Samara da Silva Corrêa

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ABRIL DE 2019

Samara da Silva Corrêa

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Nelson Machado Barbosa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
ABRIL DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pela autora.

C824 Corrêa, Samara da Silva.

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO / Samara da Silva Corrêa. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.

212 f. : il.
Bibliografia: 149 - 157.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019.
Orientador: Nelson Machado Barbosa.

1. Proporcionalidade. 2. Sequência Didática. 3. Tecnologia no Ensino de Matemática. 4. Aplicativos Educativos. 5. Ensino e Aprendizagem. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

Samara da Silva Corrêa

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 17 de Abril de 2019.

Prof. Elba Orocia Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF

Prof. Luiz Henrique Zeferino
D.Sc. - UENF

Prof. Marcus Vinicius da Silva Sales
D.Sc. - UFF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho a Deus, pela sua infinita misericórdia; ao meu namorado Adolfo, pelo carinho, compreensão e por me dar forças sempre que precisei; a minha mãe que sempre esteve comigo me apoiando e auxiliando nessa caminhada; e a todos os familiares e amigos que torceram por mim.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por sempre estar comigo.

Ao meu namorado, Adolfo pelo amor, apoio, confiança e motivação incondicional, por ter sido tão presente em todos os momentos que precisei. Obrigada por ter me ajudado a chegar até aqui.

A minha mãe, Margarida, por me auxiliar e cuidar de tudo para que eu tivesse mais tempo para estudar, pela preocupação e amor dedicados a mim todo esse tempo.

Aos meus irmãos, Savia e Saul, por entenderem minha ausência, pelo apoio e por acreditarem em mim, meus sobrinhos Nicolly, Davi Lucas e Luna que tanto amo.

A todos meus familiares e amigos, pela força, pelas orações e por torcerem para que tudo desse certo. Em especial meu primo Guilherme, minha avó Jurema, minha tia Noemia, minha amiga Cíntia, minha sogra Margarida e meu sogro Alcione.

Ao meu orientador, Prof. Dr Nelson Machado Barbosa por confiar no meu trabalho, pelo apoio, paciência e competência.

Aos colegas de curso: Bárbara, Bruna, Carla, Emanuel, Érika, Gilmar, Raul, Thiago e Victor, pelos momentos agradáveis. Em especial, Eliete, Rackel e Diógenes, pelo companheirismo, pelo saber compartilhado, pelos momentos divertidos que compartilhamos juntos, e por toda ajuda durante o mestrado.

Aos professores do PROFMAT pelos ensinamentos e colaboração.

A Diretora do IFFluminense campus Itaperuna, Michelle Maria Freitas Neto, pelo incentivo e ajuda.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização dessa pesquisa. De maneira especial, agradeço aos colegas de trabalho Flávia, Paulo Cesar, Josiene, Angélica, Maria de Fátima, Bruna, Junio, Gilmara, Karen, Altobelly, Laila e Fabielson.

Aos professores do IFFluminese campus Itaperuna, Patrício do Carmo, José Antônio de Oliveira, Patricia Schettino, Juliana Simões, Jéssica Rohem, Adriano Ferrarez, Emilene Pereira, pela ajuda indispensável ao disponibilizar suas aulas para aplicação de minha pesquisa.

Aos alunos do 1º ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio e a todos os professores que participaram da pesquisa.

A professora Cristiane de Paula Bouzada pela ajuda com o inglês.

A professora Schirlane, e as colegas Tuane, Marcelly e Aline pela atenção e pelo material emprestado.

Ao Instituto Federal Fluminense, pela concessão de Bolsa de Apoio à Formação Continuada e pelo afastamento para capacitação.

À sociedade Brasileira de Matemática-SBM e UENF pelo oferecimento deste curso.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Enfim, a todos que, de alguma forma, estiveram ao meu lado me apoiando e auxiliando na realização desse trabalho.

Porque o Senhor dá a sabedoria; da sua boca vem o conhecimento e o entendimento.

Provérbios 2: 6

Resumo

O ensino de matemática possui diversos desafios, e dentre eles está a busca por novas metodologias que aprimorem o ensino e aprendizagem da disciplina. Diante disso, a presente pesquisa tem como objetivo principal analisar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas suportadas por recurso tecnológico para o estudo de proporcionalidade. Para compor a sequência didática foram selecionados diferentes aplicativos objetivando potencializar o aprendizado, e a mesma foi aplicada a alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal Fluminense *campus* Itaperuna. Para melhor compreender as dificuldades do trabalho com proporcionalidade, foi aplicado um questionário a professores de matemática. Além disso, foram aplicados um questionário específico e um pré-teste aos alunos da turma onde a sequência didática foi desenvolvida. Através de um pós-teste e de um questionário investigativo, buscou-se mensurar a apreensão dos conteúdos trabalhados com os alunos durante a sequência didática e objetivou-se sondá-los quanto a diferentes aspectos do presente trabalho. Os dados obtidos por meio dos diferentes instrumentos utilizados foram analisados à luz do referencial teórico consultado, e constatou-se que de fato a aprendizagem foi mais significativa após a aplicação da sequência didática.

Palavras-chaves: Proporcionalidade; Sequência Didática; Tecnologia no Ensino de Matemática.

Abstract

The teaching of mathematics has several challenges, and among them is the search for new methodologies that improve the teaching and learning of the discipline. Therefore, the present research has as main purpose to analyze the contribution of the use of a a didactic sequence composed of investigative activities supported by technological resources for the study of proportionality. To compose the didactic sequence different applications were selected in order to maximize learning, and it was applied to students of the 1st Year of the Technical Course in Integrated Chemistry High School, Instituto Federal Fluminense, Itaperuna campus. For a better understanding of the difficulties of working with proportionality, a questionnaire to math teachers was apllied. In addition, were also apllied a specific questionnaire and a pre-test to the students in the class where the didactic sequence was developed. Through a post-test and an investigative questionnaire, to measure the seizure of the contents worked with the students during the didactic sequence and it was aimed to probe them about different aspects of the present job. The data obtained through the different instruments used were analyzed in the light of the theoretical reference consulted, and it was verified that the learning was more significant after the application of the didactic sequence.

Key-words: Proportionality; Didatic sequence; Technology in Teaching Mathematics.

Lista de ilustrações

Lista de quadros

Lista de gráficos

Lista de abreviaturas e siglas

EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IFF	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação

Lista de símbolos

$<$	Menor que
$>$	Maior que
$\in$	Pertence
$\mathbb{N}$	Conjunto dos Números Naturais
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos Números Inteiros
$\mathbb{Q}$	Conjunto dos Números Racionais
$\mathbb{R}$	Conjunto dos Números Reais
$\mathbb{R}^+$	Conjunto dos Números Reais não-negativos
$\rightarrow$	Implicação
$=$	Igual
$\neq$	Diferente
$+$	Adição
$-$	Subtração
$/$	Divisão
$\cdot$	Multiplicação

Sumário

Introdução

O aprendizado da Matemática, assim como o domínio das técnicas de leitura e escrita, são pilares fundamentais da Educação Básica, justamente por seus papéis na formação cidadã do indivíduo (BRASIL, 2013). A partir da capacidade de ler, escrever e manipular números, é possível ao sujeito compreender os demais conteúdos do currículo escolar, fazendo uso dos mesmos em variadas situações da vida cotidiana. Sem o domínio dos conhecimentos básicos, todo o percurso escolar (e pós-escolar) do indivíduo é potencialmente prejudicado. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no Ensino Médio, a Matemática possui

> [...] um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1996b, p. 40).

Contudo, no cotidiano escolar, a Matemática pode representar uma grande dificuldade para o aluno (ZATTI; AGRANIONIH; ENRICONE, 2010). A partir do 6º Ano (primeira série dos Anos Finais do Ensino Fundamental) as dificuldades se acentuam, pois o aprendizado passa a ir além das quatro operações básicas, abordando conceitos mais complexos e abstrações.

Para Pacheco e Andreis (2018), as dificuldades em aprender Matemática podem estar relacionadas a: experiências negativas do aluno; falta de incentivo familiar; metodologias do professor; problemas cognitivos; falta de estudos; falta de compreensão dos conteúdos, dentre outros. Diversas características próprias da Matemática podem contribuir para as dificuldades de seu aprendizado: os conceitos são de natureza lógico-matemática, e não empírica; a formação dos conceitos fundamentais se dá por dedução, não por indução; a Matemática é eminentemente abstrata e há a necessidade de expressar os conceitos em linguagem própria, dentre outros. Por fim, a relação construída pelo aluno com a Matemática ao longo dos anos escolares pode ser extremamente negativa, interferindo no processo de ensino-aprendizagem (ZATTI; AGRANIONIH; ENRICONE, 2010).

Entender as razões que levam o aluno a gostar ou não de Matemática, assim como estudar as fontes de seus erros são tarefas importantes. Lopes (2008) afirma que a análise de textos matemáticos, produzidos pelos alunos, pode oferecer pistas de como ele entende determinados conteúdos, auxiliando na busca por soluções.

Um dos primeiros e mais importantes passos para ajudar a solucionar os problemas do ensino-aprendizagem de Matemática é alterar a visão negativa que os alunos têm desta disciplina, tendendo a culpar a si mesmos, seus professores ou a própria Matemática por seus insucessos, como foi verificado por Gonçalves Conceição e Almeida (2012), trabalhando com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Além disso, os alunos precisam perceber qual o verdadeiro papel da Matemática em suas vidas, a relação dos números com a realidade, e é função do professor fazer o aluno perceber essas nuances (RAMOS, 2017).

Muitas vezes o professor é questionado pelo aluno sobre o porquê de ter que aprender determinados conceitos, com a justificativa de que nunca precisará deles na "vida real". De acordo com Gonçalves Conceição et al. (2016), esse distanciamento da realidade do aluno é resultado da forma como se tem ensinado Matemática, com metodologias que não promovem a mobilização do aluno para a construção do conhecimento e nem evidenciam as aplicabilidades do que é aprendido no cotidiano.

O conceito de proporcionalidade possui muitas aplicações na vida cotidiana, porém alguns trabalhos apontam que o estudo da proporcionalidade é meramente trabalhado pelos professores em sua prática na forma do algoritmo da regra de três. Esses mesmos professores, durante suas formações iniciais, também tiveram limitações na apresentação do conceito de proporcionalidade (COSTA JÚNIOR, 2010) e (SILVA; ALENCAR, 2012).

O conceito de proporcionalidade geralmente são trabalhados no 7º Ano do Ensino Fundamental (TINOCO; PORTELA; SILVA, 2010). Contudo, a noção de proporcionalidade é anterior a isso, iniciado quando o pensamento multiplicativo é trabalhado com a criança, já nas primeiras séries do Ensino Fundamental. A proporcionalidade possui importância fundamental no ensino-aprendizado da Matemática, pois sua utilidade se estende pelas diversas outras áreas do conhecimento, porém necessita de métodos eficientes de trabalho, de forma a superar o simples emprego do algoritmo da regra de três, assim como o erro de aplicação de estratégias de proporcionalidade em questões onde não existe essa relação entre as grandezas (BRASIL, 2006) e auxiliar alunos e professores a um aprendizado mais eficiente, mais amplo e menos simplista. Compreender como a proporcionalidade é trabalhado no Ensino Médio, pode auxiliar no entendimento das dificuldades dos alunos quanto a esse conteúdo, que deveria ser aprendido ainda no Ensino Fundamental, mas cujas deficiências de aprendizagem se estendem até final da Educação Básica, e para além desta (NASCIMENTO, 2017).

As avaliações externas certamente impactam no trabalho docente, na organização pedagógica e na organização do currículo (MACIEL; DIAS, 2018). Uma das principais avaliações brasileiras da contemporaneidade é o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que atualmente é utilizado como critério de seleção para o acesso do jovem ao Ensino Superior. Devido a essa função, acaba por ser de interesse da escola que os conteúdos trabalhados nas disciplinas contemplem as habilidades constantes nas provas do ENEM.

A matriz de Referência do ENEM traz as seguintes habilidades associadas diretamente à proporcionalidade (Quadro 1):

Quadro 1 – Habilidades da matriz do ENEM diretamente relacionadas à Proporcionalidade

Código	**Habilidade**
H10	Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
H11	Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
H15	Identificar a relação de dependência entre grandezas.
H16	Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
H17	Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação
H18	Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
H19	Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas
H20	Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

Fonte: Quadro elaborado pela pesquisadora a partir da matriz do INEP (INEP, 2012)

Como é possível observar a resolução de situações-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais, é um conteúdo presente na matriz de habilidades do ENEM, o que exige que aluno tenha aprendido adequadamente o conceito de proporcionalidade e saiba aplicá-los na resolução de questões. O professor de Matemática precisa desenvolver um trabalho com qualidade em se tratando de proporcionalidade, um dos temas que mais são cobrados no ENEM (SILVA et al., 2016).

Diante de tudo isso, o presente trabalho é guiado pelo seguinte questionamento: Como uma sequência didática composta por atividades investigativas a serem realizadas com auxílio de tecnologias digitais pode contribuir para o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1º ano do Ensino Médio? Propõe-se a organização de uma sequência didática que procura ir além do conceito de regra de três, oferecendo subsídios para um trabalho articulado com o dia a dia do aluno, levando em consideração a aplicabilidade da proporcionalidade no seu cotidiano e formas mais ativas de se aprender Matemática.

Souza (2014) aborda a resolução de problemas como uma alternativa à tradicional aula expositiva, e os contextualiza para o estudo do conteúdo proporcionalidade. O autor apresenta diversas questões-problema, porém não os aplica em sala de aula. Luiz Junior

(2016) aborda as formas pelas quais é possível resolver questões-problema que envolvam grandezas proporcionais. Em seu trabalho, o autor mostra que é preciso, primeiro, descobrir se realmente se trata de uma questão de proporcionalidade, para então, decidir a melhor forma de resolvê-la. Além disso, ele questiona a importância de se conhecer diferentes técnicas de resolução de problemas. Faria (2016) realizou uma pesquisa com professores, explorando o Raciocínio Proporcional por meio de atividades com o GeoGebra. Essa abordagem envolvendo recurso tecnológico, segundo a autora, permitiu explorar diferentes vertentes do tema proporcionalidade. Nascimento (2017) realizou uma análise dos erros cometidos por alunos do 3º Ano do Ensino Médio, ao resolverem questões envolvendo proporcionalidade, e concluiu que a maioria dos alunos errava as questões por não interpretar corretamente os enunciados. Isso levou a pesquisadora a questionar se uma abordagem menos tradicional, com suporte de recurso tecnológico, não poderia resultar em melhor aprendizagem.

As análises dos trabalhos dos autores anteriormente citados levaram a pesquisadora a optar pela elaboração de uma sequência didática para o ensino de proporcionalidade, com o uso de questões-problema e apoio de recursos tecnológicos, uma vez que os mesmos constituem estratégias que fogem ao tradicional ensino de matemática. Souza (2014) propôs os problemas, mas não os aplicou no contexto da realidade educacional. Diante disso, é interessante o desenvolvimento de um trabalho que aborde o ensino de proporcionalidade através da resolução de questões, desta vez aplicado em uma sala de aula. Faria (2016) estudou o uso do GeoGebra com professores de Matemática, e a abordagem serviu de inspiração para a elaboração de atividades exploratórias, suportadas por recurso tecnológico, para alunos do Ensino Médio, como forma de analisar o outro agente do processo de ensino-aprendizagem (o aluno). Luiz Junior (2016) e Nascimento (2017), ao abordarem a importância de resolver questões-problema e as análises de erros cometidos pelos alunos, respectivamente, suscitaram a necessidade de pesquisar o ensino de proporcionalidade através de uma estratégia ativa, como forma de melhor entender os tais erros e contribuir para a obtenção de novas estratégias educacionais.

O presente trabalho tem como objetivo geral investigar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas para o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio.

De forma a alcançar o objetivo geral definido, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Promover estudos sobre o conceito de proporcionalidade;
- Promover e despertar o senso crítico com relação ao uso da proporcionalidade;

- Verificar o nível de conhecimento de alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio acerca do conteúdo proporcionalidade;
- Identificar as principais dificuldades dos alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio na resolução de questões envolvendo proporcionalidade;
- Aplicar uma sequência didática abordando proporcionalidade e questões investigativas, com suporte de recursos tecnológicos, para os alunos do 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio;
- Verificar o potencial educacional de uma sequência didática envolvendo recursos tecnológicos e questões investigativas que sirva como recurso para o trabalho do professor de Matemática.

A estruturação dos capítulos foi feita da seguinte forma:

O Capítulo 1 aborda aspectos do estudo da proporcionalidade, assim como os conceitos de proporcionalidade; o papel das atividades contextualizadas no ensino-aprendizagem da Matemática e a aprendizagem significativa; as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a importância das sequências didáticas no ensino.

O Capítulo 2 aborda o papel da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem; as tecnologias digitais e a educação matemática; o uso de recursos digitais no ensino da Matemática e a descrição dos softwares empregados no presente trabalho.

O Capítulo 3 apresenta os aspectos metodológicos da pesquisa, assim como as etapas da sequência didática elaborada.

No Capítulo 4 são apresentados os dados obtidos a partir das análises do questionário aplicado aos professores de Matemática; das respostas do pré-teste e do questionário aplicado aos alunos; da sequência didática; do questionário investigativo e do pós-teste.

No Capítulo 5 estão as considerações finais relacionadas à proposta do trabalho, a avaliação das conclusões obtidas, as dificuldades encontradas e as sugestões para possíveis aplicações posteriores.

Ao final, encontram-se a lista de Referências bibliográficas e os Apêndices.

Capítulo 1

O Estudo da Proporcionalidade

Neste capítulo serão apresentadas as definições de proporcionalidade, assim como serão discutidos alguns aspectos de seu ensino-aprendizado; serão brevemente abordadas as Teorias da Aprendizagem, com destaque para a importância da Aprendizagem Significativa de Ausubel no cenário educacional; serão abordados alguns aspectos do ensino da Matemática; serão discutidas as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e Orientações Curriculares para o Ensino Médio referentes ao ensino de proporcionalidade e, por fim, a importância das sequências didáticas para o ensino.

1.1 Principais definições

As definições abaixo foram retiradas do trabalho de (LIMA et al., 2010) e (LIMA, 2012).

Definição 1.1. *Diz-se que duas grandezas são* $proporcionais$ *quando existe uma correspondência* $x \mapsto y$*, que associa a cada valor* x *de uma delas um valor* y *bem definido da outra, de tal modo que sejam cumpridas as seguintes condições:*

1) Quanto maior for x*, maior será* y*. Em termos matemáticos: se* $x \mapsto y$ *e* $x' \mapsto y'$ *então* $x < x'$ *implica* $y < y'$*.*

2) Se dobramos, triplicarmos etc. o valor de x*, então o valor correspondente de* y *será dobrado, triplicado etc. Na linguagem matemática: se* $x \mapsto y$ *então* $nx \mapsto ny$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$*.*

Nas condições acima, a correspondência $x \mapsto y$ *chama-se uma* $proporcionalidade.$

Exemplo 1.1. *Sejam* x *o volume e* y *o peso de uma porção de um líquido homogêneo. A correspondência* $x' \mapsto y'$ *cumpre claramente as duas condições acima, logo o volume é proporcional ao peso.*

Considerando apenas grandezas que têm medida positiva, o modelo matemático da proporcionalidade leva em consideração apenas números reais positivos.

Definição 1.2. *Uma proporcionalidade (numérica) é uma função* $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ *com as seguintes propriedades:*

1) f *é uma função crescente, isto é* $x < x' \Rightarrow f(x) < f(x')$ *para quaisquer* $x, x' \in \mathbb{R}^+$*.*

2) Para todo $x \in \mathbb{R}^+$ *e todo* $n \in \mathbb{N}$ *tem-se* $f(nx) = n \cdot f(x)$*.*

Numa proporcionalidade a propriedade 2), acima admitida apenas quando $n \in \mathbb{N}$, vale para um número real positivo qualquer. Este é o conteúdo do teorema a seguir:

Teorema 1.1 (**Teorema Fundamental da proporcionalidade I**). *Seja* $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ *uma função com as seguintes propriedades:*

1) $x < x' \Rightarrow f(x) < f(x')$;

2) $f(nx) = n \cdot f(x)$ *para todo* $n \in \mathbb{N}$ *e todo* $x \in \mathbb{R}^+$*.*

Então $f(cx) = c \cdot f(x)$ *para todo* $c \in \mathbb{R}^+$ *e todo* $x \in \mathbb{R}^+$*. Consequentemente,* $f(x) = ax$ *para todo* $x \in \mathbb{R}^+$ *com* $a = f(1)$*.*

Demonstração: Em primeiro lugar, para todo número racional $r = m/n$, com $m, n \in \mathbb{N}$, e todo $x \in \mathbb{R}^+$ vale

$$n \cdot f(rx) = f(n \cdot rx) = f(mx) = m \cdot f(x),$$

por 2), logo $f(rx) = \dfrac{m}{n} f(x) = r \cdot f(x)$. Assim, a igualdade $f(cx) = c \cdot f(x)$ é válida quando c é racional. Suponhamos, por absurdo, que exista $c > 0$ irracional tal que $f(cx) \neq c \cdot f(x)$ para algum $x \in \mathbb{R}^+$. Então ou $f(cx) < c \cdot f(x)$ ou $f(cx) > c \cdot f(x)$. Consideremos o primeiro caso. Temos então $f(cx)/f(x) < c$. Seja r um valor racional aproximado de c, de modo que $f(cx)/f(x) < r < c$, logo $f(cx) < r \cdot f(x) < c \cdot f(x)$. Como r é racional, vale $r \cdot f(x) = f(rx)$. Assim, podemos escrever $f(cx) < f(rx) < c \cdot f(x)$. Em particular $f(cx) < f(rx)$. Mas, como $r < c$, tem-se $rx < cx$ e, pela propriedade 1), isso obriga $f(rx) < f(cx)$ e não $f(cx) < f(rx)$. Esta contradição mostra que não é possível ter-se $f(cx) < c \cdot f(x)$. De modo inteiramente análogo se vê que $f(cx) > c \cdot f(x)$ é impossível. Portanto deve ser $f(x) = c \cdot f(x)$ para quaisquer $c, x \in \mathbb{R}^+$.

Observação 1.1. *Um teorema análogo, com a mesma demonstração, vale para* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, escrevendo, na propriedade 2),* $n \in \mathbb{Z}$ *em vez de* $n \in \mathbb{N}$*.*

O fato de que uma proporcionalidade f satisfazer a igualdade $f(cx) = c \cdot f(x)$ para qualquer número real positivo c tem importantes consequências, como pode-se ver no corolário a seguir:

Corolário 1.1. *Se $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ é uma proporcionalidade então tem-se , para todo $x > 0$, $f(x) = ax$, onde $a = f(1)$.*

Com efeito, pelo Teorema Fundamental, para quaisquer x, $c \in \mathbb{R}^+$, vale $f(xc) = x{\cdot}f(c) = f(c){\cdot}x$. Em particular, tomando $c = 1$, obtemos $f(x) = a \cdot x$, onde $a = f(1)$.

Uma função $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$, onde $a \in \mathbb{R}$ é uma constante, chama-se uma *função linear*. Quando $a > 0$, a função linear $f(x) = ax$ transforma um número real positivo x no número positivo ax, logo define, por restrição, uma proporcionalidade $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$. Acabamos de ver que, reciprocamente, toda proporcionalidade é a restrição de uma função linear a $\mathbb{R}^+$. O coeficiente a chama-se o $fator\ de\ proporcionalidade$.

Esta última observação nos permite concluir que se $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ é uma proporcionalidade, então, para quaisquer x_1, x_2 com $f(x_1) = y_1$, $f(x_2) = y_2$, tem-se $y_1/x_1 = y_2/x_2$. Com efeito, ambos esses quocientes são iguais ao fator de proporcionalidade a. A igualdade $y_1/x_1 = y_2/x_2$ chama-se uma *proporção*.

Definição 1.3. *Diz-se que duas grandezas são $inversamente\ proporcionais$ quando existe uma correspondência $x \mapsto y$ que associa a cada valor x de uma delas um valor bem definido y da outra, de tal modo que sejam cumpridas as seguintes condições:*

1) Quanto maior for x, menor será y. Em termos matemáticos: se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$ então $x < x' \Rightarrow y' < y$;

2) Se dobrarmos, triplicarmos etc. o valor de x, então o valor correspondente de y será dividido por dois, por três etc. Em linguagem matemática: se $x \Rightarrow y$ então $nx \mapsto y/n$, para todo $n \in \mathbb{N}$".

Portanto, dizer que y é inversamente proporcional a x equivale a dizer que y é proporcional a $1/x$. Segue-se então do Teorema Fundamental da Proporcionalidade que se y é inversamente proporcional a x então tem-se $y = a/x$, onde o fator de proporcionalidade a é o valor de y que corresponde a $x = 1$.

Exemplo 1.2. *Entre os retângulos de base x, altura y e área igual a 1, tem-se y inversamente proporcional a x, com $y = 1/x$.*

Suponhamos que duas grandezas x, y achem-se de tal modo relacionadas que a cada valor especificado de x corresponda um valor bem determinado de y. Neste caso, diz-se que y *é função de* x e escreve-se $y = f(x)$.

A dois valores x', x'' correspondem então os valores $y' = f(x')$ e $y'' = f(x'')$. Se a desigualdade $x' < x''$ implicar sempre que $y' < y''$, diremos que y é uma *função crescente* de x. Se, entretanto, $x' < x''$ acarretar $y' > y''$, diremos que y é uma *função decrescente de* x. Em qualquer destes dois casos, diz-se que y é uma *função monótona de* x.

Definição 1.4. *Suponhamos que a grandeza y seja função da grandeza x, isto é, $y = f(x)$. Diremos que y é $diretamente\ proporcional$ a x quando as seguintes condições forem satisfeitas:*

1ª) y é uma função crescente de x;

2ª) se multiplicarmos x por um número natural n, o valor correspondente de y também fica multiplicado por n. Em termos matemáticos: $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$.

Analogamente, temos a definição a seguir:

Definição 1.5. *Diz-se que y é $inversamente\ proporcional$ a x quando as seguintes condições forem satisfeitas:*

1ª) $y = f(x)$ é uma função decrescente de x;

2ª) se multiplicar x por um número natural n, o valor correspondente de y fica dividido por n, isto é, $f(n \cdot x) = 1/n \cdot f(x)$ para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$.

Observação 1.2. *Para simplificar nossa discussão, em tudo o que se segue nos limitaremos a considerar grandezas cuja medida é um número positivo. Excluiremos de nossas considerações grandezas como temperaturas abaixo de zero, que são medidas com números negativos. Isto torna as nossas demonstrações mais curtas, evitando a consideração de casos, e os resultados ficam mais simples.*

Se existissem apenas números racionais, ou seja, se duas grandezas da mesma espécie fossem sempre comensuráveis, então da igualdade $f(nx) = n \cdot f(x)$ válida para todo x e todo $n \in \mathbb{N}$, poderíamos concluir que $y = f(x)$ é uma função crescente e, analogamente, de $f(nx) = f(x)/n$ se concluiria que $y = f(x)$ é uma função decrescente. Isto é o que mostraremos agora. Em primeiro lugar, vejamos o lema adiante:

Lema 1.1. *Se $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ para todo $x > 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$, então $f(r \cdot x) = r \cdot f(x)$ para todo número racional $r = p/q$, onde p, $q \in \mathbb{N}$.*

Demonstração: Temos:

$$q \cdot f(r \cdot x) = f(q \cdot r \cdot x) = f(q \cdot \frac{p}{q} \cdot x) = f(p \cdot x) = p \cdot f(x).$$

Logo $f(r \cdot x) = \dfrac{p}{q} \cdot f(x) = r \cdot f(x)$, como queríamos demonstrar.

Usando o mesmo tipo de raciocínio, pode-se demonstrar que, analogamente, se $f(nx) = f(x)/n$ para todo $x > 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$ então $f(r \cdot x) = f(x)/r$ para todo número racional $r > 0$.

Em seguida, tentemos provar que a condição $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ implica que a função $y = f(x)$ é crescente. Para isto, consideremos $x < x'$. Então $x' = c \cdot x$ onde $c > 1$. Se o número c fosse racional (ou seja, se as grandezas x e x' fossem comensuráveis), teríamos $f(x') = f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$ e daí $f(x) < f(x')$ porque $c > 1$. Entretanto, pode ocorrer que c seja irracional (por exemplo, x pode ser o lado e x' a diagonal de um quadrado) e então não podemos utilizar o lema acima.

O teorema a seguir, que é o resultado do fundamental a respeito de grandezas proporcionais, esclarece a questão.

Teorema 1.2. *As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:*

1) y é diretamente proporcional a x;

2) para todo número real $c > 0$, tem-se $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$;

3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade"entre x e y, tal que $f(x) = k \cdot x$ para todo x.

Demonstração: Provaremos que 1) ⇒ 2) ⇒ 3) ⇒ 1). Para mostrar que 1) ⇒ 2), suponhamos, por absurdo, que $y = f(x)$ seja diretamente proporcional a x mas que se consiga achar um número real c tal que $f(c \cdot x) \neq c \cdot f(x)$. Para fixar ideias, seja $f(c \cdot x) < c \cdot f(x)$ isto é, $f(cx)/f(x) < c$. Entre dois números reais quaisquer existe sempre um número racional. Podemos então achar r racional tal que $f(cx)/f(x) < r < c$, o que significa $f(cx) < r \cdot f(x) < c \cdot f(x)$. O lema que provamos acima nos permite reescrever estas desigualdades como $f(cx) < f(rx) < c \cdot f(x)$. Mas a desigualdade $f(cx) < f(rx)$, juntamente com o fato de ser $r < c$, está em contradição com a hipótese de y ser diretamente proporcional a x, e ser, portanto, uma função crescente de x. Analogamente se prova que não pode ser $f(cx) > c \cdot f(x)$. Logo temos $f(cx) = cf(x)$, o que mostra que 1) ⇒ 2).

Para provar que 2) ⇒ 3), tomemos $k = f(1)$. Então, em virtude da hipótese 2), usada com x em lugar de c, temos $f(x) = f(x \cdot 1) = x \cdot f(1) = x \cdot k$, logo $f(x) = k \cdot x$.

Finalmente, completamos o ciclo da demonstração provando que 3) ⇒ 1). Primeiro relembramos o acordo feito anteriormente: só lidamos com grandezas cujas medidas são números positivos. Logo $k = f(1) > 0$. Então $x < x'$ implica $k \cdot x < k \cdot x'$, ou seja, $f(x) < f(x')$, portanto $y = f(x)$ é uma função crescente de x. Além disso, $f(n \cdot x) = k \cdot nx = n \cdot kx = n \cdot f(x)$. Conclusão: y é diretamente proporcional a x.

Raciocínio análogo ao anterior demonstra o teorema a seguir:

Teorema 1.3. *As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:*

1) y é inversamente proporcional a x;

2) para todo número real c, tem-se $f(cx) = \dfrac{f(x)}{c}$;

3) existe um número k, chamado a "constante de proporcionalidade"entre x e y, tal que $f(x) = \dfrac{k}{x}$ para todo x.

Uma atividade interessante (e bastante educativa) consiste em esboçar o gráfico da função $y = f(x)$.

No caso de y ser diretamente proporcional a x, temos $y = k \cdot x$. Quando y é inversamente proporcional a x, temos $y = k/x$. No primeiro caso, o gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas e no segundo é uma hipérbole.

O teorema a seguir é a chave para determinar, em todas as situações, se uma dada função é ou não linear.

Teorema 1.4 (**Teorema Fundamental da proporcionalidade II**). *Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:*

(1) $f(nx) = n \cdot f(x)$ para todo $n \in \mathbb{Z}$ e todo $x \in \mathbb{R}$.

(2) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$

(3) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$

Demonstração: Provaremos as implicações (1) ⇒ (2), (2) ⇒ (3) e (3) ⇒ (1). A fim demonstrar que (1) ⇒ (2), provaremos inicialmente que, para todo número racional $r = m/n$, a hipótese (1) acarreta que $f(rx) = rf(x)$, seja qual for $x \in \mathbb{R}$. Com efeito, como $nr = m$, tem-se:

$$n \cdot f(rx) = f(nrx) = f(mx) = m \cdot f(x),$$

logo

$$f(rx) = \frac{m}{n} f(x) = r \cdot f(x).$$

Seja $a = f(1)$. Como $f(0) = f(0 \cdot 0) = 0 \cdot f(0) = 0$, a monotonicidade de f nos dá $a = f(1) > f(0) = 0$. Assim, a é positivo. Além disso, temos $f(r) = f(r \cdot 1) = r \cdot f(1) = r \cdot a = ar$ para todo $r \in \mathbb{Q}$.

Mostremos agora que se tem $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Suponha, por absurdo, que exista algum número real x (necessariamente irracional) tal que $f(x) \neq ax$. Para fixar ideias, admitamos $f(x) < ax$. (O caso $f(x) > ax$ seria tratado de modo análogo.) Temos

$$\frac{f(x)}{a} < x.$$

Tomemos um número racional r tal que

$$\frac{f(x)}{a} < r < x.$$

Então $f(x) < ar < ax$, ou seja, $f(x) < f(r) < ax$. Mas isto é absurdo, pois f é crescente logo, como $r < x$, deveríamos ter $f(r) < f(x)$. Esta contradição completa a prova de que (1) ⇒ (2). As implicações (2) ⇒ (3) e (3) ⇒ (1) são óbvias.

Em algumas situações, o Teorema Fundamental da Proporcionalidade precisa ser aplicado a grandezas (como área ou massa, por exemplo) cujas medidas são expressas apenas por números positivos. Então temos uma função crescente $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, onde $\mathbb{R}^+ = x \in \mathbb{R}; x > 0$ é o conjunto dos números positivos. Neste caso, as afirmações do Teorema leem-se assim:

(1^+) $f(nx) = n \cdot f(x)$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e todo $x \in \mathbb{R}^+$.

(2^+) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}^+$.

(3^+) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$.

Neste novo contexto, o Teorema Fundamental da Proporcionalidade continua válido, isto é, as afirmações (1^+), (2^+) e (3^+) são ainda equivalentes. Isto se mostra introduzindo a função $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, onde $F(0) = 0$, $F(x) = f(x)$ e $F(-x) = -f(x)$ para todo $x > 0$. Cada uma das afirmações (1^+), (2^+) e (3^+) para f equivale a uma das afirmações (1), (2) e (3) para F.

Deve-se observar que a função f do teorema acima sendo crescente, tem-se $a = f(1) > 0$. No caso de se supor f decrescente vale um resultado análogo, com $a < 0$.

A importância deste teorema está no seguinte ponto: se queremos saber se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função linear basta verificar duas coisas.

Primeira: f deve ser crescente ou decrescente. (Estamos deixando de lado o caso trivial de f identicamente nula.)

Segunda: $f(nx) = nf(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e todo $n \in \mathbb{Z}$. No caso de $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ basta verificar esta última condição para $n \in \mathbb{N}$.

1.2 Aspectos do estudo da Proporcionalidade

A proporcionalidade faz parte do nosso dia a dia. Quando se dobra a quantidade de ingredientes de uma receita busca-se cozinhar para o dobro de pessoas. Quando se dobra a velocidade no percurso de carro até o trabalho, por outro lado, objetiva-se diminuir pela metade do tempo despendido. Esses são apenas dois exemplos simples e diretos de sua aplicação no dia a dia. Proporcionalidade é um conceito matemático que não se limita à Matemática. Quando se calcula a densidade populacional; na cartografia (mapeamento); na engenharia, mecânica, robótica, informática, enfim, diversas áreas fazem uso da proporcionalidade (ANDINI; JUPRI, 2017).

Contudo, apesar do cotidiano estar permeado por exemplos que envolvem proporcionalidade, nem sempre o aluno é levado a refletir sobre o conceito, mas submetido a um aprendizado mecânico e sem aparente função real. É preciso, portanto, pensar novas formas de ensinar e de se aprender Matemática, em específico nos estudos de proporcionalidade. Segundo Garcez (2016, p. 3):

> O tema da proporcionalidade é, sem dúvida, um dos que se revelam mais difíceis para os alunos do ensino básico. A sensação com que se fica quando se termina este conteúdo é de que apesar de muito se aplicar e resolver tarefas que envolvam o raciocínio proporcional, este pode não ter sido desenvolvido tanto quanto se pretendia. Deste modo, este tema requer ainda muita investigação para que o professor saiba como o facilitar e promover nos seus alunos este tipo de raciocínio.

Investigações sobre o ensino de Matemática e temas relacionados à proporcionalidade não são recentes, mas vêm sendo feitos há algum tempo, e têm levado a descobertas interessantes, das quais destacam-se quatro trabalhos: trabalhando com material manipulável, Kurtz e Karplus (1979) desenvolveram um trabalho com metodologia ativa (onde o professor trabalha com material manipulável, e não apenas caneta e papel), incentivando o envolvimento com o grupo, o que gerou resultados mais satisfatórios do que o aprendizado individual; Küchemann (1981) constatou que, quando são apresentados problemas que envolvem proporcionalidade a alunos que já dominam a regra de três sem, contudo, avisá-los ser possível utilizar esse método para resolução, tais alunos normalmente não fazem uso dele, o que mostra o quanto a metodologia do professor pode influenciar no erro do aluno; Carraher, Carraher e Schliemann (1986) concluíram que o uso de material concreto não é, por si só, um elemento propiciador do aprendizado mas, como afirmam, é possível aproveitar das situações para dar significado ao uso do material; Kamii e Livingston (1995) concluíram que aprendizado mecânico e aplicação automática do algoritmo formal fazem com que o aprendizado da Matemática se resuma a "fazer contas", na percepção do aluno. Esses trabalhos mostram uma preocupação antiga dos pesquisadores com o ensino da Matemática, da qual é possível destacar os seguintes aspectos:

1º - Metodologias ativas e trabalho em grupo são estratégias de ensino que auxiliam no interesse do aluno, potencializando o aprendizado;

2º - A metodologia utilizada pelo professor para o ensino de proporcionalidade, tem relação com a forma como os mesmos encaram os problemas;

3º - O simples uso de material concreto não é suficiente para que o ensino-aprendizado seja mais eficiente, porém, o material concreto pode ajudar a dar significado ao processo;

4º - O aprendizado mecânico, limitado a aplicação de fórmulas, cria no aluno a impressão de que a Matemática se resume a fazer contas por fazer, sem uma aplicação prática, uma utilidade na vida real.

Em relação à metodologia, o professor deve estar atento ao modo como ensina proporcionalidade. Segundo Menduni-Bortoloti e Barbosa (2017), pesquisas apontam que os professores, abordando proporcionalidade, priorizam algoritmo da regra de três e, com isso, deixam de considerar a relação entre as grandezas, que é o aspecto mais importante deste estudo.

Os recursos empregados pelo professor nas aulas sobre proporcionalidade também devem ser alvo de investigação e reflexão por parte do docente. O livro didático, por exemplo, pode influenciar na forma como o aluno constrói seus saberes, pois os conceitos neles apresentados podem gerar limitações no aprendizado (SOARES; NEHRING, 2012). Soares e Nehring (2012) analisaram a forma como o conceito de proporcionalidade é apresentado em livros didáticos do Ensino Médio, em coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2012), e concluíram que todos os livros traziam atividades abordando grandezas proporcionais como apresentação do tema, se limitando a analisar as relações de dependência entre as grandezas sem, contudo, sugerir uma reflexão sobre a proporcionalidade envolvida.

Outra forma de tornar o estudo matemático mais compreensível para os alunos é mostrar a relação da Matemática com as outras disciplinas, por meio da interdisciplinaridade. Castro (2015) elaborou uma sequência didática que busca mostrar aos alunos o conceito de proporcionalidade e suas aplicações na matemática e em outras disciplinas (geografia, ciências, física e química), rompendo com a ideia de que não há relação entre os conceitos aprendidos dentro da disciplina Matemática e outras áreas do conhecimento.

Por fim, tem-se que considerar uma reflexão sobre os erros que os alunos cometem ao resolver questões sobre proporcionalidade. Longe de constituir apenas erros conceituais diretamente relacionados ao conteúdo, dificuldades de outras naturezas se encontram intimamente associadas, como, por exemplo, a interpretação das questões. Nascimento (2017) faz uma análise dos erros cometidos por alunos do 3º ano do Ensino Médio de duas escolas do Oeste do Estado do Pará, ao resolverem questões envolvendo proporcionalidade, e concluiu que a maioria dos erros se dava pela dificuldade de interpretação dos enunciados das questões, ou seja, os alunos não conseguiam entender o que estava sendo pedido e, dessa forma, resolviam a questão incorretamente.

Também existem os erros conceituais, que aparecem quando os alunos não dominam o conteúdo. Tobias (2018, p. 103), trabalhando proporcionalidade com uma turma de 9º ano em uma escola da rede municipal de Belo Horizonte, Minas Gerais, verificou que um dos erros conceituais “é o de dizer que: dadas duas grandezas x e y se x aumenta e y também aumenta, isso significa que são proporcionais". Trata-se de um erro comum, justificável a alunos que começaram a estudar Proporcionalidade, mas que pode persistir até o nível universitário, o que é preocupante.

1.3 Teorias da Aprendizagem

Ao longo de sua história a humanidade vem construindo diferentes arquétipos, que buscam explicar os mais variados aspectos da realidade, na forma das disciplinas classicamente construídas (biologia, física, química, filosofia entre outras). Tais construções, em conjunto, constituem o arcabouço de conhecimento que deve ser transmitido às futuras gerações. Porém, alguns indivíduos têm dificuldade em assimilar tais conhecimentos, o que leva à necessidade de intervenção psicopedagógica (DISTLER, 2015). Buscando entender o processo de aprendizagem surgiram diversas teorias da aprendizagem e modelos epistemológicos, cada qual com suas potencialidades e limitações: Inatismo, Comportamentalismo (ou Behaviorismo), Interacionismo, Construtivismo, Empirismo, Gestaltismo (ou Humanismo) entre outras (QUEIROZ, 1998).

Qualquer ação pedagógica, mesmo que inconscientemente, está revestida por uma teoria ou modelo epistemológico, pois a educação não é neutra (SAVARIS; LAZZARIN; TREVISOL, 2016). Na figura 1 a seguir encontramos um resumo dos modelos epistemológicos mais adotados na educação:

Figura 1 – Principais modelos epistemológicos e suas teorias da aprendizagem

Modelo epistemológico	**Modelo pedagógico**	**Teorias da aprendizagem**
Empirismo S ← O (sujeito) (objeto)	Pedagogia diretiva A ← P (aluno) (professor)	Teoria comportamental/Behaviorista E → R → Reforço (estímulo) (resposta)
Apriorismo S → O (sujeito) (objeto)	Pedagogia não diretiva A → P (aluno) (professor)	Gestalt / Humanista (Köhler, Rogers / Teoria figura/fundo)
Interacionismo S → O ← (sujeito) (objeto)	Pedagogia relacional A → P ← (aluno) (professor)	Construtivismo; histórico-cultural S O S O (centrada na ação) (centrada na linguagem)

Fonte: Caliani e Bressa (2017)

No Empirismo, a gênese do conhecimento humano se dá a partir das experiências do sujeito que, através dos órgãos sensoriais, constrói os saberes (CALIANI; BRESSA, 2017). O Behaviorismo atribui a criação do conhecimento ao comportamento do indivíduo ou, em outras palavras, à mudança de comportamento mediante os estímulos adequados

(BOCK; FURTADO; TEIXEIRA, 1999). A psicologia científica proposta pelo Behaviorismo, embora edifique o comportamento como objeto de estudo, considera que a relação de aspectos do comportamento com o meio é necessária para explicar o aprendizado (KELLER; SCHOENFELD, 1974). Por essa teoria da aprendizagem o professor direciona o aprendizado do aluno, logo a pedagogia é diretiva. O Inatismo (ou Apriorismo) afirma que o conhecimento do indivíduo já nasce com ele, e vai aparecendo ao longo do processo de maturação. Por essa teoria, o sujeito é responsável pela gênese do seu conhecimento (CALIANI; BRESSA, 2017). Segundo o Humanismo, o professor apenas auxilia o aluno a despertar o conhecimento que ele já possui, uma vez que todos os organismos têm uma tendência interna a desenvolver todo o seu potencial (JINGNA, 2012).

O Interacionismo, por outro lado, atribui a gênese do conhecimento à interação entre o sujeito e o objeto. A teoria epistemológica de Piaget; a teoria histórico-cultural de Vygotsky e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel fazem parte do modelo epistemológico e constituem de teorias cognitivistas (FACIN, 2015) e (PERES et al., 2014). Jean Piaget descreveu as fases do desenvolvimento infantil (estádios do desenvolvimento cognitivo) e estudou profundamente o pensamento da criança Goulart (2008) e Munari (2010), elaborando a teoria Construtivista, onde o conhecimento é elaborado a partir da interação do sujeito com o meio. O sujeito epistêmico, que busca o conhecimento, se desenvolve até alcançar o raciocínio lógico-científico. Para Piaget, o indivíduo, quando confrontado por um problema, sai de um estado de equilíbrio (adaptação) para um estado de desequilíbrio. Através de dois processos, a assimilação e a acomodação, o indivíduo vai se desenvolvendo até a vida adulta (PIAGET, 2013).

Lev Semionovich Vygotsky desenvolveu uma teoria que atribui a gênese do conhecimento à cultura, ao meio social e à dimensão histórica do desenvolvimento (IVIC, 1999). Para Vygotsky o ser humano é eminentemente social, sendo esta sociabilidade, inicialmente a responsável pelas interações da criança com o meio que a cerca. A hereditariedade, portanto, não é a única responsável pelo conhecimento que a criança desenvolverá, mas o meio também tem uma parte significativa nessa construção. Para ele, a aprendizagem é um processo contínuo, e a educação promove saltos qualitativos no conhecimento (COELHO; PISONI, 2012). Vygotsky identifica um desenvolvimento real e um desenvolvimento potencial, cuja interferência de outro sujeito é capaz de auxiliar a criança a criar o conhecimento.

David Paul Ausubel elaborou a Teoria da Aprendizagem Significativa, segundo a qual uma estrutura cognitiva preexistente é a responsável por servir de “âncora” para novas informações (MOREIRA; DIONISIO, 1975). A educação não pode ser, portanto, um processo arbitrário, mas parte de conhecimentos que o aluno já possui. Devido a esse aspecto (de procurar por interseções da escola com a vida cotidiana, de forma a criar ligações do novo conhecimento com conhecimentos que o indivíduo já possui), o cognitivismo de Ausubel apresenta-se como uma teoria que tem muito a oferecer ao presente trabalho, pois fornece subsídios para a criação de instrumentos diretamente ligados à prática do professor de Matemática, disciplina esta que depende de habilidades e conhecimentos interligados mais do que qualquer outra.

1.4 A Aprendizagem Significativa de David Ausubel

David Paul Ausubel nasceu em 1918, em Nova York. Judeu e pobre cresceu insatisfeito com a educação oferecida à época, permeada de castigos físicos e psicológicos. Estudou Medicina e Psicologia, graduando-se nesta última. Após obter formação universitária, dedicou-se à Educação, em uma busca pelo verdadeiro aprendizado (DISTLER, 2015). A principal contribuição de Ausubel para a educação é a proposição de uma teoria que explica a aprendizagem humana como uma organização cognitiva, centralizando-se no conhecimento e entendimento da informação, e não apenas na própria informação. Aprender é agregar conhecimento de forma organizada, e não decorar ou memorizar mecanicamente (GOMES et al., 2010).

Brum (2015, p. 189) justifica a importância de David Ausubel para a Educação:

> Nessa linha de pensamento, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel configura-se como adequada e harmoniosa, por privilegiar os conhecimentos prévios dos alunos antes da aplicação de uma sequência de ensino, a forma de organização de um conteúdo obedecendo o processo de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa e a valorização da avaliação formativa e processual, entendendo a aprendizagem como contínua e progressiva.

Tem-se então, a Aprendizagem Significativa, que é aquela que vai além do momento em que o aluno se encontra, sendo duradoura, e constituindo uma fonte acessada sempre que necessário, inclusive para a ampliação do repertório do próprio conhecimento. Tudo o que não possui significado para o aluno é descartado facilmente, pois não sofreu ancoragem e, consequentemente, não houve aprendizado.

De acordo com Moreira (2012, p. 2), a Aprendizagem Significativa na teoria de Ausubel é

> aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende.

Distler (2015, p. 195), discorrendo sobre a teoria de Ausubel, afirma que “a aprendizagem significativa ocorre quando as ideias novas vão se relacionando na mente do indivíduo de forma não arbitrária e substantiva com as ideias já internalizadas”.

Na teoria de Ausubel, duas condições devem ser satisfeitas para que o aprendizado ocorra: o indivíduo deve estar disposto a aprender e o conteúdo precisa possibilitar uma experiência pessoal (PELIZZARI et al., 2002). Há uma organização da estrutura cognitiva em diferentes níveis: abstração, generalidade e inclusividade de conteúdo (MOREIRA, 2011). Nesta teoria, o conceito de subsunçor tem importância fundamental, pois o mesmo é o responsável por facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Subsunçor é um conhecimento específico, que já existe no indivíduo, e que permite ao sujeito dar novo significado a um novo conhecimento aprendido ou descoberto (MOREIRA, 2012).

O Modelo de aprendizagem de Ausubel é explicado da seguinte forma, por Moreira e Dionisio (1975, p. 246):

> Seja *A* a ideia âncora (conceito abrangente já estabelecido na estrutura cognitiva) e, *a*, o novo conceito, a nova ideia (menos abrangente), a ser aprendida. Da interação entre *a* e *A*, emerge *a'*, o significado de *a*. Também, em decorrência dessa interação, a ideia *A* é ligeiramente modificada, originando *A'* (em alguns casos *A'* é praticamente a mesma que *A*).

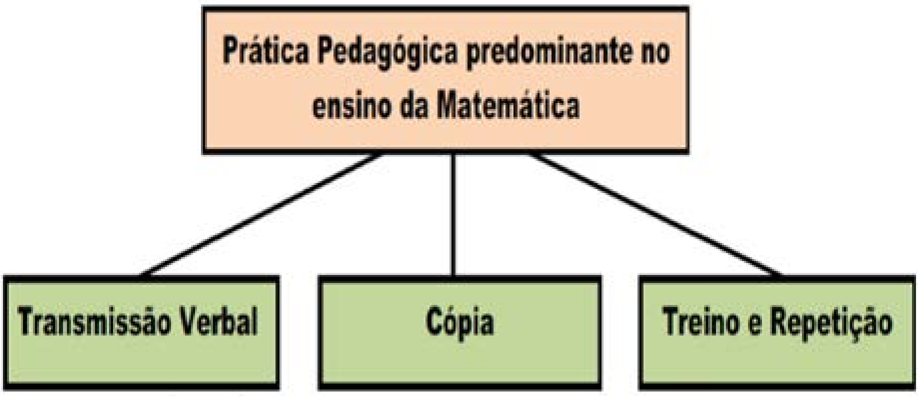
Aqui, percebe-se a intencionalidade que o ensino deve ter, no sentido de superar arbitrariedades, ou seja, deve haver um planejamento do professor, de forma a considerar o que o aluno já sabe como âncora para os saberes que devem ser construídos. Portanto, para Ausubel o aprendizado deve ser construído com significado, ou seja, ele deve ter um sentido para o aluno. Para isso, é preciso utilizar-se de elementos facilitadores da aprendizagem, pois a mesma não é espontânea, mas resultado do esforço do professor e do aluno.

Nesse contexto, as atividades contextualizadas e as situações-problema podem ser utilizadas pelo professor. Quando os alunos são colocados diante de situações-problema e questões que envolvem algum material concreto, sendo desafiados a mobilizar conhecimentos prévios e realizar ações que vão além de decorar e repetir mecanicamente fórmulas, tem-se a formação de conhecimento matemático dotado de sentido para o aluno (POMMER, 2013).

1.5 Aspectos do ensino da Matemática

A prática pedagógica do professor de Matemática, sobretudo nos primeiros anos do Ensino Fundamental, é eminentemente pautada na transmissão verbal, cópia de conteúdos e treino para resolução de questões (CORDEIRO; OLIVEIRA, 2015). Tais práticas não permitem a participação ativa do aluno e não estimulam sua criatividade, criando resistência e desgosto em relação ao aprendizado dos conteúdos da disciplina (Figura 2).

Figura 2 – A prática pedagógica predominante no ensino da Matemática é caracterizada por transmissão verbal, cópia, treino e repetição



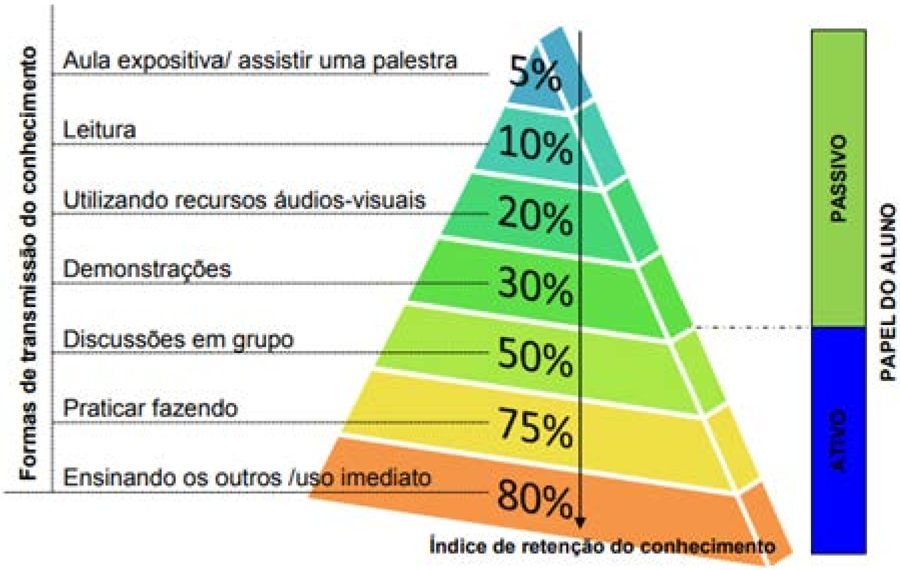
Fonte: Cordeiro e Oliveira (2015)

Contudo, como aponta Valente (2014), a formação de professores de Matemática no Brasil passou recentemente por uma transição, com novos cursos de pós-graduação sendo oferecidos, formando mais mestres e doutores, com pesquisas em educação matemática e alçando novos horizontes em termos de ensino. Isso tende a melhorar a qualidade do ensino, pois os novos professores formados, mais críticos e pesquisadores da própria prática, trazem consigo ideias e posicionamentos diferentes daqueles que foram formados nos moldes tradicionais.

Porém, enquanto isso não acontece, tem-se um cenário desolador, com estudantes chegando ao Ensino Médio sem o conhecimento adequado em Matemática, como revelam os resultados da Prova Brasil (KIMAK; BASNIAK, 2016). De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p. 37), o tradicional ensino de matemática obedece ao seguinte roteiro: "o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação"e essa metodologia não tem apresentado resultados satisfatórios, principalmente quando se observa o desempenho dos alunos brasileiros em exames nacionais e internacionais.

É interessante refletir sobre o potencial dos recursos utilizados pelo professor nas aulas. A pirâmide de aprendizagem (Figura 3) é um modelo teórico criado pelo NTL Institute for Applied Behavioral Science. Através dele, é possível inferir que, quanto mais ações forem integradas ao ensino, maior é a retenção de conhecimento pelo aluno, sendo que a aula expositiva é a técnica que menos agrega conhecimento, por este modelo.

Figura 3 – Pirâmide de aprendizagem



Fonte: Siqueira (2013)

Analisando a pirâmide, percebe-se que atividades de "praticar fazendo" e "ensinar os outros", assim como a aplicação imediata do conteúdo aprendido, são as estratégias que mais tem impacto positivo sobre o aprendizado. Percebe-se, então, a importância de se planejar aulas que fujam à tradicional exposição de conteúdos, e investir em estratégias que coloquem os alunos como protagonistas do próprio aprendizado. Nesse cenário, a resolução de problemas é uma das metodologias mais dinâmicas, possibilitando ao aluno, inclusive, exercitar o raciocínio lógico e tornando as aulas mais dinâmicas (BOSSLER, 2016).

A resolução de problemas, como alternativa ao método tradicional expositivo, encontrou adeptos ao longo do tempo. Resolver problemas desloca o aluno da passividade de esperar pelas respostas do professor. Ao mesmo tempo, se esta técnica for associada a outras estratégias (trabalho em grupo e estudo dirigido, por exemplo), onde os alunos têm a oportunidade de ajudarem uns aos outros, o potencial de aprendizado é ampliado. O ensino da Matemática por meio da resolução de problemas é recomendado pelos PCN, os quais afirmam que o professor, ao utilizar de tais recursos, exerce o papel fundamental de organizar, facilitar, mediar e incentivar o processo de ensino-aprendizagem (BRASIL, 1998).

Souza (2014, p. 14) defende a resolução de problemas como uma possível saída à tradicional aula expositiva, porém, alerta que os professores podem não estar preparados para essa metodologia:

> A resolução de problemas como um método de ensino dos conteúdos matemáticos, tem sido recomendada por muitos educadores. A literatura contém muitos elementos descritivos do que deve ser incluído no processo de resolução de problemas, mas não define e exemplifica, em termos práticos,

> como uma aula de algum conteúdo matemático possa ser desenvolvida. Além disso, a literatura é vaga quanto ao arranjo sistemático destes elementos, de modo que um professor em sala de aula, normalmente, tem dificuldades em conduzir uma classe por meio da abordagem de resolução de problemas.

