BRUNA DE CÁSSIA SOARES CAMARGO

UMA PROPOSTA DE MATERIAL DE APOIO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ABRIL DE 2019

BRUNA DE CÁSSIA SOARES CAMARGO

UMA PROPOSTA DE MATERIAL DE APOIO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
ABRIL DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pela autora.

C172 Camargo, Bruna de Cassia Soares.

UMA PROPOSTA DE MATERIAL DE APOIO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM / Bruna de Cassia Soares Camargo. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.

213 f.
Bibliografia: 97 - 103.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019.
Orientador: Oscar Alfredo Paz La Torre.

1. Função Afim. 2. PNLD. 3. Questionário. 4. Material de Apoio. 5. Ensino Médio. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

BRUNA DE CÁSSIA SOARES CAMARGO

UMA PROPOSTA DE MATERIAL DE APOIO PARA O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 29 de Abril de 2019.

Profª. Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. - IFF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho à minha mãe Rita de Cássia, por ter me ensinado a sonhar e me educado no caminho da honestidade.

Agradecimentos

À Deus por tornar meu sonho realidade e por ter me dado forças para chegar ao fim dessa jornada.

À minha mãe Rita de Cássia e a minha irmã Aline por todo apoio e incentivo nos momentos difíceis.

Ao meu amor, Kaio Pedrosa, por estar sempre ao meu lado, por compreender as minhas ausências e pelas palavras de carinho.

À amiga Carla por ter aberto as portas da sua casa e por ter feito de mim parte da família, sem você eu não teria chegado até aqui.

Ao amigo Thiago Vital pelas caronas e risadas compartilhadas ao longo desses dois anos.

Aos amigos da turma PROFMAT-2016: Barbara, Diogenes, Eliete, Emanuel, Érika, Gilmar, Rackel, Samara e Raul por toda a ajuda e pelos momentos felizes que passamos juntos.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT-UENF: Rigoberto, Mikail (in memória), Liliana (in memória), Elba, Geraldo e Nelson pelos ensinamentos.

Ao coordenador do curso e meu orientador Oscar Alfredo Paz La Torre por sua competência em coordenar, pela paciência, amizade, dedicação e contribuição nesse trabalho.

Aos meus amigos, em especial Victor José, Nanda Telles e Camila Ferraz, pelas orações, por ouvir meus desabafos nos momentos mais difíceis e por acreditarem sempre que eu seria capaz.

Aos professores que participaram dessa pesquisa, pela disposição e tempo despendido, compartilhando suas experiências e contribuindo para o resultado final desse trabalho.

À minha coordenadora Vivian Miranda e todos os meus alunos do CEDERJ pelo apoio.

À sociedade Brasileira de Matemática-SBM e à UENF, pelo oferecimento deste curso.

Sou grata a todos que de alguma forma participaram dessa conquista.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O sonho encheu a noite
Extravasou pro meu dia
Encheu minha vida
E é dele que eu vou viver
Porque sonho não morre.

Adélia Prado

Resumo

A Função Afim é a primeira das funções estudada pelos alunos do Ensino Médio, possuindo grande aplicabilidade nos campos da Matemática e em outras ciências. Apesar disso, o tema ainda é trabalhado por muitos professores de forma mecânica, valorizando a memorização de métodos e fórmulas, e a repetição excessiva de exercícios de fixação. Na tentativa de buscar uma metodologia de ensino que garanta um aprendizado efetivo, a presente pesquisa teve por objetivo elaborar um material de apoio, composto por uma parte teórica e por cinco atividades, tendo em vista auxiliar o professor do Ensino Médio no ensino da Função Afim. A proposta foi elaborada a partir das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, das Orientações Curriculares para o Ensino Médio, da análise dos livros didáticos adotados pelas escolas públicas e da experiência dos professores da rede básica de ensino. A metodologia de pesquisa utilizada foi a qualitativa descritiva aplicada e os métodos escolhidos para a coleta de dados foram a pesquisa documental e o levantamento de dados. Para o primeiro método, os instrumentos de coleta foram os livros didáticos das seis coleções aprovadas pelo PNLD/2015, analisados de acordo com as recomendações dos PCN para o Ensino Médio e de seus documentos complementares. O levantamento foi realizado com a aplicação de um questionário *online* para professores que trabalham ou já trabalharam com Função Afim. O questionário foi divulgado por meio de *email* para professores do círculo profissional da pesquisadora e em grupos de professores de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da rede social *facebook*. O objetivo desse levantamento foi identificar as principais dificuldades apresentadas pelos alunos e quais foram os recursos e estratégias didáticas utilizadas para auxiliar no processo de ensino. Foram coletadas 123 respostas de professores de diversos estados brasileiros. Nas atividades propostas, foram utilizadas a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas do Cotidiano, uso de Material Didático Concreto, Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital de Informação e Comunicação (TDIC). Das cinco atividades, duas foram experimentadas no Pólo CEDERJ na cidade de Itaperuna-RJ com alunos do curso de Graduação em Licenciatura em Matemática, Ciências Biológicas e um professor de Matemática. O objetivo dessa experimentação foi testar os materiais concretos elaborados e coletar a opinião dos participantes para o seu aperfeiçoamento.

Palavras-chaves: Função Afim, PNLD, Questionário, Material de Apoio, Ensino Médio.

Abstract

Affine function is the first one studied by High School students, showing great applicability on Mathematics and other sciences fields. Despite of that, this subject is still worked by many teachers in a mechanical way, emphasizing memorization techniques, formulas and excessive repetition of exercises for fixation. Attempting to searching a teaching methodology that warrants an effective learning, The present research aimed at the elaboration of a support material, composed of theory and five activities, with the objective of helping High School teachers in the task of teaching Affine Function.The proposal was elaborated based on the recommendations of High School National Curricular Parameters, the Complementary Educational Guidelines for the National Curricular Parameters, the Curriculum Guidelines for High School, the analysis of textbooks adopted by public schools and the experience of public basic education schools teachers. The research methodology used was the applied descriptive qualitative and the methods chosen for the data collection were the documentary research and the data survey. For the first method, the collection tools were the textbooks of the six collections approved by the PNLD / 2015, analyzed according to the recommendations of the PCN for High School and its complementary documents. The survey was carried out with the application of an online questionnaire for teachers who work or have already worked with Affine Function. The questionnaire was sent by email to teachers of the searcher's professional network and also posted on facebooksocial media, addressed to groups of teachers of Mathematics and teachers of the Professional Masters Program in Mathematics in National Network (PROFMAT).The objective of this survey was to identify the main difficulties presented by the students, and what were the didactic resources and strategies used to help in the teaching process. A total of 123 responses were collected from teachers from different Brazilian states. Mathematical Modeling, Daily Problem Solving, Concrete Didactic Material, Play Activities and Information and Communication Digital Technology (ICDT) were used in the proposed activities. Two out of five activities were performed in CEDERJ Pole in Itaperuna city, state of Rio de Janeiro, with students of Licensing Graduation on Mathematics, Biological Sciences and also a Mathematics teacher. The objective of this experiment was to test concrete materials and to collect participants opinions, in order to improve efficiency.

Key-words: Affine function, PNLD, Questionnaire, Support material, High School.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exercício resolvido nº 1 37
Figura 2 – Exercício nº 13 38
Figura 3 – Gráfico item f 39
Figura 4 – Exercícios 40
Figura 5 – Problema do mergulhador 41
Figura 6 – Propriedade Função Linear 42
Figura 7 – Exercício nº 10 44
Figura 8 – Exercícios teóricos sobre inequações 45
Figura 9 – Exemplo de retas transladadas 46
Figura 10 – Exercício nº 1 da seção cálculo rápido 47
Figura 11 – Gráfico demanda e oferta 49
Figura 12 – Número de professores por estado 56
Figura 13 – Apresentação da Oficina 85
Figura 14 – Pesquisadora explicando como utilizar os discos 85
Figura 15 – Alunos desenvolvendo a primeira atividade 86
Figura 16 – Atividade nº 4 86
Figura 17 – Atividade nº 4 87
Figura 18 – Aluna manuseando o disco 87
Figura 19 – Características das funções presentes no jogo 88
Figura 20 – Alunos jogando a Tranca Afim 88

Lista de quadros

Quadro 1 – Coleções aprovadas no PNLD/2015 36
Quadro 2 – Resultado da análise das coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2015 51
Quadro 3 – Comentários e sugestões sobre a oficina 95

Lista de gráficos

Gráfico 1 – Pergunta nº 1 53
Gráfico 2 – Pergunta nº 2 53
Gráfico 3 – Pergunta nº 3 54
Gráfico 4 – Pergunta nº 4 54
Gráfico 5 – Pergunta nº 5 55
Gráfico 6 – Pergunta nº 8 57
Gráfico 7 – Pergunta nº 9 57
Gráfico 8 – Pergunta nº 10 58
Gráfico 9 – Pergunta nº 11 58
Gráfico 10 – Pergunta nº 12 59
Gráfico 11 – Pergunta nº 13 60
Gráfico 12 – Pergunta nº 14 60
Gráfico 13 – Pergunta nº 15 61
Gráfico 14 – Pergunta nº 16 61
Gráfico 15 – Pergunta nº 17 62
Gráfico 16 – Pergunta nº 18 62
Gráfico 17 – Pergunta nº 19 63
Gráfico 18 – Tempo de trabalho e recursos utilizados 64
Gráfico 19 – Utilização do livro didático em sala e como instrumento de planejamento 65
Gráfico 20 – Conhecimento das recomendações dos PCN e sua utilização 66
Gráfico 21 – Dificuldades e rede de ensino 66
Gráfico 22 – Resolução de situações-problema e problemas do cotidiano 67
Gráfico 23 – Pergunta nº 1 89
Gráfico 24 – Pergunta nº 2 90
Gráfico 25 – Pergunta nº 3 90
Gráfico 26 – Pergunta nº 4 91
Gráfico 27 – Pergunta nº 5 91
Gráfico 28 – Pergunta nº 6 92
Gráfico 29 – Pergunta nº 7 92
Gráfico 30 – Pergunta nº 8 93
Gráfico 31 – Pergunta nº 9 93

Gráfico 32 – Pergunta nº 10 94
Gráfico 33 – Pergunta nº 11 94

Lista de abreviaturas e siglas

CEDERJ	Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
CELD	Comissões estaduais de livros didáticos
CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
COLTED	Comissão do Livro Técnico e Livro Didático
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
Fename	Fundação Nacional do Material Escolar
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
INL	Instituto Nacional do Livro
LDB	Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PLIDEF	Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PNLDEM	Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
SEB	Secretaria de Educação Básica
Usaid	Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional
TDIC	Tecnologia Digital de Informação e Comunicação

Sumário

Introdução 17

1 O ENSINO DAS FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO 22
1.1 A Matemática no Ensino Médio 22
1.2 As Diretrizes para o Ensino das Funções 25
1.3 A Importância do Livro Didático no Ensino da Matemática . . 27
1.4 O PNLD 29

2 METODOLOGIA 31
2.1 Sujeitos da pesquisa 31
2.2 Pesquisa documental 32
2.3 Levantamento de Dados 33
2.4 Oficina de Experimentação 35

3 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS 36
3.1 Análise LD-1 37
3.1.1 Análise LD-2 39
3.1.2 Análise LD-3 40
3.1.3 Análise LD-4 43
3.1.4 Análise LD-5 45
3.1.5 Análise LD-6 48
3.2 Resultados 49

4 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO 52
4.1 Perfil da amostra 53
4.1.1 Gênero 53
4.1.2 Tempo de Magistério 53
4.1.3 Formação Acadêmica 54
4.1.4 Rede de Ensino 55
4.1.5 Estado em que atuam 55
4.2 Apresentação dos dados 56
4.2.1 Experiência com o tema 56
4.2.2 Utilização do Livro Didático em Sala de Aula 57
4.2.3 Instrumentos utilizados na preparação das aulas 57
4.2.4 Os PCN na Prática Docente 58
4.2.5 Dificuldades no Ensino da Função Afim 59

4.2.6 Abordagem do tema nos livros didáticos 61
4.2.7 Recursos didáticos utilizados e suas vantagens 62
4.3 Resultados 63

5 ESTRATÉGIAS E RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA 68
5.1 O Material Didático Concreto 69
5.2 As Atividades Lúdicas 71
5.3 A Modelagem Matemática 73
5.4 O Uso da Tecnologia Digital de Informação e Comunicação (TDIC) 76
5.5 A Resolução de Problemas do Cotidiano 78
5.6 Trabalhos e Propostas Relacionadas 81

6 OFICINA DE EXPERIMENTAÇÃO “O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM ATRAVÉS DA CRIPTOGRAFIA E DE JOGOS” 84
6.1 Desenvolvimento da Oficina 84
6.1.1 Aplicação da Atividade “A Cifra de César” 85
6.1.2 Aplicação do Jogo “Tranca Afim Nível II” 87
6.2 Análise do Questionário 89
6.2.1 Análise sobre a Atividade “A Cifra de César” 89
6.2.2 Análise sobre o Jogo “Tranca Afim” 92
6.2.3 Sugestões, Comentários e Críticas sobre a Oficina 95
6.3 Conclusões 95

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS 96

REFERÊNCIAS 98

APÊNDICES 105

APÊNDICE A – MATERIAL DE APOIO 106

APÊNDICE B – CONFECÇÃO DOS MATERIAIS 178

APÊNDICE C – FOLHAS DE ATIVIDADES COM RESPOSTAS 198

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE BÁSICA DE ENSINO 206

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO OFICINA 211

Introdução

O conceito de Função surgiu a partir do trabalho do inglês Isaac Newton (1642-1727) em seu estudo com séries infinitas. Ele usava os termos “fluentes” e “fluxões” para designar as variáveis dependentes e “genita” para designar uma determinada quantidade obtida a partir de outras, mas foi Leibniz (1646-1716) quem usou o termo função pela primeira vez em 1673, para conceituar a dependência de uma curva de quantidades geométricas como as subtangentes e subnormais. O termo também foi adotado na correspondência trocada entre Leibniz e Bernoulli (1667-1748), entre os anos de 1694 e 1698, para representar quantidades dependentes de uma variável no desenvolvimento do estudo de curvas por meio algébrico. Euler (1707-1783) complementou a definição de função, substituindo o termo “quantidade” por “ expressão analítica” e introduzindo a notação $f(x)$, como é utilizada até os dias atuais (PONTE, 1990).

De acordo com Simmons (1987), o conceito de função é o mais importante dentre todos os conteúdos matemáticos, sendo seu lugar de destaque justificado pela grande aplicabilidade na investigação de fenômenos em diferentes ramos da Matemática. De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais,

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121).

O conteúdo é um dos assuntos mais cobrados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) na área de Matemática e suas tecnologias. De acordo com um levantamento realizado e divulgado pelo site de notícias G1 (2017)[1], dentre os conhecimentos algébricos, o conceito de gráficos e funções corresponderam a 12% das questões cobradas nas provas de 2009 até 2016.

Dentre os diversos tipos de funções, a Função Afim é a primeira a ser apresentada aos educandos, sendo seu estudo realizado no 1º ano do Ensino Médio, de acordo com o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2013). Seu conceito

[1] https://g1.globo.com/educacao/enem/2017/noticia/matematica-no-enem-veja-os-assuntos-que-mais-caem-e-revise-questoes-de-provas-anteriores.ghtml

pode ser aplicado em problemas que relacionam duas grandezas, como por exemplo, no estudo das Progressões Aritméticas, em problemas relacionados à Matemática Financeira, em problemas de conversão de temperatura e no estudo do movimento uniforme.

Apesar da possibilidade de se trabalhar o tema de forma contextualizada, os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos conteúdos. Num estudo realizado por Costa, Bittencourt e Fernandes (2016), a principal dificuldade dos alunos está na transformação da linguagem gráfica para a algébrica e vice-versa. Além disso, de acordo com o estudo de Gomes et al. (2015), os alunos também apresentam dificuldade na determinação dos coeficientes a e b da função, na transformação da linguagem escrita para a representação algébrica, na construção de gráficos e manipulação dos dados em tabela. Consequentemente, grande parte dos estudantes não conseguem aplicar o conceito de Função Afim na interpretação e resolução de problemas relacionados ao cotidiano.

De acordo com Silva e Victer (2016), diante das dificuldades encontradas no ensino da Matemática, os professores devem fazer uma revisão sobre a sua atuação em sala de aula, para que sejam identificados novos meios para tornar a aula mais atrativa, estimulando o interesse do aluno pelos conteúdos. Miorim e Fiorentini (1990) defendem um aprender em que o educando participe ativamente do processo de ensino e aprendizagem e não um ensino marcado pela repetição e memorização dos conteúdos. Segundo Gervázio (2017, p.2),

> Deve-se promover um novo modelo de educação, pois utilizar apenas a lousa, giz e exposição oral, já não tem mais trazido bons rendimentos. Isso pode ser verificado quando se analisa os resultados das avaliações feitas por órgãos internacionais na educação matemática nacional, onde o Brasil quase sempre ocupa as últimas posições.

Como forma alternativa ao ensino tradicional, marcado pela mera transmissão de conteúdos, diversos autores sugerem o uso de estratégias e recursos didáticos para o ensino da Matemática. D'Ambrosio (1989) propõe o uso da Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Etnomatemática, História da Matemática, uso de Computadores e Jogos. Para a autora, essas propostas colocam o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem, sendo ele o construtor do seu conhecimento por meio da interpretação do mundo e de suas experiências. Souza (2007) aponta o uso de materiais didáticos concretos como forma de estimular o educando a pesquisar, buscando novos conhecimentos. Além disso, segundo o autor, esse recurso facilita a interação do aluno com os conceitos matemáticos, passando da abstração para o concreto. Além dos recursos já citados, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, destacam ainda o uso de projetos interdisciplinares, a realização de atividades coletivas e lúdicas como instrumentos que favorecem a construção dos conceitos matemáticos de forma contextualizada.

Nessa perspectiva, diante da importância do conceito de Função Afim e das dificuldades dos alunos em compreender o conteúdo, este trabalho é motivado pelo seguinte questionamento: “Como auxiliar o professor de Matemática no ensino da Função Afim por meio da utilização de recursos e estratégias didáticas?”

Motivados pela mesma questão norteadora, muitos autores já propuseram o uso de algumas das metodologias citadas, na tentativa de trabalhar o tema de forma diferenciada a partir de uma prática motivadora. No trabalho de Torezani (2016), o conceito de Função Afim é construído a partir da resolução de situações problemas relacionadas ao cotidiano. Ao final do trabalho, a autora propõe cinco atividades para serem aplicadas em sala de aula, a saber: A máquina transformadora de números, o jogo “purrinha”, adivinhações matemáticas, construção e análise do gráfico de uma função afim no *GeoGebra* e no programa *Excel*. Nessas atividades, são utilizados o material didático concreto, trabalho em grupo, a Modelagem Matemática e o uso de tecnologias. De acordo com a autora, o objetivo dessas atividades é a construção do conhecimento de forma mais efetiva, trabalhando o tema de maneira diversificada. No trabalho de Camelo (2013), a Modelagem Matemática é utilizada como ferramenta no estudo da Função Afim. É proposta uma única atividade, a de escolher o melhor plano de telefonia móvel dentre três. Por meio desse instrumento de ensino, a autora pretende motivar os alunos para o estudo do tema, tornando-os indivíduos autônomos, capazes de pensar e construir suas próprias estratégias para a resolução de problemas. No trabalho de Azevedo (2014), a Função Afim é trabalhada por meio da resolução de diversas situações problemas, algumas relacionadas ao cotidiano. Com essa proposta, o autor deseja incentivar o professor a adotar uma nova metodologia para ensinar o conteúdo, abandonando a prática tradicional. No trabalho de Matos (2014), foi elaborado um material didático para o ensino da Função Afim específico para o curso de Agroecologia. Nesse material, o tema é relacionado ao cotidiano dos alunos, sendo propostas algumas atividades e o uso do *GeoGebra*. Segundo a autora, o material irá facilitar o ensino do tema, aumentando o interesse dos alunos e aproximando o assunto a problemas do dia a dia.

Na expectativa de contribuir para um melhor aprendizado da Função Afim e de tornar o seu ensino mais dinâmico, atrativo e prazeroso, que supere as dificuldades apresentadas pelos alunos, o objetivo geral desta pesquisa é elaborar um material didático de apoio, composto pela parte teórica e cinco atividades, tendo em vista auxiliar o professor do Ensino Médio no processo de ensino da Função Afim. O material e as atividades serão elaboradas a partir das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio para a Matemática e de seus documentos complementares, da análise dos livros didáticos adotados nas escolas públicas no triênio 2015-2017 e da coleta da experiência dos professores que atuam na rede básica de ensino que já trabalharam com o tema.

Nesta pesquisa, a metodologia adotada foi a qualitativa descritiva aplicada. Os métodos de coleta de dados utilizados foram a pesquisa documental para a análise dos livros didáticos de matemática aprovados no PNLD/2015 e o levantamento de dados, com a aplicação do questionário online para os professores de matemática da rede básica de ensino.

Para atingir o objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Verificar como o tema deve ser trabalhado em sala de aula de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio;
- Verificar, por meio da pesquisa documental, se o tema é tratado nos livros didáticos de matemática adotados nas escolas públicas conforme as recomendações dos PCN e de seus documentos complementares;
- Investigar, por meio da aplicação do questionário *online*, as principais dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Função Afim e quais os recursos didáticos utilizados que auxiliam nesse processo;
- Testar os materiais desenvolvidos nas atividades, por meio de uma oficina de experimentação, buscando coletar informações para o seu aperfeiçoamento.

O desenvolvimento do trabalho foi dividido em sete capítulos, como segue:

No primeiro capítulo são apresentadas as competências e habilidades que devem ser adquiridas por meio do estudo da Matemática no Ensino Médio e as diretrizes para o ensino das funções, de acordo com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Também são abordados nesse capítulo a importância do livro didático no ensino da Matemática e um breve histórico do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

No segundo capítulo está descrita a metodologia de pesquisa adotada e os métodos utilizados para a coleta de dados. São apresentados os sujeitos da pesquisa, os critérios para a análise das coleções utilizados na pesquisa documental e os objetivos do levantamento realizado por meio da aplicação do questionário *online* para professores da rede básica de ensino.

O terceiro capítulo é composto pela análise da unidade didática que trata do tema Função Afim das seis coleções dos livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD para o triênio 2015-2017.

No quarto capítulo são apresentados os dados coletados e os resultados obtidos por meio da aplicação do questionário *online* para professores da rede básica de ensino que possuem experiência com o tema Função Afim.

No quinto capítulo há uma breve fundamentação teórica sobre o uso de recursos e estratégias didáticas que foram utilizadas na elaboração das atividades, escolhidas a partir do resultado do levantamento realizado.

No sexto capítulo é apresentada a Oficina de Experimentação, na qual foram testadas duas das atividades propostas com alunos dos cursos de Graduação em Licenciatura em Matemática, Ciências Biológicas e um professor de Matemática.

No sétimo capítulo estão as considerações finais.

Ao final deste trabalho, nos apêndices, encontram-se o material didático elaborado, composto pela teoria e pelas atividades propostas, além dos materiais produzidos para impressão e confecção do material concreto.

Capítulo 1

O Ensino das Funções no Ensino Médio

Ao longo da história da Educação Brasileira,o Ensino Médio teve como principal objetivo preparar o indivíduo para o ingresso na Educação Superior. Com a promulgação de novas leis, foram propostas mudanças significativas nessa etapa de escolarização.

De acordo com Ricardo e Zylbersztajn (2008, p.257), com a criação da Lei 9.394 das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96), sancionada em 20 de dezembro de 1996, a interdisciplinaridade, a contextualização e as competências passaram a fazer parte do cenário educacional brasileiro. Para implementar as mudanças propostas pela LDB/96, o Governo Federal, juntamente com o Ministério da Educação, elaborou alguns documentos para orientar a prática dos professores na educação básica.

Para o Ensino Médio, foram produzidos os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). De acordo com Schmidt (2013, p.2),

> são documentos descritos para as escolas com intuito de desenvolver estratégias de ensino, metas a ser desenvolvidas ao longo da vida escolar do aluno, procurando respeitar as diversidades regionais, culturais, políticas e sociais de cada região do país, trabalhando de acordo com as raízes da população brasileira.

De acordo com Souza Neto (2014), os PCN e seus documentos complementares são referências para todas as instituições de ensino brasileiras, fornecendo os conteúdos mínimos que deverão ser ministrados em cada disciplina, garantindo uma educação básica eficiente e de qualidade.

1.1 A Matemática no Ensino Médio

Em relação à disciplina de Matemática, os PCN, PCN+ e as OCEM têm o objetivo de “[...] tornar o ensino e a aprendizagem da Matemática mais estimulantes e eficazes, propondo enfaticamente a contextualização e a interdisciplinaridade."(ORTEGA JUNIOR, 2001, p.1).

Tais publicações servem de ponto de partida para que o trabalho docente esteja vinculado a uma educação que valorize a dignidade da pessoa humana, a igualdade de direitos e o respeito a diversidade. De acordo com o próprio documento,

> [...] o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social. (BRASIL, 2000, p.7).

Nos PCN, as orientações para o ensino da Matemática encontram-se na Parte III, juntamente com as disciplinas de Física, Química e Biologia. Esse capítulo recebe o título de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. É notável a intenção de interdisciplinaridade e contextualização no ensino dessas ciências, associado ao aprendizado científico-tecnológico, proporcionando ao indivíduo conhecimentos e habilidades que sejam úteis para a vida e o trabalho.

No cenário atual, fortemente marcado pelas novas tecnologias, exige-se dos indivíduos habilidades que vão além do manuseio de computadores. De acordo com Brasil (2000, p.40) "[...] é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente".

Os PCN pontuam as finalidades do ensino da Matemática no nível médio, que têm como objetivo levar o aluno a:

> • compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
>
> • aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
>
> • analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
>
> • desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
>
> • utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
>
> • expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
>
> • estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;

> • reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
>
> • promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2000, p.42).

Para que os alunos adquiram as competências e habilidades citadas no aprendizado da Matemática, o ensino deve ir muito além da memorização de fórmulas, resolução de exercícios repetidos, sem conexão com a realidade dos educandos. Para Lopes (2011, p.8),

> [...] não é possível que a Matemática seja trabalhada de forma descontextualizada, fragmentada e repetitiva, sem considerar a realidade em que a escola está inserida. Nesse novo cenário, a ênfase deve ser dada na reflexão, no desenvolvimento do pensamento, na resolução de problemas cotidianos, no envolvimento em contextos sociais, econômicos e culturais nos quais os alunos vivem e, diante do processo irreversível de globalização no qual estão inseridos, na ampliação de sua visão de mundo.

Dessa forma, o aprendizado da Matemática deve ser visto como forma de promoção e desenvolvimento das capacidades dos alunos, gerando hábitos de investigação, preparando o indivíduo para o mundo do trabalho, desenvolvendo sua autonomia, raciocínio e a compreensão de fatos. De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio,

> espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebem a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p.69).

De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), a comunicação em Matemática é outro aspecto que deve ser trabalhado em sala de aula. O aluno precisa aprender a se comunicar, de forma escrita e oral, utilizando linguagem matemática. Para isso, deve ser exposto as mais variadas formas de linguagens e representações presentes no cotidiano.

Em relação aos exercícios que devem ser propostos no ensino da Matemática, para Brasil (2002, p.112), "a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios." Ainda de acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002), o educador precisa valorizar as situações-problema relacionadas ao cotidiano. Os exercícios de aplicação de conceitos e técnicas matemáticas não são suficientes para que o aluno adquira a capacidade de raciocínio frente aos desafios propostos, pois nesses tipos de exercícios, o que se pratica é a mera repetição de técnicas de resolução utilizadas em exercícios já resolvidos.

Atrelada à resolução de problemas, as OCEM (BRASIL, 2006), sugerem a modelagem matemática para a resolução de problemas do cotidiano. Com a utilização dessa estratégia didática, o aluno desenvolve a habilidade de transformar um problema da vida real em linguagem matemática, criando e testando estratégias para a sua resolução.

De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), outros recursos que auxiliam o aluno na aquisição das competências no ensino da Matemática é o trabalho em grupo e o desenvolvimento de projetos inter ou transdisciplinares. Os PCN valorizam as atividades coletivas e as atividades lúdicas. Segundo o documento,

> se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar; dando ao aluno oportunidade de construir modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições; criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar; valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de idéias e de práticas; desenvolvendo atividades lúdicas, nos quais o aluno deve se sentir desafiado pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes. (BRASIL, 2000, p.52).

Segundo Lopes (2011), os agentes envolvidos no cenário escolar deverão se organizar para que os alunos tenham condições de adquirirem as habilidades e competências indispensáveis para atuarem na sociedade atual, entendendo a importância da Matemática dentro do contexto histórico da humanidade e da necessidade de adquirir os conhecimentos necessários para intervir no mundo globalizado.

1.2 As Diretrizes para o Ensino das Funções

Para Ponte (1990), o conceito de Função é considerado um dos mais importantes na Matemática, estando frequentemente presente no cotidiano. Segundo Brasil (2000, p.43), "o ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui". Assim, não é possível que esse assunto seja trabalhado de forma fragmentada, sem considerar o contexto em que o indivíduo está inserido.

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma

> variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p.43-44).

Nos PCN+, encontram-se no eixo estruturado Tema 1. Álgebra: números e funções, os conteúdos e habilidades que devem ser desenvolvidas no estudo das Funções.

> **1- Variação de grandezas:** noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; seqüências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas.
>
> • Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática.
>
> • Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana.
>
> • Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes.
>
> • Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas.
>
> • Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis. (BRASIL, 2002, p.122-123).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), recomendam que o estudo das Funções seja introduzido por meio das relações entre grandezas. O aluno deve associar o conceito de função com problemas de variação e quantificação de fenômenos. Os PCN+ (BRASIL, 2002), chamam a atenção para o fato de que, após definido o conceito de função, pode-se abandonar o estudo de conjuntos e relações, pois estes não são necessários para a identificação dos diferentes tipos de funções. E ainda destacam que "toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares."(BRASIL, 2002, p.121).

Dada a forma algébrica, segundo Barreto (2008), é importante valorizar a ideia de relação que está por trás dessa expressão, dando ênfase aos aspectos mais intuitivos e relacionais. A ideia de variável está associada a sua natureza algébrica, sendo esta noção fundamental para a modelagem de problemas.

Em relação a sua representação gráfica, os gráficos favorecem a visualização do comportamento das Funções, permitindo que domínio, contradomínio e a regra de correspondência sejam percebidos simultaneamente, o que em outras representações, como tabelas e a forma algébrica, são mais difíceis de se perceber. De acordo com Brasil (2006, p.72), "é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes".

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), recomendam que a função linear, definida pela expressão $f(x) = ax$, seja relacionada ao modelo de proporcionalidade direta. Além disso, deve-se mostrar aos alunos a relação entre o modelo de decrescimento com a proporcionalidade inversa, definida pela função $f(x) = \frac{a}{x}$, pois é comum os alunos confundirem função crescente com proporcionalidade direta e função decrescente com proporcionalidade inversa.

1.3 A Importância do Livro Didático no Ensino da Matemática

Apesar de todo avanço tecnológico e dos variados recursos disponíveis, os livros didáticos continuam assumindo o papel de protagonista nas salas de aulas das escolas brasileiras. Durante as aulas, o livro funciona como um importante componente no processo de ensino e aprendizagem, servindo de guia para a prática docente. De acordo com Silva (2012, p.806), "impulsionados por inúmeras situações adversas, grande parte dos professores brasileiros o transformaram no principal ou, até mesmo, o único instrumento a auxiliar o trabalho nas salas de aula." Para Biehl (2009, p.2), "os professores utilizam o livro como o instrumento principal que orienta o conteúdo a ser administrado, a seqüência desses conteúdos, as atividades de aprendizagem e avaliação para o ensino".

> O livro didático destina-se a dois leitores: o professor e o aluno, em que o professor é o transmissor e/ou o mediador dos conteúdos que estão nesses livros, e o aluno é o receptor de tais conteúdos. É através desses livros que o aluno vai aprender, construir e alterar significados, em relação a um padrão social, que a própria escola estabeleceu como projeto de educação, quando da adoção desse livro didático para utilização na escola. (SILVA JÚNIOR, 2007, p.16-17).

Mas o que é um livro didático? De acordo com Lajolo (1996, p.4), "[...] é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática." Para Cavalcanti (1996, p.23), livros didáticos são "[...] publicações dirigidas tantos aos professores quanto aos alunos, que não apenas organizam os conteúdos a serem ensinados, como também indicam a forma como o professor deve planejar suas aulas e tratar os conteúdos com os alunos".

O livro didático está inserido no processo de formação do indivíduo, servindo para a construção da ética necessária ao convívio social democrático. De acordo com Gonçalves (2013, p.25679) "[...] os livros didáticos constituem-se como uma fonte de informação não apenas para consulta, mas também de popularização do conhecimento."

> Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. (LAJOLO, 1996, p.4).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) apontam que, a partir do momento que o livro didático passa a fazer parte do processo de ensino e aprendizagem, o seu autor estabelece um diálogo com professores e alunos, indicando os conteúdos matemáticos e a forma que devem ser ensinados. Destacam ainda que o professor não deve perder sua autonomia, sendo o responsável por selecionar os conteúdos que serão trabalhados.

Em relação a disciplina de Matemática, Luiz Roberto Dante destaca o papel do livro didático, quando utilizado de forma adequada, para professor e aluno no processo de ensino e aprendizagem:

> — em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático;
>
> — o professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem ajuda do livro didático;
>
> — a matemática é essencialmente seqüencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem;
>
> — para professores com formação insuficiente em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência;
>
> — muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, equipamento de duplicação, videos, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor;
>
> — a aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelo livro didático;
>
> — o livro didático de matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são freqüentemente feitas pelo professor. (DANTE, 1996, p.83-84).

Diante da importância do livro didático no ensino da Matemática, é fundamental que eles sejam de boa qualidade. De acordo com Romanatto (2004), o livro "[...] deve ser redigido em linguagem clara e precisa, na qual a dificuldade de vocabulário se restrinja à necessidade do uso de termos apropriados, para que a compreensão do texto não seja prejudicada." Para Lajolo (1996, p.7),

> Entre outros fatores, o bom livro didático diferencia-se do livro didático ruim pelo tipo de diálogo que estabelece com o professor, durante o planejamento do curso. Não obstante, o livro didático bom, adequado e correto, também pressuponha que o professor personifique o uso que dele faz na sala de aula, o livro didático ruim exige que o professor interfira de forma sistemática nos conteúdos e atividades propostos e considerados inadequados.

Como qualquer outro recurso, o livro didático será eficiente se o professor souber utilizá-lo de forma correta. Para Lopes (2000, p.39), “Um bom livro, nas mãos de um professor despreparado, pode ser um desastre, assim como um livro de baixa qualidade, nas mãos de um professor competente, pode resultar numa ótima aprendizagem”. Segundo Lajolo (1996, p.7) “O melhor dos livros didáticos não pode competir com o professor: ele, mais do que qualquer livro, sabe quais os aspectos do conhecimento falam mais de perto a seus alunos, que modalidades de exercício e que tipos de atividade respondem mais fundo em sua classe.” Portanto, apenas o livro didático não é suficiente para promover um aprendizado eficaz. A postura do professor diante desse recurso didático é que vai determinar a sua eficiência ou não no processo de ensino.

Preocupado com a qualidade dos livros didáticos que chegam até as escolas públicas brasileiras, o Governo Federal criou um programa para organizar toda a política de avaliação e distribuição dos livros didáticos: O PNLD.

1.4 O PNLD

De acordo com Silva Júnior (2007), o Programa Nacional do Livro Didático foi criado em 1985 pelo governo federal por meio do decreto 91.542. O objetivo do programa era distribuir livros para os alunos do ensino fundamental das escolas públicas brasileiras.

Em 1938 é criado o Decreto-Lei nº 1.0006/38 que tratava da produção, controle e circulação dos livros didáticos no país. Esse decreto instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), que administrava as Comissões estaduais de livros didáticos (CELD). Em 1966, depois de um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (Usaid), é criada a Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED). A Comissão era responsável por coordenar toda a política de produção, edição e distribuição de livros didáticos (SILVA, 2012).

A partir de 1971, as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros, que eram da COLTED, ficam a cargo do Instituto Nacional do Livro (INL), que passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Nesse momento, com o término do convênio MEC/Usaid, exige-se dos estados uma contrapartida financeira para a aquisição dos livros. Os recursos vão para o Fundo do Livro Didático. Sendo extinto o INL, em 1976, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) tornou-se responsável pela execução do PLIDEF. Os recursos para a compra dos livros eram provenientes do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e da contrapartida dos estados. Como os recursos eram insuficientes para atender toda a demanda, a maioria das escolas municipais foram excluídas do programa (DI GIORGI et al., 2014).

Em 1983, é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) em substituição à Fename, incorporando o PLIDEF. Nesse momento, é proposta a participação dos professores na escolha dos livros didáticos e a inclusão das demais séries do ensino fundamental. Com o Decreto nº 91.542 de 19/8/85, o MEC instituiu o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em substituição do PLIDEF (GRAÇA; MAYNARD, 2016).

Os critérios para a avaliação dos livros didáticos foram publicados em 1993. O processo de avaliação pedagógica realizado pelo MEC é iniciado em 1996, com a inscrição dos livros para o PNLD de 1997. Após essa análise, foi publicado o primeiro Guia dos Livros Didáticos de 1ª a 4ª série (DI GIORGI et al., 2014).

De acordo com Graça e Maynard (2016), em 1995 a disciplina de Matemática é contemplada, pela primeira vez, para o Ensino Fundamental, juntamente com a disciplina de Português. Os alunos do Ensino Médio passam a receber os livros didáticos a partir de 2005, com a criação do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLDEM). Em 2012, o PNLDEM foi incorporado ao PNLD.

Atualmente, para que o livro didático chegue até as salas de aula, ele passa por um longo processo de avaliação. De acordo com Di Giorgi et al. (2014), o MEC, inicialmente, publica o edital para que as editoras inscrevam suas obras. Neste documento, os autores encontram todas as regras e especificações técnicas em que os livros devem se enquadrar. Após esse processo, os livros são encaminhados para o Instituto de Pesquisas Tecnológicas da Universidade de São Paulo, para que seja avaliada a qualidade técnica da publicação. Em seguida, os livros são recebidos pela Secretaria de Educação Básica (SEB), na qual uma equipe de pareceristas farão a análise da parte pedagógica e específica de cada área. Os critérios utilizados são baseados em princípios éticos, educacionais e nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Depois de toda análise, é redigida uma resenha sobre as coleções aprovadas.Em seguida, o MEC publica o Guia dos Livros Didáticos, no qual as escolas terão acesso às informações de cada coleção e farão a escolha das que serão utilizadas.

Considerando a importância dos livros didáticos no processo de ensino e respeitada a autonomia de cada escola, pode-se dizer que essa escolha é o passo mais importante de todo o processo. De acordo com o Guia dos Livros Didáticos de Matemática:

> O PNLD tem como um de seus princípios básicos conferir ao docente a tarefa de escolher o livro que, em sintonia com o projeto pedagógico de sua escola, será usado por seus alunos. Portanto, essa é mais uma das importantes funções que o docente é periodicamente chamado a realizar. (BRASIL, 2014, p.10).

Após a conclusão dos pedidos, o FNDE realiza todos os trâmites legais para a aquisição dos livros e supervisiona toda a produção.

> Os livros solicitados em cada escola são encomendados junto às editoras e distribuídos gratuitamente aos estudantes. Cada estabelecimento de ensino pode solicitar novos títulos ou manter a escolha dos mesmos para uma nova compra a cada intervalo de três anos. (SILVA, 2012, p.811).

Capítulo 2

Metodologia

A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho classifica-se, quanto à natureza, como aplicada. De acordo com Gil (2008, p.27), esta pesquisa “ [...] tem como característica fundamental o interesse na aplicação, utilização e conseqüências práticas dos conhecimentos.” Dessa forma, o conhecimento gerado através deste trabalho será direcionado à solução de um problema específico.

Quanto à abordagem, classifica-se como qualitativa. Nessa abordagem, é o pesquisador que analisa os dados coletados, buscando conceitos, relações, princípios e significados.

> Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo. Nesse caso, as questões são estudadas no ambiente em que elas se apresentam sem qualquer manipulação intencional do pesquisador. A utilização desse tipo de abordagem difere da abordagem quantitativa pelo fato de não utilizar dados estatísticos como o centro do processo de análise de um problema, não tendo, portanto, a prioridade de numerar ou medir unidades. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p.70).

Em relação aos objetivos, classifica-se como descritiva, pois busca apenas o registro e a descrição dos fatos, sem interferência do pesquisador (PRODANOV; FREITAS, 2013). Quanto aos procedimentos técnicos, os métodos de coleta de dados escolhidos foram a pesquisa documental e o levantamento.

2.1 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida através da análise das seis coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2015 para o Ensino Médio. Foram objeto desta análise os capítulos que tratam do tema Função Afim do volume 1 de cada coleção.

O levantamento de dados foi realizado através da aplicação de um questionário *online* para professores da rede básica de ensino que possuem experiência com o ensino do tema Função Afim. Os respondentes foram selecionados de forma aleatória, a partir da divulgação do questionário em grupos de professores de Matemática e do PROFMAT da rede social *facebook* e do envio de *emails* para professores do círculo profissional da pesquisadora.

Para a Oficina de Experimentação foram selecionados oito alunos do curso de Graduação em Licenciatura em Matemática e um do curso de Ciências Biológicas, ambos do Pólo CEDERJ de Itaperuna/RJ. Também esteve presente um professor de Matemática, ex aluno do Consórcio.

2.2 Pesquisa documental

A análise dos livros didáticos realizada neste trabalho classifica-se como pesquisa documental. De acordo com Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa documental se enquadra no grupo de delineamentos que se valem das fontes escritas, juntamente com a pesquisa bibliográfica. Para Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009, p.5) "[...] é um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos."

É comum que a pesquisa documental seja confundida com a pesquisa bibliográfica, pois ambas têm o documento como fonte de investigação. De acordo com Gil (2008, p.51),

> A única diferença entre ambas está na natureza das fontes. Enquanto a pesquisa bibliográfica se utiliza fundamentalmente das contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa.

O conceito de documento no contexto da pesquisa documental é amplo. Para Ludke e André (1986, p.38),

> Estes incluem desde leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programas de rádio e televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares.

Para Prodanov e Freitas (2013, p.56):

> Entendemos por documento qualquer registro que possa ser usado como fonte de informação, por meio de investigação, que engloba: observação (crítica dos dados na obra); leitura (crítica da garantia, da interpretação e do valor interno da obra); reflexão (crítica do processo e do conteúdo da obra); crítica (juízo fundamentado sobre o valor do material utilizável para o trabalho científico).

De acordo com Marconi e Lakatos (2003), a principal característica da pesquisa documental é que sua fonte de coleta de dados é restrita a documentos de fontes primárias. Entende-se por fontes primárias ou de primeira mão aquelas que contêm informações originais ou que receberam novas interpretações de acordo com o interesse do pesquisador. Nessa perspectiva, a pesquisadora conceitua o livro didático de Matemática como um documento de fonte primária, pois o mesmo será analisado como concebido por seus autores, de acordo com os objetivos da pesquisa.

Neste contexto, o livro didático não é tratado como um referencial teórico, e sim como um instrumento de aprendizagem para os alunos. Para Tilio (2006, p.130), "o livro didático, enquanto forma de produção na modalidade escrita, pode ser considerado um documento pedagógico, pois constitui parte integrante das práticas educacionais."

O objetivo principal dessa análise foi verificar se os livros didáticos de Matemática, adotados nas escolas públicas brasileiras no triênio 2015/2017, atendem às recomendações dos PCN e de seus documentos complementares para o ensino da Função Afim.

Dessa forma, a pesquisadora adotou os seguintes critérios para a análise das coleções, baseados nas recomendações dos documentos supramencionados:

- Explora a relação entre as variáveis;
- Aborda o tema de forma contextualizada, com aplicações nas áreas da Matemática, nas outras ciências e no cotidiano;
- Propõe a modelagem na resolução de situações-problema;
- Propõe atividades em grupo, o uso da Tecnologia Digital da Informação e Comunicação, projetos interdisciplinares e a realização de atividades lúdicas;
- Aborda a Função Linear como modelo da proporcionalidade;
- Explora a construção, análise e manipulação de gráficos.

2.3 Levantamento de Dados

De acordo com Marconi e Lakatos (2003, p.201), "questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador."

