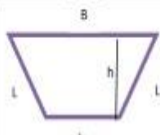
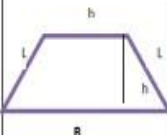
- Você precisa somar ou diminuir a área desses objetos para calcular a área somente das paredes? _____
- Qual o valor da área total de sua sala de aula? _____
- Qual o valor total da área do corredor? _____
- Quanto custa uma lata de tinta em sua cidade? _____
- Quanto m^2 cobre uma lata de tinta(OBS : que foi pesquisada por você)? _____
- Quanto de tinta você gastaria para pintar sua sala de aula e o corredor de sua escola? _____
- Quanto de dinheiro seria necessário para você pintar o corredor e a sua sala de aula?

APÊNDICE F

Trabalhando com Jogos em sala de aula

F.1 Ficha de atividades 5

	Triângulo equilátero	Três lados iguais	Área = $\frac{L_2 \times L_3}{2}$ ou $\frac{B \times H}{2}$	Três ângulos iguais	Meu nome é isósceles
Três ângulos de 60°	Perímetro $L + L + L = 4L$	Três ângulos congruentes	Área do círculo = πR^2	Área = $\frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$	Área = $\frac{(B+b) \times H}{2}$
Perímetro $L + L + L = 3L$	Losango	Três ângulos diferentes	Dois ângulos iguais e um diferente	Possui só um ângulo reto	Quatro ângulos retos
	Triângulo escaleno	Três lados diferentes	Comprimento da circunferência = $2 \pi R$	Possui só um ângulo de 90°	Área = $\frac{(B+b) \times H}{2}$
Perímetro $L_1 + L_2 + L_3$	Área $\frac{D \times d}{2}$		Losango	Dois lados iguais e um diferente	Quatro ângulos congruentes
Área $\frac{L_2 \times H}{2}$ ou $\frac{B \times H}{2}$	Comprimento da circunferência = $2 \pi R$		Triângulo isósceles	$L_1 + L_1 + L_2 = 2L_1 + L_2$	Perímetro $B + b + L + L = B + b + 2L$

Dois lados congruentes	Losango	Área $L \times L = L^2$	Área do círculo = πR^2	Perímetro $L+L+L+L = 4L$	Perímetro $B + b + L + L = B+b + 2L$
Quadrilátero conhecido como quadrado	Área $\frac{D \times d}{2}$		Quadrado	Círculo 	Circunferência 
Área do círculo = πR^2	Trapézio	Comprimento da circunferência $= 2 \pi R$			Trapézio
	Área $\frac{D \times d}{2}$				

O jogo

Número de Jogadores: 2 ou 4 jogadores.

Total de Pedras: São 28 pedras possuem em cada uma de suas faces são representadas por área, perímetro ou características de algumas figuras planas.

Início da partida: São divididas 7 pedras para cada jogador.

Começar

Na primeira partida o jogador com a maior pedra (triângulo equilátero) começa o jogo, colocando-a na mesa. A partir da segunda partida o jogador vencedor começa.

Rodada

O jogo roda no sentido horário e cada jogador deve tentar encaixar uma de suas pedras nas extremidades do jogo na mesa, quando o jogador consegue encaixar uma pedra ele passa a vez, caso ele não consiga ele deve comprar do monte, se não houver pedras no monte ele passará a vez.

Fim de Jogo

O jogo acaba quando alguém bate (ficar sem pedras na mão) ou quando o jogo fica fechado, ou seja, quando não é mais possível baixar pedras.

Pontuação

Quando um jogador bate, ele ganha. Se ele ficar encurralado ganha quem tiver menos peças na mão ou quem completar o jogo e ficar com menos peças na mão .