Pode-se questionar também, se as tradicionais aulas expositivas devem ser completamente descartadas da rotina escolar do professor de Matemática. Beiral (2017, p. 53) defende um ensino híbrido, mesclando aulas expositivas e outras atividades:

> Deve-se mesclar as atividades propostas com aulas expositivas, uma vez que construir um novo conceito a partir de exemplos e situações cotidianas leva muito tempo, já que o estudante não é trabalhado nesse sentido nas séries iniciais. Há estudantes que se apropriam do conhecimento de forma muito rápida e há aqueles que levam um tempo muito grande para apropriação.

Segundo essa autora, as aulas expositivas não devem ser substituídas por outros recursos, pois são essenciais para o aprendizado inicial do aluno e daqueles que têm maiores dificuldades. Nesse caso, o ideal é que o professor encontre o meio termo entre a exposição de conteúdos e as atividades inovadoras. Babinski (2017, p. 58) tem um posicionamento parecido:

> [...] não se pode desfazer totalmente das metodologias já existentes, pois muito acrescentam no que diz respeito ao entendimento de fórmulas e repetição de exercícios. Porém não se pode também utilizar somente uma única forma de trabalhar os conteúdos em sala de aula, pois somente exercícios repetitivos, muitas vezes, não são compreendidos por alguns alunos, afinal, cada estudante tem seu modo particular de compreender.

Uma abordagem puramente expositiva não é a mais adequada pois, como já foi extensamente discutido, o conhecimento que é produzido por professores e alunos por meio de estratégias ativas é mais duradouro e significativo. Depois de tudo o que foi dito, tem-se de reconhecer que o ensino, em especial de Matemática, precisa de renovação, pois já não corresponde aos anseios de uma sociedade em constante evolução, sendo, necessário superar a forma tradicional e mecanizada com a qual os professores têm trabalhado (CASTEJON; ROSA, 2017).

Segundo Silva (2014, p. 34):

> O educador deve estar preocupado em levar metodologias inovadoras para a sala de aula. O professor de Matemática deve mostrar que é possível dinamizar suas aulas com jogos, formas lúdicas para ilustrar e contar a história da matemática e outros recursos didáticos-pedagógicos. Estas são algumas das ferramentas didáticas consideradas poderosas nesse processo de ensino, despertando nos alunos prazer pelos conteúdos que os levam a uma aprendizagem significativa e motivadora.

Portanto, cabe ao professor em um primeiro momento, despertar o interesse do aluno pelo conteúdo, e não esperar que o aluno possua um interesse natural. Se o professor não tomar para si a responsabilidade de, por meio de atividades inovadoras e interessantes, chamar a atenção do aluno, perde-se a intencionalidade do ensino, ficando o mesmo por conta do improviso.

1.6 Parâmetros Curriculares Nacionais e Orientações Curriculares para o Ensino Médio

A Matemática é uma disciplina muito importante, devendo ser satisfatoriamente desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (ALVES, 2016). Os estudos iniciais de Matemática servem de base para os posteriores, tanto dentro da disciplina quanto de outras disciplinas. Trata-se, portanto, de uma disciplina que deve contribuir para a formação cidadã do indivíduo, por meio de pensamento e atitude investigativa, análise de novas situações, formação científica e desenvolvimento do pensamento lógico, dentre outras.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) constituem um conjunto de documentos que buscam servir como guia para o planejamento escolar. Eles explicitam as habilidades básicas e competências específicas que o estudante deverá ter desenvolvido ao final do Ensino Médio. De acordo com os PCN:

> O conhecimento prévio dos alunos, tema que tem mobilizado educadores, especialmente nas últimas duas décadas, é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático. Os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios para as coisas que observam e modelos elaborados autonomamente para explicar sua realidade vivida, inclusive para os fatos de interesse científico. É importante levar em conta tais conhecimentos, no processo pedagógico, porque o efetivo diálogo pedagógico só se verifica quando há uma confrontação verdadeira de visões e opiniões; o aprendizado da ciência é um processo de transição da visão intuitiva, de senso comum ou de auto-elaboração, pela visão de caráter científico construída pelo aluno, como produto do embate de visões (BRASIL, 1996b, p. 52).

Como é possível perceber, os PCN evocam o cerne da Aprendizagem Significativa quando afirmam que os alunos já chegam à escola com conceitos próprios, os quais devem ser levados em consideração pelos professores, de forma a tornar o aprendizado dos conteúdos mais eficiente. Essa recomendação, contudo, não tem sido seguida durante todos esses anos ou não tem surtido efeito, visto os resultados insatisfatórios dos alunos no PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) (SASSAKI et al., 2018) e (WAISELFISZ, 2009).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1996b, p. 42), o ensino de Matemática tem como principais objetivos:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

A aplicação dos conhecimentos é um dos objetivos do ensino da Matemática no Ensino Médio. Outros objetivos são o uso de conceitos matemáticos para a resolução de problemas cotidianos de Matemática e de outras áreas do conhecimento. Isso vai ao encontro do que aqui se discute como o caminho possível de se trilhar para alcançar um ensino-aprendizado mais eficiente, para o trabalho do professor de Matemática, em específico com o tema proporcionalidade.

Uma preocupação constantemente resgatada pelos PCN é o estabelecimento de relações entre os conteúdos estudados, de forma a evidenciar para o aluno que os conceitos abordados não estão isolados, mas são inter-relacionados. Especificamente sobre a proporcionalidade, é indicado evidenciar as conexões deste conceito com diferentes estratégias, como, por exemplo: problemas multiplicativos; problemas com porcentagem; estudos de geometria; semelhança entre figuras, somente para citar alguns exemplos (BRASIL, 1998).

Dentre as estratégias de trabalho sugeridas pelos PCN (BRASIL, 1997), temos: resolução de problemas; história da Matemática; tecnologias da informação e jogos. Essas estratégias obviamente, buscam romper com o ensino tradicional da Matemática, pautado na transmissão oral de conteúdos por meio de aulas expositivas e exercícios repetitivos, os quais têm recebido inúmeras críticas ao longo dos anos.

Como procedimentos para o ensino da proporcionalidade os PCN (BRASIL, 1998, p. 87) trazem as seguintes sugestões:

- Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano.
- Resolução de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regra de três.

Percebe-se uma preocupação com o uso de “estratégias variadas”, ainda que em seguida se evidencie, também, o trabalho com abordagens que incluem regra de três. As estratégias diversificadas, como está implícito no documento, devem ser empregadas antes da regra de três. Nas escolas públicas brasileiras, o ensino de proporcionalidade geralmente não é acompanhado de fundamentação teórica, mas se limita à resolução de questões (em sua maioria com a aplicação de regra de três simples e composta), e verificação se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Mesmo os livros didáticos normalmente se limitam a apresentar questões resolvidas de forma direta, sem procurar desenvolver um trabalho que conduza o aluno ao entendimento do raciocínio matemático que existe por detrás das questões (BITENCOURT, 2017).

Referências à proporcionalidade aparecem em diferentes contextos nos PCN (BRASIL, 1998):

- De forma semelhante, nem sempre são observadas recomendações insistentemente feitas para que conteúdos sejam veículos para a aprendizagem de idéias fundamentais (como as de proporcionalidade, equivalência etc.) (p. 22)
- O estudo detalhado das grandes questões do Meio Ambiente poluição, desmatamento, limites para uso dos recursos naturais, sustentabilidade, desperdício, camada de ozônio pressupõe que o aluno tenha construído determinados conceitos matemáticos (áreas, volumes, proporcionalidade etc.) (p. 31)
- Ao relacionar idéias matemáticas entre si, podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, inclusão (p. 37)
- São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica (p. 52)
- O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real (p. 67)
- É importante que essas atividades sejam conduzidas, de forma que mantenha ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos, em particular com as atividades numéricas, métricas e com a noção de proporcionalidade (p. 69)
- Além disso, é uma atividade que leva o aluno a observar as relações entre tamanhos e aproximar-se da noção de proporcionalidade, o que permitirá, num momento posterior, a utilização das escalas na construção de maquetes (p. 123)

É evidente em todas estas passagens a importância que os PCN dão para o estabelecimento de relações entre os diferentes conteúdos, tanto matemáticos, quanto pertencentes às demais disciplinas que compõem o currículo escolar. Este aspecto interdisciplinar é de fundamental importância para a formação do educando, que deve ser capaz de aplicar aquilo que aprende em situações reais, tornando o aprendizado significativo, dotado de utilidade. Essa questão prática é ainda mais evidente na passagem "interpretação de fenômenos do mundo real", que deixa claro a relevância de se estabelecer conexões do conteúdo escolar com o mundo compõe realidade do aluno.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996a) trouxe novos desafios ao ensino. A partir dela, Ensino Médio passa a ter explicitamente, os seguintes objetivos: aprofundar os conteúdos das séries anteriores, preparando o indivíduo para a continuidade dos estudos; preparar para o mercado de trabalho; formar o indivíduo para exercer sua cidadania e, por fim, formar o indivíduo cientificamente. Percebe-se uma indefinição da função do Ensino Médio, que se reflete em seu currículo, muitas vezes falho e pouco prático.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 70), dividem os conteúdos de Matemática do Ensino Médio em quatro blocos: "Números e operações; Funções; Geometria; Análise de Dados e Probabilidade". Dentro do bloco "Funções", é sugerida uma forma de se trabalhar proporcionalidade discutindo modelos de crescimento e decrescimento:

> As ideias de crescimento, modelo linear ($f(x) = a \cdot x$) e proporcionalidade direta devem ser colocadas em estreita relação, evidenciando-se que a proporcionalidade direta é um particular e importante modelo de crescimento. Nesse momento, também é interessante discutir o modelo de decrescimento com proporcionalidade inversa ($f(x) = a/x$). O professor deve estar atento ao fato de que os alunos identificam sistematicamente, de forma equivocada, crescimento com proporcionalidade direta e decrescimento com proporcionalidade inversa, e aqui é interessante trazer situações do quotidiano para ilustrar diferentes tipos de crescimento/decrescimento de grandezas em relação. Situações em que se faz necessária a função afim ($f(x) = a \cdot x + b$) também devem ser trabalhadas (BRASIL, 2006, p. 73).

Percebe-se, ainda nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, uma preocupação com o entendimento equivocado dos alunos quanto a propriedade fundamental da proporcionalidade, equívoco este que, como já foi discutido, leva ao erro sistemático de considerar quaisquer duas grandezas que crescem/decrescem como proporcionais. Destaca também, a já discutida importância de se abordar exemplos do cotidiano do aluno, assim como trabalhar o conceito com situações que envolvam função afim, fugindo das limitações do trabalho com apenas exemplos envolvendo regra de três.

1.7 Sequências Didáticas

As sequências são instrumentos de ensino-aprendizado que permitem incluir as três fases da prática pedagógica do professor: planejamento, aplicação e avaliação. Elas representam, em seu bojo, a unidade indissociável existente no processo educativo, demarcado neste caso, por um começo, meio e fim, ou seja, demarcando o processo de forma clara para alunos e professores (CABRAL, 2017).

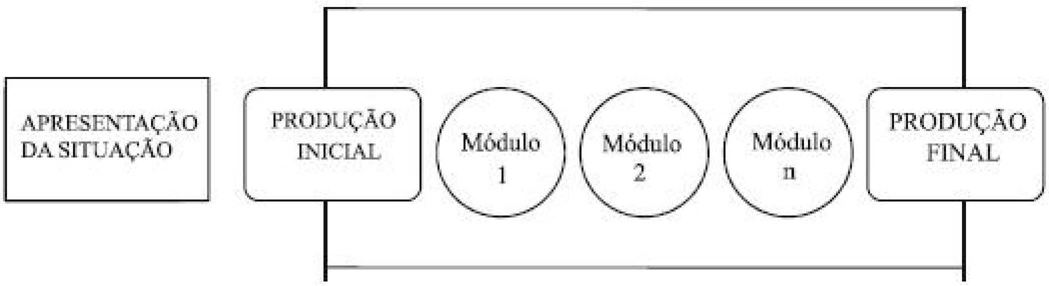
De acordo com Peretti e Costa (2013, p. 6), sequência didática é

> um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

As atividades que compõem a sequência didática devem ser cuidadosamente escolhidas pelo professor, de forma a tornar o processo de aprendizado dos conteúdos previstos o mais encadeado possível. Por isso, o primeiro cuidado a se tomar ao organizar uma sequência didática é o planejamento da mesma. É importante em uma sequência didática, trabalhar o conteúdo com várias ferramentas diferentes, além é claro, trabalhar nos alunos a noção de que eles não devem esperar passivamente pelas respostas do professor, mas atuar ativamente na construção dos próprios saberes (LIMA, 2018).

Uma sequência didática, de forma bem simplificada, possui uma apresentação; uma produção inicial; desenvolvimento e a produção final (Figura 4).

Figura 4 – Esquema de uma Sequência Didática



Fonte: Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004)

As sequências didáticas surgem nos moldes da Engenharia Didática, que nasceu a partir da Didática da Matemática no início dos anos 80.

> A Engenharia Didática foi inicialmente concebida como uma forma de concretizar os ideais e pressupostos de investigação da escola da Didática da Matemática Francesa. Ela possui duas funções: ser utilizada como metodologia qualitativa de pesquisa na área de Matemática e ser utilizada para a elaboração de situações didáticas que configurem um quadro de aprendizagem significativa em sala de aula (CARVALHO, 2017, p. 55).

Tal qual um engenheiro planejando a construção de um prédio, o professor deve planejar a construção do saber junto com o aluno. Contudo, não basta planejar se o professor não souber como trabalhar o tema dentro da sequência didática. É aconselhável que o professor utilize diferentes materiais concretos para a elaboração de sequências didáticas, de forma a tornar o aprendizado mais significativo (PERETTI; COSTA, 2013). A diversificação de recursos é primordial para se conseguir resultados diferentes dos tradicionais:

> Sabe-se que a utilização de recursos didáticos diversificados se justifica pelo fato de que, ao utilizar tais recursos, consegue-se atingir o maior número de alunos em sala de aula, uma vez que possibilita o contato com diferentes formas de aprendizado. Assim, é necessário que o professor procure combinar vários recursos metodológicos para desenvolver uma SD, como: software, lápis, papel, calculadora, material concreto, medições, plantas, etc., com o objetivo de abranger uma maior compreensão dos conteúdos ministrados (BABINSKI, 2017, p. 30).

Apesar de ser direcionada ao aprendizado do aluno, a sequência didática também pode servir para o professor melhorar seus conhecimentos sobre o tema que está trabalhando:

> Por meio da sequência didática, o docente que tenha fragilidade em algum conhecimento pode ter a oportunidade de adquiri-lo enquanto se prepara para lecionar tal tema. A sequência didática vem como uma sugestão da ação pedagógica. A todo momento, o docente pode intervir para a melhoria no processo ensino e aprendizagem, oportunizando situações para que o educando assuma uma postura reflexiva e se torne sujeito do processo de ensino e aprendizagem (LIMA, 2018, p. 153).

De acordo com esse autor, os benefícios da sequência didática vão além do aluno, mas também podem auxiliar o docente a estudar os conteúdos que ele precisa ensinar e que, porventura, talvez não sejam de total domínio do mesmo.

Apesar dos aspectos positivos da aplicação de sequências didáticas, é preciso considerar também, que muitas vezes esse recurso não é suficiente para mudar a postura do professor ou o teor das aulas. Morelatti et al. (2014, p. 644), comparando sequências didáticas de professores de Matemática e Ciências Naturais de escolas do Ensino Fundamental e do Ensino Médio de Presidente Prudente, São Paulo, atestaram que:

> Em Matemática, 44,7% das atividades desenvolvidas no início da aula são centradas no professor, 35,5% são compartilhadas entre professor e aluno, e apenas 9,3% são desenvolvidas pelo aluno. [...] Em Matemática, a aula expositiva (61,8%) e exemplos, comparações e contextualizações (26,5%) foram os procedimentos mais frequentes quando o início da aula é centrado no professor [...] Outros procedimentos somam 11,7%.

Ou seja, mesmo com o objetivo de desenvolver um trabalho diferenciado e centrado no aluno, alguns professores durante o planejamento de sequências didáticas, criaram atividades centradas em si mesmos, semelhante à organização das aulas expositivas. Os professores dedicaram o maior tempo das aulas a estas atividades que mantinham o aluno em posição passiva diante da construção do conhecimento.

Ainda segundo Morelatti et al. (2014, p. 649), há muita resistência às mudanças por parte dos professores pesquisados, a maioria com 11 a 25 anos de carreira, e que "certamente, realizaram, em cursos de formação continuada, discussões sobre a importância da participação do aluno no processo de ensino e aprendizagem em Matemática e em Ciências Naturais". Apesar da formação continuada que tiveram, os professores se mostram pouco receptivos a mudanças em suas práticas pedagógicas. Deve-se levar em consideração também, que os professores geralmente possuem uma alta carga horária semanal de trabalho (dentre os pesquisados, grande parte tinha 30 horas semanais), sem contar o trabalho levado para casa, fator este que tem relação direta com a disposição do professor para investir na própria formação e em diferentes metodologias.

Não faltam exemplos de experiências bem sucedidas com sequências didáticas, e aqui são resumidas três delas: (LUTZ, 2012); (SANTOS; SOUZA, 2016) e (BITENCOURT, 2017).

Lutz (2012) trabalhou com uma sequência didática para o ensino de Estatística com uma turma do Ensino Médio da modalidade PROEJA do Instituto Federal Farroupilha – Campos Alegrete, Rio Grande do Sul, e concluiu que houve melhoria no aprendizado de conteúdos de Estatística. Na avaliação dos alunos, os mesmos consideraram a sequência interessante e satisfatória, ainda que muito extensa e cansativa. Isso serve de alerta para a importância de se considerar a extensão da sequência didática, de forma a não prejudicar o desempenho dos alunos.

Santos e Souza (2016), ao aplicarem uma sequência didática para alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental, concluíram que a sequência didática proporcionou aos alunos vivências que foram além do aprendizado da aula de Matemática:

> Proposta na área de Matemática e suas Tecnologias, a sequência didática, em seu desenvolvimento, na realização das atividades e na resolução dos problemas, proporcionou que os estudantes pesquisassem sobre conteúdos relacionados a diferentes áreas do conhecimento, além dos relacionados especificamente à Matemática (SANTOS; SOUZA, 2016, p. 3).

Bitencourt (2017), trabalhando com alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola pública da Rede estadual do município de Macapá, Amapá, após aplicação de uma sequência didática envolvendo proporcionalidade, elaborada seguindo os princípios da Engenharia Didática, verificou que os alunos apresentaram melhoras no desempenho de resolução de questões envolvendo proporcionalidade. A porcentagem de questões incorretas e questões deixadas em branco sofreu uma queda após a aplicação da sequência didática, o que foi verificado por meio de um teste inicial e um final.

Logo, conclui-se que a sequência didática constitui um importante instrumento para o ensino de Matemática, porém o professor deve planejar adequadamente esta atividade, sob o risco de não atingir os objetivos pretendidos.

Capítulo 2

Tecnologia e Educação

Neste capítulo serão discutidas questões sobre a Tecnologia e a Educação Matemática; sobre o uso de Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática e a descrição dos recursos tecnológicos (aplicativos) selecionados para o desenvolvimento da sequência didática.

2.1 A tecnologia e a Educação Matemática

Muito já se ouviu falar da educação do futuro, pautada no uso inteligente da tecnologia, tornando o que se tem na atualidade, a simples inserção do computador na sala de aula apenas um rascunho do que pode ser feito. Esse vislumbre de algo que começou com a invenção do computador e a popularização da internet, ainda parece distante de se concretizar. É preciso primeiro, superar alguns desafios, como por exemplo, o papel da educação na era digital Scaico e Queiroz (2013), a negatividade desenvolvida por muitos indivíduos em relação à Matemática e a questão da utilidade do conhecimento para o aluno, somente para citar alguns.

O ensino de Matemática no Brasil deixa marcas muito negativas em alguns alunos, inclusive alterando seus percursos escolares, por exemplo, por meio de reprovações (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). Outro aspecto é a questão da utilidade do conhecimento matemático. Os alunos questionam: “Para que serve isso? Onde eu utilizarei isso? Isso não serve para nada!”. Enquanto houver tal posicionamento quase niilista sobre a Matemática, ficará difícil desenvolver um trabalho de qualidade. E a superação deste quadro está justamente no professor, que pode mostrar ao aluno por meio de atividades contextualizadas, a importância da Matemática para a vida das pessoas. Babinski (2017, p. 27) afirma que:

> A matemática ajuda de certa forma a estruturar o pensamento e o raciocínio relativo, ou seja, tem valor formativo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta útil para a vida cotidiana, ademais para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos

> e regras que a torna uma linguagem de comunicação de ideias. Com isso, o aluno tem a possibilidade de modelar a realidade e interpretá-la, pois todas as pessoas sofrem influências da Matemática, de modo que cada um tem uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em funcionamento, sem falar dos arquitetos, contadores, engenheiros, agrimensores, entre outros, para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente.

Estão nas mãos dos professores as ferramentas necessárias para o entendimento de que a Matemática faz parte de todas as outras disciplinas, em maior ou menor grau e, mais do que isso, seus códigos e regras permeiam a comunicação. Para isto, é preciso investir em uma nova forma de se trabalhar os conteúdos matemáticos, rompendo com o simples ato de resolver por resolver, o que esvai de sentido qualquer atividade.

Os recursos tecnológicos, apesar de importantes e cada vez mais utilizados no ensino, não são a solução definitiva de todos os problemas educacionais, inclusive porque se espera um novo posicionamento do professor neste cenário que se descortina. No contexto do uso de tecnologias na educação, o professor deve ser um mediador do processo.

> O professor, enquanto mediador, cria situações aumentando a autoestima dos alunos, além de permitir novos valores, verifica a dificuldade de aprendizagem de determinados conteúdos, oportunizando situações propícias à aprendizagem. O professor mediador tem papel significativo, é dele a missão de buscar alternativas viáveis para estimular o interesse dos alunos, tornando-os participativos nas aulas, se transformando em sujeitos colaborativos no processo de ensino e aprendizagem (VAZ; JESUS, 2014, p. 61).

Não é uma educação das máquinas que se busca quando se insere computadores em sala de aula mas, sobretudo, uma educação dos homens, feita por pessoas que levam em consideração a formação do aluno enquanto cidadão, em detrimento do simples acúmulo de conhecimento. O professor perdeu o status de centro do processo educacional (na pedagogia tradicional) para o aluno, mas o aluno não pode perder esse espaço para os recursos tecnológicos, ou não fará sentido algum empregá-los.

Indo um pouco além, é preciso também, instrumentalizar os alunos para o pensamento e a reflexão sobre o aprendizado:

> Desde os primeiros anos da vida escolar o educando está acostumado a estudar apenas o que é necessário para as provas, ou para passar de ano, não se habituando a pensar, menos ainda a desenvolver um raciocínio mais lógico ou habilidades de argumentação, tão pouco fazer uso do que aprende para tomar decisões. Domina as tecnologias, até onde compreende o que ela apresenta, porém se as mesmas oferecem uma linguagem diferente da qual estão acostumados (representações de gráficos ou tabelas, por exemplo) os mesmo não compreendem nem tão pouco sabem fazer uma leitura adequada das informações ali contidas (CASTOLDI; DANYLUK, 2014, p. 5).

Como os autores deixam claro, os alunos estão acostumados a não pensarem sobre o próprio conhecimento, por causa de uma cultura escolar burocrática, que não cabe discutir neste momento. Além disso, não se preocupam em interpretar o que leem ou veem, apenas seguem em frente. Esse é outro desafio a se superar para o estabelecimento de uma educação matemática na escola.

Dito isto, não basta ao professor apenas dominar os conteúdos a serem ensinados, mas também é necessário

> que o professor seja capaz de identificar as dificuldades de aprendizagem, os conhecimentos que os alunos têm sobre uma determinada noção matemática e as eventuais fontes de erros cometidos. Ele deve, sobretudo, ser capaz de criar boas situações didáticas que propiciem a superação dos erros e que favoreçam a aprendizagem de novos conhecimentos (LIMA, 2011, p. 2).

Segundo Lima (2011), é preciso que o educador consiga criar situações didáticas que possibilitem diferentes formas de aprender, de modo a superar as dificuldades gerais do ensino e as especificidades da Matemática. Para isto, é necessário antes de tudo, que o professor veja o aluno com outros olhos, com olhos de pesquisador que investiga a própria prática pedagógica e busca corrigi-la. Segundo Silva (2016, p. 34):

> A escola precisa se adequar aos recursos tecnológicos usados hoje pelos alunos nos mais diversos ambientes extraescolares para potencializar a aprendizagem de forma autônoma e transformar o ambiente escolar num lugar atrativo, onde os discentes têm a possibilidade de transmutar informações em conhecimento, mediados pelo professor.

É necessário portanto, que se faça uma nova educação matemática, no sentido de formar indivíduos que refletem sobre os problemas, e não simplesmente os resolvem de forma mecânica. Os recursos tecnológicos podem ajudar nessa revolução, desde que seu uso seja planejado e crítico.

2.2 Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática

O uso de recursos tecnológicos já não representa o centro das discussões no processo de ensino-aprendizagem, mas sim a forma de utilização dos mesmos (MONTEIRO et al., 2013). Isso porque a simples utilização de um recurso tecnológico não significa necessariamente, a mudança do método de trabalho do professor. É o caso, por exemplo, do uso do projetor (datashow) para a exibição de conteúdos de forma expositiva (transposição da aula expositiva para um recurso tecnológico).

É necessário, portanto, que o professor antes de tudo, tenha a curiosidade de pesquisar e estudar a melhor forma de utilizar as tecnologias digitais. Mais do que dominar o conteúdo, é preciso conhecer os recursos que se pretende utilizar. Segundo Vaz e Jesus (2014, p. 61):

> Constatamos que para o professor, independente da disciplina, é essencial seu preparo em relação a especificidade de seu conhecimento, conhecer bem o conteúdo de sua disciplina, para ministrar uma aula a contento. O educador deve dominar bem o software para assim, realizar um ensino do conteúdo com qualidade. Por fim, só podemos ter uma atitude de professor construtivista se realmente nos apropriarmos desse conhecimento. Mas não basta ter o conhecimento matemático, o conhecimento tecnológico e o construtivismo, é necessário fazer a integração desses três elementos para que a proposta funcione.

Fioreze (2010), trabalhando conceitos de proporcionalidade por meio de atividades digitais, com alunos da 8ª série de uma escola municipal, da zona rural do município de Silveira Martins, Rio Grande do Sul, verificou que os alunos foram mais coerentes ao aplicar conhecimentos relativos ao tema proporcionalidade em diferentes situações, quando aprendiam por meio de recursos tecnológicos. O autor destaca também, a importância do professor no processo durante a seleção das atividades e também no desenvolvimento das mesmas como mediador, tornado o processo de ensino-aprendizagem mais natural e significativo.

Ferreira (2013) aplicou uma sequência didática a alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Imperatriz, Maranhão, utilizando o programa GeoGebra e outros recursos como cartões, palitos e bastões, e concluiu que os alunos tiveram progresso nos estudos de proporcionalidade.

Monteiro (2016) constatou que recursos lúdicos e tecnológicos contribuíram para a aprendizagem de Álgebra de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, fazendo com que os mesmos ficassem mais motivados durante o processo. Com a pesquisa a autora também concluiu que tais recursos não faziam parte das aulas de Matemática direcionadas para a turma, o que mostra a falta de aproveitamento dos recursos disponíveis.

Villaça e Santos (2018) analisaram o chamado Ensino Híbrido, especificamente com os temas "relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear e entre Grandezas Inversamente Proporcionais e Hipérbole", com alunos do 1º Ano do Ensino Médio. O Ensino Híbrido, também chamado Blended Learning, é uma modalidade educacional que combina o que funciona do ensino presencial com os aspectos vantajosos da educação a distância. Mesmo utilizando recursos tecnológicos, os autores iniciaram as atividades com uma revisão oral de conteúdos (grandezas proporcionais, função afim e função linear), ou seja, da forma tradicional. Os pesquisadores elaboraram atividades organizadas em blocos chamados de "estações". Cada qual com certo número de questões que deveriam ser resolvidas antes de dar continuidade. Desta forma os alunos em grupos, realizavam as atividades autonomamente, guiados pelo que estava programado para cada estação. A experiência dos autores foi bastante positiva, porém também constataram que, nas atividades onde era exigido que os alunos tomassem decisões e saíssem da posição passiva imposta pelo ensino tradicional, os mesmos tinham dúvidas e pediam auxílio dos pesquisadores.

Como nem todas as experiências são positivas, destacamos o trabalho de Silva (2015), que aplicou uma sequência didática sobre proporcionalidade a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com a utilização do programa GeoGebra. A primeira dificuldade descrita pelo pesquisador foi o fato de os alunos não conhecerem o programa, o que atrapalhou o andamento das atividades. O objetivo do pesquisador era verificar se os alunos, ao final da sequência didática, seriam capazes de reconhecer quais grandezas eram direta ou inversamente proporcionais. O pesquisador não observou melhora no desempenho dos alunos que, a priori, foram diagnosticados com dificuldades no conteúdo. Os alunos que já possuíam facilidade conseguiram cumprir as atividades satisfatoriamente. O autor destaca também, que muitos dos alunos que apresentaram dificuldades eram deficientes em outros conteúdos matemáticos, como as operações básicas. Esse foi um dos poucos trabalhos identificados que afirma não ter encontrado vantagens claras no uso de tecnologia para o ensino de um tema específico de Matemática.

Por fim, constatou-se que os recursos tecnológicos têm sido apontados como auxiliares ao trabalho do professor, e por meio de diferentes pesquisas, têm se mostrado como potencializadores do aprendizado. Contudo, é preciso utilizá-los de forma crítica.

2.3 Recursos Tecnológicos

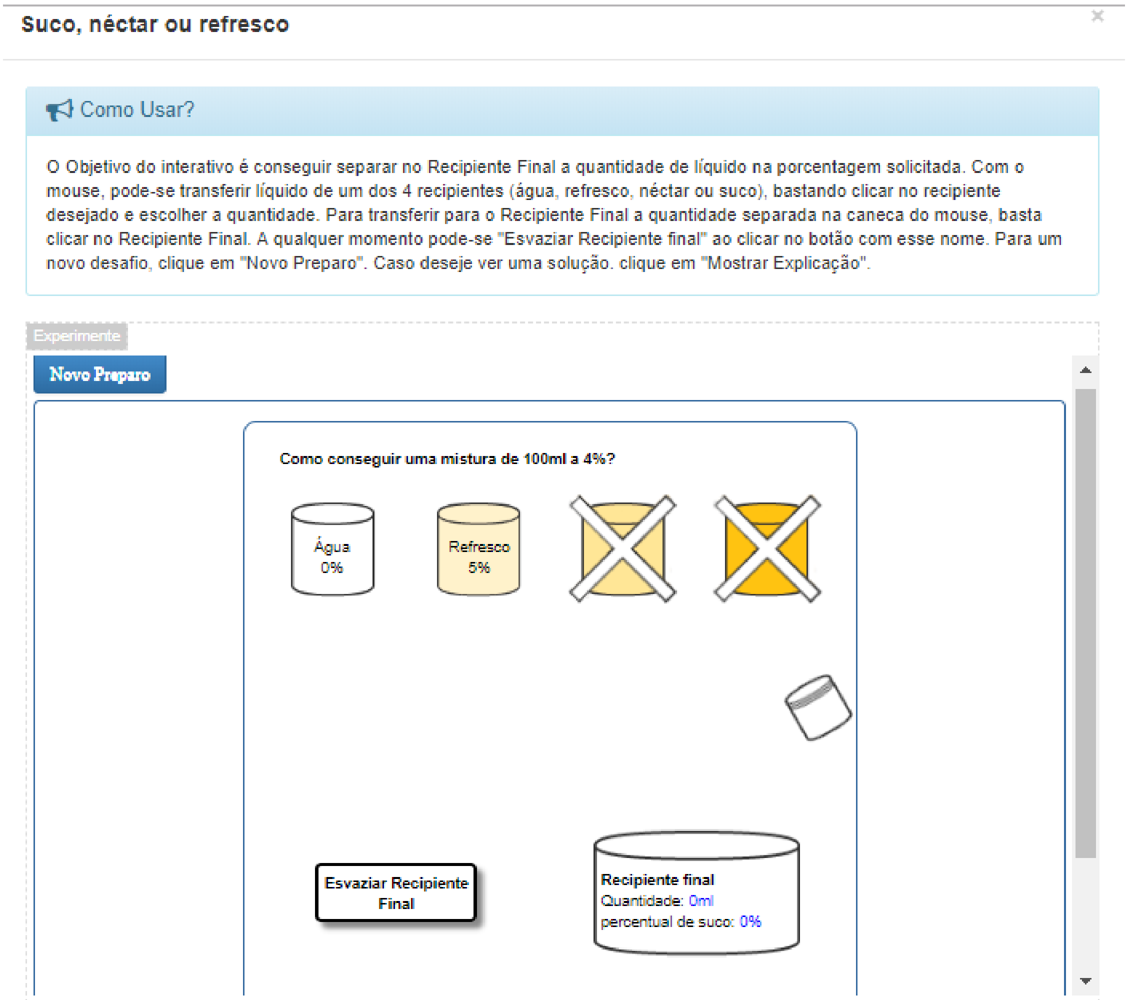
Foi escolhido o computador como hardware para acessar os programas por causa da praticidade, pois a instituição educacional onde a sequência didática foi aplicada possui laboratórios de informática com máquinas preparadas para o uso e acesso à Internet. Foram selecionados programas gratuitos e de livre acesso para o desenvolvimento da sequência didática. Estes programas funcionam diretamente no navegador de Internet, o que tem a vantagem de dispensar instalação. O programa GeoGebra, inclusive, foi selecionado por ser gratuito; simples de operar; possuir uma interface amigável e comandos fáceis de aprender e executar. Em relação aos conteúdos abordados, os programas são compostos por jogos, desafios e alguns trazem informações que auxiliam os alunos a aprender os conceitos abordados.

Adiante, são apresentadas as descrições dos aplicativos utilizados para a resolução das atividades da sequência didática aplicada.

2.3.1 Aplicativo 1 – "Suco, néctar ou refresco"

Este aplicativo permite que o aluno de forma ativa, realize a resolução da questão envolvendo razão (Figura 5). Durante a resolução, caso perceba que não é possível chegar a uma resposta correta com as misturas já feitas, o aluno poderá refazer o problema clicando no botão "Esvaziar Recipiente Final". Desta forma é possível que o aluno realize várias tentativas de resolução do problema. Há ainda o botão "Mostrar explicação" (não aparece na imagem abaixo), que revela a resposta final do problema proposto, encerrando a atividade.

Figura 5 – Aspecto visual do aplicativo utilizado na "Atividade 1 – Razão no Cotidiano" da sequência didática.

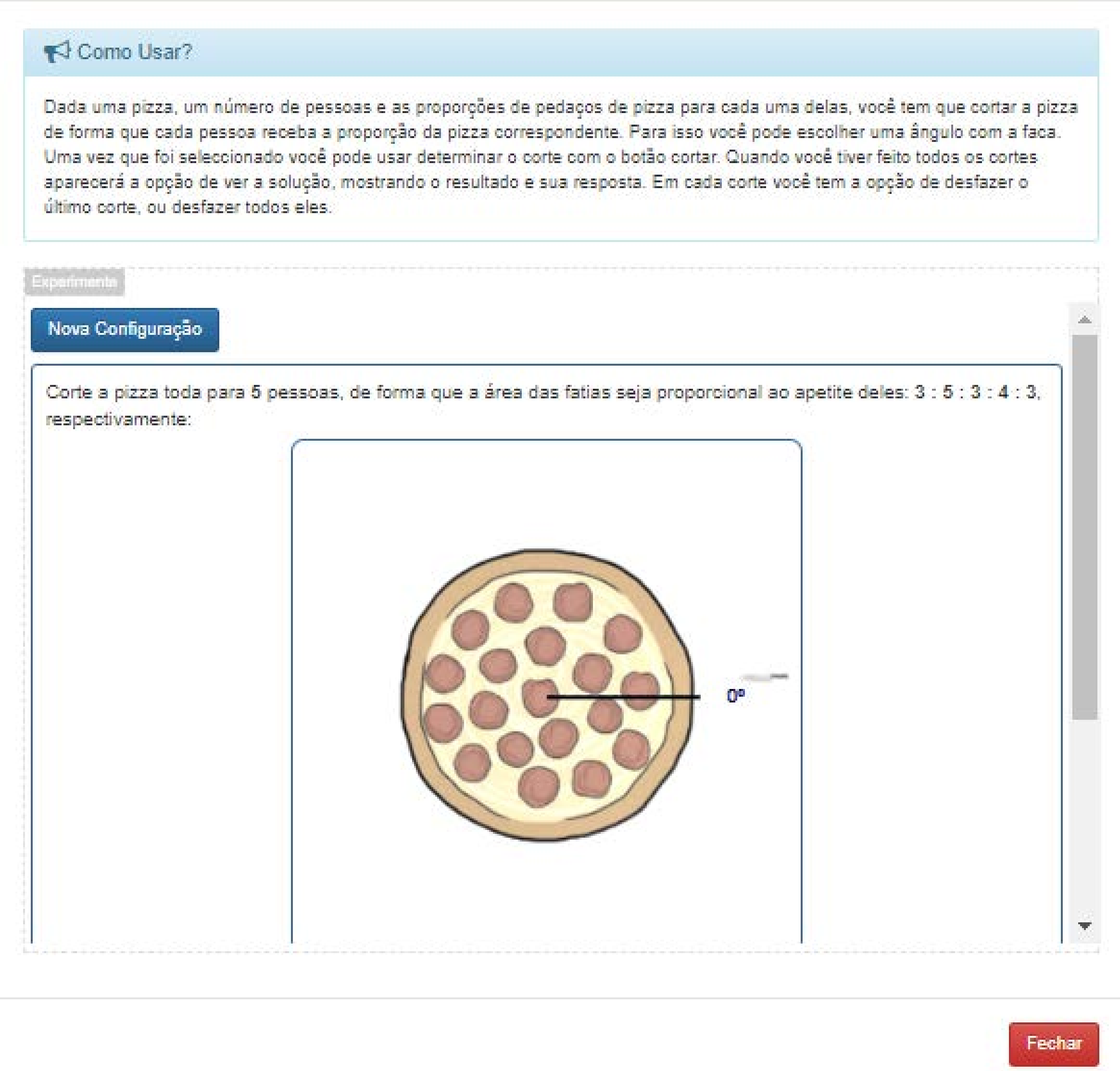


Fonte: Portaldosaber (2018b)

2.3.2 Aplicativo 2 – "Cortando a pizza"

O objetivo do uso deste aplicativo é trabalhar o conceito de proporção, visando a divisão de uma pizza entre um determinado número de pessoas (Figura 6). A resolução termina quando o aluno tiver "cortado" a pizza no número de pedaços determinados. É possível reverter ações (cortes individuais ou todos os cortes) clicando nos botões “Desfazer último corte” ou “Desfazer todos os cortes” (não aparecem na imagem abaixo). Logo após realizar todos os cortes, aparecerá uma mensagem parabenizando o usuário, caso a resposta esteja correta ou solicitando uma nova tentativa, caso a solução apresentada pelo aluno esteja incorreta. Em ambos os caso, a questão é encerrada e a resolução do problema é apresentada.

Figura 6 – Aspecto visual do aplicativo utilizado na “Atividade 2 – Cortando a pizza em diferentes proporções” da sequência didática.

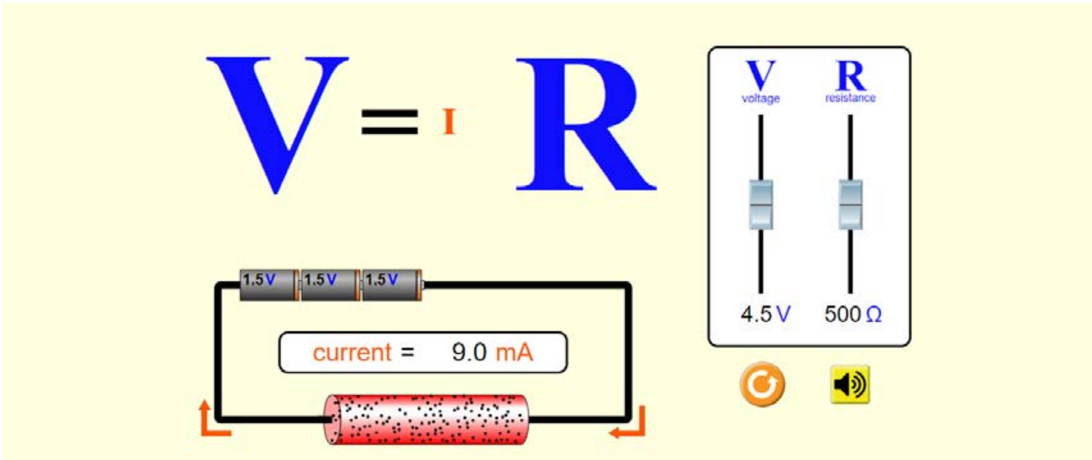


Fonte: Portaldosaber (2018a)

2.3.3 Aplicativo 3 – “Lei de Ohm”

Este aplicativo permite que o aluno descubra o que acontece quando os valores da tensão e da resistência de um sistema elétrico são alterados (Figura 7). É possível alterar os valores da tensão e da resistência separadamente, verificando a medida da corrente para diferentes valores. O aluno pode reiniciar o aplicativo clicando no botão específico ao lado do botão de som.

Figura 7 – Aspecto visual do aplicativo utilizado na “Atividade 3 – Construindo conceitos” da sequência didática.



Fonte: PhetInteractiveSimulations (2018b)

2.3.4 Aplicativo 4 – “Balançando”

Este aplicativo apresenta situações envolvendo proporcionalidade inversa (Figura 8). Em cada nível de dificuldade (Níveis 1 a 4) são apresentados diferentes desafios ao aluno, onde é preciso descobrir o peso dos objetos, o que exige o uso do raciocínio proporcional a fim de obter a resposta adequada.

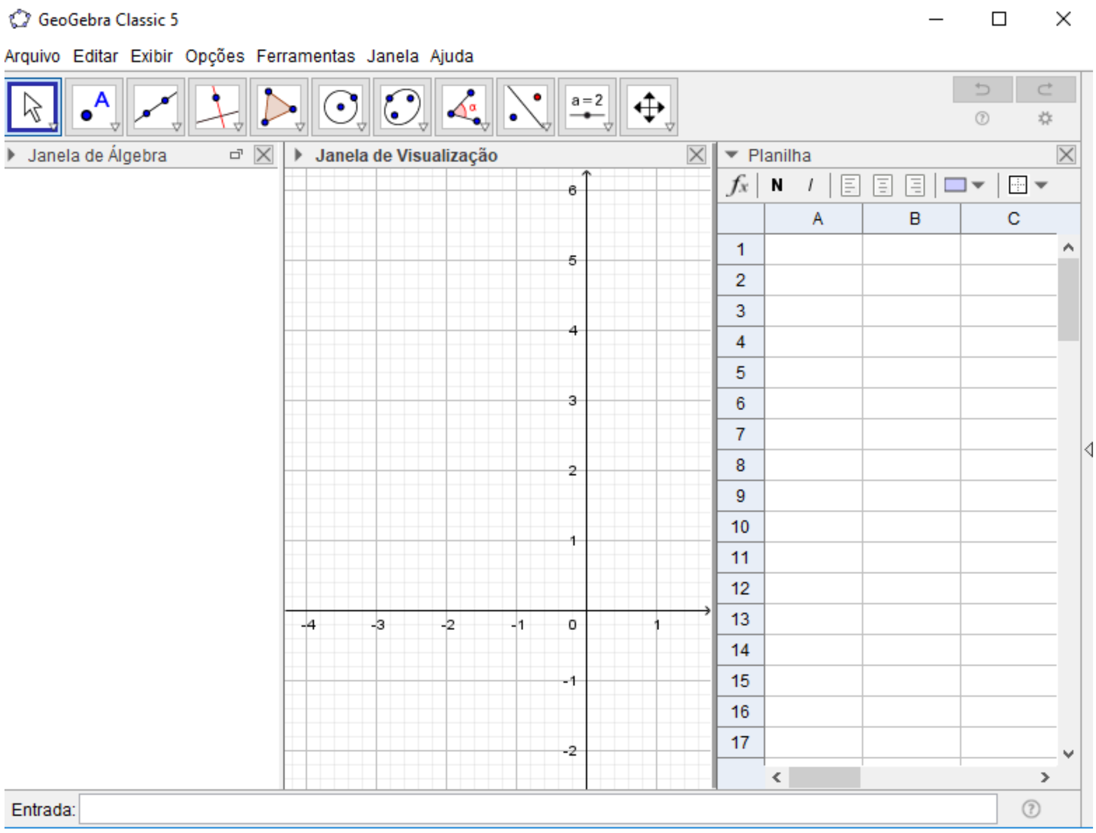
Figura 8 – Aspecto visual do aplicativo utilizado na “Atividade 4 – Balançando"

Fonte: PhetInteractiveSimulations (2018a)

2.3.5 Aplicativo 5 – “GeoGebra”

GeoGebra é um programa gratuito e de código aberto, que permite abordar conceitos geométricos e algébricos, da marcação de pontos ao cálculo de derivadas e integrais, construção de gráficos, cálculos de raízes e equações, dentre outras, com a possibilidade de manipulação dinâmica dos objetos, o que torna o uso do software bastante ilustrativo e intuitivo (Figura 9). Os alunos são convidados a resolver questões que relacionam proporcionalidade com o cotidiano, como: cálculo da quantidade de copos descartáveis usados; função custo e receita de brigadeiro e vazão de água para encher um tanque.

Figura 9 – Aspecto visual do software Geogebra, usado na “Atividade 5 - Proporcionalidade e função”.



Fonte: Elaboração própria

Capítulo 3

Metodologia da Pesquisa

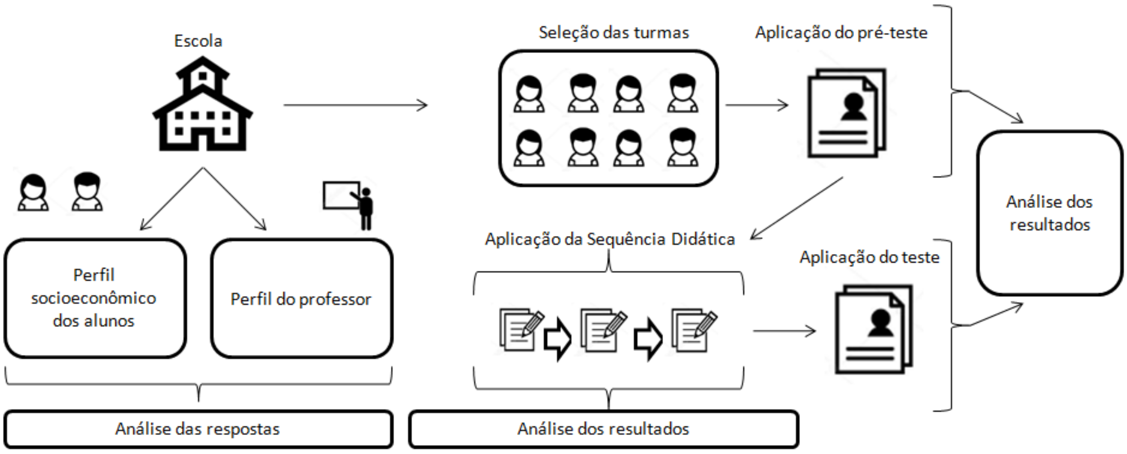
Neste capítulo são descritos a pesquisa desenvolvida; a caracterização da escola; o perfil socioeconômico dos alunos; a forma de coleta de dados, com as respectivas descrições dos instrumentos utilizados; a elaboração da sequência didática, com as respectivas descrições das atividades desenvolvidas e a justificativa do trabalho.

3.1 Tipo de pesquisa

A presente pesquisa apresenta aspectos qualitativos e quantitativos, com predominância qualitativa, uma vez que há uma maior preocupação com a reflexão sobre os resultados obtidos, em detrimento de representatividade numérica, embora a análise numérica se faça necessária em determinados momentos (GÜNTHER, 2006). Segundo Moreira (2002), a pesquisa qualitativa é aquela na qual o pesquisador tem interesse em interpretar situação do estudo, de forma subjetiva, e o interesse se deposita principalmente sobre o processo da pesquisa, e não nos resultados.

Trata-se de uma pesquisa aplicada, que utiliza técnicas e instrumentos para um objetivo específico, investigando o processo de ensino-aprendizado de proporcionalidade de uma turma de alunos do Ensino Médio de uma instituição pública federal (Figura 10).

Figura 10 – Fluxograma básico elaborado para a execução do presente projeto.



Fonte: Elaboração própria

Esta é uma pesquisa de campo. Após reflexão sobre o tema, concluiu-se ser necessária a pesquisa de campo, como forma de verificar a aplicação prática dos instrumentos propostos, em especial da sequência didática elaborada. Além da aplicação prática, a pesquisa de campo possibilitou conhecer facetas do ambiente escolar que estão além da teoria, como a dificuldade de trabalhar os temas junto aos alunos, assim como os desafios do uso de recursos tecnológicos na escola – um espaço onde o novo e o tradicional convivem lado a lado, com aulas expositivas e aplicativos de celulares, computadores e provas tradicionais.

A presente pesquisa foi realizada em sete etapas: I – revisão bibliográfica inicial, objetivando atualização quanto ao tema abordado; II – aplicação de questionários a alunos e professores, buscando coletar dados sobre o público-alvo da pesquisa; III – aplicação de pré-teste, com o objetivo de sondar os alunos quanto ao domínio de conteúdos relacionados ao tema da pesquisa; IV – aplicação da sequência didática, trabalhando conteúdos pertinentes ao tema; V – aplicação do Pós-teste, buscando mensurar a apreensão dos conceitos trabalhados; VI – aplicação do Questionário Investigativo, objetivando sondar o aluno quanto a aspectos da sequência didática aplicada (aprendizado de proporcionalidade, uso do GeoGebra e demais aplicativos, atividade que mais gostou e uso da tecnologia) e VII – análise dos dados obtidos.

3.2 Caracterização da escola

A presente pesquisa foi desenvolvida no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), *campus* Itaperuna - RJ, localizado à margem da BR 356, km 3, Cidade Nova, Itaperuna. A escolha se justifica pelo fato da pesquisadora ser servidora desta instituição (técnico administrativo), o que facilita o acesso às dependências para o desenvolvimento da pesquisa.

Inaugurado em 2009 e atendendo a aproximadamente 1.073 alunos, o IFF Itaperuna oferece os seguintes cursos:

- Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Administração (manhã e tarde)
- Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Eletrotécnica (manhã e tarde)
- Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Informática (manhã e tarde)
- Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Química (manhã e tarde)
- Curso Técnico Concomitante ao Ensino Médio em Química (tarde)
- Curso Técnico Concomitante ao Ensino Médio em Eletrotécnica (noite)
- Curso Técnico Concomitante ao Ensino Médio em Mecânica (noite)
- Curso Superior Bacharelado em Sistemas de Informação (noite)

Atualmente o IFF Itaperuna possui 80 professores e 46 servidores técnico- administrativos, em um campus de 156.000 metros quadrados e composto por: uma biblioteca, com mais de 7.000 livros; um parque industrial de 8.000 metros quadrados, com um miniauditório e 18 laboratórios, onde os alunos reforçam suas formações técnicas; auditório-cineteatro em fase final de construção, que terá capacidade para 150 pessoas; dois miniauditórios climatizados e equipados com computador e projetor; tecnoteca, inaugurada em 2015 e equipada com recursos tecnológicos diversos; restaurante estudantil e cantina/refeitório; micródomo, onde os discentes têm acesso livre e gratuito à internet; piscina, quadra poliesportiva, campo de futebol e academia. Todas as salas de aula são equipadas com projetores e caixas de som. Além disso, o campus disponibiliza a seus alunos e servidores uma série de recursos, como TVs, aparelhos leitores de DVD e Blu-Ray, tablets, computadores, mesa digitalizadora, e impressora 3D, entre outros.

As atividades aplicadas pela pesquisadora foram desenvolvidas em dois laboratórios de informática (B20 e B25) equipados com 41 computadores no total e com acesso à internet (Figura 11):

Figura 11 – Laboratórios de informática utilizados para a aplicação da sequência didática.

Fonte: Elaboração própria

3.3 Os alunos

A pesquisadora obteve autorização para desenvolver o trabalho na turma de 1º Ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio. Com um total de 37 alunos matriculados com idades entre 15 e 17 anos, consideradas adequadas para esta série escolar. Muitos alunos são oriundos de cidades vizinhas, e procuram o IFF por causa da possibilidade de cursarem o Ensino Médio profissionalizante, além da qualidade atribuída à educação oferecida nos institutos federais.

Decidiu-se aplicar a sequência didática a alunos do 1º ano do Ensino Médio por este representar um momento de transição entre dois níveis de ensino (do Ensino Fundamental para o Ensino Médio). Os alunos, teoricamente, aprenderam proporcionalidade no Ensino Fundamental (7º ano), contudo, precisarão mobilizar habilidades específicas para a resolução de questões envolvendo proporcionalidade no Ensino Médio.

3.4 Autorizações e coleta de dados

As autorizações para a realização da pesquisa foram solicitadas à direção da instituição, Apêndice A e B, e aos responsáveis, Apêndice C. Ambas as partes foram bem receptivas e autorizaram prontamente a realização do trabalho.

A coleta de dados foi realizada por meio dos seguintes instrumentos: questionário do professor; questionário do aluno; pré-teste; sequência didática; pós-teste e questionário investigativo, descritos na próxima seção.

A data e o tempo de aplicação de todas as etapas do presente trabalho é detalhada no Quadro 2:

Quadro 2 – Ficha técnica dos instrumentos empregados na presente pesquisa

Atividades	Tempo utilizado	Alunos participantes	Datas das aplicações
Questionário do aluno	30min	33	19/07/18
Pré-teste	1h40min	31	24/07/18
Sequência didática	6h40min	34	17/09/18, 19/09/18 e 20/09/18
Pós-teste	1h40min	28	11/10/18
Questionário investigativo	30min	28	11/10/18

Fonte: Elaboração Própria

3.5 Instrumentos empregados para a coleta de dados

Foram utilizados nesta pesquisa os seguintes instrumentos: questionários do professor, questionário do aluno, pré-teste, sequência didática e pós-teste. Estes instrumentos têm como objetivo otimizar a coleta de dados e, com isso, acredita-se, aumentar a validade dos resultados obtidos.

Adiante, são descritos os instrumentos empregados para a coleta de dados da presente pesquisa, os quais constituem os Apêndices D, E, F, G, H, I deste trabalho.

Questionário do Professor: Foi elaborado um questionário a ser respondido por professores de Matemática, e o mesmo foi dividido em três seções: “Seção I – Identificação” (com 5 questões); “Seção II - Sobre suas aulas” (com 7 questões) e “Seção III - Sobre o ensino-aprendizado de proporcionalidade” (com 6 questões). O questionário foi criado por meio de formulário eletrônico do Google enviado por mensagem de e-mail. O questionário do professor foi elaborado objetivando coletar dados sobre a formação dos mesmos; área e tempo de atuação em sala de aula; informações sobre as aulas, os recursos didáticos utilizados, assim como sobre os conhecimentos do professor em relação ao computador e sua aplicação nas aulas. Os professores também foram questionados especificamente sobre o tema proporcionalidade, se gostam de trabalhar o tema e as dificuldades de trabalho a ele associadas. Com isso, pretende-se traçar um perfil destes professores de Matemática quanto ao trabalho com proporcionalidade.

Questionário do Aluno: Foi elaborado um questionário destinado aos alunos, e o mesmo foi dividido em seções: “Seção I – Identificação” (com 4 questões); “Seção II – Uso de tecnologias” (com 5 questões); “Seção III – Estudo da Matemática e Proporcionalidade” (com 7 questões). Os questionários foram impressos e aplicados pela pesquisadora. Com a aplicação destes questionários, além de obter informações socioeconômicas importantes para a caracterização do público-alvo da pesquisa, pretendia-se analisar o posicionamento dos alunos diante dos recursos tecnológicos, como smartphones e computadores; se eles gostam de estudar Matemática; se conheciam o conceito de proporcionalidade, além de aspectos sobre as aulas de seus professores de Matemática.

Pré-teste: Foi elaborado um Pré-teste com 14 questões discursivas, oriundas do portal da OBMEP e do ENEM; extraídas de trabalhos sobre proporcionalidade ou elaboradas pela pesquisadora. O Pré-teste foi impresso e aplicado pela pesquisadora. Os alunos não foram auxiliados enquanto tentavam resolver as questões. A aplicação do pré-teste teve como objetivo verificar os conhecimentos dos alunos em relação a proporcionalidade, buscando melhor caracterizar o público-alvo da pesquisa e direcionar ações a serem colocadas em prática durante a sequência didática.