Para Gil (2008) e Marconi e Lakatos (2003), as vantagens da coleta de dados através do questionário é que estes atingem um grande números de pessoas em diferentes áreas geográficas, obtendo respostas mais rápidas. Devido ao anonimato do pesquisado, há mais liberdade nas respostas, podendo ser respondido no momento em que achar mais conveniente. Como não existe a influência do pesquisador, o risco de distorção das respostas é menor. Os recursos financeiros para realizar a pesquisa são mínimos.

Para a elaboração do questionário, segundo Prodanov e Freitas (2013, p.108), “a linguagem utilizada no questionário deve ser simples e direta, para que o respondente compreenda com clareza o que está sendo perguntado.” Dessa forma, buscou-se utilizar uma linguagem que estivesse de acordo com a amostra pesquisada.

Quanto à forma das questões, optou-se por questões abertas, fechadas, mistas e de múltipla escolha. As questões abertas foram escolhidas para coletar apenas dados que caracterizam a amostra e como alternativa de resposta para algumas perguntas fechadas, pois “este tipo de questão possibilita ampla liberdade de resposta. Mas nem sempre as respostas oferecidas são relevantes para as intenções do pesquisador. Há também dificuldades para sua tabulação.” (GIL, 2008, p.122).

O questionário foi elaborado a partir da ferramenta *Formulários Google*. A divulgação foi realizada através de redes sociais e *email* e o tempo de coleta das respostas foi de quarenta dias, entre os meses de março e abril de 2018. Os respondentes não foram identificados, buscando assim respostas fidedignas.

O objetivo geral desse levantamento de dados foi identificar as principais dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Função Afim, quais as estratégias e recursos didáticos são utilizados pelos professores e como estes contribuem no ensino do tema.

O questionário foi dividido em duas etapas, com um total de dezenove perguntas. A primeira parte foi composta por sete perguntas, buscando-se caracterizar a amostra. A última pergunta permitia ao respondente passar para o próximo bloco ou encerrar o questionário, caso afirmasse nunca ter trabalhado com o tema. Nesta etapa, foram coletadas cento e vinte e três respostas. Na segunda parte, composta por doze perguntas, foram coletadas informações diretamente ligadas à experiência do professor sobre a sua prática docente e o ensino da Função Afim. Para obter essas informações, o questionário foi dividido em blocos de perguntas, nos quais buscou-se:

i) verificar se o livro didático de Matemática é utilizado em sala de aula;

ii) identificar quais os instrumentos utilizados pelos professores no planejamento das aulas;

iii) verificar se os professores conhecem e utilizam as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino médio em sua prática docente;

iv) verificar como o livro didático aborda o tema e como são os exercícios propostos;

Nessa segunda etapa, foram coletadas cento e vinte e uma respostas.

2.4 Oficina de Experimentação

A Oficina O Ensino da Função Afim Através da Criptografia e de Jogos foi aplicada no Pólo CEDERJ na cidade de Itaperuna/RJ. A escolha do local foi motivada pelo fato de a pesquisadora atuar como Mediadora Pedagógica no curso de Graduação em Licenciatura em Matemática.

O objetivo principal dessa oficina foi testar duas das cinco atividades desenvolvidas nesse trabalho com futuros professores de Matemática, sendo escolhidas as atividades a Cifra de César e o Jogo Tranca Afim. A escolha se deve ao fato dos materiais utilizados terem sido criados pela pesquisadora e nunca foram utilizados, havendo a necessidade de experimentação. A atividade "Como b depende de a" já foi aplicada pelo professor Humberto Bortolossi em minicursos e, portanto, não há necessidade de experimentação. A Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas e o uso do Geoplano são recursos já conhecidos e utilizados por boa parte dos professores.

Ao final da oficina, foi aplicado um questionário, composto por onze perguntas, dividido em duas partes. As questões avaliavam a experiência do participante com os recursos e as estratégias didáticas adotadas na realização das atividades, de forma a melhorar o material e as atividades propostas. No final do questionário, a pesquisadora solicitou que os participantes deixassem uma sugestão, crítica ou comentário sobre a oficina. Os participantes não foram identificados nessa etapa, sendo garantido o anonimato para que as respostas fossem condizentes com a realidade.

Capítulo 3

Análise dos Livros Didáticos

Para esta análise, foram escolhidas as coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2015. A escolha se deve ao fato das coleções terem sido utilizadas nas escolas no triênio 2015-2017. Não faria sentido analisar as coleções do PNLD/2018, pois no momento em que se realizou o levantamento de dados, por meio da aplicação do questionário *online*, os professores ainda não teriam trabalhado o conceito de Função Afim abordado nas novas coleções. Portanto, os dados coletados são referentes a experiência com os livros didáticos utilizados nos anos anteriores.

Dessas coleções, serão analisados os capítulos que tratam do tema Função Afim, abordados no Volume 1, de acordo com os critérios definidos na metodologia de pesquisa apresentada no Capítulo 2. No Quadro 1, estão expostas as seis coleções que serão objeto dessa pesquisa e os respectivos códigos que serão utilizados nas análises.

Quadro 1 – Coleções aprovadas no PNLD/2015

Autor(es)	Ano de Publicação	Edição	Livro	Editora	Código
Fábio Martins de Leonardo	2013	2ª	CONEXÕES COM A MATEMÁTICA	Moderna	LD-1
Luiz Roberto Dante	2013	2ª	MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES	Ática	LD-2
Manoel Rodrigues Paiva	2013	2ª	MATEMÁTICA – PAIVA	Moderna	LD-3
Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périgo, Nilze Silveira de Almeida	2013	7ª	MATEMÁTICA – CIÊNCIA E APLICAÇÕES	Saraiva	LD-4
Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz	2013	8ª	MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO	Saraiva	LD-5
Joamir Souza	2013	2ª	NOVO OLHAR: MATEMÁTICA	FTD	LD-6

Fonte: Elaboração Própria

3.1 Análise LD-1

O livro contém onze capítulos e a Função Afim é abordada no capítulo quatro, denominado Função Afim. Este capítulo possui vinte e seis páginas e está dividido em sete seções.

Para introduzir o conceito de Função Afim, é utilizado um único exemplo abordando um problema do cotidiano. O autor deseja mostrar a relação de dependência entre as variáveis, mas esse fato não ficou tão evidente. Ele apenas menciona que uma variável está em função da outra, sem apontar em que casos essa função é o modelo para a resolução do problema.

As Funções Constante, Polinomial do 1º grau $(a \neq 0)$, Linear e Identidade são classificadas como casos particulares da Função Afim. Não é feita a relação de proporcionalidade direta com Função Linear, apenas é relatado que esta função possui o coeficiente $b = 0$. O livro deveria mencionar essa conexão, seguindo as recomendações dos PCN e de seus documentos complementares.

Sobre o cálculo da função em um ponto, o autor aborda o tema por meio de um exercício resolvido, conforme a Figura 1. Ao apresentar o conteúdo dessa forma,o livro acaba exigindo do aluno a memorização de procedimentos mecânicos, o que prejudica o entendimento e, consequentemente, a sua aplicação no cotidiano.

Figura 1 – Exercício resolvido nº 1

R1. Dada a função afim g tal que $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$, calcular:

a) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ **b)** x, para $g(x) = 4$

▸ **Resolução**

a) $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = -\frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{3}x - 1 = 4 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 5 \Rightarrow x = 15$

Fonte:(LEONARDO, 2013, p.92)

Sobre o gráfico da Função Afim, o autor relaciona a taxa de variação com o coeficiente a da função. A desigualdade triangular é utilizada para provar que todos os pontos da reta estão alinhados, o que torna a demonstração trabalhosa e extensa. Os exercícios referentes à construção de gráficos são, em sua maioria, teóricos. Apesar disso, a resolução não é realizada de forma mecânica, exigindo que o aluno raciocine e aplique os conceitos aprendidos. Destaque para o exercício abaixo (Figura 2), no qual o aluno é levado a concluir sobre translação de gráficos.

Figura 2 – Exercício nº 13

13. Considere as funções polinomiais do 1º grau dadas por $f(x) = 3x$ e $g(x) = 3x - 1$ e verifique o que as leis dessas funções têm em comum.

- Tente encontrar um ponto de intersecção das retas correspondentes a essas funções.
- Compare os gráficos de outras funções polinomiais do 1º grau que também tenham o coeficiente angular igual a 3, mas que diferem no coeficiente linear.
- Considerando os itens acima, o que você conclui?

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.98)

Na análise do gráfico, o sinal do coeficiente a é associado ao crescimento e decrescimento da função. O coeficiente b recebe significado geométrico no estudo do zero da função, onde são apresentados a intersecção desses pontos com os eixos cartesianos. Os exemplos apresentados não abordam nenhuma aplicação do tema, sendo todos teóricos.

O estudo do sinal da função é realizado de forma teórica, com poucas aplicações. O autor dedica um tópico para a resolução de situações-problema pelo gráfico da função. Mas os exemplos apresentados não abordam nenhum tipo de situação-problema, como descreve o título. Tratam-se apenas de exemplos teóricos, sem aplicação no cotidiano.

O uso das tecnologias é proposto na seção que trata das inequações. Num dos exercícios propostos, o autor sugere a utilização de algum *software* para análise e construção de gráficos, mas não sugere qual aplicativo o aluno deverá utilizar para realizar essa tarefa. O recurso deveria ter sido melhor explorado, com a indicação do *software* e como a atividade poderia ser desenvolvida pelo professor.

A seção “pesquisa e ação” propõe uma atividade interdisciplinar, unindo Física, Matemática e Educação Física. Essa é uma excelente atividade para ser realizada com os alunos, pois relaciona a Função Afim com as outras ciências. Sua realização é em grupo, promovendo a construção coletiva do conhecimento, além de tornar a aula mais dinâmica e atrativa.

A Modelagem Matemática é proposta na última seção do capítulo. Durante a resolução do problema, o autor define o que são grandezas diretamente proporcionais, o que deveria ter sido feito quando se definiu Função Linear. A Modelagem Matemática é uma ferramenta importante na resolução de problemas e foi bem explorada nesse capítulo.

A maior parte dos problemas apresentados ao longo do capítulo são teóricos. Os problemas contextualizados possuem aplicação no cotidiano, em Geometria, Física e Matemática Financeira. Não foram propostas atividades lúdicas.

3.1.1 Análise LD-2

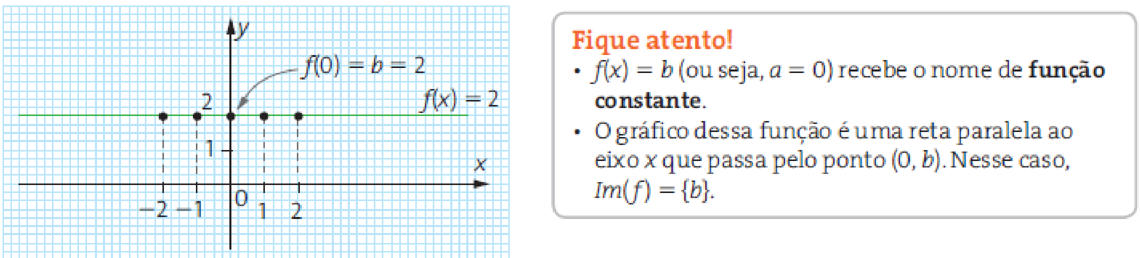
O livro é composto por quatro unidades e oito capítulos, e o tema é abordado no capítulo três da unidade dois, denominado Função Afim e Função Modular, dividido em doze seções. Serão analisadas apenas as páginas que tratam da Função Afim.

O autor utiliza problemas contextualizados e relacionados ao cotidiano para introduzir o conceito de Função Afim e Linear. Os exemplos foram bem ilustrados e abordaram a forma que uma Função Afim é constituída, destacando-se a variável dependente e independente. A relação de dependência entre as variáveis foi ilustrada no tópico sobre taxa de variação, onde o autor explica, por meio de exemplos numéricos, como acréscimos em x resultam em acréscimos em $f(x)$, facilitando na compreensão do conceito.

O cálculo do valor da função em um ponto e o seu valor inicial foram abordados de forma teórica, assim como a determinação da lei de formação a partir de dois pontos. O tema foi abordado de forma contextualizada nos exercícios propostos.

A construção de gráficos foi bem explanada neste capítulo. Os coeficientes a e b e o zero da função receberam significado geométrico e todos os casos particulares da Função Afim foram abordados. Os gráficos foram construídos destacando-se seus principais elementos, conforme a Figura 3. O livro não apresentou uma demonstração para o fato do gráfico da Função Afim ser uma reta, deduzindo esse fato apenas com a marcação de alguns pontos. De acordo com Lima (2001, p.11), não é recomendável que se tire conclusões a partir de uma verificação superficial de alguns pontos para concluir que o gráfico é realmente uma reta.

Figura 3 – Gráfico item f



Fonte: (DANTE, 2013, p.79)

O autor propõe a construção de gráficos por meio do *software* livre *LibreOffice*. A atividade foi bem planejada, sendo apresentados os passos para a instalação do aplicativo e para a construção dos gráficos. Os comandos foram exibidos de forma clara e precisa.

O estudo do sinal da Função Afim e de inequações do 1º grau é introduzido por meio de um problema contextualizado. A maioria dos exercícios propostos referentes a esse tema são contextualizados. Ainda assim, alguns são repetitivos e abordam o mesmo tipo de problema, exigindo do aluno a repetição de procedimentos em sua resolução, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Exercícios

(a) Exercício 38

38. ATIVIDADE EM DUPLA (Unicamp-SP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano *A* é mais vantajoso do que os outros dois?

(b) Exercício 39

39. ATIVIDADE EM DUPLA (UFC-CE) Uma cidade é servida por duas empresas de telefonia. A empresa *X* cobra, por mês, uma assinatura de R$ 35,00 mais R$ 0,50 por minuto utilizado. A empresa *Y* cobra, por mês, uma assinatura de R$ 26,00 mais R$ 0,65 por minuto utilizado. A partir de quantos minutos de utilização o plano da empresa *X* passa a ser mais vantajoso para os clientes do que o plano da empresa *Y*?

Fonte: (DANTE, 2013, p.84)

As conexões entre a Função Afim, a Matemática e as outras ciências foram bem exploradas. Foram apresentadas relações com a Geometria Analítica, Progressões Aritméticas, Movimento Uniforme e as Escalas. A conexão entre Função Linear e a proporcionalidade direta também foi abordada. Essas relações são de fundamental importância para o estudo do tema e foram exibidas de forma clara e coerente.

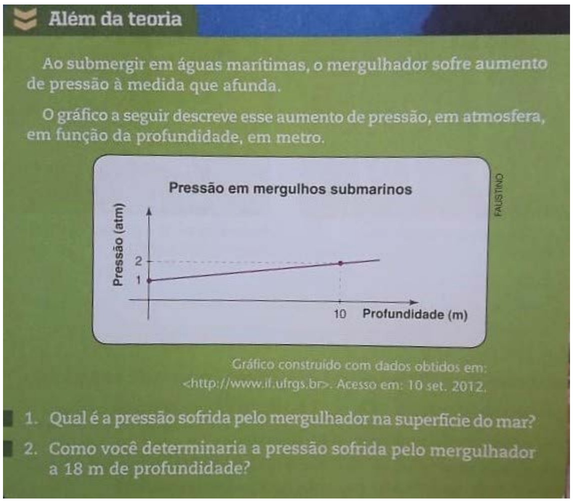
A maior parte dos exercícios propostos era contextualizada, abordando aplicações no cotidiano, na Matemática e nas outras ciências. As atividades em dupla ou grupo estavam presentes em todo o capítulo. Não foram sugeridas atividades lúdicas e a realização de projetos interdisciplinares. A Modelagem Matemática não foi explorada de forma efetiva nesse capítulo, sendo utilizada apenas em alguns exercícios propostos.

3.1.2 Análise LD-3

Neste livro de doze capítulos, a Função Afim é abordada no capítulo sete, denominado Função Polinomial do 1º Grau ou Função Afim. O capítulo possui vinte páginas e está dividido em dez seções.

Para introduzir o conceito de função e despertar o interesse dos alunos, o autor inicia o capítulo com a seguinte situação, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Problema do mergulhador



Fonte: (PAIVA, 2013, p.150)

O autor não fornece a resolução, mas afirma que ao longo do capítulo o aluno será capaz de resolver problemas como o apresentado, cujos gráficos são pontos de uma reta. Apesar de se tratar de uma apresentação do conteúdo feito de forma bem delimitada, que remete a conceitos do mundo real, essa não é a melhor maneira de introduzir o conteúdo. O ideal seria apresentar exemplos nos quais o aluno pudesse entender em que casos o modelo para resolução é uma Função Afim, destacando-se a relação de dependência entre as variáveis envolvidas. Na seção que trata dos gráficos de funções, esse problema é retomado, sendo resolvido sem atribuição de qualquer significado geométrico aos coeficientes a e b. Seria uma boa oportunidade de explorar a análise gráfica, mas isso não foi feito.

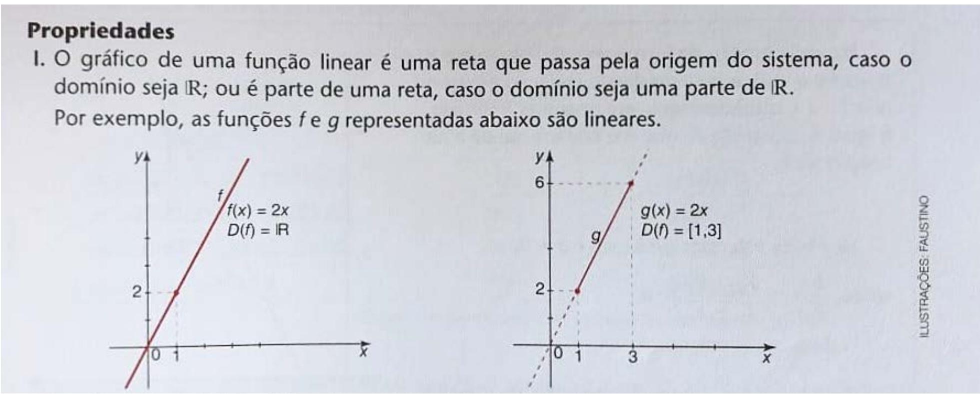
A Função Afim é definida apenas para valores de $a \neq 0$. Dessa forma, as Funções Constantes não foram classificadas como caso particular da Função Afim. A conclusão de que o gráfico da função é uma reta é feita a partir da afirmação de que as variações de x e $f(x)$ são diretamente proporcionais. O autor não apresenta uma demonstração para esse fato, o que dificulta o entendimento.

O conceito de zero da função não é apresentado, sendo abordado somente em um exercício. Além do aluno não possuir conhecimento para resolver esse tipo de questão, o conceito deveria ter sido apresentado, pois é indispensável na construção e análise gráfica e na resolução de problemas. Importante destacar que o livro menciona o termo raízes, mas, de acordo com Lima (2001, p.272), o termo correto seria zero da função.

O coeficiente a da função é relacionado à taxa de variação, mas nada é mencionado no estudo do sinal da função. O autor deveria ter citado essa conexão, dando significado ao coeficiente angular. Os exercícios referentes a variação do sinal da função são, em sua maioria, teóricos. O estudo das inequações não foi abordado de forma significativa. Nos exercícios propostos, apenas um apresentou o tema de maneira contextualizada, o que torna o estudo cansativo e desmotivante.

No tópico que trata das Funções Lineares, o autor apresenta as seguintes propriedades, conforme a Figura 6.

Figura 6 – Propriedade Função Linear



Fonte: (PAIVA, 2013, p.157)

O autor apresenta propriedades sem qualquer tipo de demonstração em todo o capítulo. Se nesse momento o aluno conhecesse o significado dos parâmetros a e b, seria capaz de entender que o gráfico da função passa pela origem porque o valor do coeficiente b é zero. Importante destacar que existe uma inconsistência nessa propriedade quando se restringe o domínio da função $g(x) = 2x$. Pela Definição do autor na pág. 134, o domínio de uma Função Linear é o conjunto dos números reais e de acordo Lima et al. (2016), essa função deve satisfazer as propriedades do Teorema Fundamental da Proporcionalidade que diz:

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \text{ para quaisquer } x, y \in \mathcal{R}$$

No caso da função $g(x) = 2x$, tem-se

$$g(2+3) = g(2) + g(3) = 4 + 6 = 10$$

Mas 10 não pertence ao domínio da função, que é o intervalo $[1, 3]$. Portanto, a função g não satisfaz ao teorema e não pode ser classificada como uma Função Linear. Além disso, o autor não aborda a relação de proporcionalidade direta com o modelo de crescimento e nem explora a aplicabilidade da proporção direta na resolução de problemas.

O problema do cálculo do imposto de renda foi bem ilustrado e possibilitará que o aluno perceba uma aplicação da Função Afim no cotidiano. Os exercícios poderiam ter sido melhor elaborados, porque ainda que explore bem a aplicabilidade da Função Afim, exigem dos alunos o mesmo raciocínio em sua resolução, como construção de gráfico e encontrar a lei de formação que modela o problema.

As aplicações do tema não receberam grande destaque nesse capítulo, sendo propostas apenas duas relações de relevância. A reta tendência foi bem ilustrada e contribuiu para o aprendizado. A segunda aplicação deveria ter sido proposta durante o estudo, e não apenas como complemento, numa seção extra.

Alguns problemas apresentados exigem a utilização da Modelagem Matemática para a sua resolução, mas da forma em que os conteúdos foram expostos, o recurso não foi explorado, pois nos exemplos em que se poderia utilizar a modelagem, a equação já era fornecida.

Atividades em grupo, aplicações no cotidiano e o uso da TDIC são fortemente recomendadas pelos PCN no ensino das funções, mas infelizmente foram propostas apenas ao final do estudo e poderiam estar presentes em todo o capítulo. Vale destacar que o autor sugere a utilização de programas para a construção de gráficos, mas não indica qual *software* utilizar, deixando a escolha para o professor. A atividade proposta para ser realizada em grupo aborda o tema de forma teórica e não estimula e não correlaciona a teoria com a realidade dos alunos.

Os exercícios complementares são contextualizados e poderiam ter sido propostos na introdução do tema, servindo de incentivo e motivação para o aprendizado da Função Afim, mas também foram deixados para o final do estudo. Não foram propostas atividades lúdicas e a realização de projetos interdisciplinares.

3.1.3 Análise LD-4

A Função Afim é abordada no capítulo quatro deste livro, que está dividido em quatorze capítulos. O capítulo é denominado Função Afim, possui vinte e oito páginas e está dividido em dezesseis seções.

Os autores utilizam problemas relacionados ao cotidiano para introduzir o conceito de função. Os exemplos são bem ilustrados, mas a relação entre as variáveis não é abordada de forma correta. Os autores expressam apenas o conceito de variável dependente e independente, mas não menciona em quais situações a Função Afim é o modelo matemático para a resolução de um problema.

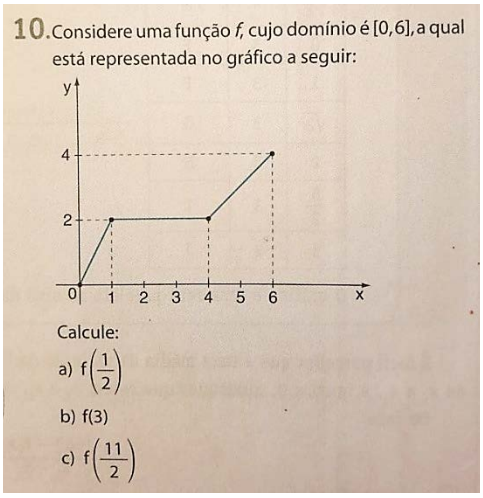
A definição de Função Afim é apresentada para valores de $a \neq 0$. A Função Constante, em que $a = 0$, é classificada como outro tipo de função e não como caso particular da Função Afim.

A Função Linear foi relacionada ao modelo de proporção. Esse tema recebeu destaque no capítulo, sendo definidos os conceitos de razão, proporção e proporcionalidade direta por meio de problemas contextualizados. Os exemplos foram bem elaborados e facilitará o reconhecimento de situações em que se aplica a proporcionalidade direta e, consequentemente, a Função Linear. O estudo de grandezas inversamente proporcionais foi apresentado como complemento, na última seção. É importante que o livro aborde esse conteúdo para que o aluno não confunda função decrescente com proporcionalidade inversa.

Os autores utilizam a semelhança de triângulos para demonstrar que o gráfico da Função Afim é uma reta. A construção de gráficos não foi bem explorada neste capítulo, não sendo apresentados exemplos contextualizados.

A raiz da função recebe significado geométrico, o que auxiliará na construção e análise de gráficos. Vale destacar que o livro fala em raízes da função, mas, retomando o que já foi destacado anteriormente, Lima (2001, p.272) considera que a denominação correta é zero da função. Alguns exercícios, apesar de teóricos, foram bem elaborados, como pode ser observado na Figura 7, em que a função foi definida por três sentenças, sendo que duas delas seguem o modelo de Função Afim, e a outra o modelo de Função Constante.

Figura 7 – Exercício nº 10

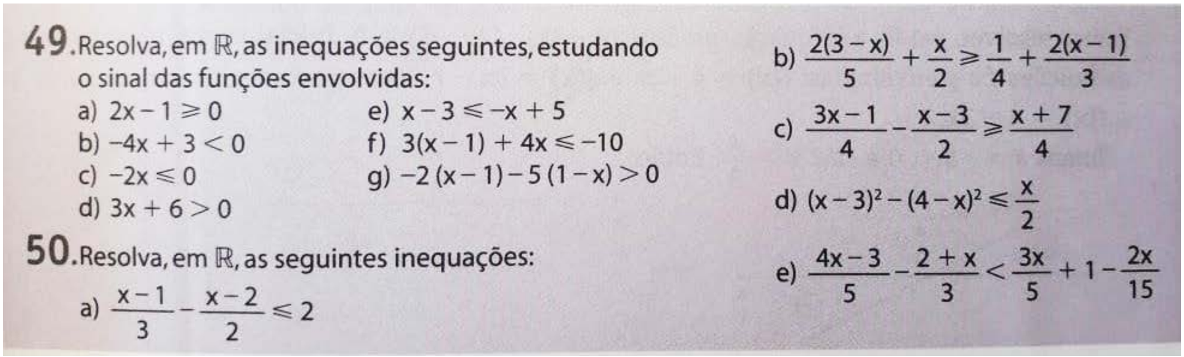


Fonte: (IEZZI et al., 2013, p.72)

O coeficiente a é relacionado à taxa de variação e ao estudo do sinal da função. O coeficiente b também recebe significado geométrico, sendo definido como o ponto em que a reta corta o eixo das ordenadas.

O estudo das inequações foi bem introduzido por meio de um exemplo do cotidiano. Alguns dos exercícios propostos, apesar de serem elaborados de forma coerente, abordam o mesmo tipo de problema: o de escolher uma opção que seja mais vantajosa para o cliente, que está representada por uma equação. Os exercícios teóricos possuem vários itens, repetitivos e de resolução mecânica, como pode ser observado na Figura 8.

Figura 8 – Exercícios teóricos sobre inequações



49. Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações seguintes, estudando o sinal das funções envolvidas:

a) $2x - 1 \geqslant 0$

b) $-4x + 3 < 0$

c) $-2x \leqslant 0$

d) $3x + 6 > 0$

e) $x - 3 \leqslant -x + 5$

f) $3(x - 1) + 4x \leqslant -10$

g) $-2(x-1) - 5(1-x) > 0$

50. Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes inequações:

a) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{2} \leqslant 2$

b) $\frac{2(3-x)}{5} + \frac{x}{2} \geqslant \frac{1}{4} + \frac{2(x-1)}{3}$

c) $\frac{3x-1}{4} - \frac{x-3}{2} \geqslant \frac{x+7}{4}$

d) $(x-3)^2 - (4-x)^2 \leqslant \frac{x}{2}$

e) $\frac{4x-3}{5} - \frac{2+x}{3} < \frac{3x}{5} + 1 - \frac{2x}{15}$

Fonte: (IEZZI et al., 2013, p.87)

As inequações-produto e inequações-quociente são tratadas de forma teórica. Os exemplos e exercícios resolvidos não trazem nenhuma aplicação do tema. Predominam os exercícios do tipo “resolva” e “determine”. A falta de contextualização e aplicação nessas seções tornam o estudo cansativo e dissociado da realidade do aluno.

Foram apresentadas apenas duas aplicações relevantes sobre o tema. Os exemplos foram bem ilustrados, mas deveriam estar mais presentes no capítulo, pois essas conexões são importantes para que o aluno perceba as aplicações da Função Afim na própria Matemática e nas outras ciências. A Modelagem Matemática também não foi explorada de forma eficiente, sendo propostos poucos exercícios que exigiam a sua aplicação.

Os exercícios contextualizados abordaram situações do cotidiano, aplicações em Geometria, Física e Matemática Financeira. Não foram propostas atividades em grupo, atividades lúdicas, projetos interdisciplinares e que utilizassem recursos tecnológicos.

3.1.4 Análise LD-5

O livro contém onze capítulos e a Função Afim é abordada no capítulo quatro, denominado Funções Afim. Esse capítulo contém vinte e duas páginas e está dividido em sete seções.

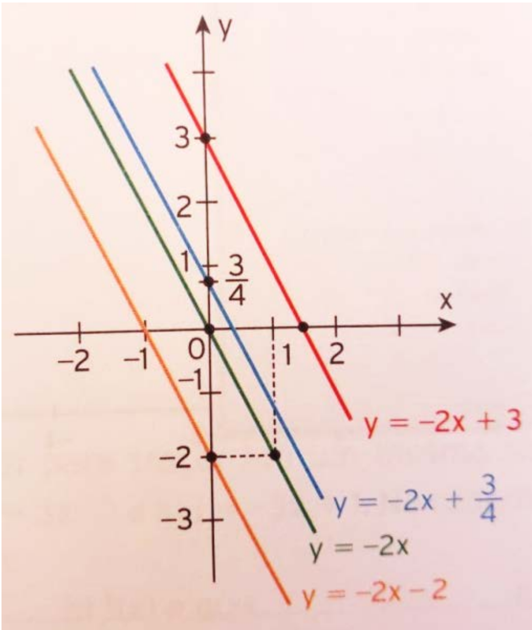
A Função Afim é introduzida por meio de uma situação contextualizada. O exemplo foi bem ilustrado por meio da representação dos pontos na forma tabular e gráfica. Apesar disso, a relação de dependência entre as variáveis não foi explorada, sendo apresentada apenas na definição de Função Afim.

A Função Identidade, Nula e Constante foram classificadas como casos particulares da Função Afim. A Função Linear foi definida no caso em que $b = 0$. O livro não apresentou a relação entre esta função e o modelo de proporcionalidade direta, também não foram dados exemplos para ilustrar a aplicação da Função Linear em situações-problema.

A noção intuitiva de que o gráfico da função é uma reta foi bem trabalhada pelo autor. A demonstração foi realizada usando-se a semelhança de triângulos. Os termos relacionados a Função Afim receberam destaque neste capítulo. O zero da função e os coeficientes a e b receberam significado algébrico e geométrico, mas nada foi mencionado sobre a taxa de variação da função. Nos exemplos gráficos, os termos foram destacados de forma clara.

A construção de gráficos foi trabalhada de três formas diferentes, o que enriqueceu o estudo do tema. A translação de gráficos foi relacionada de forma correta à variação do valor do coeficiente b e os exemplos foram bem ilustrados, conforme a Figura 9.

Figura 9 – Exemplo de retas transladadas



Fonte: (SMOLE; DINIZ, 2013, p.97)

Os autores sugerem que os alunos construam gráficos utilizando o aplicativo *Winplot*. A atividade foi bem planejada, sendo fornecidos o endereço eletrônico para que o *software* seja baixado no computador, as etapas de instalação e um exemplo ilustrando como o aplicativo funciona.

Em alguns problemas propostos, os autores sugerem que o aluno revise problemas resolvidos já apresentados no capítulo. Fazer essa relação sugere a repetição de procedimentos mecânicos, os quais o aluno deve decorar. De acordo com Lima (2001, p.50),

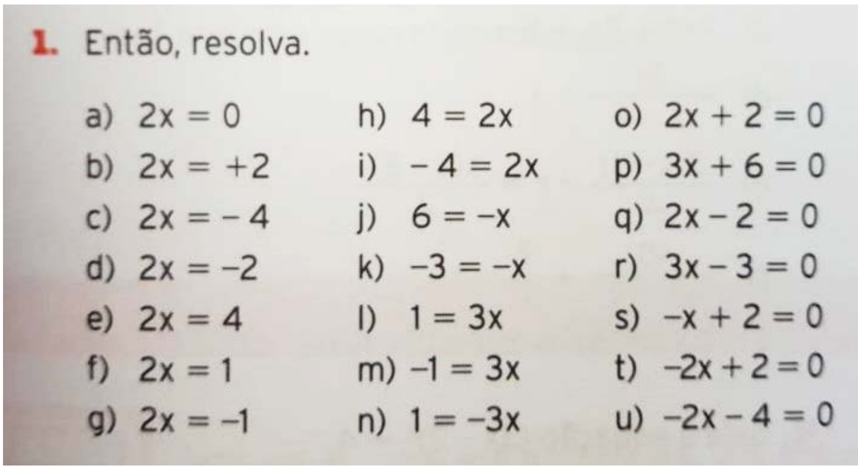
> [...] o estudo da Matemática deve proporcionar aos jovens a oportunidade de desenvolver o seu espírito crítico, aprender a raciocinar corretamente, fortalecer a imaginação e a criatividade, e habituar-se a tomar decisões baseadas na análise cuidadosa dos fatos.

Dessa forma, o ideal é que o aluno se sinta desafiado a resolver novos problemas, desenvolvendo a capacidade de raciocínio, elaborando suas próprias estratégias de resolução.

No estudo das funções crescente e decrescente, foi mencionada a relação com o coeficiente a da função. Os problemas contextualizados não foram utilizados, sendo todo o conteúdo tratado de forma meramente teórica. O estudo das inequações é introduzido por um problema do cotidiano. A maioria dos exercícios propostos são teóricos. Os contextualizados abordam aplicações no cotidiano e em Geometria.

O autor dedica um tópico para que o aluno realize mentalmente operações matemáticas, conforme a Figura 10. A justificativa para essa abordagem é que poderá ser útil no traçado dos gráficos, estudo do sinal e resolução de inequações. Mas os exercícios são repetitivos e com vários itens, o que torna o estudo cansativo, além de não contribuir com o objetivo proposto.

Figura 10 – Exercício nº 1 da seção cálculo rápido



1. Então, resolva.

a) $2x = 0$	h) $4 = 2x$	o) $2x + 2 = 0$
b) $2x = +2$	i) $-4 = 2x$	p) $3x + 6 = 0$
c) $2x = -4$	j) $6 = -x$	q) $2x - 2 = 0$
d) $2x = -2$	k) $-3 = -x$	r) $3x - 3 = 0$
e) $2x = 4$	l) $1 = 3x$	s) $-x + 2 = 0$
f) $2x = 1$	m) $-1 = 3x$	t) $-2x + 2 = 0$
g) $2x = -1$	n) $1 = -3x$	u) $-2x - 4 = 0$

Fonte: (SMOLE; DINIZ, 2013, p.106)

A única aplicação relevante foi proposta ao final do capítulo, relacionando a Função Linear com a fórmula da energia. Essas aplicações deveriam estar presentes durante todo o estudo, mas foram pouco exploradas. Os autores dedicam alguns tópicos para propor atividades que possam despertar o interesse do aluno, mas a maioria dos problemas não traz nenhuma conexão com a Função Afim, o que não contribui para o estudo do tema.

Os exercícios propostos apresentam aplicações no cotidiano, além de conceitos de Geometria, Geografia, Economia e Biologia. A Modelagem Matemática foi pouco explorada ao longo do capítulo, assim como as atividades em grupo. Não foram propostas atividades lúdicas e a realização de projetos interdisciplinares.

3.1.5 Análise LD-6

O livro está dividido em quatro unidades e nove capítulos. A Função Afim é abordada no capítulo três da unidade dois, denominado Função Afim. Possui trinta e três páginas e contém nove seções.

A Função Afim é introduzida por meio de um problema contextualizado, estando muito bem ilustrado no livro. Mas a relação de dependência entre as variáveis não foi explorada de forma eficiente, apenas destacou-se os termos da função.

As Funções Identidade e Constante são definidas como casos particulares da Função Afim. A relação entre a Função Linear e o modelo de proporcionalidade direta foi bem trabalhada nesse capítulo. O autor toma o cuidado de mencionar que grandezas inversamente proporcionais não podem ser descritas por uma Função Afim, fato que deve ser destacado para que os alunos não associem de forma equivocada uma função decrescente com proporcionalidade inversa.

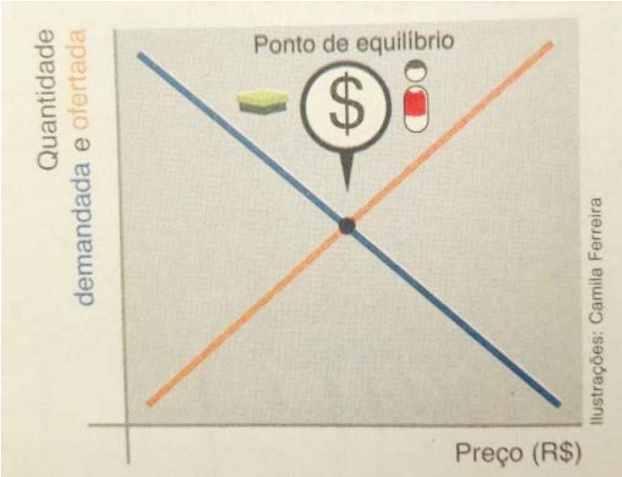
A construção de gráficos é realizada atribuindo-se valores à variável independente, o que favorece a identificação dos pares ordenados. A demonstração de que o gráfico da Função Afim é uma reta é feita por meio da semelhança de triângulos.

O zero da função e os coeficientes são trabalhados algebricamente e graficamente. É importante que o aluno identifique cada elemento da função no gráfico, o que auxilia na sua construção, manipulação e análise. O conceito de translação de gráficos também é abordado. Os exercícios propostos referentes a este tópico exploram a análise e construção de gráficos, os contextualizados possuem aplicação no cotidiano, Física e Matemática Financeira.

O coeficiente a é associado ao crescimento e decrescimento da função e ao ângulo formado entre a reta e o eixo x. O autor não apresenta o conceito de taxa de variação da função.

No estudo do sinal da função e das inequações, novamente o autor propõe um problema do cotidiano para introduzir os temas, contribuindo para o aprendizado. Destaque para o exercício nº 51 que aborda o problema da demanda e oferta, ilustrando uma aplicação da Função Afim em Economia. Os gráficos foram bem ilustrados (Figura 11) e o autor abordou definições que irão auxiliar o aluno no seu dia a dia.

Figura 11 – Gráfico demanda e oferta



Fonte: (SOUZA, 2013, p.109)

Outro problema que merece destaque é o exercício nº 28. Esse exercício aborda um tema do cotidiano e foi muito bem contextualizado, enriquecendo o ensino com informações históricas. As perguntas não foram apenas referentes a matemática, mas também uma oportunidade para que o educando reflita sobre as condições dos serviços públicos no meio em que vivem, contribuindo para a formação de cidadãos críticos. O problema "como se descobriu o lugar mais fundo do mar?" também foi relevante para o estudo, sendo muito bem contextualizado. Novamente o autor traz informações que vão enriquecer as aulas e auxiliar na formação do indivíduo.

A maior parte dos exercícios propostos são do tipo contextualizados, trazendo aplicações no cotidiano, Física, Matemática Financeira, Economia, Geografia e Geometria. A Modelagem Matemática não foi bem explorada nesse capítulo e não foram propostas atividades em grupo, atividades lúdicas e a realização de projetos interdisciplinares. O uso da tecnologia também não foi proposto, o que deveria ter sido feito, atendendo às recomendações dos PCN.

3.2 Resultados

Após a análise das seis coleções de livros didáticos de Matemática, pode-se observar uma divergência na definição de Função Afim para os valores do coeficiente a. Os livros LD-01, LD-02 e LD-06 a definem para todos aos valores reais de a. Já os livros LD-03, LD-04 e LD-05 apenas para os casos em que $a \neq 0$. Essa discrepância de definições acaba gerando no aluno algum tipo de confusão. De acordo com Lima et al. (2006), só faz sentido estabelecer $a \neq 0$ quando o termo empregado é denominado Polinômio do Primeiro Grau. Portanto, o ideal seria que os autores utilizassem uma mesma definição nos livros didáticos.

A relação de dependência entre as variáveis foi abordada de forma correta e efetiva apenas no livro LD-02. Nos livros LD-01, LD-04, LD-05 e LD-06, o conceito não recebeu destaque, mas foi indicado o que são variáveis dependentes e independentes. No livro LD-03, a relação sequer é mencionada, o autor apenas associa a Função Afim a uma reta.

Todos os livros analisados trouxeram algum tipo de aplicação da Função Afim e de seus casos particulares, seja no cotidiano, na própria Matemática ou nas outras ciências. Os livros LD-2 e LD-6 deram mais destaque a essas aplicações ao longo do capítulo, enriquecendo o estudo e facilitando a visualização dessas conexões. Já os livros LD-1, LD-4 e LD-5 deixaram as aplicações mais relevantes para o final do capítulo e o livro LD-3 não explorou tão bem esse recurso, abordando poucas aplicações e de menor relevância para o estudo do tema.

Em relação à utilização da Modelagem Matemática na resolução de situações-problema, o livro LD-1 dedicou uma seção para o tema. Nos outros cinco livros analisados, essa ferramenta foi pouco explorada, sendo propostos poucos exercícios que exigissem a modelagem para a sua resolução.

A realização de atividades em dupla ou em grupo foram propostas em praticamente todas as seções do livro LD-2. No livro LD-1, foi proposta somente uma atividade, mas estava bem contextualizada, estabelecendo relações com outras disciplinas. No livro LD-5 foi proposta apenas uma atividade em grupo, sendo que a atividade não estava relacionada ao tema estudado no capítulo. No livro LD-3 essas atividades estavam presentes em apenas uma seção. Já os livros LD-4 e LD-6 não propuseram nenhuma atividade para que fosse resolvida coletivamente.

O uso das tecnologias foi indicado nos livros LD-1 e LD-3, mas o autor não sugeriu qual aplicativo deveria ser utilizado, deixando a escolha para o professor e aluno. O livro LD-2 sugere a utilização do *software LibreOffice* e o livro LD-5 sugere o uso do *Winplot*, ambos para a construção de gráficos. Nos livros LD-4 e LD-6 não foram propostas atividades que utilizassem recursos tecnológicos.

Sobre os projetos interdisciplinares, o livro LD-1 explorou o recurso de forma adequada. Os outros cinco livros não propuseram a realização de projetos. As atividades lúdicas não foram propostas em nenhum dos livros analisados.

A Função Linear foi tratada como modelo de proporcionalidade direta nos livros LD-2, LD-4 e LD-6. O livro LD-3 trata essa função como proporcionalidade, mas não faz a conexão com o modelo de crescimento direto. Os livros LD-01 e LD-5 não abordaram a relação entre Função Linear e a proporcionalidade direta.

Em relação à construção, análise e manipulação de gráficos, os livros LD-2, LD-5 e LD-6 exploraram esses recursos na teoria e nos exercícios propostos. No livro LD-3, esses recursos não foram bem explorados. Os coeficientes a e b da função não receberam significado geométrico e o sinal do coeficiente a não foi relacionado ao crescimento e decrescimento da função. Os livros LD-1 e LD-4 também não exploraram tão bem esses recursos, apesar dos coeficientes da função terem recebido significado geométrico.

O quadro a seguir sintetiza a análise realizada nesse capítulo, trazendo os critérios que foram utilizados pela pesquisadora e os resultados obtidos.