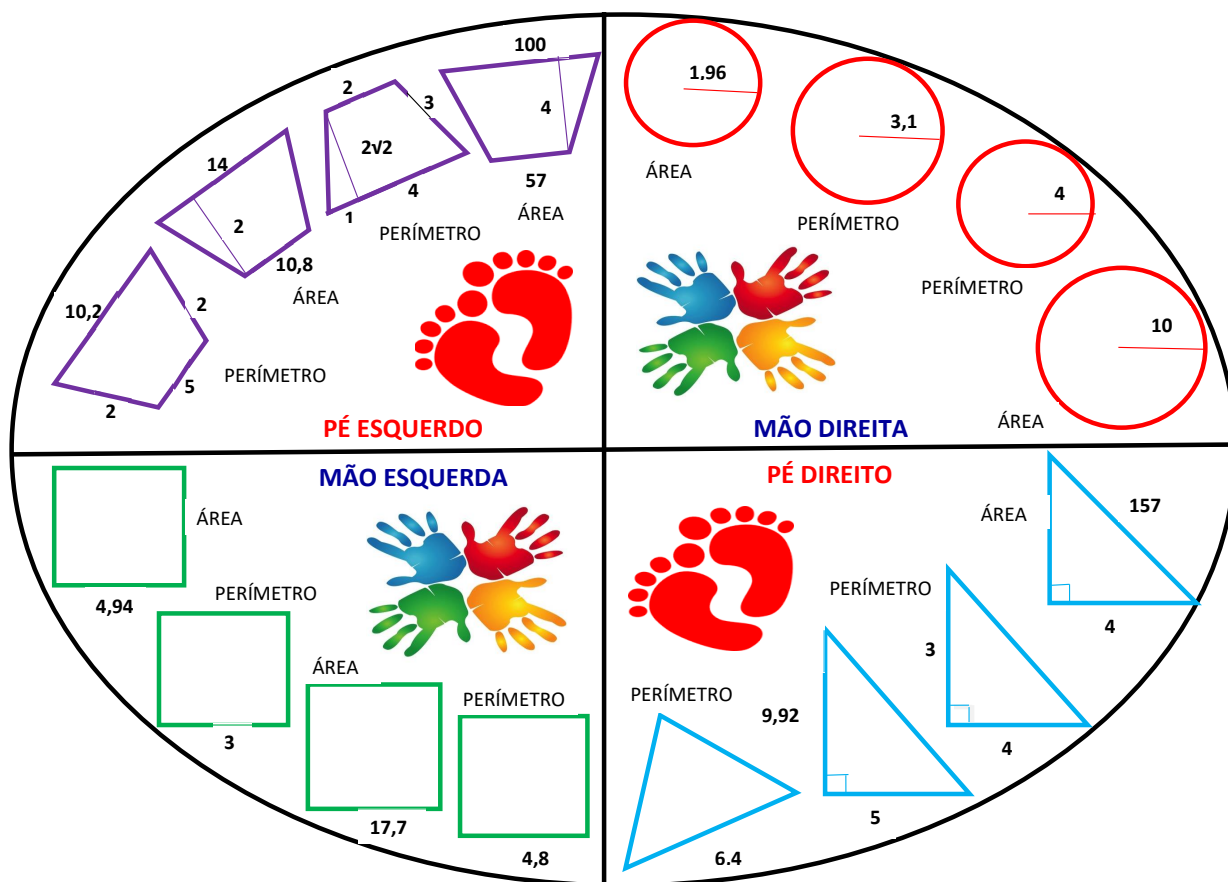
Contagem Por Batidas - Apenas uma batida simples ganha o jogo. Se o jogo for fechado o jogador que possuir menos cartas será o vencedor, em caso de empate tirar-se-á: par ou ímpar, se forem dois jogadores restante; se forem três jogadores será feito zerinho ou um.