Sequência Didática: Foi elaborada uma sequência didática com 5 atividades: “Atividade 1 – Razão no cotidiano”, com 3 questões; “Atividade 2 – Cortando a pizza em diferentes proporções”, com 3 questões; “Atividade 3 – Construindo conceitos”, com 14 questões divididas em 2 etapas; “Atividades 4 - Balançando”; “Atividade 5 – Proporcionalidade e função”, com 40 questões, divididas em 3 etapas. A sequência didática elaborada, teve como objetivo principal trabalhar proporcionalidade com os alunos, de forma diferenciada da abordagem tradicional da aula expositiva, utilizando para isso, atividades contextualizadas e suportadas por recursos tecnológicos, os quais inegavelmente, são capazes de fugir da estrutura das aulas tradicionais. Durante a aplicação da sequência didática, a pesquisadora auxiliou os alunos na resolução das atividades.

Pós-teste: Foi elaborado um Pós-teste com 14 questões (discursivas e objetivas), buscando mensurar a apreensão dos conteúdos trabalhados com os alunos durante a sequência didática. Os alunos não foram auxiliados enquanto tentavam resolver as questões.

Questionário Investigativo: Foi elaborado um Questionário Investigativo, objetivando sondar os alunos quanto a diferentes aspectos do presente trabalho: posicionamento dos mesmos quanto a resolução de questões, abordando proporcionalidade; opinião sobre o GeoGebra e demais aplicativos utilizados; atividade que mais gostaram; uso de recursos tecnológicos para despertar o interesse em sala e o significado das atividades para o ensino-aprendizagem de proporcionalidade.

3.6 A elaboração da Sequência Didática

Após análise das respostas dos alunos ao pré-teste, a pesquisadora percebeu que os mesmos possuem algumas deficiências, tanto a conceitos diretamente ligados ao tema proporcionalidade, quanto a outros conceitos matemáticos. Levando em consideração os dados obtidos por meio da análise dos questionários (do professor e do aluno) e do pré-teste, foi elaborada uma sequência didática para ser aplicada na turma de 1º ano do Curso Técnico em Química Integrado ao Ensino Médio.

Todas as atividades se encontram disponíveis no Apêndice G deste trabalho. No Quadro 3 são apresentadas as informações técnicas das atividades desenvolvidas, incluindo o material necessário, o tempo e data de aplicação de cada atividade.

Quadro 3 – Ficha técnica das atividades do 1º Ano

Atividades	Material Necessário	Tempo utilizado	Data da aplicação
1 - Razão no cotidiano	Folha de atividades;computador com acesso à internet	50min	17/09/2018
2 - Cortando pizza em diferentes proporções	Folha de atividades;computador com acesso à internet	50min	17/09/2018
3 - Construindo conceitos	Folha de atividades;computador com acesso à internet	1h40min	19/09/2018
4 - Balançando	Folha para registro;computador com acesso à internet	50min	19/09/2018
5 - Proporcionalidade e função	Folha de atividades; computador com *software Geogebra* instalado	2h30min	20/09/2018

Fonte:Elaboração Própria

A sequência didática foi elaborada para aplicação na mesma turma que respondeu ao questionário do aluno e ao pré-teste. As atividades foram escolhidas com o objetivo de trabalhar habilidades específicas, diagnosticadas como ausentes ou pouco desenvolvidas, de acordo com o desempenho dos alunos no pré-teste. Na ocasião da aplicação das Atividades 1 e 2 da sequência didática, a pesquisadora fez uma breve revisão sobre Razão e Proporção, de forma a contextualizar o trabalho inicial. Os alunos haviam, recentemente, estudado função afim, e isso auxiliou no desenvolvimento do trabalho, uma vez que este conteúdo estava presente em algumas das atividades aplicadas. Ao final da aplicação, as atividades foram recolhidas e arquivadas para análises posteriores. Levando em consideração as dificuldades que os alunos demonstraram ao resolverem as questões do pré-teste, optou-se por uma postura ativa durante a aplicação da sequência didática, orientando os alunos no desenvolvimento das atividades e respondendo a possíveis dúvidas. A escolha do suporte tecnológico para o desenvolvimento das atividades da sequência didática se deu após a revisão bibliográfica para a escrita desta dissertação, revisão esta que apontou a importância do uso de recursos diferentes da aula tradicional, principalmente tecnológicos, como forma de tornar o aprendizado mais significativo, concepção presente também nas falas dos professores entrevistados, que veem os recursos tecnológicos como potencializadores do aprendizado e capazes de aumentar o interesse dos alunos. No início de cada atividade, antes de começarem a resolver as questões, os alunos poderão manipular o aplicativo livremente. Ao final de cada uma delas, a pesquisadora conversará com os alunos sobre os conceitos trabalhados, buscando sedimentá-los.

3.6.1 Atividade 1 - Razão no cotidiano

Na **Atividade 1** será utilizado o objeto digital “Suco, néctar ou refresco”, do Portal do Saber (PORTALDOSABER, 2018b). O tempo previsto desta atividade é 50 minutos, e ela será desenvolvida em duplas. Para esta atividade, são necessários computadores com acesso à internet, o aplicativo e a folha de respostas. A pesquisadora preparará os computadores, deixando os navegadores de internet já abertos na página do aplicativo. Explicará os objetivos das atividades, os conceitos que serão trabalhados e apresentará o software, explicitando as funções dos botões e outros comandos importantes. Os objetivos desta atividade são: relembrar o conceito de razão; demonstrar uma aplicação prática do conceito de razão e trabalhar proporcionalidade com uso de porcentagens de forma diferente da tradicional.

Na primeira questão, os alunos deverão preparar, utilizando o aplicativo, certa quantidade de líquido, na proporção solicitada. Para isso, é preciso transferir líquido de um dos quatro recipientes (água, refresco, néctar ou suco), escolhendo a quantidade desejada e a transferindo para o recipiente final. É possível esvaziar o recipiente final e começar novamente a qualquer momento (botão "Esvaziar Recipiente final"). Pode-se trocar de desafio a qualquer momento (botão "Novo Preparo"), assim como ver a solução para o desafio atual (botão "Mostrar explicação"). Na folha de atividades na primeira questão, os alunos deverão registrar todas as etapas das suas soluções para o preparo das misturas. Na segunda questão os alunos deverão refletir e identificar as dificuldades que tiveram ao realizar cada etapa. Escrevendo suas considerações a respeito delas e, também, se aprenderam algum conceito novo. Na terceira questão, os alunos deverão registrar o que acharam da utilização do aplicativo na atividade.

3.6.2 Atividade 2 – Cortando pizza em diferentes proporções

Na **Atividade 2** será utilizado o objeto digital “Cortando a pizza”, do Portal do Saber (PORTALDOSABER, 2018a). O tempo previsto desta atividade é 50 minutos, e ela será desenvolvida em duplas. Para esta atividade, são necessários computadores com acesso à internet, o aplicativo e a folha de respostas. A pesquisadora preparará os computadores previamente, deixando a página do aplicativo aberta. Explicará os objetivos das atividades, os conceitos que serão trabalhados e apresentará o software, explicitando as funções dos botões e outros comandos importantes. Os objetivos desta atividade são: relembrar o conceito de proporção e resolver questões do cotidiano envolvendo proporção.

Na primeira questão é apresentada uma pizza, um número de pessoas e a proporção de pizza para cada uma delas. O aluno precisa cortar a pizza, no aplicativo, de forma que cada pessoa receba a proporção determinada. Pra isso os alunos precisam começar escolhendo um ângulo apropriado utilizando a ferramenta "faca". Uma vez selecionado o ângulo, deve ser feito o corte (botão “Cortar”). Ao final dos cortes, é apresentada a solução da atividade. É possível também desfazer o último corte ou todos eles. As instruções desta primeira parte se encontram no próprio aplicativo. Na folha de atividades na primeira questão, os alunos deverão registrar todas as etapas das suas soluções para o corte da pizza. Na segunda questão os alunos deverão refletir e identificar as dificuldades que tiveram ao realizar cada etapa. Escrevendo suas considerações a respeito delas e, também, se aprenderam algum conceito novo. Na terceira questão, os alunos deverão registrar o que acharam da utilização do aplicativo na atividade. Esta questão permitirá à pesquisadora analisar cada dificuldade encontrada pelos alunos.

3.6.3 Atividade 3 – Construindo conceitos

A **Atividade 3** é composta por 14 questões, realizadas com suporte do aplicativo “Lei de Ohm”, do Phet – Interactive Simulations (PHETINTERACTIVESIMULATIONS, 2018b). O tempo previsto desta atividade é dois tempos de aula (1h40min), e ela será desenvolvida individualmente. Para esta atividade, são necessários computadores com acesso à internet, o aplicativo e a folha de respostas. A pesquisadora preparará os computadores, deixando os navegadores de internet já abertos na página do aplicativo. A pesquisadora explicará os objetivos das atividades, os conceitos que serão trabalhados e apresentará o software, explicitando as funções dos botões e outros comandos importantes. Os objetivos desta atividade são: trabalhar os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais; entender o conceito de proporcionalidade; identificar variações de proporcionalidade direta e inversa; diferenciar grandezas direta e inversamente proporcionais; proporcionar um objeto visualmente manipulável para que os alunos verifiquem as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais e apresentar um exemplo de aplicação multidisciplinar de proporcionalidade.

Em um primeiro momento, os alunos deverão manipular os botões da tensão e da resistência no aplicativo, observando o comportamento das grandezas envolvidas, percebendo a possibilidade de prever como a corrente muda quando a resistência de um circuito é fixa e a tensão sofre alterações. Após este momento inicial, os alunos deverão responder às questões da folha, manipulando o aplicativo sempre que necessário. As sete questões iniciais trabalham o conceito de proporcionalidade direta, e as outras sete abordam o conceito de proporcionalidade inversa.

3.6.4 Atividade 4 – Balançando

Na **Atividade 4** será utilizado o objeto digital “Balançando”, do Phet – Interactive Simulations (PHETINTERACTIVESIMULATIONS, 2018a). O tempo previsto desta atividade é 50 minutos, e ela será desenvolvida individualmente. Para esta atividade, são necessários computadores com acesso à internet, o aplicativo e a folha de registro. A pesquisadora explicará os objetivos das atividades, os conceitos que serão trabalhados e apresentará o software, explicando as funções dos botões e outros comandos importantes. Os objetivos desta atividade são: aplicar o conceito de proporcionalidade inversa; possibilitar uma melhor compreensão das aplicações do conceito de proporcionalidade inversa e trabalhar o raciocínio proporcional.

Nas atividades, os alunos devem utilizar o conceito de proporcionalidade inversa para: prever como objetos de massas diferentes devem ser posicionados para equilibrar uma balança; predizer como a mudança dos objetos sobre prancha da balança afetam o movimento da mesma; determinar regras para predizer a direção da inclinação da prancha quando os objetos são movimentados e testar as regras para a resolução das questões.

3.6.5 Atividade 5 – Proporcionalidade e função

O Geogebra é um software utilizado para o ensino-aprendizagem de Álgebra e de Geometria. Criado por Markus Hohenwarter, que iniciou o projeto em 2001 na Universidade de Salzburg, o programa apresenta uma janela algébrica e outra geométrica, possibilitando observar as duas representações de um mesmo objeto. As representações interagem entre si, e isso permite ao aluno realizar investigações e testes, estimulando a criatividade e a curiosidade matemática. Geogebra possibilita uma abordagem diferenciada dos conceitos matemáticos, permitindo ao aluno experimentar um espaço onde os objetos podem ser manipulados dinamicamente. Nesta atividade, o Geogebra foi utilizado por possibilitar a fácil construção e manipulação de gráficos.

Dentro desta atividade serão trabalhados três tópicos, todos com uso do software Geogebra para preenchimento de tabela e construção/visualização do gráfico referente a cada tabela: **I** – Copos descartáveis, com 11 questões; **II** – Funções custo e receita, com 18 questões e **III** – Vazão, com 11 questões. O tempo previsto desta atividade é três tempos de aula (2h30min), e ela será desenvolvida em duplas. Para esta atividade, são necessários computadores com o Geogebra instalado e a folha de respostas. A pesquisadora explicará os objetivos das atividades, os conceitos que serão trabalhados e apresentará o software, explicando os comandos mais importantes. Neste momento também serão discutidos os conceitos de proporcionalidade (atividade 3). Os objetivos desta atividade são: estudar os conceitos de proporcionalidade direta e inversa e sua relação com função linear $f(x) = ax$ e hipérbole $f(x) = a/x$; explorar situações em que as relações não sejam proporcionais; analisar situações de proporcionalidade direta e inversa como funções do tipo $y = kx$

e $y = k/x$; representar algebricamente situações de proporcionalidade direta e inversa; analisar gráficos que traduzam casos de proporcionalidade direta e inversa em contextos da vida real; abordar a função linear (caso especial da função afim) como modelo da proporcionalidade direta; abordar a representação gráfica de uma hipérbole como modelo da proporcionalidade inversa; propor situações que requerem a verificação da existência de grandezas proporcionais a partir da análise da representação gráfica e diferenciar grandezas direta e inversamente proporcionais.

Seguem as descrições individuais dos tópicos trabalhados:

I – Copos descartáveis – Neste tópico busca utilizar-se de uma situação do cotidiano (produção de resíduos sólidos, no caso os copos descartáveis) para levar o aluno a aplicar o conceito de proporcionalidade e resolver os problemas. As dez primeiras atividades buscaram trabalhar grandezas diretamente proporcionais. A última questão procurou despertar a consciência ecológica dos alunos, convidando-os a opinar sobre o impacto dos copos descartáveis no meio ambiente.

II – Funções custo e receita – Neste tópico procura abordar um assunto do cotidiano (venda de brigadeiro) para despertar o interesse do aluno. A primeira questão solicita a expressão algébrica do custo total mensal de produção. A segunda questão solicita a expressão algébrica da receita (faturamento bruto). A terceira questão solicita que os alunos completem duas planilhas, uma referente ao custo total e a outra referente a receita (faturamento bruto). A quarta questão solicita que os alunos descrevam qual foi o raciocínio utilizado para completar as planilhas. Da quinta questão a décima primeira, as perguntas direcionam para a análise e a verificação das grandezas envolvidas na planilha 1 (Custo total de produção), a fim de saber: que grandezas variam; se há uma relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas; se há uma constante de proporcionalidade; construção do gráfico no Geogebra com os pares de valores da planilha; verificar se a expressão algébrica no Geogebra é a mesma encontrada no item 1); descrever que tipo de figura geométrica o gráfico representa e verificar se ele passa por todos os pontos e pela origem.

Da décima segunda à décima oitava questão as perguntas direcionam para os seguintes questionamentos: análise e verificação das grandezas envolvidas na planilha 2 (receita, faturamento bruto); quais grandezas variam; se há uma relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas; se há uma constante de proporcionalidade; construção do gráfico no Geogebra com os pares de valores da planilha; verificar se a expressão algébrica no Geogebra é a mesma encontrada no item 2); descrever que tipo de figura geométrica o gráfico representa e verificar se ele passa por todos os pontos e pela origem.

III – Vazão – Neste tópico, as dez primeiras questões abordaram as características das grandezas inversamente proporcionais. A última pergunta solicita que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, de forma contextualizada.

3.6.6 Justificativa

Proporcionalidade está presente em muitas situações do nosso cotidiano, como, por exemplo: estimativas de preços do supermercado; necessidade de reduzir ou ampliar uma fotografia; interpretação de mapas; ao cozinhar uma receita para certo número de pessoas ou na necessidade de calcular o tempo de uma viagem, dentre diversos contextos. Compreender como grandezas se relacionam é de extrema importância para a resolução de inúmeros problemas cotidianos. Logo, não se trata de um conceito matemático abstrato e distante da realidade. Ao mesmo tempo, o desempenho dos alunos brasileiros em Matemática, principalmente no Ensino Médio, não é de excelência (INEP, 2016). Os processos de ensino tradicionais, que já não correspondem às exigências do nosso tempo, aliados às dificuldades de aprendizado dos alunos, acabam por criar um cenário de desolação. Neste contexto, a falta de interpretação das questões e de domínio das operações básicas criam dificuldades ao aprendizado de conceitos relativamente mais complexos, como é o caso de proporcionalidade, dificuldades estas que se estendem até o Ensino Superior, como atestado por (FIOREZE, 2010). Especificamente em se tratando de proporcionalidade, Rezende (2013), trabalhando com alunos dos 7º ano do Ensino Fundamental, mostrou que os mesmos cometem erros persistentes ao usarem relações de proporcionalidade em grandezas não proporcionais, fenômeno chamado de “ilusão da lineariade” (termo cunhado pelos pesquisadores Dirk De Bock, Wim Van Dooren, Dirk Janssens e Lieven Verschaffel). Nesse caso, os alunos tendem a aplicar relações lineares em qualquer situação, mesmo nos casos inadequados. Esse erro persiste mesmo diante de novas metodologias ou abordagens, em parte devido: a forma como a proporcionalidade é normalmente ensinada; uso excessivo de questões resolvidas por meio da regra de três e falta de pré-requisitos dos alunos de conteúdos que poderiam ajudar a entender proporcionalidade. É preciso portanto, melhor entender como o tema proporcionalidade é visto por alunos e professores, e investigar novas metodologias de ensino, de forma a contribuir para o aprendizado deste importante conteúdo.

Capítulo 4

Desenvolvimento e Resultados da Pesquisa

Neste capítulo serão apresentadas as análises do questionário do professor; do questionário do aluno; do pré-teste; da sequência didática; do pós-teste e do questionário investigativo.

4.1 Análise do questionário do professor

O questionário do professor foi dividido em três seções para melhor organização do trabalho: **I - Identificação**; **II - Sobre suas aulas** e **III - Sobre o ensino/aprendizado de Proporcionalidade**. O objetivo da aplicação do questionário foi levantar dados sobre a formação do professor de matemática, os recursos por ele utilizados, assim como os conceitos de proporcionalidade presentes em suas aulas. Conhecer a formação e aspectos da atuação do professor pode ajudar a melhor compreender os acertos e erros dos alunos. As questões do questionário do professor foram baseadas no trabalho de (FONSECA, 2017).

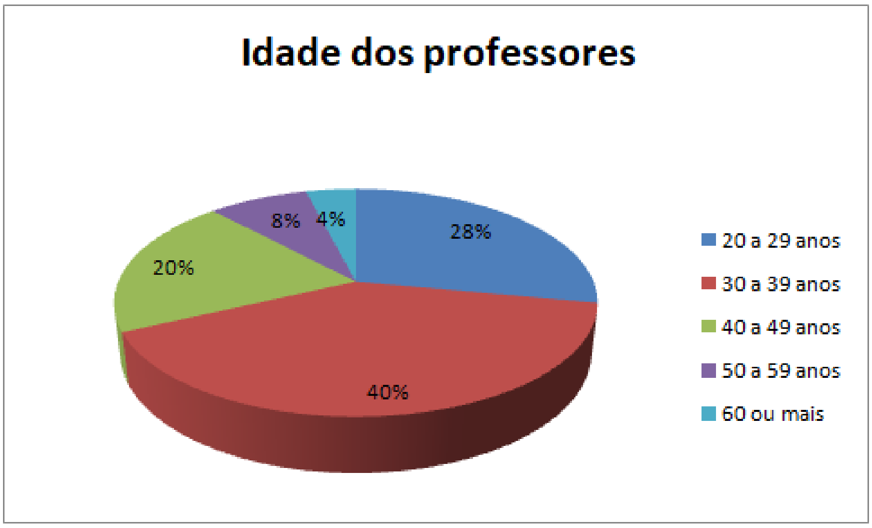
Os questionários foram enviados por mensagem de e-mail, por meio de formulário eletrônico do Google. Responderam ao questionário 50 docentes, pertencentes aos estados do Rio de Janeiro e Espírito Santo, cujas análises das respostas nos permitiram traçar um perfil destes profissionais.

Vale ressaltar que o total percentual de participantes nos gráficos de coluna aparece maior que o total de pesquisados (professores/alunos), ou seja, maior que 100%. Isso ocorre porque os entrevistados podem ter mais de uma opção em sua escolha (questões fechadas) ou resposta (questões abertas).

Parte I: Identificação

No Gráfico 1 é possível observar a idade dos professores participantes da pesquisa. Percebe-se que a maioria deles (68%) é composta por adultos jovens (faixa de idade compreendida de 20 a 40 anos).

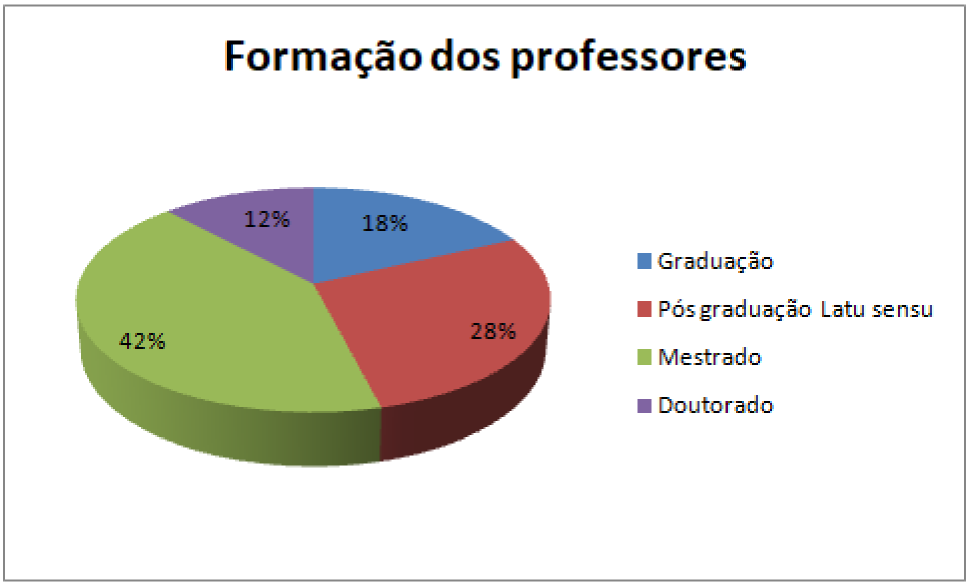
Gráfico 1 – Idade dos professores participantes da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

Quando perguntados sobre a formação, percebe-se que a maior parte dos entrevistados possui mestrado (42%), a segunda parcela mais representativa possui especialização latu sensu (28%) e a terceira possui apenas graduação em Matemática (18%) (Gráfico 2). O alto índice de professores com mestrado é algo que chama a atenção. De acordo com Pereira (2013), os cursos de pós-graduação têm sofrido franco crescimento no Brasil, ainda que de forma bastante assimétrica quando se consideram as regiões brasileiras, sendo as regiões Sul e Sudeste privilegiadas em relação a cursos e desenvolvimento de pesquisas.

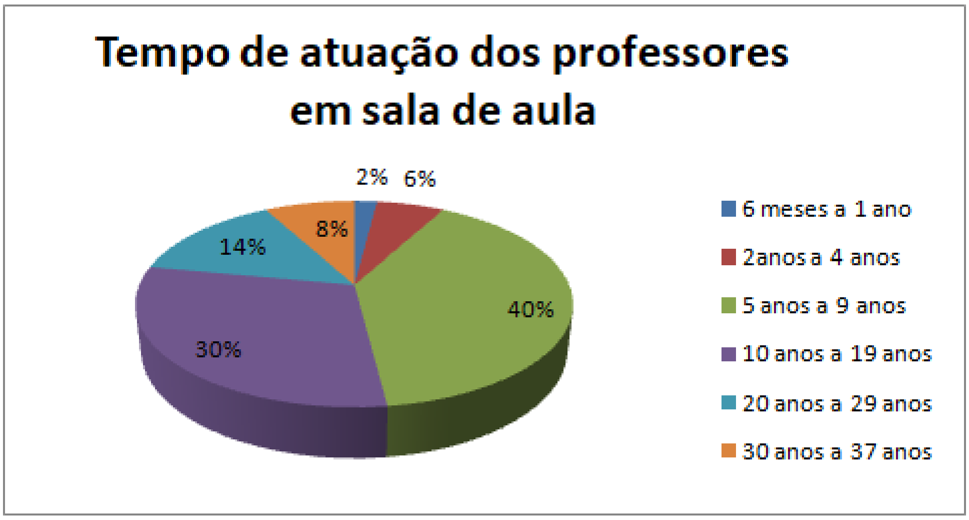
Gráfico 2 – Respostas dos professores quanto às suas formações na área em que atuam ou outras.



Fonte: Dados da pesquisa

No Gráfico 3 é possível observar o tempo de atuação dos professores em sala de aula. A maioria possui entre 5 e 9 anos de trabalho docente (40%). Somente 8% possuem mais de 30 anos de carreira.

Gráfico 3 – Respostas dos professores à questão sobre o tempo de atuação



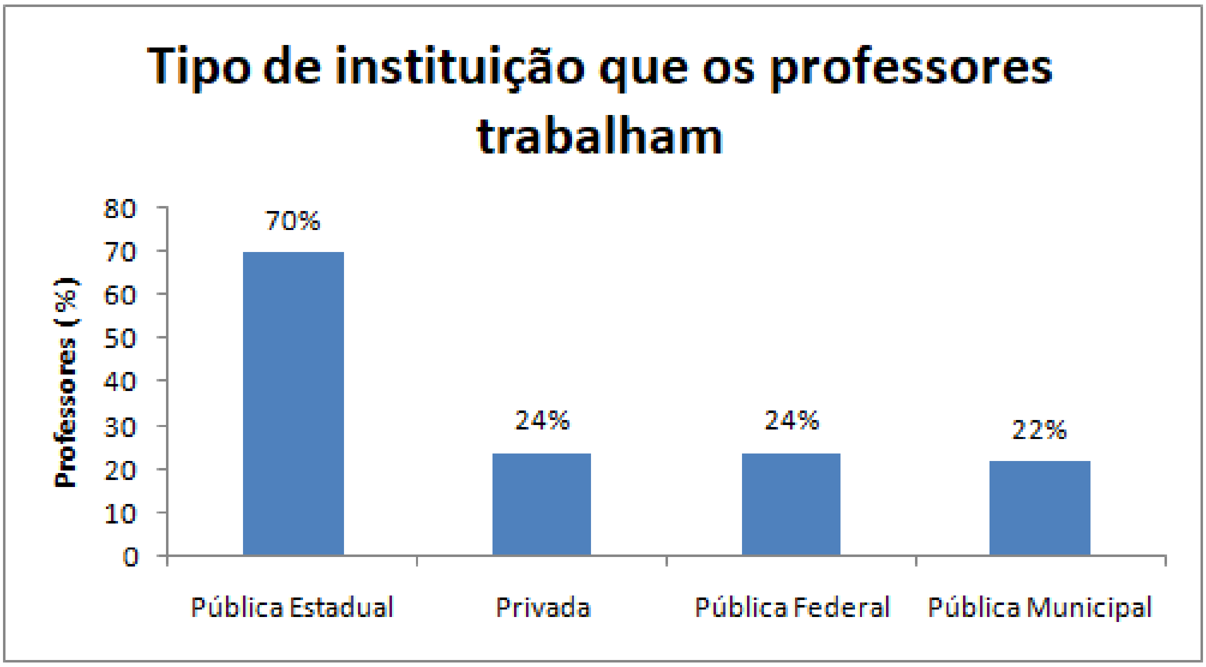
Fonte: Dados da pesquisa

Este dado é importante para ajudar a entender a situação do professor, onde profissionais com formação diariamente deixam as salas de aula por não estarem satisfeitos com as condições de trabalho. Souto e Paiva (2013), estudando os egressos do curso de

Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São João del-Rei – UFSJ/MG, concluíram que quase metade dos licenciados abandonou ou está prestes a abandonar o magistério. Os autores também destacam o problema do desinteresse pelas licenciaturas em geral, que a cada ano, se veem menos procuradas pelos estudantes. Moreira (2012), estudando os perfis de ingressantes no cursos de Licenciatura em Matemática de 10 diferentes estados brasileiros, constataram que os ingressantes em sua maioria, são jovens que estudaram em escolas públicas e escolheram a Licenciatura em Matemática pela afinidade com a matemática, e não necessariamente com a docência. A falta de perspectivas reduz o tempo de atuação do professor, que procura outras áreas de atuação ou outros cursos para fugir dos inúmeros problemas do magistério.

No Gráfico 4 é possível observar o tipo de instituição na qual os professores trabalham. A maioria (70%) trabalha em instituição pública estadual, e parcelas iguais trabalham em instituição Privada (24%) ou Pública Federal (24%). A menor parcela de professores pesquisados (22%) trabalha em escola Pública Municipal.

Gráfico 4 – Respostas dos professores à questão sobre o tipo de instituição em que trabalham

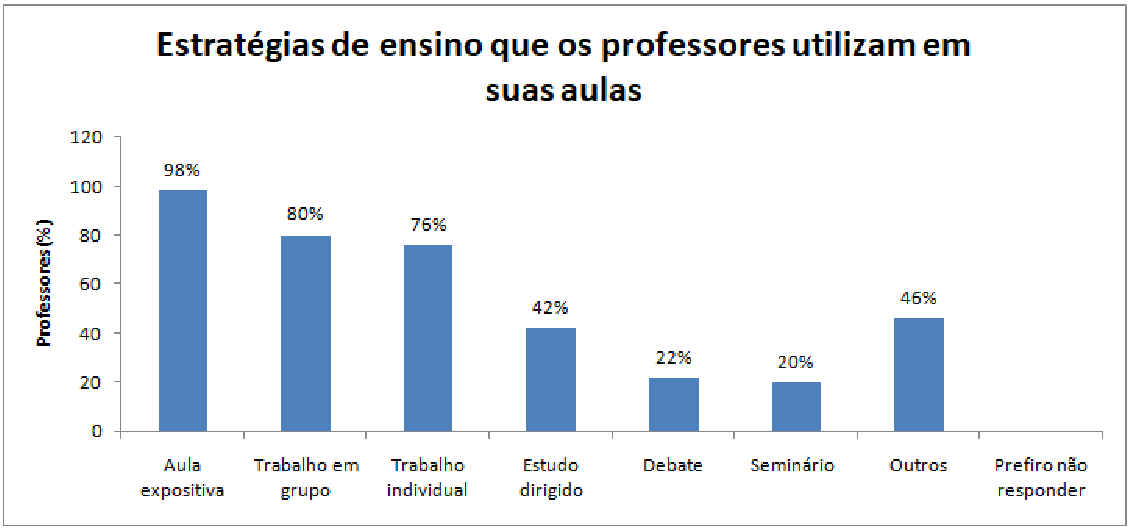


Fonte: Dados da pesquisa

Parte II – Sobre suas aulas

No Gráfico 5 é possível observar as estratégias de ensino que os professores utilizam em suas aulas, e as aulas expositivas são apontadas como as mais utilizadas (98%), seguidas por trabalho em grupo (80%) e pelo trabalho individual (76%).

Gráfico 5 – Respostas dos professores à questão “Quais estratégias de ensino você utiliza em suas aulas? Assinale-as”

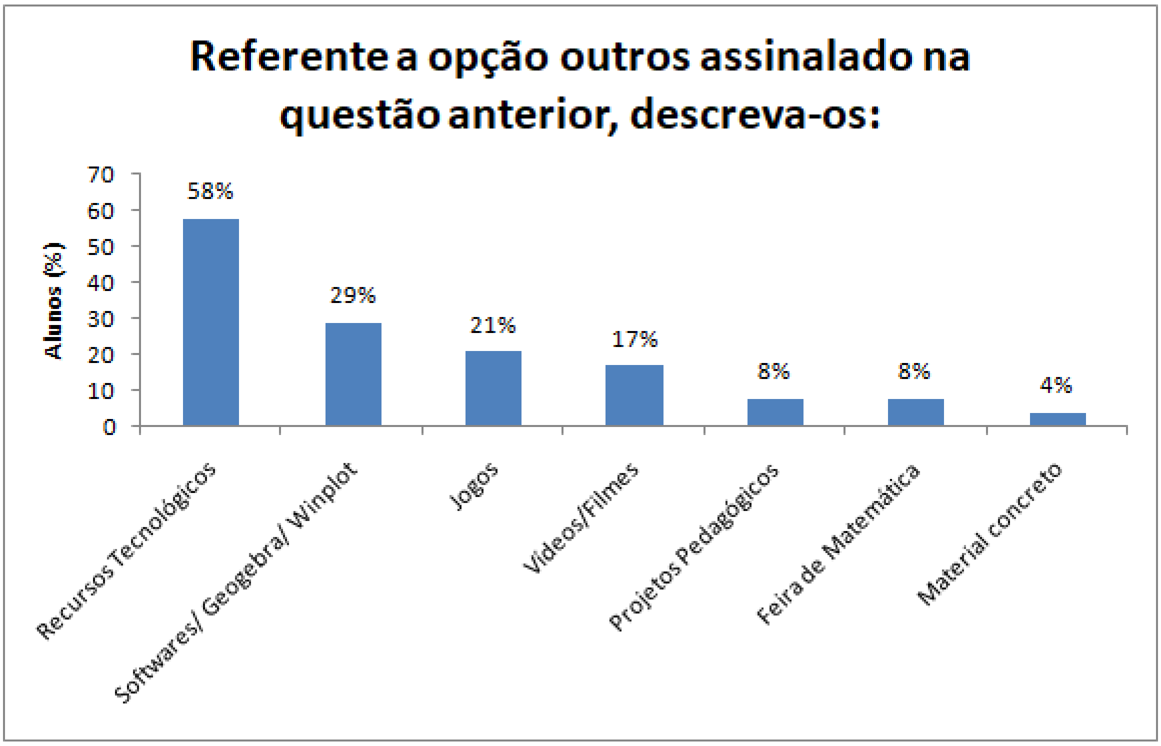


Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Giraldo (2018), faz-se necessário a formação de professores para uma abordagem problematizadora, que rompa com a dicotomia da universidade ser local de produção de saberes e a escola somente de aplicação. A tradicional aula expositiva por si só, sem acréscimos de outras metodologias, e apontada como um dos recursos utilizados pelos professores, vai de encontro com que o autor diz, exatamente por não possibilitar um ensino mais instigante e problematizador. Percebe-se, portanto que, a despeito de muitos outros recursos e tecnologias desenvolvidas no meio educacional ao longo dos anos, a tradicional exposição de conteúdos ainda é a mais utilizada. Cabe, ainda, um parêntese sobre um recurso que não é muito explorado: a História da Matemática. A História da Matemática pode ser usada como agente de formação cultural ou cognitivo em sala de aula, proporcionando reflexão sobre a construção do conhecimento, e mostrando que o mesmo vai além das salas de aula (RODRIGUES, 2016).

Quando se analisa quais recursos são mais utilizados pelos professores, percebe-se que recursos tecnológicos aparecem em primeiro lugar dentre as respostas dadas (58%), seguido de Softwares/Geogebra/Winplot (29%) e jogos (21%) (Gráfico 6). Como se trata de uma questão aberta, onde o professor deveria citar os recursos utilizados, uma grande parcela respondeu apenas “recursos tecnológicos”, sem especificar quais.

Gráfico 6 – Respostas dos professores à questão “Referente a opção outros assinalado na questão anterior, descreva-os”

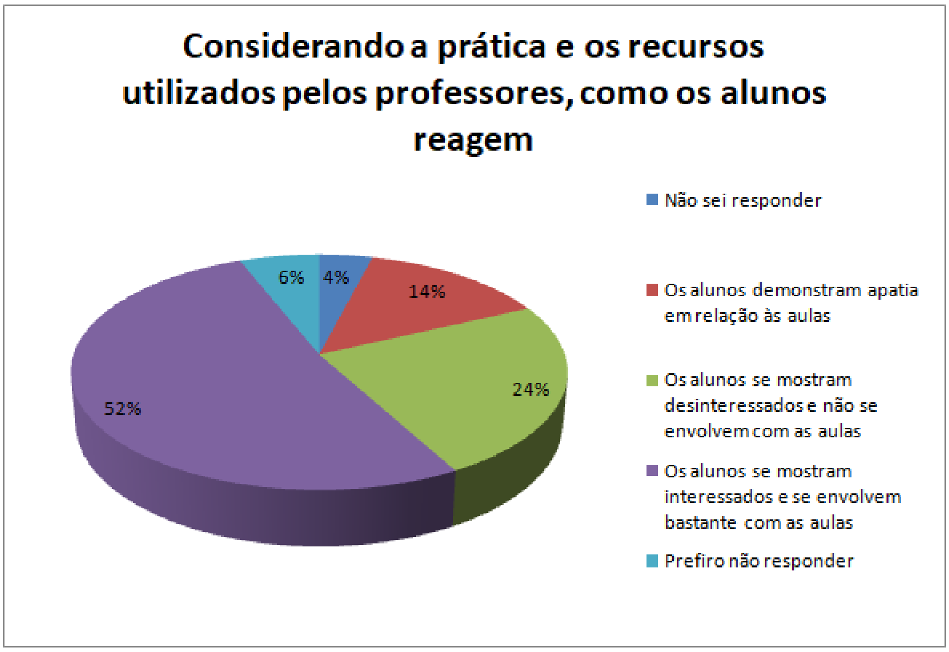


Fonte: Dados da pesquisa

Apesar de jogos se confundirem com recursos tecnológicos quando se tratam de jogos de computador, percebe-se que a maior porcentagem de recursos utilizados pelos professores está ligada à tecnologia. Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) já traziam a importância de se considerar o computador como um instrumento capaz de integrar várias mídias e auxiliar no ensino-aprendizado. Contudo, segundo Neves, Dióginis e Cunha (2015), apesar de chamar a atenção do aluno, a simples presença do computador (e aqui estende-se essa definição ao recurso tecnológico) não é suficiente para que ocorra o aprendizado. O professor deve, portanto, sempre refletir sobre o uso do recurso tecnológico, de forma a não fazê-lo simplesmente por fazer.

No Gráfico 7 é possível observar a reação dos alunos quanto aos recursos utilizados pelos professores. Segundo 52% dos professores, os alunos se mostram interessados e se envolvem bastante com as aulas. Porém, uma parcela relevante de professores (24%), disse que os alunos se mostram desinteressados e não se envolvem com as aulas.

Gráfico 7 – Respostas dos professores à questão “Considerando sua prática e os recursos utilizados, como os alunos reagem à aula de Matemática?”



Fonte: Dados da pesquisa

Quando se analisa as respostas dos professores, percebe-se que eles desejam mudar algum aspecto de suas práticas pedagógicas, em sua maioria (74%). Uma segunda parcela representativa (20%) afirma não querer mudar nenhum aspecto de suas práticas, e uma menor parcela (6%) afirma já tentar novas experiências (Gráfico 8).

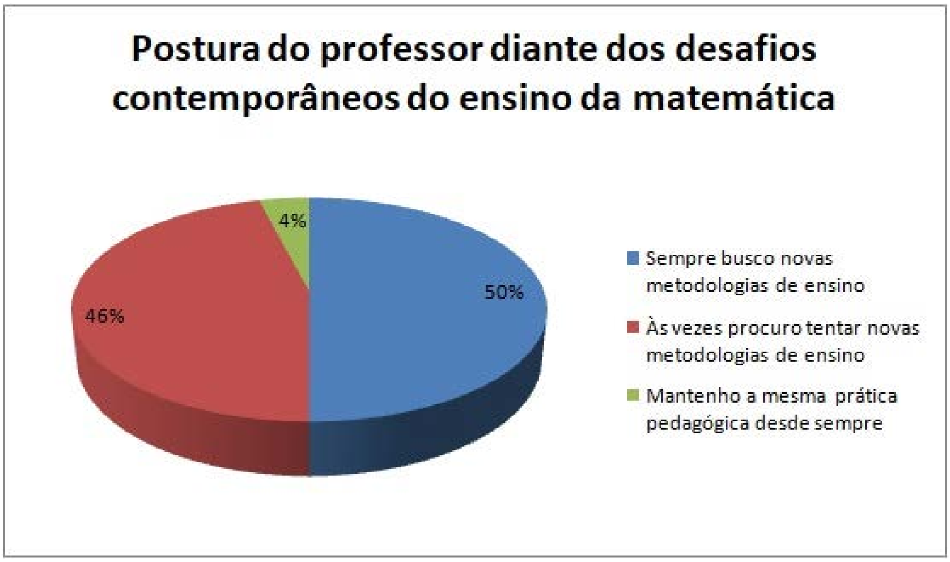
Gráfico 8 – Respostas dos professores à questão “Há algum aspecto que você gostaria de mudar na sua prática em sala de aula? Qual?”

Fonte: Dados da pesquisa

Como exemplo de resposta negativa sobre a necessidade de modificar a própria prática pedagógica, temos a seguinte fala de um professor: “Não, porque sinto que minhas práticas pedagógicas facilitam o aprendizado do meu aluno.” Como resposta positiva à mudança, temos os seguintes exemplos: “"Proporcionar aos alunos mais aulas dinâmicas e interativas."; “Trabalhar mais com tecnologias digitais.”; “Utilizar mais softwares matemáticos.”, dentre muitas outras. Tardif (2000) afirma que não se deve confundir o que foi transmitido aos professores durante sua formação inicial (notavelmente a licenciatura) com aquele que ele constrói durante sua carreira. Entende-se que o saber do professor é construído ao longo de sua trajetória, sendo portanto, passível de constante modificação.

Quando perguntados sobre a postura em relação aos desafios do ensino de Matemática, percebe-se que a maior parte dos professores participantes da pesquisa (50%), afirma sempre buscar novas metodologias de ensino (Gráfico 9).

Gráfico 9 – Respostas dos professores à questão “Considerando que o papel do educador vem mudando ao longo do tempo no processo de ensino-aprendizagem, como você analisa sua postura frente aos desafios contemporâneos do ensino da Matemática?”

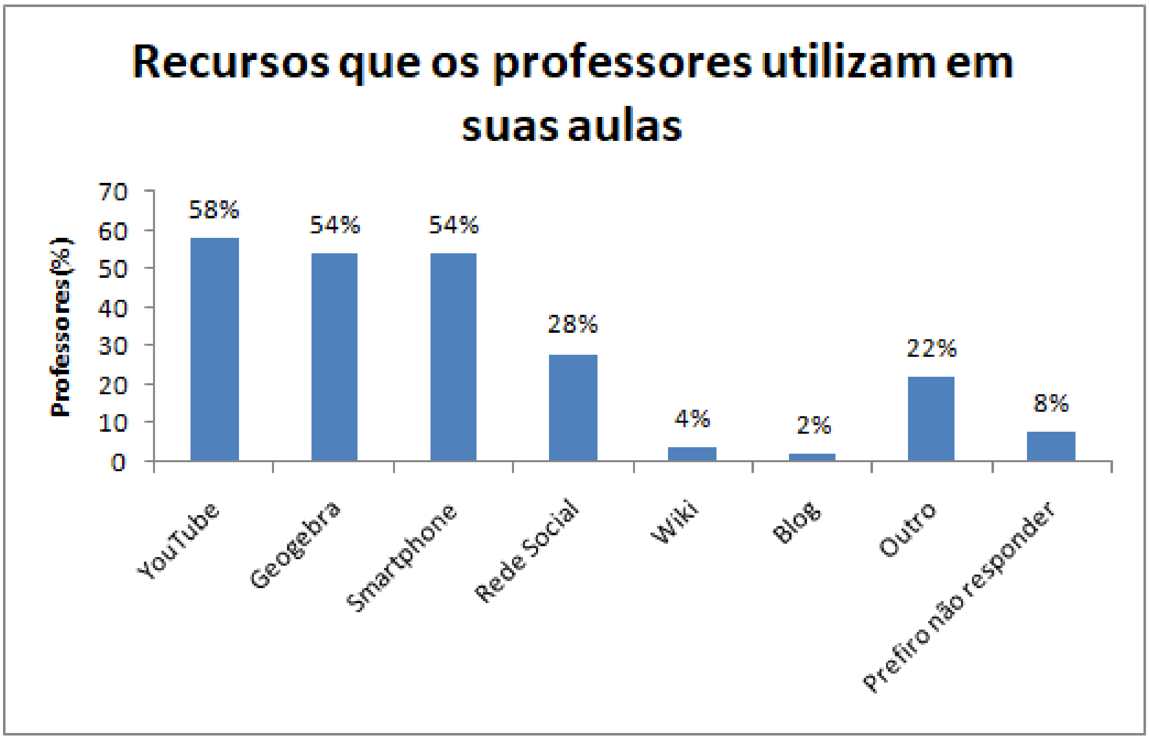


Fonte: Dados da pesquisa

A segunda parcela mais representativa (46%) afirma tentar novas metodologias de ensino ocasionalmente, e a terceira parcela (4%) afirma manter a mesma prática pedagógica de sempre. Rezende, Lopes e Egg (2003), analisando os discursos de professores de física e matemática, concluíram que os professores reconhecem que ensinam de forma tradicional, ao mesmo tempo em que demonstram desejo de modificar suas práticas pedagógicas. Afirmam não mudar por causa de diversos fatores, entre eles: falta de recursos, falta de apoio da escola e falta de interesse do aluno.

No Gráfico 10 é possível observar os recursos que os professores utilizam em suas aulas. Como é possivel constatar, “YouTube” (58%), Geogebra (54%) e Smartphone(54%)” são apontados como os mais utilizados. O uso de recursos tecnológicos em uma escola pública do Município de Mirante do Paranapanema – São Paulo, feito por Neves, Dióginis e Cunha (2015), mostrou que os professores possuíam uma visão instrucionista da tecnologia, e isso refletia na forma como ela era empregada, com o computador como uma “máquina de ensinar”. Essa abordagem reduz enormemente o potencial do recurso tecnológico, que passa a servir como transmissor de saberes, em detrimento de ajudar a construí-lo.

Gráfico 10 – Respostas dos professores à questão “Atualmente, você utiliza algum dos recursos abaixo em suas aulas? Assinale-os”



Fonte: Dados da pesquisa

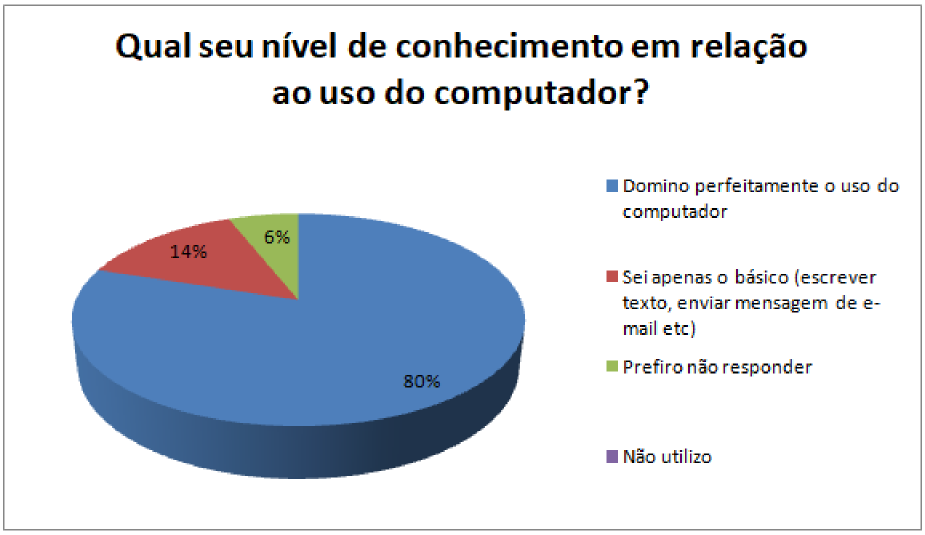
Como é possível observar no Gráfico 11, a maioria dos professores utiliza os recursos tecnológicos para exibir vídeos ou filmes educativos (34%) e a segunda parcela mais representativa utiliza para trabalhar equações/funções/geometria (20%). Uma parcela considerável (14%) utiliza os recursos tecnológicos nas aulas expositivas. Segundo Kotz et al. (2017), a aula expositiva, quando acrescida de metodologias que permitam ao educando dialogar com o professor, pode ser bem proveitosa.

Gráfico 11 – Respostas dos professores à questão “Descreva como você utiliza os recursos assinalados na questão anterior”

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando o Gráfico 12, percebe-se que a maioria dos professores afirma possuir domínio do computador (80%), e uma parcela considerável (14%), afirma saber apenas o básico. Silva (2016), trabalhando em um curso de extensão voltado para professores da Educação Básica de escolas de Pernambuco, constatou diferentemente deste trabalho que uma grande parcela dos professores, tanto de escolas privadas quanto públicas, possuía pouco conhecimento em informática. Grande parte, inclusive, nunca havia recebido capacitações na área, muito menos tido contato com computador antes do curso.

Gráfico 12 – Respostas dos professores à questão “Qual seu nível de conhecimento em relação ao uso do computador?”



Fonte: Dados da pesquisa

Observou-se com a análise da questão 7 que todos os professores participantes são favoráveis ao uso dos recursos tecnológicos na educação. Ressaltam-se algumas declarações dos professores sobre as dificuldades de uso da tecnologia na escola, a qual na maioria das vezes, não tem os recursos minimamente necessários, como por exemplo, acesso à internet de qualidade. Rodrigues (2008) analisou o uso de computador em aulas de matemática de um grupo de professores da rede pública do Paraná, mais especificamente sobre o uso do programa Geogebra nas aulas. Concluiu que a simples presença do computador não garante maior qualidade da educação, mas depende de como o recurso é empregado. A percepção dos professores foi, inclusive, de decepção frente ao programa, o qual eles acharam muito simples, pois esperavam encontrar a tecnologia como algo cheio de cores, vibrante. Apesar deste desencanto inicial com o programa, a maioria dos professores, ao final do curso analisado por Rodrigues (2008), mostrou-se mais motivada do que antes.

Parte: III – Sobre o ensino/aprendizado de Proporcionalidade

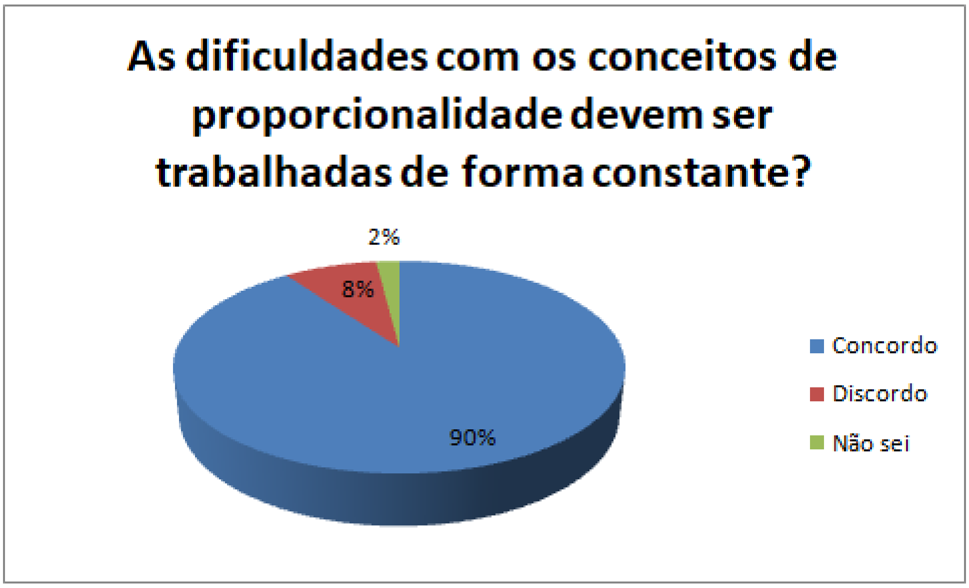
Analisando as respostas dos professores, constata-se que a maioria (90%) afirma gostar de trabalhar com proporcionalidade (Gráfico 13). Analisando o questionário, encontramos as seguintes justificativas dadas pelos professores: “O conceito de proporcionalidade está presente no cotidiano de qualquer pessoa e, em diversas situações”; “Sim, por que é fácil associar ao dia a dia”; “Sim, pois dá para dinamizar inserindo exemplos do cotidiano”; “Pode-se trabalhar com exemplos do cotidiano do aluno.” Percebe-se que os professores tem uma ideia muito clara da aplicabilidade dos conceitos de Proporcionalidade no dia a dia das pessoas, o que por si só, já justificaria seu uso.

Gráfico 13 – Respostas dos professores à questão “Você gosta de trabalhar os conceitos de proporcionalidade? Por quê?”

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando as respostas dos professores, percebe-se que a maioria (90%) concorda que o tema proporcionalidade seja trabalhado de forma constante com os alunos (Gráfico 14). Como exemplos de respostas dos professores, têm-se: “Concordo. A começar pelo conceito. Qual o conceito de proporcionalidade? Como ele deve ser tratado no ensino fundamental? E no médio? E no superior? Por experiência, vejo que muitos alunos não sabem, de fato, o conceito de proporcionalidade e, portanto, carregam, erroneamente, esse conceito ao longo de suas vidas”; “Acho que sempre que se tiver um ambiente favorável, ou seja, que outros conteúdos derem abertura para tal, a proporcionalidade deve ser trazida à tona até mesmo para que não pareça isolado, desassociado de outros conhecimentos da Matemática”; "Concordo. É um conceito com inúmeras aplicações tanto na matemática quanto em outras áreas do conhecimento e o não domínio do raciocínio proporcional pode trazer grandes prejuízos para a aprendizagem de diversos conteúdos”.Uma pequena parcela (8%), contudo, não concorda com a afirmação, e trás as seguintes falas: “Insistente não... mas cada um tem seu tempo de aprendizagem”; “Acho que não. Se um dia o aluno achar que precisa ele vai buscar a informação”; “Não sei dizer. Acredito que existam muitos conteúdos na matemática que deveriam ser abordados constantemente”. Aqui, percebe-se que, ao mesmo tempo em que os professores acreditam que o tema é pertinente, uma parcela afirma existir outros conteúdos que precisam ser trabalhados.

Gráfico 14 – Respostas dos professores à questão “As dificuldades com os conceitos de proporcionalidade devem ser tratadas de forma constante e insistente durante toda a vida escolar do aluno.” Você concorda ou discorda da afirmação? Justifique sua resposta.”

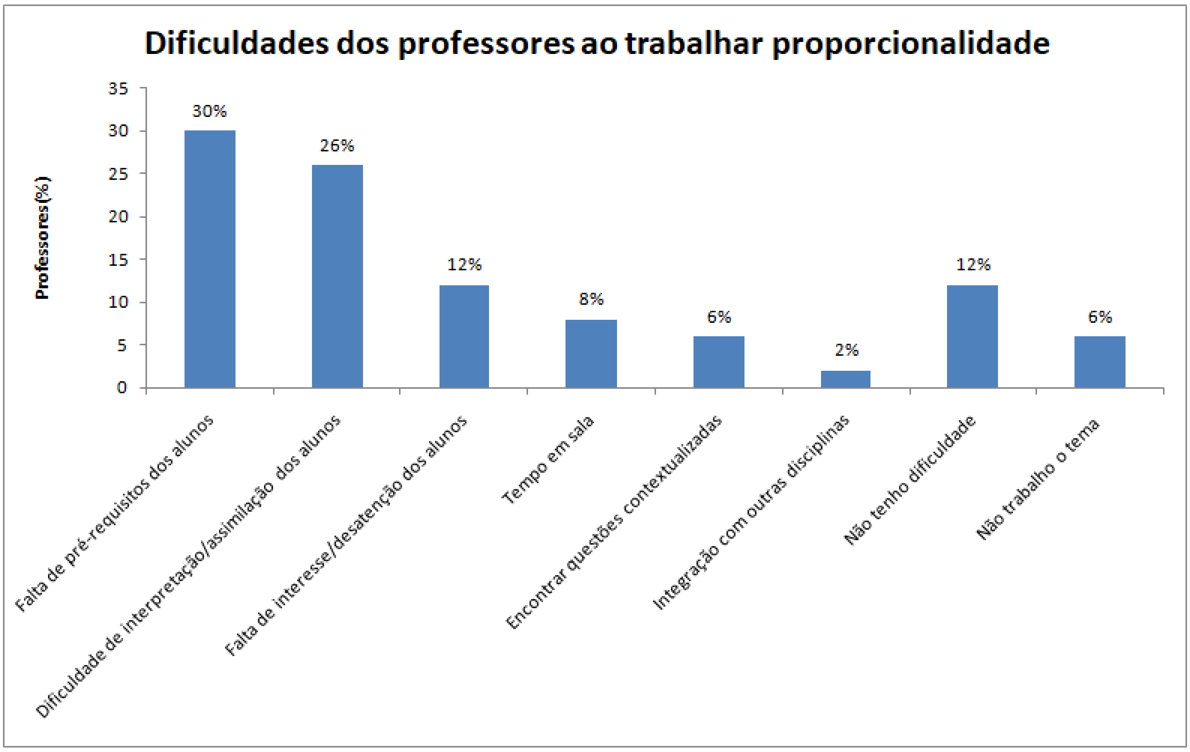


Fonte: Dados da pesquisa

Analisando as respostas dos professores, constata-se que falta de pré-requisitos (30%) e dificuldade de interpretação dos alunos (26%) são apontados como as maiores dificuldades em trabalhar o tema proporcionalidade (Gráfico 15). Como exemplos de falas dos professores, tem-se: “Minha maior dificuldade é fazer com que os alunos entendam que nem tudo na vida pode ser resolvido com ‘regra de três simples’. Costumo trabalhar os não exemplos de grandezas diretamente ou inversamente proporcionai”; “Tempo, mediante a grande carga de conteúdos do currículo e necessidade de maturação do conceito”; “Na hora de explicar quando as grandezas são diretamente ou inversamente proporcional”; “Os alunos geralmente chegar ao ensino médio sem dominar as quatro operações básicas”. Os professores em sua maioria (56%), portanto, responsabilizam os próprios alunos pelas dificuldades.