Quadro 2 – Resultado da análise das coleções de Matemática aprovadas no PNLD/2015

Critérios \ **Livros**	LD-1	LD-2	LD-3	LD-4	LD-5	LD-6
Explora a relação entre as variáveis;	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Não atende	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente
Aborda o tema de forma contextualizada	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende
Propõe a modelagem matemática	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente
Propõe atividades em grupo	✓ Atende	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Não atende	✓ Atende parcialmente	✓ Não atende
Propõe o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Não atende	✓ Atende	✓ Não atende
Propõe projetos interdisciplinares	✓ Atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende
Propõe atividades lúdicas	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende	✓ Não atende
Aborda a função linear como modelo da proporcionalidade	✓ Não atende	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Não atende	✓ Atende
Explora a construção, análise e manipulação de gráficos	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Atende parcialmente	✓ Atende parcialmente	✓ Atende	✓ Atende

Legenda: ✓ **Atende** ✓**Atende parcialmente** ✓ **Não atende**

Fonte: Dados da Pesquisa - Organizados de acordo com Vieira (2016, p.97)

Observando o Quadro 2, percebe-se que nenhum dos livros analisados atendem a todas as recomendações dos PCN e de seus documentos complementares no ensino da Função Afim. Dessa forma, não é recomendado que o professor utilize o livro didático como a principal e única fonte orientadora para preparar suas aulas, sendo necessário o uso de outros recursos para promover, mais efetivamente, um ensino de qualidade e que privilegie as orientações estabelecidas.

Capítulo 4

Análise do Questionário

Neste capítulo, serão apresentados os dados coletados e os resultados obtidos por meio da aplicação do questionário *online* para professores de Matemática da rede básica de ensino. O questionário foi dividido em duas partes e composto por dezenove perguntas.

A primeira parte foi composta por seis perguntas que tinham como objetivo identificar os respondentes a respeito do gênero, tempo de magistério, formação acadêmica, especialização, rede de ensino e estado em que atuam. As perguntas eram do tipo fechadas, abertas e de múltipla escolha. Nessa etapa, foram coletadas cento e vinte e três respostas.

A sétima pergunta permitia que apenas os professores que possuíam experiência com o ensino da Função Afim respondessem à segunda parte do questionário. Com isso, buscou-se eliminar possíveis respostas incoerentes com o objetivo deste levantamento. Dessa forma, passaram para o segundo bloco de perguntas cento e vinte e um respondentes, pois dois afirmaram nunca terem trabalhado com o tema.

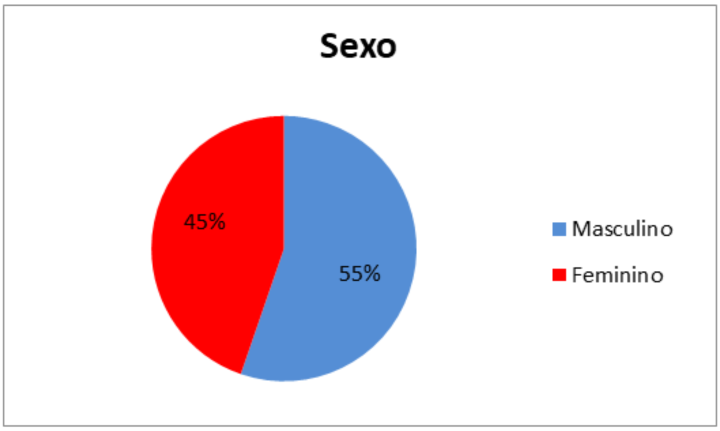
A segunda parte do questionário, composta por doze perguntas, tinha como objetivo coletar dados referentes à experiência do professor sobre a sua prática docente e o ensino da Função Afim. Buscou-se conhecer o tempo de experiência dos professores com o tema, verificar se os livros didáticos são utilizados em sala de aula, conhecer os instrumentos utilizados pelos professores no planejamento das aulas, verificar se os docentes conhecem e utilizam as recomendações dos PCN, identificar as principais dificuldades dos alunos no aprendizado da Função Afim, verificar como os livros didáticos abordam o tema, identificar quais são os recursos didáticos utilizados pelos professores e como estes auxiliam no ensino da Função Afim. As perguntas eram do tipo fechadas, de múltipla escolha e algumas possuíam a opção “outros” para que o respondente acrescentasse sua resposta.

4.1 Perfil da amostra

4.1.1 Gênero

Sobre o gênero dos pesquisados, 55% são do sexo masculino e 45% do sexo feminino, conforme o Gráfico 1.

Gráfico 1 – Pergunta nº 1

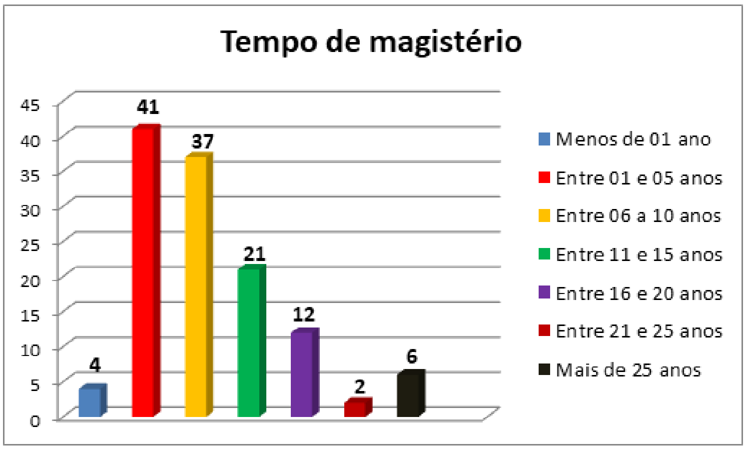


Fonte: Elaboração Própria

4.1.2 Tempo de Magistério

Em relação ao tempo de magistério, apenas quatro respondentes possuíam menos de 01 ano de trabalho, conforme o Gráfico 2. Dentre eles, dois afirmaram não possuir experiência. Dentre os que possuíam mais de 25 anos de magistério, dois possuíam 26 anos, um possuía 27 anos, dois possuíam 28 anos e um possuía 35 anos.

Gráfico 2 – Pergunta nº 2

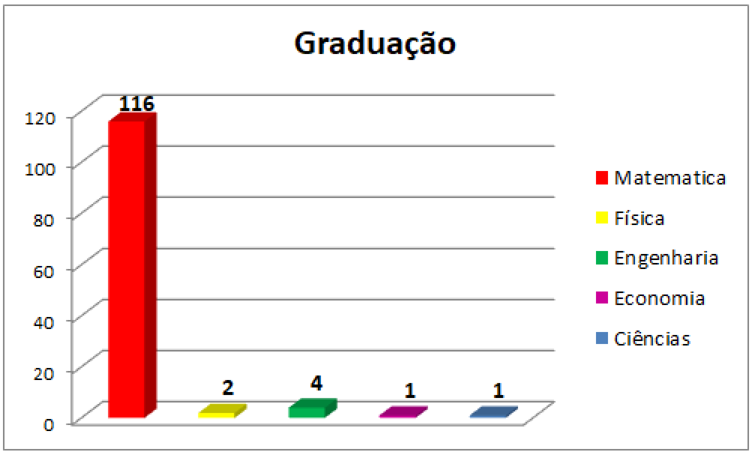


Fonte: Elaboração Própria

4.1.3 Formação Acadêmica

Em relação à formação acadêmica, apenas sete respondentes afirmaram possuir formação em outra área, conforme o Gráfico 3. Um deles afirmou ter duas graduações, Matemática e Ciências.

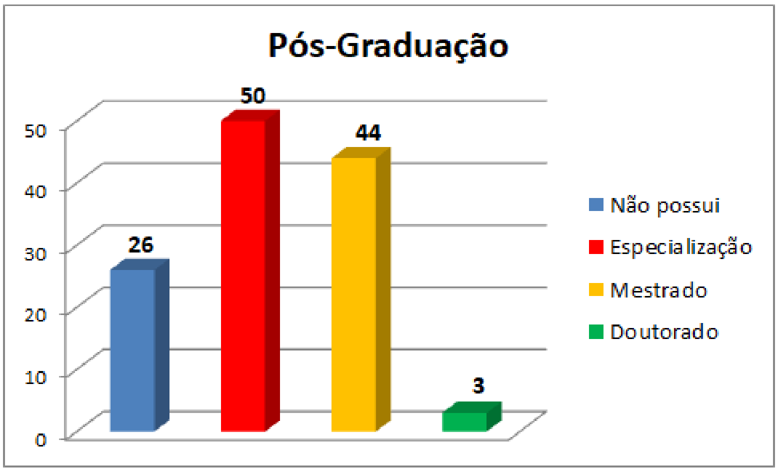
Gráfico 3 – Pergunta nº 3



Fonte: Elaboração Própria

Ainda em relação à formação acadêmica, vinte e seis respondentes não possuíam especialização, cinquenta tinham especialização, quarenta e quatro eram mestres e três eram doutores, conforme o Gráfico 4.

Gráfico 4 – Pergunta nº 4

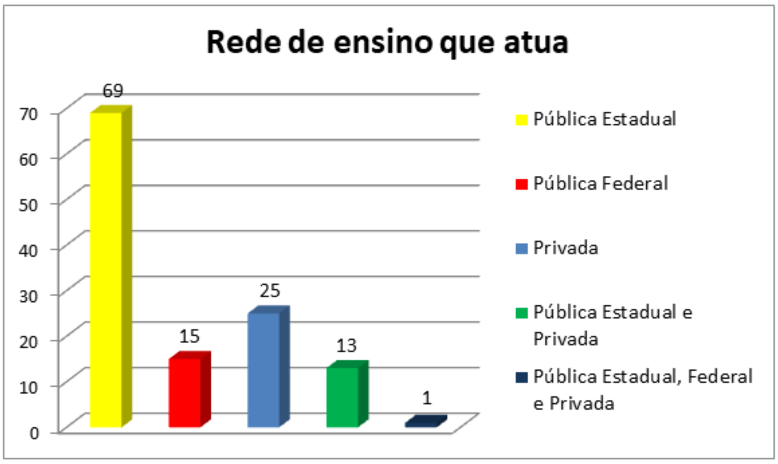


Fonte: Elaboração Própria

4.1.4 Rede de Ensino

Em relação à rede de ensino em que atuavam, sessenta e nove professores afirmaram atuar na rede pública estadual, quinze na rede federal, vinte e cinco em escolas privadas, treze atuavam nas redes estadual e privada e um afirmou atuar nas três redes de ensino, conforme o Gráfico 5.

Gráfico 5 – Pergunta nº 5



Fonte: Elaboração Própria

4.1.5 Estado em que atuam

Sobre o estado de atuação, foram coletadas respostas de professores de todas as regiões do Brasil, conforme a Figura 12. Dois professores afirmaram atuar, simultaneamente, nos estados de Minas Gerais e Rio de Janeiro.

Figura 12 – Número de professores por estado

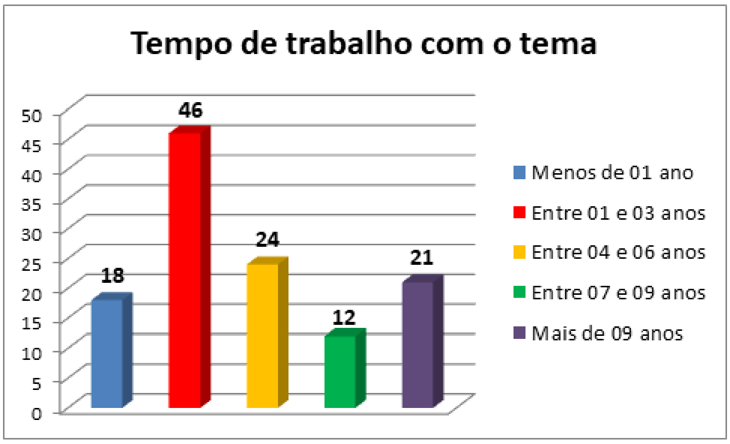
Fonte: Elaboração Própria

4.2 Apresentação dos dados

4.2.1 Experiência com o tema

Como era previsto, na segunda etapa do questionário todos os respondentes afirmaram ter experiência no ensino da Função Afim, conforme o Gráfico 6.

Gráfico 6 – Pergunta nº 8

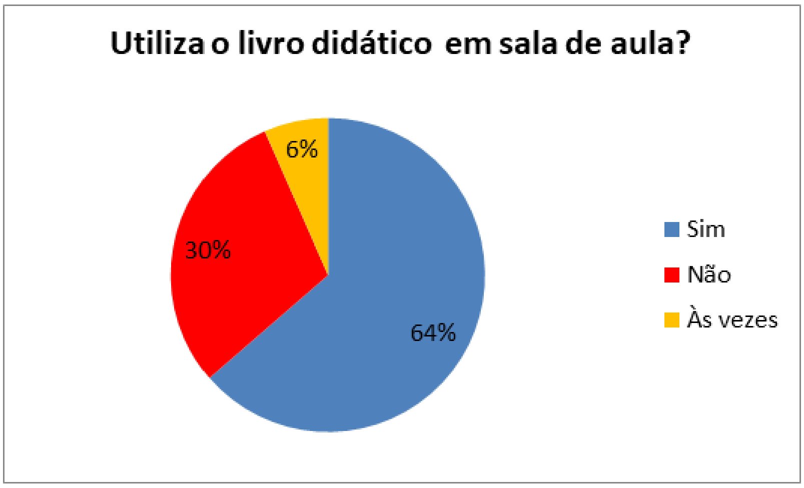


Fonte: Elaboração Própria

4.2.2 Utilização do Livro Didático em Sala de Aula

Em relação à utilização do livro didático em sala de aula, 64% dos respondentes afirmaram utilizá-lo, 30% afirmaram não fazer uso do livro em sala de aula e 6% afirmaram que utilizam às vezes, conforme o Gráfico 7.

Gráfico 7 – Pergunta nº 9

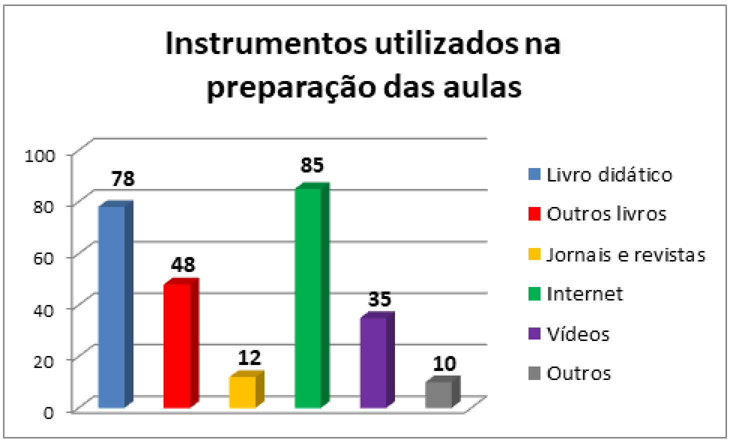


Fonte: Elaboração Própria

4.2.3 Instrumentos utilizados na preparação das aulas

Em relação aos instrumentos utilizados na preparação das aulas, os mais utilizados são a internet, o livro didático e outros livros. Também foram citados vídeos, jornais e revistas, conforme o Gráfico 8. Dentre os professores que marcaram a opção “outros”, o respondente 04 afirmou utilizar o currículo do estado de São Paulo, o respondente 09 disse usar exemplos práticos, o respondente 59 utiliza temas atuais do dia a dia, o respondente 99 disse não preparar aulas no ensino médio e os respondentes 10, 22, 53, 81, 112 e 117 afirmaram utilizar softwares matemáticos, como o *Winplot* e o *GeoGebra*.

Gráfico 8 – Pergunta nº 10

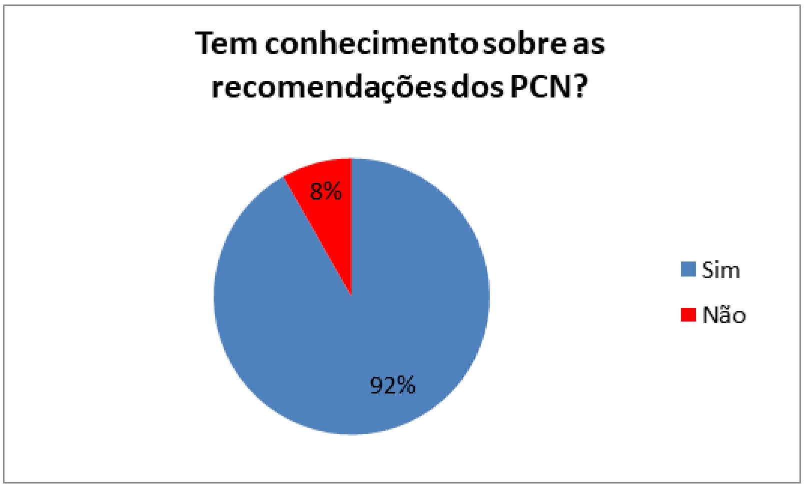


Fonte: Elaboração Própria

4.2.4 Os PCN na Prática Docente

Sobre o conhecimento das recomendações dos PCN, 92% dos participantes afirmaram conhecê-las e 8% afirmaram não conhecê-las, conforme o Gráfico 9.

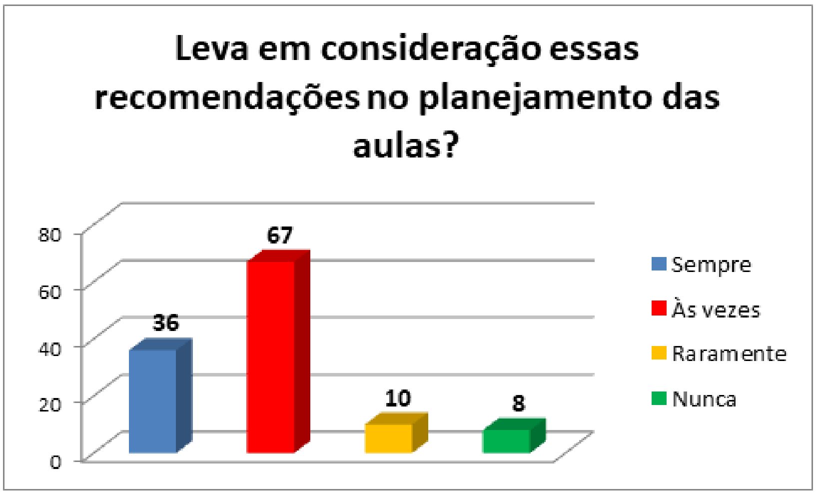
Gráfico 9 – Pergunta nº 11



Fonte: Elaboração Própria

Quando perguntados se levam em consideração as recomendações dos PCN no planejamento das aulas, trinta e seis afirmaram sempre utilizá-las, sessenta e sete afirmaram utilizá-las às vezes, dez afirmaram que as utilizam raramente e oito disseram nunca utilizá-las, conforme o Gráfico 10. Como 10 professores afirmaram não conhecer essas orientações, esperava-se que, no mínimo, os mesmo afirmassem nunca utilizá-las no planejamento das aulas. Porém, dois marcaram a opção raramente, o que gera uma inconsistência, pois é improvável utilizá-las sem o seu conhecimento.

Gráfico 10 – Pergunta nº 12

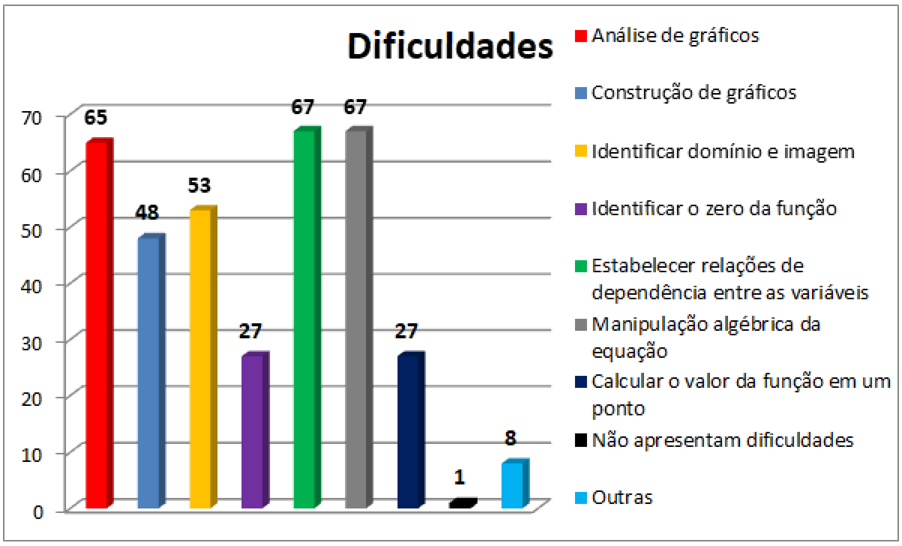


Fonte: Elaboração Própria

4.2.5 Dificuldades no Ensino da Função Afim

Em relação às dificuldades dos alunos no aprendizado da Função Afim, conforme o Gráfico 11, as principais foram estabelecer relações entre as variáveis, manipulação algébrica da equação, análise de gráficos, identificação do domínio e imagem e construção de gráficos. Dificuldades como identificação do zero da função e o cálculo do valor da função em um ponto também estão entre as dificuldades encontradas, mas foram menos citadas. Entre as dificuldades classificadas como “outras”, os respondentes citaram dificuldades em obter a função a partir do gráfico, interpretação de questões contextualizadas, determinação dos coeficientes a e b da função, visualização no comportamento das funções e determinação de pares ordenados. O respondente 82 afirmou que *"os alunos chegam no ensino médio sem base e sentirão dificuldade em tudo."* Apenas um respondente afirmou que os alunos não apresentam dificuldades.

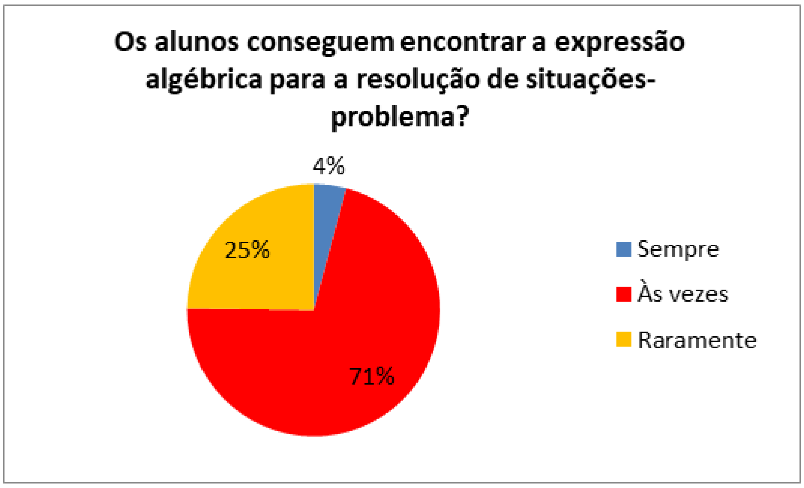
Gráfico 11 – Pergunta nº 13



Fonte: Elaboração Própria

Em relação à resolução de situações-problema, observa-se que essa é mais uma dificuldade apresentada pelos estudantes. Conforme o Gráfico 12, 4% dos respondentes afirmaram que os alunos sempre conseguem modelar uma situação-problema, 71% afirmaram que às vezes eles encontram a expressão algébrica e 25% afirmaram que isso acontece raramente.

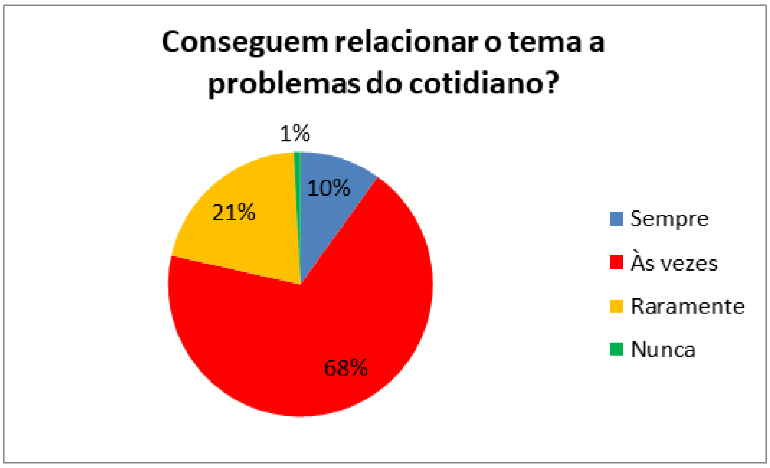
Gráfico 12 – Pergunta nº 14



Fonte: Elaboração Própria

Outra dificuldade identificada por meio desse estudo é a aplicação da Função Afim no cotidiano. De acordo com o Gráfico 13, 10% dos professores afirmaram que os alunos conseguem relacionar o tema ao cotidiano, 68% responderam às vezes, 21% disseram raramente e 1% dos participantes afirmaram que isso nunca acontece.

Gráfico 13 – Pergunta nº 15

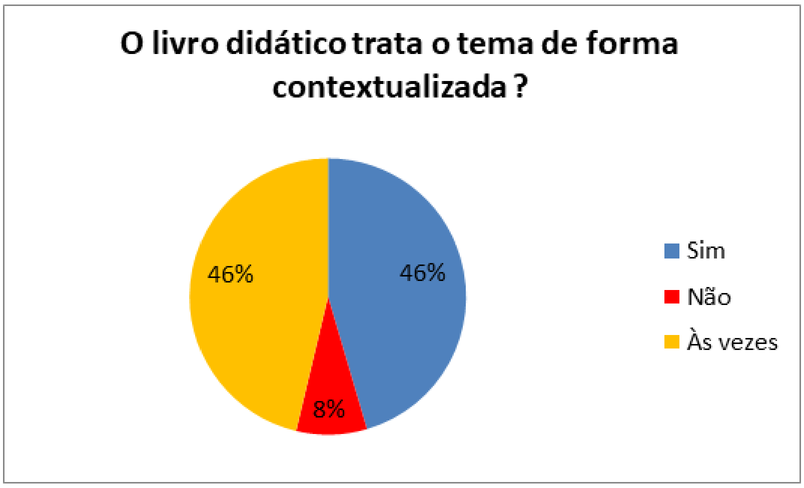


Fonte: Elaboração Própria

4.2.6 Abordagem do tema nos livros didáticos

Em relação à forma que o livro didático aborda a Função Afim, 46% dos Respondentes afirmaram que o tema é tratado de forma contextualizada, 46% afirmaram que às vezes o tema é contextualizado e 8% disseram que nunca é abordado com contextualização, conforme o Gráfico 14.

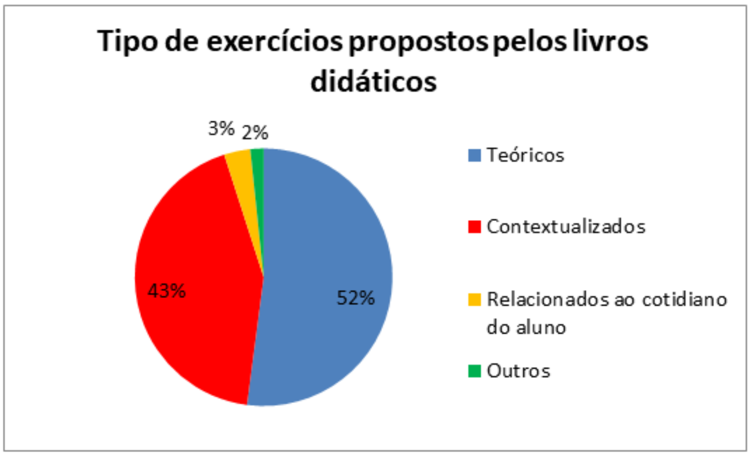
Gráfico 14 – Pergunta nº 16



Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos exercícios propostos, 52% dos professores afirmaram que a maioria dos exercícios propostos pelos livros são teóricos, 43% afirmaram serem contextualizados, 3% afirmaram serem relacionados ao cotidiano do aluno e 2% marcaram a opção outros, conforme o Gráfico 15. Dentre os que marcaram a opção “outros”, o respondente 81 disse que *“Atualmente, alguns livros trazem uma mistura de exercícios teóricos e contextualizados, embora o último termo tenha sido usado como sinônimo de muito texto!”*

Gráfico 15 – Pergunta nº 17

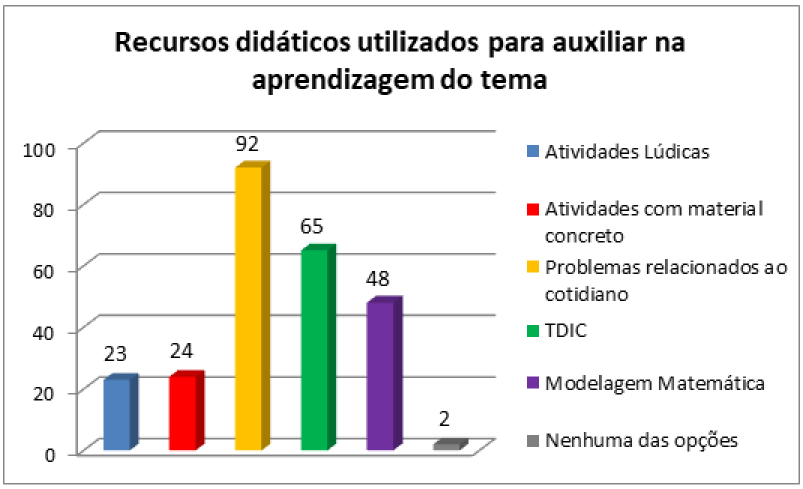


Fonte: Elaboração Própria

4.2.7 Recursos didáticos utilizados e suas vantagens

Em relação aos recursos didáticos utilizados pelos professores no ensino da Função Afim, noventa e dois professores afirmaram utilizar problemas relacionados ao cotidiano, sessenta e cinco utilizam a TDIC, quarenta e oito utilizam a Modelagem Matemática, vinte e quatro afirmaram utilizar o Material Concreto, vinte e três utilizam Atividades Lúdicas e dois não utilizam recursos didáticos, conforme o Gráfico 16.

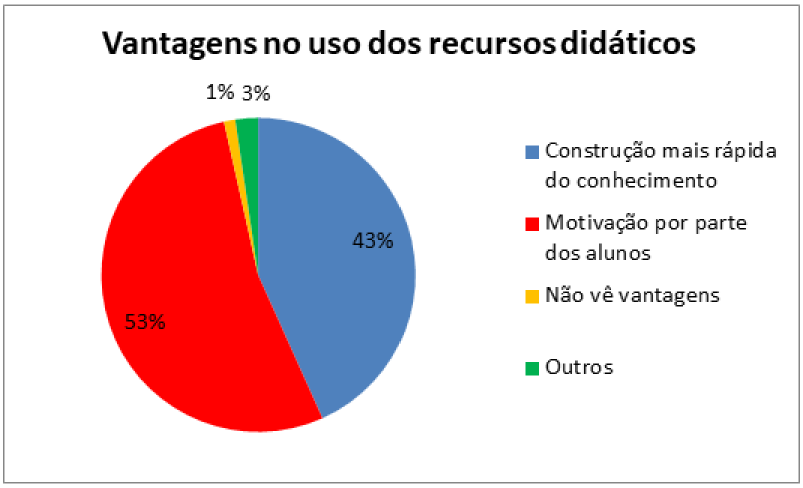
Gráfico 16 – Pergunta nº 18



Fonte: Elaboração Própria

Quanto às vantagens no uso desses recursos, a opção motivação por parte dos alunos foi marcada por por 53% dos respondentes, 43% disseram que o uso dos recursos auxilia na construção mais rápida do conhecimento, 1% dos participantes afirmaram não verem vantagens e 3% marcaram a opção outros, conforme o Gráfico 17. Entre os respondentes que marcaram a opção "outros", o respondente 12 disse que *"A aplicação do conteúdo em situações do cotidiano demonstra para os alunos a utilidade da Matemática no dia a dia, mesmo que muitas vezes passe despercebida."* O respondente 43 afirmou que umas das vantagens desses recursos é o interesse pela aula e o respondente 56 disse que é preciso inovar para um pleno aprendizado.

Gráfico 17 – Pergunta nº 19



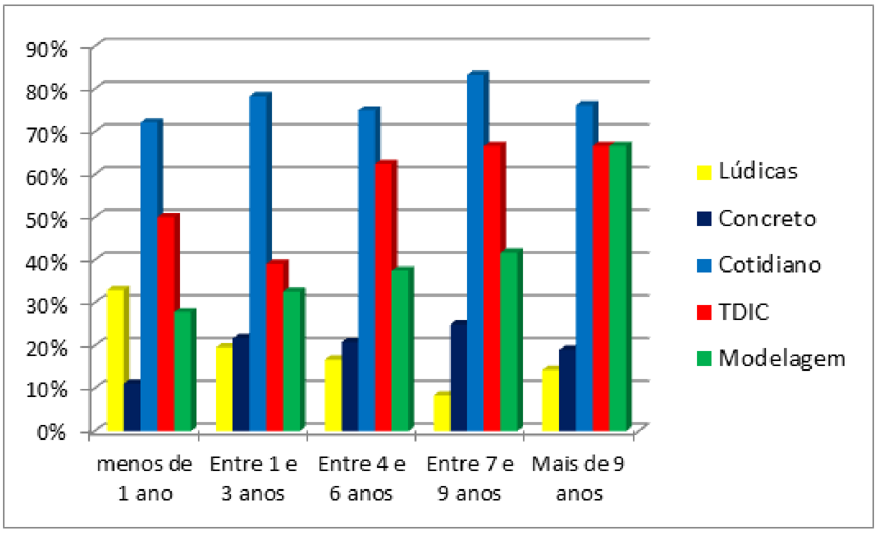
Fonte: Elaboração Própria

4.3 Resultados

Em relação ao perfil dos professores pesquisados, 55% são do sexo masculino e 45% do sexo feminino. Sobre a formação acadêmica, 94% dos participantes afirmaram possuir formação em matemática, sendo que o restante possui formação em áreas afins. Sobre a qualificação dos docentes, 79% afirmaram possuir algum tipo de especialização, entre pós-graduação, mestrado e doutorado. Em relação ao estado de atuação, 3% atuam na região norte, 13% na região centro-oeste, 13% na região sul, 54% na região sudeste e 17% no nordeste. Os cento e vinte e um professores que passaram para a segunda parte do questionário afirmaram possuir experiência com o ensino da Função Afim.

Sobre a utilização dos recursos didáticos no ensino do tema, conclui-se que o recurso mais utilizado pelos docentes é a resolução de problemas do cotidiano. Em seguida, está o uso da Tecnologia Digital de Informação e Comunicação, a Modelagem Matemática, o uso do Material Concreto e as Atividades Lúdicas. De acordo com o Gráfico 18, é possível inferir que os docentes com menos experiência utilizam com mais frequência as Atividades Lúdicas, comparados aos docentes mais experientes. Já estes últimos, adotam a Modelagem Matemática com mais regularidade comparado aos demais professores.

Gráfico 18 – Tempo de trabalho e recursos utilizados

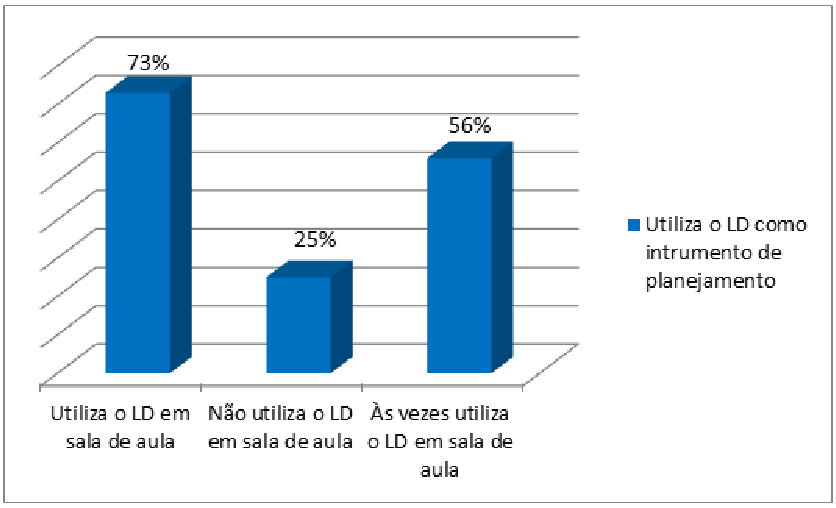


Fonte: Elaboração Própria

Em relação às vantagens na utilização desses recursos no ensino da Função Afim, 61% dos professores afirmaram que esses instrumentos auxiliam na construção mais rápida do conhecimento, 75% disseram que os alunos se sentem motivados e apenas 2% dos professores afirmaram não verem vantagens. Os resultados sinalizam que os recursos auxiliam no aprendizado da Função Afim e devem ser utilizados pelos docentes. Percebe-se também, pelo relato de alguns professores, a necessidade de inovação nas salas de aula, sendo necessário adotar novas formas de ensino.

Sobre a presença do livro didático no contexto escolar, pode-se concluir que ele é adotado nas salas de aulas da maioria dos professores que participaram desta pesquisa e também é utilizado no planejamento das aulas. Entre os setenta e sete professores que afirmaram adotar o livro didático em sala de aula, 73% também o utilizam como instrumento no planejamento das aulas, dos trinta e seis que não o utilizam em sala, 25% recorrem a ele como recurso para o planejamento e entre os oito professores que disseram só utilizá-lo às vezes, 56% os utilizam como instrumento de preparação das aulas, conforme pode ser observado no Gráfico 19.

Gráfico 19 – Utilização do livro didático em sala e como instrumento de planejamento



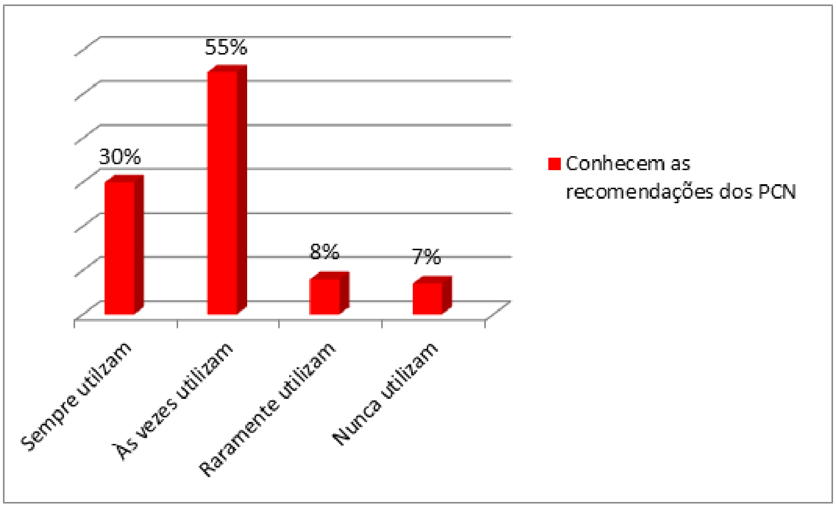
Fonte: Elaboração Própria

Sobre a abordagem do conteúdo nos livros didáticos, 46% dos professores afirmaram que o tema é tratado de forma contextualizada, 46% disseram que às vezes é feita a contextualização e 8% afirmaram que o conteúdo é abordado de forma teórica. Apesar de grande parte dos livros utilizados pelos docentes que participaram dessa pesquisa abordarem a Função Afim de forma contextualizada, 52% dos docentes afirmaram que a maioria dos exercícios são do tipo teóricos, 43% afirmaram serem contextualizados e apenas 3% disseram que são relacionados ao cotidiano.

Na preparação das aulas, além do livro didático, o professor utiliza a internet, outros tipos de livros, jornais, revistas e vídeos. De acordo com as respostas abertas obtidas, percebe-se que alguns professores utilizam *softwares* matemáticos na intenção de inovar e tornar a aula mais atrativa.

Em relação às recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio para o ensino da Matemática, 92% dos professores afirmaram conhecer esse documento, mas somente 30% levam sempre em consideração essas recomendações no planejamento de suas aulas, conforme pode ser visto no Gráfico 20. Diante da importância dos PCN e de seus documentos complementares para orientar e fundamentar a prática docente, o ideal seria que todos os professores seguissem essas recomendações, adequando-as à realidade dos alunos.

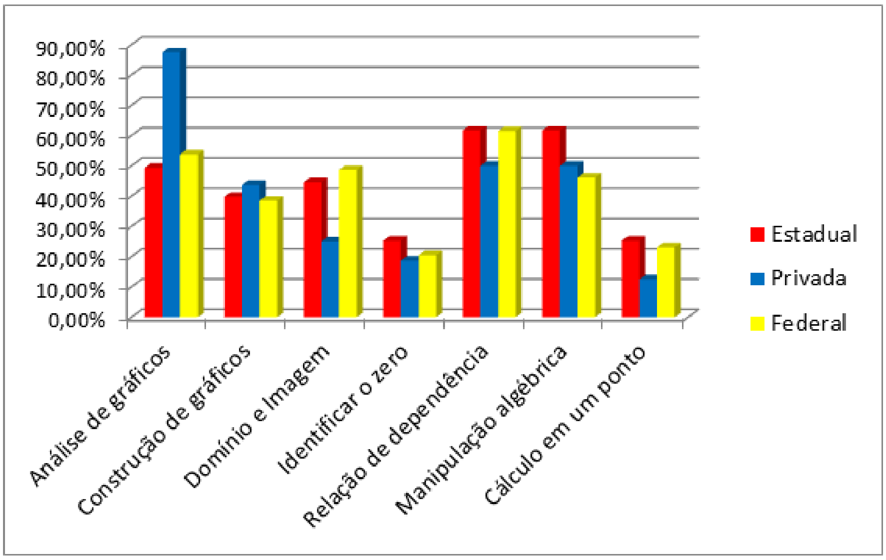
Gráfico 20 – Conhecimento das recomendações dos PCN e sua utilização



Fonte: Elaboração Própria

Sobre as principais dificuldades no aprendizado da Função Afim, os resultados sinalizam elas não estão diretamente relacionadas à rede de ensino na qual aluno está inserido. As dificuldades sofrem pequenas variações quando comparadas nas três redes, apenas a análise de gráficos sofreu uma variação maior, conforme o Gráfico 21. Portanto, as dificuldades no aprendizado da Função Afim estão presentes em todas as redes de ensino, sendo elas Pública Estadual, Pública Federal e Privada. Neste gráfico, os professores que atuam em mais de uma rede de ensino foram contabilizados em todas as redes de atuação.

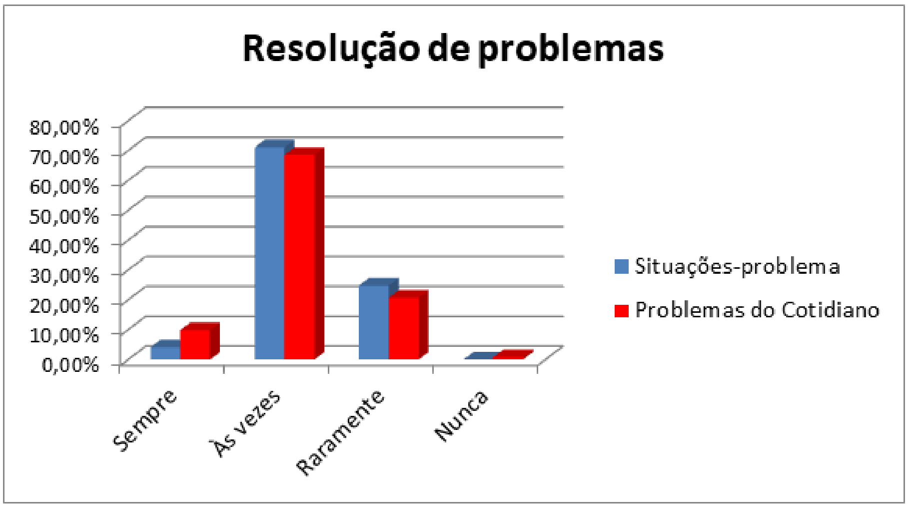
Gráfico 21 – Dificuldades e rede de ensino



Fonte: Elaboração Própria

Além das dificuldades já citadas, a resolução de situações–problema e a aplicação do tema em problemas do cotidiano também foram apontadas pelos professores. Nesses problemas, exige-se do aluno a mobilização de recursos, a tomada de decisão e a modelagem de uma expressão matemática para obtenção da resposta. De acordo com os dados obtidos, a parcela de alunos que conseguem desenvolver essas habilidades é muito baixa. Comparando as duas situações, percebe-se que quando o problema é relacionado ao cotidiano, os alunos têm um pouco menos de dificuldade, conforme o Gráfico 22.

Gráfico 22 – Resolução de situações-problema e problemas do cotidiano



Fonte: Elaboração Própria

A aplicação da Matemática em problemas do cotidiano e na resolução de problemas contextualizados é fortemente recomendada pelos PCN e seus documentos complementares, auxiliando na preparação do indivíduo para a vida e para o mundo do trabalho. No entanto, os resultados obtidos ainda encontram-se longe do ideal.