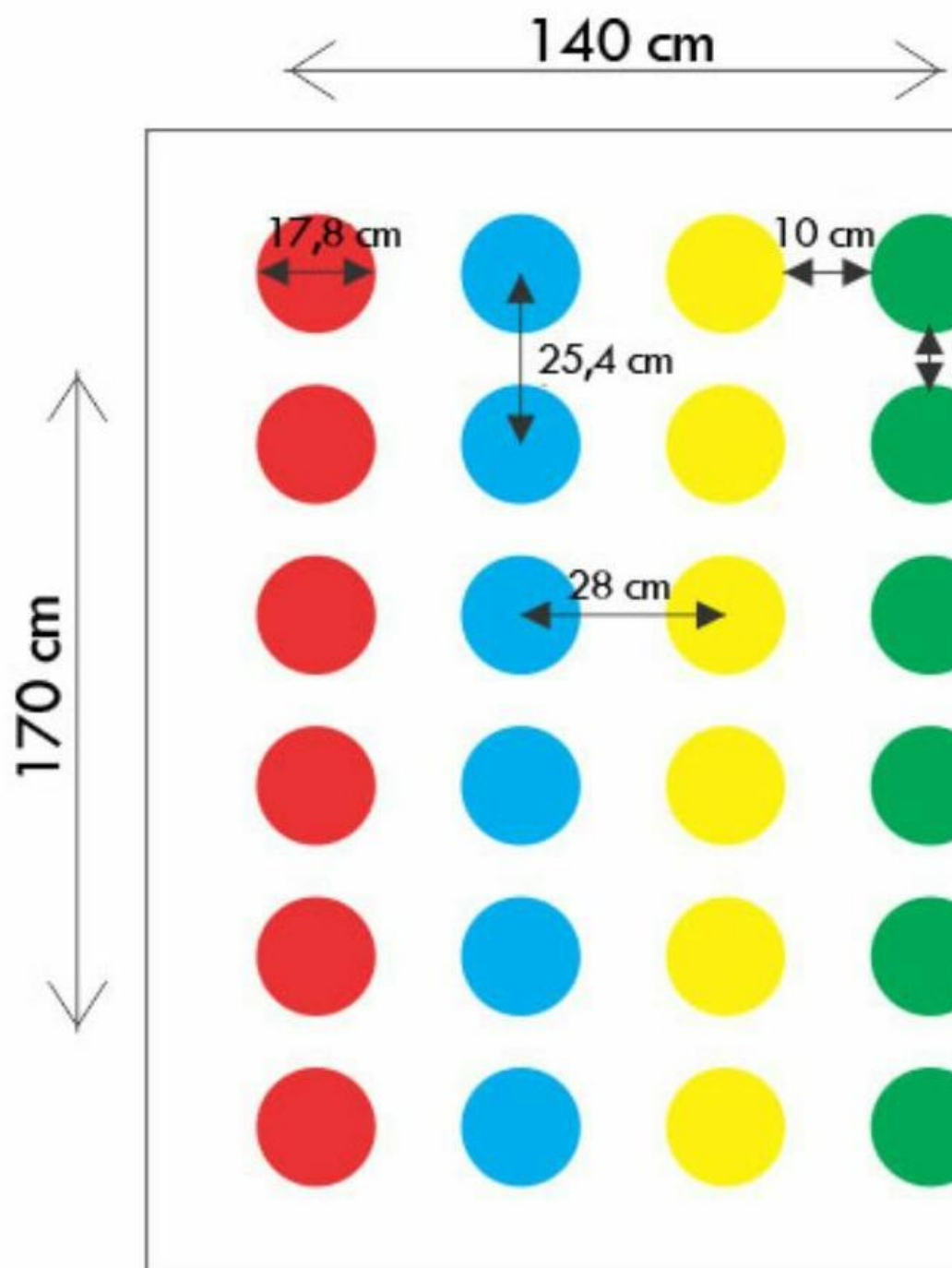
Adaptado de um dominó original.