Zacarias (2008) desenvolveu uma pesquisa sobre fracasso escolar em matemática, e concluiu que os alunos possuem os mais variados motivos para não gostar da disciplina, desde medo, sentimentos negativos, experiências anteriores ruins e outros. Com isso, entende-se que as dificuldades em matemática, que geram a falta de pré-requisitos, fazem parte de toda uma vida escolar.

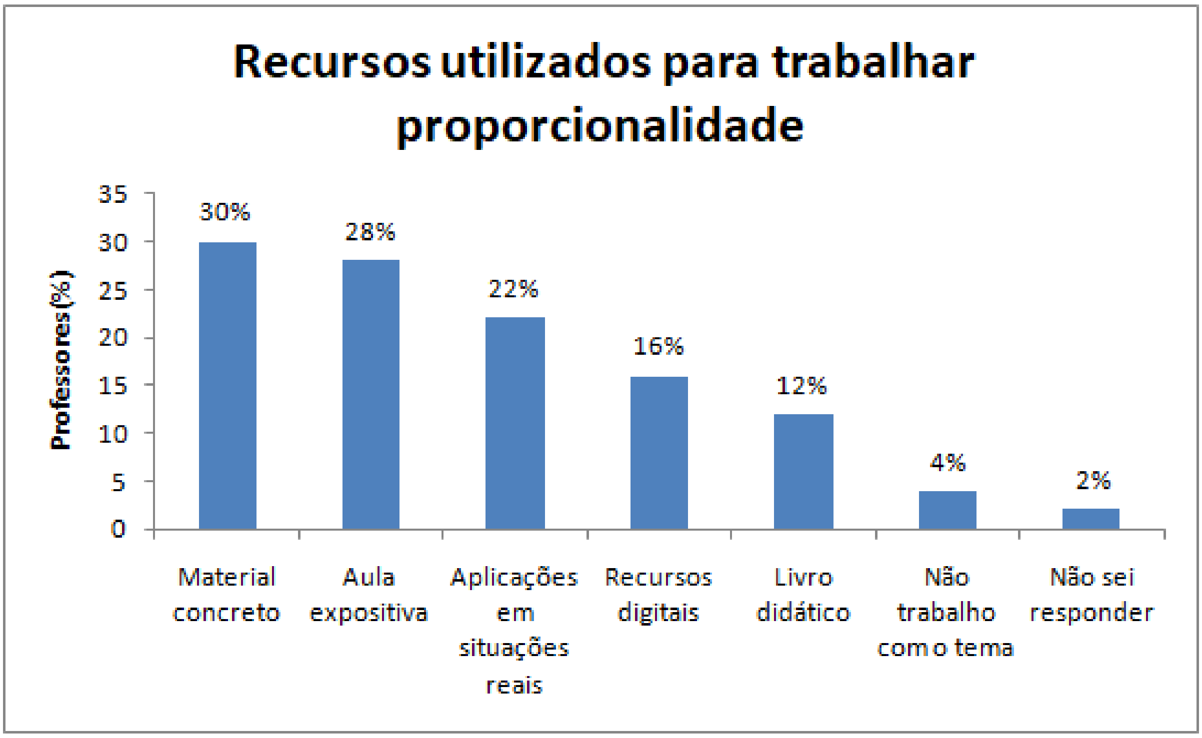
Gráfico 15 – Respostas dos professores à questão “Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos?”



Fonte: Dados da pesquisa

No Gráfico 16, analisando as respostas dos professores, percebe-se que a maioria deles (30%) utiliza de material concreto, e uma segunda parcela representativa (28%) de aulas expositivas para trabalhar o tema Proporcionalidade. A terceira parcela mais representativa (22%) afirma utilizar aplicações em situações reais como recurso. Como já foi discutido, o uso de situações reais, do cotidiano do aluno, pode auxiliar no processo de aprendizagem significativa.

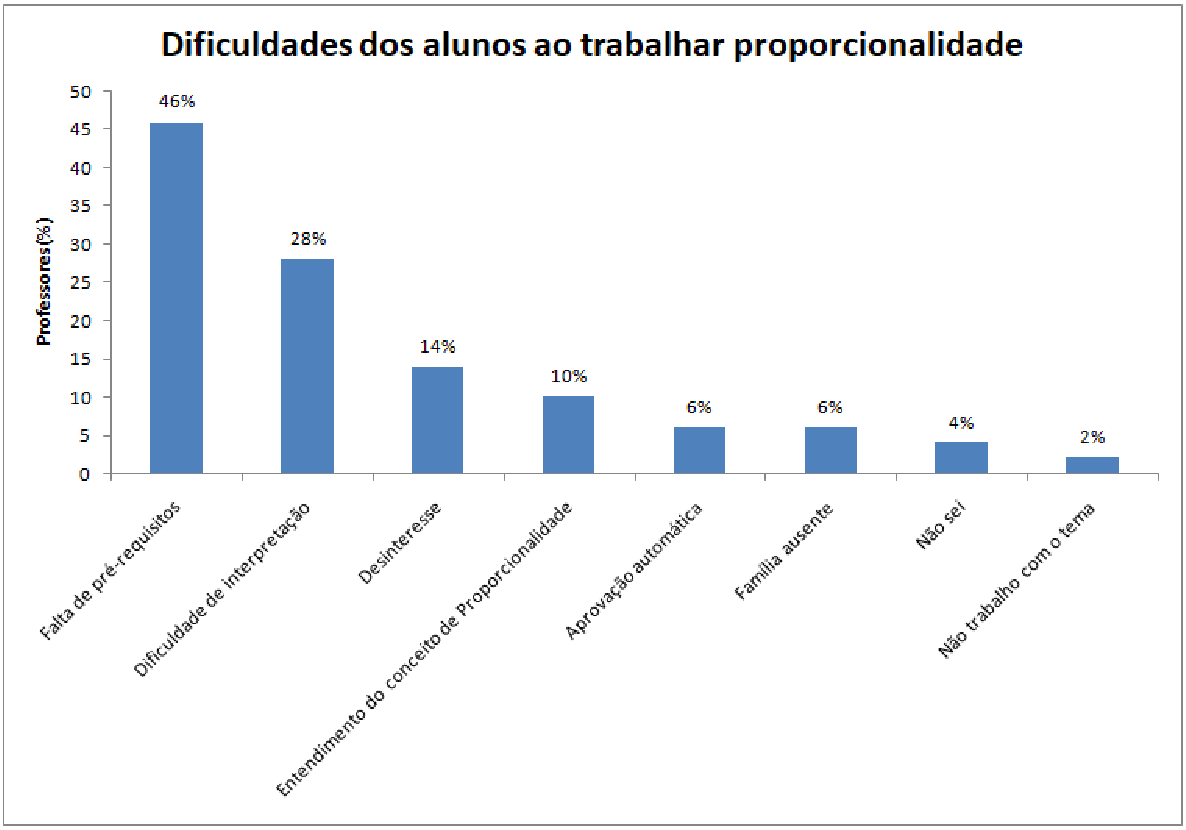
Gráfico 16 – Respostas dos professores à questão “Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de proporcionalidade?”



Fonte: Dados da pesquisa

Analisando as respostas dos professores, percebe-se que uma parcela representativa deles (46%) aponta a falta de pré-requisitos como a principal dificuldade dos alunos no estudo de proporcionalidade. A segunda parcela mais representativa (28%) aponta a dificuldade de interpretação como um fator negativo (Gráfico 17). Os professores justificam suas respostas com as seguintes falas: “São capazes porém desinteresse persiste por parte dos alunos”; “Uso mecânico da regra de três, ou seja falta interpretação e reflexão”; “A falta da família em pegar firmes com seu filho em casa.”; “Falta do apoio familiar e falta de estudos em casa”; “Dificuldades em operações básicas. Defasagem de séries anteriores”. Mais uma vez é possível constatar que os professores responsabilizam os alunos pelas dificuldades em aprender proporcionalidade.

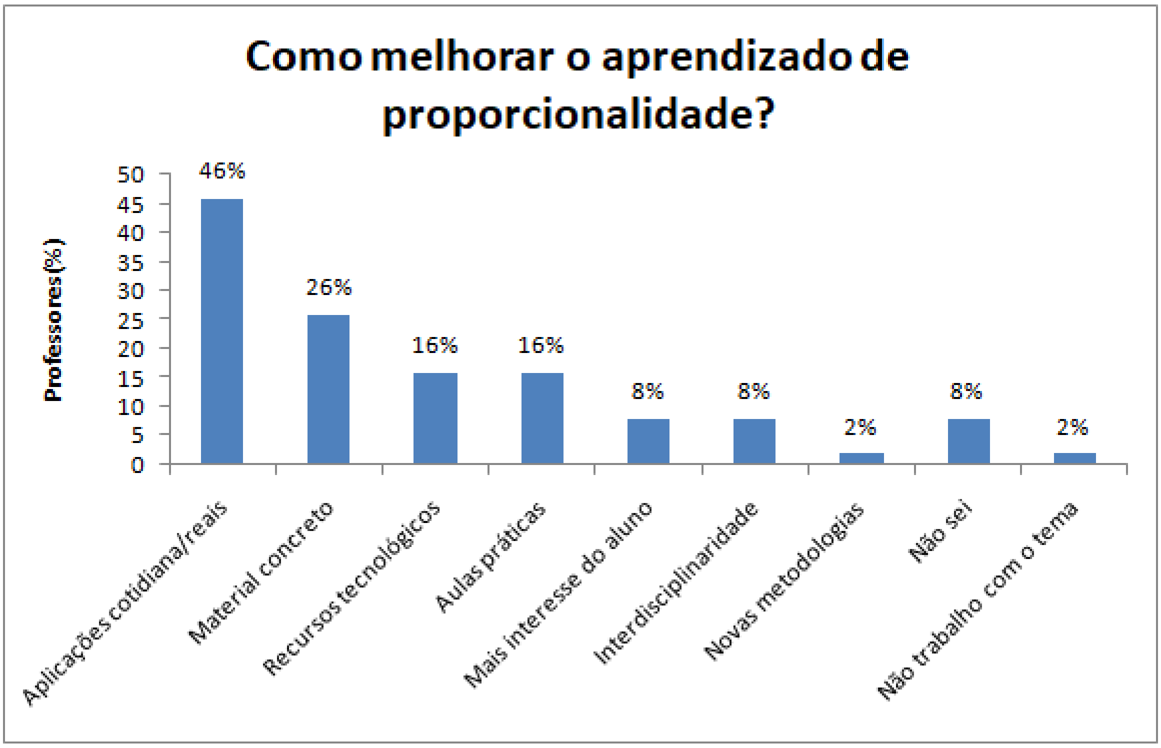
Gráfico 17 – Respostas dos professores à questão “Quais as maiores dificuldades que você observa em seus alunos? Em sua opinião, qual(is) a(s) causa(s) para estas dificuldades?”



Fonte: Dados da pesquisa

Analisando as respostas dos professores percebe-se que a maioria (46%), afirma que utilizar-se de situações do cotidiano do aluno pode ajudar a tornar o ensino-aprendizado de proporcionalidade mais significativo. Uma parcela considerável (26%) aponta o uso de material concreto como uma opção, e parcelas iguais (16%) apontam o uso de tecnologias e aulas práticas como capazes de melhorar o aprendizado de proporcionalidade (Gráfico 18).

Gráfico 18 – Respostas dos professores à questão “O que você considera que pode ser feito para que o aprendizado dos conceitos de proporcionalidade se torne mais motivador e significativo?”



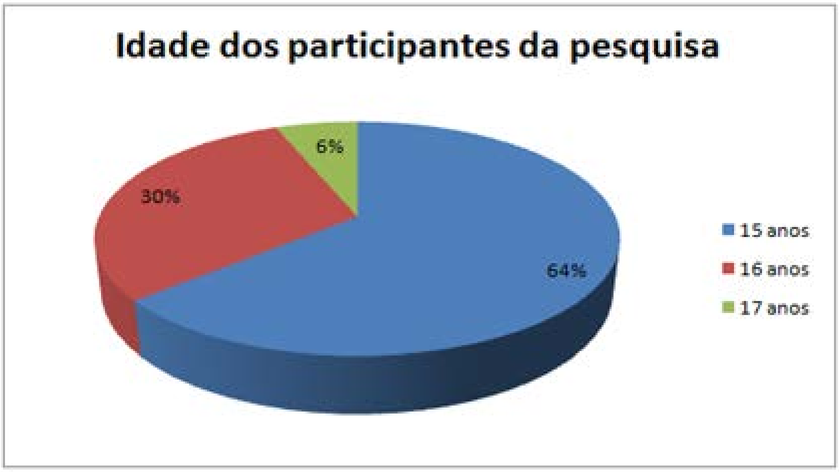
Fonte: Dados da pesquisa

As análises das respostas do questionário do professor permitem constatar que os mesmos possuem formação mínima adequada para lecionar matemática, e uma grande parcela possui mestrado. Aulas expositivas e trabalhos em grupo são citados pelos professores como os mais utilizados em suas práticas e, segundo os docentes, com o uso dos mesmos a maioria dos alunos se mostra interessados. A maioria dos professores afirma querer modificar sua prática pedagógica, e é favorável ao uso de recursos tecnológicos nas aulas de matemática. Os docentes concordam que o tema proporcionalidade seja trabalhado insistentemente com os alunos, e afirmam que a falta de pré-requisitos e de interpretação são os principais motivos das dificuldades de aprendizagem dos alunos. Os professores também acreditam que o uso de situações do cotidiano do aluno pode ajudar a tornar o ensino-aprendizado de proporcionalidade mais efetivo.

4.2 Análise do questionário do aluno

Responderam ao questionário do aluno um total de 33 estudantes, com idades entre 15 e 17 anos, como se pode observar no Gráfico 19 a seguir:

Gráfico 19 – Idade dos participantes da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos apresentam-se na série prevista para a faixa etária condizente com o Ensino Médio (15 a 17 anos), o que constitui o cenário educacional ideal pois, somente em 2010, aproximadamente metade dos jovens brasileiros nesta faixa etária não estava matriculada no Ensino Médio. Eram 4,9 milhões de jovens fora da escola ou ainda cursando o Ensino Fundamental (COSTA, 2013).

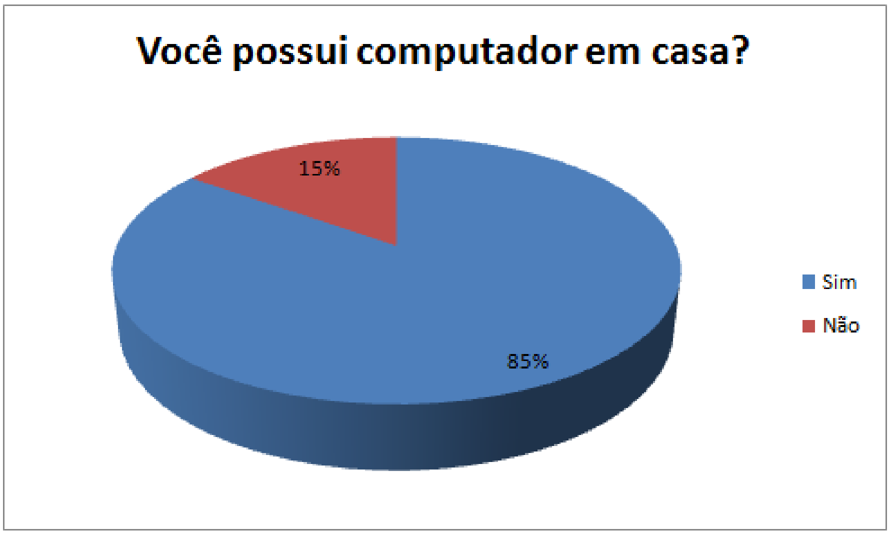
Como é possível observar no Gráfico 20, a maior parte dos participantes da pesquisa é de indivíduos do sexo feminino (73%).

Gráfico 20 – Sexo dos participantes da pesquisa

Fonte: Dados da pesquisa

A maior parte dos entrevistados (85%) possui computador em casa, como é possível observar no Gráfico 21:

Gráfico 21 – Respostas dos alunos à questão “Você possui computador em casa?”

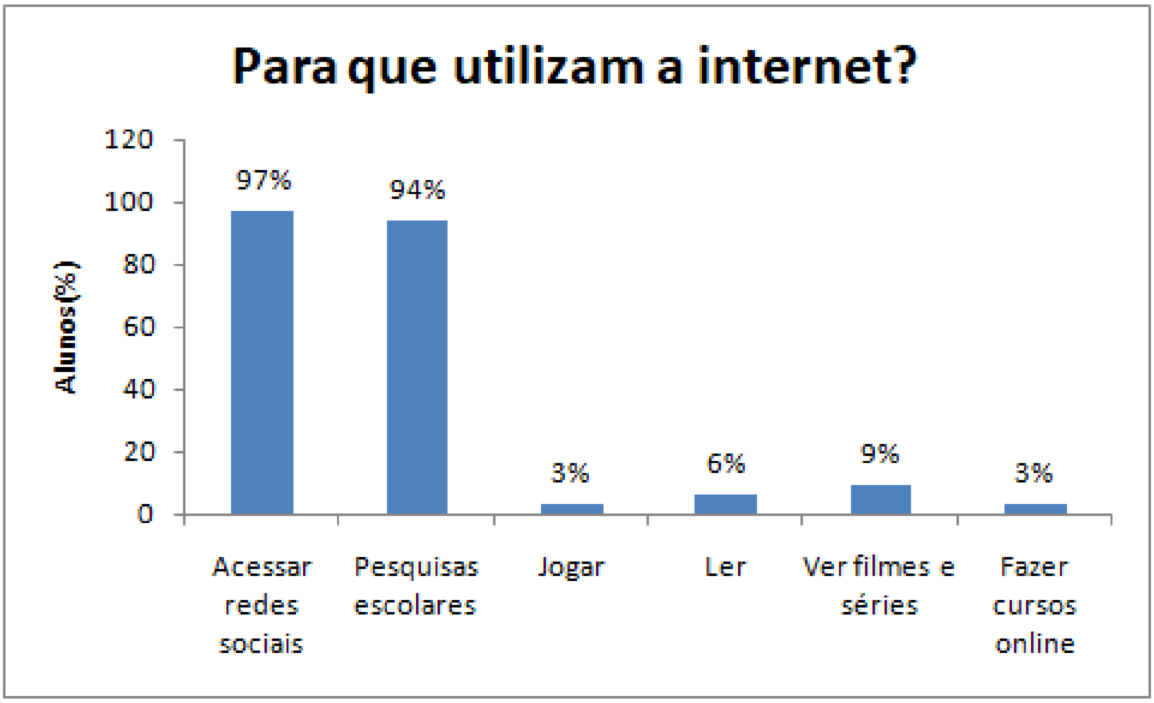


Fonte: Dados da pesquisa

No Brasil, em 2017, 69,9% das pessoas utilizavam a internet (IBGE, 2018). Embora a simples constatação de computador em casa não ofereça muitas informações sobre a inclusão digital do aluno, ela nos indica que ele possui algum grau de alfabetização digital, o que pode influenciar diretamente na performance do mesmo nas atividades mediadas por tecnologia aplicadas pela presente pesquisadora. Como a maioria dos alunos possui computador, esse fator não representa, pelo menos a princípio, uma limitação à aplicação da sequência didática. Além disso, todos os entrevistados possuem smartphone e acessam a internet.

Quando perguntados para que utilizam a internet, a resposta “acessar redes sociais“ foi a mais citada (97%) e “pesquisas escolares” aparece em segundo lugar (94%) (Gráfico 22). Trata-se, portanto, de um público familiarizado com o uso da internet.

Gráfico 22 – Respostas dos alunos à questão “Para que utilizam a internet?”

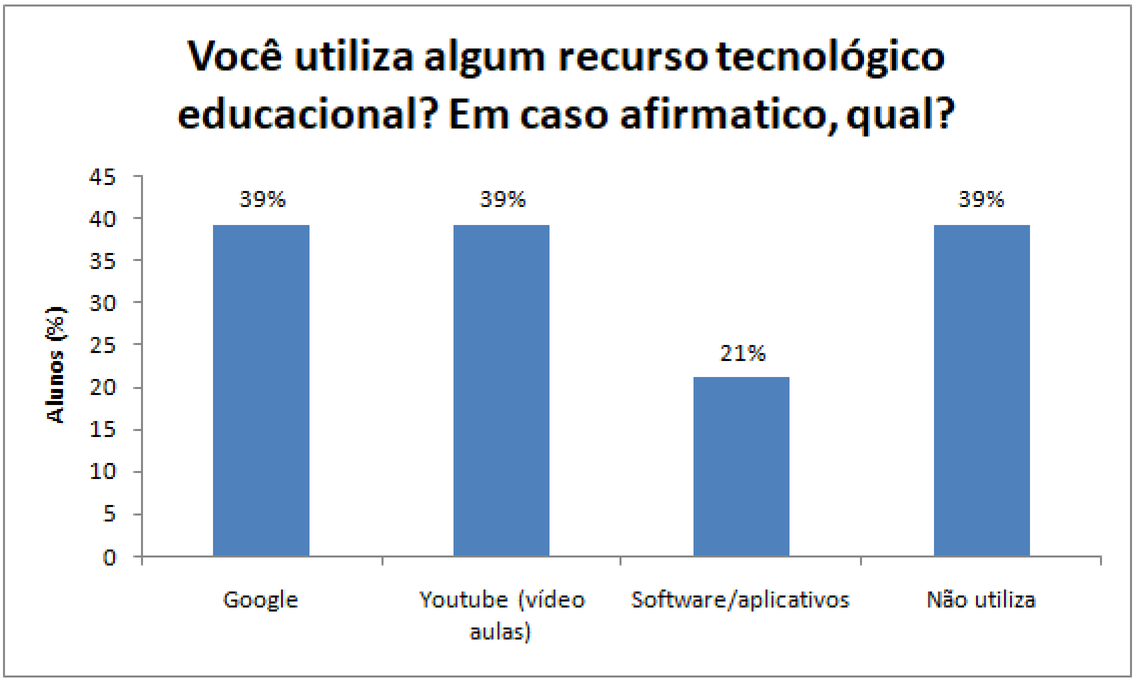


Fonte: Dados da pesquisa

O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) constituem, por si só, um novo paradigma educacional. Os alunos não aprendem como seus professores aprenderam, e isso é muito evidente quando analisamos a forma como eles estudam: majoritariamente pela internet. Logo, o professor não é a principal, ou pelo menos não constitui a única fonte de (in)formação do aluno. Uma pesquisa realizada por Ricoy e Couto (2009) com alunos do Ensino Secundário de uma escola de Portugal, mostrou que o interesse dos alunos não está diretamente relacionado ao uso do computador/tecnologia, mas antes disso: a interesses próprios; desenvolvimento de capacidades; conteúdos relacionados à profissão que gostariam de exercer e conteúdos aplicados no dia-a-dia.

Quando questionados sobre o uso de recursos tecnológicos educacionais, os recursos “Google” e “YouTube” (vídeoaulas) foram os mais citados (39%), e uma igual parcela de alunos (39%) afirmou não utilizar nenhum recurso (Gráfico 23).

Gráfico 23 – Respostas dos alunos à questão “Você utiliza algum recurso tecnológico educacional? Em caso afirmativo, qual?”

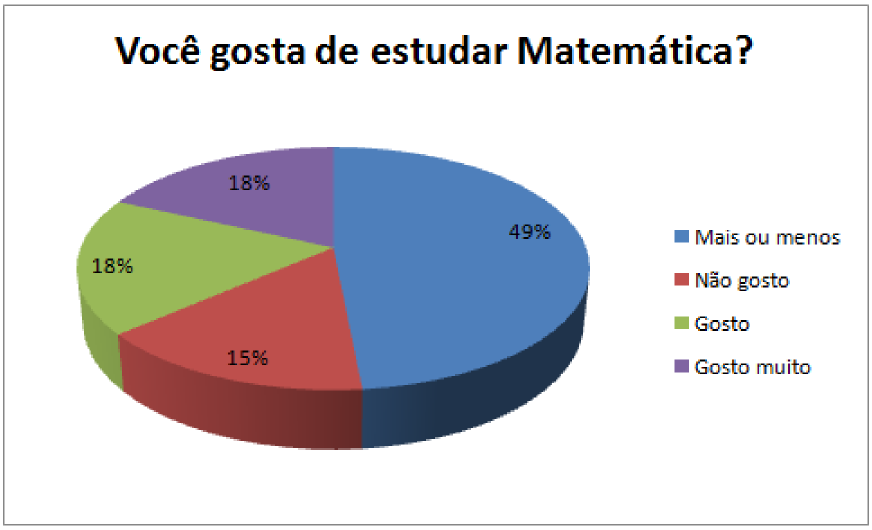


Fonte: Dados da pesquisa

A familiaridade dos alunos com aparelhos do tipo smartphone pode ser um ponto positivo para o professor utilizar a tecnologia em sala de aula, pois muitos aplicativos educacionais são produzidos para serem utilizados nestes aparelhos. Contudo, algumas leis municipais e estaduais dispõem sobre o uso de aparelhos eletrônicos em sala, inclusive, proibindo-os Mateus e Brito (2011), o que gera discussões a respeito do uso pedagógico da tecnologia. O ponto central é a dificuldade da escola em lidar com as novas tecnologias, com o digital. Porém, a tecnologia deve ser aproveitada para auxiliar o trabalho do professor, e não depreciada e evitada a todo custo.

Quando perguntados se gostam de estudar Matemática, a maioria dos participantes (49%) respondeu “mais ou menos”; 15% afirmaram não gostar e parcelas iguais (18%) afirmam gostar ou gostar muito de estudar Matemática (Gráfico 24).

Gráfico 24 – Respostas dos alunos à questão “Você gosta de estudar Matemática?”



Fonte: Dados da pesquisa

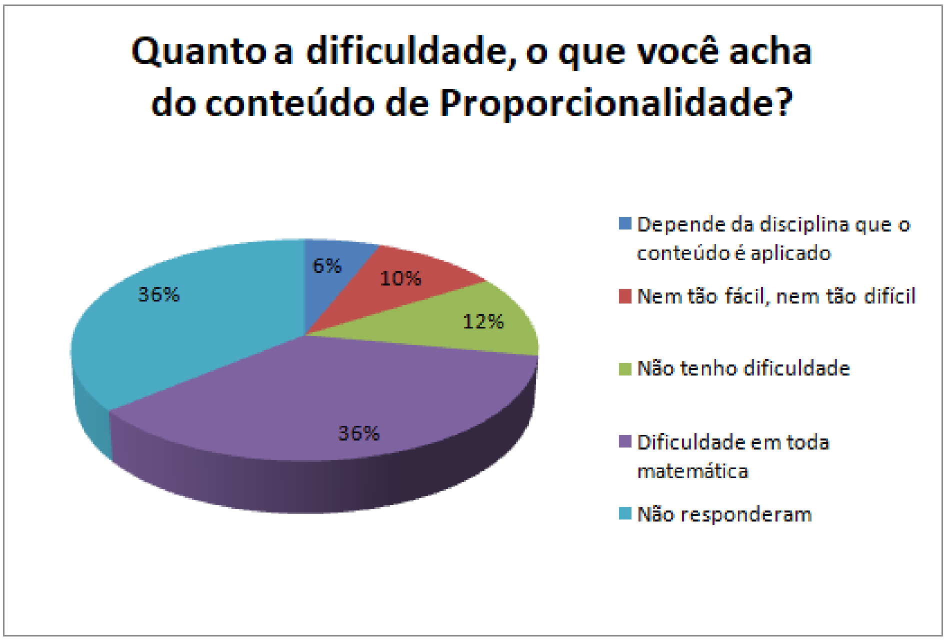
Indo um pouco além do gosto pessoal de cada um, que é diferente, pode-se levantar diversas razões para o desgosto dos alunos pelo estudo da Matemática. Uma delas é a dificuldade associada à disciplina, junto ao mito perpetuado de que a falta de estudo é a única responsável pelo fracasso (SILVA, 2008). Ainda segundo Silva (2008), os alunos tendem a acreditar que só se é bom em Matemática quando se é “inteligente”, e nem todos podem ser bons nesta disciplina.

Quando perguntados sobre o que entendem por Proporcionalidade, as respostas dos alunos foram as mais variadas possíveis: “Existem grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e regra de três”; “Que deve ser relacionado, ou a relação de duas ou mais coisas”; “Relação de grandezas”; “Relação entre duas grandezas, ou, das razões”, estas respostas associando proporcionalidade como relação entre grandezas; “Algo proporcional”; “Que é algo em proporção a outro”; “Proporção”; “Que é algo proporcional ao outro”; “Uma proporção de algo sendo diretamente ou inversamente proporcional”, estas respostas associando Proporcionalidade à proporção. Parte dos alunos respondeu: “Que algo proporcional é algo que é diretamente ligado a outra coisa, por exemplo, se a largura de um retângulo aumentar, a sua área também vai aumentar”; “Entendo que é uma relação entre valores (porções), tanto para aumentar como para diminuir” ou “Uma coisa que esta bem dividida (proporcional)”. Muitos alunos não responderam à questão (15%), outros, se julgaram sem conhecimento sobre o assunto (18%).

Analisando as respostas dos alunos a esta pergunta, é possível identificar possíveis falhas no aprendizado de Proporcionalidade, por exemplo, associação direta e imediata com o aumento/diminuição de valores, sem considerar outras análises a fim de se determinar se duas grandezas são ou não proporcionais. É possível identificar, também, certa indefinição conceitual, quando, por exemplo, os alunos afirmam que “proporcionalidade é algo proporcional a outro”. Estes alunos, portanto, não estão familiarizados com o conceito de Proporcionalidade.

Como é possível observar no Gráfico 25, quando perguntados sobre a dificuldade com o conteúdo de proporcionalidade, proporções iguais dos alunos responderam possuir dificuldade em toda matemática (36%) ou deixaram a questão em branco (36%); 12% afirmam não possuir dificuldades.

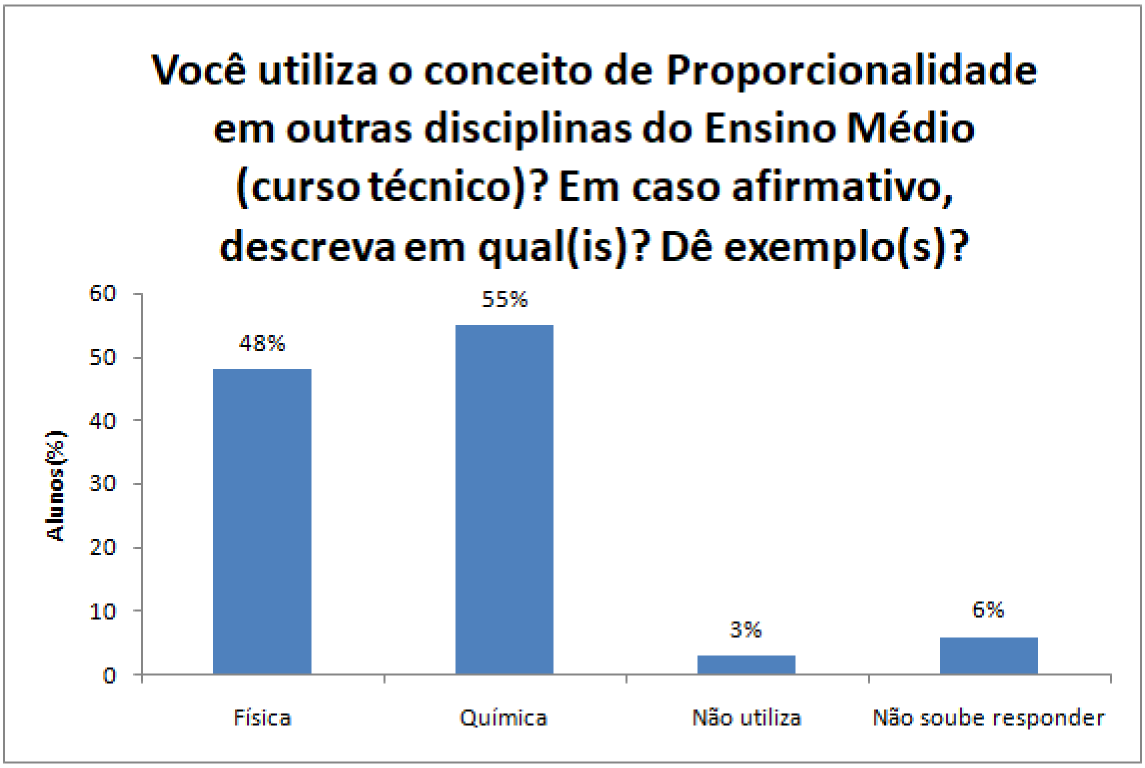
Gráfico 25 – Respostas dos alunos à questão “Quanto a dificuldade, o que você acha do conteúdo de Proporcionalidade?”



Fonte: Dados da pesquisa

Quando questionados se utilizam os conceitos de Proporcionalidade em outras disciplinas do Ensino Médio, a maioria das respostas (55%) fazem referência a utilização do conceito em Química; 48% em Física; 6% não sabem responder e 3% afirmam não utilizar (Gráfico 26).

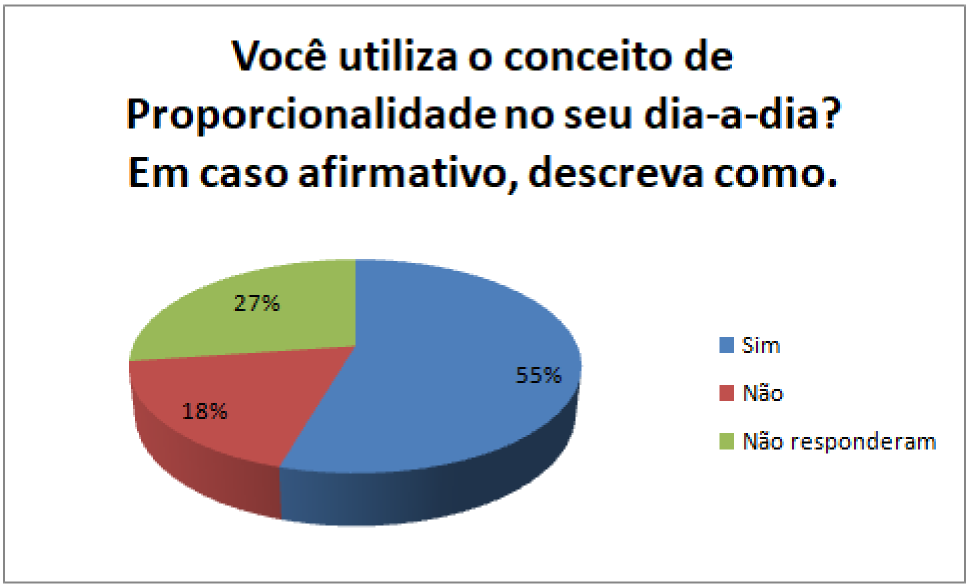
Gráfico 26 – Respostas dos alunos à questão “Você utiliza o conceito de Proporcionalidade em outras disciplinas do Ensino Médio (curso técnico)? Em caso afirmativo, descreva em qual(is)? Dê exemplo(s)?”



Fonte: Dados da pesquisa

Quando perguntados se utilizavam os conceitos de Proporcionalidade no dia-a-dia, a maioria das respostas (55%) foi sim (Gráfico 27). Os alunos justificaram com os seguintes exemplos, dentre outros: "Sim. Na hora de cozinhar"; "Sim. Como receita de comidas ou então quando for comprar algo"; "Sim. Na hora de minhas refeições. Uso proporções de arroz e feijão"e "Sim, em receitas, em compras, etc". Como é possível perceber, os alunos reconhecem a aplicabilidade da proporcionalidade no dia a dia, e isso pode ser aproveitado pelo professor como forma de tornar o aprendizado deste conteúdo mais significativo, incorporando o que os alunos já sabem às atividades das aulas. Esse cuidado do professor, de considerar o que aluno já sabe como ponto de partida, pode dar novo significado ao aprendizado de proporcionalidade.

Gráfico 27 – Respostas dos alunos à questão “Você utiliza o conceito de Proporcionalidade no seu dia-a-dia? Em caso afirmativo, descreva como.”



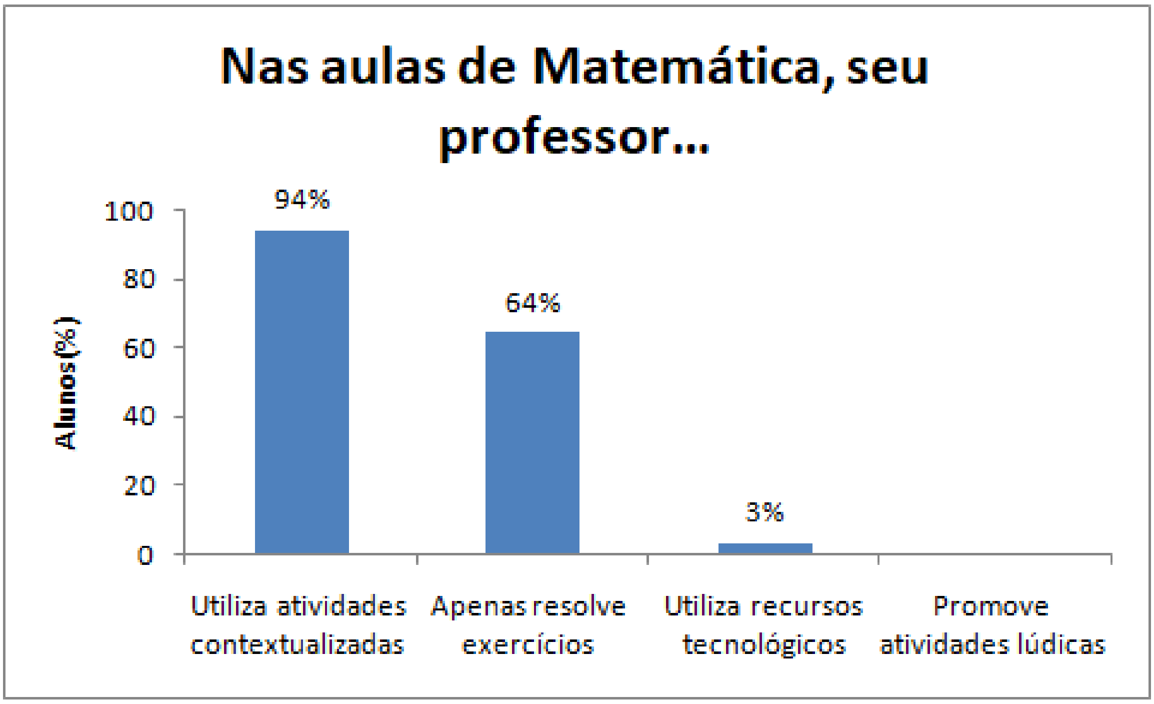
Fonte: Dados da pesquisa

A questão da aplicabilidade/utilidade é um tema recorrente sempre que se discutem conceitos matemáticos. De acordo com Lima (2003), questionar a utilidade dos conceitos matemáticos é uma atitude sempre vista com empatia, associada à aversão ao aprendizado da disciplina, ao contrário por exemplo, de se questionar a utilidade da poesia, que é uma atitude pouco culta. De acordo com Ruiz (2001), a falta de significado gera analfabetismo matemático, e o indivíduo não consegue perceber que a Matemática faz parte de várias áreas do conhecimento.

Quando questionados sobre as práticas do professor de Matemática, a maioria das respostas (94%) foi que o professor “utiliza atividades contextualizadas”; 64% das respostas foi que ele “apenas resolve exercícios”; apenas 3% das respostas afirmam que ele utiliza “recursos tecnológicos” (Gráfico 28).

A forma como o professor ensina Matemática está diretamente ligada à forma como ele aprendeu, ainda que não se limite a isso, pois os processos são indissociáveis (CAMPÊLO, 2017). Ainda segundo os autores, a busca por tecnologias e novas formas de ensinar é incentivada pelos PCN, e isto tem influência direta na prática dos docentes.

Gráfico 28 – Respostas dos alunos à questão “Nas aulas de Matemática, seu professor ... Apenas resolve exercícios; Utiliza atividades contextualizadas; Promove atividades lúdicas; Utiliza recursos tecnológicos.”



Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, os alunos foram perguntados sobre o que gostariam que o professor de Matemática fizesse para tornar as aulas mais interessantes, e a maioria (36%) apontou a necessidade do uso de atividades lúdicas ou jogos; 21% pedem que o professor utilize recursos tecnológicos; 15% sugerem abordagens diferentes/aulas mais divertidas e a quarta porcentagem mais expressiva (12%) sugerem aulas práticas (Gráfico 29).

Gráfico 29 – Respostas dos alunos à questão “O que você gostaria que o professor fizesse para tornar as aulas de Matemática mais interessantes?”

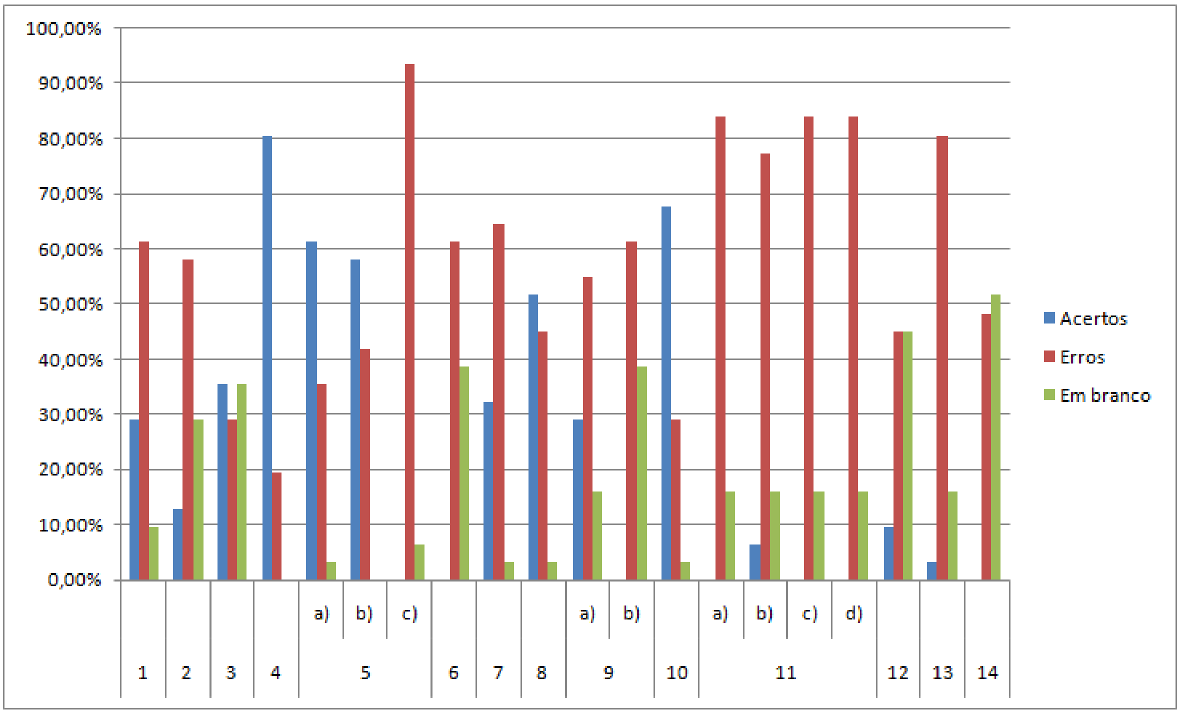
Fonte: Dados da pesquisa

As análises das respostas do questionário do aluno nos permitiram constatar que a maioria possui computador em casa, e todos possuem smartphone e acesso à internet, que utilizam majoritariamente para acessar redes sociais e para pesquisas escolares. Constatou-se também, que a maioria dos alunos entende proporcionalidade simplesmente como a relação entre grandezas, um entendimento limitado do conceito, e acredita que os professores possam melhorar suas aulas com atividades lúdicas e recursos tecnológicos.

4.3 Análise do pré-teste

No Gráfico 30, são apresentados os totais de erros, acertos e questões deixadas em branco pelos alunos ao responderem o pré-teste. Neste trabalho, os alunos foram denominados A1, A2, A3... A31.

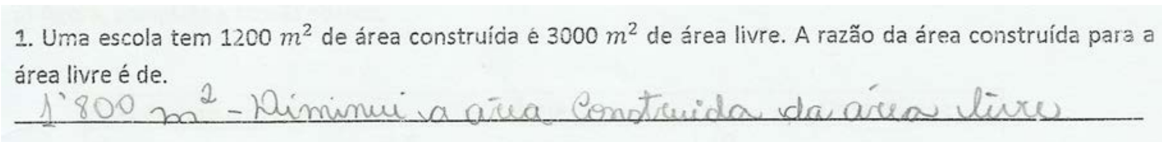
Gráfico 30 – Análise do pré-teste



Fonte: Dados da pesquisa

A questão 1, extraída do portal da OBMEP, foi escolhida para verificar se os alunos eram capazes de expressar a ideia de razão entre duas grandezas. Dos dezenove alunos que erraram esta questão, nove subtraíram as grandezas, como é possível observar na resposta do aluno A20 (Figura 12); cinco dividiram as grandezas de forma inversa (área livre para a área construída); um aluno somou as grandezas e quatro deles responderam de forma incorreta sem registrar o método de resolução utilizado. Apenas nove alunos demonstraram conhecer o conceito de razão.

Figura 12 – Resolução da questão 1 do pré-teste, registrada pelo aluno A20

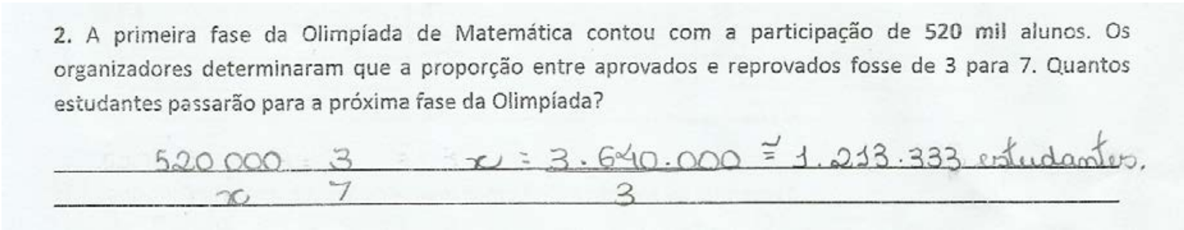

1. Uma escola tem 1200 m^2 de área construída e 3000 m^2 de área livre. A razão da área construída para a área livre é de.

1'800 m^2 - Diminui a área Construida da área livre

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 2, também extraída do portal da OBMEP, foi escolhida para verificar o raciocínio proporcional dos alunos, buscando relacionar razão e proporção. Dezoito alunos erraram a questão pelos seguintes motivos: doze deles resolveram por meio da regra de três, utilizando todos os dados do problema, porém, sem interpretá-lo de forma correta, como é possível observar na resposta do aluno A25 (Figura 13); um deles dividiu o total de alunos participantes por 4 (7 reprovados menos 3 aprovados); um deles dividiu total de alunos participantes por 10 (7 reprovados mais 3 aprovados) e quatro deles responderam de forma incorreta sem explicitar o processo utilizado para obtenção do resultado. Apenas quatro alunos conseguiram chegar à resposta correta. Fioreze (2010) relata, em sua pesquisa, as dificuldades de interpretação dos alunos que, por não compreenderem o enunciado de determinadas questões, registram de forma incompreensível o método de resolução ou simplesmente deixam de responder o que é solicitado.

Figura 13 – Resolução da questão 2 do pré-teste, registrada pelo aluno A25

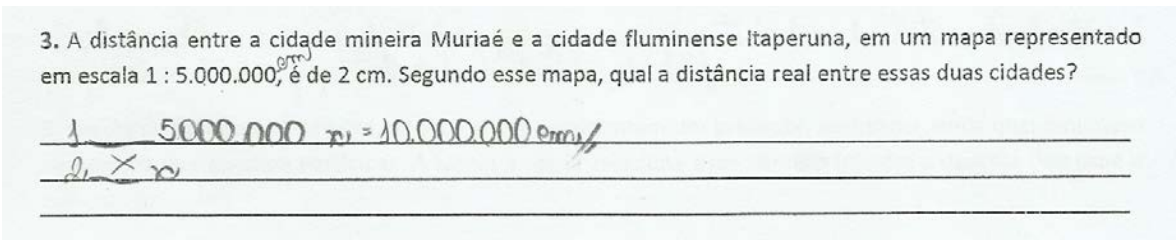

2. A primeira fase da Olimpíada de Matemática contou com a participação de 520 mil alunos. Os organizadores determinaram que a proporção entre aprovados e reprovados fosse de 3 para 7. Quantos estudantes passarão para a próxima fase da Olimpíada?

$\frac{520\,000}{x} = \frac{3}{7}$ $x = \frac{3.640.000}{3} \cong 1.213.333$ estudantes.

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 3 foi elaborada pela pesquisadora de forma a contemplar a competência H11 do ENEM: “Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano” (INEP, 2012). Nove alunos erraram a questão e onze deixaram em branco. Dos onze alunos que acertaram a questão, cinco resolveram utilizando a regra de três, conforme é possível observar na resposta do aluno A26 (Figura 14). Fonseca (2017), analisando a resolução de uma questão equivalente, concluiu que alguns alunos não conseguiram montar a regra de três, necessária para a resolução da questão por este método. Verificou-se que a maioria dos alunos não domina essa habilidade, conforme também foi visto por (FIOREZE, 2010).

Figura 14 – Resolução da questão 3 do pré-teste, registrada pelo aluno A26

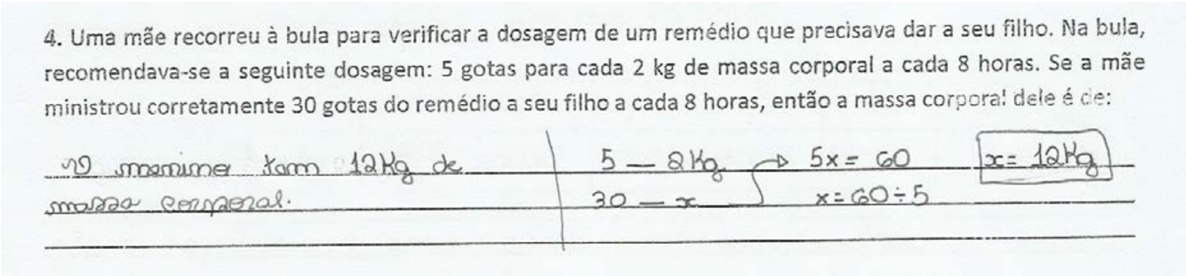

3. A distância entre a cidade mineira Muriaé e a cidade fluminense Itaperuna, em um mapa representado em escala 1 : 5.000.000 cm, é de 2 cm. Segundo esse mapa, qual a distância real entre essas duas cidades?

1 — 5000 000   x = 10.000.000 cm //
2 × x

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 4 foi extraída da prova do ENEM – 2012, e selecionada objetivando testar a capacidade dos alunos em resolverem questões com o envolvimento de grandezas diretamente proporcionais. Vinte e cinco alunos acertaram a questão e, destes, quatorze empregaram a regra de três (Figura 15), sendo que os demais utilizaram estratégias diversas. Seis alunos erraram a questão, e não foi possível analisar os procedimentos por eles utilizados, pois a maioria deixou apenas a resposta final registrada. Esta é a questão com o maior número de acertos.

Figura 15 – Resolução da questão 4 do pré-teste, registrada pelo aluno A30


4. Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

A menina tem 12Kg de massa corporal.

5 — 2Kg
30 — x

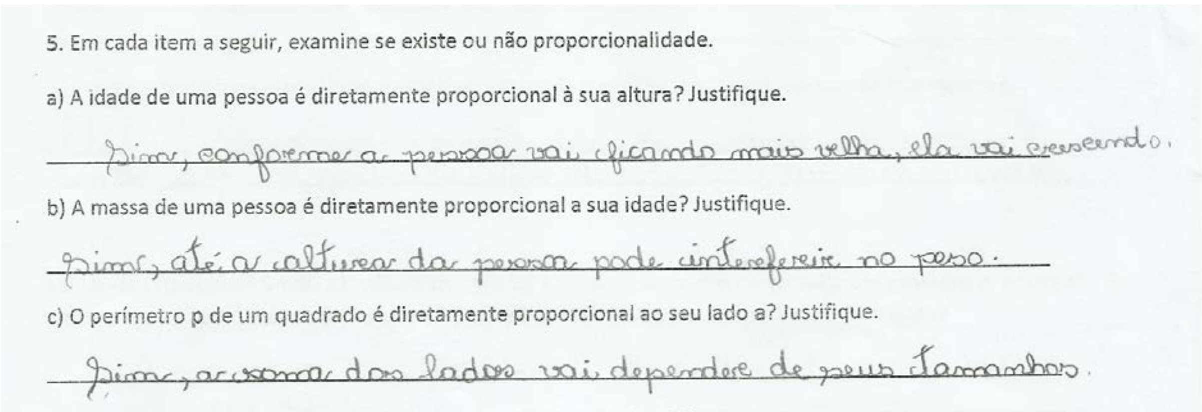
5x = 60
x = 60 ÷ 5

$\boxed{x = 12Kg}$

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 5 foi elaborada pela pesquisadora com o objetivo de analisar a capacidade dos alunos em diagnosticarem relações não-proporcionais, ou seja, de perceberem que nem todas as relações entre grandezas são proporcionais. Para cada item, tem-se a seguinte distribuição de respostas: item a) 19 acertos; 11 erros e uma questão em branco; item b) 18 acertos e 13 erros. Tanto o item a) quanto o item b) não representam relações proporcionais. Quando a altura ou a massa de uma pessoa dobra, não é verdade que sua idade também dobra, logo, não são proporcionais. No item c) nenhum aluno apresentou uma resposta coerente, respondendo de forma vaga (Figura 16).

Figura 16 – Resolução da questão 5 do pré-teste, registrada pelo aluno A25


5. Em cada item a seguir, examine se existe ou não proporcionalidade.

a) A idade de uma pessoa é diretamente proporcional à sua altura? Justifique.

Sim, conforme a pessoa vai ficando mais velha, ela vai crescendo.

b) A massa de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade? Justifique.

Sim, até a altura da pessoa pode interferir no peso.

c) O perímetro p de um quadrado é diretamente proporcional ao seu lado a? Justifique.

Sim, a soma dos lados vai depender de seus tamanhos.

Fonte: Dados da pesquisa

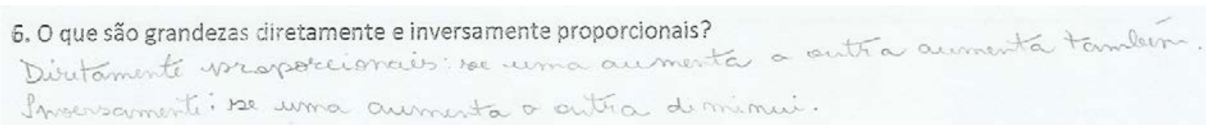
Os alunos poderiam explicar, no item c), que duplicando, triplicando, quadruplicando, etc. a medida do lado, o perímetro fica, respectivamente, duplicado, triplicado, quadruplicado, etc. O perímetro de um quadrado é igual a quatro vezes seu lado. Se o lado aumenta o perímetro aumenta proporcionalmente. Nesta questão, objetivou-se atestar se o aluno era capaz de reconhecer que a proporção não está presente em todas as relações entre grandezas. Pretendeu-se, também, diagnosticar a manifestação da ilusão da linearidade, presente no trabalho de Rezende (2013), pela qual os alunos tendem a encontrar proporcionalidade em quaisquer relações entre duas grandezas, o que também foi verificado na presente pesquisa.

A ilusão da linearidade é um fenômeno profundamente enraizado e resistente a diferentes metodologias de ensino, o que faz com que sua desconstrução seja muito difícil. As principais razões para sua ocorrência são: a proporcionalidade é simples e intuitiva, e as pessoas tendem a empregá-la de forma automática, e só percebem o erro quando se deparam com uma situação na qual não é possível utilizá-la; a segunda razão é a forma como a proporcionalidade é ensinada, com ênfase a comparações em relações não-lineares e problemas do tipo “dados três valores, encontre o valor que falta”, solucionados por meio de regra de três; e, por fim, a terceira razão para a persistência deste fenômeno é a falta de compreensão de conteúdos específicos, necessários para a resolução das questões que envolvem proporcionalidade mas que, em virtude de sua ausência, são substituídos por uma forma mais simples e, obviamente, incorreta de resolução (BOCK et al., 2007 apud REZENDE, 2013).

Em seu trabalho, Rezende (2013) afirma que a ilusão da linearidade foi mais enfraquecida com a aplicação de atividades de Geometria com manipulação de material concreto. Porém os estudantes voltam a empregar o conceito inadequadamente quando são confrontados por situações mais tradicionais. Por fim, se os alunos são avisados que, nas atividades propostas, serão apresentadas tanto situações proporcionais quanto não proporcionais, a taxa de acertos de questões que envolvem grandezas proporcionais diminui, pois os alunos passam a empregar estratégias não proporcionais para a resolução de problemas proporcionais.

A questão 6 foi elaborada com o objetivo de verificar a compreensão dos conceitos de proporcionalidade direta e inversa. Doze alunos deixaram a questão em branco, e dezenove respostas foram consideradas incorretas por não apresentarem o conceito de forma completa (Figura 17). A grande porcentagem de alunos que deixou a questão em branco pode não conhecer ou ter esquecido os conceitos de proporcionalidade. Além disso, nem sempre os conceitos matemáticos são explicitados formalmente pelo professor, o que pode fazer com que o aluno, embora saiba resolver a questão, não tenha condições de formalizar definições.