Capítulo 5

Estratégias e Recursos Didáticos no Ensino da Matemática

Neste capítulo serão apresentadas as estratégias e recursos didáticos que foram utilizadas nas atividades propostas. A escolha foi baseada na pesquisa realizada com os professores de Matemática do Ensino Médio, apresentada no Capítulo 4. Dentre os recursos disponíveis, foram usadas a Modelagem Matemática, o Material Concreto, a Tecnologia Digital de Informação e Comunicação, Atividades Lúdicas e a Resolução de Problemas relacionados ao cotidiano.

De acordo com Fetzer e Brandalise (2010), o sucesso ou não no processo de ensino e aprendizagem da Matemática está diretamente relacionado à prática pedagógica do professor nas salas de aula. A metodologia de ensino adotada para abordar o conteúdo poderá ser determinante para atingir os objetivos da aprendizagem.

Muitos educadores ainda adotam uma postura tradicional, baseada em uma metodologia que apresenta os conteúdos de forma teórica e abstrata, sem conexão com a aplicabilidade prática do que é aprendido. Esse tipo de ensino acaba por não privilegiar reflexões críticas e, ainda, não permitem que o aluno participe ativamente do aprendizado. De acordo com Chagas (2004, p.243), “essa postura do professor faz com que os educandos entendam o processo de estudo como sendo mera memorização, desestimulando, com isso, atividades mais elaboradas que envolvam raciocínio.“ Dessa forma, Gervázio (2017, p.44) afirma que o educador deve “[...] incrementar em sua metodologia de ensino instrumentos que incentivem a pesquisa e que não deixe a falsa impressão da matemática como sendo apenas a memorização de fórmulas entediantes.”

É necessário que o aluno visualize a Matemática no seu cotidiano, dando significado à sua aprendizagem. D’Ambrosio (1989, p.15),

> o aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática, perdendo, dia a dia, seu "bom-senso"matemático. Além de acreditarem que a solução de

> um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real.

Segundo Chagas (2004), os estudos comprovam que o processo de aprendizagem não se dá pela repetição exaustiva de exercícios e pela mera transmissão dos conteúdos pelo professor, mas sim pela interação do aluno com o conhecimento. Para facilitar essa interação, o professor tem a sua disposição diversas estratégias e recursos didáticos que auxiliam no processo de ensino da Matemática.

Para Pais (2000, p.3), recursos didáticos "são criações pedagógicas desenvolvidas para facilitar o processo de aquisição do conhecimento". Dessa forma, o professor pode contar com uma infinidade de instrumentos para auxiliar em sua prática docente, como computadores, calculadora, data show, jogos, revistas, visitas fora do ambiente escolar, entre outros.

Já as estratégias de ensino são definidas como:

> [...] um conjunto de decisões que os professores tomam para abordar um determinado tema, partindo de um objetivo prévio, ou seja, são as orientações geradas pelo professor no momento de realizar uma determinada tarefa. As estratégias de ensino dão ao professor uma variedade de alternativas para planejar aulas de diferentes formas, com a finalidade de fortalecer e fornecer aos estudantes possibilidades para que alcance o objetivo previsto em qualquer tarefa proposta pelo professor. Desta forma, as estratégias fortalecem o dia a dia do professor e são elementos importantes para melhorar e/ou transformar a forma de abordar um tema específico. (ENRÍQUEZ, 2015, p.2-3).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio destacam a importância da utilização desses instrumentos:

> Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino das Ciências e da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmeras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias. (BRASIL, 2000, p.53).

De acordo com Enríquez (2015), na utilização desses recursos, o professor não deve ser um mero transmissor dos conhecimentos, mas sim participar ativamente na construção dos conceitos, por meio de questionamentos e orientações, motivando o aprendizado.

5.1 O Material Didático Concreto

O uso do material didático concreto nas aulas de Matemática vem sendo cada vez mais incentivado. De acordo com Novello et al. (2009), por meio da utilização desse recurso, é possível tornar as aulas mais dinâmicas e atraentes, incentivando a busca, a curiosidade e a investigação, possibilitando que os alunos criem hipóteses e busquem suas próprias soluções. Para Lorenzato (2006), esses instrumentos podem desempenhar diversas funções, como apresentar um assunto, motivar os alunos no estudo de determinado conteúdo, auxiliar na memorização de resultados e facilitar a redescoberta.

De acordo com Silva e Victer (2016, p.4), "uma grande vantagem da utilização dos materiais didáticos é a possibilidade de concretização de algumas ideias matemáticas." Para Turrioni e Perez (2006, p.61), a utilização desse instrumento "[...] facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos".

Embora o uso do material concreto possua muitas vantagens, sua eficácia depende da forma que o professor irá utilizá-lo. De acordo com Passos (2006, p.81),

> Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam.

De acordo com Silva e Victer (2016), antes de apresentar o material concreto para os alunos, o professor deve fazer um estudo desses materiais para que sejam definidas em que condições e quais os conteúdos serão trabalhados a partir do seu uso, mas não basta apenas a ação manipulativa do objeto, é preciso incentivar a criatividade e o pensar matemático do aluno.

> [...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p.21).

Dessa forma, é papel do professor, como mediador do processo de ensino e aprendizagem, auxiliar o aluno na passagem do abstrato para o concreto, formulando questões que favoreçam o raciocínio, levando o educando a pensar, analisar e agir. Segundo Novello et al. (2009, p.4),

> é fundamental que o professor desenvolva uma proposta pedagógica que integre o material concreto definindo antecipadamente os objetivos a serem cumpridos e metas a alcançar, estabelecendo vínculos com o contexto social dos alunos.

Para Lorenzato (2006), quando são os alunos a manusear o material didático concreto, os resultados são mais benéficos do que quando o professor apresenta um assunto, apenas ilustrando-o com esse material. De posse do objeto e em ritmo próprio, os alunos poderão realizar suas descobertas, fazer observações e reflexões, memorizando mais facilmente os resultados.

De acordo com o estudo de Rêgo e Rêgo (2006, p.54), durante a utilização do material didático, é necessário alguns cuidados básicos por parte do professor:

> I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
>
> II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
>
> III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
>
> IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
>
> V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo;
>
> VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Nesse contexto, atrelado a uma prática docente planejada, acredita-se que a utilização de materiais didáticos concretos no ensino da Matemática constitui um importante recurso para a compreensão de conceitos e ideias, levando os alunos a terem uma nova visão sobre essa disciplina.

5.2 As Atividades Lúdicas

Segundo Alves (2001, p.22), "[...] a educação por meio de atividades lúdicas vem estimulando as relações cognitivas, afetivas, sociais, além de propiciar também atitudes de crítica e criação nos alunos que se envolvem nesse processo". Com a utilização do lúdico, cria-se um ambiente agradável e propício para a aprendizagem, possibilitando ao estudante o desenvolvimento da capacidade de interagir socialmente. Além disso, valores como o respeito, confiança, reciprocidade e cooperação também são desenvolvidos.

Dentre essas atividades que trabalham a habilidade mental e a imaginação estão os jogos. De acordo com Miorim e Fiorentini (1990, p.7), os jogos podem ser utilizados no início de um conteúdo novo para despertar o interesse ou no final para fixar os conceitos e reforçar as atitudes e habilidades adquiridas no decorrer do aprendizado. Atualmente, eles não são vistos apenas como instrumento de recreação, mas como um facilitador no processo de ensino e aprendizagem.

Para Souza (2002, p.132),

> a proposta de se trabalhar com jogos no processo ensino aprendizagem da Matemática implica numa opção didático metodológica por parte do professor, vinculada às suas concepções de educação, de Matemática, de mundo, pois é a partir de tais concepções que se definem normas, maneiras e objetivos a serem trabalhados, coerentes com a metodologia de ensino adotada pelo professor.

Segundo Pasdiora (2008), o trabalho com jogos exige um planejamento cuidadoso por parte do professor, que deve adequá-lo à idade do aluno. É importante que o aluno se sinta desafiado e estimulado a jogar, deixando de lado seus bloqueios, desenvolvendo a autoconfiança, questionando suas ações e planejando estratégias. Ao aplicar um jogo em sala de aula, o professor deve conhecê-lo e saber todas as suas regras para repassá-las aos alunos. É importante que o aluno compreenda o que está sendo proposto, pois de acordo com Brenelli (1996, p.38),

> As atividades lúdicas propostas na intervenção pedagógica relacionam-se ao 'fazer' e 'compreender' visto que o jogo de regras implica a construção de procedimentos e a compreensão das relações que favorecem os êxitos ou fracassos. Assim sendo, o êxito no jogo depende da compreensão do mesmo.

De acordo com Machinski e Trobia (2016), por meio da utilização das atividades lúdicas, o professor sai da posição de transmissor de conhecimentos e passa a ser o mediador entre o aluno e o conhecimento, coordenando todo o processo de ensino e aprendizagem.

No caso dos jogos, segundo Pasdiora (2008), a interferência do educador deve ser mínima, pois são os alunos que devem tomar as atitudes diante dos desafios, elaborando suas próprias estratégias. O professor deve acompanhar cada jogada e observar as descobertas e o que o educando não compreendeu, interferindo apenas quando necessário.

Durante a aplicação desse recurso, segundo Fonseca et al. (2014), o professor deve orientar os alunos de que o objetivo principal é a aprendizagem e não estimular apenas a vitória. Por meio dos jogos o aluno tem a possibilidade de aprender e adotar uma postura positiva em relação aos erros, refletindo sobre suas ações enquanto jogador.

> No jogo, os erros são revistos de forma natural na ação das jogadas, sem deixar marcas negativas, mas propiciando novas tentativas, estimulando provisões e checagem. O planejamento de melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos.(SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p.10).

Para Grando (2000), as desvantagens na utilização dos jogos são:

> - quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice"em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam;
>
> - o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo;
>
> - as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno;
>
> - a perda da "ludicidade"do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo;
>
> - a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
>
> - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente. (GRANDO, 2000, p.35).

A má utilização dos jogos pode torná-los um fracasso em sala de aula. A aplicação desse recurso não deve ser feita de forma isolada e sem uma relação com o conteúdo que se quer trabalhar. Segundo Wozivoda e Oliveira (2014), o professor também deve estar atento a quantidade de vezes que aplica o jogo em sala de aula, pois se o seu uso se tornar repetitivo e sem objetivo, a aula será cansativa e desinteressante.

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem dessa disciplina. (MIORIM; FIORENTINI, 1990, p.6).

A aplicação de jogos em sala de aula dá ao educando uma oportunidade de aprendizagem por meio de situações-problema que exigem o uso de estratégias e atitudes imediatas no entendimento de diversos conteúdos matemáticos. As extensas listas de exercícios de fixação para a memorização de procedimentos mecanizados dão lugar ao lúdico, oportunizando uma forma prazerosa de aprender Matemática.

5.3 A Modelagem Matemática

Por meio da aplicação da Modelagem Matemática, é possível que problemas de diferentes áreas sejam traduzidos para a linguagem matemática. Bassanezi (2006, p.16) a define como a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” Para Burak (1992, p.62),

> [...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.

Silveira e Ribas (2004, p.1) apontam algumas justificativas para o uso da modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática:

> - motivação dos alunos e do próprio professor;
>
> - facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significado, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto;
>
> - preparação para a profissão;
>
> - desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral;
>
> - desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade;
>
> - compreensão do papel sócio-cultural da matemática, tornando-a assim, mais importante.

De acordo com Barbosa, Bueno e Lima (2011, p.5), o uso da Modelagem como estratégia de ensino "[...] faz com que o aluno veja o conteúdo, o investigue para conhecer melhor e aplique-os nas diferentes situações propostas pelos professores." Dessa forma, os educandos saem da posição de receptores do conhecimento e são levados a desenvolverem o pensamento crítico, realizar análises, discussões e formular ideias.

No trabalho com a Modelagem em sala de aula, de acordo com Costa (2016), o estudante passa a ser o agente principal do processo de ensino e aprendizagem. O professor, atuando como orientador, deve auxiliar os alunos na seleção e organização das informações, na elaboração das hipóteses e na criação dos meios para a resolução do problema. Para Biembengut e Hein (2005, p.29),

> [...] a condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino – modelação - é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.

O ensino a partir do uso da Modelagem Matemática favorece a execução de projetos contextualizados, devido a sua aplicabilidade nas outras ciências. Em relação a escolha do tema, Burak (2004) orienta que o tema deve ser proposto pelo grupo, pois dessa maneira o ensino se torna mais vivo e dinâmico para os participantes.

De acordo com Borssoi e Almeida (2004), para que a participação dos alunos aumente gradativamente, o primeiro contato com a Modelagem Matemática deve ser feito de forma estruturada, sendo o professor o orientador do processo. Num segundo momento, os alunos juntamente com o professor, definem o problema que irão modelar. Nessa etapa, o professor deve motivar a participação dos alunos, eles devem realizar a formulação das hipóteses, a dedução do modelo e sua validação. Depois de familiarizados com o processo, os alunos podem, em grupos, conduzir a modelagem do problema. Nessa fase, o professor apenas assessora o processo, pois os alunos já possuem autonomia e habilidade.

Para Biembengut e Hein (2005), o processo de modelagem e resolução de um problema é composto por três etapas, cada uma subdividida em duas sub-etapas, como segue:

1º Interação

Nessa etapa, num primeiro momento, deve ser feito um estudo sobre o assunto, detalhando-se os dados para que sejam usados no decorrer do processo de modelagem. É nessa fase que se faz o reconhecimento e a delimitação da situação-problema. Num segundo momento, busca-se a familiarização com o problema que será o objeto do modelo matemático.

2º Matematização

Essa é a fase mais importante e desafiadora do processo de Modelagem Matemática. Nesse momento, é feita a conversão da situação-problema para a linguagem matemática, por meio de expressões, sentenças, gráficos e etc. Primeiramente, é feita a formulação do problema, onde são criadas as hipóteses. Posteriormente, é formulado o modelo matemático que será à solução da situação-problema.

3º Modelo Matemático

Nessa etapa, é realizada a interpretação da solução para verificar se o modelo encontrado se aproxima da solução real da situação-problema. Em seguida, é necessário testar e verificar em que condições o modelo encontrado satisfaz ao problema proposto e o seu grau de confiabilidade. Depois de testado, caso o modelo não satisfaça às condições do problema, deve-se voltar ao segundo passo e criar novas hipóteses.

As competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos nessas três etapas atendem as recomendações dos PCN referentes à investigação e compreensão no estudo da Matemática:

> • Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc);
> • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
> • Formular hipóteses e prever resultados;
> • Selecionar estratégias de resolução de problemas;
> • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
> • Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
> • Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
> • Discutir idéias e produzir argumentos convincentes. (BRASIL, 2000, p.46).

Por meio da Modelagem Matemática, os alunos têm a oportunidade de aprenderem a partir de suas experiências cotidianas, despertando o interesse para os mais variados temas. Além disso, o professor tem a sua disposição uma estratégia de ensino que tornará as aulas mais atrativas, saindo da rotina tradicional, despertando o interesse dos alunos pela Matemática.

Diante das vantagens apresentadas, acredita-se que esse recurso auxiliará o aluno na aquisição dos conhecimentos matemáticos necessários para uma formação mais sólida, desenvolvendo uma forma de pensar e aplicar a Matemática de um modo mais vivo e interessante.

5.4 O Uso da Tecnologia Digital de Informação e Comunicação (TDIC)

Nos dias atuais, a tecnologia está cada vez mais presente na vida dos indivíduos, auxiliando na execução de diversas tarefas do cotidiano. De acordo com Silva e Moraes (2014, p.3-4),

> Estas mudanças no contexto social também interferem e afetam as relações de ensino e aprendizagem no contexto escolar, o que exige novas práticas pedagógicas, novos modos de formação e de atuação por parte dos docentes, bem como outra compreensão no que se refere ao uso pedagógico dos aparatos tecnológicos em sala de aula.

Dessa forma, segundo Boeri e Silva (2011), as aulas de Matemática não podem permanecer estagnadas, sendo necessário que os professores repensem a sua atuação docente, incorporando os recursos tecnológicos para um melhor aprendizado. Para Ribeiro e Paz (2012, p.14),

> A educação Matemática tem o objetivo de transformar o ensino em um saber lógico por meio do exercício do raciocínio. Portanto, precisa oferecer uma aprendizagem centrada nas evoluções tecnológicas e na interdisciplinaridade, formando seres capazes e preparados para viver e agir nesse mundo cada vez mais complexo, onde as coisas evoluem e modificam rapidamente.

De acordo com os PCN,

> Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p.41).

Nesse contexto, a tecnologia se torna uma grande aliada no ensino da Matemática, propiciando a investigação e experimentação dos conceitos, uma vez que permite ao educando aprender por meio da manipulação e interação com o objeto de estudo. Entre os aplicativos e softwares disponíveis, estão os jogos digitais. Esse recurso torna a aula atrativa e dinâmica, permitindo a interatividade entre o educando e o objeto de estudo, desafiando-o a vivenciar novas experiências, propiciando uma participação mais ativa e reflexiva.

> Os jogos digitais, ao permitirem a simulação em ambientes virtuais, proporcionam momentos ricos de exploração e controle dos elementos. Neles, os jogadores – crianças, jovens ou adultos – podem explorar e encontrar, através de sua ação, o significado dos elementos conceituais, a visualização de situações reais e os resultados possíveis do acionamento de fenômenos da realidade. Ao combinar diversão e ambiente virtual, transformam-se numa poderosa ferramenta narrativa, ou seja, permitem criar histórias, nas quais os jogadores são envolvidos, potencializando a capacidade de ensino aprendizado (RIBEIRO; TIMM; ZARO, 2006, p.2).

Mas assim como qualquer outro recurso didático, não basta apenas que o aluno tenha acesso à tecnologia. De acordo com Carneiro e Passos (2014), somente a introdução do computador no contexto escolar não garante mudanças no processo de ensino e aprendizagem. A presença do professor no processo de construção dos saberes é de fundamental importância. Segundo Ribeiro (2005, p.94), "[...] a máquina precisa do pensamento humano para se tornar auxiliar no processo de aprendizado".

Dessa forma, o professor deve mediar e incentivar todo o processo de aprendizagem, adaptando as atividades de acordo com os recursos tecnológicos disponíveis na escola, com o número de alunos e com as dificuldades de cada indivíduo.

> No uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado. É com a utilização de programas que oferecem recursos para a exploração de conceitos e ideias matemáticas que está se fazendo um interessante uso de tecnologia para o ensino da Matemática. Nessa situação, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de idéias que revelam uma intensa atividade intelectual.(BRASIL, 2006, p.89-90)

Para Ferreira (2013, p.2), "O problema para a educação não seria só fornecer acesso às novas tecnologias, mas como aprender a selecioná-las, interpretá-las, classificá-las e usá-las." Corroborando com o autor, Carneiro e Passos (2014, p.103) afirmam que

> [...] a simples instalação de equipamentos de informática, de TVs e de aparelhos de DVD na escola e acesso à internet, por modismo, não é sinônimo de um ensino de boa qualidade. Pelo contrário, esses recursos podem continuar camuflando práticas convencionais.

Dessa forma, o professor deve estar preparado para integrar o uso das tecnologias ao ensino da Matemática, necessitando de uma formação adequada para orientar os alunos nas atividades que serão desenvolvidas, explorando de forma adequada toda a potencialidade desse recurso. Segundo Menezes, Braga e Seimetz (2018, p.4)

> [...] quando selecionadas e utilizadas adequadamente, as TDIC podem se constituir num potente recurso didático para criar novas relações entre o aprendiz e o objeto do conhecimento, podendo até mesmo, ser usado como meio de lutar contra o insucesso escolar, motivando os alunos, permitindo-lhes revelar melhor seus talentos, além de facilitar o acesso as informações. Alunos e professores em contato com as TDIC tornam-se investigativos e não apenas receptivos, eles encontram novas fontes de ideias que vão além dos seus próprios pensamentos, começam a observar, refletir e atribuir significados, criando suas próprias conjecturas. Portanto a inserção das TDIC pode levar à quebra de paradigmas, podendo modificar qualitativamente a qualidade do ensino, tornando as aulas mais criativas, motivadoras e dinâmicas.

A utilização da TDIC no ensino da Matemática deve ser vista como um recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem. Vale destacar que apenas o uso do computador não é capaz de despertar o interesse e a criatividade do aluno, tampouco fará com que esse aluno aprenda Matemática. O uso adequado e coordenado desse instrumento é que, de fato, promoverá um ensino de qualidade e permitirá ao educando ampliar seus conhecimentos.

5.5 A Resolução de Problemas do Cotidiano

A Matemática ainda é ensinada em muitas salas de aula e abordada em alguns livros didáticos sem relação com o cotidiano do estudante. Para Eckermann (2008, p.1), "o ensino da disciplina está mais pautado nos conteúdos e na resolução de exercícios repetitivos do que na compreensão e aplicação que os alunos deveriam estabelecer." Vale ressaltar que, segundo as OCEM Brasil (2006), um dos objetivos do ensino da Matemática no Ensino Médio é preparar os indivíduos para interpretar e compreender problemas do seu cotidiano.

O uso do cotidiano como ferramenta para o ensino da Matemática se justifica por despertar o interesse dos estudantes, valorizando as suas experiências de vida e transformando a Matemática, que eles acreditam não ter utilidade, em uma ciência viva, capaz de ser aplicada na resolução de diversos problemas reais. Para Conceição et al. (2016), o professor deve ser capaz de relacionar a Matemática ensinada na sala de aula ao cotidiano do aluno, buscando métodos e formas de realizar essa conexão.

Segundo Endruweit e Bieger (2016), o ensino da Matemática a partir da resolução de problemas desenvolve as habilidades do educando, desafiando-o a envolver-se ativamente no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com os PCN,

> Não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 2000, p.52).

Para Endruweit e Bieger (2016, p.14-15),

> A resolução de problemas possibilita ao aluno construir o conhecimento matemático refletindo sobre sua realidade, além de permitir que compreendam efetivamente como a matemática contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico, reflexivo, despertando assim o gosto pela matemática.

Dessa forma, ao propor a metodologia de ensino de resolução de problemas em sala de aula, além de aproximar a Matemática do cotidiano dos educandos, o professor estará desafiando-os por meio de problemas onde a solução não é encontrada de forma mecanizada. Os exercícios repetitivos dão lugar a situações contextualizadas, que aparecem como um desafio para os alunos.

Para melhor entender essa estratégia de ensino, é necessário definir o que são situações-problema e apresentar as suas principais diferenças de exercício. Para Souto e Guérios (2017, p.6), exercício é uma situação proposta ao aluno após a explicação do conteúdo, que tem como objetivo treinar determinado procedimento. Esse tipo de atividade é muitas vezes chamada de exercício de fixação e o que importa é a resposta final encontrada pelo aluno. Já o problema, ou situação-problema, é uma oportunidade nova para o aluno elaborar suas próprias estratégias de resolução, conjecturando e testando hipóteses. Pode ser utilizado para trabalhar um novo conteúdo, estabelecendo conexões com os conceitos já aprendidos pelos educandos. No problema, a ênfase está no processo de resolução e não apenas na resposta final.

Para Dante (2003, p.20):

> Situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando

> gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Diante do exposto, pode-se concluir que problema, ou situação-problema, são situações propostas ao aluno nas quais deseja-se obter uma solução, cuja resposta não é encontrada por meio da repetição de procedimentos decorados. Nesse tipo de problema, o aluno é instigado a pesquisar sobre o tema, traçar estratégias, desenvolver a habilidade de comunicação e raciocínio, testar hipóteses e validar resultados.

> Resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os a uma nova situação, atendendo a um objetivo. Ao resolver problemas, o aluno desenvolve determinadas estratégias que, em geral, se aplicam a um grande número de situações.(FACIM, 2016, p.8).

Nessa abordagem, o professor sai do papel de transmissor do conhecimento e passa a ser um mediador do processo de ensino e aprendizagem. Seu novo papel é o de "[...] incentivador, facilitador, mediador de ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos" (SOARES; PINTO, 2001, p.7). O aluno é o sujeito principal na construção do seu saber, "[...] pois a referida metodologia desenvolve habilidades e desafia o aluno a envolver-se no processo de ensino e de aprendizagem, sendo que este age e interage sobre e não apenas recebe passivamente" (ENDRUWEIT; BIEGER, 2016, p.14).

Para a resolução de um problema, muitos autores se baseiam no uso do método de Polya (2006). Esse método é composto por quatro etapas que orientam todo o processo de resolução:

1º) Compreensão do problema;

2º) Estabelecimento de um plano;

3º) Execução do plano;

4º) Retrospecto.

Na primeira etapa, compreensão do problema, deve-se tentar entender os dados do problema, analisando o seu enunciado, identificando as variáveis existentes naquele contexto. Nesse momento, o indivíduo deve entender claramente o objetivo que se deseja atingir. Na próxima etapa, estabelecimento de um plano, o indivíduo deve traçar uma estratégia para a resolução do problema. Deverá buscar alguma familiaridade com problemas já resolvidos, buscando reunir informações que estejam relacionadas ao problema em questão. Traçadas as estratégias de resolução, chega-se a terceira etapa. Na execução do plano, o indivíduo irá executar o que foi planejado na etapa anterior. Para isso, selecionará as melhores estratégias, buscando aquelas que mais se aproximam da resposta final. A quarta e ultima etapa, retrospecto, é a fase de verificação da resposta. Nesse momento, deve ser certificado se a resposta encontrada responde ao problema inicial. Também é importante rever todo o processo de resolução, analisando possíveis formas alternativas de se chegar ao mesmo resultado.

A resolução de um problema envolve muito mais do que simples operações matemáticas. Envolve o pensar do aluno e a busca por soluções próprias, de acordo com suas experiências. É uma forma diferente de pensar e aplicar a Matemática, dando a oportunidade dos educandos mostrarem suas ideias sobre uma situação-problema.

Não é possível promover um ensino eficaz apenas com exercícios de soluções prontas, é necessário que os alunos desenvolvam o espírito critico e inovador. Por meio dessa metodologia, o professor será capaz de formar cidadãos preparados para atuar em um mundo cada vez mais complexo, sendo capazes de tomar decisões perante os problemas do seu dia a dia.

5.6 Trabalhos e Propostas Relacionadas

No trabalho de Torezani (2016), o ensino da Função Afim é proposto a partir da resolução de problemas relacionados ao cotidiano. Ao final, são propostas cinco atividades para serem realizadas em sala de aula. De acordo com a autora, o objetivo dessas atividades é a construção do conhecimento de forma mais efetiva, trabalhando o tema de maneira diversificada.

Na primeira atividade, A Máquina Transformadora de Números, o objetivo principal é desenvolver a autonomia e a criatividade dos educandos. Essa tarefa deve ser realizada em grupos, onde os alunos devem criar uma lei de formação da Função Afim e, utilizando material reciclável, construir a máquina. Os números da esquerda representam o conjunto domínio da função, que ao passarem pela máquina resultam no conjunto imagem, localizados à direita.

A segunda atividade, Jogo Purrinha, deve ser realizada em grupos de, no mínimo, dois jogadores. Cada um recebe três palitos e devem escolher uma quantidade para jogar a partida. Ganha o jogo quem acertar a quantidade de palitos na rodada. Associando o jogo com o conceito de Função Afim, a autora sugere que as partidas sejam modeladas por uma função, variando a quantidade de jogador e de palitos.

Na terceira atividade, Adivinhações Matemáticas, o professor deve solicitar que os alunos pensem em um número e em seguida dá alguns comandos envolvendo as quatro operações fundamentais. Ao final da atividade, o aluno terá chegado a uma equação do primeiro grau e o professor conseguirá adivinhar qual foi o número escolhido no inicio da atividade. A autora sugere que os alunos formem grupos e criem, entre si, suas próprias adivinhações.

Na quarta atividade, Construção e Análise do Gráfico de uma Função Afim no *GeoGebra*, os alunos devem construir o gráfico de uma Função Afim e variar seus coeficientes para visualização das mudanças no gráfico. A autora propõe dois problemas para serem resolvidos através do *GeoGebra*.

Na quinta atividade, gráfico de uma Função Afim no programa Excel, a autora propõe a construção do gráfico de uma função em um determinado intervalo, mas não são propostos problemas para serem resolvidos.

As atividades não foram aplicadas, mas a autora acredita que trabalhando o tema da maneira em que foi proposto, o aluno será capaz de identificar e caracterizar a Função Afim e aplicar os seus conceitos na resolução de problemas do cotidiano, além de enriquecer as aulas e motivar os alunos.

No trabalho de Camelo (2013), a estratégia utilizada para o ensino da Função Afim é a Modelagem Matemática. O objetivo da autora é consolidar os conceitos relacionados ao tema, despertando o interesse dos alunos para a aprendizagem. Além disso, espera desenvolver habilidades como a autonomia e a capacidade de resolver problemas, traçando suas próprias estratégias.

São apresentados o conceito de Função e de Função Afim. Os aspectos metodológicos para a utilização da Modelagem são baseados nos trabalhos de Burak (2004) e de Biembengut e Hein (2005) e divididos em cinco etapas: Escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o trabalho com os conteúdos no contexto do tema e análise crítica dos resultados encontrados.

A autora propõe uma atividade que consiste em escolher o melhor plano de telefonia móvel dentre três. Para se chegar a resposta, era necessário modelar uma função para cada plano e analisar, de acordo com a situação descrita, qual plano era mais vantajoso. A atividade foi realizada com uma turma do 1º ano do Ensino Médio em que a pesquisadora atuava como professora. A previsão era que a proposta fosse desenvolvida em 20 horas/aulas.

De acordo com a autora, por meio da realização dessa atividade, foi possível observar de forma mais clara as dificuldades e questionamentos dos alunos. Eles se mostraram motivados em realizar a tarefa, tornando-se mais participativos no processo de construção dos conhecimentos. Este problema possibilitou a visualização do conceito de Função Afim no cotidiano. Além disso, foi constatado que algumas dificuldades referentes ao conteúdo foram superadas.

No trabalho de Azevedo (2014), a resolução de problemas é utilizada como um recurso motivador para o ensino da Função Afim. O autor apresenta as orientações dos

PCN e do Currículo Mínimo do estado do Rio de Janeiro para o ensino do tema. Também destaca as vantagens da aprendizagem por meio da resolução de problemas.

O conteúdo de Função Afim é apresentado de forma teórica e, ao final do trabalho, são propostos cinco problemas contextualizados para que os alunos resolvam. Os exercícios são clássicos e geralmente são abordados nos livros didáticos, mas o autor faz alguns questionamentos sobre a sua resolução.

O primeiro problema envolve o valor total de uma corrida de táxi. O segundo é sobre a construção de triângulos com palitos de fósforos. O terceiro e o quarto envolvem a regra de três e conceitos estudados na disciplina de Física. O quinto problema se refere a três serviços oferecidos por um restaurante e o aluno deve optar pelo mais vantajoso, de acordo com as situações apresentadas.

De acordo com o autor, esses problemas servirão para auxiliar o trabalho do professor e contribuir para o aprendizado do tema, incentivando aqueles professores que desejam modificar a sua prática docente, tornando o ensino do tema dinâmico e interessante para os educandos.

No trabalho de Matos (2014), foi desenvolvido um material didático específico sobre Função Afim para o curso de Agroecologia do Instituto Federal do Rio Grande do Norte, campus Ipanguaçu. O material busca relacionar o tema a problemas do cotidiano dos alunos, visando auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

A proposta é iniciada pela parte histórica da Função Afim. Em seguida, a autora apresenta três problemas em que o tema pode ser aplicado. O primeiro é sobre o preço do aluguel de tratores, o segundo sobre o saldo bancário de um agricultor e o terceiro sobre a capacidade de um reservatório para irrigação. Os problemas são resolvidos após a apresentação da definição de Função Afim.

Os demais conceitos relacionados ao tema são apresentados e a autora retoma os três problemas para que sejam resolvidos novamente, mas propõe algumas alterações. É proposta mais uma atividade, que aborda sobre a construção de um espaço para criar galinhas em que se deseja calcular o valor pago ao pedreiro. No final do material, encontra-se uma lista com dezenove exercícios para que o aluno resolva, alguns retirados de vestibulares e do Enem. Na última seção, a autora propõe o uso do *software GeoGebra* na construção de gráficos.

Para a autora, o material elaborado seria um facilitador na construção dos conceitos relativos a Função Afim por estar integrado a realidade do aluno, o que seria um fato motivador para o estudo. O uso do *GeoGebra* foi inserido na tentativa de aumentar o interesse dos alunos e facilitar a aprendizagem sobre construção de gráficos.

Capítulo 6

Oficina de Experimentação "O Ensino da Função Afim Através da Criptografia e de Jogos"

Nesta oficina, foram testadas as atividades A Cifra de César e o Jogo Tranca Afim (Apêndice B). Ao final, foi aplicado um questionário para coletar as impressões dos participantes em relação às atividades desenvolvidas.

6.1 Desenvolvimento da Oficina

A oficina O Ensino da Função Afim Através da Criptografia e de Jogos foi aplicada no dia 29/11/2018, com início as 18h30min e término as 22h, no pólo CEDERJ na cidade de Itaperuna/RJ. A divulgação foi realizada por meio de redes sociais e *email*, sendo disponibilizado um *link* para que o aluno fizesse a sua inscrição *online*. Estiveram presentes dez pessoas, sendo oito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, um estudante do curso de Licenciatura em Ciências Biológicas e um professor de Matemática, ex-aluno do consórcio CEDERJ.

A oficina tinha como público alvo apenas os alunos da Graduação em Matemática, mas o aluno do curso de Ciências Biológicas solicitou participar da atividade. Como todo o conteúdo deste trabalho foi desenvolvido para alunos do 1º ano do Ensino Médio, a pesquisadora não se opôs à participação do aluno, o que possibilitou a coleta de opinião de um indivíduo que não possui formação específica em Matemática, contribuindo para o aperfeiçoamento das atividades.

A pesquisadora optou por levar os materiais que seriam utilizados já confeccionados e distribuí-los aos alunos, pois a confecção do material na oficina demandaria tempo e o pólo não possuía materiais como cola e tesoura para todos os participantes.

6.1.1 Aplicação da Atividade "A Cifra de César"

Primeiramente, a pesquisadora fez uma apresentação em *slides* explicando como surgiu a Criptografia e algumas técnicas utilizadas pelos povos antigos, entre elas a Cifra de César. Foi apresentada a definição de Função Afim e dado um exemplo de como criptografar mensagens utilizando essa função como chave cifradora, conforme a Figura 13.

Figura 13 – Apresentação da Oficina

Fonte: Acervo da pesquisadora

A pesquisadora pediu que os alunos formassem duplas e cada uma recebeu um disco da Cifra de César, um disco multiplicador e as folhas com as atividades propostas. Em seguida, foi explicado como utilizar os dois discos no desenvolvimento das atividades, conforme a Figura 14.

Figura 14 – Pesquisadora explicando como utilizar os discos

Fonte: Acervo da pesquisadora

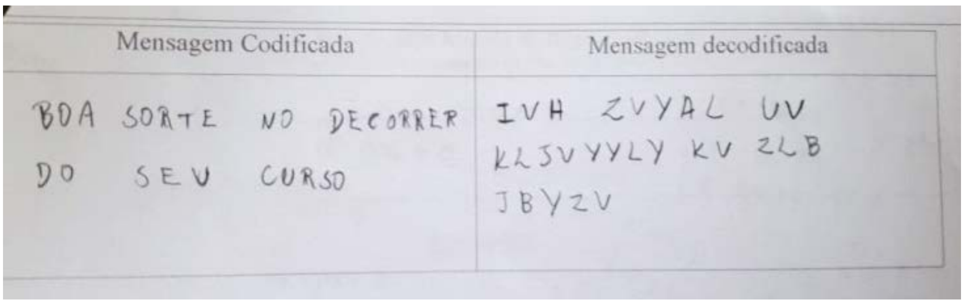
Na realização das duas primeiras atividades, o disco utilizado foi o da Cifra de César, conforme a Figura 15. Alguns alunos apresentaram um pouco de dificuldade na hora de decodificar a mensagem. Uma técnica utilizada por eles para descobrir qual a chave utilizada era procurar uma letra que estivesse sozinha, pois eles sabiam que aquela letra seria uma vogal. Após algumas tentativas, eles conseguiam montar uma palavra que fizesse sentido, descobrindo assim, qual foi o número de deslocamento do alfabeto utilizado para criptografar a mensagem.

Figura 15 – Alunos desenvolvendo a primeira atividade

Fonte: Acervo da pesquisadora

Na terceira atividade, os alunos conseguiram associar o deslocamento do alfabeto com uma Função Afim, escrevendo a expressão matemática $f(x) = x + 5$. Na quarta atividade era pedido que as duplas trocassem mensagens criptografadas, sendo cada dupla responsável por quebrar o código e ler para os outros participantes a mensagem recebida. Esse momento foi de grande descontração, pois os alunos aproveitaram para enviar mensagens de motivação e frases engraçadas à outra dupla, conforme a Figura 16 e Figura 17.

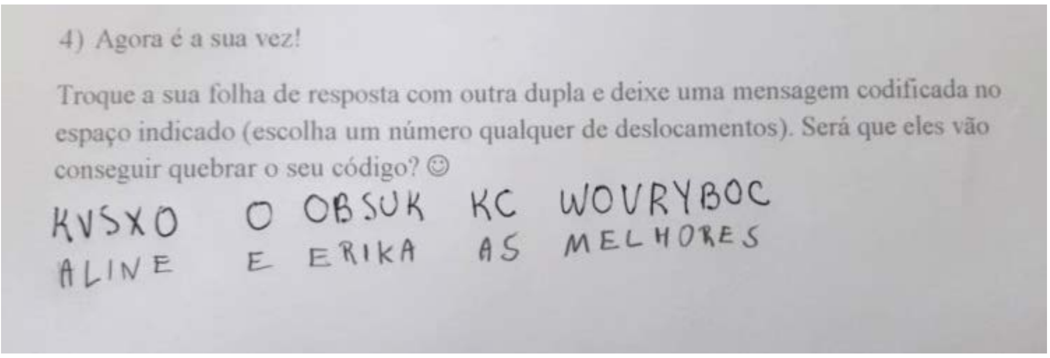
Figura 16 – Atividade nº 4



Mensagem Codificada	Mensagem decodificada
BOA SORTE NO DECORRER DO SEU CURSO	IVH ZVYAL UV KLJVYYLY KV ZLB JBYZV

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 17 – Atividade nº 4


4) Agora é a sua vez!

Troque a sua folha de resposta com outra dupla e deixe uma mensagem codificada no espaço indicado (escolha um número qualquer de deslocamentos). Será que eles vão conseguir quebrar o seu código? ☺

KVSXO O OBSUK KC WOVRYBOC
ALINE E ERIKA AS MELHORES

Fonte: Dados da pesquisa

Na última atividade, foi utilizado o disco multiplicador, conforme a Figura 18. Os alunos utilizaram o material sem dificuldades e acharam o método fácil e prático, evitando contas longas e demoradas.

Figura 18 – Aluna manuseando o disco

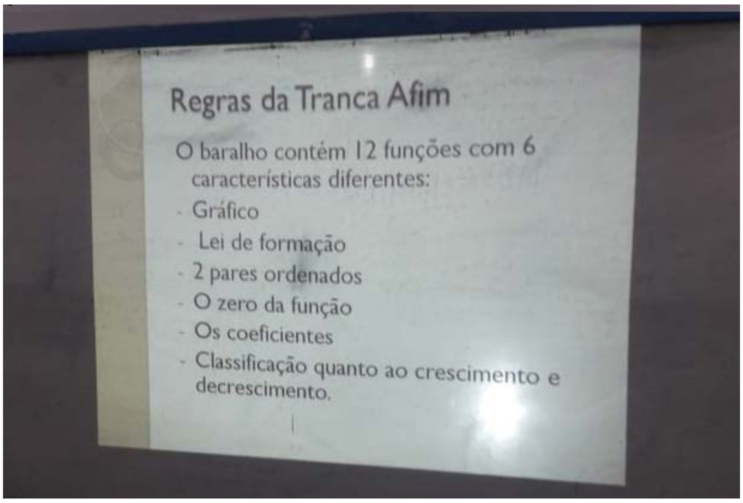
Fonte: Acervo da pesquisadora

Após todos os alunos terminarem as atividades, as respostas foram apresentadas no *slide* para que eles pudessem comparar com o que responderam. O tempo gasto na apresentação dos *slides* e na execução da primeira atividade foi de aproximadamente 50 minutos.

6.1.2 Aplicação do Jogo “Tranca Afim Nível II”

Para dar início ao jogo, a pesquisadora explicou as regras e como o jogo seria desenvolvido, conforme a Figura 19

Figura 19 – Características das funções presentes no jogo



Fonte: Acervo da pesquisadora

Esta atividade deveria ser realizada em grupos de quatro pessoas, mas como haviam dez participantes, foram formados dois grupos de quatro pessoas e uma dupla. Cada grupo recebeu um baralho com 72 cartas e foram distribuídas nove cartas para cada jogador e dezoito cartas ficaram no morto. O restante foi para o monte, conforme a Figura 20.

Figura 20 – Alunos jogando a Tranca Afim

Fonte: Acervo da pesquisadora

Os alunos demoraram mais a entender a dinâmica do jogo comparado à primeira atividade, pois era preciso desenvolver uma estratégia para que a carta descartada não servisse para o jogo do oponente. Todos os participantes se envolveram nessa atividade, conferindo cada combinação que a outra dupla baixava na mesa, verificando se as características estavam corretas.

Quando o jogo terminou, fizeram a contagem dos pontos e a dupla ou participante que mais pontuou foi o vencedor. O tempo de execução desse jogo foi de aproximadamente 50 minutos, incluindo o tempo gasto na apresentação das regras, formação dos grupos e a contagem dos pontos.

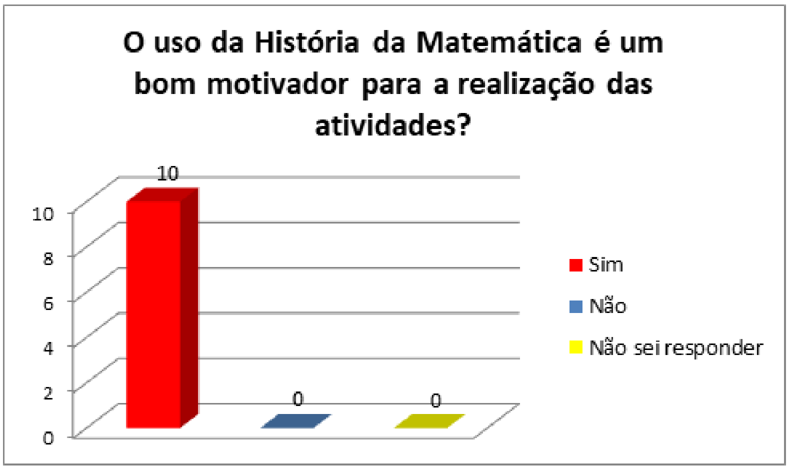
6.2 Análise do Questionário

O questionário foi composto por onze perguntas e dividido em duas partes. A primeira parte, composta por seis perguntas, tinha como objetivo coletar a opinião dos participantes em relação a aplicação da primeira atividade, a Cifra de César. A segunda parte, composta por cinco perguntas, eram referentes a aplicação do jogo Tranca Afim.

6.2.1 Análise sobre a Atividade “A Cifra de César”

A primeira pergunta versava sobre o uso da História da Matemática como um motivador para a realização da atividade. Como pode se observado no Gráfico 23, todos os participantes afirmaram que os fatos históricos sobre a criptografia incentivaram a execução da atividade proposta.

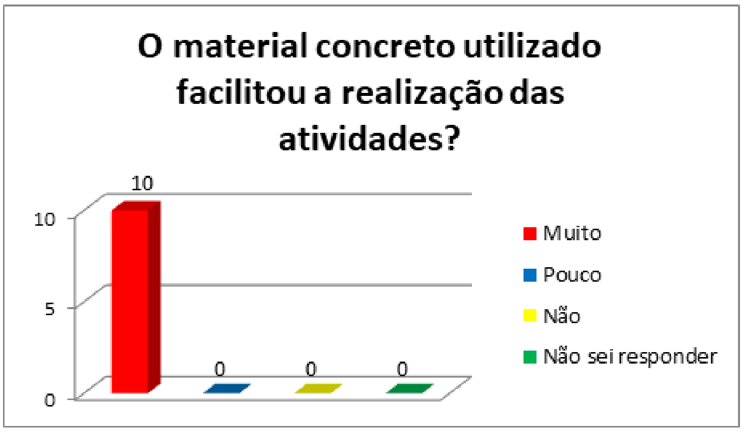
Gráfico 23 – Pergunta nº 1



Fonte: Elaboração Própria

Na segunda pergunta, a pesquisadora desejava avaliar o uso dos discos. De acordo com o Gráfico 24, todos os participantes afirmaram que os discos facilitaram a realização das atividades, concluindo-se que foram eficientes e cumpriram seu papel de simplificar a execução dos exercícios.