APÊNDICE G

Atividade 5B: Trabalhando com Jogos

G.1 Ficha de atividades 5





Regras adaptadas ao jogo twister

Como jogar:

Twister é jogado em um tapete de plástico de grandes dimensões que se espalha sobre o solo. Esse tapete é semelhante a um jogo de tabuleiro. Ele tem quatro linhas de grandes círculos coloridos sobre as mesmas com uma cor diferente com valores em cada linha: vermelho vale 24,8; amarelo vale 12,; azul vale 19,2; e verde vale 314. Um spinner é anexado a um tabuleiro quadrado, servindo como um molde para o jogo. O spinner é dividido em quatro seções rotuladas:

Pé direito (quatro probleminhas de área do círculo e comprimento da circunferência esperam por você);

Mão esquerda (quatro probleminhas de área e perímetro do trapézio esperam por você);

Pé esquerdo (quatro probleminhas de área e perímetro do quadrado esperam por você);

Mão direita (quatro probleminhas de área e perímetro do triângulo esperam por você).

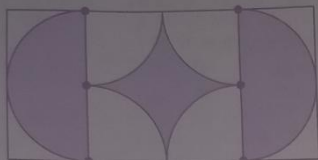
Cada uma dessas quatro partes é subdividida em outras quatro. Cada parte tem uma área ou um perímetro a ser calculado. Depois de girar o spinner, a combinação é chamada, por exemplo, “da mão direita”, e os jogadores devem mover a mão ou o pé correspondente a um ponto da cor correta. Para isso, ele deverá perguntar ao grupo qual o resultado do problema para encontrar o local exato. Em um jogo de dois jogadores, duas pessoas não podem ter uma mão ou o pé sobre o mesmo círculo. As regras são diferentes para mais pessoas. Devido à escassez de círculos coloridos, os jogadores vão muitas vezes ser obrigados a colocar-se em posições precárias, eventualmente fazendo alguém cair. Uma pessoa é eliminada quando cai ou quando toca o cotovelo ou o joelho no tapete. Não há limite de quantos podem jogar ao mesmo tempo, porém, mais do que quatro é um ajuste apertado. Por isso, o jogo foi aplicado apenas para o limite de quatro jogadores.

APÊNDICE H

Atividades: Revisando área

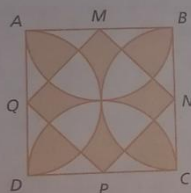
H.1 Ficha de atividades de Revisão

(IbmeC) Considere que os ângulos de todos os cantos da figura abaixo são retos e que todos os arcos são arcos de circunferências de raio 2, com centros sobre os pontos em destaque.

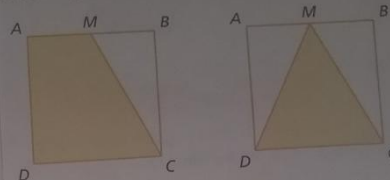


A área da região sombreada é igual a:
 a) 4 b) 4π c) 16 d) 16π e) 64

Calcule a área da região alaranjada, sendo $ABCD$ e $MNPQ$ quadrados e M, N, P e Q centro dos arcos de circunferência de raio 2 cm.

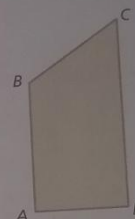


O quadrado $ABCD$ tem 10 m de lado. Em cada caso, foi pintada uma superfície poligonal.



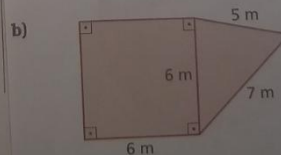
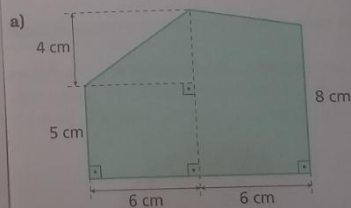
Sabendo que $AM = MB$, calcule a área de cada figura pintada.

(UFJF-MG) Um terreno tem a forma de um trapézio $ABCD$, com ângulos retos nos vértices A e D , como mostra a figura. Sabe-se que $AB = 31$ m, $AD = 20$ m e $DC = 45$ m. Deseja-se construir uma cerca, paralela ao lado AD , dividindo esse terreno em dois terrenos de mesma área. A distância do vértice D a esta cerca deve ser, em metro, igual a:



- a) 12 d) 22
 b) 19 e) 26
 c) 20

Calcule a área das figuras a seguir.



Anexos