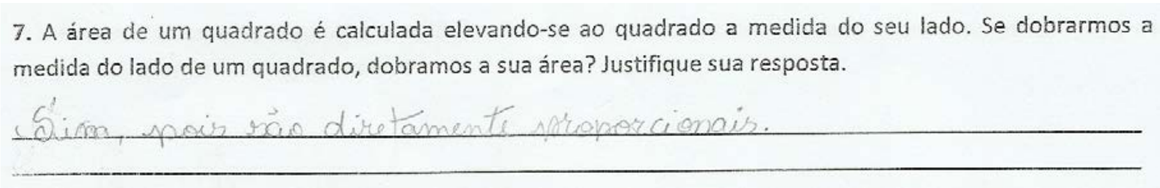
Figura 17 – Resolução da questão 6 do pré-teste, registrada pelo aluno A10


6. O que são grandezas diretamente e inversamente proporcionais?
Diretamenti proporcionais: se uma aumenta a outra aumenta também.
Inversamenti: se uma aumenta a outra diminui.

Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 7 os alunos deveriam verificar se as grandezas envolvidas eram ou não proporcionais, ou seja, mais uma vez perceber que nem todas as relações entre grandezas são proporcionais. Vinte alunos erraram ao afirmarem que as medidas do lado e da área de um quadrado são diretamente proporcionais, como o exemplo da Figura 18. Nesse caso, o perímetro é proporcional à medida do lado, não a área, pois quando se dobra a medida do lado de um quadrado sua área quadruplica.

Figura 18 – Resolução da questão 7 do pré-teste, registrada pelo aluno A6

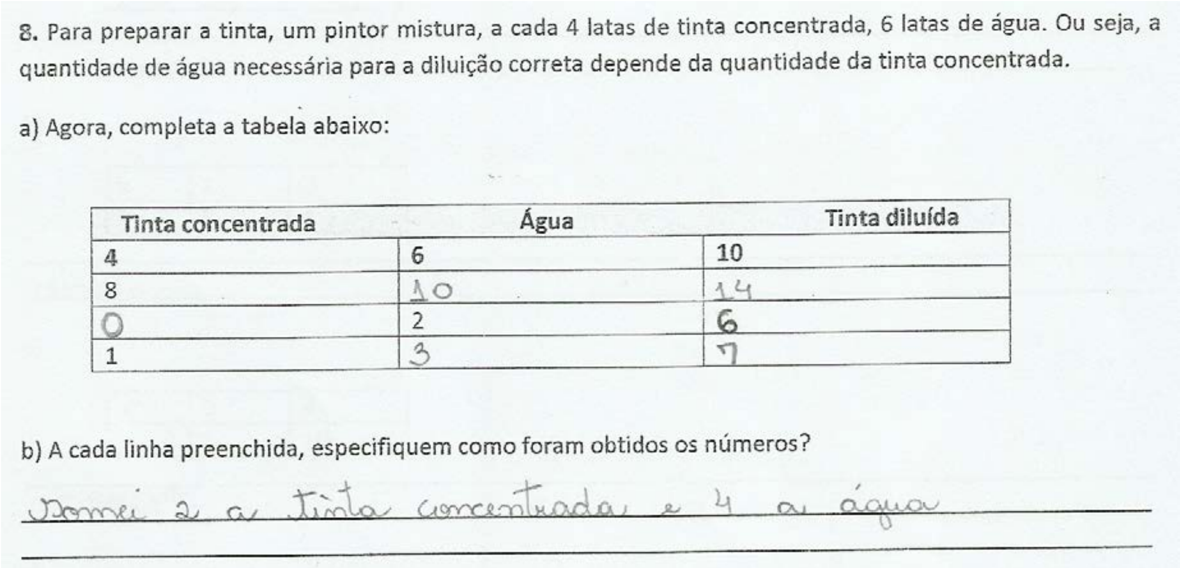

7. A área de um quadrado é calculada elevando-se ao quadrado a medida do seu lado. Se dobrarmos a medida do lado de um quadrado, dobramos a sua área? Justifique sua resposta.

Sim, pois são diretamente proporcionais.

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 8 foi extraída do trabalho de Tinoco (2018), “Como e quando os alunos utilizam o conceito de proporcionalidade”, e foi escolhida para testar a habilidade dos alunos resolverem questões envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Dos dezesseis alunos que acertaram, dez justificaram que as respostas foram obtidas por meio da regra de três; quatro simplesmente escreveram que “em cada lata de tinta se coloca 1,5 L de água” e dois não justificaram suas respostas. Dos quatorze alunos que erraram a questão, seis deles utilizaram soma ou subtração (provavelmente empregando o raciocínio aditivo), como é possível ver o exemplo do aluno A7 na Figura 19; quatro alunos não justificaram e quatro deles responderam apenas a primeira linha da tabela, deixando a resposta incompleta. O uso da diferença para a resolução da questão é a apropriação de um falso teorema, “a proporcionalidade conserva as diferenças”, enquanto um teorema aplicável seria de que a “proporcionalidade conserva as relações” (Vergnaud apud Fioreze, 2010). Essa aplicação incorreta pode ser resultado da forma como esse conceito foi construído no aluno, onde a diferença frequentemente é empregada em comparações.

Figura 19 – Resolução da questão 8 do pré-teste, registrada pelo aluno A7



8. Para preparar a tinta, um pintor mistura, a cada 4 latas de tinta concentrada, 6 latas de água. Ou seja, a quantidade de água necessária para a diluição correta depende da quantidade da tinta concentrada.

a) Agora, completa a tabela abaixo:

Tinta concentrada	Água	Tinta diluída
4	6	10
8	10	14
0	2	6
1	3	7

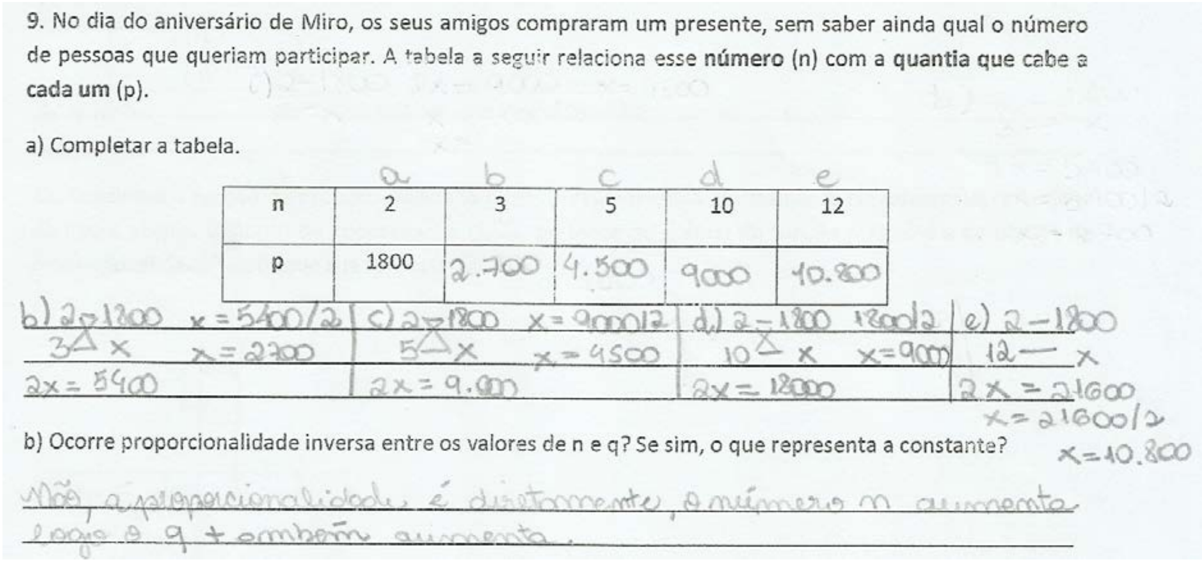
b) A cada linha preenchida, especifiquem como foram obtidos os números?

Somei 2 a tinta concentrada e 4 a água

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 9 foi extraída do trabalho de Giongo et al. (2018), “Atividades envolvendo proporcionalidade direta e inversa” e foi escolhida para verificar a capacidade dos alunos de resolverem questões envolvendo grandezas inversamente proporcionais. No item a) a maioria dos erros ocorreu porque os alunos acreditaram que as grandezas eram diretamente proporcionais (número de pessoas que queriam participar e quantia que cabia a cada um), como é possível ver no exemplo do aluno A2 (Figura 20), quando na verdade, as grandezas eram inversamente proporcionais, e a maioria dos alunos empregaram regra de três para a resolução. Nenhum aluno acertou o item b), pois não foram capazes de identificar o valor do presente como a constante de proporcionalidade. Segundo Fioreze (2010), o uso da regra de três pode ser empregado mecanicamente, segregado do raciocínio proporcional, o que limita a aplicação do mesmo em questões futuras, ou pode haver uma sistematização do processo, com o raciocínio proporcional associado à resolução de problemas com o uso de regra de três.

Figura 20 – Resolução da questão 9 do pré-teste, registrada pelo aluno A2



9. No dia do aniversário de Miro, os seus amigos compraram um presente, sem saber ainda qual o número de pessoas que queriam participar. A tabela a seguir relaciona esse **número** (n) com a **quantia que cabe a cada um** (p).

a) Completar a tabela.

	a	b	c	d	e
n	2	3	5	10	12
p	1800	2.700	4.500	9000	10.800

b) 2—1800 3—x 2x = 5400 x = 5400/2 x = 2700 | c) 2—1800 5—x 2x = 9.000 x = 9000/2 x = 4500 | d) 2—1800 10—x 2x = 18000 x = 18000/2 x = 9000 | e) 2—1800 12—x 2x = 21600 x = 21600/2 x = 10.800

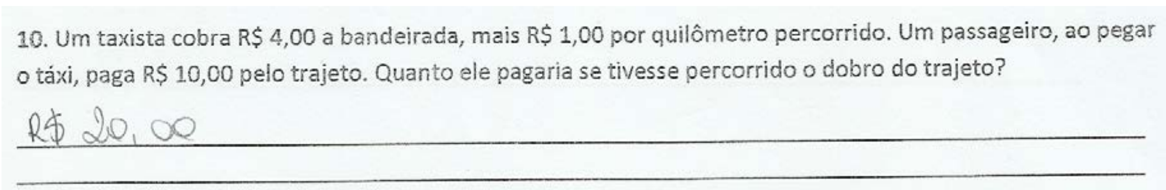
b) Ocorre proporcionalidade inversa entre os valores de n e q? Se sim, o que representa a constante?

Não, a proporcionalidade é diretamente, o número n aumenta logo o q também aumenta.

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 10 foi elaborada para verificar a ilusão da linearidade, discutida no trabalho de (REZENDE, 2013). Dos vinte e um alunos que acertaram, cinco não apresentaram justificativa de como encontraram a resposta. Alguns alunos empregaram a função afim para resolver a questão. Dos nove alunos que erraram a questão, seis utilizaram proporcionalidade direta, considerando que o passageiro pagaria o dobro do valor pelo dobro do trajeto percorrido, como é possível ver no exemplo da Figura 21, e não foi possível identificar o tipo de raciocínio utilizado para a resolução das questões de três alunos. Nesse caso, muitos alunos não foram capazes de perceber que não há linearidade entre as grandezas. Esse confronto entre situações lineares e não-lineares representa um importante passo na compreensão da proporcionalidade.

Figura 21 – Resolução da questão 10 do pré-teste, registrada pelo aluno A24



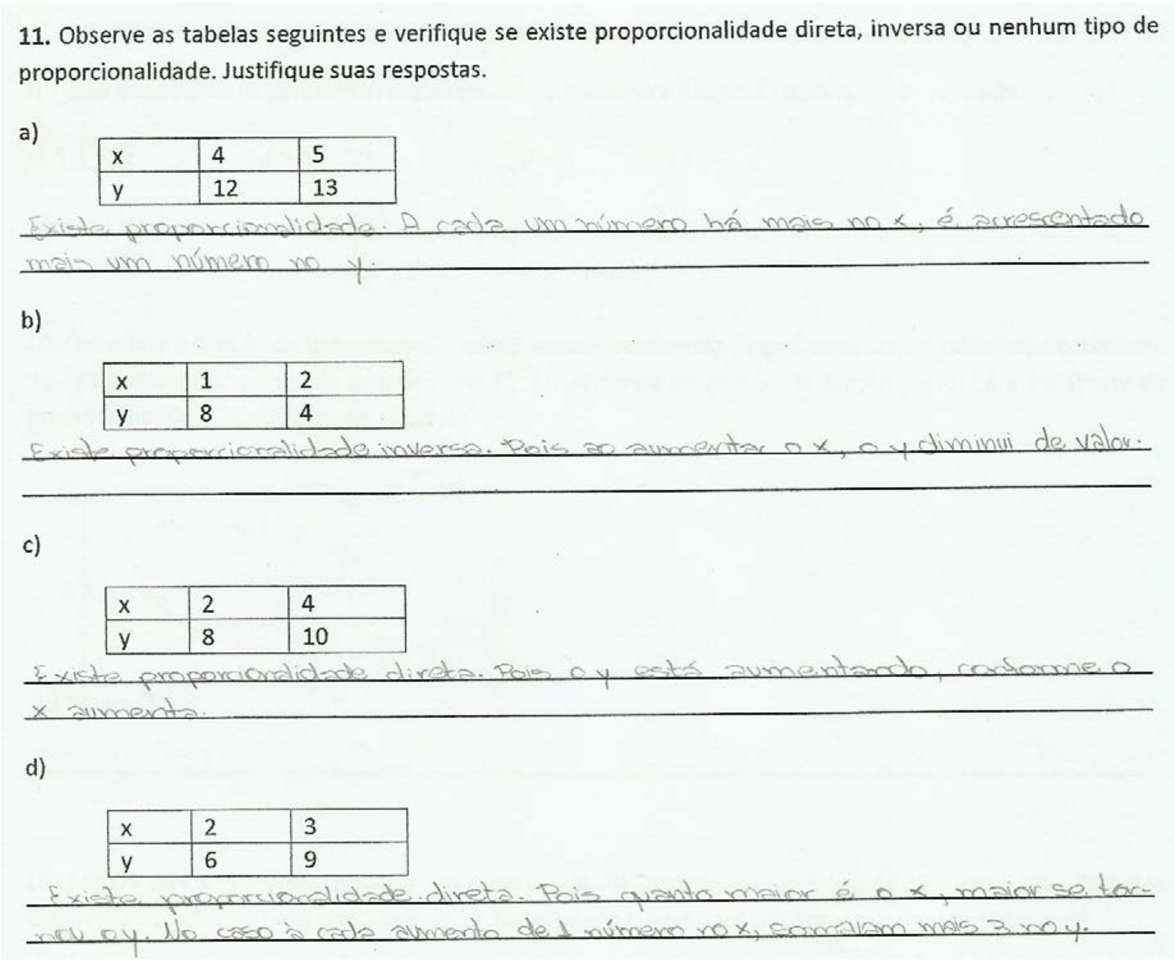
10. Um taxista cobra R$ 4,00 a bandeirada, mais R$ 1,00 por quilômetro percorrido. Um passageiro, ao pegar o táxi, paga R$ 10,00 pelo trajeto. Quanto ele pagaria se tivesse percorrido o dobro do trajeto?

R$ 20,00

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 11 (Figura 22) foi elaborada para verificar se os alunos conseguem diferenciar quando duas sequências são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais. Nenhum aluno acertou esta questão por inteiro (cinco deixaram em branco e, dos que responderam, erraram ou escreveram uma resposta incompleta). Falta aos alunos a compreensão de que, nem sempre que as grandezas crescem ou decrescem é devido a uma relação de proporcionalidade. Fioreze (2010) verificou que, muitas vezes, os alunos utilizam procedimentos aditivos em detrimento de multiplicativos, em problemas que envolvem um raciocínio proporcional.

Figura 22 – Resolução da questão 11 do pré-teste, registrada pelo aluno A8



11. Observe as tabelas seguintes e verifique se existe proporcionalidade direta, inversa ou nenhum tipo de proporcionalidade. Justifique suas respostas.

a)

x	4	5
y	12	13

Existe proporcionalidade. A cada um número há mais no x, é acrescentado mais um número no y.

b)

x	1	2
y	8	4

Existe proporcionalidade inversa. Pois ao aumentar o x, o y diminui de valor.

c)

x	2	4
y	8	10

Existe proporcionalidade direta. Pois o y está aumentando, conforme o x aumenta.

d)

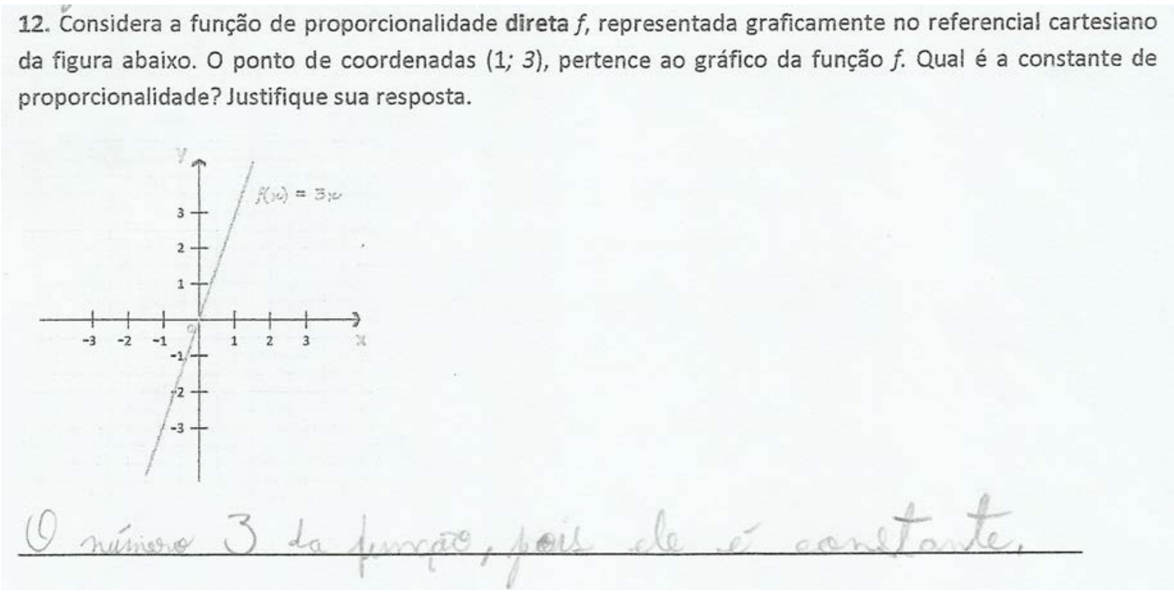
x	2	3
y	6	9

Existe proporcionalidade direta. Pois quanto maior é o x, maior se tornou o y. No caso à cada aumento de 1 número no x, somavam mais 3 no y.

Fonte: Dados da pesquisa

As questões 12, 13 e 14 foram escolhidas para testar a percepção dos alunos quanto à relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear e entre Grandezas Inversamente Proporcionais e Hipérbole. A questão 12 foi respondida corretamente por apenas três alunos que identificaram o "3"como a constante de proporcionalidade, dois deles, inclusive, com justificativas muito simplistas, como visto na Figura 23, e um deles não colocou a justificativa, apenas respondeu "3". Dos alunos que erraram, colocaram respostas diversas como "x, pois x é quem vai coordenador os pontos", "y, pois ele sempre continuará o mesmo", ou "f(x) = 3x". Segundo BRASIL (2006) é importante discutir com os alunos ideias de crescimento, modelo linear ($f(x) = ax$) e proporcionalidade direta dentre outras, e isso pode ser feito com questões similares a esta. Contudo, observa-se pelo resultado, que os alunos apresentam dúvidas sobre o assunto.

Figura 23 – Resolução da questão 12 do pré-teste, registrada pelo aluno A27



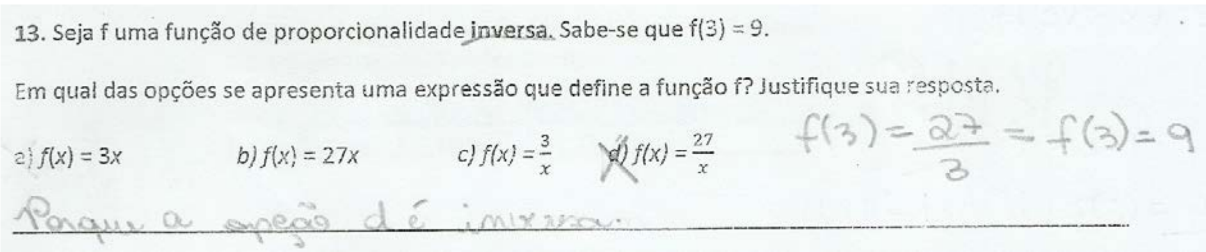
12. Considera a função de proporcionalidade **direta** *f*, representada graficamente no referencial cartesiano da figura abaixo. O ponto de coordenadas (1; 3), pertence ao gráfico da função *f*. Qual é a constante de proporcionalidade? Justifique sua resposta.

O número 3 da função, pois ele é constante.

Fonte: Dados da pesquisa

Apenas um aluno acertou a questão 13, e apresentou uma justificativa, porém, usando um vocabulário muito restrito, o que pode ser observado na Figura 24. A maioria respondeu usando o método de substituição, substituindo o número 3 nas funções. Dos que erraram, onze marcaram a letra (a) da questão, a maioria justificou substituindo o número 3 na função, e dois marcaram a letra (d) sem colocar justificativa.

Figura 24 – Resolução da questão 13 do pré-teste, registrada pelo aluno A2



13. Seja f uma função de proporcionalidade inversa. Sabe-se que f(3) = 9.

Em qual das opções se apresenta uma expressão que define a função f? Justifique sua resposta.

a) $f(x) = 3x$ b) $f(x) = 27x$ c) $f(x) = \frac{3}{x}$ d) $f(x) = \frac{27}{x}$

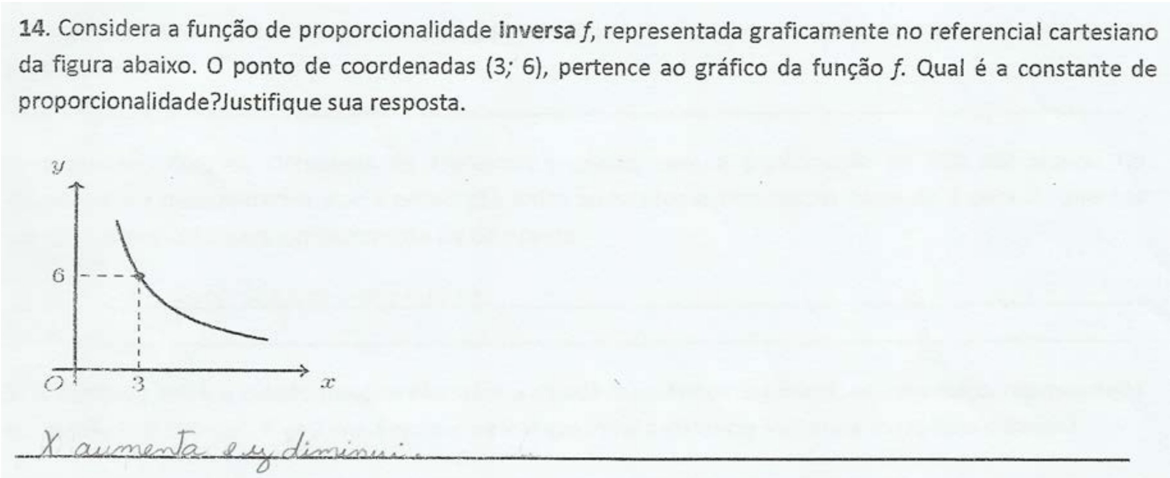
$f(3) = \frac{27}{3} = f(3) = 9$

Porque a opção d é inversa.

Fonte: Dados da pesquisa

Nenhum aluno respondeu corretamente à questão 14 (Figura 25). Segundo BRASIL (2006), pode-se trabalhar proporcionalidade inversa discutindo o modelo de decrescimento ($f(x) = a/x$). É essencial essa discussão nas aulas, uma vez que os alunos não demonstraram possuir as habilidades necessárias para a resolução da questão.

Figura 25 – Resolução da questão 14 do pré-teste, registrada pelo aluno A1



14. Considera a função de proporcionalidade **inversa** f, representada graficamente no referencial cartesiano da figura abaixo. O ponto de coordenadas (3; 6), pertence ao gráfico da função f. Qual é a constante de proporcionalidade?Justifique sua resposta.

X aumenta e y diminui.

Fonte: Dados da pesquisa

Após a análise das questões do pré-teste, chegou-se às seguintes constatações, que merecem atenção do pesquisador:

- Muitos alunos desconhecem o conceito de razão;
- Grande parte dos alunos tem dificuldade em resolver questões que envolvem proporcionalidade por meio de regra de três, desconhecendo essa estratégia de resolução;
- A ilusão da linearidade foi constatada quando alguns alunos empregaram proporcionalidade para resolver questões onde o conceito não se aplica;
- Os alunos demonstram desconhecer os conceitos de proporcionalidade direta e inversa;
- Grande parte dos alunos tem dificuldade em diferenciar grandezas diretamente proporcionais de grandezas inversamente proporcionais;
- Os alunos tendem a acreditar que duas grandezas são diretamente proporcionais, quando na verdade são inversamente proporcionais;
- Os alunos desconhecem o conceito de constante de proporcionalidade;
- A relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear e entre Grandezas Inversamente Proporcionais e Hipérbole não é do domínio de nenhum aluno

4.4 Aplicação da Sequência Didática e análise de dados

As atividades desta sequência didática, disponíveis no Apêndice G, foram aplicadas em uma turma com total de 37 alunos matriculados e, no total, 34 deles participaram da pesquisa. Os alunos foram denominados A1, A2, A3... A34.

4.4.1 Atividade 1

A **Atividade 1** foi desenvolvida no laboratório de informática, em um tempo de aula (50min), objetivando recordar o conceito de razão pois, conforme verificado nas análises do pré-teste, este conteúdo não era de total domínio dos alunos. A atividade é composta por vários desafios, e os alunos foram divididos em 17 duplas (denominadas por letras maiúsculas de A a Q).

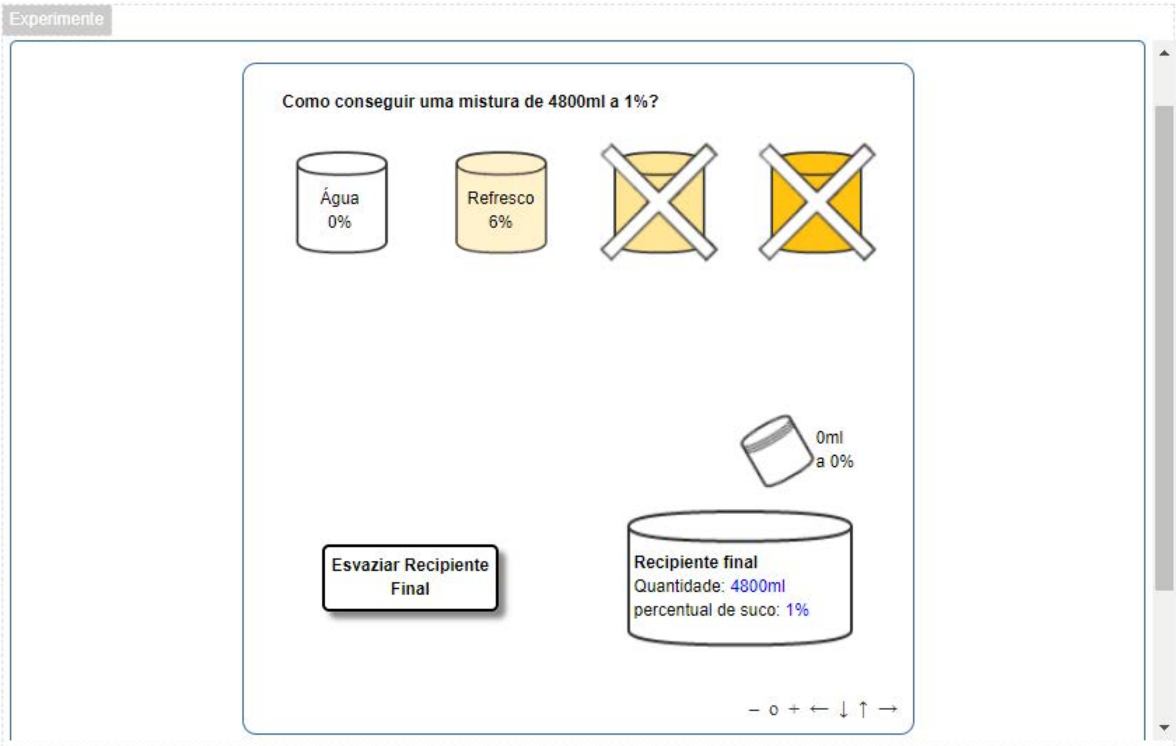
Os alunos já se mostraram bastante animados somente por estar em um laboratório de informática, o que levou a pesquisadora a questionar o uso deste espaço, com o potencial para o desenvolvimento das mais variadas atividades suportadas por recursos tecnológicos. A atividade foi iniciada com a apresentação de seus objetivos, buscando situar os alunos e despertá-los para o que se espera que eles aprendam e introduzindo o uso do aplicativo (Figura 26). Após uma introdução sobre o conceito de razão, os alunos foram questionados sobre a aplicação de tais conceitos. Em seguida, lançou-se uma pergunta para despertar a curiosidade dos alunos: *O que diferencia suco, refresco e néctar?*

Figura 26 – Aluna realizando a Atividade 1 no aplicativo “Suco, néctar ou refresco”

Fonte: Registros da atividade

Poucos alunos tentaram responder à pergunta, então foram entregues as folhas de atividades. Foi solicitado que os alunos acessassem o aplicativo e lessem as instruções da folha. A pesquisadora explicou a atividade e também instruiu os alunos sobre o funcionamento do aplicativo. Quando uma dupla apresentava alguma dúvida, a pesquisadora buscava saná-la. Na atividade, os alunos deveriam conseguir separar no Recipiente Final a quantidade de líquido na porcentagem solicitada, como é possível ver no exemplo da Figura 27:

Figura 27 – Exemplo de desafio proposto da simulação no aplicativo "Suco, néctar e refresco"



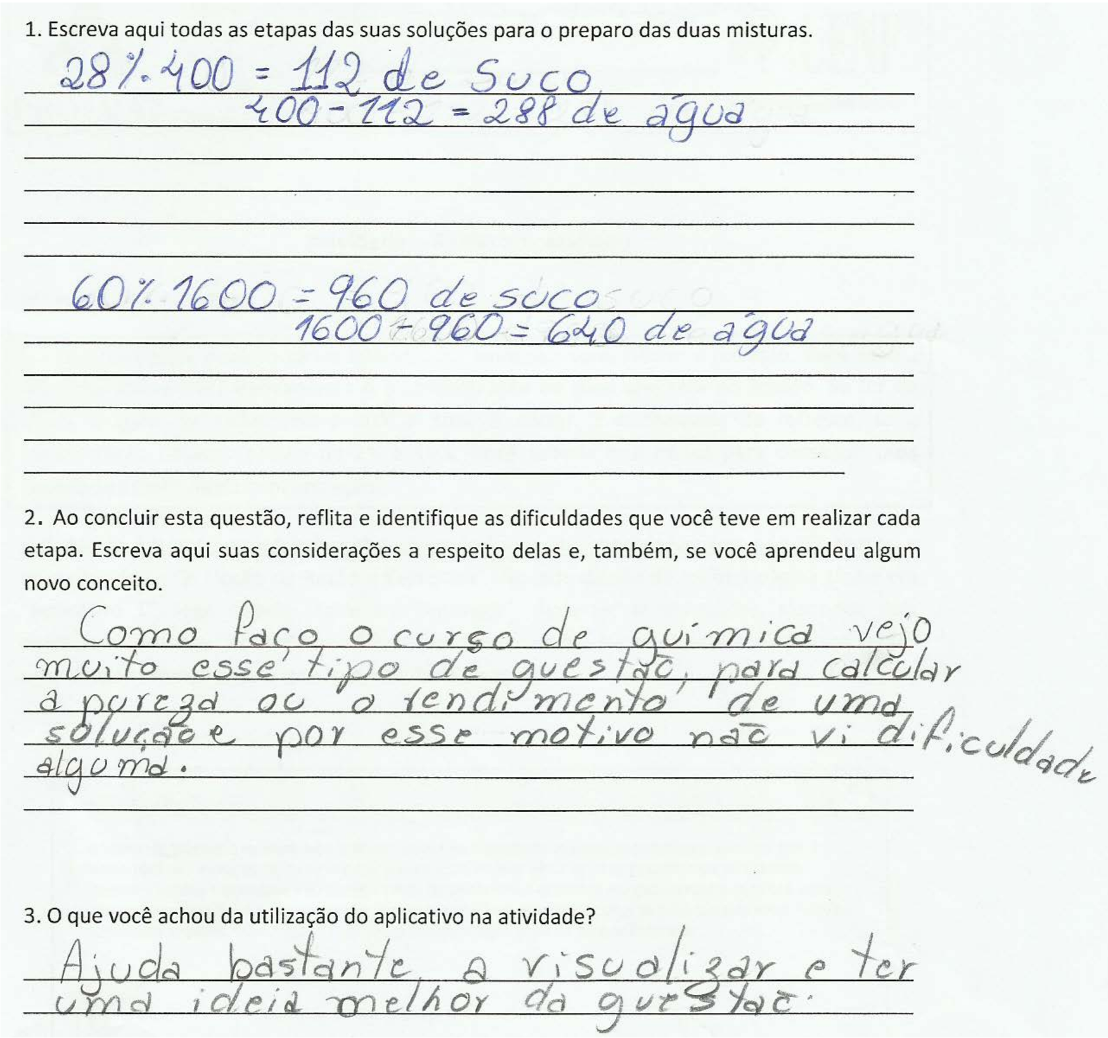
Fonte: Portaldosaber (2018b)

Os alunos não apresentaram muitas dificuldades. Porém, quando foi apresentado um desafio onde não era possível usar a opção "100% de suco", muitos não conseguiram obter o resultado adequado. Então foi solicitado aos alunos que conseguiram obter a resposta correta que compartilhassem a forma de resolução com seus colegas, potencializando o aprendizado com os pares e valorizando o saber dos outros alunos.

Enquanto resolviam, os alunos deveriam registrar o processo de resolução nas folhas de atividades, que mais tarde foram analisadas pela pesquisadora. A análise desses registros possibilitou constatar que os alunos souberam calcular a quantidade de cada líquido para fazer a mistura na porcentagem solicitada. É válido destacar que a maioria das duplas solicitou o auxílio da pesquisadora para tirar dúvidas sobre a questão, quando não tinha o recipiente contendo "100% de suco"disponível para utilizá-lo. Nesse modelo do desafio a pesquisadora teve que intervir. Após intervenções, os alunos conseguiram concluir a atividade.

Como é possível observar na Figura 28, o relato do aluno sobre o aplicativo foi extremamente positivo, pois ele destaca em sua fala uma importante característica do recurso tecnológico em questão: tornar o desafio mais ilustrativo, diminuindo a abstração do texto. A imagem tem um grande poder sobre a percepção, e a fala do aluno destaca este aspecto.

Figura 28 – Registro do aluno A34 - Atividade 1


1. Escreva aqui todas as etapas das suas soluções para o preparo das duas misturas.

28%·400 = 112 de Suco
400 - 112 = 288 de água

60%·1600 = 960 de suco
1600 - 960 = 640 de água

2. Ao concluir esta questão, reflita e identifique as dificuldades que você teve em realizar cada etapa. Escreva aqui suas considerações a respeito delas e, também, se você aprendeu algum novo conceito.

Como faço o curso de química vejo muito esse tipo de questão, para calcular a pureza ou o rendimento de uma solução e por esse motivo não vi dificuldade alguma.

3. O que você achou da utilização do aplicativo na atividade?

Ajuda bastante a visualizar e ter uma ideia melhor da questão.

Fonte: Dados da pesquisa

A pesquisadora observou que as duplas estavam conversando umas com as outras, tornando o processo de aprendizagem colaborativo. Esse aprendizado colaborativo é muito importante por mostrar que o conhecimento não se encontra apenas no professor, mas está disseminado por todos os participantes do processo de ensino-aprendizado. Em alguns momentos, a pesquisadora observou que alguns alunos estavam tentando resolver os problemas por meio da regra de três, e então ela sugeriu que eles tentassem outros métodos.

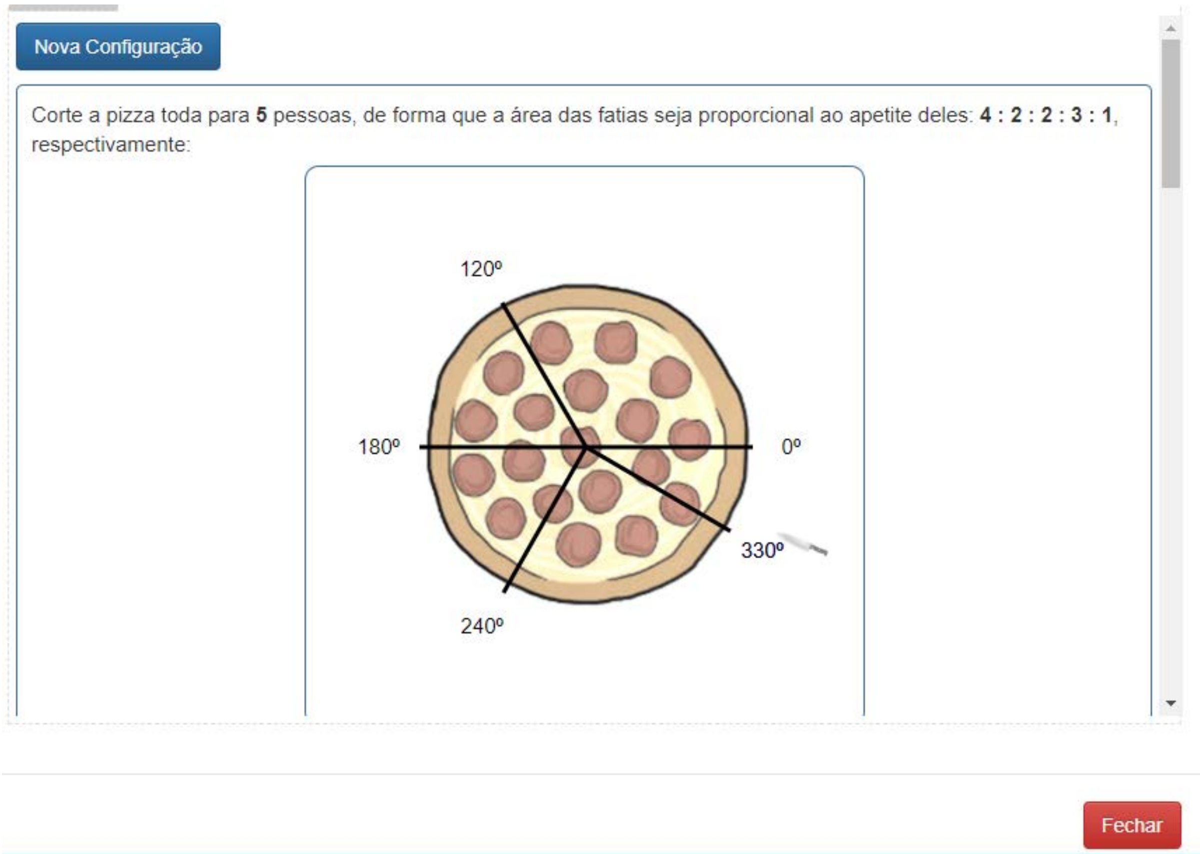
Ao final da primeira etapa a pesquisadora pediu que as duplas realizassem as questões 1, 2 e 3, que constituem: a elaboração escrita de todas as etapas da solução para o preparo de duas misturas; refletir e identificar as dificuldades que tiveram em realizar cada etapa; registrar suas considerações a respeito delas e o que acharam do uso do aplicativo na atividade. Todas as duplas fizeram os relatos.

4.4.2 Atividade 2

A **Atividade 2** foi desenvolvida no laboratório de informática, em um tempo de aula (50min), com os seguintes objetivos: introduzir o conceito de proporção; resolver problemas do cotidiano envolvendo proporções; possibilitar uma melhor compreensão da aplicação do conceito de proporção e relacionar os dados de um problema real, abstraindo os conceitos envolvidos. Os alunos foram divididos em 17 duplas (denominadas por letras maiúsculas de A a Q).

A atividade foi iniciada com a apresentação de seus objetivos, buscando situar os alunos e despertá-los para o que se espera que eles aprendam. Após uma introdução sobre o conceito de proporção, a pesquisadora questionou os alunos sobre a aplicação dos mesmos. Foi lançado o questionamento: *Como fazer para cortar uma pizza segundo uma proporção dada?* Depois de algumas sugestões dos alunos, os mesmos foram direcionados iniciar a atividade. Foi solicitado que os alunos acessassem o aplicativo e lessem as instruções da folha de respostas. A pesquisadora explicou a atividade e também instruiu os alunos sobre o funcionamento do aplicativo. Quando uma dupla apresentava alguma dúvida, a pesquisadora buscava saná-la. Os alunos deveriam cortar uma pizza para um determinado número de pessoas, em proporções definidas (Figura 29).

Figura 29 – Exemplo de desafio proposto da simulação no aplicativo "Cortando a pizza"



Fonte: Portaldosaber (2018a)

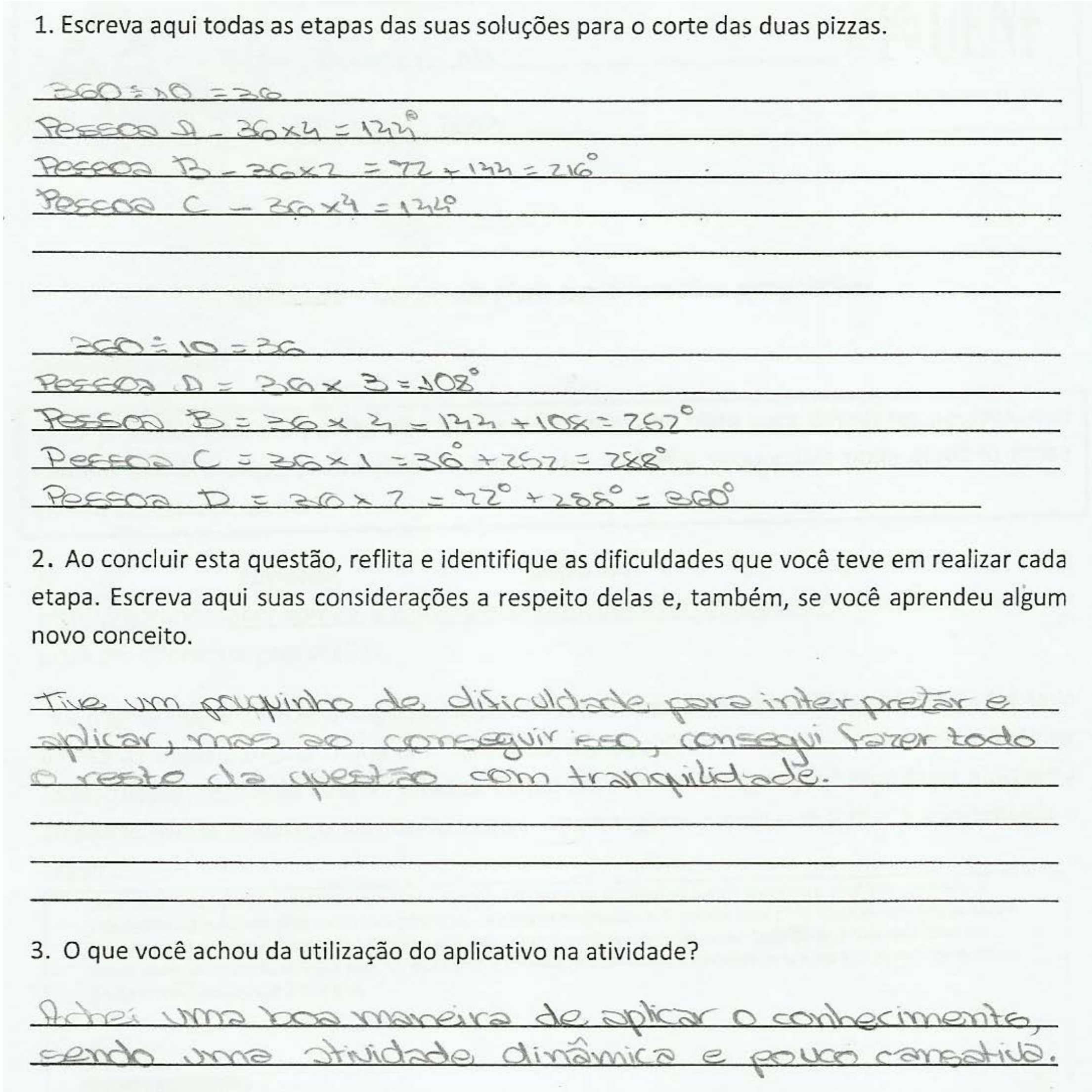
Os alunos realizaram esta atividade sem grandes dificuldades. As intervenções se deram na conferência dos cálculos e no manuseio do aplicativo. Uma dupla solicitou auxílio para entender como deveriam movimentar a faca e, após o atendimento, eles começaram a resolver os problemas. Outra dupla chamou a pesquisadora para verificar os cálculos, uma vez que haviam calculado corretamente, porém o aplicativo indicava que o resultado estava incorreto (na tela aparecia a seguinte mensagem “Errado! Tente de novo"). Ao analisar os cálculos dessa dupla, a pesquisadora pôde constatar que não havia erro, mas que a dupla não havia considerado a ordem dos cortes. Os cortes devem ser feitos no sentido anti-horário, e na ordem que foram apresentados os pedidos de cada pessoa do problema. Então os alunos fizeram outro problema com os cortes na ordem certa. Esta atividade prendeu bastante a atenção dos alunos (Figura 30).

Figura 30 – Alunas realizando a Atividade 2 no aplicativo "Cortando a pizza"

Fonte: Registros da atividade

Os alunos conseguiram cumprir o desafio, como pode ser visto na Figura 31. Nesta mesma figura, podemos observar que os alunos relatam um pouco de dificuldades para “interpretar e aplicar”, mas que, a despeito disso, conseguiram cumprir o que foi proposto. Os alunos também destacaram que a atividade foi “dinâmica e pouco cansativa”. Isso, de certa forma, explicita um importante papel dos recursos tecnológicos: tornar o aprendizado mais agradável do que os velhos métodos expositivos.

Figura 31 – Registro do aluno A8 - Atividade 2



1. Escreva aqui todas as etapas das suas soluções para o corte das duas pizzas.

360 ÷ 10 = 36
Pessoa A - 36x4 = 144°
Pessoa B - 36x2 = 72 + 144 = 216°
Pessoa C - 36x4 = 144°

360 ÷ 10 = 36
Pessoa A = 36 x 3 = 108°
Pessoa B = 36 x 4 = 144 + 108 = 252°
Pessoa C = 36 x 1 = 36° + 252 = 288°
Pessoa D = 36 x 2 = 72° + 288° = 360°

2. Ao concluir esta questão, reflita e identifique as dificuldades que você teve em realizar cada etapa. Escreva aqui suas considerações a respeito delas e, também, se você aprendeu algum novo conceito.

Tive um pouquinho de dificuldade para interpretar e aplicar, mas ao conseguir isso, consegui fazer todo o resto da questão com tranquilidade.

3. O que você achou da utilização do aplicativo na atividade?

Achei uma boa maneira de aplicar o conhecimento, sendo uma atividade dinâmica e pouco cansativa.

Fonte: Dados da pesquisa

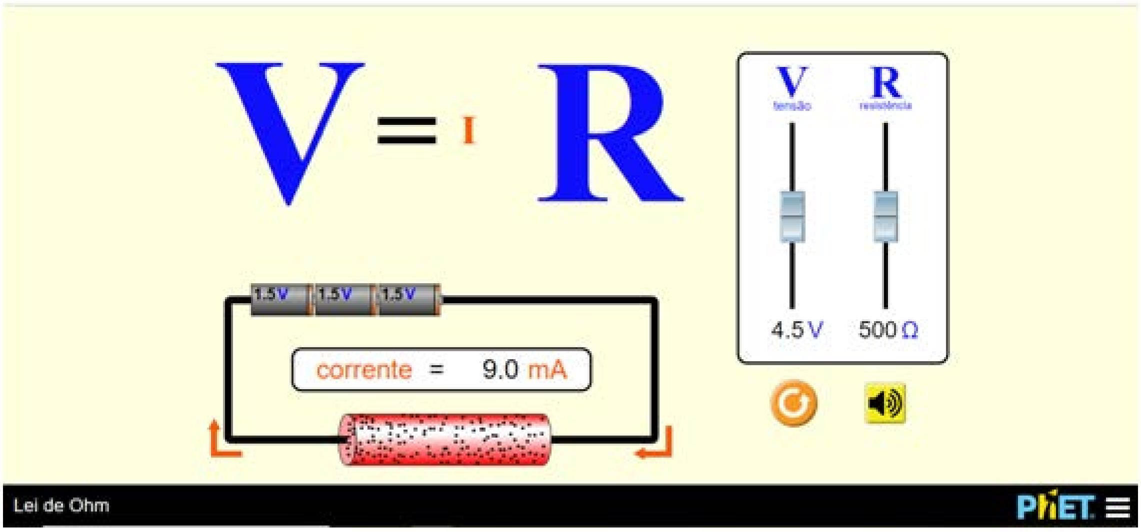
Ao final da atividade a pesquisadora pediu que as duplas realizassem as questões 1, 2 e 3 da atividade, constituída pelas seguintes partes: elaboração escrita de todas as etapas das soluções para o corte de duas pizzas; refletir e identificar as dificuldades que tiveram em realizar cada etapa; escrever suas considerações a respeito delas e o que acharam do uso do aplicativo na atividade. Todas as duplas realizaram os relatos.

4.4.3 Atividade 3

A **Atividade 3** foi desenvolvida no laboratório de informática, em dois tempos de aula (1h40min), com os seguintes objetivos: trabalhar o conceito de proporcionalidade; investigar e identificar variações de proporcionalidade direta e inversa; diferenciar grandezas diretamente e inversamente proporcionais; proporcionar um objeto de manipulação para que os alunos verifiquem as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais e apresentar um exemplo de aplicação multidisciplinar de proporcionalidade. A atividade é composta por duas etapas: a primeira contendo sete questões que abordam o conceito de proporcionalidade direta e a segunda contendo outras sete que abordam o conceito de proporcionalidade inversa, que foram realizadas individualmente por 30 alunos, denominados A1, A2, A3... A30.

A pesquisadora iniciou a atividade explicando brevemente a lei. Em seguida, apresentou os objetivos da atividade. Pediu que os alunos lessem a introdução da atividade para compreenderem um pouco mais sobre a Lei de Ohm, e explicou que o foco não era estudar sobre essa Lei, mas através dela, estudar o conceito de proporcionalidade. Foi solicitado que os alunos acessassem o aplicativo e lessem as instruções contidas na folha de atividades. A pesquisadora explicou a atividade e também instruiu os alunos sobre o funcionamento do aplicativo. Quando alguém apresentava dúvidas, a pesquisadora buscava saná-las. Na tela do aplicativo aparece um circuito elétrico, onde é possível movimentar o botão da tensão e da resistência (Figura 32). Os alunos deveriam seguir os passos descritos na folha de atividades elaborada pela pesquisadora, manuseando o aplicativo sempre que necessário.

Figura 32 – Tela inicial do aplicativo "Lei de Ohm"



Fonte: PhetInteractiveSimulations (2018b)

Considerando os resultados após análise do pré-teste a pesquisadora resolveu iniciar esta atividade questionando os alunos sobre o conceito de proporcionalidade. Além disso, escreveu no quadro uma situação problema que é a cópia da questão 11 aplicada no pré-teste, e pediu que os alunos respondessem. Apesar de alguns alunos terem respondido de forma correta, utilizaram de justificativas incompletas, e outros continuavam a empregar o princípio aditivo para resolver a questão, demonstrando um aprendizado mecânico, empregado sem um entendimento mais profundo. Os alunos realizaram as questões sem maiores dificuldades (Figura 33).

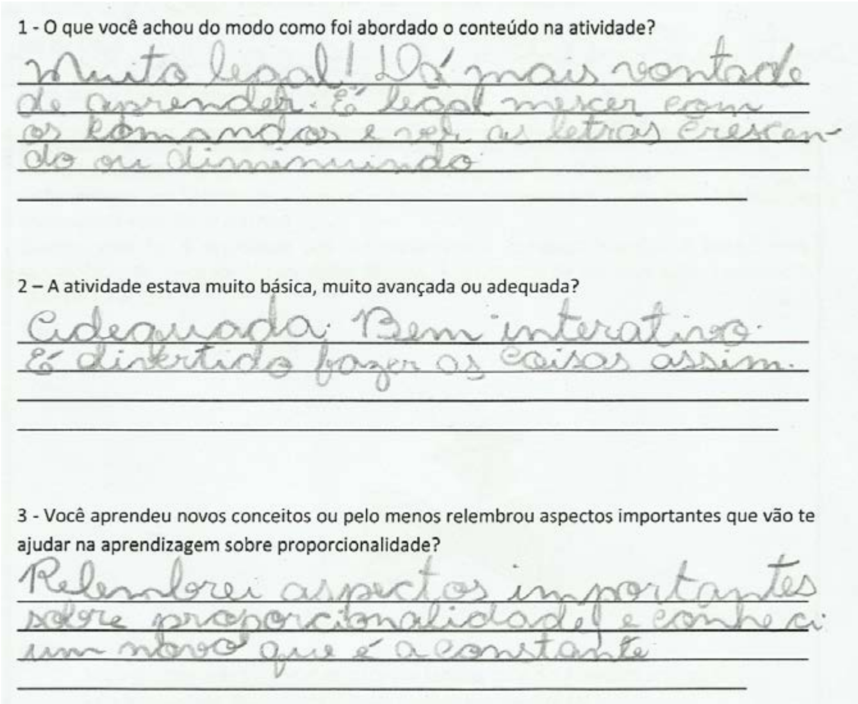
Figura 33 – Alunos manipulando o aplicativo - Atividade 3 "Construindo Conceitos"

Fonte: Registros da atividade

Na realização da sétima questão, a pesquisadora pediu que a turma pausasse temporariamente a atividade. Em seguida propôs alguns questionamentos, como por exemplo: *Havia dado algum número constante? Vocês sabem o que representa esse número?* Após os alunos levantarem algumas hipóteses, a pesquisadora disse que ele representava a constante de proporcionalidade. Ao final dos passos da atividade e das intervenções da pesquisadora, os alunos já tinham informações suficientes para deduzir as implicações das características. Entretanto, considerando o conhecimento matemático como um processo de descobertas, as deduções não ocorreram de imediato.

Durante a execução da atividade, a pesquisadora observou uma situação que merece ser relatada, pois ilustra a importância de promover a reflexão dos alunos sobre as questões, em detrimento de oferecer respostas prontas. O aluno A14 perguntou se, na questão 6 da primeira etapa, também poderia colocar a seguinte resposta: "Elas apresentam uma relação “diretamente” proporcional, visto que se “somarmos” a tensão (V) por um número natural n, a corrente elétrica (I) fica “somada” por n."A pesquisadora compartilhou essa pergunta com a turma, e alguns alunos responderam “não, pois no momento que somar a tensão por um número, a corrente elétrica não fica somada por esse mesmo número". O aluno, então, conferiu no aplicativo esta possibilidade e chegou à seguinte conclusão, "Elas apresentam uma relação “diretamente” proporcional, visto que se “multiplicarmos” a tensão (V) por um número natural n, a corrente elétrica (I) fica “multiplicada” por n". Ao final da realização da atividade a pesquisadora pediu que as duplas realizassem as questões 1, 2 e 3, que constituem: relatar o que acharam do modo como foi abordado o conteúdo na atividade; se a atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada; registrar se aprenderam novos conceitos ou se relembraram aspectos importantes relacionados a proporcionalidade. Todas alunos fizeram os relatos como se pode ver três exemplos nas Figuras 34, 35, 36.

Figura 34 – Registro do aluno A22 - Atividade 2


1 - O que você achou do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

Muito legal! Dá mais vontade de aprender. É legal mexer com os comandos e ver as letras crescendo ou diminuindo

2 – A atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada?