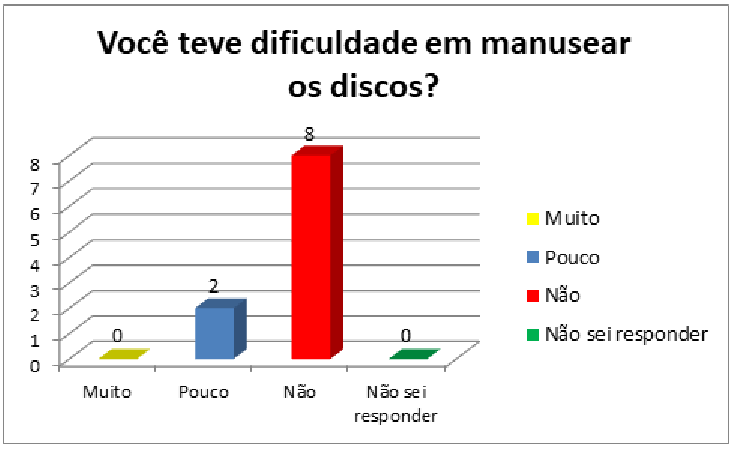
Gráfico 24 – Pergunta nº 2



Fonte: Elaboração Própria

Na terceira pergunta, a pesquisadora gostaria de avaliar a dificuldade dos participantes em manusear os discos. Conforme o Gráfico 25, apenas dois participantes afirmaram terem tido pouca dificuldade. Um dos participantes afirmou que teve dificuldade *“No uso do círculo para codificar e decodificar as palavras”* e o outro afirmou que *“Na hora de criptografar as mensagens, às vezes confundia as letras”*. Conforme o relato dos participantes, a dificuldade foi em relação ao disco que contém o alfabeto, utilizado nas três primeiras atividades. Acredita-se que a maior dificuldade esteja na técnica que deve ser utilizada para codificar e decodificar as mensagens e não no material utilizado.

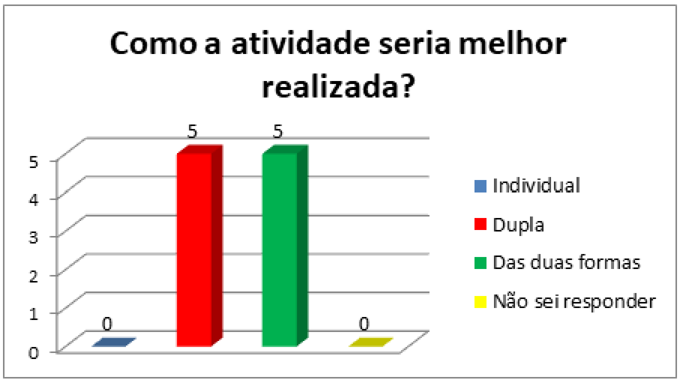
Gráfico 25 – Pergunta nº 3



Fonte: Elaboração Própria

Na quarta pergunta, a pesquisadora queria avaliar se a atividade deveria ser realizada em dupla ou individualmente. Conforme o Gráfico 26, as opiniões se dividiram entre serem realizadas em dupla ou das duas formas. Assim, fica a critério do professor, de acordo com a turma, a melhor forma de realizar a atividade.

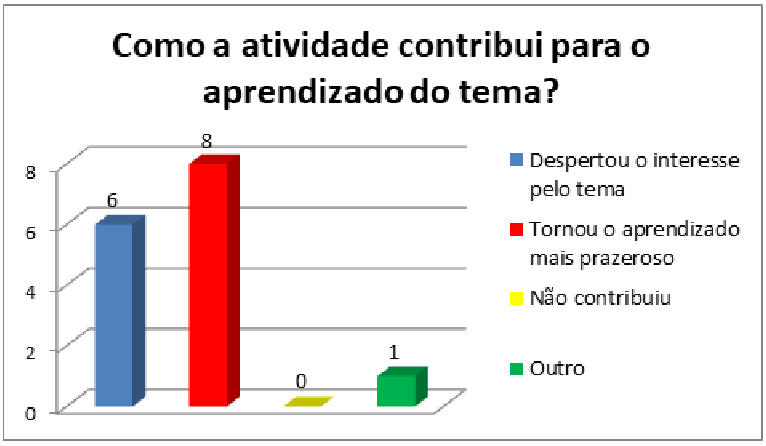
Gráfico 26 – Pergunta nº 4



Fonte: Elaboração Própria

Na quinta pergunta, desejava-se saber de que forma a atividade contribuiu para o aprendizado do tema. A pergunta permitia a seleção de múltiplas respostas e observou-se que, conforme o Gráfico 27, a maior contribuição foi tornar o aprendizado mais prazeroso. Em segundo lugar está despertar o interesse pelo tema. Na opção outros, um dos participantes afirmou que *"Embora a atividade palestra com criptografia esteja relacionada à função afim, o uso dos discos simplificou o trabalho de pensar em função afim em certa forma (o que eu considerei positivo, pela praticidade). Me senti mais em contato com função afim na atividade 5, palestra em si e no jogo."* O comentário do participante se refere às duas atividades desenvolvidas, afirmando que o maior contato com a Função Afim foi na explicação da pesquisadora, na realização da atividade nº 5, que abordava a função $f(x) = 3x + 5$ como chave cifradora para codificar uma mensagem e no Jogo Tranca Afim.

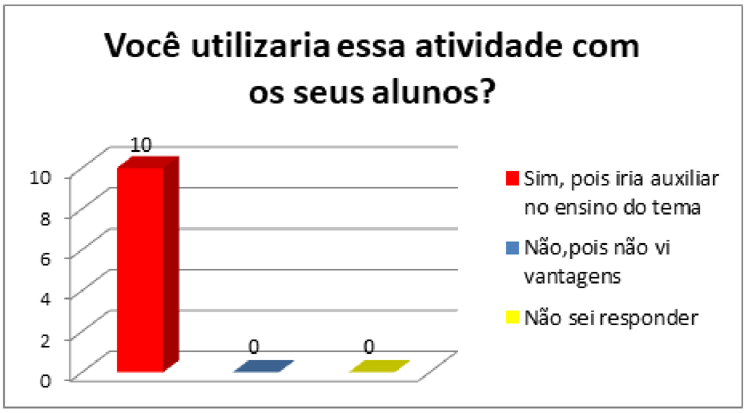
Gráfico 27 – Pergunta nº 5



Fonte: Elaboração Própria

Na última pergunta, a pesquisadora desejava verificar se os participantes utilizariam a atividade com os seus alunos para trabalhar o tema. Conforme o Gráfico 28, todos os participantes afirmaram que a utilizaria, uma vez que a atividade auxilia no ensino do tema.

Gráfico 28 – Pergunta nº 6

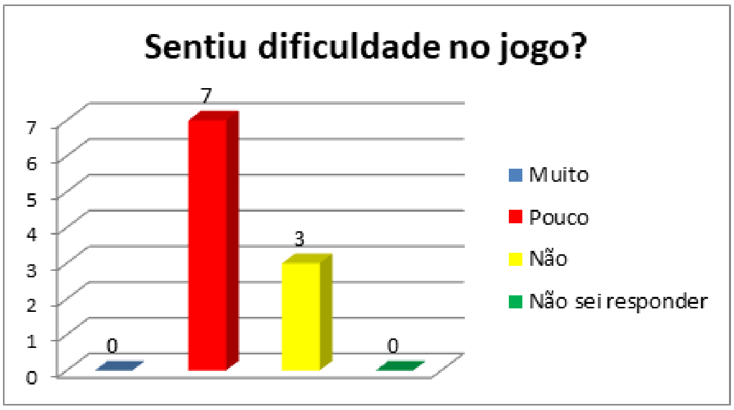


Fonte: Elaboração Própria

6.2.2 Análise sobre o Jogo “Tranca Afim”

Na segunda parte do questionário, dedicada ao Jogo Tranca Afim, a sétima pergunta era referente à dificuldade que os alunos tiveram ao jogar. Sete dos participantes afirmaram terem tido pouca dificuldade, conforme o Gráfico 29. Um dos participantes afirmou que *“Levou certo tempo para o cérebro se adaptar, a dificuldade veio mais da minha intimidade com função afim do que por algum problema no desenvolvimento do jogo”.*

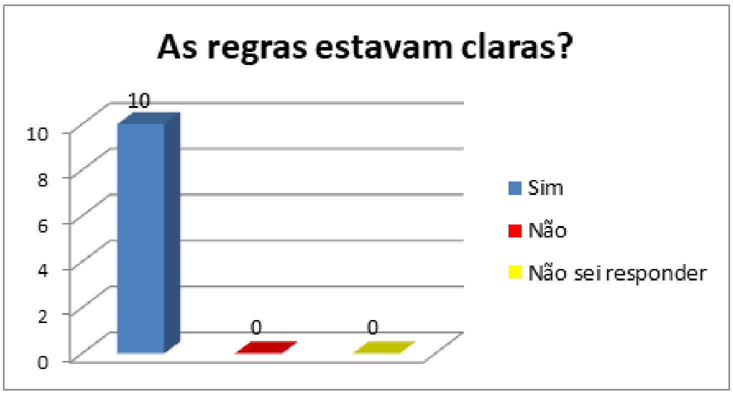
Gráfico 29 – Pergunta nº 7



Fonte: Elaboração Própria

Na oitava pergunta, desejava-se saber se as regras do jogo foram bem entendidas pelos participantes, pois não compreendê-las prejudicaria a execução da atividade. Conforme o Gráfico 30, todos os participantes afirmaram que as regras estavam claras.

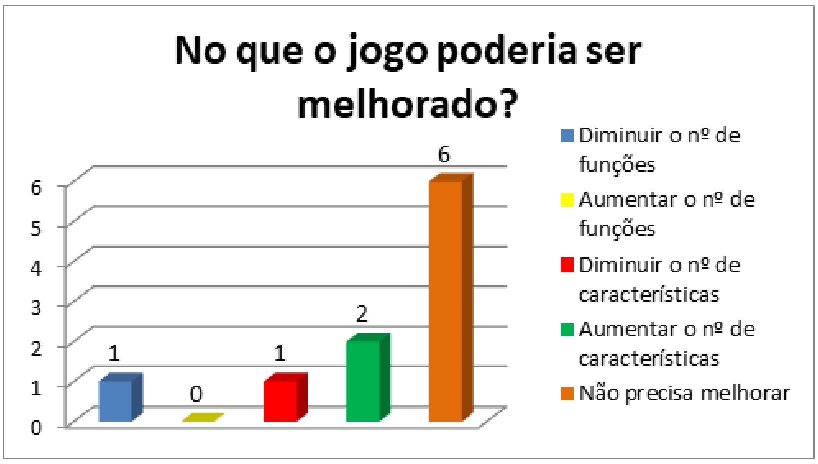
Gráfico 30 – Pergunta nº 8



Fonte: Elaboração Própria

Na nona pergunta, a pesquisadora deseja verificar no que o jogo poderia ser melhorado. Conforme o Gráfico 31, dois participantes afirmaram que deveria aumentar o número de características, um participante afirmou que deveria diminuir o número de funções e um disse que deveria diminuir o número de características. Sobre aumentar o número de característica, isso dificultaria ainda mais o jogo. Em relação a diminuir o número de funções e características, a pesquisadora decidiu dividir o jogo em dois níveis: Tranca Afim Nível I e Nível II. Dessa forma, no nível I, o jogo será constituído de apenas três características com o mesmo número de funções. Nesse nível, o professor poderá escolher quais conteúdos deseja trabalhar, escolhendo as características de acordo com as dificuldades da turma. No nível II, o jogo será constituído pelas seis características.

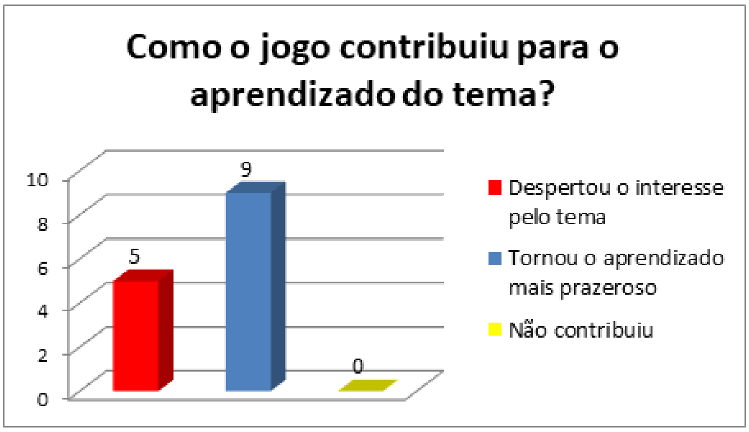
Gráfico 31 – Pergunta nº 9



Fonte: Elaboração Própria

Na décima pergunta, desejava-se saber a contribuição do jogo no ensino da Função Afim. A pergunta permitia a seleção de múltiplas respostas, conforme pode ser observado no Gráfico 32. Novamente, a opção mais citada foi ter tornado o aprendizado mais prazeroso e em segundo lugar, despertar o interesse pelo tema. Um dos participantes ainda afirmou que o jogo foi *"positivamente desafiador"*.

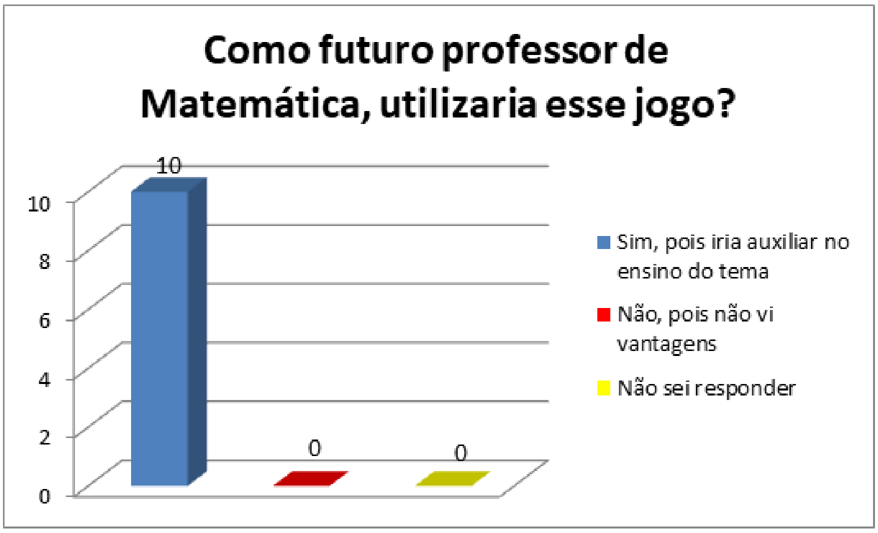
Gráfico 32 – Pergunta nº 10



Fonte: Elaboração Própria

Na última pergunta, a pesquisadora desejava verificar se os participantes utilizariam o jogo com os seus alunos para trabalhar o tema. Conforme o Gráfico 33, todos os participantes afirmaram que a utilizaria, uma vez que a atividade auxilia no ensino do tema

Gráfico 33 – Pergunta nº 11



Fonte: Elaboração Própria

6.2.3 Sugestões, Comentários e Críticas sobre a Oficina

No final do questionário, no espaço destinado a sugestão, comentário ou críticas, alguns dos participantes deixaram suas impressões sobre a oficina, conforme o Quadro 3.

Quadro 3 – Comentários e sugestões sobre a oficina

Comentários referentes à oficina	O minicurso foi muito interessante e esclarecedor.
	Foi uma oficina muito prazerosa. Adorei.
	A oficina foi bem aproveitada, houve uma boa participação dos alunos.
Comentário referente a estratégia e recursos didáticos utilizados	Excelente método de ensino, dinâmico e eficaz em despertar o interesse dos alunos.
	A oficina foi de grande importância, pois auxiliou aos estudantes a utilizar um material concreto para melhor ensinar o tema a seus futuros alunos.
Sugestão referente ao Jogo Tranca Afim	Eu acho que as cartas do baralho deveriam ser coloridas para aumentar o interesse visual.

Fonte: Dados da pesquisa

O baralho utilizado nessa oficina foi impresso na cor preta no papel cartão branco. A pesquisadora achou relevante a sugestão do participante e modificou a cor do baralho, colocando uma cor para cada característica da Função Afim, aumentando o interesse visual, como sugerido.

6.3 Conclusões

A realização das atividades propostas foi bem aceitas pelos participantes, que demonstraram interesse pelos materiais utilizados. Todos os participantes colaboraram ativamente com a realização das atividades, o que tornou a oficina dinâmica e prazerosa. As mudanças propostas auxiliarão no aperfeiçoamento das atividades, tornando o material mais eficaz.

As atividades foram desenvolvidas no tempo estimado pela pesquisadora, não ocorrendo nenhum tipo de imprevisto. Os participantes ficaram tão envolvidos com os materiais que solicitaram a sua doação, pois gostariam de realizar as atividades com amigos, familiares e alunos.

Com base na análise do questionário e do contato da pesquisadora com os participantes, conclui-se que o material atingiu o objetivo proposto inicialmente: facilitar e despertar o interesse dos alunos pelo ensino da Função Afim.

Capítulo 7

Considerações Finais

Diante da importância da compreensão dos temas que envolvem a Função Afim nos diversos ramos da Matemática, na resolução de problemas do cotidiano e na aplicação em outras ciências, é imprescindível que seu conceito seja aprendido de forma efetiva pelos estudantes. Com base nisso, esta pesquisa teve como objetivo central a elaboração de um material de apoio, composto pela teoria relativa ao tema e cinco atividades, que pudessem auxiliar o professor de matemática no ensino da Função Afim e contribuir, de forma inovadora, com o aprendizado desse conteúdo.

Para atingir o objetivo principal, foi realizado um estudo dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio sobre as competências e habilidades que o aluno dessa etapa do ensino deve desenvolver no aprendizado da Matemática e, ainda, as diretrizes para o ensino das funções. Além disso, foi realizada a análise dos livros didáticos aprovados no PNLD/2015 e aplicado um questionário *online* para professores da rede básica de ensino que possuíam experiência com o tema, com a finalidade de investigar, na prática, como tem sido a atuação dos professores em relação às recomendações e orientações propostas para o ensino da Matemática.

Por meio do estudo dos documentos supramencionados, percebeu-se que o conteúdo de Funções deve ser trabalhado de maneira contextualizada, destacando-se suas aplicações no cotidiano e nas outras ciências. O professor deverá adotar uma nova postura frente aos desafios encontrados no aprendizado da Matemática, fazendo uso de diferentes metodologias de ensino. Nessa abordagem, o aluno sairá da posição de mero receptor do conhecimento e passará a construir seus saberes, de maneira dinâmica e atrativa.

Com a análise dos livros didáticos adotados no triênio de 2015-2017, pôde-se concluir que nenhuma das seis coleções analisadas atendem a todas as recomendações dos PCN e de seus documentos complementares. Diante da importância do livro didático e da sua utilização nas salas de aula, ficou evidente que o professor não deve fundamentar a sua prática docente apenas nos conteúdos ali inseridos, havendo a necessidade de buscar novas fontes que possam auxiliá-lo no planejamento das aulas.

Por meio dos dados coletados com a aplicação do questionário *online* para os professores, foi possível identificar as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem da Função Afim. Foi verificado também que a maioria dos estudantes não consegue aplicar o conteúdo na resolução de problemas contextualizados e do cotidiano. O levantamento contribuiu para a identificação dos recursos e estratégias didáticas adotadas com maior frequência pelos professores e como o seu uso auxilia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, foi constatado que apenas uma pequena parcela dos professores pesquisados utilizam as orientações dos PCN em sua prática docente, no entanto o motivo pela não aplicação dessas recomendações não foi investigado neste estudo.

A partir da análise de todas as informações coletadas, foi possível elaborar o material didático proposto. Na parte teórica, buscou-se seguir as recomendações dos PCN e de seus documentos complementares, abordando o tema de maneira contextualizada e apresentando exemplos do cotidiano. Nas atividades, buscou-se trabalhar as principais dificuldades dos alunos, apontadas pelos professores, de maneira atrativa e dinâmica, utilizando-se a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas do Cotidiano, o Material Didático Concreto, a Tecnologia Digital de Informação e Comunicação e Atividades Lúdicas. Esses recursos foram apontados pelos professores no levantamento de dados como eficazes no ensino da Matemática.

Das atividades propostas, duas foram testadas com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, Ciências Biológicas e um professor de Matemática. Por meio dos dados coletados, foi possível aperfeiçoar as atividades, tornando-as mais eficientes. É importante destacar que a utilização do material elaborado, ainda que eficiente, poderá não suprir todas as dificuldades identificadas nesta pesquisa. Além disso, as atividades poderão ser adaptadas de acordo com a necessidade do professor, que deverá adequá-las para melhor atender às suas necessidades e à sua classe de alunos. Contudo, por meio da oficina de experimentação, foi possível identificar que as atividades cumpriram seu objetivo principal: despertar o interesse dos participantes e motivar o estudo do conteúdo de Função Afim. Em estudos futuros, pretende-se aplicar todo o material elaborado, coletando informações que contribuam para o aprimoramento das atividades e descrevendo os resultados das aplicações.

Por fim, espera-se que o material desenvolvido neste trabalho seja utilizado no ensino da Função Afim e que ele sirva de apoio aos professores, contribuindo na inserção de novas abordagens que despertem o interesse dos alunos, além de promover um processo de ensino e aprendizagem mais significativo e eficaz.

Referências

ALVES, E. M. S. *A ludicidade e o ensino de matemática.* Campinas: Papirus, 2001. Citado na página 71.

AZEVEDO, R. S. d. *Resolução de problemas no ensino de função afim*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 82.

BARBOSA, T. A.; BUENO, S.; LIMA, M. A. M. de. Modelagem matemática: um método de ensino e aprendizagem. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011. Citado na página 74.

BARRETO, M. M. Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio. *Artigo adaptado da dissertação de mestrado: Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários (Menna Barreto, 2008).*, 2008. Citado na página 26.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.* 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006. Citado na página 73.

BIEHL, J. V. A escolha do livro didático de matemática. *GT 01 - Educação Matemática nos Anos Iniciais e Ensino Fundamental - X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*, Ijuí - RS, 02 a 05 de junho 2009. Citado na página 27.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 74, 75 e 82.

BOERI, C. N.; SILVA, S. L. Novas tecnologias no ensino-aprendizagem da matemática: o uso da informática. In: *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife: Anais XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011. Citado na página 76.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. de. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferencias ordinárias. *Educ. Mat. Pesqui.*, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91–121, 2004. Citado na página 74.

BRASIL, M. d. E. d. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias)*. Brasília, 2000. Citado 8 vezes nas páginas 23, 24, 25, 26, 69, 75, 76 e 79.

BRASIL, M. d. E. d. *PCN + Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 17, 24, 25 e 26.

BRASIL, M. d. E. d. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília, 2006. Citado 7 vezes nas páginas 24, 25, 26, 27, 28, 77 e 78.

BRASIL, M. d. E. d. *Guia de livros didáticos : PNLD 2015 Matemática - Ensino Médio*. Secretaria de educação básica. Brasília, 2014. Citado na página 30.

BRENELLI, R. P. *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritmética*. Campinas, SP: Papirus, 1996. Citado na página 72.

BURAK, D. *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992. Citado na página 73.

BURAK, D. *Modelagem Matemática e a sala de aula*. 2004. Disponível em: <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/modelagem.pdf>. Acesso em: 05/11/2018 às 19:30. Citado 2 vezes nas páginas 74 e 82.

CAMELO, S. M. *Estudo de função afim através da modelagem matemática*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT - Universidade Federal de Campina Grande, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 82.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das tecnologias da informação e comunicação nas aulas de matemática: Limites e possibilidades. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 8, n. 2, p. 101–119, 2014. Citado na página 77.

CAVALCANTI, Z. *Cadernos da TV Escola.* Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à distância, 1996. Citado na página 27.

CHAGAS, E. M. P. d. F. Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções. *Educação, Ciência e Tecnologia*, p. 240–248, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 69.

CONCEIÇÃO, F. H. G. et al. A importância da aplicabilidade da matemática no cotidiano: Perspectiva do aluno jovem e adulto. *II Encontro Científico Multidisciplinar da Faculdade Amadeus*, 2016. Disponível em: <http://faculdadeamadeus.com.br/graduacao/Web/content/content-anais/encontro-multidisciplinar/attachments/download/A%20IMPORTANCIA%20DA%20APLICABILIDADE%20DA%20MATEMATICA%20NO%20COTIDIANO%20Perspectiva%20do%20aluno%20Jovem%20e%20Adulto.pdf>. Acesso em: 21/11/2018 às 14:00. Citado na página 78.

COSTA, C. A.; BITTENCOURT, R. R.; FERNANDES, F. A. Análise de erros em questão sobre função afim. *In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática*, São Paulo, 2016. Citado na página 18.

COSTA, F. d. A. Ensino de matemática por meio da modelagem matemática. *EMD - Ensino da Matemática em debate*, v. 3, n. 1, p. 58–69, 2016. Citado na página 74.

D'AMBROSIO, B. Como ensinar matemática hoje? *Temas e debates. SBEM*, Brasília, II, n. 2, p. 15–19, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 68.

DANTE, L. R. livro didático de matemática : uso ou abuso? In: ____. *Em aberto: livro didático e qualidade de ensino*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 1996. cap. 2, p. 83–97. Citado na página 28.

DANTE, L. R. *Didática da Resolução de problemas de matemática. 1ª a 5ª séries para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau*. 12. ed. São Paulo: Ática, 2003. Citado na página 79.

DANTE, L. R. *Matemática: contexto e aplicações*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013. v. 1. (Matemática - Ensino Médio, v. 1). Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.

DI GIORGI, C. A. G. et al. Uma proposta de aperfeiçoamento do pnld como política pública: o livro didático como capital cultural do aluno/família. *Ensaio: aval. pol. públ. Educ.*, v. 22, n. 85, p. 1027–1056, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

ECKERMANN, V. M. P. Resolução de problemas. *In: O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense*, 2008. Citado na página 78.

ENDRUWEIT, A. E.; BIEGER, G. R. Resolução de problemas e o ensino de matemática na educação básica: aprendizado e desafio. *Revista Multitexto*, v. 4, n. 1, p. 14–19, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 80.

ENRÍQUEZ, J. A. V. *Estratégias utilizadas por professores na implementação de tarefas matemáticas*. 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd7_jakeline_villota.pdf>. Acesso em: 26/11/2018 às 21:00. Citado na página 69.

FACIM, C. A resolução de problemas como mmetodologia de ensino da matemática no 6º ano. *Cadernos PDE*, Governo do Estado do Paraná, v. 1, 2016. Citado na página 80.

FERREIRA, L. S. T. *O uso de novas tecnologias nas aulas de matemática*. 2013. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/43-4.pdf>. Acesso em: 25/11/2018 às 14:00. Citado na página 77.

FETZER, F.; BRANDALISE, M. A. T. *Processo de ensino-aprendizagem de Matemática: o que dizem os alunos?* 2010. Disponível em: <http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes/14FERNANDAFETZER.pdf>. Acesso em: 20/11/2018. Citado na página 68.

FONSECA, F. S. et al. O ensino da matemática trabalhado através de oficinas lúdicas com atividades diferenciadas e jogos. *IV EIEMAT - 2º Encontro Nacional Pibid Matemática*, 2014. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/RE/RE_Souza_Fernanda.pdf>. Acesso em: 23/11/2018 às 14:10. Citado na página 72.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, v. 9, p. 43–55, Julho 2017. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 68.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 33 e 34.

GOMES, G. S. S. et al. Método de ensino da função afim analisando os registros da representação semiótica. *In: II CONEDU - Congresso Nacional de Educação*, Paraíba: Campina Grande, 2015. Citado na página 18.

GONÇALVES, A. O. O livro didático de matemática e o professor: produtores ou reprodutores de conhecimento? *XI Congresso Nacional de Educação - EDUCERE - Grupo de Trabalho - Educação Matemática*, 23 a 26 de setembro 2013. Citado na página 27.

GRAÇA, J. S. D.; MAYNARD, D. C. S. *Programa Nacional do livro didático: breve contexto histórico*. 2016. Disponível em: <https://eventos.set.edu.br/index.php/enfope/article/viewFile/4533/1314>. Acesso em: 18/12/2018 às 14:30. Citado na página 30.

GRANDO, R. C. *O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula*. Tese (239f) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.

IEZZI, G. et al. *Matemática: ciências e aplicações*. 7. ed. [S.l.]: Saraiva, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. In: ____. *Em aberto: livro didático e qualidade de ensino*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 1996. cap. 1 - Qual é a questão?, p. 3–9. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

LEONARDO, F. M. d. *Conexões com a Matemática*. 2. ed. [S.l.]: Moderna, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

LIMA, E. L. (Ed.). *Exame de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio*. Rio de Janeiro, RJ: Socidade Brasileira de Matemática - SBM, 2001. Citado 4 vezes nas páginas 39, 41, 44 e 46.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio*. 9. ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. (Coleção do Professor de Matemática). Citado na página 49.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio*. 11. ed. [S.l.]: Editora SBM, 2016. Citado na página 42.

LOPES, C. E. Os desafios e as perspectivas para a educação no ensino médio. *Grupo de Trabalho GT19 - Educação Matemática*, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

LOPES, J. d. A. *Livro Didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2000. Citado na página 29.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: ____. *LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3–38. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 71.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986. Citado na página 32.

MACHINSKI, A.; TROBIA, J. Utilizando jogos como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor - Cadernos PDE*, v. 1, 2016. Citado na página 72.

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. *Fundamentos da metodologia científica*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003. Citado na página 33.

MATOS, E. d. A. *Proposta de material didático sobre função afim específico para o curso de agroecologia*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT - Universidade Rural do Semi-Árido, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 83.

MENEZES, J. E.; BRAGA, M. D.; SEIMETZ, R. O ensino na licenciatura em matemática mediado pelas tdic: opiniões e perspectivas de alunos. In: *Educação e Tecnologias - inovação em cenários em transição: Congresso internacional de educação e tecnologias*. [S.l.: s.n.], 2018. Citado na página 78.

MIORIM, M. A.; FIORENTINI, D. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. *Boletim da SBEM-SP*, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5–10, 1990. Citado 3 vezes nas páginas 18, 71 e 73.

NOVELLO, T. P. et al. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos. *IX Congresso Nacional de Educação - EDUCERE*, 2009. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3186_1477.pdf>. Acesso em: 22/11/2018 às 15:14. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 70.

ORTEGA JUNIOR, R. R. Parâmetros curriculares nacionais, contextualização, interdisciplinaridade e o ensino de matemática. *Minicurso ministrado no 7º Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2001. Citado na página 23.

PAIS, L. C. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria*. 2000. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf>. Acesso em: 23/11/2018 às 20:02. Citado na página 69.

PAIVA, M. R. *Matemática - Paiva*. 2. ed. [S.l.]: Moderna, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

PASDIORA, N. M. W. L. Jogos e matemática: uma proposta de trabalho para o ensino médio. *Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE*, 2008. Citado na página 72.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: ____. *LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77–92. Citado na página 70.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Citado na página 80.

PONTE, J. P. d. O conceito de função no currículo de matemática. *Educação e Matemática*, n. 15, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 25.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. d. *Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico*. 2. ed. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul - Brasil: Universidade Freevale, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 34.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: ____. *LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39–56. Citado na página 71.

RIBEIRO, A. E. Letramento digital: aspectos sociais e possibilidades pedagógicas. *Autêntica*, Belo Horizonte, p. 86–97, 2005. Citado na página 77.

RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. *Revista Modelos - FACOS/CNEC Osório*, v. 2, n. 2, p. 12–21, Agosto 2012. Citado na página 76.

RIBEIRO, L. O. M.; TIMM, M. I.; ZARO, M. A. Modificações em jogos digitais e seu uso potencial como tecnologia educacional para o ensino de engenharia. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, v. 4, n. 1, 2006. Citado na página 77.

RICARDO, E. C.; ZYLBERSZTAJN, A. Os parâmetros curriculares nacionais para as ciências do ensino médio: uma análise a partir da visão de seus elaboradores. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 13, n. 3, p. 257–274, 2008. Citado na página 22.

RIO DE JANEIRO, G. d. E. d. *Currículo Mínimo 2013: Matemática*. Secretaria de Estado de Educação. Rio de Janeiro, 2013. Citado na página 17.

ROMANATTO, M. C. O livro didático: alcances e limites. *Encontro paulista de Matemática*, v. 7, 2004. Citado na página 28.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA, C. ao D. d.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. *Revistas Brasileira de História e Ciências Sociais*, n. I, Julho 2009. Citado na página 32.

SCHMIDT, R. B. A matemática nos parâmetros curriculares nacionais e na proposta curricular: A experiência docente na escola pública estadual de santa catarina. In: *VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática*. ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil: [s.n.], 2013. Citado na página 22.

SILVA, E. G. M.; MORAES, D. A. F. d. O uso pedagógico das tdic no processo de ensino e aprendizagem: caminhos, limites e possibilidades. *Os desafios da escola pública paraense na perspectiva de professor - Cadernos PDE*, v. 1, 2014. Citado na página 76.

SILVA JÚNIOR, C. G. O livro didático de matemática e o tempo. *Revista de Iniciação Científica da FFC*, v. 7, n. 1, p. 13–21, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.

SILVA, K. C. N. R. d.; VICTER, E. d. F. O uso de materiais didáticos no processo de ensino-aprendizagem. *XII Encontro Nacional de Educação Matemática (Pôster)*, São Paulo - SP, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 70.

SILVA, M. A. A fetichização do livro didático no brasil. *Educação & Realidade*, Porto Alegre - RS, v. 37, n. 3, p. 803–821, set/dez 2012. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/edu_realidade/>. Acesso em: 16/07/2018 às 18:00. Citado 3 vezes nas páginas 27, 29 e 30.

SILVEIRA, J. C.; RIBAS, J. L. D. *Discussões sobre modelagem matemática e o ensino-aprendizagem*. 2004. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a8/p2.php>. Acesso em: 10/12/2018 às 15:00. Citado na página 74.

SIMMONS, G. F. *Cálculo com geometria analítica*. São Paulo: Mac Graw-Hill do Brasil, 1987. v. 1. Citado na página 17.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. d. S. V. *Matemática - Ensino Médio*. 8. ed. [S.l.]: Saraiva, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. Jogos de matemática de 6^o a 9^o ano. *Cadernos do Mathema*, Porto Alegre: Artmed, 2007. Citado na página 72.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. *Metodologia da resolução de problemas*. 2001. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf>. Acesso em: 10/01/2019. Citado na página 80.

SOUTO, F. C. F.; GUÉRIOS, E. C. *O ensino de matemática e a resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2017. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/280/182>. Acesso em: 25/11/2018 às 18:30. Citado na página 79.

SOUZA, J. *Novo olhar: Matemática*. 2. ed. [S.l.]: FTD, 2013. Citado na página 49.

SOUZA, M. d. F. G. Fundamentos da educação básica para crianças. In: *Módulo 2. Curso PIE – Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização.* Brasília: UnB, 2002. v. 3. Citado na página 72.

SOUZA NETO, A. O que são os pcn? o que afirmam sobre a literatura? *Debates em Educação*, v. 6, n. 12, p. 113–128, 2014. Citado na página 22.

SOUZA, S. E. d. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. *Arq Mudi*, v. 11 (Supl. 2), p. 110–114, 2007. Citado na página 18.

TILIO, R. *O livro didático de Inglês em uma aborgadem sócio-discursiva: cultluras, identidades e pós modernidade (metodologia - cap. 6)*. 2006. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/Busca_etds.php?strSecao=resultado&nrSeq=8835@1>. Acesso em: 05/11/2018 às 18:00. Citado na página 33.

TOREZANI, A. *Uma proposta de atividades para o ensino de função afim no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT - Universidade Federal do Espírito Santo, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 81.

TURRIONI, S. M. A.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: ____. *LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57–76. Citado na página 70.

VIEIRA, V. d. S. F. *O ensio de Matemática proposto na coleção de livros didáticos usados nos ccurso técnicos de nível médio do IFFluminense: conxtexto e aplicações*. Tese (Doutorado) — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016. Citado na página 51.

WOZIVODA, A.; OLIVEIRA, J. de. Brincando com a matemática: o uso de atividades lúdicas para o ensino de números decimais. *In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor - Cadernos PDE*, 2014. Citado na página 73.

Apêndices

APÊNDICE A

Material de Apoio

Material de Apoio

A Função Afim

Apresentação para o Professor

O presente material foi elaborado para auxiliar o professor no ensino da Função Afim, sendo composto pela teoria referente ao tema e cinco atividades. O material foi dividido em quatro unidades, conforme o sumário.

A teoria foi elaborada a partir dos resultados da análise dos livros didáticos, apresentada no capítulo 3. Para a elaboração dessa parte, seguiu-se as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e de seus documentos complementares para o ensino das Funções. Buscou-se trabalhar com exemplos contextualizados e com aplicação no cotidiano do aluno.

As atividades que serão propostas foram elaboradas a partir dos dados coletados com a aplicação do questionário online, apresentados no capítulo 4. A atividade "Como b depende de a" foi desenvolvida pelo professor Humberto José Bortolossi, as outras quatro foram elaboradas pela pesquisadora. O objetivo das atividades é auxiliar na superação das dificuldades apontadas pelos professores no ensino do tema. Para isso, utilizou-se os recursos e estratégias didáticas citadas pelos pesquisados como eficazes no processo de ensino e aprendizagem, no intuito de tornar a aula dinâmica e atrativa, despertando o interesse do aluno pelo conteúdo de Função Afim.

O quadro apresenta, de forma resumida, as cinco atividades propostas, contendo o nome da atividade, a estratégia ou recurso didático utilizado e os objetivos de cada uma delas.

Quadro: Atividades propostas

Atividade	Estratégia/ Recurso Didático	Objetivos
Como b depende de a	Uso de tecnologia/Jogos Digitais	- Estabelecer relações entre as variáveis; - Identificar domínio e imagem; - Identificar as variáveis dependentes e independentes; - Encontrar a lei de formação da função.
A Cifra de César	Uso de Material Concreto	- Calcular o valor da função em um ponto; - Manipulação algébrica da função; - Apresentar uma aplicação da função afim;
Tranca Afim Nível I	Atividade Lúdica/Uso de Material Concreto	- Identificar o zero da função algebricamente e graficamente; - Obter a lei de formação a partir do gráfico; - Relacionar a função ao seu gráfico.

Modelando a Conta de Água	Modelagem Matemática	- Modelar um problema envolvendo função afim; - Manipulação algébrica da função; - Construir e analisar gráficos; - Interpretação de problemas contextualizados; - Apresentar uma aplicação da função afim.
Tranca Afim Nível II	Atividade Lúdica/Uso de Material Concreto	- Identificar o zero da função algebricamente e graficamente; - Identificar os coeficientes a e b a partir da lei de formação; - Relacionar a interseção da reta com o eixo y ao coeficiente b da função; - Obter a lei de formação a partir do gráfico, de dois pontos e dos coeficientes; - Classificar a função em crescente ou decrescente a partir do seu gráfico e do coeficiente a; - Relacionar a função ao seu gráfico a partir da lei de formação e de dois pontos.
Resolvendo Problemas do Cotidiano com Auxílio do Geoplano	Resolução de problemas/Uso de Material Concreto	- Construir e analisar gráficos; - Interpretação de problemas contextualizados; - Obter a lei de formação da função.

Fonte: Elaboração própria

As atividades estão estruturadas com título, objetivos, tempo previsto de duração, desenvolvimento e instruções para confecção do material, quando for o caso. Os materiais para a impressão e confecção do material encontram-se na Unidade V e as respostas das atividades encontram-se na Unidade VI.

Sumário

Apresentação para o professor **2**

Unidade I **6**

- A função Afim **6**

- Atividade "Como b depende de a" **8**

- Definição de Função Afim **11**

- Cálculo da Função Afim em um Ponto **11**

-Atividade "A Cifra de César" **12**

- O Gráfico da Função Afim **17**

Unidade II **18**

- Termos da Função Afim **18**

- Os Coeficientes **18**

- O Zero da Função **19**

- A Taxa de Variação da Função **20**

- Construção do Gráfico de uma Função Afim **22**

- Determinando uma Função Afim **24**

- Jogo "Tranca Afim Nível I" **26**

Unidade III **27**

– Casos Particulares **27**

- A Função Constante **27**

- A Função Identidade **28**

- A Função Linear e o Modelo de Proporcionalidade **28**

- A Função Linear **29**

- Função Definida por mais de uma Sentença **31**

- Atividade “Modelando a Conta de Água” **32**

Unidade IV **36**

- Crescimento e Decrescimento da Função **36**

- Função Crescente **36**

- Função Decrescente **37**

- Jogo “Tranca Afim Nível II” **40**

- Inequações e o Estudo do Sinal das Funções Afins **41**

- Inequação do 1º grau **41**

- O Estudo do Sinal da Função **42**

- Atividade “Resolvendo Problemas do Cotidiano com o Auxílio do Geoplano” **45**

- Referências Bibliográficas **47**

Unidade V **47**

- Confecção e Utilização do Material **51**

Unidade VI **66**

- Resposta das Atividades 66

- Referências Bibliográficas **71**

Unidade I

A Função Afim

As funções afins são utilizadas para modelar diversos problemas do cotidiano, relacionando duas grandezas. A principal característica dessa função é que acréscimos iguais em x correspondem acréscimos iguais em $f(x)$.

Exemplo 01 - Um táxi cobra uma bandeirada no valor de R$ 5,00 reais e R$ 2,00 reais para cada quilômetro rodado. Nota-se, de acordo com a tabela, que a cada um quilômetro rodado, o valor a ser pago é acrescido de R$ 2,00 reais.

Tabela: Cálculo do valor a ser pago na corrida de táxi

Quantidade de km rodados	Valor a ser pago
1	$5 + 2.1 = 7$
2	$5 + 2.2 = 9$
3	$5 + 2.3 = 11$
4	$5 + 2.4 = 13$
5	$5 + 2.5 = 15$

Fonte: Elaboração própria

Considerando x a quantidade de quilômetros rodados e $f(x)$ o valor a ser pago na corrida, pode-se concluir que quando o valor de x é acrescido de uma unidade, o valor de $f(x)$ sofre um acréscimo de duas unidades, caracterizando um caso de função afim. A função que modela o problema é dada por $f(x) \ = \ 5 + 2x$.

Exemplo 2 (ENEM 2010 adaptado) – Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com umas das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra (Revista Exame, 21 abr.2010). Encontre a expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras no período.

De acordo com os dados do problema, pode-se construir a tabela:

Tabela: Cálculo do valor a ser pago no aluguel de bicicletas

Anuidade	Quantidade x de horas extras	Valor a ser pago $f(x)$
24	1	$f(1) = 24 \ + \ 1.3 = 24 + 3 = 27$
24	2	$f(2) = 24 \ + \ 2.3 = 24 + 6 = 30$
24	3	$f(3) = 24 \ + \ 3.3 = 24 + 9 = 33$
24	4	$f(4) = 24 \ + \ 4.3 = 24 + 12 = 36$

24	. . .	. . .
24	x	$f(x) = 24 \ + \ x.3 = 24 + 3x = 24 + 3x$

Fonte: Elaboração própria

Observando os valores a serem pagos em função das horas extras, pode-se perceber que para cada acréscimo de hora x, o valor de $f(x)$ é acrescido de três unidades, caracterizando um caso de função afim. A função que modela o problema é dada por $f(x) = 24 + 3x$.

Nos dois exemplos foram vistas situações do cotidiano que relacionam duas grandezas, existindo uma relação de dependência entre elas. Quando a variável independente varia, a variável dependente altera segundo uma lei de formação.

Atividade “Como b depende de a”

Objetivos:
- Estabelecer relações entre as variáveis;
- Identificar domínio e imagem;
- Identificar as variáveis dependentes e independentes;
- Encontrar a lei de formação da função.

Tempo estimado: 50 minutos

Desenvolvimento:

A atividade foi desenvolvida pelo professor da Universidade Federal Fluminense, Humberto José Bortolossi, e pode ser encontrada no endereço eletrônico: http://www.cdme.im-uff.mat.br/c1d/c1d-html/c1d-br.html.

Conforme sugere o autor, ela poderá ser realizada como uma atividade extraclasse, em sala de aula com o auxílio do data show ou no laboratório de informática.

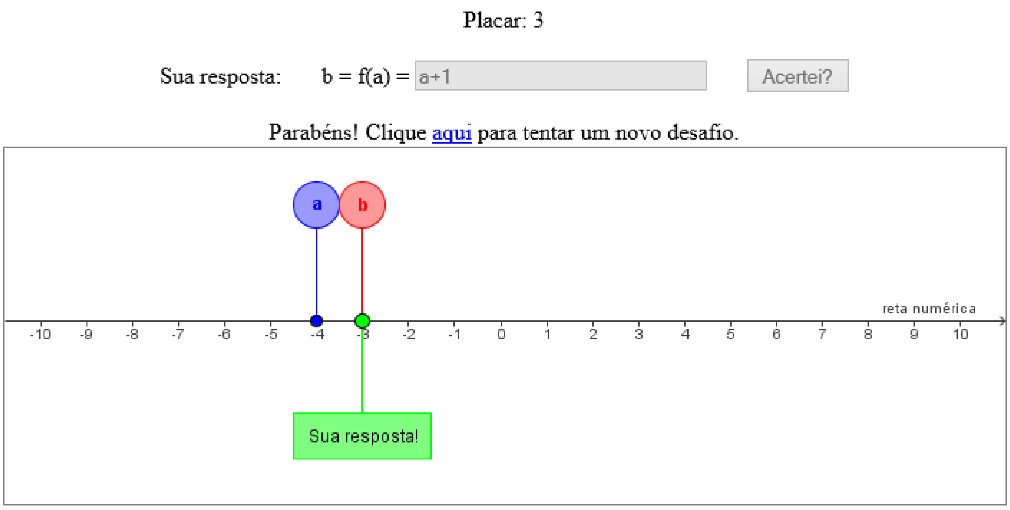
Essa atividade tem o formato de jogo e aborda o conceito de variáveis independentes e dependentes de forma dinâmica e atrativa, possibilitando ao aluno a manipulação dos pontos na reta numérica. Os estudantes estabelecerão relações existentes entre as variáveis da função, buscando a regularidade entre elas. São propostos dezesseis desafios, mas somente os nove primeiros são relativos à Função Afim. Dessa forma, sugere-se que o aluno não avance para os próximos, por se tratar de funções que não são objetos desse estudo.

O Jogo

O jogo consiste em movimentar o ponto a, de cor azul, ao longo da reta numérica e descobrir a relação existente com o ponto b, de cor vermelha, segundo uma lei de formação. Esses pontos representam, respectivamente, o domínio e a imagem da função. A cada acerto são acrescentados 3 pontos no placar. Caso não acerte na primeira tentativa, serão descontados 1 ponto para cada resposta errada. Caso o aluno solicite, o jogo dará dicas sobre aquela função que está representada na reta numérica, auxiliando-o a encontrar a sua lei de formação.

A resposta digitada no aplicativo será representada por um ponto na cor verde. Caso a resposta esteja correta, esse ponto irá coincidir com o ponto b, conforme a figura a seguir.

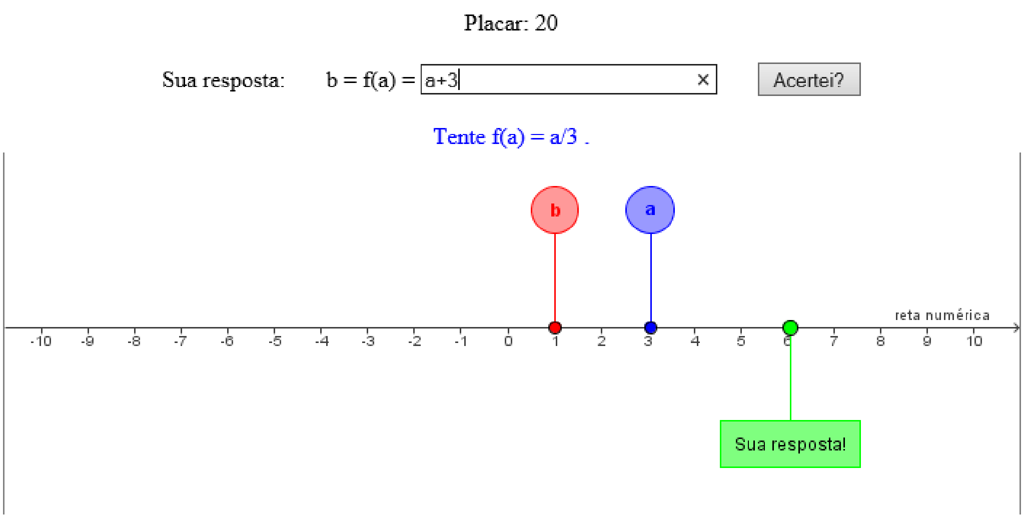
Figura : Primeiro desafio (resposta correta)



Fonte: Tela capturada

Caso o aluno erre a resposta, a imagem não coincidirá com o ponto b, conforme a figura.

Figura: Desafio nove (resposta incorreta)



Fonte: Tela capturada

Durante a realização da atividade, o aluno deverá preencher uma ficha de acompanhamento para que o professor possa avaliar o seu desenvolvimento e as dificuldades encontradas. A ficha de acompanhamento foi adaptada daquela proposta pelo Professor Humberto José Bortolossi, de acordo com os objetivos deste trabalho.

Ficha de Acompanhamento

Atividade “Como b depende de a?”

Nº do desafio	Resposta do Desafio	Domínio	Imagem	Nº de tentativas	Nº de dicas
1	b=f(a)=				
2	b=f(a)=				
3	b=f(a)=				
4	b=f(a)=				
5	b=f(a)=				
6	b=f(a)=				
7	b=f(a)=				
8	b=f(a)=				
9	b=f(a)=				

Qual é a variável independente? E a dependente?

____

____

Qual estratégia você utilizou para resolver os desafios?

____

____

____

Houve algum desafio que você não conseguiu resolver? Qual?

____

____

Qual foi a sua pontuação final?

____

Definição de Função Afim

Definição 1: Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.

Exemplo 03 - Em uma imobiliária, o salário de um corretor é composto por uma parte fixa, equivalente a R$ 998,00 reais, acrescido de uma comissão de 1% sobre o valor total das vendas durante o mês. No mês de janeiro, o corretor vendeu três imóveis, somando R$ 860.000,00 mil reais. Em fevereiro, vendeu apenas dois imóveis, cujo total foi de R$ 540.000,00 mil reais. E em março, vendeu quatro imóveis, totalizando R$ 1.220.000,00 mil reais. Na tabela pode-se visualizar o valor do salário do corretor.

Tabela: Cálculo do salário do corretor de imóveis

Mês	Valor Fixo	Valor vendido	Comissão	Salário
Janeiro	998,00	860.000,00	1%	$0{,}01.(860.000{,}00) + 998{,}00 = 9.598{,}00$
Fevereiro	998,00	540.000,00	1%	$0{,}01.(540.000{,}00) + 998{,}00 = 6.398{,}00$
Março	998,00	1.220.000,00	1%	$0{,}01.(1.220.000{,}00) + 998{,}00 = 13.198{,}00$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
....	998,00	x	1%	$998{,}00 + 0{,}01.(x) = 0{,}01x + 998{,}00$

Fonte: Elaboração própria

Dessa forma, o salário do corretor pode ser calculado pela seguinte expressão, onde x representa o total vendido e $f(x)$ o valor do salário:

$$f(x) = 0{,}01x + 998{,}00$$

Cálculo da Função Afim em um Ponto

Definição 2 : O valor de uma função afim $f(x) = ax + b$ para $x = x_0$ é dado por $f(x_0) = ax_0 + b$.

Exemplo 4: Considere a função afim dada por $f(x) = 2x - 1$. O valor de $f(1)$, ou seja, para $x = 1$, é dado por

$$f(1) = 2.1 - 1 \Leftrightarrow f(1) = 2 - 1 \Leftrightarrow f(1) = 1$$

Atividade “A Cifra de César”

Objetivos:

- Calcular o valor da função em um ponto;

- Manipulação algébrica da função;

- Apresentar uma aplicação da Função Afim.

Tempo estimado: 30 minutos

Desenvolvimento da atividade:

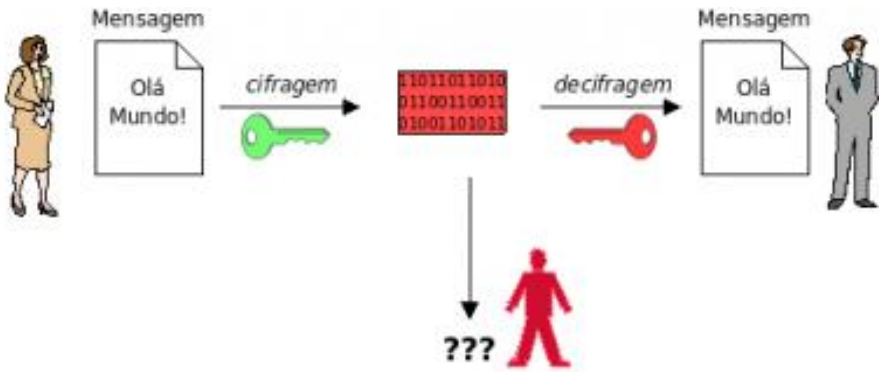
Para iniciar, o professor distribuirá o material elaborado sobre Criptografia e as atividades. Deverá ser explicado ao aluno o que é Criptografia, sua importância nos dias atuais e a técnica da Cifra de César para criptografar mensagens. Os alunos podem dar outros exemplos de utilização dessa ciência no dia a dia. Após a explicação, o material para a confecção dos discos (Unidade V) será distribuído ou, caso prefira, os discos poderão ser entregues já prontos. Sugere-se que a atividade seja realizada em dupla.

A Criptografia

A Criptografia é denominada de arte ou ciência de se ocultar ou esconder uma mensagem escrita [1]. Dessa forma, apenas o emissor e o receptor da mensagem serão capazes de compreendê-la, impedindo que outras pessoas descubram o seu conteúdo.

Por milhares de anos, durante os períodos de batalha entre os povos, as informações trocadas entre os generais eram feitas por meio de mensageiros. Mas era grande o risco deles serem capturados e torturados até que entregassem o conteúdo da mensagem, colocando em risco a estratégia adotada. Foi a ameaça da interceptação pelo inimigo que motivou o desenvolvimento de códigos e cifras. Desse modo, foram sendo criadas várias técnicas para ocultar o conteúdo das mensagens. Mesmo que o inimigo conseguisse interceptar a mensagem, não conseguiria saber o seu conteúdo, teria em mãos apenas letras e códigos que não faziam nenhum sentido. Somente o emissor e o receptor sabiam a chave correta para decifrá-la. [2]

Figura: Esquema de transmissão de mensagem



Fonte: Site Wordpress*

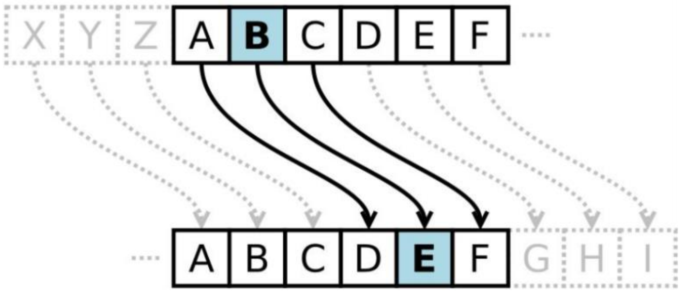
Umas das técnicas criadas para ocultar as mensagens foi a Cifra de César.

A Cifra de César

A Cifra de César foi utilizada por Júlio César, militar e governante romano, para se comunicar com os seus generais. César deslocava o alfabeto três posições à frente, desse modo a letra A era trocada pela letra D, B trocada por E e assim por diante, conforme a figura. O receptor só precisava deslocar cada letra três posições para trás para decifrar a mensagem.

* https://cristiantm.wordpress.com/2007/07/11/criptografia-para-leigosparte-2/
(acesso em 02/03/2019)

Figura: Esquema de substituição do alfabeto



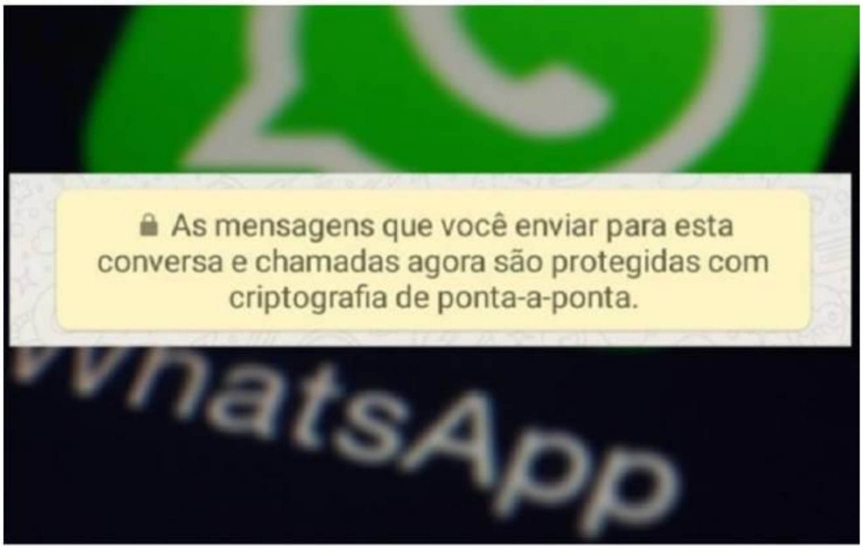
Fonte: Site Unicamp*

A criptografia nos dias atuais

Com a evolução da humanidade e da comunicação, a Criptografia passou a fazer parte do cotidiano de todas as pessoas. Para garantir que as informações trocadas através da internet não sejam interceptadas por terceiros, foi necessário a criação de códigos complexos.

Imagine que uma empresa deseja realizar uma transferência bancária de milhões de reais. Caso a mensagem não seja protegida, um ladrão poderia interceptá-la e ficar com todo o dinheiro da empresa. Por isso, torna-se necessário a criação de novos códigos, mais seguros e complexos, para evitar esse tipo de ataque. Um outro exemplo da criptografia no cotidiano pode ser visualizado na figura:

Figura: Mensagem sobre segurança no *whatsapp*



Fonte: Site Olhar Digital**

* https://enigma.ic.unicamp.br/blog/posts/symmetric-encryption/ (acesso em 02/032019)
* https://olhardigital.com.br/noticia/whatsapp-defende-criptografia-e-dizque-e-impossivel-violar-o-sistema/68754 (acesso em 23/01/2019)

Atividades

1) Com o auxílio do disco e utilizando a técnica da Cifra de César, codifique a seguinte mensagem:

A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO

Resposta:

2) Decodifique a mensagem abaixo:

JXYZIFW J FGWNW T HFRNSMT UFWF ZR KZYZWT RJQMTW

Resposta:

3) Qual foi a chave para decifrar a mensagem do exercício anterior? Escreva a expressão matemática que descreve esse deslocamento.

Resposta:

4) Agora é a sua vez!

Troque a sua folha de resposta com outra dupla e deixe uma mensagem codificada no espaço indicado (escolha um número qualquer de deslocamentos). Será que eles vão conseguir quebrar o seu código? ☺

Mensagem Codificada	Mensagem decodificada

5) Considere a tabela:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Utilizando a tabela dada, na qual cada letra está relacionada a um número, codifique a mensagem abaixo utilizando a função cifradora $f(x) = 3x + 1$.

VOCÊ É DO TAMANHO DOS SEUS SONHOS

Para facilitar, complete a tabela:

Letra	Número	Imagem da função $f(x) = 3x + 1$	Letra Codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 1 = 3 + 1 = 4$	D=4
E			
O			
U			
C			
D			
H			
M			
N			
S			
T			
V			

Resposta:

O gráfico da Função Afim

Proposição 1: O gráfico de uma função afim $f: x \rightarrow y = f(x) = ax + b$ é uma reta.

Demonstração: Basta verificarmos que três pontos quaisquer do gráfico de f são colineares. Sejam, conforme a figura,

$$P_1 = (x_1, ax_1 + b), P_2 = (x_2, ax_2 + b) \text{ e } P_3 = (x_3, ax_3 + b)$$

Para verificar que $P_1, P_2 \; e \; P_3$ são colineares é necessário e suficiente que o maior dos três números $d(P_1, P_2)$, $d(P_2, P_3)$ e $d(P_1, P_3)$ seja igual à soma dos outros dois.

Sem perda de generalidade, podemos supor que as abscissas $x_1, x_2 \; e \; x_3$ foram ordenadas de modo que $x_1 < x_2 < x_3$. A fórmula da distância entre dois pontos nos dá:

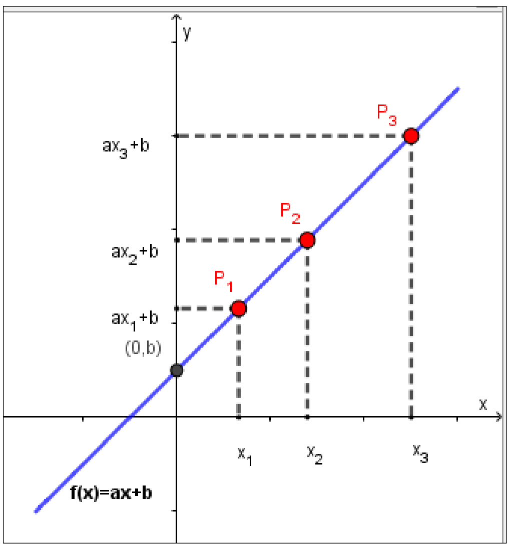
$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_2, P_3) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

Daí, segue imediatamente que $d(P_1, P_3) = d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3)$.

Figura: Gráfico de uma Função Afim



Fonte: Elaboração própria

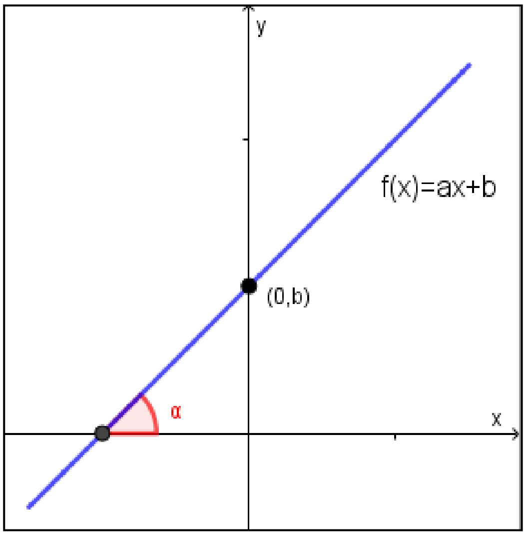
Unidade II

Termos da Função Afim

Os Coeficientes

O coeficiente a da função $f(x) = ax + b$ é denominado coeficiente angular e b o coeficiente linear da reta. Geometricamente, o coeficiente angular a mede a inclinação da reta em relação ao eixo x, sendo o seu valor igual a tangente do ângulo, quando é utilizada a mesma escala nos dois eixos. O coeficiente linear b é o ponto de interseção da reta com o eixo y, conforme a figura. [3]

Figura: Representação gráfica dos coeficientes



Fonte: Elaboração própria

Nos exemplos vistos anteriormente, as funções são do tipo afim e seus coeficientes são:

$f(x) = 2x + 5$ ($a = 2$ e $b = 5$)

$f(x) = 3x + 24$ ($a = 3$ e $b = 24$)

$f(x) = 0{,}01x + 998{,}00$ ($a = 0{,}01$ e $b = 998{,}00$)

O Zero da Função

Zero da função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$. Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação do 1º grau

$$ax + b = 0$$

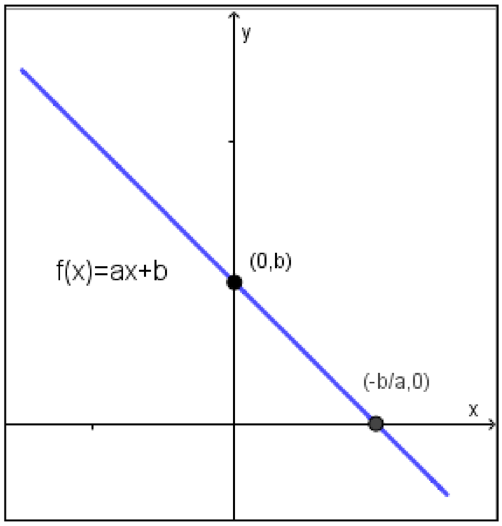
que apresenta uma única solução $x = -\frac{b}{a}$.

De fato, resolvendo $ax + b = 0, a \neq 0$, temos:

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Geometricamente, o zero da função é a interseção da reta com o eixo x, conforme a figura.

Figura: Representação gráfica do zero da função



Fonte: Elaboração própria

Exemplo 5 - Determine algebricamente o zero da função $f(x) = 2x + 1$.

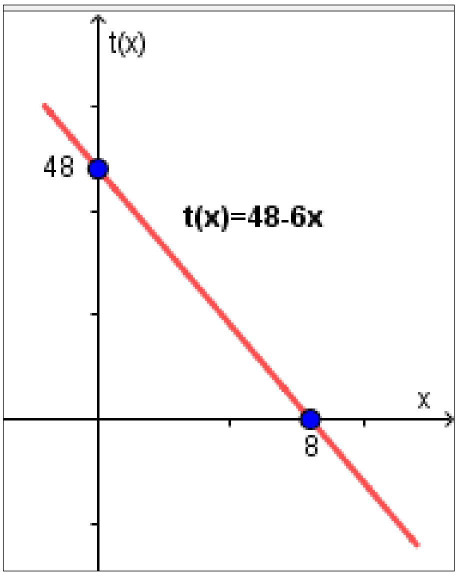
Como visto, o zero da função equivale a $f(x) = 0$, ou seja,

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Portanto, o valor do zero da função é $x = -\frac{1}{2}$.

Exemplo 6 - O tanque de combustível de um veículo, com capacidade de 48 litros, está com um vazamento, liberando 6 litros de combustível por hora. A função que modela o problema é dada por $t(x) = 48 - 6x$, onde $t(x)$ representa a quantidade de combustível no tanque e x o tempo em horas. Observando o gráfico (figura), é possível afirmar que o tanque estará completamente vazio após 8 horas, ou seja, no ponto em que $t(x) = 0$.

Figura: Gráfico da função $t(x) = 48 - 6x$



Fonte: Elaboração própria

A taxa de Variação da função

Propriedade 1: Seja $f: R \to R$ uma função afim dada por $f(x) = ax + b$. A taxa média de variação de f, quando x varia de x_1 a x_2, com $x_1 \neq x_2$, é igual ao coeficiente a.

Demonstração: Se $f(x) = ax + b$, temos:

$$f(x_1) = ax_1 + b; f(x_2) = ax_2 + b$$

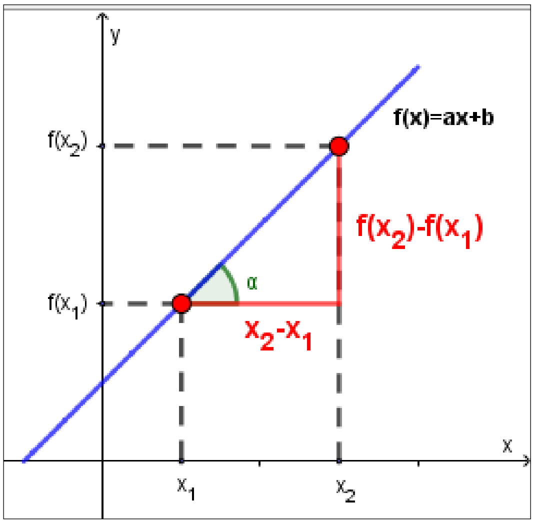
A taxa média de variação de f, para x variando de x_1 até x_2 é:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{a.x_2 - a.x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a.(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

Como já foi definido, o coeficiente linear a da Função Afim $f(x) = ax + b$ é igual ao valor da tangente do ângulo α, conforme pode ser visualizado no gráfico (figura). De fato,

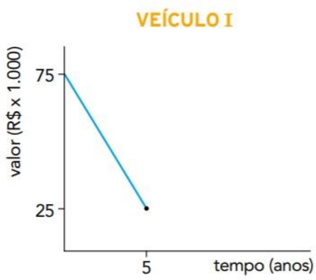
$$a = tg\,\alpha = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

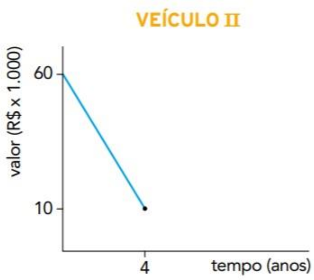
Figura: Taxa média de variação

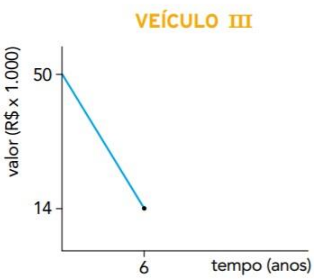


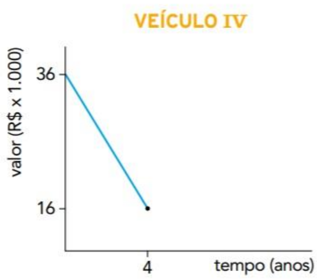
Fonte: Elaboração própria

Exemplo 7 (UERJ 2018)- Os veículos para transporte de passageiros em determinado município têm vida útil que varia entre 4 e 6 anos, dependendo do tipo de veículo. Nos gráficos está representada a desvalorização de quatro desses veículos ao longo dos anos, a partir de sua compra na fábrica.









Calculando a taxa de variação, é possível identificar qual dos veículos mais se desvalorizou. Para o veículo I, a taxa média de variação é dada por $a = \frac{75-25}{5-0} = \frac{50}{5} = 10$, ou seja, a desvalorização foi de R$ 10.000,00 mil reais por ano. Para o veículo II, a taxa média de variação é dada por $a = \frac{60-10}{4-0} = \frac{50}{4} = 12{,}5$, ou seja, desvalorização de R$ 12.500,00 mil reais por ano. Para o veículo III, $a = \frac{50-14}{6-0} = \frac{36}{6} = 6$, ou seja, desvalorização de R$ 6.000,00 mil reais por ano. E para o veículo IV, $a = \frac{36-16}{4-0} = \frac{20}{4} = 5$, ou seja, desvalorização de R$ 5.000,00 mil reais por ano. Dessa forma, a maior desvalorização foi do veículo II.

Construção do Gráfico de uma Função Afim

Como o gráfico da Função Afim é uma reta, bastam apenas dois pontos para determiná-lo. Esses pontos podem ser obtidos a partir da equação, atribuindo valores arbitrários para a variável x. Outra forma de encontrar pontos que pertencem à reta é determinando os pontos de interseção com os eixos coordenados. O zero da função é a interseção da reta com o eixo x e o coeficiente linear b intersecta o eixo y, como já foi visto.

Exemplo 8 - Construa o gráfico da função $f(x) = x + 3$.

Atribuindo valores para a variável x, conforme a tabela:

Tabela: Valores de $f(x) = x + 3$

x	$f(x) = x + 3$	Par ordenador
1	$f(1) = 1 + 3 = 4$	$A = (1,4)$
2	$f(2) = 2 + 3 = 5$	$B = (2,5)$

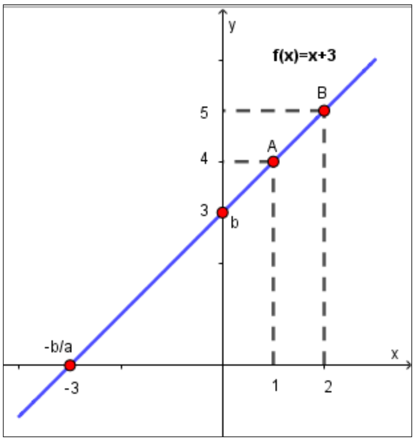
Fonte: Elaboração própria

Além disso, tem-se o coeficiente linear $b = 3$ e o zero da função é dado por

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

Marcando os pontos no plano cartesiano e traçando a reta, obtém-se o gráfico da função, conforme a figura. Não é necessário encontrar todos esses pontos, o gráfico poderia ser traçado escolhendo apenas dois dos quatro pontos encontrados.

Figura: Gráfico da função $f(x) = x + 3$



Fonte: Elaboração própria

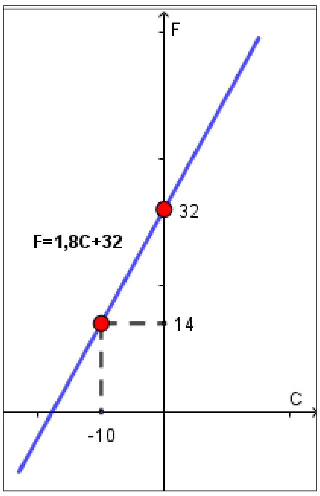
Exemplo 9 (ENEM 2011) - No Brasil, costumamos medir temperaturas utilizando a escala Celsius. Os países de língua inglesa utilizam a escala Farenheit. A relação entre essas duas escalas é dada pela expressão $F = 1{,}8C + 32$, em que F representa a medida da temperatura na escala Farenheit e C a medida da temperatura na escala Celsius.

Considerando a expressão $F = 1{,}8C + 32$, é possível afirmar que o coeficiente linear $b = 32$, ou seja, o gráfico intersecta o eixo y no ponto $(0{,}32)$. Para traçar o gráfico, é necessário encontrar mais um ponto. Atribuindo um valor arbitrário para a variável C, como por exemplo, $C = -10$, tem-se que

$$F = 1{,}8.(-10) + 32 = -18 + 32 = 14$$

Portanto, o ponto $(-10{,}14)$ pertence ao gráfico(figura).

Figura: Gráfico da função $F = 1{,}8C + 32$



Fonte: Elaboração própria

Determinando uma Função Afim

Definição 3: Uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ para quaisquer x_1 e x_2 reais, com $x_1 \neq x_2$. Ou seja, com esses dados determinamos os valores de a e de b.

A partir de dois pontos, existem diversas formas de determinar a lei de formação da função afim, como pode ser observado nos exemplos.

Exemplo 10 - Determine a lei de formação da função afim sabendo que $f(2) = 1$ e $f(1) = -2$.

Substituindo os pontos dados na expressão $f(x) = ax + b$, tem-se que:

- Para $f(2) = 1$, então $x = 2$ e $f(x) = 1$, logo $1 = 2a + b$.

- Para $f(1) = -2$, então $x = 1$ e $f(x) = -2$, logo $-2 = a + b$.

Resolvendo o sistema,

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\mathrm{a} + \mathrm{b} = 1 \\ -\mathrm{a} - \mathrm{b} = 2 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{a} = 3$$

Substituindo o valor de a na expressão $a + b = -2$ é possível determinar o coeficiente b. De fato,

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} = -2 \Rightarrow 3 + \mathrm{b} = -2 \Rightarrow \mathrm{b} = -5$$

Portanto, a função é dada por $f(x) = 3x - 5$.

Exemplo 11 (ENEM 2011) - As fábricas de pneus utilizam-se de modelos matemáticos próprios em sua produção, para a adaptação dos vários tipos de pneus aos veículos: de bicicletas a caminhões, tratores e aviões. Um dos conceitos utilizados pela indústria é o de "índice de carga", que está relacionado à carga máxima que pode ser suportada por um pneu. Uma empresa fabricante de pneus apresenta o seguinte quadro, relativo às cargas máximas suportadas por pneus cujos índices variam de 70 a 80. Há um comportamento regular em alguns intervalos, como se observa entre os índices de 70 a 74.

ÍNDICE DE CARGA	CARGA MÁXIMA (kg)
70	335
71	345
72	355
73	365
74	375
75	387
76	400
77	412
78	425
79	437
80	450

Disponível em: http://www.goodyear.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Qual equação representa a dependência entre o índice de carga (I) e a carga máxima (C), em kg, no intervalo de 70 a 74?

De acordo com os dados do problema, pode-se determinar os pontos $I(70) = 335$ e $I(74) = 375$. A taxa de variação da função é dada por

$$a = \frac{375 - 335}{74 - 70} = \frac{40}{4} = 10$$

Assim, a função é definida por $I(C) = 10C + b$. Para obter b basta substituir um dos pontos na expressão. Escolhendo o ponto $I(70) = 335$, tem-se que

$$335 = 10.70 + b \Rightarrow 335 = 700 + b \Rightarrow 335 - 700 = \mathrm{b} \Rightarrow -365 = \mathrm{b}$$

Portanto, a função é dada por $I(C) = 10C - 365$.

Jogo Tranca Afim

Nível I

Sugestão de composição do baralho:

- Lei de formação, gráfico e zero da função.

Objetivos:

- Identificar o zero da função algebricamente e graficamente;

- Obter a lei de formação a partir do gráfico;

- Relacionar a função ao seu gráfico.

Tempo previsto: 20 minutos

Desenvolvimento:

O baralho (Unidade V) é composto por doze funções diferentes, cada uma com seis características: lei de formação, gráfico da função, classificação da função em crescente ou decrescente, zero da função, coeficientes e dois pares ordenados. Nesse primeiro nível, propõe-se o uso de apenas três características para que os alunos se familiarizem com o jogo. O professor pode escolher as cartas de acordo com os conteúdos que deseja trabalhar, tendo um total de vinte combinações possíveis. Nesse nível, a atividade será realizada em dupla.

Unidade III

Casos particulares

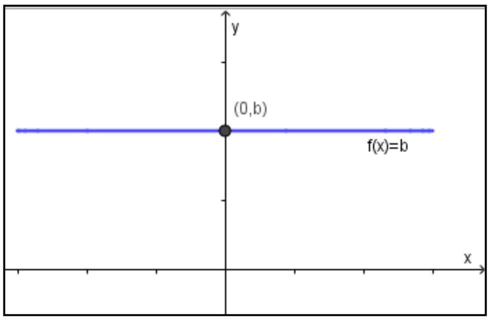
De acordo com os valores dados aos coeficientes a e b da função, ela receberá uma nomenclatura diferente.

A Função Constante

Definição 4: Uma aplicação f de R em R recebe o nome de função constante quando a cada elemento $x \in R$ associa sempre o mesmo elemento $c \in R$.

Na função constante, o valor do coeficiente a é igual a zero, ou seja, $f(x) = b$. Seu gráfico é uma reta horizontal, conforme a figura.

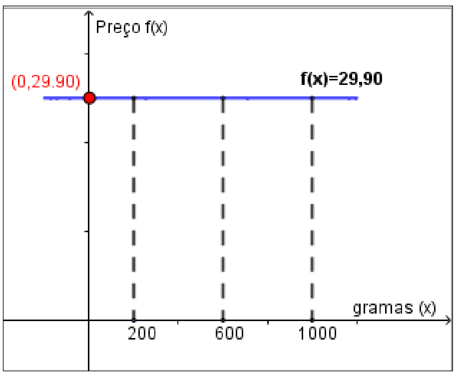
Figura: Função constante $f(x) = b$



Fonte: Elaboração própria

Exemplo 12- Uma churrascaria oferece o sistema de rodízio no valor de R$ 29,90 reais por pessoa. Observando o gráfico (figura), pode-se perceber que não importa a quantidade consumida, o valor a ser pago será sempre o mesmo. A função é dada por $f(x) = 29{,}90$.

Figura: Gráfico função $f(x) = 29{,}90$



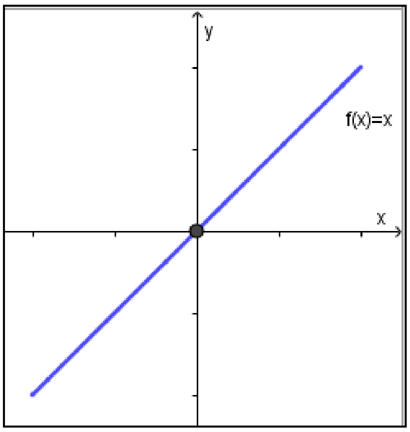
Fonte: Elaboração própria

Função Identidade

Definição 5: Uma aplicação f de R em R recebe o nome de função identidade quando a cada elemento $x \in R$ associa o próprio x.

Na função identidade, o coeficiente $a = 1$ e $b = 0$, ou seja, $f(x) = x$. Seu gráfico é a bissetriz do 1º e 3º quadrante, conforme a figura.

Figura: Função identidade f(x)=x



Fonte: Elaboração própria

A Função Linear e o Modelo de Proporcionalidade

A grandeza y é diretamente proporcional à grandeza x quando existe um número a, chamado de constante de proporcionalidade, tal que $y = ax$ para todo valor de x. [4] Dessa forma, a constante de proporcionalidade pode ser definida como $a = \frac{y}{x}$.

Exemplo 12 - Um carro partiu de uma cidade A numa velocidade constante de 100 km/h. Depois de uma hora de viagem, a distância entre o veículo e a cidade de origem será de 100 km. Após duas horas, essa distância será de 200 km e assim por diante, conforme a tabela.

Tabela: Relação entre o tempo de viagem e a distância

Tempo de viagem (hora)	Distância (km)
1	100
2	200
3	300
4	400

Fonte: Elaboração própria

É possível observar que as duas grandezas, tempo e distância, são diretamente proporcionais, pois à medida que o tempo aumenta, a distância também aumenta. A constante de proporcionalidade é dada por

$$a = \frac{100}{1} \Leftrightarrow a = 100$$

Exemplo 13 - Um agricultor gastava 100 quilos de ração para alimentar 20 vacas. Com a queda do preço do leite, ele resolve ficar apenas com 5 vacas, vendendo 5 por mês, diminuindo o gasto com a ração, conforme a tabela.

Tabela: Relação entre o número de vacas e o consumo de ração

Nº de vacas	Consumo de ração (kg)
20	100
15	75
10	50
5	25

Fonte: Elaboração própria

Nota-se que as duas grandezas, número de vacas e a quantidade de ração consumida, são diretamente proporcionais. Isso significa que a medida que o número de vacas diminui, o consumo de ração também diminui. A constante de proporcionalidade é dada por

$$a = \frac{100}{20} \Leftrightarrow a = 5$$

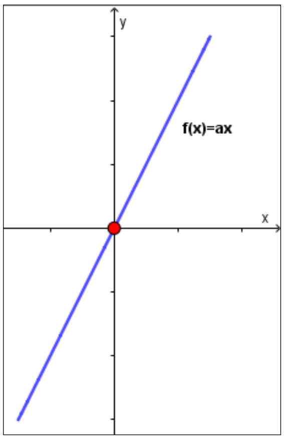
A função linear $f(x) = ax$ é o modelo matemático para a resolução de problemas de proporcionalidade direta. [4]

A Função Linear

Definição 6: Uma função $f: R \to R$ chama-se linear se existe uma constante $a \epsilon R$ tal que $f(x) = ax$ para todo $x \in R$.

A Função Linear é um caso particular da Função Afim, com coeficiente linear $b = 0$. Geometricamente, isso significa que o gráfico da Função Linear passa pela origem, conforme o gráfico (figura).

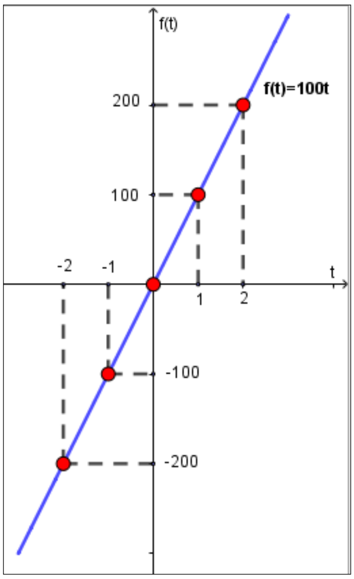
Figura: Gráfico função linear $f(x) = ax$



Fonte: Elaboração própria

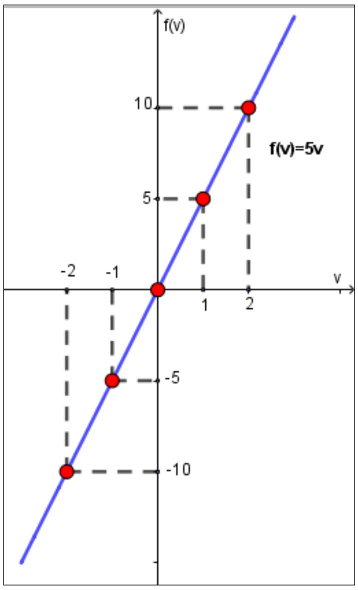
Nos exemplos apresentados, as funções que modelam os problemas são dadas, respectivamente, por $f(t) = 100t$, onde t representa o tempo e $f(t)$ a distância entre o veiculo e a cidade A e por $f(v) = 5v$, onde v representa o número de vacas e $f(v)$ a quantidade de ração consumida. Os gráficos são retas passando pela origem, conforme as figuras.

Figura: Gráfico da função $f(t) = 100t$



Fonte: Elaboração própria

Figura: Gráfico da Função $f(v) = 5v$



Fonte: Elaboração própria

Vale destacar que os problemas de proporcionalidade inversa não podem ser modelados por uma Função Afim. A curva que representa a relação entre grandezas inversamente proporcionais é chamada de hipérbole. [5]

Função definida por mais de uma sentença

Em algumas situações, não é possível modelar o problema utilizando apenas uma expressão algébrica, sendo necessárias mais expressões. Nesse caso, a função é definida por mais de uma sentença, conforme o exemplo.

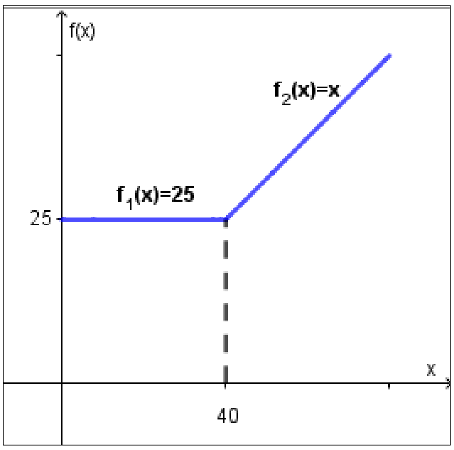
Exemplo 15 (ENEM 2011) - De acordo com os números divulgados pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), já há no país 91 celulares em cada grupo de 100 pessoas. Entre as várias operadoras existentes, uma propõe o seguinte plano aos seus clientes: R$ 25,00 mensais para até 40 minutos de conversação mensal e R$ 1,00 por minuto que exceda o tempo estipulado. Disponível em: http://www.economia.ig.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Seja x a quantidade de minutos de conversação e $f(x)$ o valor a ser pago pelo plano. Para os primeiros 40 minutos, o cliente pagará uma taxa fixa de R$ 25,00 reais, que pode ser representada pela função constante $f_1(x) = 25$. A partir de 40 minutos, o cliente pagará R$ 1,00 por minuto excedente, que pode ser representado pela função linear $f_2(x) = x$. Portanto, a função pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(x) = \begin{cases} 25 \ se \ 0 \leq x \leq 40 \\ x \ se \ x > 40 \end{cases}$$

O gráfico está representado na figura.

Figura: Gráfico da função definida por mais de uma sentença



Fonte: Elaboração própria

Definição 7: Uma função é definida por mais de uma sentença quando cada uma das sentenças está associada a um subdomínio $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ e a união destes n-subconjuntos forma o domínio D da função original, ou seja, cada domínio D_i é um subconjunto de D, com $1 \leq i \leq n$.

Atividade “Modelando a conta de água”

Objetivos:

- Modelar um problema envolvendo Função Afim;

- Manipulação algébrica da função;

- Construir e analisar gráficos;

- Interpretação de problemas contextualizados;

- Apresentar uma aplicação da Função Afim.

Tempo Estimado: 50 minutos

Desenvolvimento:

Para o desenvolvimento desta atividade, o professor deverá distribuir o material proposto. Juntamente com os alunos, o professor terá que destacar alguns pontos importantes, como a Tarifa Social, a leitura do hidrômetro e o tarifário adotado pela agência fornecedora de água. Como exemplo, serão utilizados os dados referentes à Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA). O professor deverá fornecer os dados da agência de sua região, para que esta atividade retrate a realidade dos alunos envolvidos. Para a realização dos exercícios propostos, os alunos deverão trazer para a sala de aula a última conta de água de sua residência. Sugere-se que os educandos pesquisem medidas que poderão ser adotadas pelos moradores para diminuir o consumo e desperdício de água e apresentem para os colegas.

Após as explicações e de posse da conta de água, peça aos alunos que resolvam as atividades.