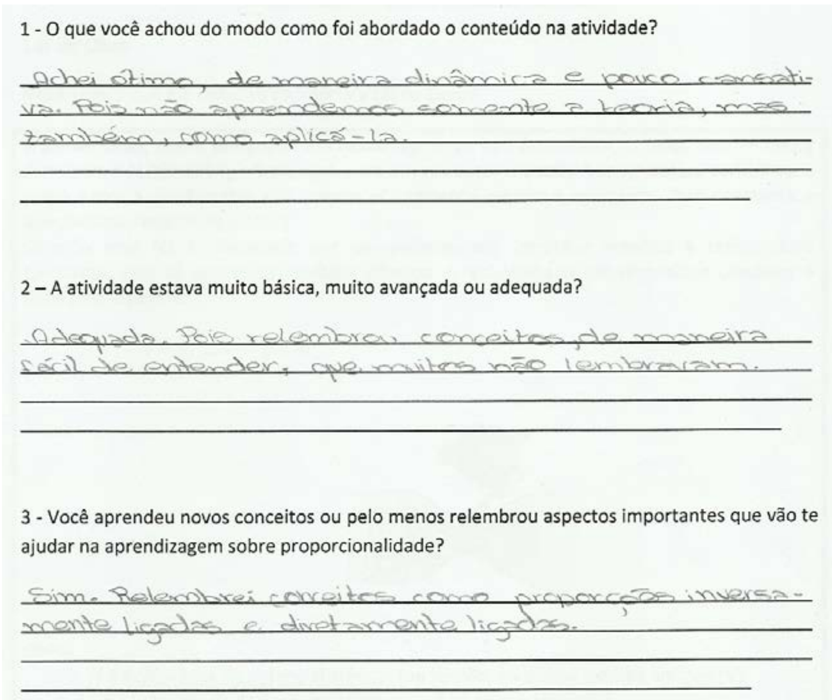
Adequada. Bem interativo. É divertido fazer as coisas assim.

3 - Você aprendeu novos conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

Relembrei aspectos importantes sobre proporcionalidade e conheci um novo que é a constante

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 35 – Registro do aluno A8 - Atividade 2


1 - O que você achou do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

Achei ótimo, de maneira dinâmica e pouco cansativa. Pois não aprendemos somente a teoria, mas também, como aplicá-la.

2 – A atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada?

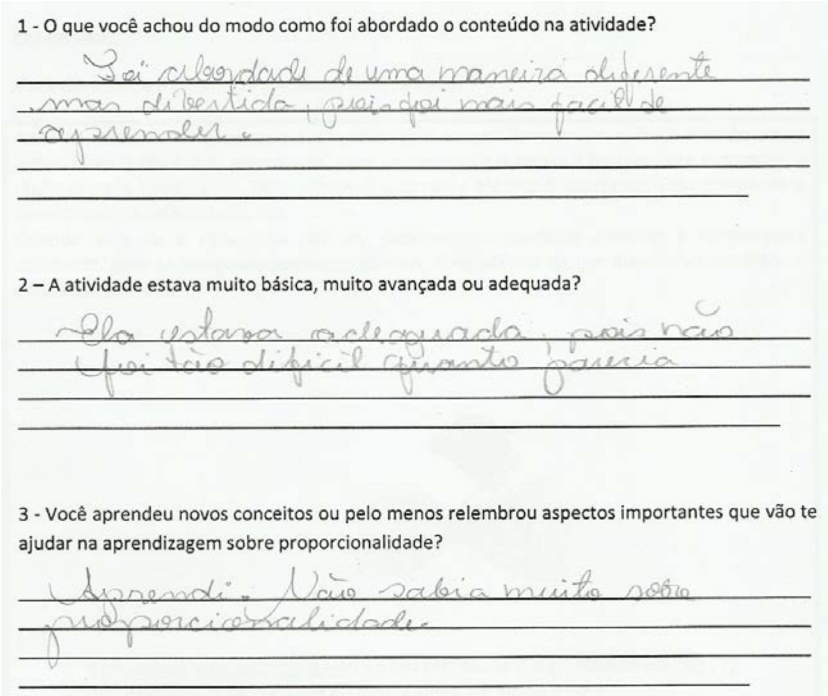
Adequada. Pois relembrei conceitos de maneira fácil de entender, que muitos não lembraram.

3 - Você aprendeu novos conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

Sim. Relembrei conceitos como proporções inversamente ligadas e diretamente ligadas.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 36 – Registro do aluno A18 - Atividade 2



1 - O que você achou do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

Foi abordado de uma maneira diferente mas divertida, pois foi mais fácil de aprender.

2 – A atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada?

Ela estava adequada, pois não foi tão difícil quanto parecia.

3 - Você aprendeu novos conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

Aprendi. Não sabia muito sobre proporcionalidade.

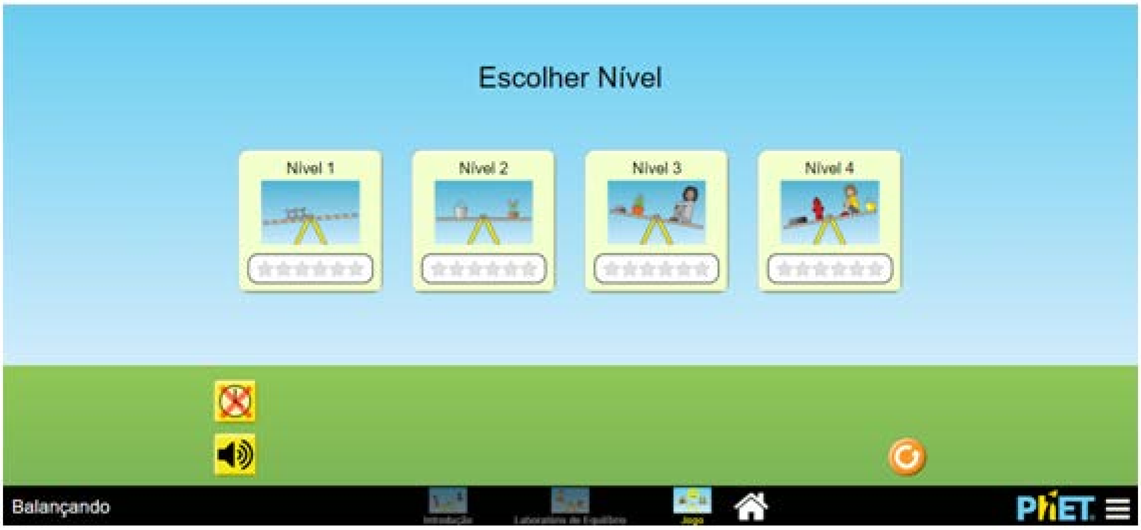
Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 35, o aluno A8 afirma que a forma como o conteúdo foi abordado foi "dinâmica", e ele considerou a atividade adequada. A atividade o permitiu, também, recordar os conceitos de proporcionalidade direta e inversa. Isso explicita a importância destas atividades, permitindo que os alunos resgatem conhecimentos esquecidos. Esta atividade possibilitou trabalhar de forma multidisciplinar, abordando conceitos de Física, porém com enfoque na relação proporcional entre os valores, buscando reforçar a importância de proporcionalidade não apenas para a matemática.

4.4.4 Atividade 4

A **Atividade 4** (Figura 37) foi desenvolvida no laboratório de informática, em um tempo de aula (50min), com os seguintes objetivos: aplicar o conceito de grandezas inversamente proporcionais, abordado na Atividade 3; oportunizar um melhor entendimento do conceito de proporcionalidade e trabalhar o raciocínio proporcional. A atividade foi realizada individualmente por 30 alunos, denominados A1, A2, A3... A30.

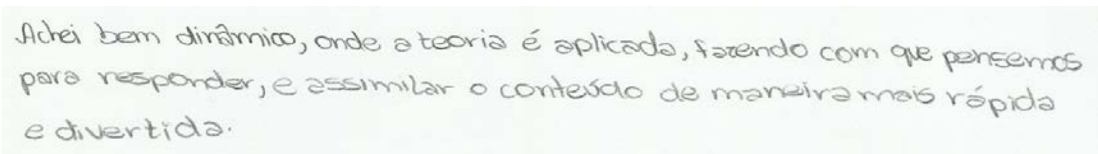
Figura 37 – Tela inicial do aplicativo "Balançando"



Fonte: PhetInteractiveSimulations (2018a)

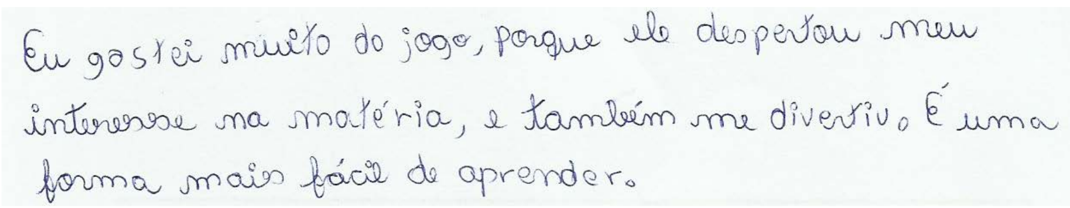
Durante a execução da atividade, a pesquisadora observou que os alunos se ajudavam mutuamente, discutindo os conceitos e solucionando as dúvidas uns dos outros. Uma das características dos jogos e atividade lúdicas em geral, que é proporcionar uma maior aproximação das pessoas, foi verificada durante a execução desta atividade. Todos concluíram a atividade sem maiores dificuldades. Após todos os grupos terem concluído a totalidade dos desafios, a pesquisadora pediu que eles elaborassem um parágrafo avaliando o aplicativo. Nesses depoimentos, os alunos destacaram o potencial do jogo como um recurso didático lúdico e divertido, como é possível observar nos exemplos das Figuras 38, 39, 40.

Figura 38 – Registro do aluno A8 - Atividade 4


Achei bem dinâmico, onde a teoria é aplicada, fazendo com que pensemos para responder, e assimilar o conteúdo de maneira mais rápida e divertida.

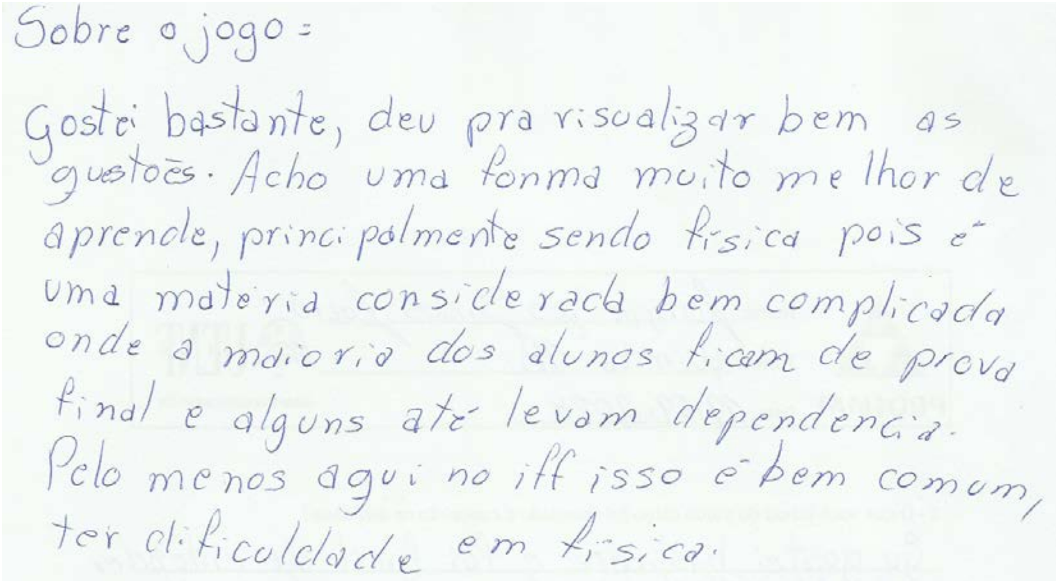
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 39 – Registro do aluno A23 - Atividade 4


Eu gostei muito do jogo, porque ele despertou meu interesse na matéria, e também me divertiu. É uma forma mais fácil de aprender.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 40 – Registro do aluno A34 - Atividade 4


Sobre o jogo:

Gostei bastante, deu pra visualizar bem as qustões. Acho uma fonma muito melhor de aprende, principalmente sendo física pois é uma materia considerada bem complicada onde a maioria dos alunos ficam de prova final e alguns até levam dependencia.
Pelo menos aqui no iff isso é bem comum, ter dificuldade em física.

Fonte: Dados da pesquisa

4.4.5 Atividade 5

A Atividade 5 foi desenvolvida no laboratório de informática, em três tempos de aulas (2h30min), com os seguintes objetivos: estudar a relação de grandezas diretamente proporcionais e função linear ($f(x) = ax$); estudar a relação de grandezas inversamente proporcionais e hipérbole ($f(x) = a/x$); identificar relações proporcionais a partir de gráficos e explorar situações em que as relações não sejam proporcionais. A atividade foi realizada por 12 duplas, identificadas pelas letras maiúsculas de A a L.

A atividade foi adaptada de uma atividade feita por Faria (2016), com introdução de cada atividade adaptada de (IEZZI et al., 2013). A pesquisadora iniciou a atividade com uma discussão sobre os conceitos estudados na Atividade 3 – Lei de Ohm. A atividade foi dividida em três etapas, descritas a seguir.

Etapa I

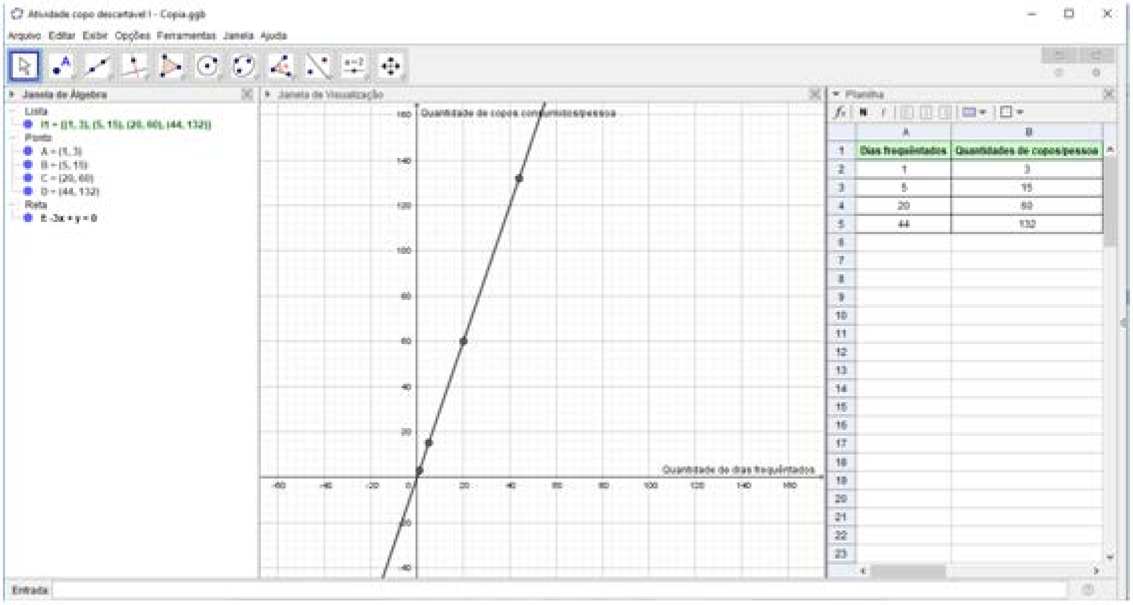
A pesquisadora solicitou que os alunos abrissem o arquivo "Atividade copo descartável I.ggb", de elaboração própria, com base na tese de (FARIA, 2016). Seguiu-se uma conversa sobre consumo do copo descartável. Após esse momento inicial, a pesquisadora pediu que os alunos seguissem seus comandos para a realização da atividade (Figura 41).

Figura 41 – Alunos realizando a Atividade 5 no *Geogebra* - Etapa I "Copos descartáveis"

Fonte: Registros da atividade

Esta atividade é composta de onze questões, nas quais os alunos executavam ações e faziam registros de suas observações para chegarem à relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear. Esta primeira etapa tem como objetivo principal estudar a relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear. As dez primeiras questões foram para trabalhar as características das grandezas diretamente proporcionais. A última questão foi de conscientização, pedindo a opinião dos alunos sobre o impacto do consumo do copo descartável nas condições ambientais. Como ferramenta pedagógica para resolução da atividade foi utilizado o arquivo do GeoGebra elaborado pela pesquisadora que foi denominado "Atividade copo descartável I.ggb". Na questão 1 as duplas deveriam preencher a planilha contida no arquivo, nas questões 2, 3, 4, 5 e 6 as duplas deveriam respondê-las a partir da observação da relação entre os valores encontrados na planilha do arquivo. Nas questões 7, 8, 9 e 10 nos quais os alunos executam ações e respondem perguntas com o objetivo de fazer com que os mesmos investiguem se há uma relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais e Função Linear. Na oitava questão (Figura 42) os alunos deveriam construir o gráfico da quantidade de copos consumidos por pessoa em função da quantidade de dias frequentado por ela.

Figura 42 – Reta construída no *GeoGebra* - Atividade 5 - Etapa I



Fonte: Elaboração própria

Os comandos para construir o gráfico foram:

- Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 5 e clique com o botão direito do mouse em “criar” > “lista de pontos”;
- Selecione a ferramenta "reta";
- Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

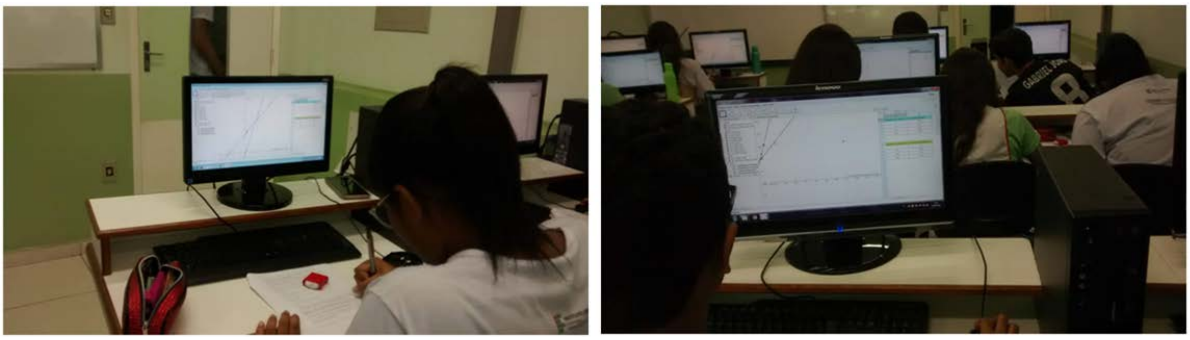
No final a pesquisadora promoveu discussões e socialização dos resultados obtidos, de modo a reforçar os conceitos trabalhados na atividade.

Etapa II

Nesta etapa a pesquisadora optou pelo uso do GeoGebra pela facilidade do mesmo em gerar gráficos a partir de funções, assim como pela flexibilidade do programa, que permite aos alunos fazerem experimentações, verificando rapidamente os resultados.

Inicialmente solicitou que os alunos abrissem o arquivo "Atividade brigadeiro I.ggb", de elaboração própria, baseado na tese de (FARIA, 2016). A primeira questão solicita a expressão algébrica do custo total mensal de produção. A segunda questão solicita a expressão algébrica da receita (faturamento bruto). A terceira questão solicita que os alunos completem duas planilhas uma referente ao custo total e a outra referente a receita (faturamento bruto). A quarta questão solicita que os alunos descrevam qual foi o raciocínio utilizado para completar as planilhas. Da quinta questão à décima primeira as perguntas direcionam para a análise e a verificação das grandezas envolvidas na planilha 1 (Custo total de produção), questionando: que grandezas variam; se há uma relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas; se há uma constante de proporcionalidade; construção do gráfico no GeoGebra com os pares de valores da planilha; verificar se a expressão algébrica no GeoGebra é a mesma encontrada no item 1); descrever que tipo de figura geométrica o gráfico representa e verificar se ele passa por todos os pontos e pela origem. Da décima segunda à décima oitava questão, as perguntas direcionam para a análise e a verificação das grandezas envolvidas na planilha 2 (Receita, faturamento bruto), questionando: que grandezas variam; se há uma relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas; se há uma constante de proporcionalidade; construção do gráfico no GeoGebra com os pares de valores da planilha; verificar se a expressão algébrica no GeoGebra é a mesma encontrada no item 1); descrever que tipo de figura geométrica o gráfico representa e verificar se ele passa por todos os pontos e pela origem (Figura 43).

Figura 43 – Alunos realizando a Atividade 5 no *Geogebra* - Etapa II "Funções custo e receita"



Fonte: Registros da atividade

Os comandos para construir o gráfico (Figura 44) representado pela quantidade de brigadeiros produzidos e custo total foram:

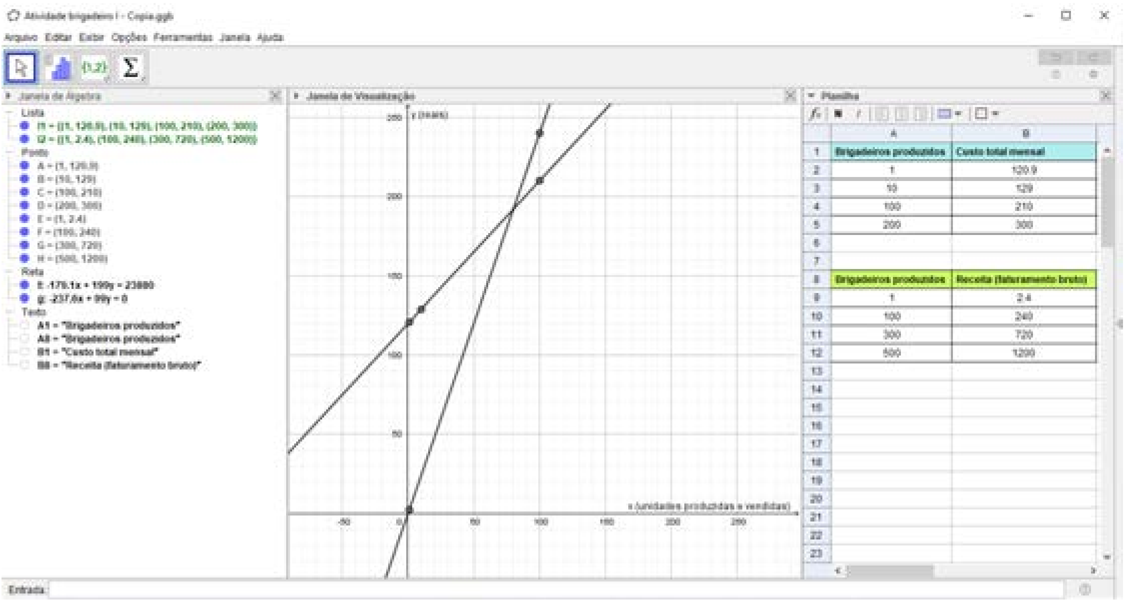
- Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 5 e clique com o botão direito do mouse em “Criar” > “Lista de pontos”;
- Selecione a ferramenta "reta";
- Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

Os comandos para construir o gráfico representado pela quantidade de brigadeiros produzidos e receita (faturamento bruto) foram:

- Selecione as colunas A e B das linhas 9 a 12 e clique com o botão direito do mouse em “Criar” > “Lista de pontos”;
- Selecione a ferramenta "reta";

- Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

Figura 44 – Retas construídas no *GeoGebra* - Atividade 5 - Etapa II



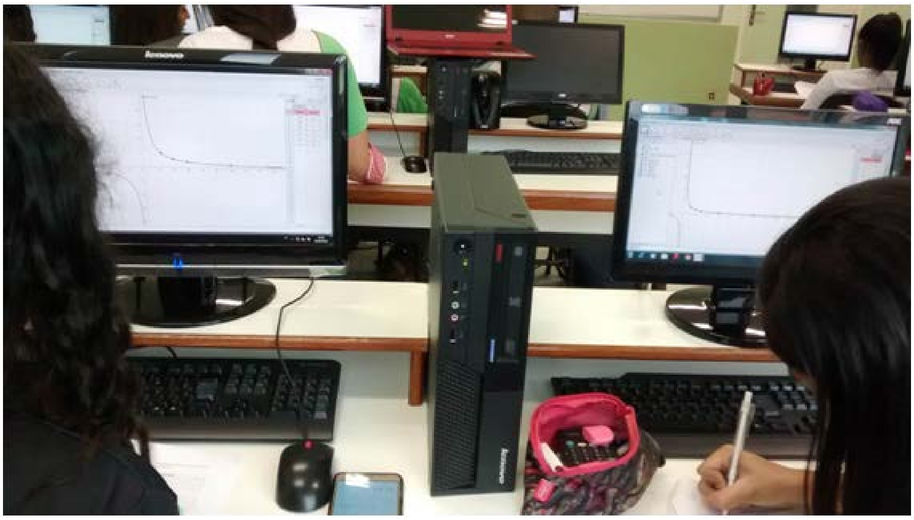
Fonte: Elaboração própria

No final a pesquisadora promoveu discussões e socialização dos resultados obtidos, sempre buscando sintetizar o que foi estudado, de forma a facilitar a apreensão do conhecimento pelos alunos.

Etapa III

A pesquisadora solicitou que os alunos abrissem o arquivo "Atividade vazão I.ggb"e seguissem os comandos contidos na folha de atividade. As dez primeiras questões foram para trabalhar as características de grandezas inversamente proporcionais. A última pergunta é contextualizada, para que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos nas experimentações anteriores. Os alunos não tiveram muitas dificuldades em resolver as questões (Figura 45).

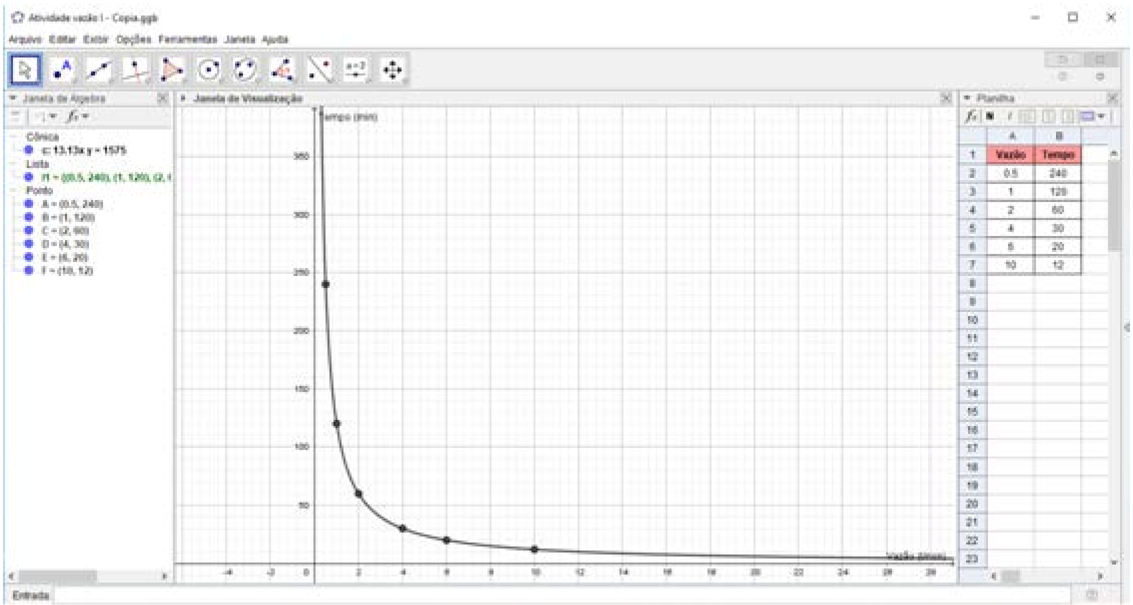
Figura 45 – Alunos realizando a Atividade 5 no *Geogebra* - Etapa III "Vazão"



Fonte: Registros da atividade

Como é possível observar na Figura 46, os alunos deveriam obter um gráfico representando o tempo em função da vazão:

Figura 46 – Hipérbole construída no *GeoGebra* - Atividade 5 - Etapa III



Fonte: Elaboração própria

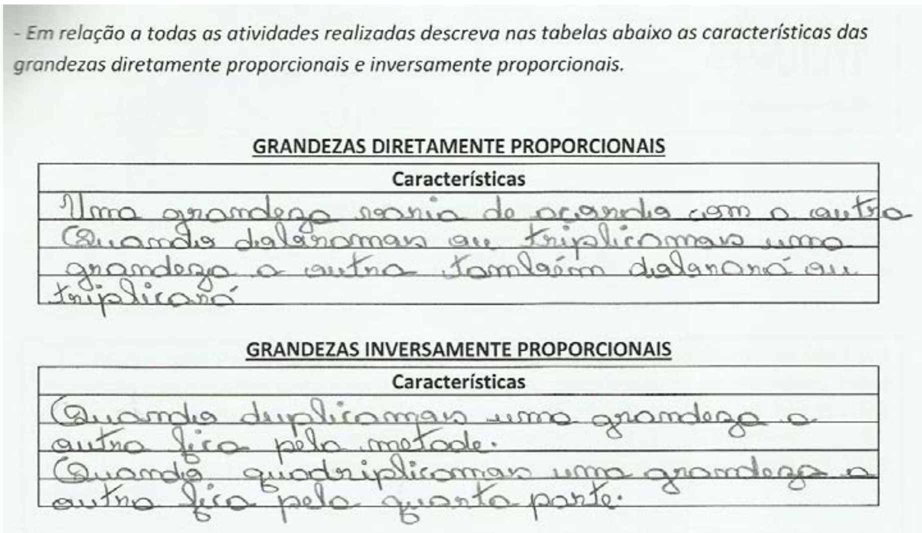
Os comandos para construir o gráfico foram:

- Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 7 e clique com o botão direito do mouse em “Criar”, “Lista de pontos”;

- Clique no ícone de expansão, no canto inferior direito do botão “elipse”, localizado na barra de ferramentas. Após selecione a ferramenta “Cônica por cinco pontos";
- Crie uma cônica passando por cinco dos seis pontos criados na janela de visualização.

Após a realização de toda atividade, os alunos foram convidados, por meio de uma questão, a definirem as características de grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais, como é possível ver nos exemplos das Figuras 47, 48, 49.

Figura 47 – Registro do aluno A9 - Atividade 5



- Em relação a todas as atividades realizadas descreva nas tabelas abaixo as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

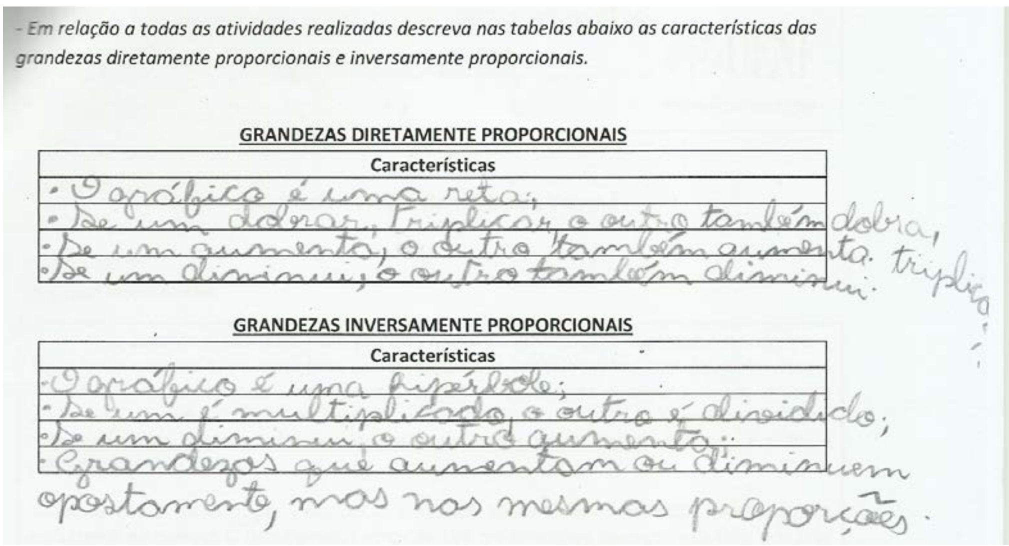
Características
Uma grandeza varia de acordo com a outra
Quando dobramos ou triplicamos uma
grandeza a outra também dobrará ou
triplicará

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Características
Quando duplicamos uma grandeza a
outra fica pela metade.
Quando quadriplicamos uma grandeza a
outra fica pela quarta parte.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 48 – Registro do aluno A22 - Atividade 5



- Em relação a todas as atividades realizadas descreva nas tabelas abaixo as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

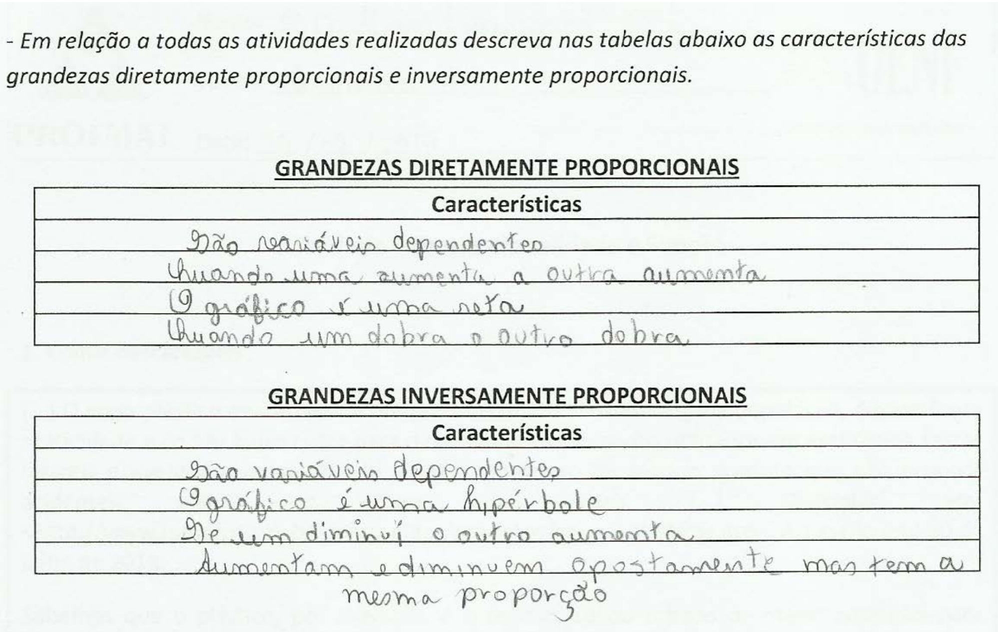
Características
• O gráfico é uma reta;
• Se um dobrar, triplicar o outro também dobra, triplica.
• Se um aumenta, o outro também aumenta.
• Se um diminui, o outro também diminui.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Características
• O gráfico é uma hipérbole;
• Se um é multiplicado o outro é dividido;
• Se um diminui o outro aumenta;
• Grandezas que aumentam ou diminuem opostamente, mas nas mesmas proporções.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 49 – Registro do aluno A23 - Atividade 5



- Em relação a todas as atividades realizadas descreva nas tabelas abaixo as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Características
São variáveis dependentes
Quando uma aumenta a outra aumenta
O gráfico é uma reta
Quando um dobra o outro dobra

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Características
São variáveis dependentes
O gráfico é uma hipérbole
Se um diminui o outro aumenta
Aumentam e diminuem opostamente mas tem a mesma proporção

Fonte: Dados da pesquisa

No final a pesquisadora promoveu discussões e socialização acerca do tema proposto e dos resultados obtidos nas questões. Foi possível observar um avanço dos alunos que aqui, diferentemente do questionário inicial, foram capazes de descrever as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Após a análise das atividades da sequência didática, chega-se às seguintes constatações:

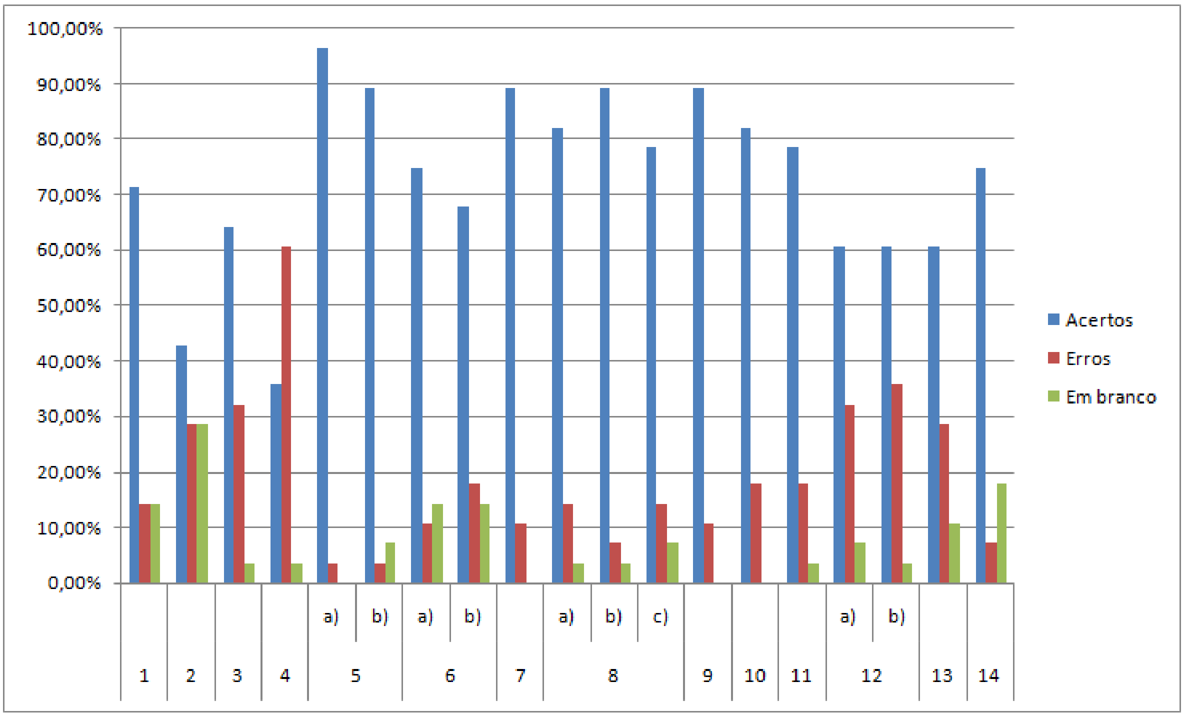
- As atividades desenvolvidas no laboratório de informática despertaram o ânimo dos alunos para o estudo do tema, que se mostraram bem dispostos frente às atividades propostas;
- Os alunos demonstraram compreender o conceito de razão;
- Os alunos demonstraram entender o conceito de constante de proporcionalidade;
- Os alunos conseguiram diferenciar proporcionalidade direta de proporcionalidade inversa;
- Os alunos conseguiram aplicar corretamente, os conceitos de proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa em questões contextualizadas;
- Os alunos conseguiram representar graficamente relações de proporcionalidade entre grandezas;

- Os recursos tecnológicos facilitaram o desenvolvimento das atividades, despertando o interesse dos alunos, como os mesmos relataram.

4.5 Análise do Pós-teste e Questionário investigativo

No Gráfico 31, é possível observar os totais de erros, acertos e questões deixadas em branco pelos alunos ao responderem o pós-teste. Responderam ao teste 28 alunos, no presente trabalho denominados A1, A2, A3... A28.

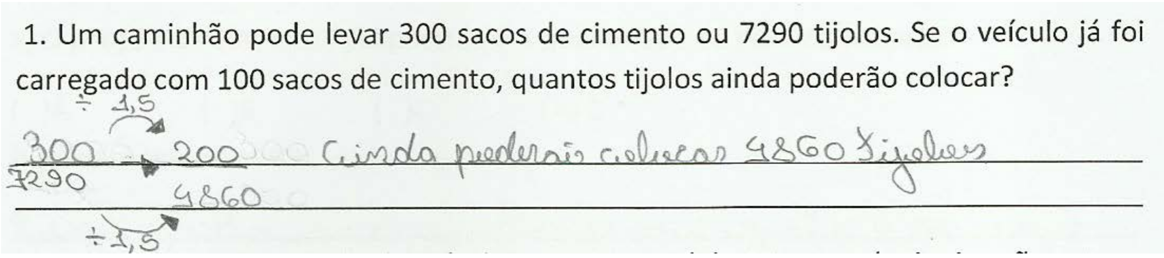
Gráfico 31 – Análise do pós-teste



Fonte: Dados da pesquisa

A questão 1 foi extraída do portal da OBMEP, e é semelhante à questão 1 do pré-teste. Comparando as duas questões, o novo item tem um nível um pouco maior de dificuldade. Contudo, mesmo diante do pequeno aumento de dificuldade, a maioria dos alunos acertou a questão. Não foi possível compreender o raciocínio utilizado pelos alunos que erraram. O aluno A14 resolveu corretamente a questão, utilizando estruturas multiplicativas (Figura 50).

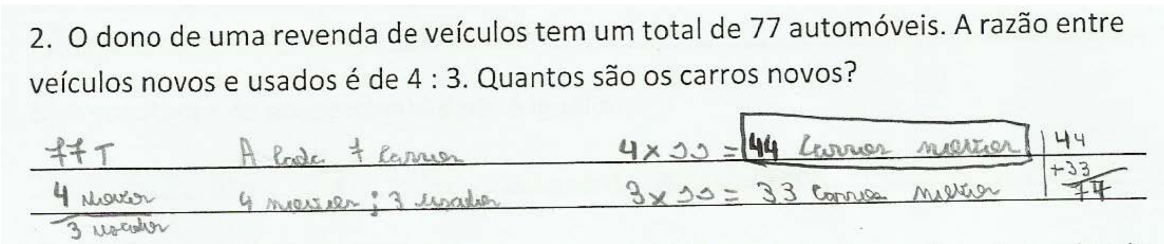
Figura 50 – Resolução correta da questão 1 do pós-teste, registrada pelo aluno A14


1. Um caminhão pode levar 300 sacos de cimento ou 7290 tijolos. Se o veículo já foi carregado com 100 sacos de cimento, quantos tijolos ainda poderão colocar?

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 2 também foi extraída do portal da OBMEP, é semelhante à questão 2 do pré-teste (Figura 51). Em comparação com o pré-teste, houve uma melhora significativa nos resultados desta questão, pois, dos 28 alunos, 12 resolveram corretamente (no pré-teste, de um total de 31 alunos, somente quatro souberam responder). Oito alunos erraram esta questão, destes cinco não justificaram suas respostas, deixando apenas a resposta final; dois usaram regra de três para resolver, empregando todos os dados do problema sem interpretá-lo de forma correta e um aluno dividiu 77 por 4. Oito alunos não resolveram a questão.

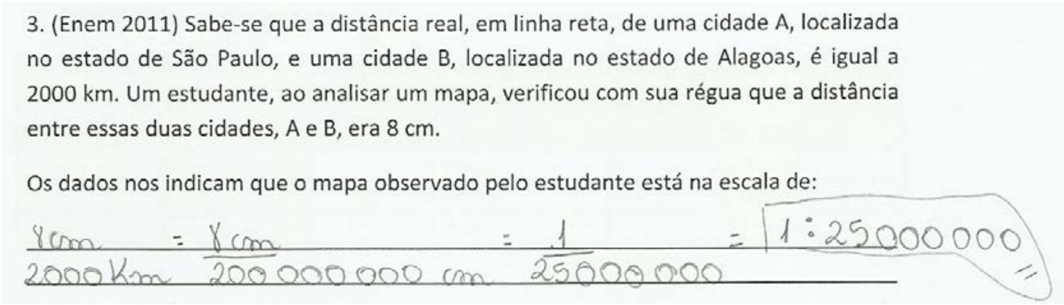
Figura 51 – Resolução correta da questão 2 do pós-teste, registrada pelo aluno A21


2. O dono de uma revenda de veículos tem um total de 77 automóveis. A razão entre veículos novos e usados é de 4 : 3. Quantos são os carros novos?

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 3, extraída da prova do ENEM - 2011, é semelhante à questão 3 do pré-teste (Figura 52). No pré-teste, 11 alunos não resolveram à equivalente desta questão, enquanto que no presente pós-teste apenas um aluno não resolveu a questão. Nove alunos resolveram a questão incorretamente, pelas seguintes razões: três transformaram quilômetros (km) para centímetros (cm) ou cm para km de forma incorreta, ou seja, não souberam colocar na mesma unidade de medida, mesmo a pesquisadora tendo anotado no quadro todas as unidades de medida em ordem, para facilitar as conversões; cinco alunos responderam colocando simplesmente o resultado da divisão dos valores encontrados, ou seja, não apresentaram na forma de escala e, além desse erro, também não souberam converter para a mesma unidade de medida. Um aluno não concluiu a questão.

Figura 52 – Resolução correta da questão 3 do pós-teste, registrada pelo aluno A33


3. (Enem 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, e uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.

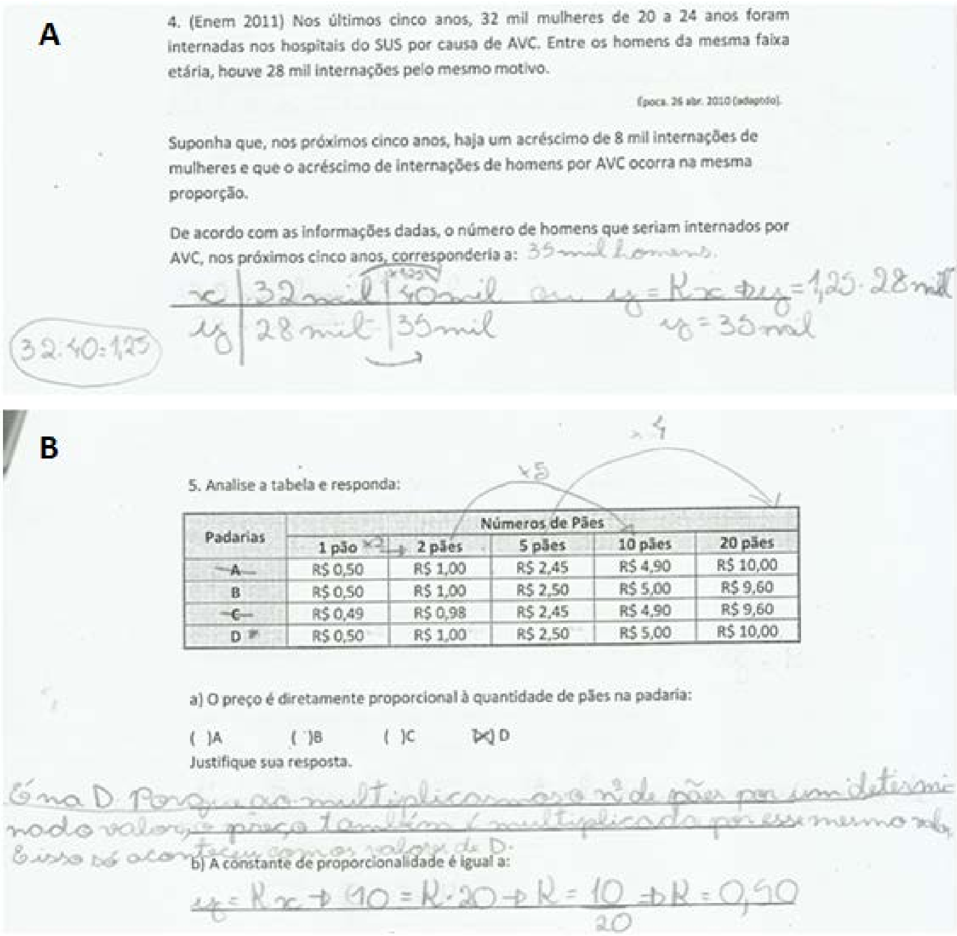
Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de:

$\frac{8\,cm}{2000\,km} = \frac{8\,cm}{200\,000\,000\,cm} = \frac{1}{25\,000\,000} = 1:25\,000\,000$

Fonte: Dados da pesquisa

As questões 4 e 5 foram extraídas da prova do ENEM –2011. A questão 4 é semelhante à questão 4 do pré-teste, porém com um nível maior de dificuldade, e a questão 5 é equivalente à questão 8 do pré-teste (Figura 53). Nestas atividades procurou-se verificar as habilidades dos alunos em resolverem questões envolvendo grandezas diretamente proporcionais e, na questão 5, também trabalhou-se a constante de proporcionalidade.

Figura 53 – (A) Resolução correta da questão 4 do pós-teste, registrada pelo aluno A22 e (B) resolução correta da questão 5 do pós-teste, registrada pelo aluno A22


A

4. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a: 35 mil homens.

x	32 mil	40 mil
y	28 mil	35 mil

ou $y = Kx \Rightarrow y = 1{,}25 \cdot 28$ mil

$y = 35$ mil

$32 : 40 = 1{,}25$

B

5. Analise a tabela e responda:

Padarias	Números de Pães				
	1 pão	2 pães	5 pães	10 pães	20 pães
A	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,45	R$ 4,90	R$ 10,00
B	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,50	R$ 5,00	R$ 9,60
C	R$ 0,49	R$ 0,98	R$ 2,45	R$ 4,90	R$ 9,60
D	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,50	R$ 5,00	R$ 10,00

a) O preço é diretamente proporcional à quantidade de pães na padaria:

( )A ( )B ( )C (X) D

Justifique sua resposta.

É na D. Porque ao multiplicarmos o nº de pães por um determinado valor, o preço também é multiplicado por esse mesmo valor. E isso só aconteceu com os valores de D.

b) A constante de proporcionalidade é igual a:

$y = Kx \Rightarrow 10 = K \cdot 20 \Rightarrow K = \frac{10}{20} \Rightarrow K = 0{,}50$

Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 4, dos dezessete alunos que erraram, quatorze usaram "o princípio aditivo", ou seja, somaram as grandezas. Em duas respostas não foi possível compreender o raciocínio utilizado e um aluno usou de forma errônea a regra de três. Na questão 5 no item (a) apenas um aluno errou, marcando a opção B e no item (b) houve apenas um erro. Analisando mais atenciosamente os resultados desta questão, é possível perceber que alguns erros persistem. O aluno A2 por exemplo, resolveu a questão de forma errônea empregando a regra de três, e o aluno A17 também errou ao empregar o "princípio aditivo" (Figura 54).

Figura 54 – (A)Resolução incorreta da questão 4 do pós-teste, registrada pelo aluno A2 e (B) resolução incorreta da questão 4 do pós-teste, registrada pelo aluno A17

A

4. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptdo).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:

32 mil — 8 mil . 7 mil homens nos
28 mil — x   próximos 5 anos.
32 x — 224
x — 7 mil

B

4. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptdo).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

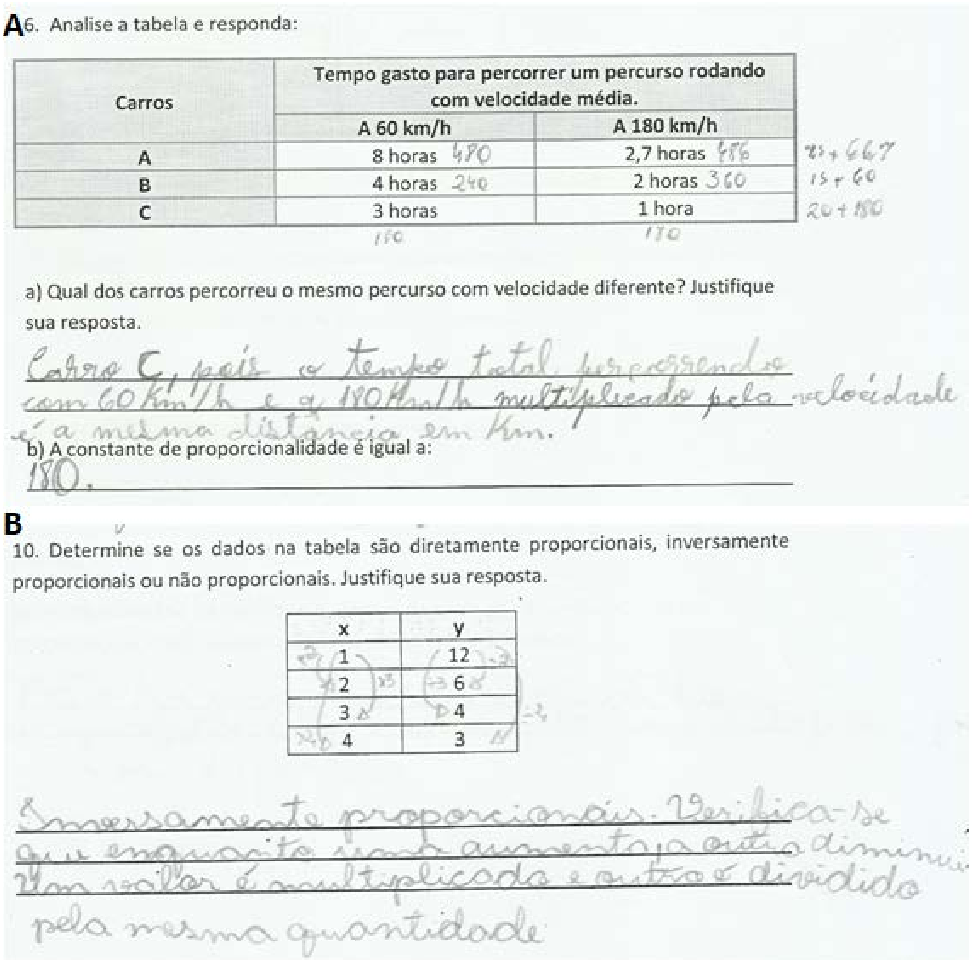
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:

28+8 = 36   R: 36 mil homens

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 6, equivalente à questão 9 do pré-teste, e a questão 10 do pós-teste, foram escolhidas para verificar a habilidade dos alunos de resolverem questões envolvendo grandezas inversamente proporcionais (Figura 55). Na questão 6, no item a), apenas três alunos erraram, por não conseguirem interpretar de forma correta o problema, e apenas cinco alunos erraram o Item b). Cabe aqui destacar que, dos vinte e um alunos que acertaram o item a), dezenove deles responderam corretamente o item b. Apenas cinco alunos responderam incorretamente à questão 10 do pós-teste, com a seguinte distribuição: dois alunos acharam corretamente a constante de proporcionalidade e a expressão da proporcionalidade inversa, mas na resposta indicaram que era diretamente proporcional; dois responderam que não há proporcionalidade e uma resposta não foi possível compreender o raciocínio utilizado.

Figura 55 – (A)Resolução correta da questão 6 do pós-teste, registrada pelo aluno A27 e (B) resolução correta da questão 10 do pós-teste, registrada pelo aluno A22


A6. Analise a tabela e responda:

Carros	Tempo gasto para percorrer um percurso rodando com velocidade média.	
	A 60 km/h	A 180 km/h
A	8 horas 480	2,7 horas 486
B	4 horas 240	2 horas 360
C	3 horas	1 hora
	180	180

a) Qual dos carros percorreu o mesmo percurso com velocidade diferente? Justifique sua resposta.

Carro C, pois o tempo total percorrendo com 60 km/h e a 180 km/h multiplicado pela velocidade é a mesma distância em km.

b) A constante de proporcionalidade é igual a:

180.

B

10. Determine se os dados na tabela são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Justifique sua resposta.

x	y
1	12
2	6
3	4
4	3

Inversamente proporcionais. Verifica-se que enquanto uma aumenta a outra diminui. Um valor é multiplicado e outro é dividido pela mesma quantidade

Fonte: Dados da pesquisa

A questão 7 foi extraída da prova do ENEM –2010, e é equivalente à questão 6 do pré-teste, e a questão 8 é semelhante à questão 11 do pré-teste, porém solicitando um maior número de informações (questionando se as grandezas eram uma relação proporcional ou não, solicitando a constante de proporcionalidade e a expressão algébrica que relaciona as duas variáveis), e foram selecionadas para verificar a compreensão do conceito de proporcionalidade (Figura 56).

Figura 56 – (A)Resolução correta da questão 7 do pós-teste, registrada pelo aluno A14 e (B) resolução correta da questão 8 do pós-teste, registrada pelo aluno A27

A

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente,

a) direta, direta e direta   b) direta, direta e inversa   c) direta, inversa e direta

d) inversa, direta e direta   e) inversa, direta e inversa

Justifique sua resposta.

Porque se a resistência dobra o comprimento dobra, se a área dobra a resistência é dividida por 2, e se a área dobra o comprimento dobra

B

8. Averigue se as grandezas x e y são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Justifique sua resposta.

x	2	4	6	8
y	6	8	10	12

Não proporcionais, pois não apresenta as características de grandezas proporcionais.

x	1	3	5	10
y	60	20	12	6

Inversamente proporcionais, pois a medida que uma aumenta, outra diminui e ao multiplicarmos x e y, se encontra uma constante.

x	1	4	5	6
y	3	12	15	18

Diretamente proporcional, pois dividindo-se y por x, é possível encontrar uma constante

Em caso de haver proporcionalidade indique a constante de proporcionalidade e descobre uma expressão que relacione as duas variáveis.

1ª tabela

Não há.

2ª tabela

$xy = k$ / $k = 60$ $\boxed{y = \frac{60}{x}}$

3ª tabela

$y = kx$ / $k = 3$ / $\boxed{y = 3x}$

Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 7, dos três alunos que erraram, um observou o tamanho da figura e não os dados contidos nela, sem justificar a resposta; um marcou a resposta errada sem justificativa e o terceiro deles marcou a resposta errada com justificativa incoerente. Na questão 8, no item a),apenas quatro alunos resolveram incorretamente, consideraram que as grandezas envolvidas eram diretamente proporcionais e um aluno deixou a questão em branco. No item b) apenas dois alunos responderam incorretamente, dizendo que as grandezas envolvidas não eram proporcionais e um deles deixou a questão em branco. No item c) obteve-se apenas quatro respostas incorretas e uma em branco. Teve um número expressivo de acertos; no pré-teste apenas no item b) teve dois alunos que responderam corretamente, nos itens a), c) e d) não houve acertos no pré-teste, no pós-teste, esse número passou de 23 a 25 alunos que acertaram.