A Tarifa Social

O programa de benefício Tarifa Social é voltado para as pessoas de baixa renda, reduzindo o valor pago na conta de água e energia elétrica. As agências fornecedoras de água possuem seus critérios próprios para proporcionar o desconto. No caso da Companhia de Saneamento de Minas Gerais (COPASA), os critérios são:

- unidade usuária classificada como residencial;
- os moradores da unidade usuária classificada como Residencial – Tarifa Social devem pertencer a uma família inscrita no Cadastro Único para Programas Sociais;
- A família deve ter uma renda mensal por pessoa de menor ou igual a meio salário mínimo nacional. *

O Hidrômetro

Hidrômetro é o nome dado ao aparelho que mede o volume de água consumido. A medida utilizada para o cálculo do valor a ser pago na conta de água é o metro cúbico (m^3), que equivale a mil litros. Seus principais elementos podem ser observados na figura:

Figura: Medidor de água

Fonte: Site Rw engenharia**

De acordo com informações do site da COPASA, o volume gasto num determinado período pode ser medido da seguinte forma: anotam-se os números que aparecem no hidrômetro na cor vermelha, desprezando-se o último algarismo. Em seguida, subtraia esse valor pelo registrado na conta de água do mês anterior. O resultado dessa diferença é o consumo de água entre as duas datas.

Como é calculada a sua conta de água?

A conta de água de uma residência é calculada de acordo com o volume de água consumido, acrescido de uma taxa fixa. O valor cobrado pela Companhia de Saneamento de Minas Gerais está apresentado no quadro.

Quadro: Tarifário 2018 COPASA

Categorias	Faixas	Tarifas	
		Água	Unidade
Residencial Social	Fixa	7,19	R$/mês
	0 a 5 m^3	0,56	R$/$m^3$
	>5 a 10 m^3	1,583	R$/$m^3$
	>10 a 15 m^3	3,255	R$/$m^3$
	>15 a 20 m^3	3,948	R$/$m^3$
	>20 a 40 m^3	4,440	R$/$m^3$
	>40 m^3	7,134	R$/$m^3$
Residencial	Fixa	15,97	R$/mês
	0 a 5 m^3	1,12	R$/$m^3$
	>5 a 10 m^3	3,165	R$/$m^3$
	>10 a 15 m^3	6,509	R$/$m^3$
	>15 a 20 m^3	7,895	R$/$m^3$
	>20 a 40 m^3	8,879	R$/$m^3$
	>40 m^3	14,267	R$/$m^3$

Fonte: Site Copasa*

Atividades

1) Com base na tarifa cobrada pela companhia fornecedora de água, encontre uma expressão matemática para o cálculo do valor a ser pago na conta, especificando o intervalo de cada função.
   Resposta:

2) Teste a expressão encontrada para o valor consumido em sua residência no último mês. O valor encontrado é o mesmo pago na conta de água?
   Resposta

3) Esboce o gráfico, relacionando o volume consumido de água, em m^3, com o valor pago, em reais.
   Resposta:

4) Suponha que você e seus familiares adotaram algumas medidas para economizar água e o volume total teve uma redução de 10%. Qual seria o novo valor a ser pago no final do mês?
   Resposta:

5) Esboce o gráfico, relacionando o novo valor consumido de água, em m^3, com o valor pago, em reais.
   Resposta:

6) Comparando os dois gráficos, o ponto inicial é o mesmo? Como você explica esse fato?
   Resposta:

Unidade IV

Crescimento e Decrescimento da Função

Função Crescente

Definição 8 : Função crescente é aquela em que, aumentando o valor de x, o valor de y aumenta, isto é, f é crescente em R se, para quaisquer valores de x_1 e x_2 em R com $x_1 < x_2$, $f(x_1) < f(x_2)$.

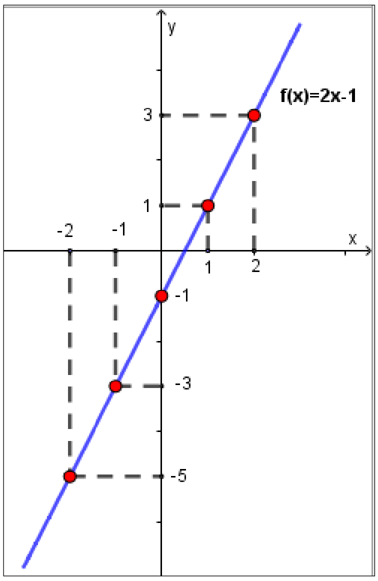
Considere a função $f(x) = 2x - 1$. De acordo com a tabela e o gráfico, pode-se observar que à medida que o valor de x aumenta, os valores correspondentes de y também aumentam. Nesse caso, a função é classificada como crescente.

Tabela: Valores da função $f(x) = 2x - 1$

x	y
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

Fonte: Elaboração própria

Gráfico da função $f(x) = 2x - 1$



Fonte: Elaboração própria

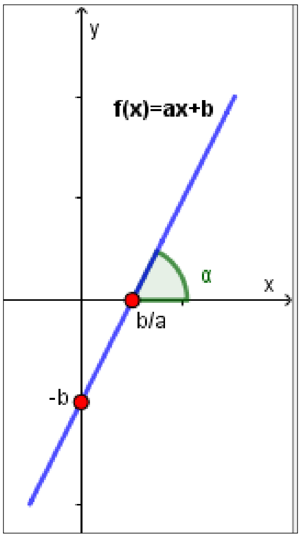
Teorema 1: A função $f(x) = ax + b$ é crescente se, e somente se, o coeficiente angular a for positivo.

Demonstração:

$$f(x_1) < f(x_2), \text{ quando } x_1 < x_2 \Leftrightarrow ax_1 + b < ax_2 + b \Leftrightarrow ax_1 < ax_2 \;\Leftrightarrow 0 < a(x_2 - x_1) \Leftrightarrow a > 0$$

De fato, observando o gráfico (figura), percebe-se que o ângulo α é agudo, ou seja, menor que 90°. Portanto, o valor da tangente é positivo, isto é, tg α= a.

Figura: Ângulo entre o eixo x e a função crescente $f(x) = ax + b$



Fonte: Elaboração própria

Função Decrescente

Definição 9: Função decrescente é aquela em que, aumentando o valor de x, o valor de y diminui, isto é, f é decrescente em R se, para quaisquer valores de x_1 e x_2 em R com $x_1 < x_2$, $f(x_1) > f(x_2)$.

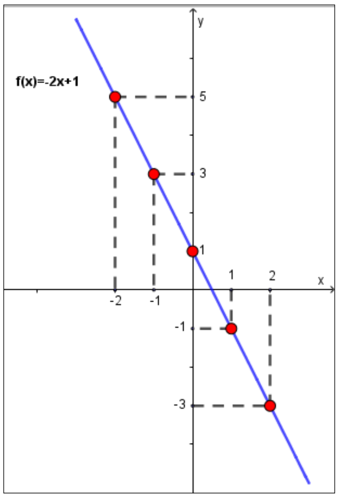
Agora considere a função $f(x) = -2x + 1$. De acordo com a tabela e o gráfico (figura), pode-se observar que à medida que o valor de x aumenta, os valores correspondentes de y diminuem. Nesse caso, a função é classificada como decrescente.

Tabela: Valores da função $f(x) = -2x + 1$

x	y
-2	5
-1	3
0	1
1	-1
2	-3

Fonte: Elaboração própria

Figura: Gráfico da função $f(x) = -2x - 1$



Fonte: Elaboração própria

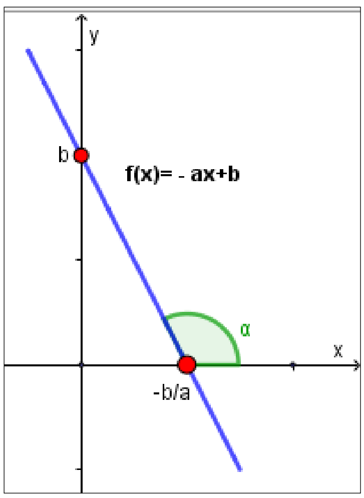
Teorema 2: A função $f(x) = ax + b$ é decrescente se, e somente se, o coeficiente angular a for negativo.

Demonstração:

$$f(x_1) > f(x_2), \text{ quando } x_1 < x_2 \Leftrightarrow ax_1 + b > ax_2 + b \Leftrightarrow ax_1 > ax_2 \Leftrightarrow 0 > a(x_2 - x_1) \Leftrightarrow a < 0$$

Nesse caso, observando o gráfico (figura), percebe-se que o ângulo α é obtuso, ou seja, maior que 90°. Portanto, o valor da tangente é negativo, isto é, tg α= $-a$.

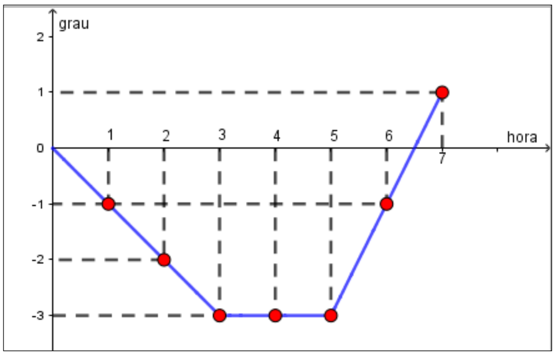
Figura: Ângulo entre o eixo x e a função decrescente $f(x) = -ax + b$



Fonte: Elaboração própria

Exemplo 16 - O gráfico (figura) representa a variação da temperatura durante a madrugada na cidade de Nova Friburgo-RJ.

Figura: Gráfico variação de temperatura



Fonte: Elaboração própria

Pode-se observar que, no intervalo de 00h até as 3h horas da manhã, a função é decrescente, o que significa que a temperatura caiu a uma taxa $a = \frac{-3-0}{3-0} = \frac{-3}{3} = -1°$ grau por hora. Sabendo que $f(1) = -1$ e que $a = -1$, substituindo esses valores na função $f(x) = ax + b$, tem-se que

$$-1 = -1.1 + b \Leftrightarrow b = 0$$

Portanto, a função é dada por $f(x) = -x$ se $0 \leq x < 3$.

Entre as 3h e 5h horas, a temperatura se manteve constante em -3 °. Portanto, a função é dada por $f(x) = -3$ se $3 \leq x < 5$.

A partir das 5h horas da manhã, a função é crescente, ou seja, a temperatura aumentou a uma taxa $a = \frac{1-(-3)}{7-5} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$. Sabendo que $f(7) = 1$ e que $a = 2$, substituindo os valores na função $f(x) = ax + b$, tem-se que

$$1 = 2.7 + b \Leftrightarrow b = 1 - 14 \Leftrightarrow b = -13$$

Portanto, a função é dada por $f(x) = 2x - 13$ se $5 \leq x \leq 7$.

Resumindo, a expressão matemática que modela o problema é dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x \; se \; 0 \leq x < 3 \\ -3 \; se \; 3 \leq x < 5 \\ 2x - 13 \; se \; 5 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

Nota: As funções constantes não são classificadas como crescentes ou decrescentes, pois a sua taxa de variação é igual a zero. De fato, considerando a função $f(x) = b$, com $b \in R$ e $x_1 \neq x_2$,

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{b-b}{x_2-x_1} = 0 \text{ [5]}$$

Portanto, o ângulo entre a reta e o eixo x é zero, não possuindo inclinação.

Tranca Afim Nível II

Objetivos:

- Identificar o zero da função algebricamente e graficamente;

- Identificar os coeficientes a e b a partir da lei de formação;

- Relacionar a interseção da reta com o eixo y ao coeficiente b da função;

- Obter a lei de formação a partir do gráfico, de dois pontos e dos coeficientes;

- Classificar a função em crescente ou decrescente a partir do seu gráfico e do coeficiente a;

- Relacionar a função ao seu gráfico a partir da lei de formação e de dois pontos.

Tempo previsto: 40 minutos

Desenvolvimento:

Neste segundo nível, todas as características serão utilizadas e a atividade será realizada em grupos de quatro pessoas, formando duplas que jogarão uma contra a outra. Os jogadores que formam a dupla devem se sentar um de frente para outro, de modo que não fiquem lado a lado.

Inequações e o estudo do sinal das funções afins

Inequação do 1° grau

Exemplo 17: Uma empresa de telefonia móvel oferece um plano de R$ 30,00 reais pela assinatura e R$ 0,25 centavos por minuto de ligação. Quantos minutos podem ser utilizados para que a conta não ultrapasse R$ 50,00?

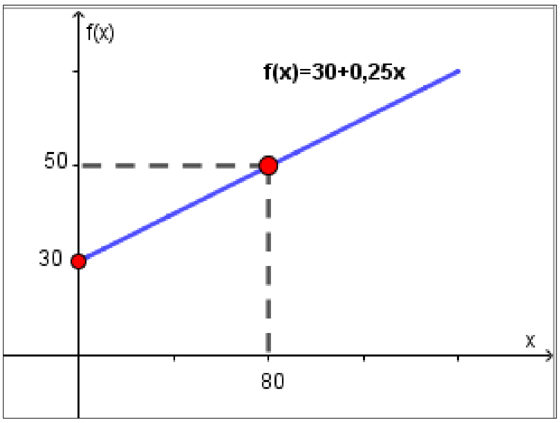
Considerando x o total de minutos utilizados, o valor do plano é dado por

$$f(x) = 30 + 0{,}25x$$

O que se deseja saber é para que valores de x tem-se $f(x) \leq 50$. Resolvendo a equação e construindo o gráfico (figura),

$$30 + 0{,}25x = 50 \Leftrightarrow 0{,}25x = 20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{0{,}25} \Leftrightarrow x = 80$$

Figura: Gráfico da função $f(x) = 30 + 0{,}25x$



Fonte: Elaboração própria

Portanto, para que o valor não ultrapasse R$ 50,00 reais, o tempo de ligação não poderá ser superior a 80 minutos.

Definição 10: Sendo $f: R \rightarrow R$ uma função, chamamos de inequação toda desigualdade que pode ser escrita de uma das seguintes formas:

$f > 0$ $\quad$ $f < 0$ $\quad$ $f \geq 0$ $\quad$ $f \leq 0$

Sendo $f(x) = ax + b$ uma função afim, chamamos de inequação do 1º grau toda desigualdade que, quando reduzida, possui uma das seguintes formas:

$ax + b > 0$ $\quad$ $ax + b < 0$ $\quad$ $ax + b \geq 0$ $\quad$ $ax + b \leq 0$

As soluções da inequação são os valores da variável que a transformam em uma desigualdade verdadeira. O conjunto de todas essas soluções é denominado de conjunto solução e denotado por S. A resolução de uma inequação consiste em determinar valores para a variável x para os quais $ax + b < 0$ ou $ax + b = 0$ ou $ax + b > 0$. Isso significa que resolver uma inequação do 1° grau equivale a estudar o sinal da Função Afim. [4]

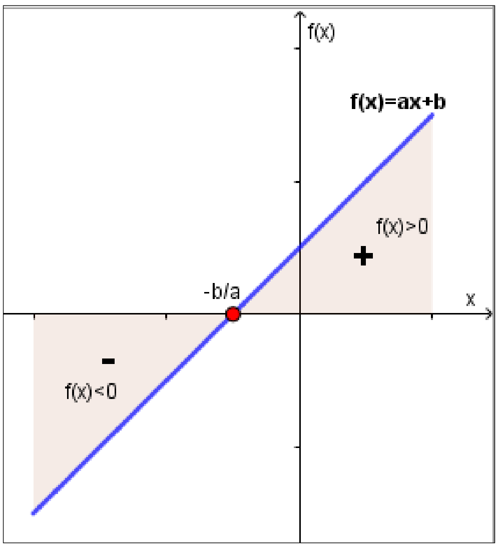
O Estudo do Sinal da Função

Considerando a função $f(x) = ax + b$, estudar o sinal de uma função é determinar os valores de x para os quais y é positivo, nulo e negativo.

Sabe-se que $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -b/a$ (zero da função). Existem dois casos a considerar:

1º) A função é crescente $(a > 0)$. Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que:

Figura: Estudo do sinal da função crescente



Fonte: Elaboração própria

$f(x) > 0 \Rightarrow\ ax + b > 0 \Rightarrow\ x > -b/a$

$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = o \Rightarrow x = -b/a$

$f(x) < 0 \Rightarrow\ ax + b < 0 \Rightarrow\ x < -b/a$

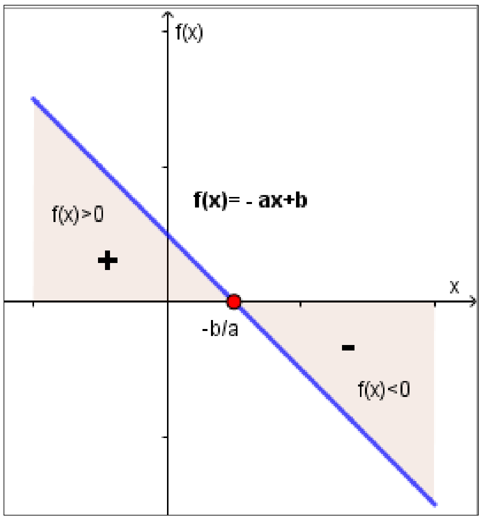
2º) A função é decrescente ($a < 0$). Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que:

$f(x) > 0 \Rightarrow ax + b > 0 \Rightarrow x < -b/a$

$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -b/a$

$f(x) < 0 \Rightarrow ax + b < 0 \Rightarrow x > -b/a$

Figura: Estudo do sinal da função decrescente



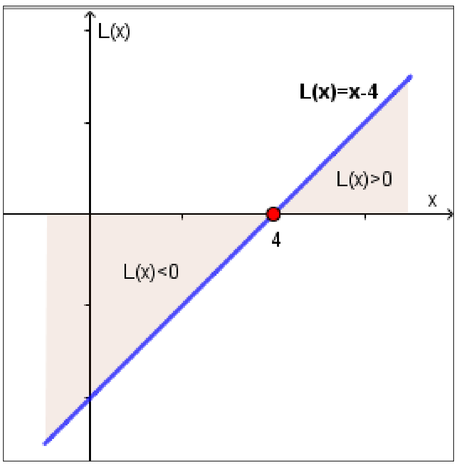
Fonte: Elaboração própria

Exemplo 18 - O lucro de uma indústria é dado pela função $L(x) = x - 4$, onde x representa a quantidade de peças vendidas. Sabe-se que a indústria terá lucro se $L(x) > 0$, prejuízo se $L(x) < 0$. Encontrando o zero da função, tem-se

$$L(x) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Construindo o gráfico (figura), pode-se afirmar que, a partir de 4 peças vendidas, a indústria terá lucro, o conjunto solução é dado por $S = \{x \in R | x > 4\}$. Caso venda menos de 4 peças, terá prejuízo, isto é, $S = \{x \in R | x < 4\}$. Se vender exatamente 4 peças, não terá lucro e nem prejuízo, isto é, $S = \{x \in R | x = 4\}$.

Figura: Função lucro $L(x) = 4 - x$



Fonte: Elaboração própria

Exemplo 19 (ENEM 2011) - Uma indústria fabrica um tipo de produto e sempre vende tudo que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT. O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$. Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

Substituindo as equações de $FT(q)$ e $CT(q)$, tem-se que

$$LT(q) = 5q - (2q + 12) \Leftrightarrow LT(q) = 5q - 2q - 12 \Leftrightarrow LT(q) = 3q - 12$$

Para que a indústria não tenha prejuízo, deve-se ter

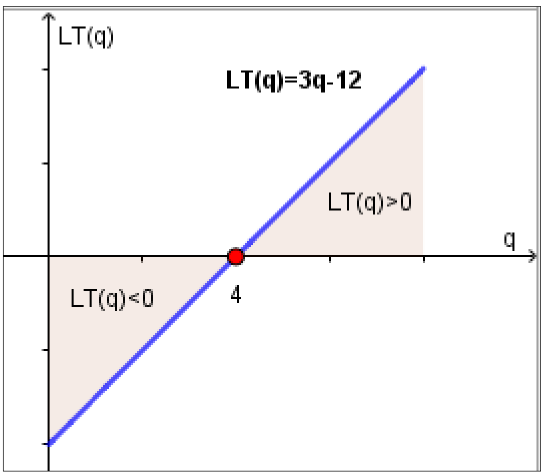
$$LT(q) \geq 0 \Leftrightarrow 3q - 12 \geq 0$$

O zero da função é dado por

$$LT(q) = 0 \Leftrightarrow 3q - 12 = 0 \Leftrightarrow 3q = 12 \Leftrightarrow q = \frac{12}{3} \Leftrightarrow q = 4$$

Analisando o gráfico (figura), pode-se concluir que a partir da venda de 4 unidades, a indústria não terá prejuízo. Portanto, $S = \{x \in R | x \geq 4\}$.

Figura: Gráfico da função $LT(q) = 3q - 12$



Fonte: Elaboração própria

Atividade “Resolvendo problemas do cotidiano com o auxílio do Geoplano”

Objetivos:

- Construir e analisar gráficos;

- Interpretação de problemas contextualizados;

- Obter a lei de formação da função;

Tempo estimado: 50 minutos

Desenvolvimento da atividade:

Nesta atividade, o aluno utilizará o geoplano (Unidade V) para resolver as questões da folha de atividade. O professor também poderá propor outros problemas, de acordo com os seus objetivos.

Atividade “Resolvendo problemas do cotidiano com o auxílio do Geoplano”

1) Uma caixa d’água com capacidade de 400 litros está com um vazamento, desperdiçando 25 litros de água por hora.

a) Em quanto tempo a caixa estará pela metade?
b) Em quanto tempo a caixa d’água estará completamente vazia?
c) Depois de 6 horas, qual o volume de água dentro da caixa d’água?

2) Uma pizzaria oferece rodízio pelo valor de R$ 24,00 reais de segunda a sexta. Porém, alguns clientes não optam pelo rodízio, alegando que comem poucos pedaços e o valor não compensaria. Pedindo uma pizza inteira, cada pedaço sai por R$ 4,00 reais. A partir de quantos pedaços é mais vantajoso pagar o rodízio?

3) Duas empresas de táxi possuem valores diferentes para a cobrança de uma corrida. A empresa A cobra R$ 8 reais pela bandeirada e R$ 1,00 real por quilômetro rodado. A empresa B cobra R$ 2,00 reais por quilômetro rodado e não cobra a bandeirada. Com base nesses dados, marque V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas.

( ) Para uma corrida de 7 km, a empresa A é a mais vantajosa.
( ) Para uma corrida de 10 km, a empresa B é a mais vantajosa.
( ) Para uma viagem de 8 km, o valor pago nas duas empresas será igual.
( ) A partir de 8 km a empresa A é sempre mais vantajosa.

4) O lucro de uma empresa pode ser calculado através da diferença entre a função custo e a função receita, em que a função custo calcula os gastos relacionados à produção do produto e a função receita está relacionada ao faturamento com a venda do produto. Uma empresa que fabrica uniformes possui um gasto fixo mensal de R$ 250,00 reais. O custo para fabricar cada peça é de R$ 30,00 reais. Considerando que o valor de venda de cada unidade é de R$ 55,00 reais, responda:

a) Num mês em que são vendidas 11 peças, houve lucro ou prejuízo?
b) Quantas peças, no mínimo, devem ser vendidas para que a empresa não tenha prejuízo?
c) Calcule o valor do lucro em um mês em que são vendidas 50 peças.

Unidade V

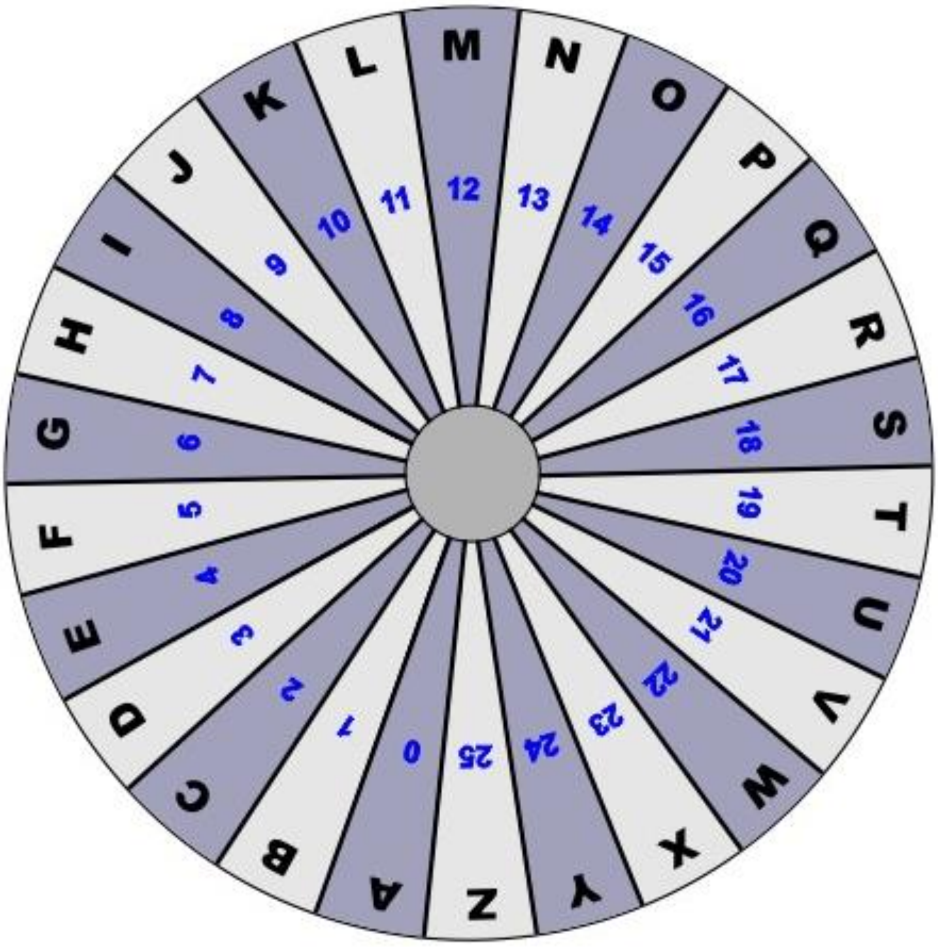
Confecção e Utilização do Material

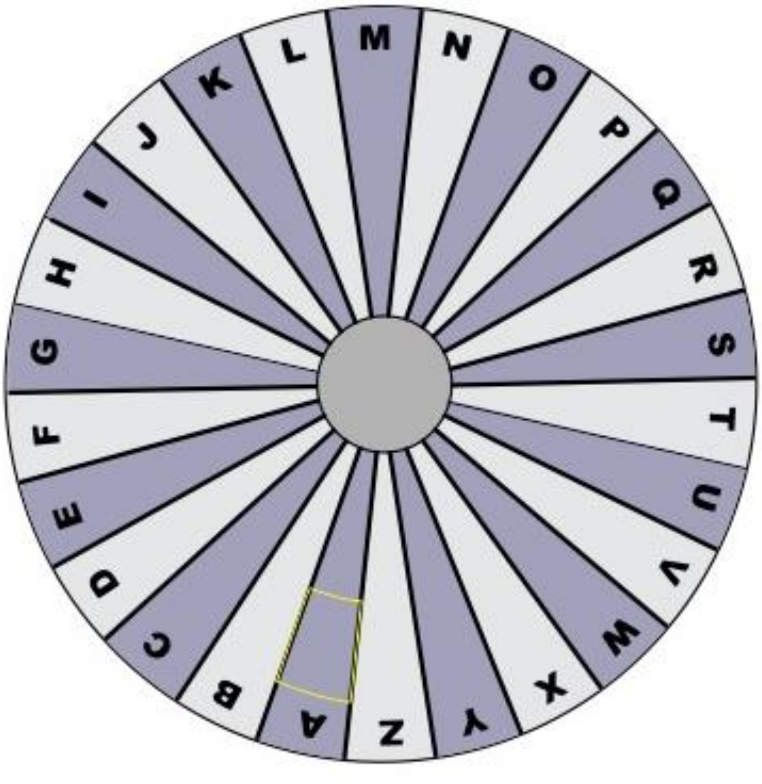
Atividade “A Cifra de César”

Serão utilizados papel cartão branco, rolha de garrafa, cola e tachinhas. Os discos serão impressos no papel cartão e recortados.

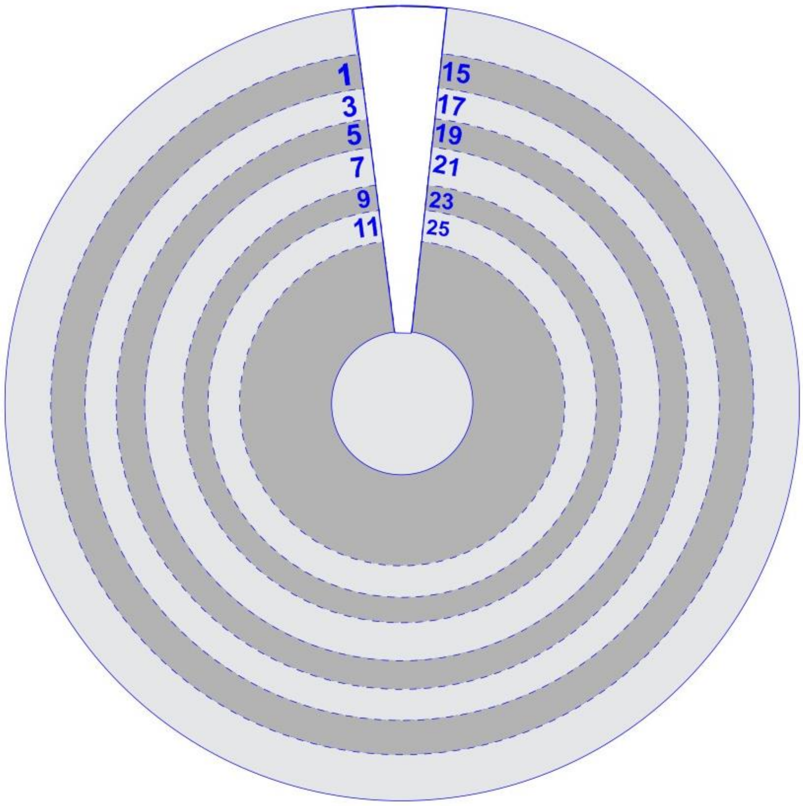
No disco da Cifra de César, o maior ficará colado na rolha. O disco menor ficará por cima, preso pela tachinha. No disco multiplicador, o que contém os números nas cores preto e vermelho ficará por baixo, colado na rolha. O disco que tem um recorte em V ficará preso a ele pela tachinha. Os discos que ficarão por cima não podem ser colados, pois eles irão girar.

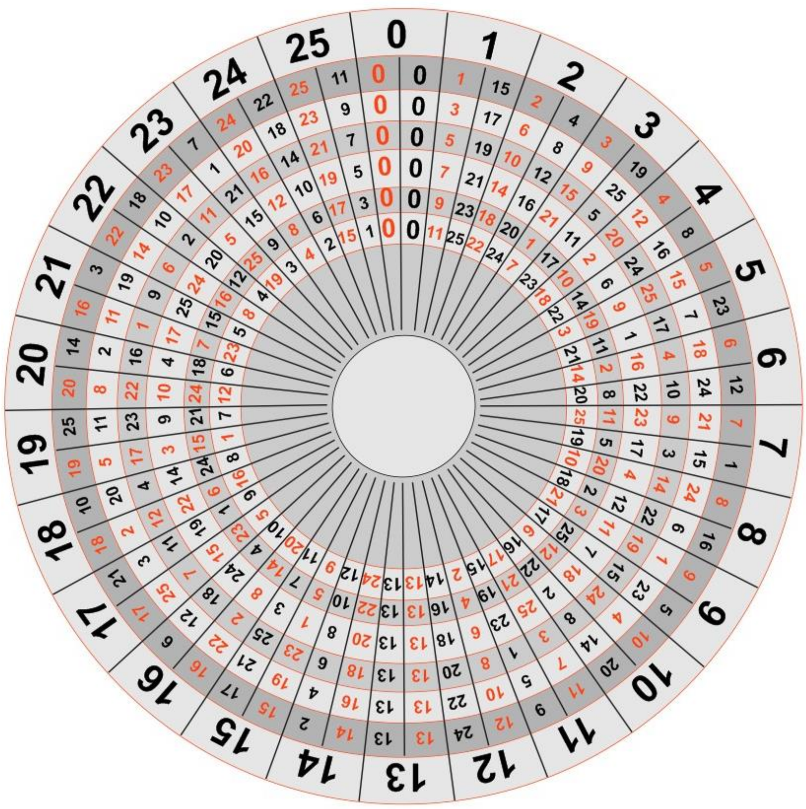
Disco Cifra de César:





Disco Multiplicador

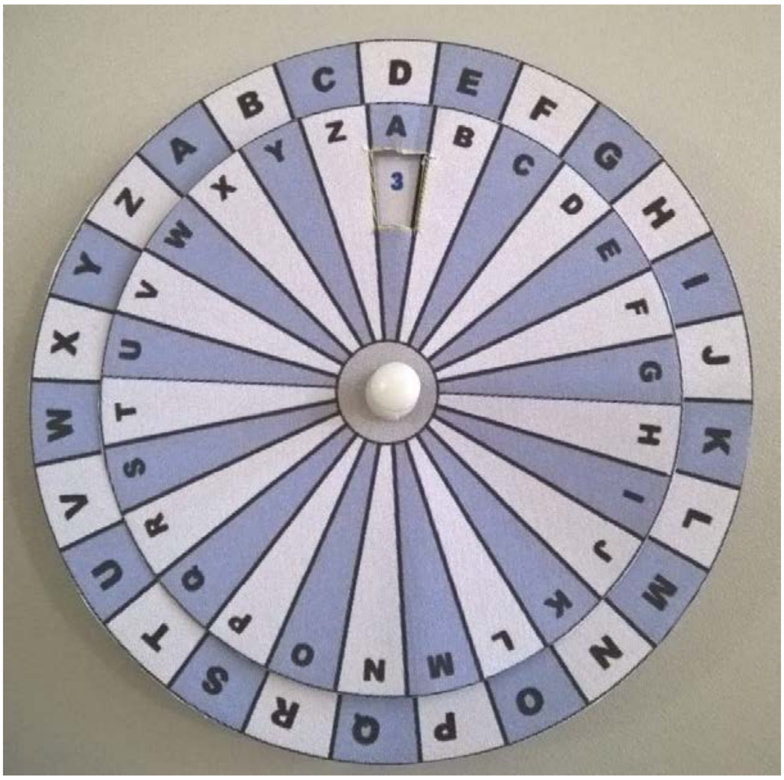




Como utilizar os discos:

O disco da Cifra de César será utilizado para codificar e decodificar uma mensagem utilizando a técnica de César. Através do quadradinho recortado no disco superior, pode ser visto o número de casas deslocadas pelo alfabeto, que vai de 0 a 25. Por exemplo, para criptografar a palavra AMOR utilizando 3 casas de deslocamento, basta posicionar o quadrado no número 3, conforme a figura, e substituir as letras do disco menor pelas letras do disco maior. A codificação seria DPRU. Para decodificar, o procedimento é contrário: substitui-se as letras do disco maior pelas letras do disco menor.

Figura: Disco da Cifra de César



Fonte: Acervo do pesquisador

O disco multiplicador será utilizado para criptografar mensagens, utilizando como chave cifradora uma Função Afim. O disco mostra o resto da divisão por 26 de uma multiplicação entre dois números. Imagine a seguinte situação:

Utilizando como chave cifradora a função $f(x) = 3x + 5$ e considerando o quadro, codifique a palavra amor.

Quadro: Posicionamento do alfabeto

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Fonte: Elaboração própria

Tabela: Exemplo de codificação

Letra	Posição no alfabeto	$f(x) = 3x + 5$	Letra codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 5 = 3 + 5 = 8$	H=8
M	13	$f(13) = 3.13 + 5 = 39 + 5 = 44$	?
O	15	$f(15) = 3.15 + 5 = 45 + 5 = 50$	?
R	18	$f(18) = 3.18 + 5 = 54 + 5 = 59$	?

Fonte: Elaboração própria

De acordo com a tabela, observa-se que a letra A deve ser substituída pela letra que está na oitava posição no alfabeto, ou seja, pela letra H. E a letra M, deveria ser substituída por qual letra? Para responder a essa pergunta, o aluno deveria dividir 44 por 26 para obter o resto, cujo resultado é 18. Imaginando o alfabeto como disposto no primeiro disco, o disco menor daria uma volta completa e pararia no número equivalente ao resto. Isso significa que o número de voltas completas não interessa, pois é o resto que dará a posição final para a codificação.

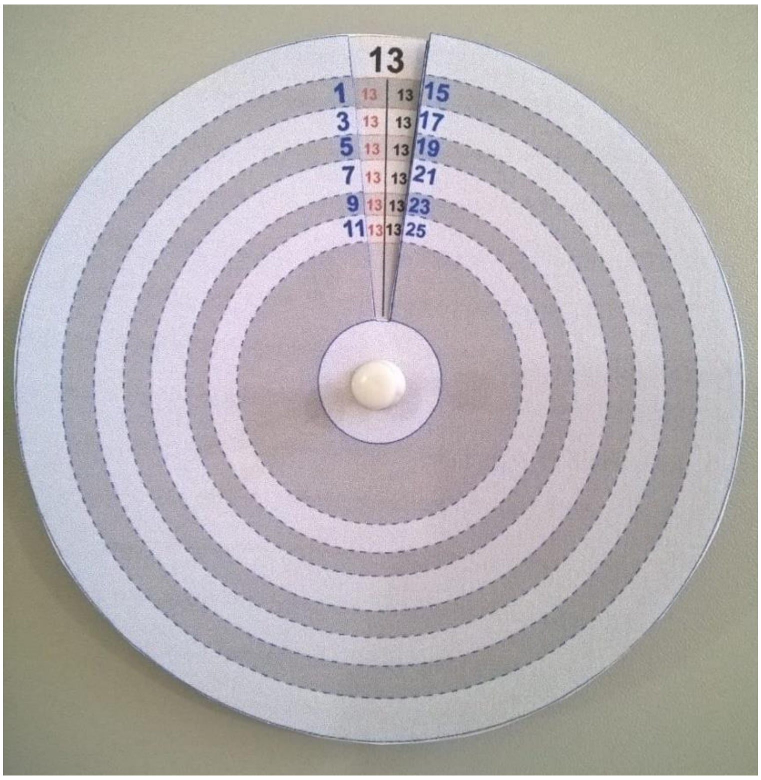
Como o disco multiplicador facilitaria esse processo? O aluno não teria que fazer essa divisão, evitando que o processo se torne longo e trabalhoso. O disco já apresenta o resto da divisão. Observe como seria a codificação na tabela:

Tabela: Exemplo de codificação utilizando o disco multiplicador

Letra	Posição no alfabeto	$f(x) = 3x + 5$	Letra Codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 5 = 3 + 5 = 8$	H=8
M	13	$f(13) = 3.13 + 5 = 13 + 5 = 18$	R=18
O	15	$f(15) = 3.15 + 5 = 19 + 5 = 24$	X=24
R	18	$f(18) = 3.18 + 5 = 2 + 5 = 7$	G=7

Para realizar a multiplicação, basta posicionar o disco superior com o número que se deseja realizar a multiplicação, localizado no disco inferior. Por exemplo, para realizar a multiplicação entre os números 3 e 13, basta posicionar o disco de acordo com a figura:

Figura: Exemplo de multiplicação utilizando o disco



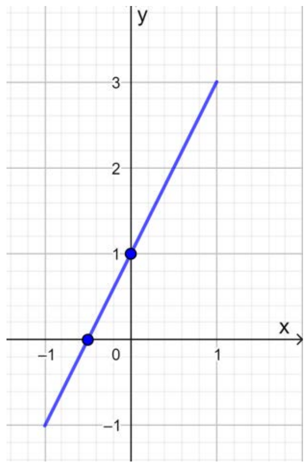
Fonte: Acervo do pesquisador

Portanto, a codificação da palavra AMOR, utilizando-se a função cifradora $f(x) = 3x + 5$, é HRXG.

Jogo Tranca Afim

O baralho deve ser impresso em papel cartão branco e recortado.

$$f(x) = 2x + 1$$



CRESCENTE

Zero da função

$$x = \frac{1}{2}$$

Coeficientes

$$a = 2$$

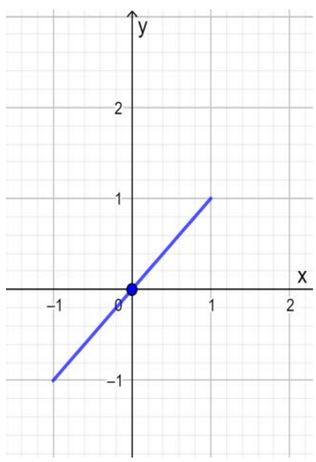
$$b = 1$$

Pares ordenados

$$(1, 3)$$

$$(-1, -1)$$

$$f(x) = x$$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = 1$

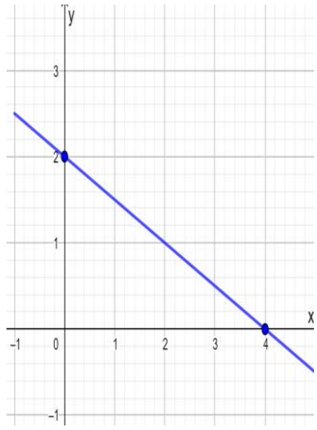
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, 1)$

$(-1, -1)$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 4$

Coeficientes

$a = -\frac{1}{2}$

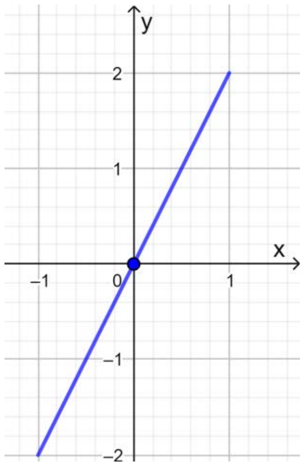
$b = 2$

Pares ordenados

$(2, 1)$

$(0, 2)$

$f(x) = 2x$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = 2$

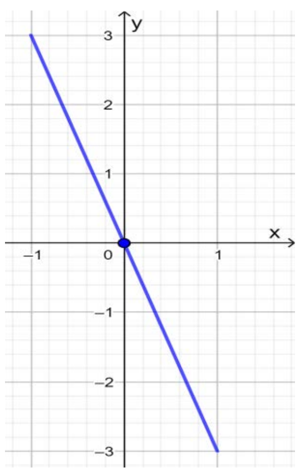
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, 2)$

$(-1, -2)$

$f(x) = -3x$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = -3$

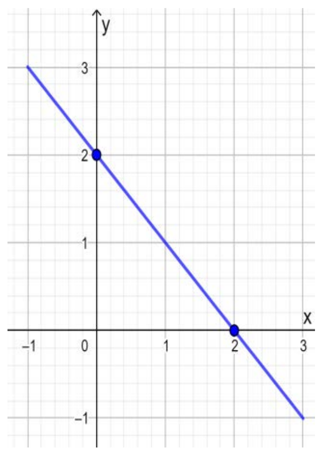
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, -3)$

$(-1, 3)$

$f(x) = -x + 2$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 2$

Coeficientes

$a = -1$

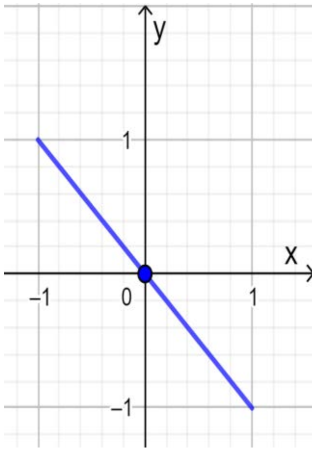
$b = 2$

Pares ordenados

$(-1, 3)$

$(1, 1)$

$f(x) = -x$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = -1$

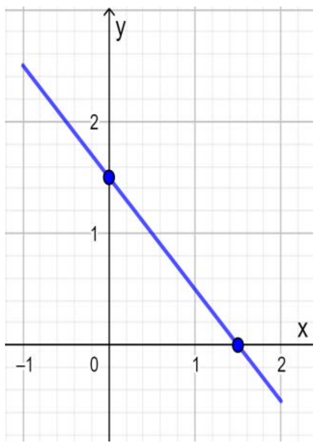
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, -1)$

$(-1, 1)$

$f(x) = -x + \frac{3}{2}$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = \frac{3}{2}$

Coeficientes

$a = -1$

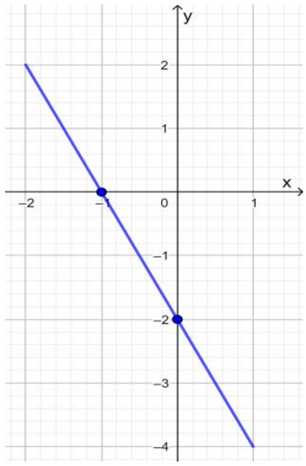
$b = \frac{3}{2}$

Pares ordenados

$(1, \frac{1}{2})$

$(0, \frac{3}{2})$

$f(x) = -2x - 2$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = -1$

Coeficientes

$a = -2$

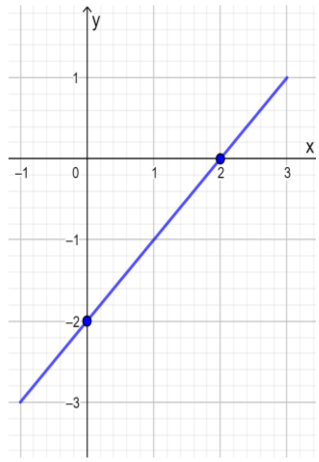
$b = -2$

Pares ordenados

$(1, -4)$

$(-2, 2)$

$f(x) = x - 2$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 2$

Coeficientes

$a = 1$

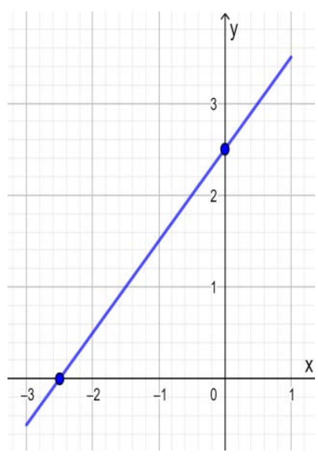
$b = -2$

Pares ordenados

$(1, -1)$

$(3, 1)$

$f(x) = x + \frac{5}{2}$



CRESCENTE

Zero da função

$$x = -\frac{5}{2}$$

Coeficientes

$$a = 1$$

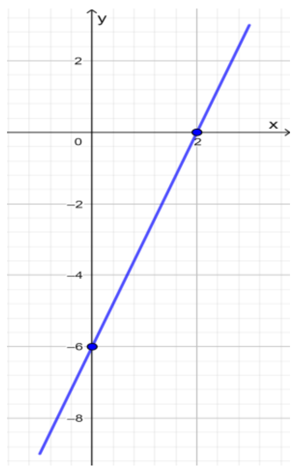
$$b = \frac{5}{2}$$

Pares ordenados

$$\left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

$$\left(1, \frac{7}{2}\right)$$

$$f(x) = 3x - 6$$



CRESCENTE

Zero da função

$$x = 2$$

Coeficientes

$$a = 3$$

$$b = -6$$

Pares ordenados

(1,-3)

(3,3)

Nível I

Nesse nível, será utilizada somente a metade do baralho, num total de trinta e seis cartas, que devem ser distribuídas da seguinte maneira: seis cartas para cada jogador, dois mortos com seis cartas cada e doze cartas no monte. O objetivo do jogo é juntar as três cartas que possuem as características de uma mesma função e baixar na mesa. O jogador que fizer mais pontos será o vencedor.