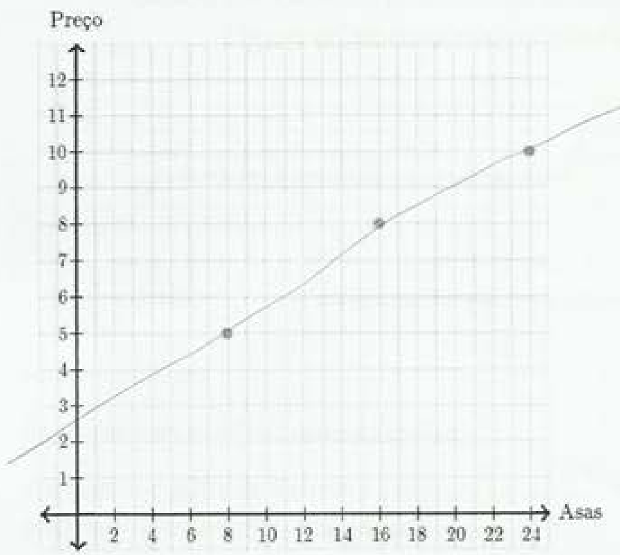
A questão 9, extraída do site da Khan Academy, e a questão 11, extraída da prova do ENEM - 2009, são equivalentes às questões 5, 7 e 10 do pré-teste e foram escolhidas para explorar situações em que as relações não fossem proporcionais e identificar relações proporcionais a partir de gráficos (Figura 57).

Figura 57 – (A)Resolução correta da questão 9 do pós-teste, registrada pelo aluno A20 e (B) resolução correta da questão 11 do pós-teste, registrada pelo aluno A8

A 9. No restaurante Asa Milanesa, o preço das asas de frango depende do número de asas que você pede.

Asas	8	16	24
Preço	R$ 5,00	R$ 8,00	R$ 10,00

Seguem marcado no plano cartesiano os pares ordenados da tabela.



No restaurante Asa Milanesa, o preço das asas de frango é proporcional ao número de asas de frango pedidas? Justifique sua resposta.

não, pois dividindo R$ por asas, o valor não é o mesmo

B

De acordo com as informações do gráfico,

a) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.

b) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.

c) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.

d) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.

e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Estão relacionados, quanto maior o número de cigarros consumidos, maior será a chance de ter um câncer de pulmão. Porém, não são grandezas proporcionais, possuem uma constante variável.

Fonte: Dados da pesquisa

Apenas três alunos erraram a questão 9, com as seguintes justificativas: "Sim, pois quanto mais asas comer, mais pagará"; "Sim, elas vão adicionando 8 asas a cada vez que aumenta o preço"; "Sim, a cada 8 asas - 5 reais". Alguns alunos empregaram novamente "o princípio aditivo". Apenas cinco alunos responderam incorretamente à questão 11, sendo que quatro deles marcaram a opção (b) "o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam"e um aluno marcou a opção (d) "uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão". Neste caso, os alunos deveriam perceber que o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas relacionadas, porém não são proporcionais.

A questão 12 é semelhante a questão 9 do pré-teste, com alteração de alguns dados e acréscimo do item (b), no qual trabalhou-se com o gráfico da proporcionalidade inversa (Figura 58). A questão 13 foi extraída do trabalho de Jordane et al. (2014), e é equivalente à questão 14 do pré-teste (Figura 59). A questão 14 foi extraída do site da Khan Academy, e é equivalente a questão 12 do pré-teste (Figura 59). As questões foram escolhidas para identificar relações proporcionais a partir de gráficos e analisar gráficos que traduzam casos de proporcionalidade direta e inversa em contextos da vida real.

Na questão 12 (Figura 58), dos nove alunos que erraram o item (a), oito consideraram que as grandezas envolvidas no problema eram diretamente proporcionais e um aluno montou a expressão da proporcionalidade inversa mas, na hora de fazer os cálculos, se equivocou, ou seja, cometeu um erro algébrico. No item (b), dos dez que erraram, dois marcaram a alternativa (a) e oito marcaram a alternativa (b), sem apresentar qualquer justificativa.

Figura 58 – Resolução correta da questão 12 do pós-teste, registrada pelo aluno A26

12. No dia do aniversário de Miro, os seus amigos juntos compraram um presente, sem saber ainda qual o número de pessoas que queriam participar. A tabela a seguir relaciona esse **número de pessoas** (n) com a **quantia que cabe a cada um** (q).

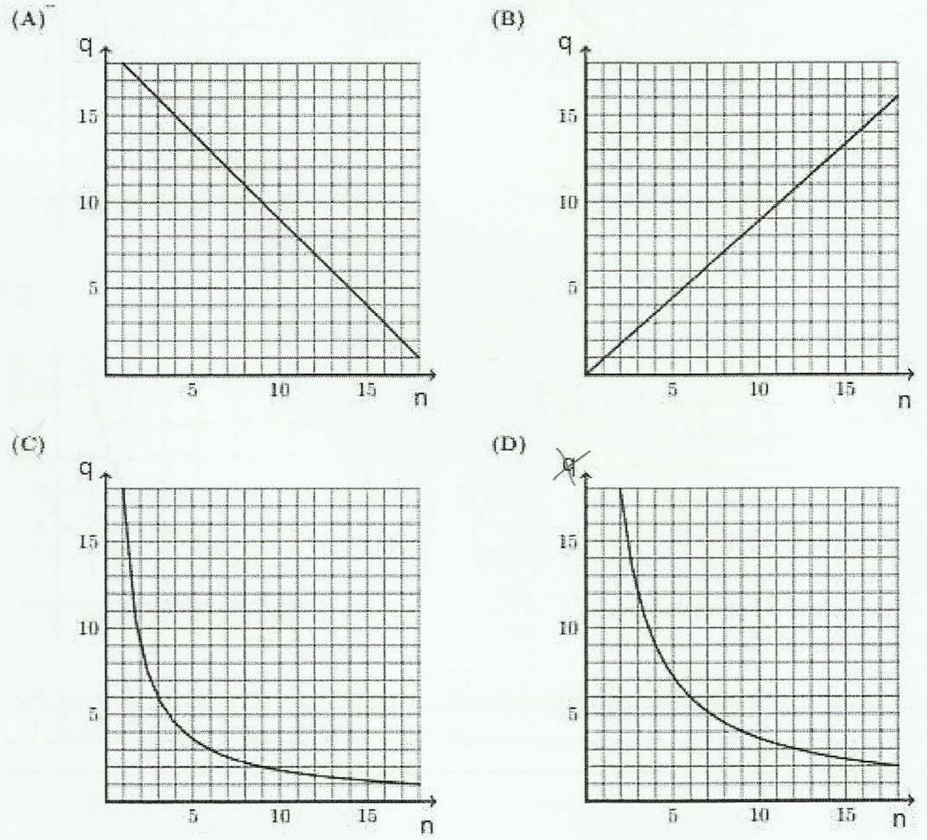
a) Completar a tabela.

$x \cdot y = 36$

$y = \frac{36}{x}$

n	2	3	5	10	12
q	18	12	7,2	3,6	3

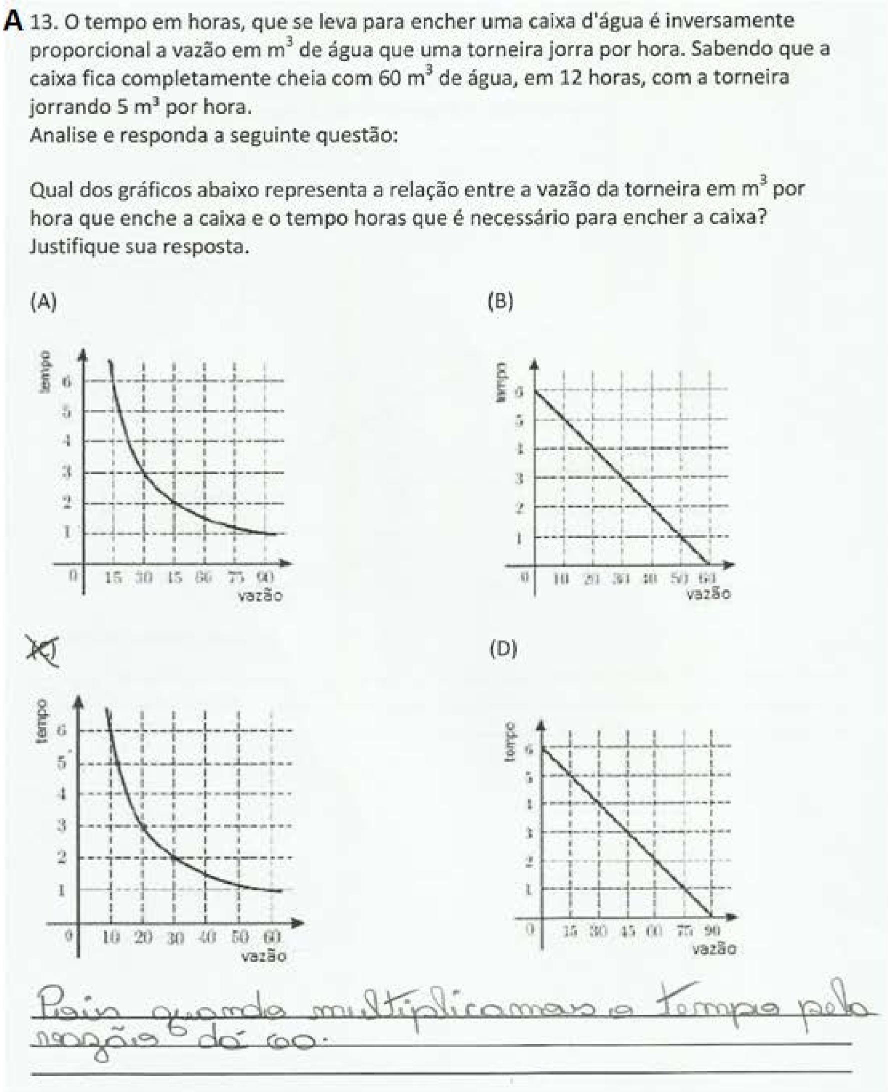
b) Qual dos gráficos seguintes pode representar a relação entre a quantia que cabe a cada um (*q*) e o número de pessoas (n).



Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 13 (Figura 59), dos oito alunos que erraram, três marcaram a alternativa (a), três marcaram a alternativa (b) e dois marcaram a alternativa (d), sem qualquer justificativa. Na questão 14, apenas dois alunos erraram, um aluno errou e deu uma justificativa incoerente, e o outro achou corretamente a expressão da proporcionalidade direta, mas cometeu um erro algébrico.

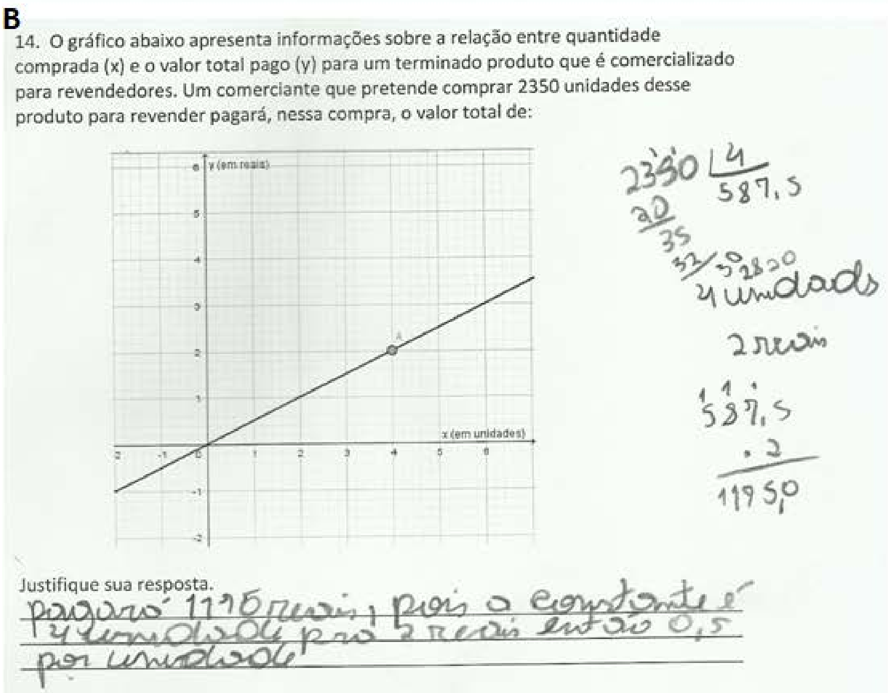
Figura 59 – (A)Resolução correta da questão 13 do pós-teste, registrada pelo aluno A9 e (B) resolução correta da questão 14 do pós-teste, registrada pelo aluno A12



A 13. O tempo em horas, que se leva para encher uma caixa d'água é inversamente proporcional a vazão em m^3 de água que uma torneira jorra por hora. Sabendo que a caixa fica completamente cheia com 60 m^3 de água, em 12 horas, com a torneira jorrando 5 m^3 por hora.
Analise e responda a seguinte questão:

Qual dos gráficos abaixo representa a relação entre a vazão da torneira em m^3 por hora que enche a caixa e o tempo horas que é necessário para encher a caixa? Justifique sua resposta.

Pois quando multiplicamos o tempo pela vazão dá 60.



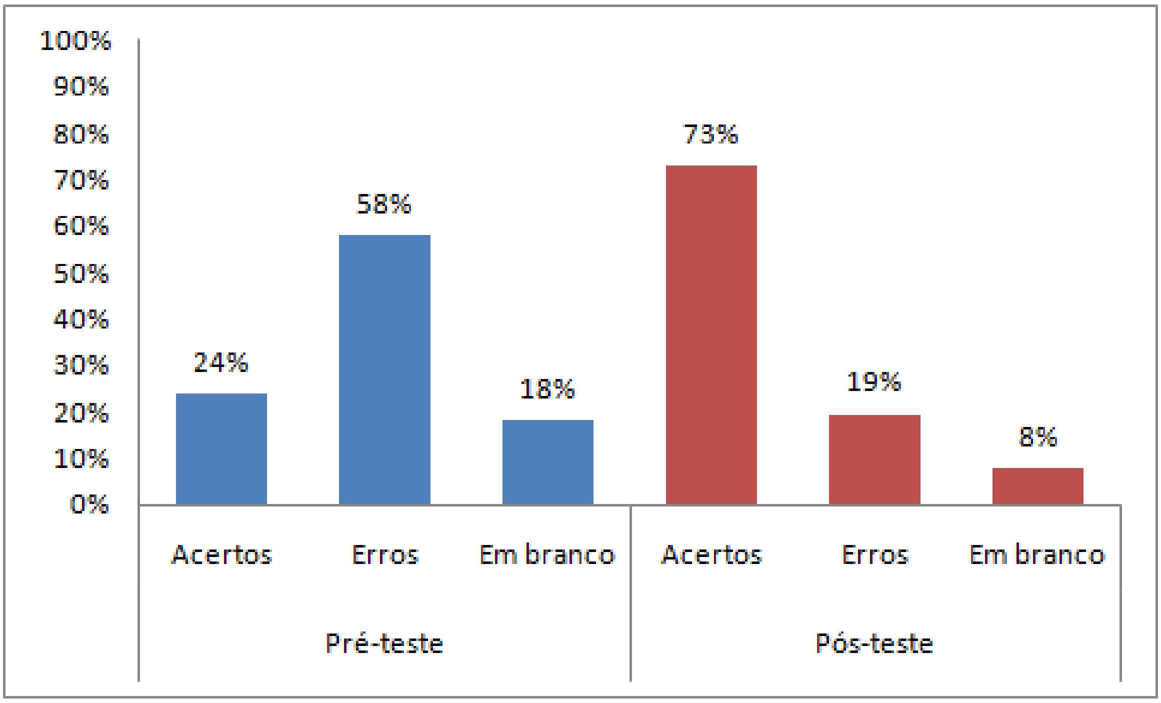
B
14. O gráfico abaixo apresenta informações sobre a relação entre quantidade comprada (x) e o valor total pago (y) para um terminado produto que é comercializado para revendedores. Um comerciante que pretende comprar 2350 unidades desse produto para revender pagará, nessa compra, o valor total de:

Justifique sua resposta.
pagará 1175 reais, pois a constante é 4 unidades pra 2 reais então 0,5 por unidade

Fonte: Dados da pesquisa

O Gráfico 32 a seguir compara o total de acertos, erros e questões deixadas em branco no pré-teste e no pós-teste.

Gráfico 32 – Comparação entre os totais de erros, acertos e questões deixadas em branco pelos alunos ao resolverem o pré-teste e o pós-teste



Fonte: Dados da pesquisa

Como pode-se observar, houve um aumento do número de acertos quando compara-se pré-teste e pós-teste, assim como um expressivo decréscimo dos erros e questões deixadas em branco. Isso sugere, que a sequência didática contribuiu para que os alunos dominassem conceitos relacionados ao estudo de proporcionalidade, que antes eles não dominavam.

Após a análise dos resultados, é possível constatar que:

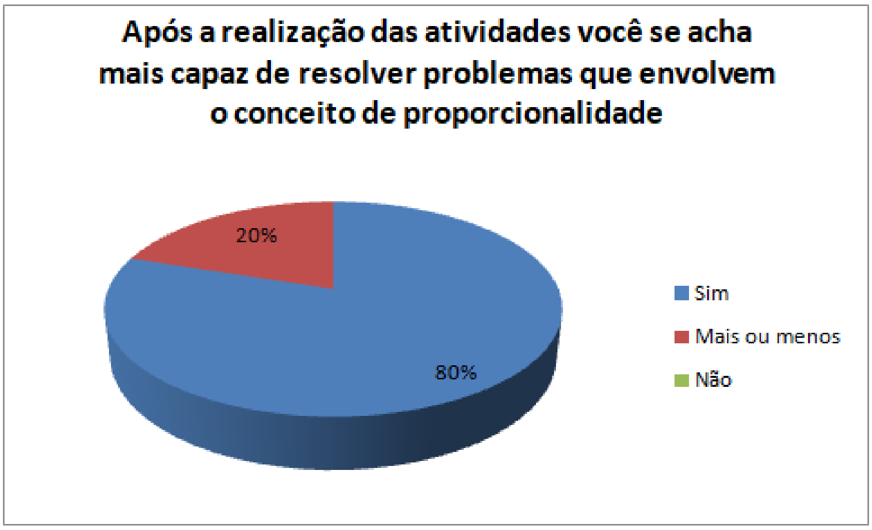
- Alguns erros cometidos pelos alunos não estavam relacionados diretamente a proporcionalidade, mas por exemplo, a erros algébricos ou montagem equivocada da regra de três;
- Apesar das questões do pós-teste terem um nível de dificuldade um pouco maior do que o pré-teste, o número de acertos aumentou, o que indica que, a sequência didática contribuiu para melhoria do "raciocínio proporcional" dos alunos;
- O número de questões deixadas em branco caiu consideravelmente;
- O número de erros também caiu consideravelmente;

- Foi fundamental a aplicação da sequência didática, pois, ao final, os alunos que não demonstravam ter noção de proporcionalidade demonstraram uma evolução, conseguindo resolver as questões propostas.

O **Questionário investigativo** foi aplicado após os alunos terminarem o pós-teste, buscando captar a percepção dos mesmos acerca do trabalho desenvolvido e da reflexão sobre o impacto das atividades.

A análise das respostas da questão 1, mostrou que a maioria dos alunos se sentem mais capazes de resolver questões envolvendo proporcionalidade após a aplicação da Sequência Didática (Gráfico 33). Eles apresentaram justificativas, como: “Pois tirei dúvidas que tinha no começo da pesquisa “; “Depois da realização das atividades, aprendi várias coisas.”; “Antes, eu nem sabia do que se tratava proporcionalidade.” Porém, uma pequena porcentagem dos alunos marcou “mais ou menos”, com justificativas como: “Não mudou muita coisa”; “Eu tenho muita dificuldade em matemática”; “Entendi mas ainda confundi um pouco”. Percebe-se, por meio destas falas, que os alunos realmente avançaram, porém, alguns ainda não se sentem completamente seguros.

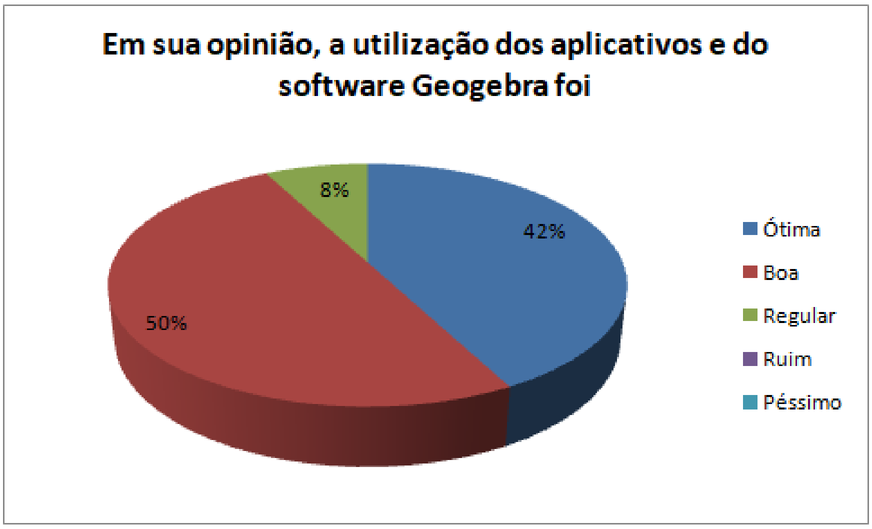
Gráfico 33 – Respostas dos alunos à questão “Após a realização das atividades você se acha mais capaz de resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade?”



Fonte: Dados da pesquisa

A análise das respostas da questão 2, mostrou que a maioria dos alunos considerou o uso dos aplicativos e do software Geogebra como bom ou ótimo (Gráfico 34). Eles apresentaram justificativas, como: “Pude aprender de uma maneira divertida e dinâmica.”; “Foi mais interessante fazer os exercícios pelo computador.”; “Não estava acostumada com a ideia por não ter usado antes, mas adorei a experiência. Achei bom aprender de maneira divertida”. Essas falas ilustram o impacto positivo que as atividades suportadas pelo recurso tecnológico tiveram no aprendizado dos alunos, além de proporcionarem, em alguns deles, uma mudança de visão a respeito das aulas. Porém, um aluno considerou a utilização dos aplicativos e do software Geogebra apenas regular, com a seguinte justificativa: “Não achei tão interessante.” Entende-se que alguns alunos podem não ter o interesse despertado para a Matemática, por questão de gosto pessoal.

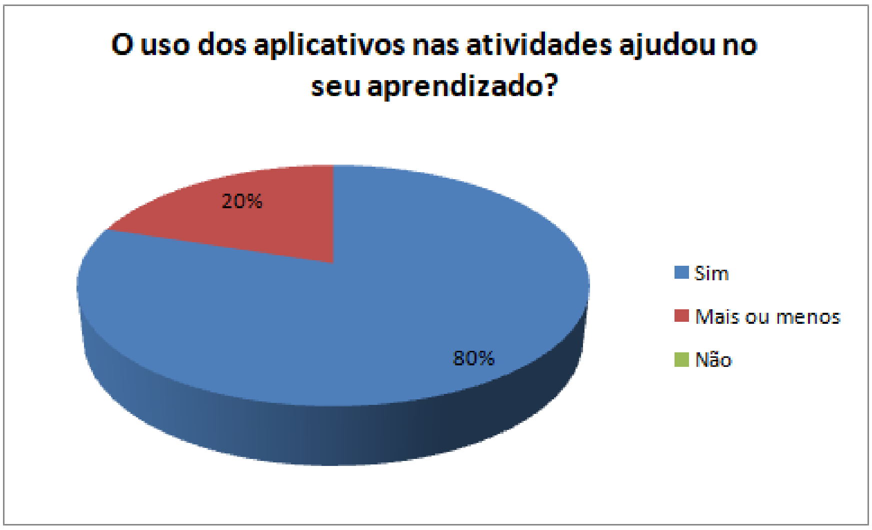
Gráfico 34 – Respostas dos alunos à questão “Em sua opinião, a utilização dos aplicativos e do programa Geogebra foi”



Fonte: Dados da pesquisa

A análise das respostas da questão 3, mostrou que a maioria dos alunos acredita que o uso dos aplicativos ajudou no aprendizado (Gráfico 35). Eles apresentaram justificativas como: “Incentivou a fazer de uma forma divertida.”; “Aprendemos de uma forma mais divertida.”; “Porque tornou a atividade mais interessante e mais fácil de entender”. Porém, alguns alunos assinalaram “mais ou menos”, com justificativas como: “Prefiro atividade na folha, mas o aplicativo também ajudou.”; “Ajudou, mas na hora da realização do que era pedido, me deixou com dúvida”; “Não vi muita diferença se fosse só no teórico.”; “Porque ainda aprendo melhor com revisão e explicação no quadro”.

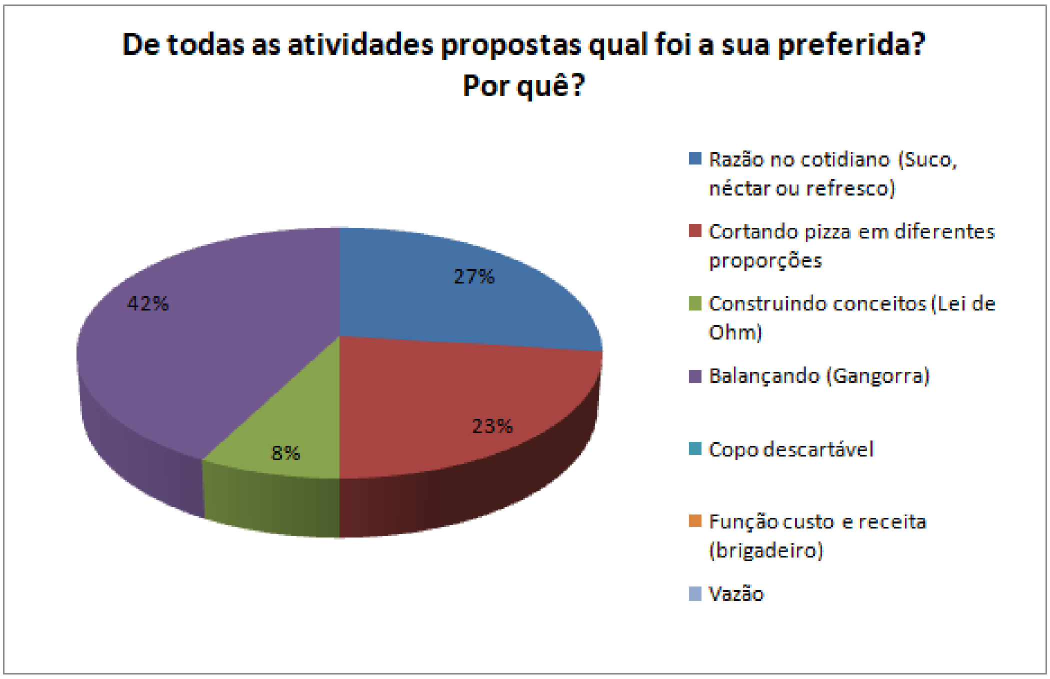
Gráfico 35 – Respostas dos alunos à questão “O uso dos aplicativos nas atividades ajudou no seu aprendizado?”



Fonte: Dados da pesquisa

A análise das respostas da questão 4, mostrou que a maioria dos alunos gostou mais da atividade “Balançando” (Gráfico 36). Eles apresentaram as seguintes justificativas: “No começo tive um pouco de dificuldade pois não estava conseguindo balancear direito a gangorra, mas depois de entender se tornou muito divertido.” ; “Porque usava também o raciocínio lógico”; “Porque foi a atividade que eu tive mais facilidade de aprender e eu achei bem divertido”; “Porque é um jogo que além de ser útil na aprendizagem, é divertido”. Percebe-se por meio destas falas, que esta atividade possui um caráter lúdico e divertido, o que prende a atenção dos alunos e os auxiliam a aprender com maior motivação.

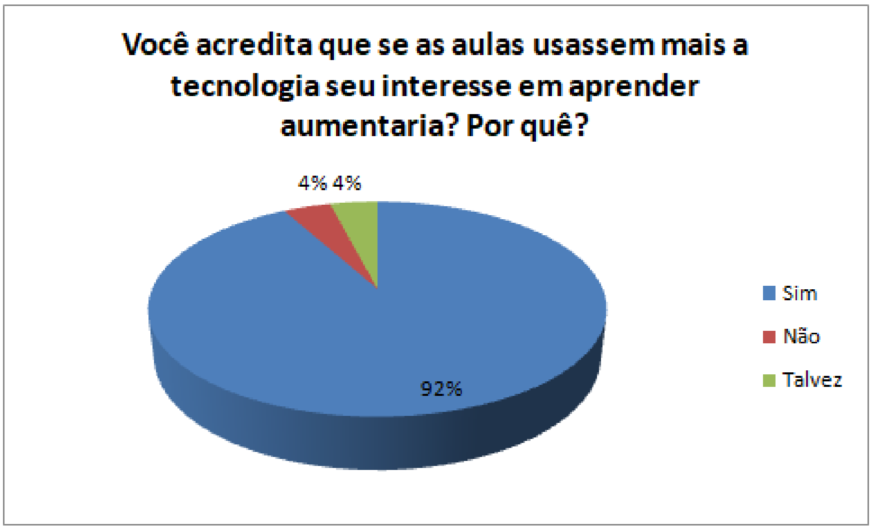
Gráfico 36 – Respostas dos alunos à questão “De todas as atividades propostas qual foi a sua preferida? Por quê?”



Fonte: Dados da pesquisa

A análise das respostas da questão 5, mostrou que a maioria dos alunos acredita que, se fossem empregados mais recursos tecnológicos nas aulas, o interesse dos mesmos aumentariam (Gráfico 37). Eles apresentaram justificativas como: “Pois todo mundo gosta de tecnologia.”; “Porque é uma maneira muito mais divertida de aprender.”; “Pois é mais intuitivo e dinâmico.” ; “Porque a tecnologia faz parte da vida dos adolescentes e usar a mesma para aprender seria melhor.” Percebe-se, por meio destas falas, que os estudantes, pelo contato íntimo com a tecnologia no dia a dia, encontram-se à vontade em manipulá-la. Isso pode ser usado de forma positiva pelo professor, empregando mais recursos tecnológicos no ensino e proporcionando mais momentos como esse aos alunos. Um aluno assinalou a opção “Talvez” e apresentou a justificativa “Dependendo da atividade as aulas poderiam ser mais interessantes”. Outro assinalou “não” e apresentou a seguinte justificativa “Não acredito que a tecnologia fosse mudar muita coisa.” A aplicação de recursos tecnológicos na educação pode ter efeitos positivos ou negativos, dependendo de como o processo é executado, e é normal a descrença de alguns diante do incomum.

Gráfico 37 – Respostas dos alunos à questão “Você acredita que se as aulas usassem mais a tecnologia seu interesse em aprender aumentaria? Por quê?”



Fonte: Dados da pesquisa

A análise das respostas da questão 6, mostrou que todos os alunos consideram que as atividades contribuíram para o processo de ensino-aprendizagem de proporcionalidade. Eles apresentaram justificativas como: “Foi ótimo aplicar o que foi aprendido, com atividades legais de fazer”; “Com as atividades eu percebi minha dificuldade, e então prestei atenção e consegui.”; “A gente tem uma visão melhor de como funciona o conceito.”; “Porque foi possível aplicar os conhecimentos ensinados na sala em situações diárias”. Percebe-se pelas falas dos alunos, que as atividades serviram não apenas para ensinar conceitos, mas também para ajudar os alunos a perceberem suas próprias dificuldades. A aplicação prática dos conceitos também mostrou ser um ponto forte das atividades, aumentando o interesse dos alunos pelos conceitos estudados.

As análises das respostas do questionário investigativo permitem chegar às seguintes constatações:

- O uso dos recursos tecnológicos despertou a atenção dos alunos;
- As atividades da sequência didática contribuíram para que a maioria dos alunos se sentisse mais capaz de resolver questões envolvendo proporcionalidade;
- A maioria dos alunos acredita que a utilização dos aplicativos e do software Geogebra foi fundamental para o aprendizado;
- A maioria dos alunos acredita que o uso da tecnologia tornaria as aulas mais interessantes;

- Todos os alunos consideram que as atividades da sequência didática contribuíram para o processo de ensino-aprendizagem de proporcionalidade.

Capítulo 5

Considerações Finais

Inúmeros desafios permeiam o cenário educacional brasileiro, e melhorar o desempenho dos alunos em Matemática é apenas um deles. Exames como o ENEM e a Prova Brasil evidenciam o baixo desempenho dos estudantes da educação básica na resolução de problemas matemáticos, e levantam o seguinte questionamento: como ajudar a solucionar este quadro preocupante? A pesquisa é o primeiro passo para se melhor conhecer uma determinada situação e auxiliar na busca por soluções. Neste caso, o processo de ensino-aprendizagem de questões envolvendo proporcionalidade motivou o presente estudo.

Apesar de a proporcionalidade estar presente em muitas situações, o conceito ainda não é aprendido adequadamente pelos estudantes. Isso acarreta em deficiências que se estendem por toda a vida escolar do aluno. Além disso, apesar de fazer parte do dia a dia do aluno, a proporcionalidade ainda é trabalhada de forma pouco envolvente e desarticulada de exemplos do cotidiano do aluno, o que leva ao desinteresse e falta de desejo de aprender.

Desenvolver uma sequência didática composta por atividades investigativas e suportada por recursos tecnológicos não foi uma tarefa simples, pois envolveu romper com a tradicional forma de ensino da Matemática, ainda predominante nas escolas brasileiras: a aula expositiva, onde o aluno recebe passivamente o conhecimento do professor. Isso alterou até mesmo o papel do aluno no processo de ensino-aprendizagem, saindo da passividade de esperar pelas respostas prontas e tendo de, ele mesmo, por meio dos programas, tentar encontrar as soluções para os problemas propostos. O uso de tecnologia também rompeu com o ensino clássico, baseado em copiar e resolver questões. Na tela do computador as questões adquirem forma, cor e movimento.

Por meio da aplicação de questionários, descobrimos o que pensam os professores e alunos a respeito do uso da tecnologia nas aulas de Matemática, assim como em relação a outros aspectos dos sujeitos. Os professores afirmam que a maior dificuldade no trabalho com proporcionalidade é a falta de pré-requisitos dos alunos, seguida pela dificuldade de interpretação das questões. Os docentes concordam que o tema proporcionalidade seja trabalhado insistentemente com os alunos, e acreditam que aplicações cotidianas/reais e material concreto possam auxiliar no aprendizado. Quanto aos alunos, a maioria gosta de matemática moderadamente, e uma parcela significativa afirma não ter uma boa base para estudar proporcionalidade. A maior parte dos alunos afirma utilizar a proporcionalidade no dia a dia. Segundo a maioria dos alunos, o professor de matemática da turma utiliza de atividades contextualizadas nas aulas, porém, eles também gostariam que fossem empregadas atividades lúdicas/jogos e recursos tecnológicos.

O uso de recursos tecnológicos se mostrou uma escolha acertada, pois tornaram o estudo mais atrativo para os alunos, segundo relatos dos próprios. Não existem muitos trabalhos descrevendo o uso de aplicativos para o estudo de proporcionalidade, e os resultados da presente pesquisa indicam que eles impactaram positivamente no aprendizado dos alunos, uma vez que a comparação do desempenho dos alunos no pré-teste e no pós-teste mostrou que os mesmos apresentaram avanços na compreensão do conceito de proporcionalidade, uma vez que o número de acertos das questões aumentou consideravelmente. É imprescindível ressaltar que os recursos tecnológicos, por si só, não são suficientes para solucionar os problemas estudados, mas constituem recursos que podem auxiliar o professor no desenvolvimento de atividades diferentes das aulas tradicionais de cópia e resolução de problemas.

O número de aulas empregado para o desenvolvimento da sequência didática foi suficiente, porém seriam necessárias mais algumas para que os alunos pudessem usar cada aplicativo mais vezes, de forma a sedimentar ainda mais o aprendizado, pois alguns alunos declararam ainda não estar completamente seguros quanto aos conteúdos estudados. Entende-se que, para o desenvolvimento de um trabalho mais contundente, é preciso dedicar mais tempo.

O presente trabalho trouxe diversos benefícios para as turmas onde a sequência didática foi aplicada, aumentando o interesse dos alunos, melhorando o aprendizado e expondo a presença do conceito de proporcionalidade em situações cotidianas, de forma a envolver o aluno e motivá-lo. Isso reforça a importância de se investir na prática pedagógica do professor, de forma a romper com a estagnação já tantas vezes discutida.

Considerando o tamanho do público pesquisado não é possível generalizar os resultados obtidos, porém, com base nos resultados e nos relatos dos professores e alunos que participaram da pesquisa, pode-se dizer que o principal objetivo foi alcançado: investigar a contribuição do uso de uma sequência didática composta por atividades investigativas para o estudo de proporcionalidade direta e inversa, com alunos do 1° ano do Ensino Médio.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, algumas questões surgiram, e podem ser consideradas em futuros desdobramentos do trabalho:

- Desenvolver um aplicativo ou recurso tecnológico baseado na sequência didática do presente trabalho para o estudo de proporcionalidade;

- Experimentar a sequência didática com alunos do ensino regular e com outras modalidades de ensino.

Espera-se que este trabalho contribua para o desenvolvimento de novas abordagens do tema proporcionalidade, oferecendo subsídios para que professores mudem suas práticas pedagógicas, proporcionando aos alunos um aprendizado mais significativo e duradouro com o uso de recursos tecnológicos e atividades investigativas.

Referências

ALVES, L. L. A importância da matemática nos anos iniciais. In: . Curitiba - Paraná: XXII ErematSul - Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul, 2016. Acesso em: 22 de jul. 2018. Citado na página 42.

ANDINI, W.; JUPRI, A. Student obstacles in ratio and proportion learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017. Citado na página 32.

BABINSKI, A. L. *Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop - MT, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 41, 47 e 50.

BEIRAL, L. N. *A proporcionalidade no cotidiano: Uma proposta para o Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Viçosa, Florestal - MG, 2017. Citado na página 41.

BITENCOURT, R. R. R. *Aplicações do conceito de proporcionalidade a partir da engenharia didática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Amapá, Macapá - AP, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 48.

BOCK, A. M. B.; FURTADO, O.; TEIXEIRA, M. de L. T. *Psicologias. Uma introdução ao estudo de Psicologia.* 13. ed. [S.l.]: Saraiva, 1999. Citado na página 36.

BOCK, D. D. et al. *The Illusion of Linearity - From Analysis to Improvement*. New York: Springer-Verlag: Mathematics Education Library, 2007. v. 41. Citado na página 101.

BOSSLER, A. A resolução de problemas no ensino de matemática: reflexões a partir de vivências em um estágio curricular supervisionado. *Universidade Regional UNIJUÍ*, 2016. Disponível em: <http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/3285>. Citado na página 40.

BRASIL. *Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB 9394/96*. [S.l.], 1996. Citado na página 45.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Parte III Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 21, 42 e 43.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais : matemática*. Brasília : MECSEF, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 76.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais : Matemática*. Brasília : MEC / SEF, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 39, 40, 43 e 44.

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 22, 45, 105 e 106.

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília, DF, 2013. Citado na página 21.

BRUM, W. P. Sequências didáticas no ensino de matemática: uma investigação com professores de séries finais em relação ao tema teorema de pitágoras. *Dialogia, São Paulo*, n. 22, p. 187– 207, jul./dez. 2015. Citado na página 37.

CABRAL, N. F. *Sequências didáticas: estrutura e elaboração*. Belém - PA: SBEM, 2017. Citado na página 46.

CALIANI, F. M.; BRESSA, R. de C. Refletindo sobre a aprendizagem: as teorias de Jean Piaget e David Ausubel. *Colloquium Humanarum*, v. 14, n. Especial, p. 671–677, jul.dez. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

CAMPÊLO, R. de C. S. V. A utilização do laboratório computacional no ensino de números inteiros: aplicação da ferramenta de e-learning kahoot para o ensino fundamental. In: 4º Colóquio Internacional de Pesquisas em Educação Superior - COIPESU. [S.l.], 2017. Citado na página 95.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Can mathematics teachers teach proportions? In: ____. [s.n.], 1986. cap. Parte III, p. 90–91. Report and papers presented in theme group I, "Mathematics for All"at the 5th International Congress on Mathematical Education. Acesso em: 16 jul. 2018. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.38.7530&rep=rep1&type=pdf#page=90>. Citado na página 33.

CARVALHO, E. de S. *Sequência Didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Tocantins, Arraias - TO, 2017. Citado na página 46.

CASTEJON, M.; ROSA, R. *Olhares sobre o ensino da matemática: educação Básica*. 1. ed. Uberaba - MG: Publicação realizada pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Triângulo Mineiro - IFTM, 2017. Citado na página 41.

CASTOLDI, L.; DANYLUK, O. S. Sequência didática para a introdução da estatística no ensino fundamental. In: IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa - PR, 2014. Citado na página 51.

CASTRO, F. A. de. *A relação da proporcionalidade com outros temas matemáticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG, janeiro 2015. Citado na página 34.

COELHO, L.; PISONI, S. Vygotsky: sua teoria e a influência na educação. *Revista e-Ped - FACOS CENEC Osório*, v. 2, n. 1, p. 144–152, agosto 2012. Citado na página 36.

CORDEIRO, E. M.; OLIVEIRA, G. S. de. As metodologias de ensino predominantes nas salas de aula. In: VIII Encontro de Pesquisa em Educação. III Congresso Internacional Trabalho Docente e Processos Educativos. [S.l.], 2015. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

COSTA, G. L. M. O ensino médio no brasil: desafios à matrícula e ao trabalho docente. *R. bras. Est. pedag., Brasília*, v. 94, n. 236, p. 185– 210, jan./abr. 2013. Citado na página 88.

COSTA JÚNIOR, J. R. *Atribuição de Significado ao Conceito de Proporcionalidade: Contribuições da História da Matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal - RN, 2010. Citado na página 22.

DISTLER, R. R. Contribuições de David Ausubel para a intervenção psicopedagógica. *Revista Psicopedagogia*, v. 32, n. 98, p. 191–199, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. *Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento.* Campinas, SP: Mercado das Letras, 2004. Trad. e org. de Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Citado na página 46.

FACIN, E. C. Reflexões sobre os modelos epistemológicos e pedagógicos de um grupo de educadores. *Unoesc & Ciência - ACHS Joaçaba*, v. 6, n. 1, p. 99–110, jan.jun. 2015. Citado na página 36.

FARIA, R. W. S. de C. *Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro - SP, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 24, 120 e 122.

FERREIRA, C. dos R. *Conceito de proporcionalidade: uma proposta para o processo ensino-aprendizagem do 7º ano do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Maranhão, São Luís - MA, 2013. Citado na página 53.

FIOREZE, L. A. *Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 53, 70, 99, 103 e 105.

FONSECA, M. I. P. da. *O ensino de geometria no programa nova EJA : uma abordagem através de recursos lúdicos e tecnológicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 99.

GARCEZ, T. I. G. M. *O raciocínio proporcional no quadro do pensamento algébrico: uma experiência de ensino no 6º ano*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Lisboa - Instituto de Educação, Lisboa, 2016. Citado na página 33.

GIONGO, I. M. et al. *Atividades envolvendo proporcionalidade direta e inversa*. [S.l.], 2018. Citado na página 103.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. *Ciência e Cultura, São Paulo*, v. 70, n. 1, p. 37– 42, jan./mar. 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602018000100012>. Citado na página 75.

GOMES, A. P. et al. Ensino de Ciências: Dialogando com David Ausubel. *Revista Ciências & Idéias*, v. 1, n. 1, p. 23– 31, 2010. Citado na página 37.

GONÇALVES CONCEIÇÃO, F. H.; ALMEIDA, M. J. de M. Dificuldades de alunos da EJA em relação a conteúdos matemáticos. In: VI Colóquio Internacional "Educação e Contemporaneidade- São Cristóvão - SE. Sergipe, 2012. p. 1–14. Citado na página 22.

GONÇALVES CONCEIÇÃO, F. H. et al. A importância da aplicabilidade da matemática no cotidiano: Perspectiva do aluno jovem e adulto. In: II Encontro Científico Multidisciplinar da Faculdade AMADEUS. Aracaju - SE: FAMA Faculdade Amadeus, 2016. Citado na página 22.

GOULART, I. B. *Piaget: experiências básicas para utilização pelo professor*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. Citado na página 36.

GÜNTHER, H. Pesquisa Qualitativa Versus Pesquisa Quantitativa: Esta É a Questão? *Psicologia: Teoria e Pesquisa, Brasília*, v. 22, n. 2, p. 201– 210, mai-ago 2006. Citado na página 59.

IBGE, I. B. de Geografia e E. *Acesso à Internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal 2017*. [S.l.], 2018. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101631_informativo.pdf>. Citado na página 89.

IEZZI, G. et al. *Matemática: ciência e aplicações*. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. v. 1: ensino médio. Citado na página 120.

INEP. *Matriz de Referência ENEM*. Brasília, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 99.

INEP. *Sistema de Avaliação da Educação Básica - edição 2015*. Brasília, DF, 2016. Citado na página 70.

IVIC, I. Lev semionovich vygotsky (1896- 1934). *UNESCO: Oficina Internacional de Educação*, 1999. El texto que sigue se publicó originalmente en Perspectivas: revista trimestral de educación comparada (París, UNESCO: Oficina Internacional de Educación), vol. XXIV, nºs 3-4, 1994, págs. 773-799. Citado na página 36.

JINGNA, D. Application of humanism theory in the teaching approach. *CSCanada - Higher Education of Social Science*, v. 3, n. 1, p. 32 – 36, July 2012. Citado na página 36.

JORDANE, A. et al. *Proporcionalidade*. 1. ed. [S.l.], 2014. Citado na página 136.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. 23. ed. Campinas: Papirus, 1995. Citado na página 33.

KELLER, F. S.; SCHOENFELD, W. N. *Princípios de Psicologia*. São Paulo: E.P.U - Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1974. Tradução de Carolina Martuscelli Bori e Rodolfo Azzi. Citado na página 36.

KIMAK, S. R.; BASNIAK, M. I. *O ensino e aprendizagem das quatro operações básicas da matemática: uma proposta na perspectiva de ensino exploratório aliado às mídias tecnológicas, jogos e materiais manipuláveis*. Paraná: Paraná - Governo do Estado - Secretária de Educação, 2016. v. 1. Citado na página 39.

KÜCHEMANN, D. E. Childrenś understanding of mathematics: 11-16. In: ____. London: John Murray, 1981. cap. 8: Algebra, p. 102 – 119. Citado na página 33.

KURTZ, B.; KARPLUS, R. Intellectual Development Beyond Elementary School VII: Teaching for Proportional Reasoning. *School Science and Mathematics*, v. 79, n. 5, p. 387–398, 1979. Citado na página 33.

LIMA, D. F. A importância da sequência didática como metodologia no ensino da displina de física moderna no ensino médio. *Revista Triângulo*, v. 11, n. 1, p. 151– 162, jan. abr. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

LIMA, E. L. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012. Coleção do Professor de Matemática. Citado na página 26.

LIMA, E. L. et al. *Temas e problemas*. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010. Coleção do Professor de Matemática. Citado na página 26.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo*, v. 13, n. 2, p. 359– 385, 2011. Citado na página 52.

LIMA, T. P. de. Para que serve a matemática. *Notaseconómicas*, n. 18, p. 66– 73, dezembro 2003. Citado na página 95.

LOPES, A. J. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. *Série-Estudos - Periódico do Mestrado em Educação da UCDB*, n. 26, p. 235–237, jul./dez. 2008. Citado na página 21.

LUIZ JUNIOR, H. *As Diferentes Abordagens do Ensino de Propocionalidade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, 2016. Citado na página 24.

LUTZ, M. R. *Uma Sequência Didática para o ensino de estatística a alunos do ensino médio na modalidade PROEJA*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2012. Citado na página 48.

MACIEL, L. da S.; DIAS, R. E. Implicações produzidas pela avaliação externa no trabalho docente: uma análise em escolas do município de duque de caxias-rj. *Currículo sem Fronteiras*, v. 18, n. 3, p. 895–914, set./dez. 2018. Disponível em: <www.curriculosemfronteiras.org>. Citado na página 22.

MATEUS, M. de C.; BRITO, G. da S. Celulares, smartphones e tablets na sala de aula: complicações ou contribuições? In: X Congresso Nacional de Educação - EDUCERE. I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação - SIRSSE. Curitiba, 2011. Citado na página 91.

MENDUNI-BORTOLOTI, R. D.; BARBOSA, J. C. A construção de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade direta a partir de uma revisão sistemática de literatura. *Bolema, Rio Claro (SP)*, v. 31, n. 59, p. 947 – 967, dez. 2017. Citado na página 34.

MONTEIRO, A. B. et al. Utilizando sequências didáticas eletrônicas no ensino e aprendizagem da matemática. In: . ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - BR: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2013. p. 1–11. Citado na página 52.

MONTEIRO, F. de A. *A aprendizagem algébrica no Ensino Fundamental: uma abordagem a partir dos recursos lúdicos e digitais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes - RJ, 2016. Citado na página 53.

MOREIRA, D. A. *O Método Fenomenológico na Pesquisa*. [S.l.]: Pioneira Thomson, 2002. Citado na página 59.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. *Aprendizagem Significativa em Revista*, v. 1, n. 3, p. 25–46, 2011. Citado na página 38.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? *Qurriculum, La Laguna, Espanha*, p. 1– 27, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 74.

MOREIRA, M. A.; DIONISIO, P. H. Interpretação de resultados de testes de retenção em termos da teoria de aprendizagem de David Ausubel. *Revista Brasileira de Física*, v. 5, n. 2, p. 245–252, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 38.

MORELATTI, M. R. M. et al. Sequências didáticas descritas por professores de matemática e de ciências naturais da rede pública: possíveis padrões e implicações na formação pedagógica de professores. *Ciênc. Educ., Bauru*, v. 20, n. 3, p. 639– 652, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

MUNARI, A. *Jean Piaget*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco: Massangana, 2010. (Coleção Educadores). Tradução e organização: Daniele Saheb. Citado na página 36.

NASCIMENTO, R. F. da S. *Análise de Erros no Processo de Resoluções de Proporcionalidade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarèm - PA, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 22, 24 e 34.

NEVES, F. H.; DIóGINIS, M. L.; CUNHA, J. J. Os Recursos Tecnológicos no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática na Escola Pública da Região de Mirante do Paranapanema do Estado de São Paulo. In: EDUCERE - XII Congresso Nacional de Educação. [S.l.], 2015. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 79.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. da S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em matemática: percepção de professores e estudantes do ano do ensino médio. *Principia*, n. 38, p. 105 – 119, 2018. Citado na página 21.

PELIZZARI, A. et al. Teoria da Aprendizagem Significatica segundo Ausubel. *Revista PEC, Curitiba*, v. 2, n. 1, p. 37–42, 2002. Citado na página 38.

PEREIRA, P. S. Formação de professores de matemática no Brasil: um mapeamento das dissertações e teses nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste. In: 36 REUNIãO NACIONAL DA ANPED. Goiânia - GO, 2013. Citado na página 72.

PERES, C. M. et al. Abordagens pedagógicas e sua relação com as teorias de aprendizagem. *Medicina (Ribeirão Preto)*, v. 47, n. 3, p. 249–255, 2014. Disponível em: <http://revista.fmrp.usp.br/>. Citado na página 36.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. da. Sequência didática na matemática. *REI - Revista de Educação do Ideau*, v. 8, n. 17, p. 1–14, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

PHETINTERACTIVESIMULATIONS. *Balançando*. 2018. Acesso em:16/10/2018. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_pt_BR.html>. Citado 3 vezes nas páginas 57, 68 e 119.

PHETINTERACTIVESIMULATIONS. *Lei de Ohm*. 2018. Acesso em: 16/10/2018. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/html/ohms-law/latest/ohms-law_en.html>. Citado 3 vezes nas páginas 57, 67 e 115.

PIAGET, J. *A psicologia da inteligência*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013. Tradução de Guilherme João de Freitas Teixeira. Citado na página 36.

POMMER, W. M. *A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. São Paulo: [s.n.], 2013. Citado na página 38.

PORTALDOSABER. *Cortando a pizza*. 2018. Acesso em: 22/10/2018. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5>. Citado 3 vezes nas páginas 56, 66 e 112.

PORTALDOSABER. *Suco, néctar ou refresco*. 2018. Acesso em: 22/10/2018. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5>. Citado 3 vezes nas páginas 55, 66 e 109.

QUEIROZ, E. M. *Teorias da Aprendizagem*. [S.l.]: UNINOVE, 1998. Citado na página 35.

RAMOS, T. C. A Importância da Matemática na Vida Cotidiana dos Alunos do Ensino Fundamental II. *Cairu em Revista*, v. 06, n. 09, p. 201–218, Jan./fev. 2017. Citado na página 22.

REZENDE, F.; LOPES, A. M. de A.; EGG, J. M. Problemas da prática pedagógica de professores de física e de matemática da escola pública. In: IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. [S.l.], 2003. Citado na página 78.

REZENDE, T. G. T. *A Ilusão da Linearidade: Um Relato de Experiência no Sétimo Ano do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 70, 101 e 104.

RICOY, M. C.; COUTO, M. J. ao V. S. As tecnologias da informação e comunicação como recursos no ensino secundário: um estudo de caso. *Revista Lusófona de Educação*, n. 14, p. 145– 156, 2009. Citado na página 90.

RODRIGUES, G. F. *História da matemática: um olhar sob a perspectiva para a formação do professor de matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - PB, 2016. Citado na página 75.

RODRIGUES, S. V. de O. Professores de matemática e o uso do computador. In: . [S.I.]: Secretaria de Estado de Educação - Gorverno do Paraná, 2008. Citado na página 81.

RUIZ, A. R. Matemática, matemática escolar e o nosso quotidiano. *Teoria e Prática da Educação*, v. 4, n. 8, p. 125– 138, 2001. Citado na página 95.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. dos. *Dificuldades na Aprendizagem de Matemática*. Trabalho de conclusão de curso - Centro Universitário Adventista de São Paulo, campus São Paulo, 2007. Citado na página 50.

SANTOS, M. B. dos; SOUZA, N. R. R. de. Uma sequência didática da Área de Matemática e suas tecnologias. In: V Congresso Internacional Marista de Educação. Pernambuco, 2016. Citado na página 48.

SASSAKI, A. H. et al. Por que o Brasil vai mal no PISA? uma análise dos determinantes do desempenho no exame. *Policy Paper - Centro de Políticas Públicas do Insper e USP*, n. 31, junho 2018. Citado na página 42.

SAVARIS, L.; LAZZARIN, M. S. B.; TREVISOL, M. T. C. Teoria e prática docente: Aproximações ou distanciamentos? *Cadernos de Pesquisa: Pensamento Educacional*, v. 11, n. 28, p. 83–108, 2016. Citado na página 35.

SCAICO, P. D.; QUEIROZ, R. J. G. B. de. A educação do futuro: uma reflexão sobre aprendizagem na era digital. In: II Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE) - XXIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE). [S.l.], 2013. Citado na página 50.

SILVA, A. da F. G.; ALENCAR, E. S. de. O conhecimento profissional docente e sua relação com a ideia de proporcionalidade. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 6, n. 2, p. 175–186, nov. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Citado na página 22.

SILVA, D. M. L. *Uma análise do ensino de proporcionalidade no ensino fundamental: realidade e perspectivas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015. Citado na página 54.

SILVA, J. L. G. da et al. Análise da contextualização da prova do enem 2015 e suas implicações no ensino básico atualmente. In: *III CONEDU (Congresso Nacional de Educação)*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado na página 23.

SILVA, K. S. P. da. *A construção de uma sequência didática utilizando o GeoGebra, a teoria das situações didáticas e modelagem matemática para o ensino da funções logarítmicas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado da Bahia, Salvador, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 80.

SILVA, M. V. da. *As dificuldades de aprendizagem da matemática e sua relação com a matofobia*. Monografia (Especialização Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares), Universidade Estadual da Paraíba, Princesa Isabel - PB, 2014. Citado na página 41.

SILVA, V. A. da. Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas. *Revista Brasileira de Educação*, v. 13, n. 37, p. 150– 190, jan./abr. 2008. Citado na página 92.

SIQUEIRA, C. F. R. de. *Didática da matemática: uma análise exploratória, teoria e prática em um curso de licenciatura*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013. Citado na página 40.

SOARES, M. A. da S.; NEHRING, C. M. Proporcionalidade e o conceito de função: uma análise de livros didáticos. In: III EIEMAT Escola de Inverno de educação Matemática. [S.l.], 2012. Citado na página 34.

SOUTO, R. M. A.; PAIVA, P. H. A. A. de. A pouca atratividade da carreira docente: um estudo sobre o exercício da profissão entre egressos de uma Licenciatura em Matemática. *Pro-Posições*, v. 24, n. 1, p. 201– 224, jan./abr. 2013. Citado na página 73.

SOUZA, J. M. de. *A Abordagem de Conceitos de Proporcionalidade sob a Ótica da Resolução de Problemas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande - MS, Novembro 2014. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 40.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. *Revista Brasileira de Educação*, n. 13, p. 5– 24, jan./fev./mar./abr. 2000. Citado na página 78.

TINOCO, L. A. de A. *Como e quando os alunos utilizam o conceito de propocionalidade*. [S.l.], 2018. Citado na página 102.

TINOCO, L. A. de A.; PORTELA, G. M. Q.; SILVA, M. P. da C. A proporcionalidade e o pensamento algébrico. In: . Salvador - BA: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010. Acesso em: 16 jul. 2018. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/MC/T4_MC603.pdf.> Citado na página 22.

TOBIAS, P. R. N. A. . *Sala de aula invertida na educação matemática: uma experiência com alunos do 9º ano no ensino de proporcionalidade*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018. Citado na página 34.

VALENTE, W. R. A prática de ensino de matemática e o impacto de um novo campo de pesquisas: A educação matemática. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 7, n. 2, p. 179–196, novembro 2014. Citado na página 39.

VAZ, D. A. de F.; JESUS, P. C. C. de. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software geogebra. *Estudos, Goiânia*, v. 41, n. 1, p. 59– 75, jan.mar. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 53.

VILLAÇA, B. V.; SANTOS, P. E. da Silva dos. Ensino híbrido: estudo de proporcionalidade no ensino médio por meio de rotação por estações. In: . Campos dos Goytacazes - RJ: [s.n.], 2018. Citado na página 53.

WAISELFISZ, J. J. O ensino das ciências no Brasil e o PISA. In: . 1. ed. [S.l.]: Sangari do Brasil, 2009. Citado na página 42.

ZACARIAS, S. M. Z. *A matemática e o fracasso escolar: medo, mito ou dificuldade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Oeste Paulista - UNOESTE, Presidente Prudente, 2008. Citado na página 83.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N. T.; ENRICONE, J. R. B. Aprendizagem matemática: Desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. *Perspectiva*, v. 34, n. 128, p. 115–132, dezembro 2010. Citado na página 21.

Apêndices

APÊNDICE A

Solicitação para realização de atividades

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Campos dos Goytacazes, 18 de julho de 2018.

De **Nelson Machado Barbosa**
Professor Associado do Laboratório de Ciências Matemáticas – CCT/UENF

Para Direção do Ensino Básico e Profissionalizante do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense - IFF

Ass.: Solicitação para realização de atividades

Prezada Diretora,

Ao cumprimentá-la cordialmente venho por meio deste, solicitar a V. Senhoria, a autorização para que a discente **SAMARA DA SILVA CORRÊA**, regularmente matriculado no curso de Pós-Graduação em Matemática, pela Universidade Estadual do Norte Fluminense, possa desenvolver seu experimento de mestrado na turma do ensino médio, do IFF campus Itaperuna. Vale ressaltar que essas atividades contribuirão de forma significativa para o ensino e aprendizado do conceito de proporcionalidade, pela sua característica lúdica e motivadora.

Atenciosamente,

Campos dos Goytacazes, 18 de julho de 2018.

Assinatura: ______________________________

Nelson Machado Barbosa
Matrícula: 10.874-1

RECEBIDO

Data ___/___/___ Hora ___:___

Rubrica ______ Matr.: _______

APÊNDICE B

Autorização - Diretor

PROFMAT

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora,

Os alunos do 1º ano da turma Química Integrado do Curso Técnico em Química do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Itaperuna, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pela mestranda e servidora no referido instituto, Samara da Silva Corrêa. A pesquisa será realizada na própria Escola, durante algumas aulas, com o seguinte título: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO, aonde os alunos irão aprender e aplicar o conceito de proporcionalidade através de atividades contextualizadas e tecnológicas. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que a Instituição e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

- -

Eu, ____, diretora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Itaperuna, autorizo a participação da turma ____________ na pesquisa sobre PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEU ENSINO E APRENDIZAGEM, desenvolvida pela mestranda Samara da Silva Corrêa.

____

Assinatura

Itaperuna, 18 de julho de 2018.

APÊNDICE C

Autorização - Responsáveis

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezados Pais ou Responsáveis,

Os alunos do 1º ano da turma Química Integrado do Curso Técnico em Química do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Itaperuna, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pela mestranda e servidora no referido instituto, Samara da Silva Corrêa. A pesquisa será realizada na própria Escola, durante algumas aulas, com o seguinte título: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO MÉDIO, aonde os alunos irão aprender e aplicar o conceito de proporcionalidade através de atividades contextualizadas e tecnológicas. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem do seu filho(a), pedimos sua autorização para que ele(a) possa participar das atividades, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a participação do seu filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

- -

Eu, ____, autorizo a participação de meu filho(a) na pesquisa desenvolvida pela mestranda Samara da Silva Corrêa.

Nome do aluno:____

____

Assinatura

Itaperuna, 18 de julho de 2018.

APÊNDICE D

Questionário do Professor

Questionário do Professor

Prezado(a) educador(a),
Este questionário é uma das etapas da minha pesquisa para escrita da dissertação do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e objetiva analisar e melhor compreender as dificuldades encontradas no ensino de Proporcionalidade em turmas do Ensino Médio. Suas respostas me auxiliarão a desenvolver atividades e recursos que tornem a aprendizagem deste conteúdo mais significativa.
Os dados obtidos serão utilizados unicamente na presente pesquisa e o anonimato dos entrevistados é garantido.

Obrigada por sua colaboração!

Samara da Silva Corrêa

*Obrigatório

I - Identificação

1. **1) Idade:** *

2. **2) Formação (Curso de Graduação/ Pós-Graduação):** *

3. **3) Área de atuação:** *

4. **4) Tempo de atuação em sala de aula:** *

5. **5) Qual o tipo de instituição que você trabalha:** *
Marque todas que se aplicam.

- [ ] Privada
- [ ] Pública Municipal
- [ ] Pública Estadual
- [ ] Pública Federal

II - Sobre suas aulas

6. **1) Quais estratégias de ensino que você utiliza em suas aulas? Assinale-as:** *
Marque todas que se aplicam.

- [ ] Aula expositiva
- [ ] Debate
- [ ] Estudo dirigido
- [ ] Trabalho individual
- [ ] Trabalho em grupo
- [ ] Seminário
- [ ] Outros
- [ ] Prefiro não responder

7. **1.1 Referente a opção outros assinalado na questão anterior, descreva-as:**

____

____

____

____

____

8. **2) Considerando sua prática e os recursos utilizados, como os alunos reagem à aula de Matemática?** *
Marcar apenas uma oval.

- ( ) Não sei responder
- ( ) Os alunos demonstram apatia em relação às aulas
- ( ) Os alunos se mostram desinteressados e não se envolvem com as aulas
- ( ) Os alunos se mostram interessados e se envolvem bastante com as aulas
- ( ) Prefiro não responder

9. **3) Há algum aspecto que você gostaria de mudar na sua prática em sala de aula? Qual?** *

10. **4) Considerando que o papel do educador vem mudando ao longo do tempo no processo de ensino-aprendizagem, como você analisa sua postura frente aos desafios contemporâneos do ensino da Matemática?** *

Marcar apenas uma oval.

- Não sei responder
- Mantenho a mesma prática pedagógica desde sempre
- Às vezes procuro tentar novas metodologias de ensino
- Sempre busco novas metodologias de ensino
- Prefiro não responder

11. **5) Atualmente, você utiliza algum dos recursos abaixo em suas aulas? Assinale-os:** *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Wiki
- [ ] Geogebra
- [ ] Blog
- [ ] YouTube
- [ ] Rede Social
- [ ] Smartphone
- [ ] Outro
- [ ] Prefiro não responder

12. **5.1 Descreva como você utiliza os recursos assinalados na questão anterior:** *

____
____
____
____
____

13. **6) Qual seu nível de conhecimento em relação ao uso do computador?** *

Marcar apenas uma oval.

- Não utilizo
- Sei apenas o básico (escrever texto, enviar mensagem de e-mail etc)
- Domino perfeitamente o uso do computador
- Prefiro não responder

14. **7) Qual seu posicionamento sobre o uso de recursos tecnológicos no ensino-aprendizagem da Matemática?** *

____
____
____
____
____

III. Sobre o ensino/aprendizado de Proporcionalidade

15. **1)Você gosta de trabalhar os conceitos de proporcionalidade? Por quê?** *

16. **2) “As dificuldades com os conceitos de proporcionalidade devem ser tratadas de forma constante e insistente durante toda a vida escolar do aluno.” Você concorda ou discorda da afirmação? Justifique sua resposta.** *

17. **3) Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos?** *

18. **4) Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de proporcionalidade?** *

19. **5) Quais as maiores dificuldades que você observa em seus alunos? Em sua opinião, qual(is) a(s) causa(s) para estas dificuldades?** *

20. **6) O que você considera que pode ser feito para que o aprendizado dos conceitos de proporcionalidade se torne mais motivador e significativo?** *

APÊNDICE E

Questionário do Aluno

PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática | UENF Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

QUESTIONÁRIO DO ALUNO

Prezado(a) aluno(a),
sua resposta a este questionário contribuirá para o desenvolvimento de minha pesquisa de Dissertação de Mestrado. Seu empenho nas respostas e resoluções me auxiliará a melhor compreender as dificuldades do tema proposto e sugerir atividades e recursos para a melhoria do processo de ensino-aprendizado.

Conto com sua colaboração!

Obrigada!

Samara da Silva Corrêa

I. Identificação

1) Idade: ________ anos
2) Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino
3) Escola: ____________________
4) Ano de escolaridade (série): _____ Modalidade: ( ) Regular ( ) Técnico em __________

II. Uso de tecnologias

1) Você possui computador em casa? a) ( ) Sim b) ( ) Não
2) Possui Smartphone? a) ( ) Sim b) ( ) Não
3) Utiliza a internet? a) ( ) Sim b) ( ) Não
4) Na questão anterior, em caso afirmativo, para quê?
a) ( ) acessar redes sociais
b) ( ) realizar pesquisas escolares
c) ( ) outros fins. Especifique: ____________________
5) Você utiliza algum recurso tecnológico educacional? Em caso afirmativo, qual?

____

III. Estudo da Matemática e Proporcionalidade

1) Você gosta de estudar Matemática?
a) ( ) Gosto muito b) ( ) Gosto c) ( ) Mais ou Menos d) ( ) Não gosto
Por quê?

____

2) O que você entende sobre proporcionalidade?

____

____

3) Quanto à dificuldade, o que você acha do conteúdo de Proporcionalidade?

____

____

4) Você utiliza o conceito de Proporcionalidade em outras disciplinas do Ensino Médio (curso técnico)? Em caso afirmativo, descreva em qual(is)? Dê exemplo(s)?

____

5) Você utiliza o conceito de Proporcionalidade no seu dia-a-dia? Em caso afirmativo, descreva como.

6) Nas aulas de Matemática, seu professor… (Pode selecionar mais de uma alternativa)

a) ( ) Apenas resolve exercícios

b) ( ) Utiliza atividades contextualizadas

c) ( ) Promove atividades lúdicas

d) ( ) Utiliza recursos tecnológicos

7) O que você gostaria que o professor fizesse para tornar as aulas de Matemática mais interessantes?

APÊNDICE F

Pré-teste

PROFMAT

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Aluno: ______________________________________

Turma: __________ Data: ____/____/_____________

Pré-Teste

1. Uma escola tem 1200 m^2 de área construída e 3000 m^2 de área livre. A razão da área construída para a área livre é de.

---

2. A primeira fase da Olimpíada de Matemática contou com a participação de 520 mil alunos. Os organizadores determinaram que a proporção entre aprovados e reprovados fosse de 3 para 7. Quantos estudantes passarão para a próxima fase da Olimpíada?

---

3. A distância entre a cidade mineira Muriaé e a cidade fluminense Itaperuna, em um mapa representado em escala 1 : 5.000.000, é de 2 cm. Segundo esse mapa, qual a distância real entre essas duas cidades?

---

4. Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

---

5. Em cada item a seguir, examine se existe ou não proporcionalidade.

a) A idade de uma pessoa é diretamente proporcional a sua altura? Justifique.

---

b) A massa de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade? Justifique.

---

c) O perímetro **p** de um quadrado é diretamente proporcional ao seu lado **a**? Justifique.

---

6. O que você entende por grandezas diretamente e inversamente proporcionais?

---

7. A área de um quadrado é calculada elevando-se ao quadrado a medida do seu lado. Se dobrarmos a medida do lado de um quadrado, dobramos a sua área? Justifique sua resposta.

---

8. Para preparar a tinta, um pintor mistura, a cada 4 latas de tinta concentrada, 6 latas de água. Ou seja, a quantidade de água necessária para a diluição correta depende da quantidade da tinta concentrada.

a) Agora, completa a tabela abaixo:

Tinta concentrada	Água	Tinta diluída
4	**6**	**10**
8		
	2	
1		

b) A cada linha preenchida, especifiquem como foram obtidos os números?

9. No dia do aniversário de Miro, os seus amigos compraram um presente, sem saber ainda qual o número de pessoas que queriam participar. A tabela a seguir relaciona esse **número** (n) com a **quantia que cabe a cada um** (q).

a) Completar a tabela.

n	2	3	5	10	12
q	1800				

b) Ocorre proporcionalidade inversa entre os valores de n e q? Se sim, o que representa a constante?

10. Um taxista cobra R$ 4,00 a bandeirada, mais R$ 1,00 por quilômetro percorrido. Um passageiro, ao pegar o táxi, paga R$ 10,00 pelo trajeto. Quanto ele pagaria se tivesse percorrido o dobro do trajeto?

11. Observe as tabelas seguintes e verifique se existe proporcionalidade direta, inversa ou nenhum tipo de proporcionalidade. Justifique suas respostas.

a)

x	4	5
y	12	13

b)

x	1	2
y	8	4

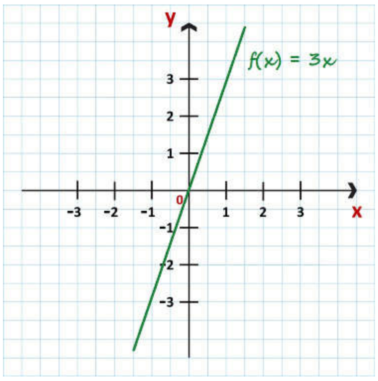
c)

x	2	4
y	8	10

d)

x	2	3
y	6	9

12. Considera a função de proporcionalidade **direta** *f*, representada graficamente no referencial cartesiano da figura abaixo. O ponto de coordenadas (1*; 3*), pertence ao gráfico da função *f.* Qual é a constante de proporcionalidade? Justifique sua resposta.



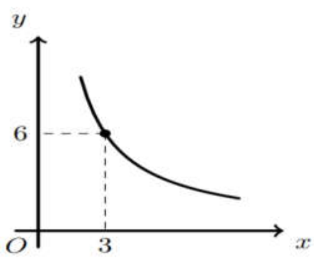
13. Seja f uma função de proporcionalidade **inversa**. Sabe-se que f(3) = 9.

Em qual das opções se apresenta uma expressão que define a função f? Justifique sua resposta.

a) $f(x) = 3x$ b) $f(x) = 27x$ c) $f(x) = \frac{3}{x}$ d) $f(x) = \frac{27}{x}$

---

14. Considera a função de proporcionalidade **inversa** *f*, representada graficamente no referencial cartesiano da figura abaixo. O ponto de coordenadas (3*;* 6), pertence ao gráfico da função *f.* Qual é a constante de proporcionalidade?Justifique sua resposta.



APÊNDICE G

Atividades da Sequência Didática

PROFMAT

Nome: ____

Turma: ____

Data: ____/____/______________

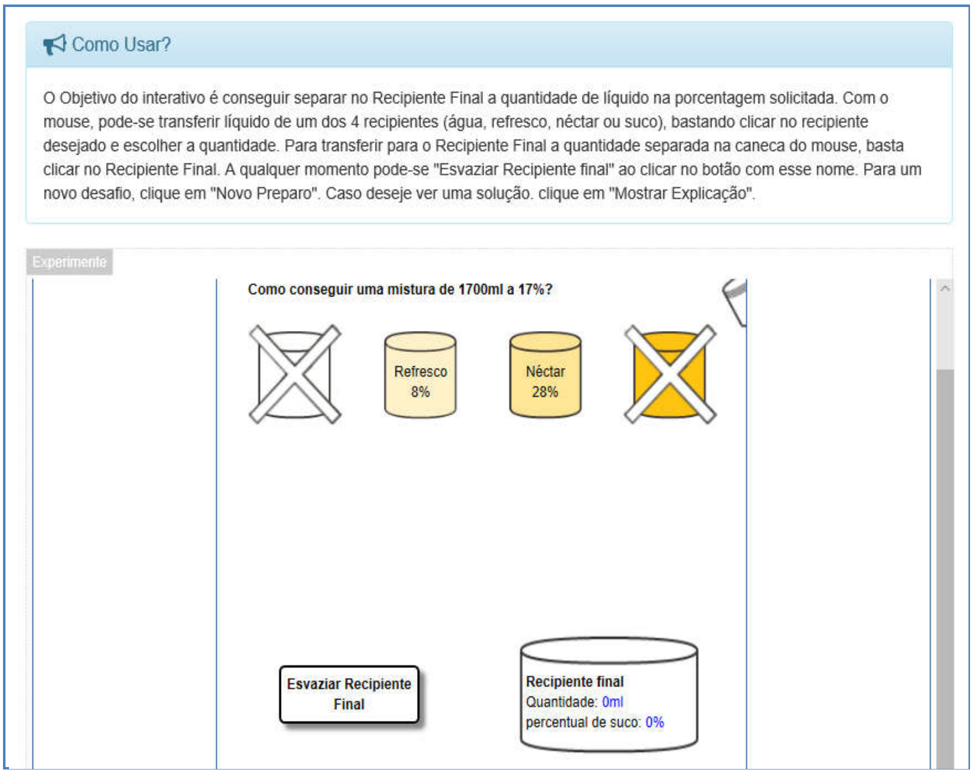
UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Atividade 1 – Razão no cotidiano

Suco, néctar ou refresco

No supermercado, existem várias bebidas, por exemplo: suco, néctar e refresco. Você sabe a diferença entre eles? Basicamente é a concentração de suco presente no líquido. Se for de 100%, é suco. Se estiver entre 20% a 30%, é néctar. E é chamado de refresco, se a concentração de suco estiver de 2% a 10%. Você saberia misturá-los para conseguir uma bebida de determinada concentração?

Nesta primeira atividade, vamos usar o aplicativo “Suco, néctar ou refresco”, disponível em: https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5
No lado esquerdo da página inicial deste endereço eletrônico vemos uma imagem semelhante a que é apresentada a seguir:



Clique em “Interagir”. Após ler as instruções, responda dois desafios. Clique em “Novo Preparo” para um novo desafio.

1. Escreva aqui todas as etapas das suas soluções para o preparo das duas misturas.

2. Ao concluir esta questão, reflita e identifique as dificuldades que você teve em realizar cada etapa. Escreva aqui suas considerações a respeito delas e, também, se você aprendeu algum novo conceito.

3. O que você achou da utilização do aplicativo na atividade?

PROFMAT

Nome: ______________________________________

Turma: ______________________________________

Data: ____/____/_____________

UENF

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

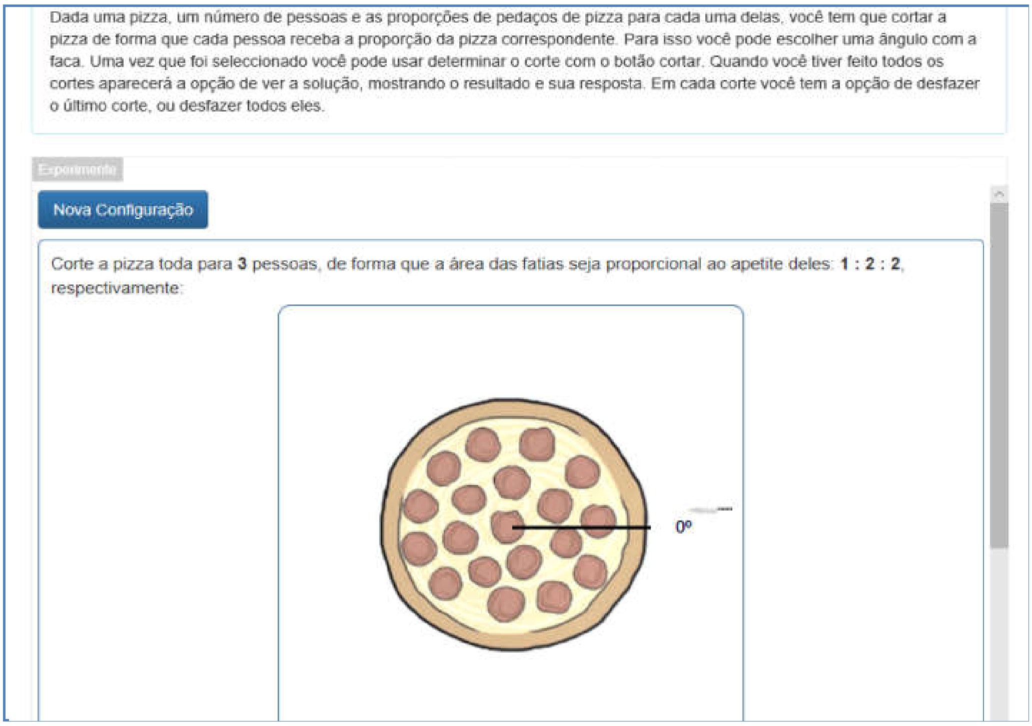
Atividade 2 – Cortando pizza em diferentes proporções

Cortando a pizza

Você já se deparou com a situação de ter de cortar uma pizza para diferentes pessoas, que comem em diferentes proporções. Gostaria de tentar?

Na atividade a seguir, disponível em: https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57&tipo=5, vamos cortar uma pizza em diferentes proporções.

No lado direito da mesma página temos o aplicativo “Cortando a pizza”, clique em “Interagir”. Após ler as instruções, responda dois desafios. Clique em “Nova Configuração” para fazer o próxima desafio. Neste endereço eletrônico temos uma imagem semelhante a que é apresentada a seguir.



Agora é com você!

1. Escreva aqui todas as etapas das suas soluções para o corte das duas pizzas.

2. Ao concluir esta questão, reflita e identifique as dificuldades que você teve em realizar cada etapa. Escreva aqui suas considerações a respeito delas e, também, se você aprendeu algum novo conceito.

3. O que você achou da utilização do aplicativo na atividade?

PROFMAT

Nome: ____

Turma: ____

Data: ____/____/_____________

UENF

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

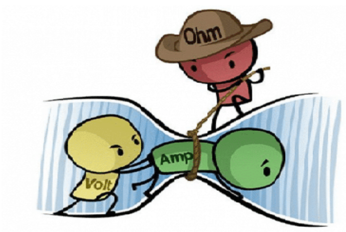
Atividade 3 – Construindo conceitos

Lei de Ohm

Você sabe o que é e como se comporta a Lei de Ohm?

A **Lei de Ohm**, assim designada em homenagem ao seu formulador, o físico alemão Georg Simon Ohm (1789-1854), afirma que, para um condutor mantido à temperatura constante, a razão entre a tensão entre dois pontos e a corrente elétrica é constante. Essa constante é denominada resistência elétrica.
Quando essa lei é respeitada por um determinado condutor mantido à temperatura constante, este se denomina **condutor ôhmico**. A resistência de um dispositivo condutor é dada pela equação:

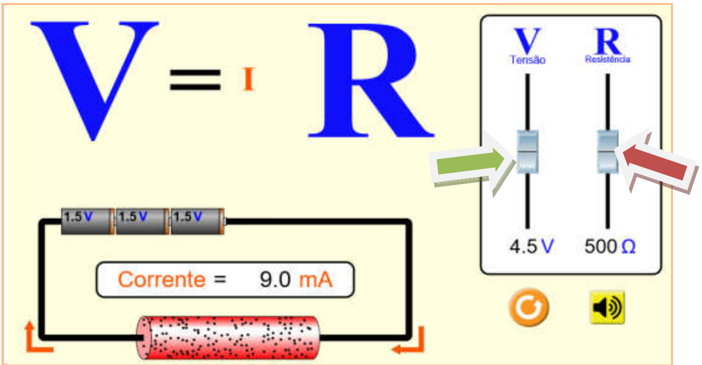
$$R = \frac{V}{I} \quad \text{ou} \quad V = RI$$



onde:

V é a diferença de potencial elétrico (ou tensão, ou d.d.p.) medida em volt (V);
I é a intensidade da corrente elétrica medida em ampère (A) e
R é a resistência elétrica medida em ohm (Ω).

Na atividade a seguir, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/ohms-law/latest/ohms-law_en.html temos disponível uma simulação que permitirá fazer alguns experimentos. Na página inicial deste endereço eletrônico vemos uma imagem semelhante a que é apresentada a seguir:



1. Clique no botão da tensão (V) indicado pela seta verde na imagem acima e responda:
O que acontece com os valores da tensão (V), da corrente elétrica (I) e da resistência (R) ao arrastar o botão da tensão (V) para cima?

Tensão: ____

Corrente elétrica: ____

Resistência: ____

2. O que acontece com os valores da tensão (V), da corrente elétrica (I) e da resistência (R) ao arrastar o botão da tensão (V) para baixo?

Tensão: ____

Corrente elétrica: ____

Resistência: ____

3. Estando a tensão (V) em 4.5 V e a resistência (R) em 500 Ω, responda:

a) Marque, abaixo, o que ocorre com o valor da corrente elétrica (I) quando dobra o valor da tensão (V)? Justifique.

( ) Aumenta três vezes
( ) Diminui pela metade
( ) Dobra
( ) Quadruplica

____

____

b) E o que ocorre com o valor da resistência (R)? Justifique.

____

____

4. Agora estando a tensão (V) em 8.0 V e a resistência (R) em 500 Ω. Qual a alteração que ocorre com a corrente elétrica (I), e com a resistência (R) quando a tensão (V) é dividida por 4? Justifique.

Corrente elétrica: ____

Resistência: ____

5. Se multiplicarmos por um número natural k a tensão (V), e mantivermos a resistência (R) com um valor fixo, qual alteração que ocorre com a corrente elétrica (I)? Justifique.

____

____

6. Quanto à relação entre a tensão (V) e a corrente elétrica (I), complete a frase utilizando as opções abaixo:

Somarmos	Multiplicarmos	Somada	Diretamente	Multiplicada	Diminuirmos
Dividirmos	Inversamente	Dividida	Diminuída	Não	

Elas apresentam uma relação ________________________________ proporcional, visto que se ______________________________ a tensão (V) por um número natural ***n***, a corrente elétrica (I) também fica ______________________________ por ***n***.

7. Mantendo a resistência (R) em 500 Ω, preencha o quadro abaixo com três valores aleatórios para a tensão (V) e suas referentes correntes (I) em ampères (A) – **observe que no aplicativo a corrente é exibida em Miliampère (mA)**. Após, na terceira coluna, calcule a razão entre a tensão (V) aplicada e a corrente elétrica (I), sendo a razão igual $\frac{V}{I}$.

Obs: 1 mA = 0,001 A.

V	I(A)	Razão ($\frac{V}{I}$)
1	0,002	$\frac{1}{0,002}$ = 500

Agora responda:

a) Que grandezas variam na tabela?

____

b) Descreva o que você observa quanto aos valores da terceira coluna ($\frac{V}{I}$).

____

c) Com base nas respostas dos itens anteriores, é possível notar algum padrão? Qual?

____

____

SEGUNDA ETAPA:

1. Agora clique no botão da resistência (R) indicado pela seta vermelha na imagem acima. Observe o que acontece com os valores da tensão (V), da corrente elétrica (I), e da resistência (R) ao arrastar o botão para cima. Registre abaixo:

Tensão: ____

Corrente elétrica: ____

Resistência: ____

2. Agora arraste o mesmo botão para baixo. O que acontece com os valores da tensão (V), da corrente elétrica (I) e da resistência (R)?

Tensão: ____

Corrente elétrica: ____

Resistência: ____

3. Estando a tensão (V) em 4.5 V e a resistência (R) em 500 Ω, responda:

a) Qual a alteração que ocorre com a corrente elétrica (I) quando dobra o valor da resistência (R)?

____

b) E o que ocorre com o valor da tensão (V)?

____

4. Agora estando a tensão em 4.5 V e a resistência em 500 Ω. Em quantas vezes o valor da corrente elétrica (I) e da tensão (V) se alteram quando o valor da resistência (R) é dividido por 50?

Corrente elétrica: ____

Tensão: ____

5. Se multiplicarmos por um número natural k o valor da resistência (R), e mantivermos o valor da tensão(V) fixo, qual a alteração que ocorre com a corrente elétrica (I)?

____

____

6. Quanto à relação entre a resistência(R) e a corrente elétrica(I), complete a frase utilizando as opções abaixo:

Somarmos	Multiplicarmos	Somada	Diretamente	Multiplicada	Diminuirmos
Dividirmos	Inversamente	Dividida	Diminuída	Não	

Elas apresentam uma relação ______________________________ proporcional, visto que se ____________________________ a resistência (R) por um número natural ***n***, a corrente elétrica (I) fica ____________________________ por ***n***.

7. Mantendo o valor da tensão (V) fixo em 4,5V, complete o quadro abaixo com o valor da corrente elétrica (I) referente a cada valor da resistência (R). Após, na terceira coluna, calcule o produto entre a resistência (R) aplicada e a corrente elétrica (I), sendo produto R.I.

R	I	Produto (R.I)
10		
500		
1000		

Agora responda:

a) Que grandezas variam na tabela?

____

b) Descreva o que você observou quanto aos valores da terceira coluna (R.I)?

____

c) Com base nas respostas dos itens anteriores, é possível notar algum padrão? Qual?

____

____

1 - O que você achou do modo como foi abordado o conteúdo na atividade?

2 - A atividade estava muito básica, muito avançada ou adequada?

3 - Você aprendeu novos conceitos ou pelo menos relembrou aspectos importantes que vão te ajudar na aprendizagem sobre proporcionalidade?

PROFMAT

Nome: ____

Turma: _______________________________________

Data: ____/____/______________

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Atividade 4 – Balançando

Na atividade a seguir, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_pt_BR.html temos disponível uma simulação, brinque com objetos em uma gangorra para aprender sobre equilíbrio. Teste o que você aprendeu sobre o conceito de proporcionalidade. Na página deste endereço eletrônico vemos uma imagem semelhante a que é apresentada a seguir:

Após realizar a atividade, relate o que você achou do aplicativo?

____

____

____

____

____

____

____

____

Nome: ____

Turma: ____

Data: ____/____/______________

Atividade 5 – Proporcionalidade e Função

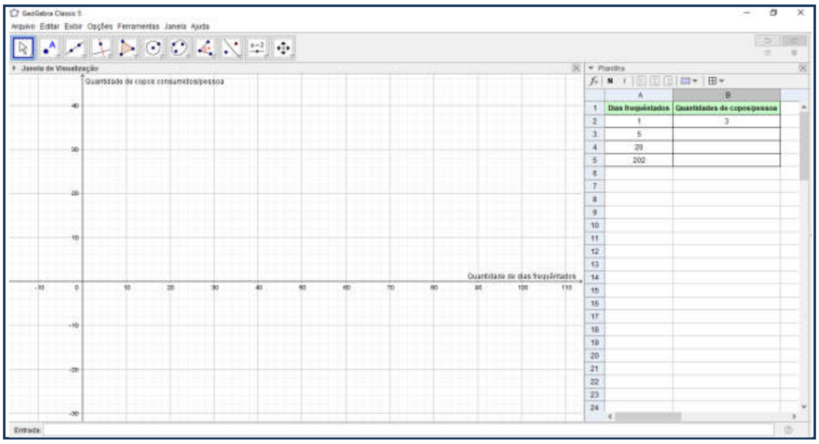
1. Copos descartáveis

[...] O copo plástico descartável é um produto muito consumido pela população, devido à sua praticidade e ao seu baixo custo para o consumidor. São muito utilizados em escritórios, festas infantis e eventos diversos, tendo ainda a vantagem de ser um produto que não provoca acidentes como os copos de vidro. [...] Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/consumidor/produtos/copos_plasticos.asp>. Acessado em: 30 de julho de 2018.

Sabemos que o plástico, por exemplo, é o resíduo sólido urbano de maior potencial para reciclagem no mundo. O Brasil produz cerca de 100 mil toneladas de copos plásticos por ano, mas infelizmente as práticas de descarte adotadas não exploram de maneira satisfatória o potencial de reciclagem do produto, de modo que grandes quantidades de copos descartáveis acabam em aterros sanitários (no caso de cidades que possuem esse tipo de instalação) ou, infelizmente, são descartados de maneira inadequada no meio ambiente. Disponível em: <https://www.ecycle.com.br/3475-copo-descartavel-impactos>. Acessado em: 04 de setembro de 2018.

Segundo a figura adiante, um cartaz informativo, localizado no bebedouro na área de recepção do IFFluminense Itaperuna – RJ, são em média 3 copos descartáveis usados por pessoa diariamente nesse *campus.*

1. Abra o arquivo *"Atividade copo descartável I.ggb"*. Observe a planilha que se encontra no lado direito do arquivo, nela temos quantidade de copos consumidos por pessoa e quantidade de dias freqüentados por ela no IFF. Nota-se que alguns valores não foram preenchidos. Complete-a.



Dias	Quantidade de copos consumidos por uma pessoa
1	3
5	
20	
44 (dias letivos)	

2. Descreva qual foi raciocínio utilizado para completar a planilha.

___

___

3. Que grandezas variam na tabela?

___

4. Em relação ao item anterior podemos dizer que são grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? Justifique analisando o que ocorre com a quantidade de copos, ao dobrar, triplicar e quadruplicar a quantidade de dias.

___

___

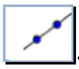
5. Observe os valores de cada coluna da planilha. A multiplicação ou a divisão, entre a quantidade de copos e os dias freqüentados, é constante? Justifique.

___

___

6. Se a resposta à questão anterior for sim, qual é a constante de proporcionalidade? O que esse valor representa neste contexto?

7. Escrevam uma igualdade que relacione a quantidade de copos consumidos por pessoa (representado por f(x)), com a quantidade de dias freqüentada por ela (representado por x).

8. Agora novamente no arquivo *"Atividade copo descartável I.ggb", c*om a planilha toda preenchida, vamos construir o gráfico da quantidade de copos consumidos por pessoa em função da quantidade de dias frequentados por ela. Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 5 e clique com o botão direito do mouse em "Criar", "Lista de pontos". Em seguida, selecione a ferramenta . Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

Depois, na barra de menu clique em "Exibir", "Janela de álgebra" . Observe se a expressão encontrada no item anterior é a mesma na "Janela de álgebra".

9. O gráfico esboçado representa uma:

10. O gráfico encontrado passa por todos os pontos? E pela origem?

11. Redija um pequeno texto, opinando sobre o impacto do consumo do copo descartável nas condições ambientais.

2. Funções custo e receita

Alunos de uma turma do 1º ano do ensino médio decidiram realizar uma confraternização no final do ano. Para isso, decidiram produzir e vender brigadeiros durante alguns meses para arrecadar dinheiro. Para fabricá-los a um custo fixo mensal de R$ 120,00 representado por (C_F), que inclui gás, conta de luz, água, etc. Além desse, há um custo variável (C_V)**, que depende da quantidade de brigadeiros preparados (x)**. Estima-se que o custo de produção de cada brigadeiro seja R$ 0,90.

1. Assim, o custo total mensal ($C(x) = C_F + C_V$), é dado pela expressão algébrica:

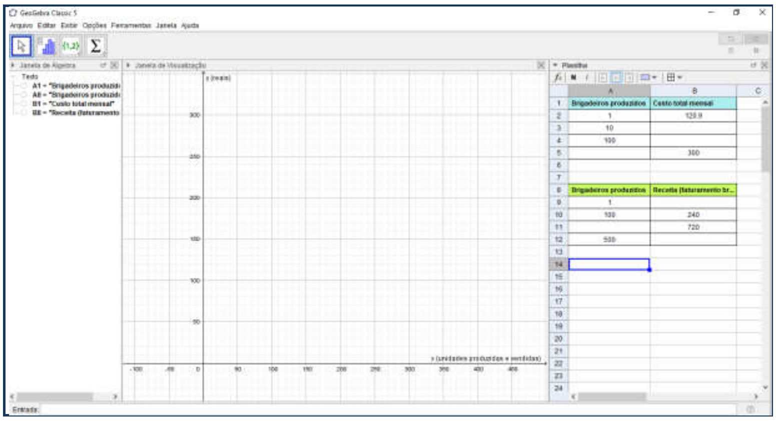
____

O preço de venda unitário do brigadeiro é R$ 2,40. Admitiremos, neste momento, que o preço de venda independe de outros fatores. Lembrando que a quantidade de brigadeiros preparados é representada por x.

2. A receita (faturamento bruto) R(x) dessa doçaria é definida por:

____

3. Abra o arquivo *"Atividade brigadeiro I.ggb"*. Observe as planilhas que se encontram no lado direito do arquivo. A primeira planilha, contendo uma coluna com a quantidade de brigadeiros preparados (x), e a outra com o custo total de produção (C(x)); A segunda planilha, uma coluna contendo a quantidade de brigadeiros preparados (x) e a outra coluna com os valores da receita (faturamento bruto), representado por R(x). Nota-se que alguns valores não foram preenchidos. Complete-a.



Planilha 1 (Custo)

x	C(x)
1	120,9
10	
100	
	300

Planilha 2 (Receita)

x	R(x)
1	
100	240
	720
500	

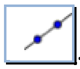
4. Descreva qual foi raciocínio utilizado para completar as planilhas.

5. Na **planilha 1** que grandezas variam?

6. Em relação ao item anterior podemos dizer que essas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? Justifique analisando o que ocorre com o custo total mensal (C(x)), ao dobrar, triplicar e quadruplicar a quantidade de brigadeiros preparados (x).

7. Observe os valores de cada coluna da **planilha 1**. A multiplicação ou a divisão, entre o custo total e a quantidade de brigadeiro, é constante? Justifique.

8. Se a resposta for sim à questão anterior. O que esse número representa neste contexto?

9. Agora voltando no arquivo *"Atividade brigadeiro I.ggb".* Com a tabela toda preenchida, vamos construir um gráfico do custo total mensal gasto em função da quantidade de brigadeiros produzidos. Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 5 e clique com o botão direito do mouse em "Criar", "Lista de pontos". Em seguida, selecione a ferramenta . Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

Depois, na barra de menu clique em "Exibir", "Janela de álgebra" . Observe se expressão encontrada no **item "1"** é a mesma na janela de álgebra.

10. O gráfico esboçado representa uma:

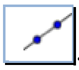
11. O gráfico encontrado passa por todos os pontos? E pela origem?

12. Agora na **planilha 2**, que grandezas variam?

13. Em relação ao item anterior podemos dizer que essas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? Justifique analisando o que ocorre com a receita (R(x)), ao dobrar, triplicar e quadruplicar a quantidade de brigadeiros preparados(x).

14. Observe os valores de cada coluna da **planilha 2**. A multiplicação ou a divisão, entre a receita (faturamento bruto) e a quantidade de brigadeiros preparados, é constante? Justifique.

15. Se a resposta da questão anterior for sim, qual a constante de proporcionalidade? O que esse valor representa neste contexto?

16. Agora no arquivo *"Atividade brigadeiro I.ggb", c*om a planilha toda preenchida, vamos construir um gráfico da receita em função da quantidade de brigadeiros produzidos. Selecione as colunas A e B das linhas 9 a 12 e clique com o botão direito do mouse em "criar", "lista de pontos". Selecione a ferramenta . Marque quaisquer dois dos quatro pontos representados na janela de visualização.

Em seguida na barra de menu clique em "Exibir", "Janela de álgebra" e observe se expressão encontrada no **item "2"** é a mesma na "Janela de álgebra".

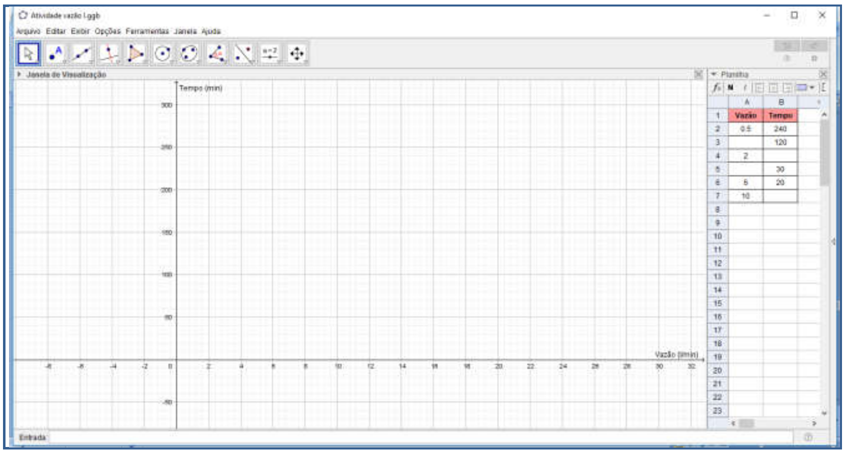
17. O gráfico esboçado representa uma:

18. O gráfico encontrado passa por todos os pontos? E pela origem?

3. Vazão

Em uma experiência, pretende-se medir o tempo necessário para se encher de água um tanque inicialmente vazio. Para isso, são feitas várias simulações que diferem entre si pela vazão da fonte que abastece o tanque. **Em cada simulação**, no entanto**, a vazão não se alterou do início ao fim da experiência**.

Abra o arquivo *"Atividade vazão.ggb"*. Observe a planilha que se encontra no lado direito do arquivo. Nota-se que alguns valores não foram preenchidos. Complete-a.



1.

Simulação	Vazão (l/min)	Tempo (min)
1	0,5	240
2		120
3	2	
4		30
5	6	20
6	10	

2. Descreva qual foi raciocínio utilizado para completar a planilha.

___

___

___

3. Observando os pares de valores; é possível notar alguma regularidade? Justifique.

___

___

4. Em relação às grandezas vazão e tempo da planilha, podemos dizer que são grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? Justifique analisando o que ocorre com o tempo, ao dobrar, triplicar e quadruplicar a vazão.

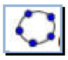
___

___

5. Observe os valores das grandezas na planilha. A multiplicação ou a divisão, entre a vazão e o tempo, é constante? Justifique.

6. Se a resposta for sim à questão anterior. Qual a constante de proporcionalidade? O que essa constante representa neste contexto?

7. Escreva uma expressão que modele a relação vazão da fonte que abastece o tanque (representado por v), com o tempo necessário para encher o tanque (representado por t).

8. Agora voltando no arquivo *“Atividade vazão.ggb”.* Com a planilha toda preenchida, vamos construir um gráfico do tempo em função da vazão. Selecione as colunas A e B das linhas 2 a 7 e clique com o botão direito do mouse em “Criar”, “Lista de pontos”. Clique sobre a ferramenta  e selecione  *cônica por cinco pontos*. Crie uma cônica passando por cinco dos seis pontos criados na janela de visualização.

Em seguida na barra de menu clique em “Exibir”, “Janela de álgebra” e observe se expressão encontrada no item anterior é a mesma na “Janela de álgebra”.

9. O gráfico esboçado representa uma:

10. O gráfico encontrado passa por todos os pontos? E pela origem?

11. Como determinamos o tempo t necessário para encher o tanque se a vazão da fonte é de 13l/min.?

- Em relação a todas as atividades realizadas descreva nas tabelas abaixo as características das grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Características

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Características

APÊNDICE H

Pós-teste

PROFMAT

Nome: ____

Turma: ____

Data: ____/____/______________

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Pós-teste

1. Um caminhão pode levar 300 sacos de cimento ou 7290 tijolos. Se o veículo já foi carregado com 100 sacos de cimento, quantos tijolos ainda poderão colocar?

____

____

2. O dono de uma revenda de veículos tem um total de 77 automóveis. A razão entre veículos novos e usados é de 4 : 3. Quantos são os carros novos?

____

____

3. (Enem 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, e uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de:

____

____

4. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:

____

____

5. Analise a tabela e responda:

Padarias	**Números de Pães**				
	1 pão	**2 pães**	**5 pães**	**10 pães**	**20 pães**
A	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,45	R$ 4,90	R$ 10,00
B	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,50	R$ 5,00	R$ 9,60
C	R$ 0,49	R$ 0,98	R$ 2,45	R$ 4,90	R$ 9,60
D	R$ 0,50	R$ 1,00	R$ 2,50	R$ 5,00	R$ 10,00

a) O preço é diretamente proporcional à quantidade de pães na padaria:

(   )A   (   )B   (   )C   (   ) D
Justifique sua resposta.

____

____

b) A constante de proporcionalidade é igual a:

____

____

6. Analise a tabela e responda:

Carros	**Tempo gasto para percorrer um percurso rodando com velocidade média.**	
	A 60 km/h	**A 180 km/h**
A	8 horas	2,7 horas
B	4 horas	2 horas
C	3 horas	1 hora

a) Qual dos carros percorreu o mesmo percurso com velocidade diferente? Justifique sua resposta.

____

____

b) A constante de proporcionalidade é igual a:

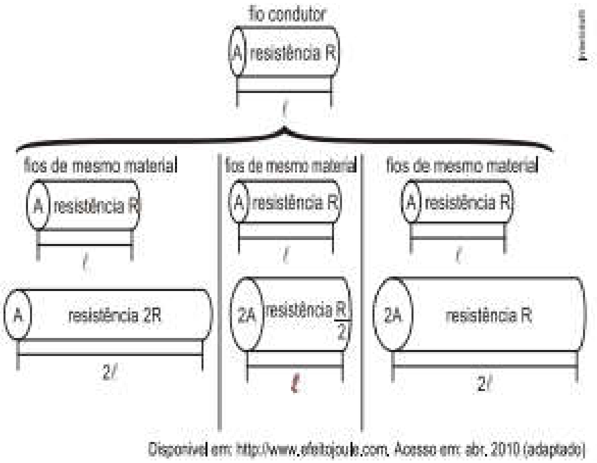
____

____

7. (Enem 2010) A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

• resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma secção transversal (A);
• resistência (R) e área da secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ) e
• comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



(Foto: Disponível em: http://www.efeitojoule.com. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente,

a) direta, direta e direta   b) direta, direta e inversa   c) direta, inversa e direta

d) inversa, direta e direta   e) inversa, direta e inversa

Justifique sua resposta.

8. Averigue se as grandezas x e y são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Justifique sua resposta.

x	2	4	6	8
y	6	8	10	12

x	1	3	5	10
y	60	20	12	6

x	1	4	5	6
y	3	12	15	18

Em caso de haver proporcionalidade indique a constante de proporcionalidade e descubra uma expressão que relacione as duas variáveis.
1ª tabela

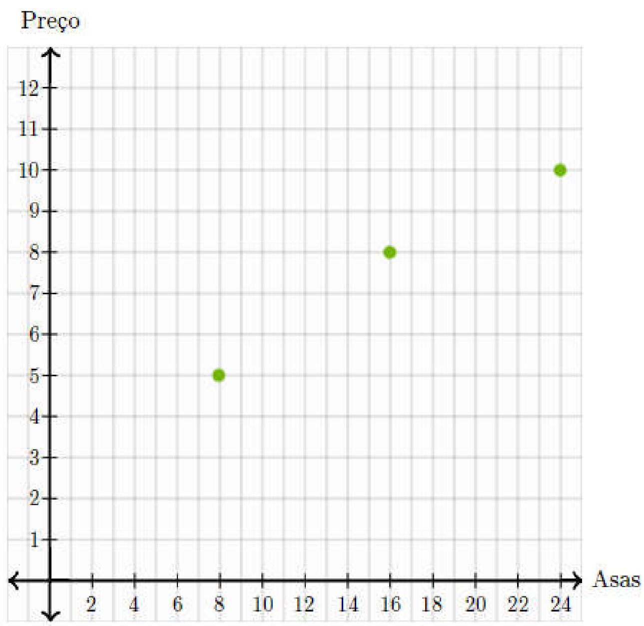
2ª tabela

3ª tabela

9. No restaurante Asa Milanesa, o preço das asas de frango depende do número de asas que você pede.

Asas	8	16	24
Preço	R$ 5,00	R$ 8,00	R$ 10,00

Seguem marcado no plano cartesiano os pares ordenados da tabela.



No restaurante Asa Milanesa, o preço das asas de frango é proporcional ao número de asas de frango pedidas? Justifique sua resposta.

10. Determine se os dados na tabela são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Justifique sua resposta.

x	**y**
1	12
2	6
3	4
4	3

11. (Enem 2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir. Justifique sua resposta.

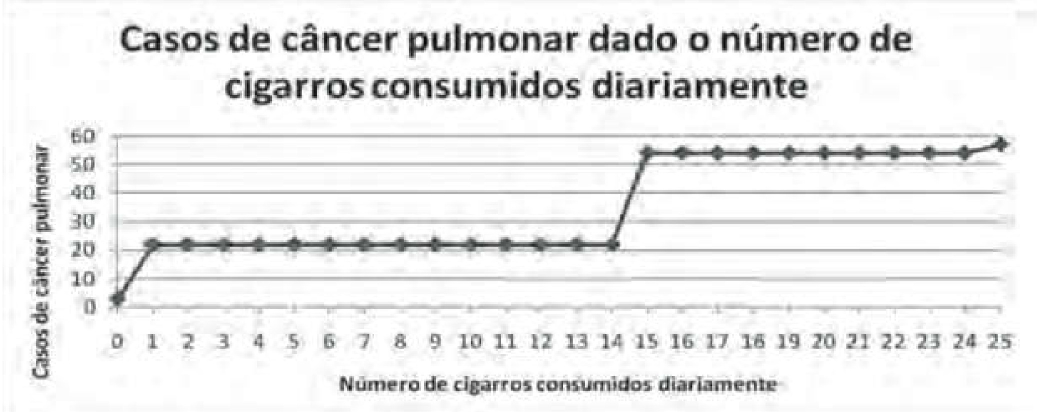


Foto: Reprodução

De acordo com as informações do gráfico,

a) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
b) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
c) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
d) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

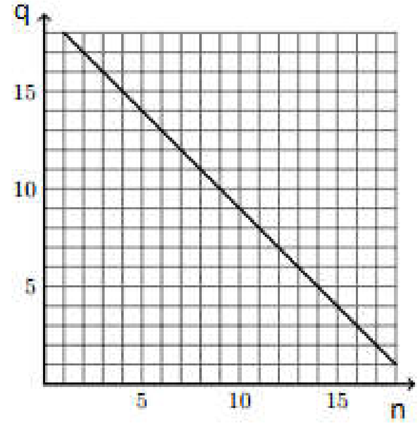
12. No dia do aniversário de Miro, os seus amigos juntos compraram um presente, sem saber ainda qual o número de pessoas que queriam participar. A tabela a seguir relaciona esse **número de pessoas** (n) com a **quantia que cabe a cada um** (q).

a) Completar a tabela.

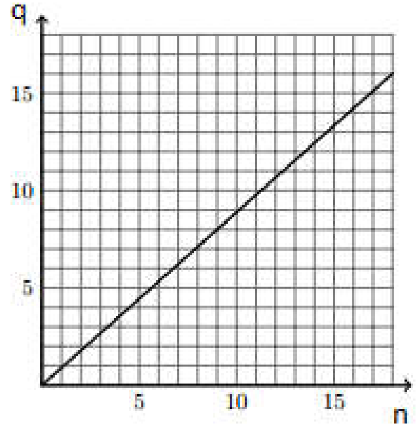
n	2	3	5	10	12
q	18				

b) Qual dos gráficos seguintes pode representar a relação entre a quantia que cabe a cada um (*q*) e o número de pessoas (n).

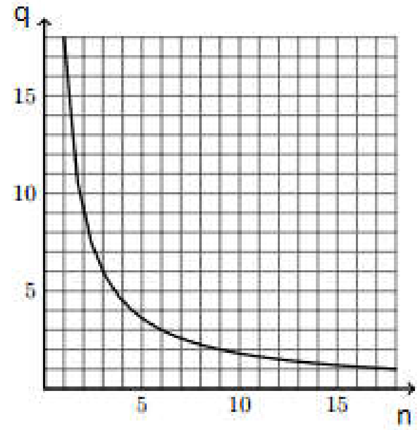
(A)



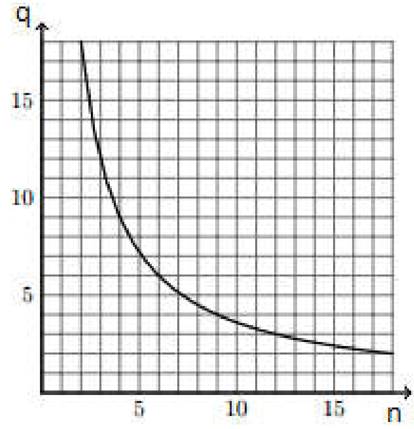
(B)



(C)



(D)

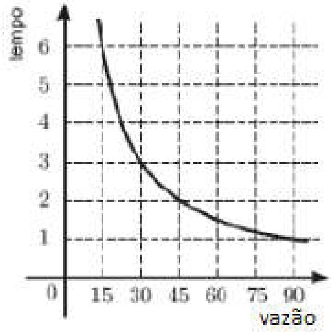


13. O tempo em horas, que se leva para encher uma caixa d'água é inversamente proporcional a vazão em m^3 de água que uma torneira jorra por hora. Sabendo que a caixa fica completamente cheia com 60 m^3 de água, em 12 horas, com a torneira jorrando $5m^3$ por hora.

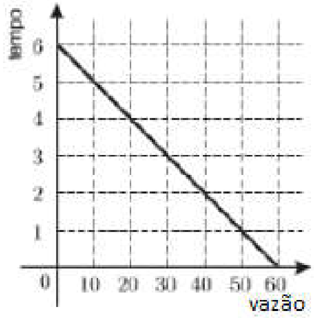
Analise e responda a seguinte questão:

Qual dos gráficos abaixo representa a relação entre a vazão da torneira em m^3 por hora que enche a caixa e o tempo horas que é necessário para encher a caixa? Justifique sua resposta.

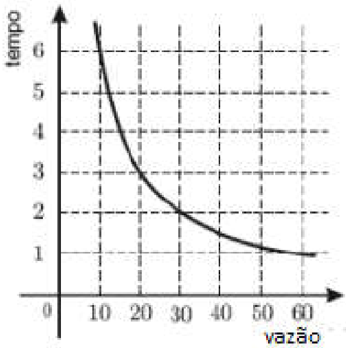
(A)



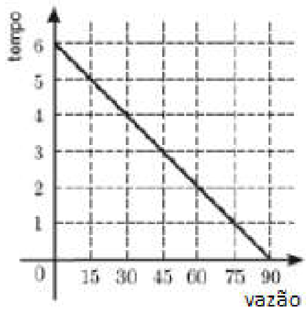
(B)



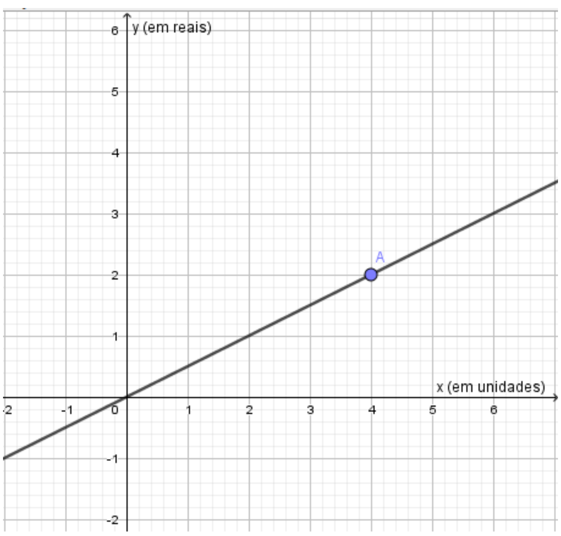
(C)



(D)



14. O gráfico abaixo apresenta informações sobre a relação entre quantidade comprada (x) e o valor total pago (y) para um terminado produto que é comercializado para revendedores. Um comerciante que pretende comprar 2350 unidades desse produto para revender pagará, nessa compra, o valor total de:



Justifique sua resposta: ______________________________

APÊNDICE I

Questionário investigativo

PROFMAT

Nome: ______________________________________

Turma: ______________________________________

Data: ____/____/______________

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Questionário Investigativo (pós-pesquisa)

1. Após a realização das atividades você se acha mais capaz de resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não

Comente:

____

____

2. Em sua opinião, a utilização dos aplicativos e do *software Geogebra* foi:

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Regular

( ) Ruim ( ) Péssimo ( ) Indiferente

Comente:

____

3. O uso dos aplicativos nas atividades ajudou no seu aprendizado?

( ) Sim ( ) Mais ou menos ( ) Não

Comente:

____

____

4. De todas as atividades propostas qual foi a sua preferida? Por quê?

( ) Razão no cotidiano (Suco, néctar ou refresco)

( ) Cortando pizza em diferentes proporções

( ) Construindo conceitos (Lei de Ohm)

( ) Balançando (Gangorra)

( ) Copo descartável

( ) Função custo e receita (brigadeiro)

( ) Vazão

( ) Atividades utilizando o *software* Geogebra

Comente:

____

5. Você acredita que se as aulas usassem mais a tecnologia seu interesse em aprender aumentaria? Por quê?

____

____

6. Você considera que as resoluções das atividades contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem do tema em estudo (conceito de proporcionalidade)?

( ) Sim ( ) Não

Comente:

____

____