Depois de distribuídas as cartas, um dos jogadores deve iniciar o jogo, pegando uma carta do monte. Caso ele possua as três cartas com as características da função, poderá baixá-las na mesa e descartar uma carta no lixo. Caso não possua uma combinação, deve apenas descartar uma carta. O próximo jogador possui duas opções: pegar a carta descartada ou comprar uma do monte. Caso opte por pegar o lixo, o jogador deverá pegar todas as cartas, não podendo escolher apenas uma. Verificado se possui alguma combinação para baixar na mesa, ele deve descartar uma carta no lixo e o jogo continua, repetindo-se o mesmo procedimento.

Quando as cartas do jogador acabam, ele tem direito ao morto. Cada jogador tem direito somente a um morto por partida. Se as cartas do monte acabarem e o morto ainda estiver na mesa, ele deverá ir para o monte para que o jogo continue. O jogo termina quando um dos jogadores baterem ou as cartas do monte e dos mortos acabarem.

Em relação às combinações baixadas na mesa, os jogadores precisam ficar atentos e verificar se referem-se à mesma função, caso esteja incorreta, o jogador perderá pontos.

Pontuação:

Batida: 100 pontos

Morto: 100 pontos (-100 se não pegar)

Combinação de três cartas: 200 pontos

Cartas na mão: -10 pontos por carta

Combinação errada: -100 pontos

Algumas definições:

- **Morto:** é o montante de cartas que o jogador recebe quando acabam as suas cartas da mão.

- **Batida:** É quando as cartas do jogador ou da dupla acabam e não possuem direito de pegar o morto.

- Baixar o jogo: é quando o jogador tem uma combinação de três ou mais cartas e as colocam na mesa, viradas para cima, para que os outros jogadores possam vê-las.

- Lixo: é o monte que fica no centro da mesa para o descarte das cartas.

Nível II

Nesse nível serão utilizadas todas as cartas que devem ser distribuídas da seguinte maneira: nove cartas para cada jogador, dois mortos com nove cartas cada e dezoito cartas no monte. O objetivo do jogo é juntar combinações de três, quatro, cinco ou seis cartas que possuam as características de uma mesma função e baixar na mesa. A dupla que fizer mais pontos é a vencedora.

Depois de distribuídas as cartas, um dos jogadores deve iniciar o jogo, pegando uma carta do monte. Caso ele possua uma combinação de três ou mais cartas com as características da função poderá baixá-las na mesa e descartar uma carta no lixo. Caso não possua uma combinação, deve apenas descartar uma carta. O próximo jogador possui duas opções: pegar a carta descartada ou comprar uma do monte. Caso opte por pegar o lixo, o jogador deverá pegar todas as cartas, não podendo escolher apenas uma. Verificado se possui alguma combinação para baixar na mesa, ele deve descartar uma carta no lixo. Na vez do terceiro jogador, após comprar uma carta, ele poderá baixar uma combinação na mesa ou completar o jogo do seu parceiro, caso possua cartas que façam parte da combinação já baixada na mesa. Para completar um jogo já baixado, não existe um número mínimo de cartas, o jogador poderá acrescentar uma, duas ou três cartas. O mesmo procedimento vale para o quarto jogador. O jogo continua, repetindo-se o mesmo procedimento.

Quando as cartas do jogador acabam, ele tem direito ao morto. Cada dupla tem direito somente a um morto por partida. Se as cartas do monte acabarem e o morto ainda estiver na mesa, ele deverá ir para o monte para que o jogo continue. O jogo termina quando um dos jogadores bater ou as cartas do monte e dos mortos acabarem.

Em relação as combinações baixadas na mesa, os jogadores precisam ficar atentos e verificar se pertencem à mesma função, caso esteja incorreta, a dupla perderá pontos.

Pontuação:

Batida: 100 pontos

Morto: 100 pontos (-100 se não pegou)

Combinação de três cartas: 200 pontos

Combinação de quatro cartas: 250 pontos

Combinação de cinco cartas: 300 pontos

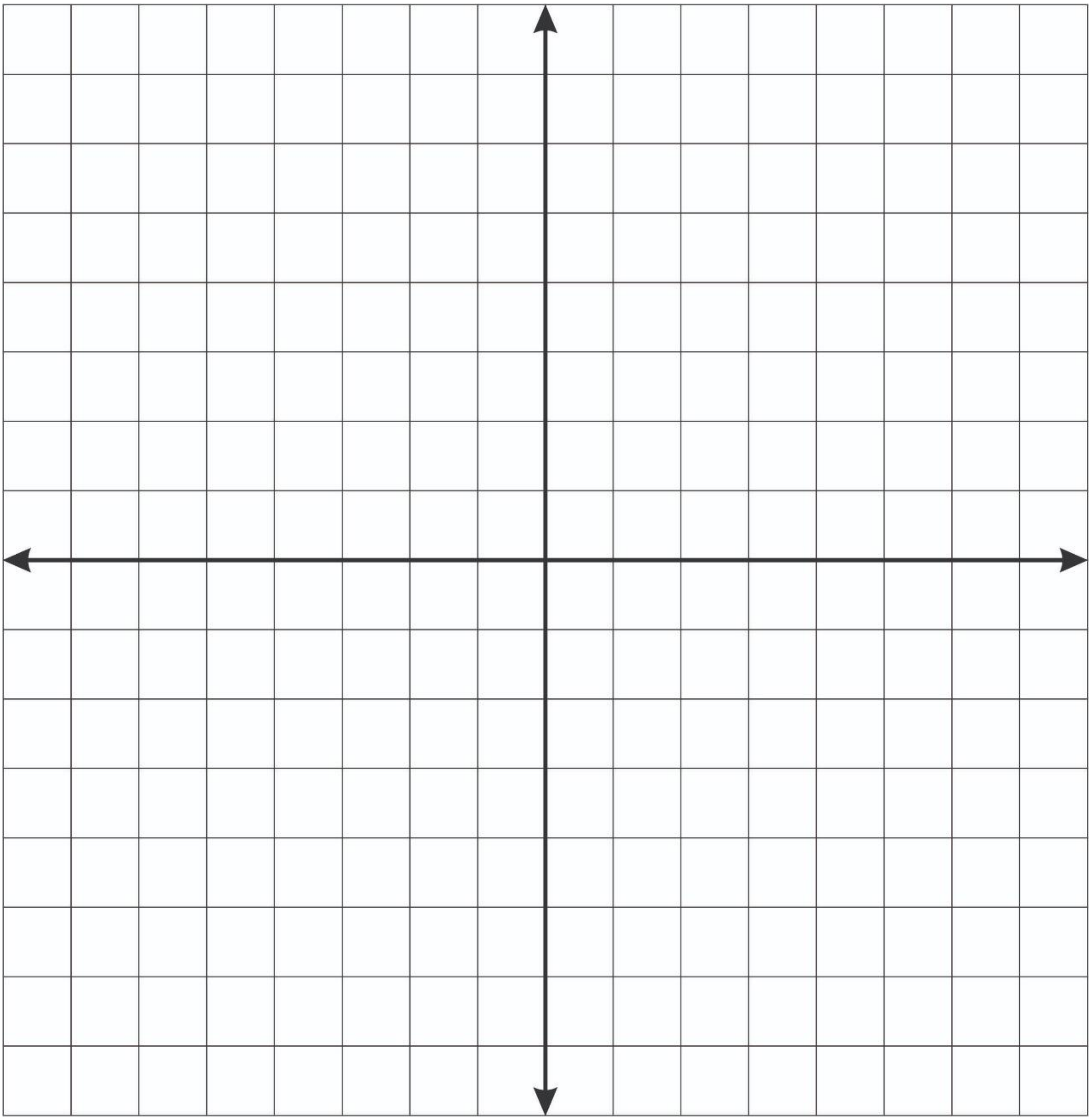
Combinação de seis cartas: 500 pontos

Cartas na mão: -10 pontos cada

Combinação errada: -100 pontos

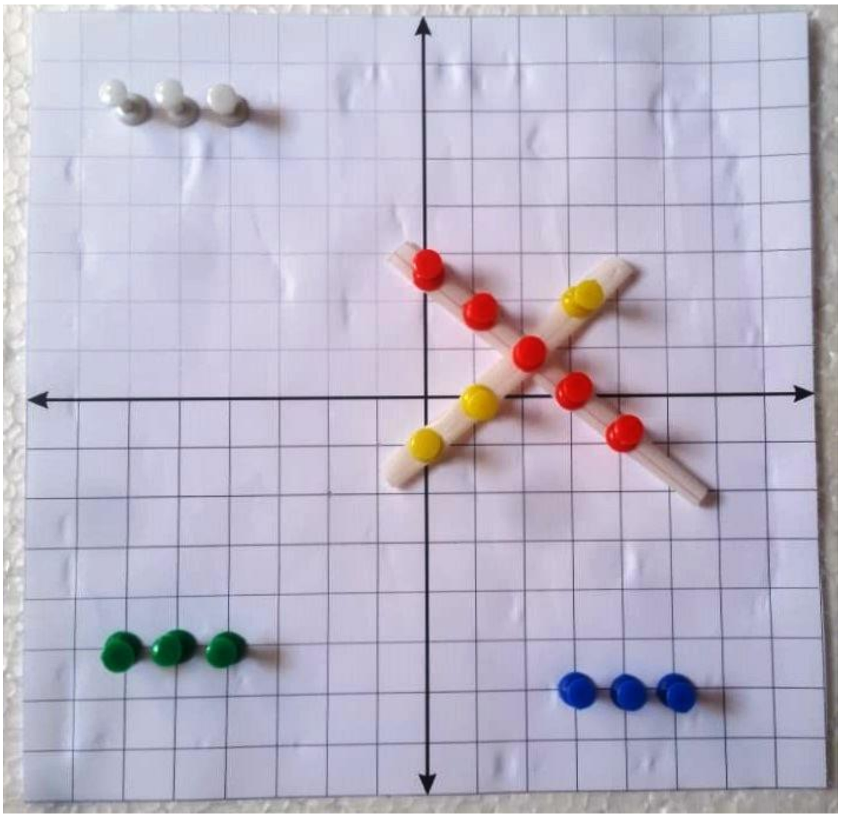
Atividade “Resolvendo problemas do cotidiano com o auxílio do Geoplano”

Serão utilizados isopor, alfinetes coloridos, canudinhos e cola. O plano cartesiano (apêndice) será impresso em folha A4, recortado e colado no isopor.



Para resolver as atividades propostas, o aluno deverá construir o gráfico, utilizando os alfinetes coloridos para representar os pontos e o canudinho a reta, conforme a figura.

Figura: Geoplano



Fonte: Acervo do pesquisador

Unidade VI

Respostas das Atividades

Atividade “A cifra de César”

1) Com o auxílio do disco e utilizando a técnica da Cifra de César, codifique a seguinte mensagem:

A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO

Resposta: D PDWHPDWLFD HVWD HP WXGR

2) Decodifique a mensagens abaixo:

JXYZIFW J FGWNW T HFRNSMT UFWF ZR KZYZWT RJQMTW

Resposta: ESTUDAR É ABRIR O CAMINHO PARA UM FUTURO MELHOR (5 CASAS)

3) Qual foi a chave para decifrar a mensagem do exercício anterior? Escreva a expressão matemática que descreve esse deslocamento.

Resposta: $f(x)= x+5$

4) Agora é a sua vez!

Troque a sua folha de resposta com outra dupla e deixe uma mensagem codificada no espaço indicado (escolha um número qualquer de deslocamentos). Será que eles vão conseguir quebrar o seu código? ☺

Mensagem Codificada	Mensagem decodificada
Resposta pessoal	

5) Considere a tabela:

0	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Utilizando a tabela dada, onde cada letra está relacionada a um número, codifique a mensagem abaixo utilizando a função cifradora f(x)= 3x+1.

VOCÊ É DO TAMANHO DOS SEUS SONHOS

Para facilitar, complete a tabela:

Letra	Número	Imagem da função $f(x) = 3x + 1$	Letra Codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 1 = 3 + 1 = 4$	D=4
E	5	$f(5) = 3.5 + 1 = 15 + 1 = 16$	P=16
O	15	$f(15) = 3.15 + 1 = 19 + 1 = 20$	T=20
U	21	$\mathrm{f}(21) = 3.21 + 1 = 11 + 1 = 12$	L=12
C	3	$f(3) = 3.3 + 1 = 9 + 1 = 10$	J=10
D	4	$f(4) = 3.4 + 1 = 12 + 1 = 13$	M=13
H	8	$f(8) = 3.8 + 1 = 24 + 1 = 25$	Y=25
M	13	$f(13) = 3.13 + 1 = 13 + 1 = 14$	N=14
N	14	$f(14) = 3.14 + 1 = 16 + 1 = 17$	Q=17
S	19	$f(19) = 3.19 + 1 = 5 + 1 = 6$	F=6
T	20	$f(20) = 3.20 + 1 = 8 + 1 = 9$	I=9
V	22	$f(22) = 3.22 + 1 = 14 + 1 = 15$	O=15

Resposta: OTJP P MT IDNDQYT MTF FPLF FTQYTF

Atividade "Modelando a conta de água"

1) Com base na tarifa cobrada pela companhia fornecedora de água, encontre uma expressão matemática para o cálculo do valor a ser pago na conta, especificando o intervalo de cada função.

Resposta: Considerando f(x) o valor a ser pago e x o volume consumido em m^3:

Residencial - Tarifa social

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}56.x + 7{,}19 \ se\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1{,}583.x + 7{,}19 \ se\ 5 < x \leq 10 \\ 3{,}255.x + 7{,}19 \ se\ 10 < x \leq 15 \\ 3{,}948.x + 7{,}19 \ se\ 15 < x \leq 20 \\ 4{,}440.x + 7{,}19 \ se\ 20 < x \leq 40 \\ 7{,}134.x + 7{,}19 \ se\ x > 40 \end{cases}$$

Residencial

$$f(x) = \begin{cases} 1{,}12.x + 15{,}97 \ se\ 0 \leq x \leq 5 \\ 3{,}165.x + 15{,}97 \ se\ 5 < x \leq 10 \\ 6{,}509.x + 15{,}97 \ se\ 10 < x \leq 15 \\ 7{,}895.x + 15{,}97 \ se\ 15 < x \leq 20 \\ 8{,}879.x + 15{,}97 \ se\ 20 < x \leq 40 \\ 14{,}267.x + 15{,}97 \ se\ x > 40 \end{cases}$$

2) Teste a expressão encontrada para o valor consumido em sua residência no último mês. O valor encontrado é o mesmo pago na conta de água?

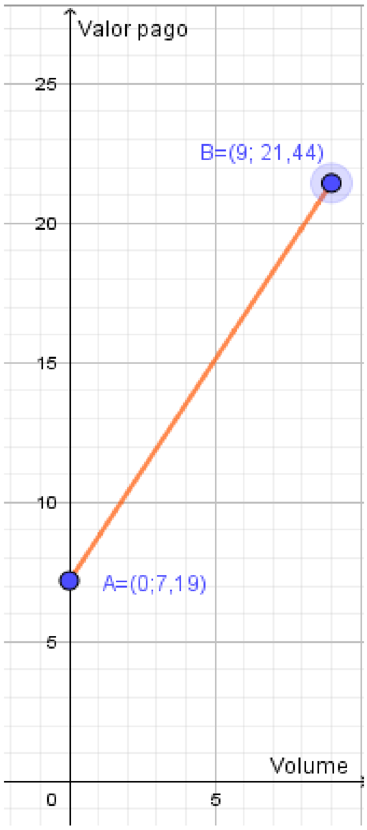
Resposta: Suponha que o volume de água consumido seja de 9 m^3 e a residência seja beneficiária do Programa de Tarifa Social:

f(9)= 1,583.9 + 7,19

f(9)= 21,437 ≅ 21,44 reais

3) Esboce o gráfico, relacionando o volume consumido de água, em m^3, com o valor pago, em reais.

Resposta:



4) O lucro de uma empresa pode ser calculado através da diferença entre a função custo e a função receita, em que a função custo calcula os gastos relacionados à produção do produto e a função receita está relacionada ao faturamento com a venda do produto. Uma empresa que fabrica uniformes possui um gasto fixo mensal de R$ 250,00 reais. O custo para fabricar cada peça é de R$ 30,00 reais. Considerando que o valor de venda de cada unidade é de R$ 55,00 reais, responda:

A função custo é dada por $c(x) = 250 + 30x$ e a função receita é dada por $r(x) = 55x$, sendo x a quantidade de peças.

a) Num mês em que são vendidas 11 peças, houve lucro ou prejuízo?
Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que o valor de $r(x)$ é maior que o valor de $c(x)$ em $x = 11$. Portanto, houve lucro.

b) Quantas peças, no mínimo, devem ser vendidas para que a empresa não tenha prejuízo?
Observando o gráfico (figura), a empresa deve vender, no mínimo, 10 peças para não ter prejuízo.

c) Calcule o valor do lucro em um mês em que são vendidas 50 peças.

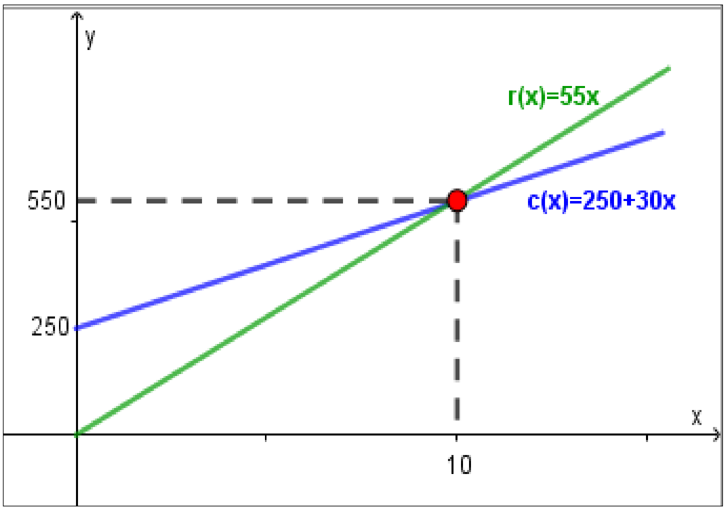
A função lucro é dada por $l(x) = r(x) - c(x)$. Substituindo os valores das funções:

$$l(x) = 55x - (250 + 30x) \;\Leftrightarrow l(x) = 25x - 250$$

Calculando o lucro quando $x = 50$, tem-se

$$l(50) = 25.50 - 250 \Leftrightarrow l(50) = 1250 - 250 \Leftrightarrow l(50) = 1000$$

Portanto, o lucro será de R$ 1.000,00 reais.



Referências Bibliográficas

[1] TAMAROZZI, Antonio Carlos. Codificando e decifrando mensagens. **Revista do Professor de Matemática**, v. 45, p. 41-43, 2001. (artigo)

[2] SINGH, Simon. **O livro dos códigos**. Editora Record, 2004. (livro)

[3] BORTOLOSSI, H. J. Pré-Cáculo. 2016. Disponível em: <http://www.professores.imuff.mat.br/hjbortol/disciplinas/2016.2/gma00116/aulas/gma00116-parte-05.pdf>. Acesso em: 14/12/2018 às 14:00.

[4] LIMA, E. L. et al. A Matemática do Ensino Médio. 9. ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. (Coleção do Professor de Matemática).

[5] IEZZI, G. et al. Matemática: ciências e aplicações. 7. ed. [S.l.]: Saraiva, 2013.

[6] SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. d. S. V. Matemática - Ensino Médio. 8. ed. [S.l.]: Saraiva, 2013.

APÊNDICE B

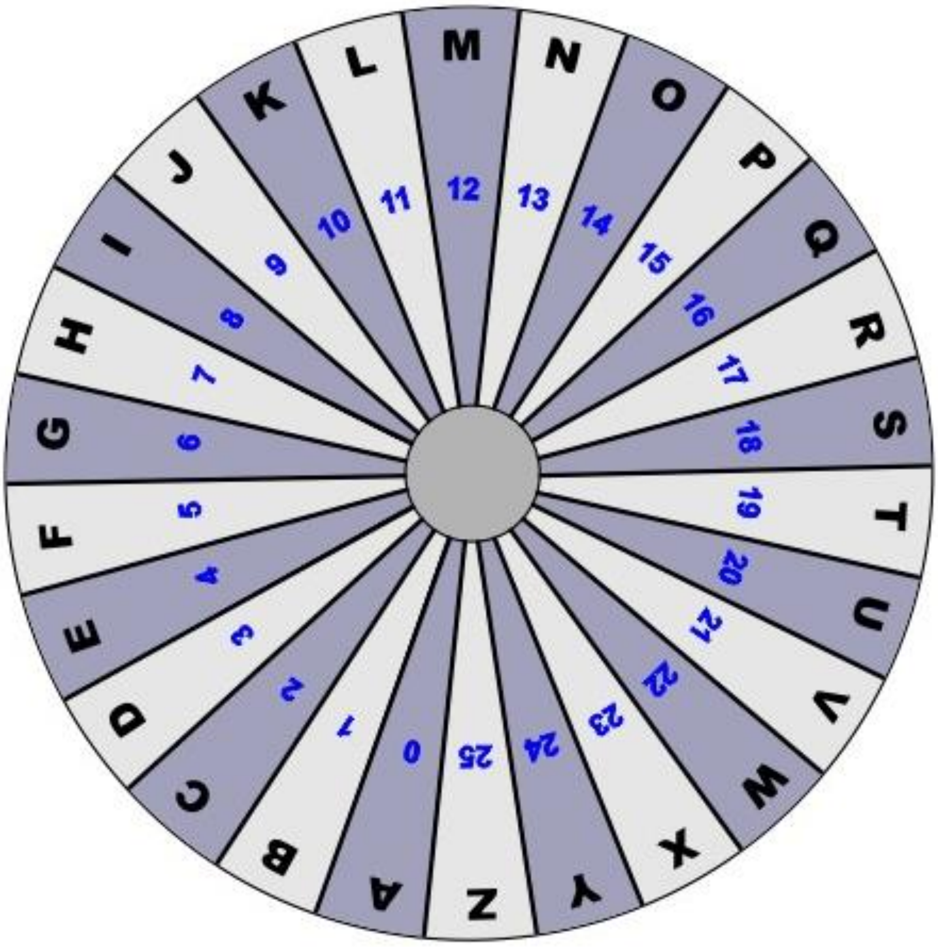
Confecção dos materiais

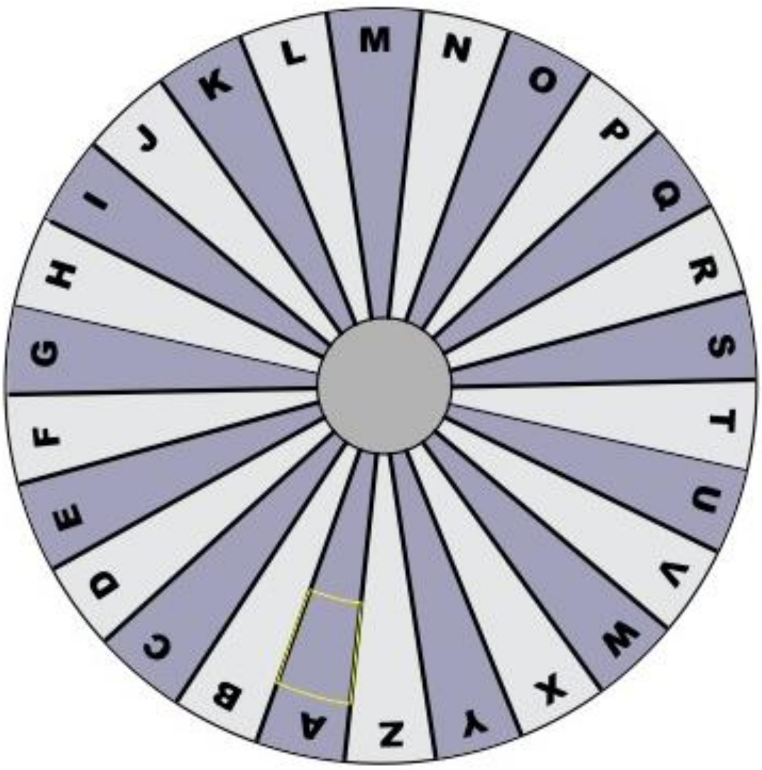
Atividade “A Cifra de César”

Serão utilizados papel cartão branco, rolha de garrafa, cola e tachinhas. Os discos serão impressos no papel cartão e recortados.

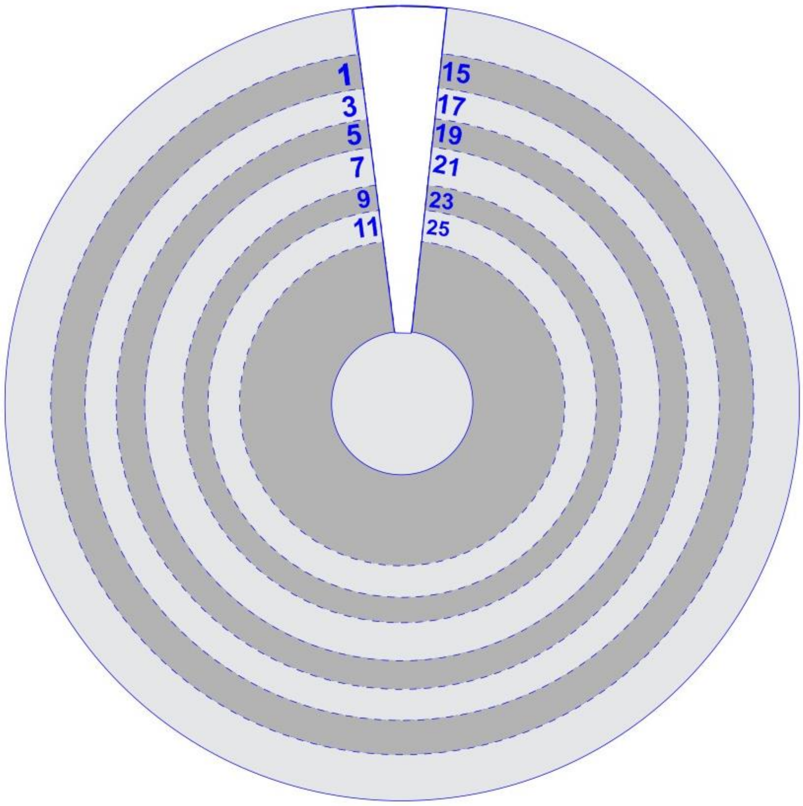
No disco da Cifra de César, o maior ficará colado na rolha. O disco menor ficará por cima, preso pela tachinha. No disco multiplicador, o que contém os números nas cores preto e vermelho ficará por baixo, colado na rolha. O disco que tem um recorte em V ficará preso a ele pela tachinha. Os discos que ficarão por cima não podem ser colados, pois eles irão girar.

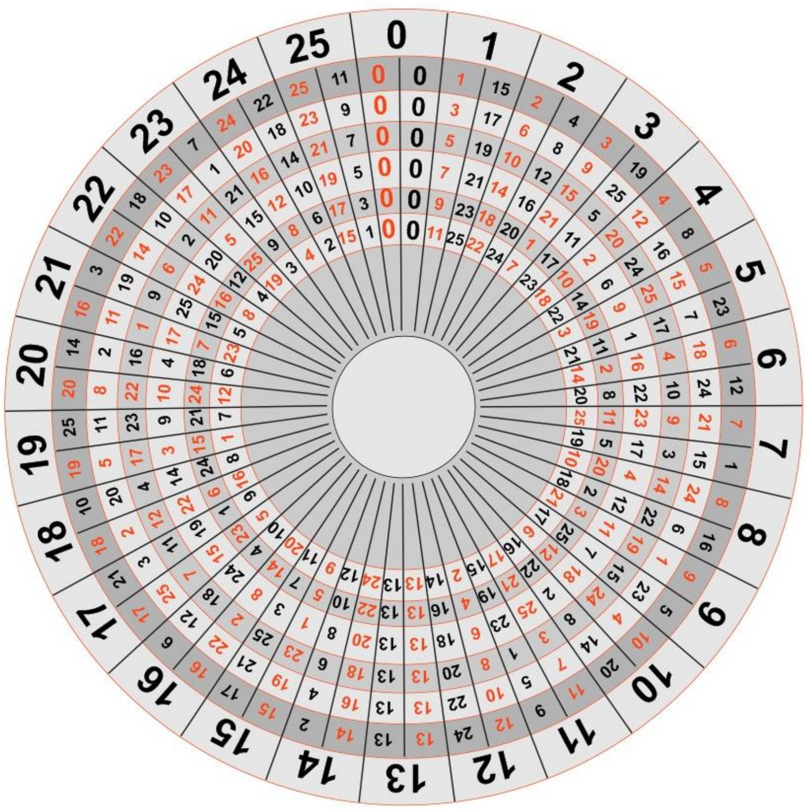
Disco Cifra de César:





Disco Multiplicador

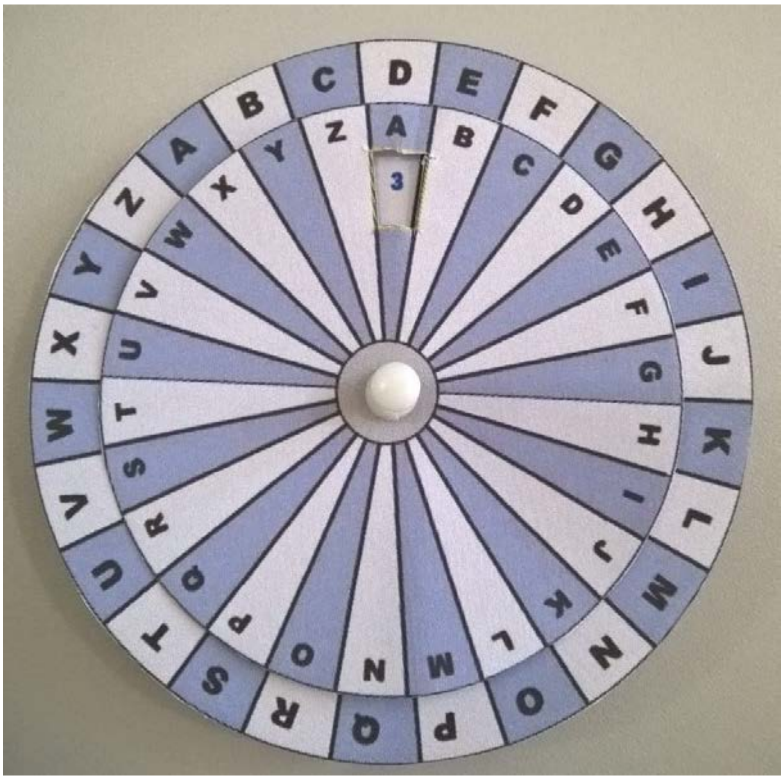




Como utilizar os discos:

O disco da Cifra de César será utilizado para codificar e decodificar uma mensagem utilizando a técnica de César. Através do quadradinho recortado no disco superior, pode ser visto o número de casas deslocadas pelo alfabeto, que vai de 0 a 25. Por exemplo, para criptografar a palavra AMOR utilizando 3 casas de deslocamento, basta posicionar o quadrado no número 3, conforme a figura, e substituir as letras do disco menor pelas letras do disco maior. A codificação seria DPRU. Para decodificar, o procedimento é contrário: substitui-se as letras do disco maior pelas letras do disco menor.

Figura: Disco da Cifra de César



Fonte: Acervo do pesquisador

O disco multiplicador será utilizado para criptografar mensagens, utilizando como chave cifradora uma Função Afim. O disco mostra o resto da divisão por 26 de uma multiplicação entre dois números. Imagine a seguinte situação:

Utilizando como chave cifradora a função $f(x) = 3x + 5$ e considerando o quadro, codifique a palavra amor.

Quadro: Posicionamento do alfabeto

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Fonte: Elaboração própria

Tabela: Exemplo de codificação

Letra	Posição no alfabeto	$f(x) = 3x + 5$	Letra codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 5 = 3 + 5 = 8$	H=8
M	13	$f(13) = 3.13 + 5 = 39 + 5 = 44$	?
O	15	$f(15) = 3.15 + 5 = 45 + 5 = 50$	?
R	18	$f(18) = 3.18 + 5 = 54 + 5 = 59$	?

Fonte: Elaboração própria

De acordo com a tabela, observa-se que a letra A deve ser substituída pela letra que está na oitava posição no alfabeto, ou seja, pela letra H. E a letra M, deveria ser substituída por qual letra? Para responder a essa pergunta, o aluno deveria dividir 44 por 26 para obter o resto, cujo resultado é 18. Imaginando o alfabeto como disposto no primeiro disco, o disco menor daria uma volta completa e pararia no número equivalente ao resto. Isso significa que o número de voltas completas não interessa, pois é o resto que dará a posição final para a codificação.

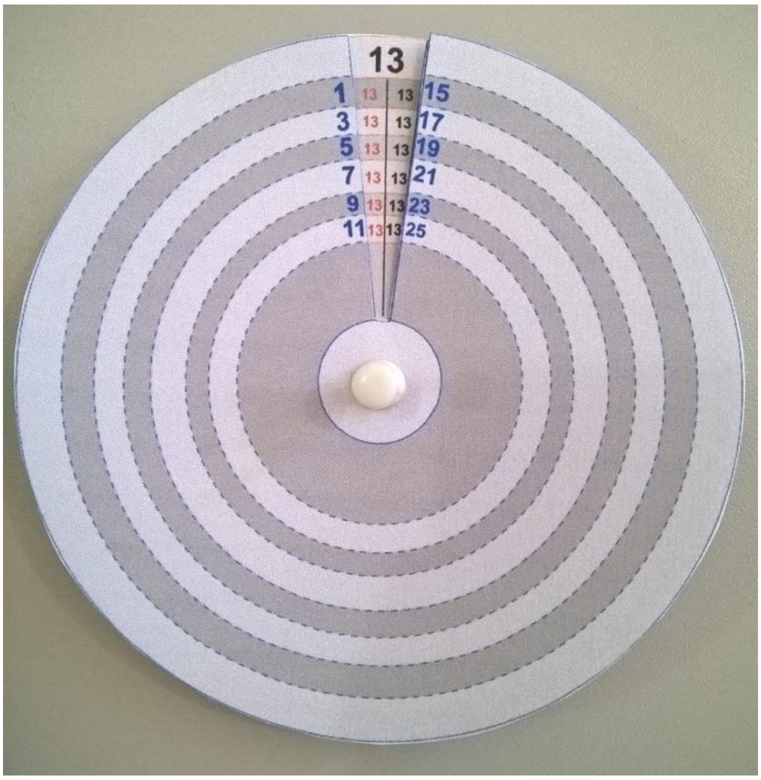
Como o disco multiplicador facilitaria esse processo? O aluno não teria que fazer essa divisão, evitando que o processo se torne longo e trabalhoso. O disco já apresenta o resto da divisão. Observe como seria a codificação na tabela:

Tabela: Exemplo de codificação utilizando o disco multiplicador

Letra	Posição no alfabeto	$f(x) = 3x + 5$	Letra Codificada
A	1	$f(1) = 3.1 + 5 = 3 + 5 = 8$	H=8
M	13	$f(13) = 3.13 + 5 = 13 + 5 = 18$	R=18
O	15	$f(15) = 3.15 + 5 = 19 + 5 = 24$	X=24
R	18	$f(18) = 3.18 + 5 = 2 + 5 = 7$	G=7

Para realizar a multiplicação, basta posicionar o disco superior com o número que se deseja realizar a multiplicação, localizado no disco inferior. Por exemplo, para realizar a multiplicação entre os números 3 e 13, basta posicionar o disco de acordo com a figura:

Figura: Exemplo de multiplicação utilizando o disco



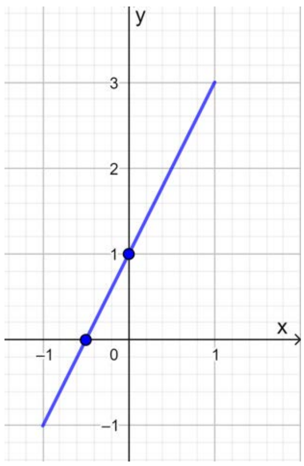
Fonte: Acervo do pesquisador

Portanto, a codificação da palavra AMOR, utilizando-se a função cifradora $f(x) = 3x + 5$, é HRXG.

Jogo Tranca Afim

O baralho deve ser impresso em papel cartão branco e recortado.

$f(x) = 2x + 1$



CRESCENTE

Zero da função

$x = \frac{1}{2}$

Coeficientes

$a = 2$

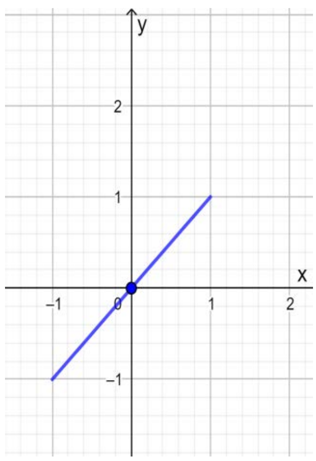
$b = 1$

Pares ordenados

$(1, 3)$

$(-1, -1)$

$f(x) = x$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = 1$

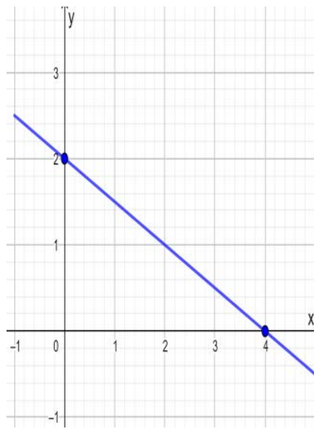
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, 1)$

$(-1, -1)$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 4$

Coeficientes

$a = -\frac{1}{2}$

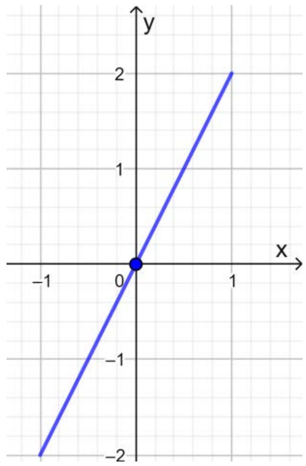
$b = 2$

Pares ordenados

$(2, 1)$

$(0, 2)$

$$f(x) = 2x$$



CRESCENTE

Zero da função

$$x = 0$$

Coeficientes

$$a = 2$$

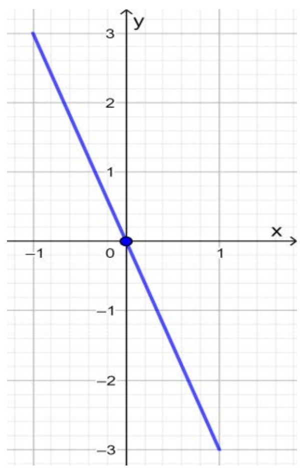
$$b = 0$$

Pares ordenados

$$(1, 2)$$

$$(-1, -2)$$

$$f(x) = -3x$$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = -3$

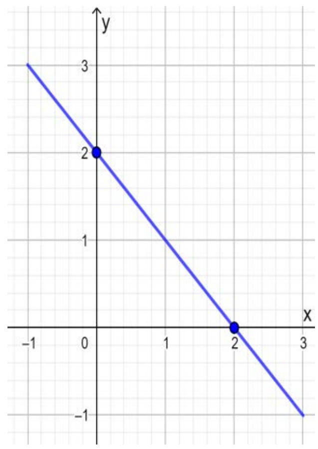
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, -3)$

$(-1, 3)$

$f(x) = -x + 2$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 2$

Coeficientes

$a = -1$

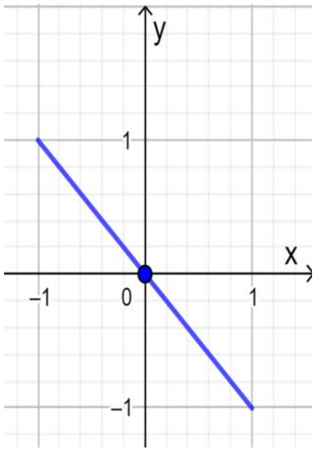
$b = 2$

Pares ordenados

$(-1, 3)$

$(1, 1)$

$f(x) = -x$



DECRESCENTE

Zero da função

$x = 0$

Coeficientes

$a = -1$

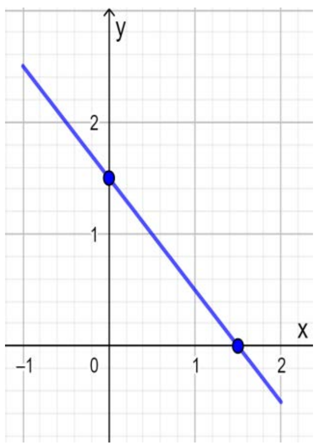
$b = 0$

Pares ordenados

$(1, -1)$

$(-1, 1)$

$f(x) = -x + \frac{3}{2}$



DECRESCENTE

Zero da função

$$x = \frac{3}{2}$$

Coeficientes

$$a = -1$$

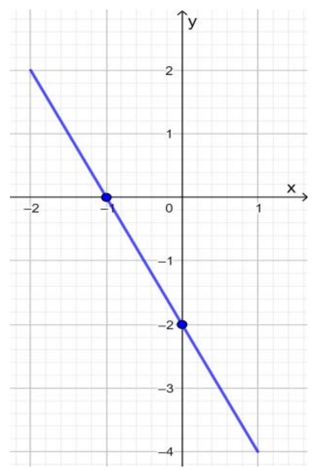
$$b = \frac{3}{2}$$

Pares ordenados

$$(1, \frac{1}{2})$$

$$(0, \frac{3}{2})$$

$$f(x) = -2x - 2$$



DECRESCENTE

Zero da função

$$x = -1$$

Coeficientes

$$a = -2$$

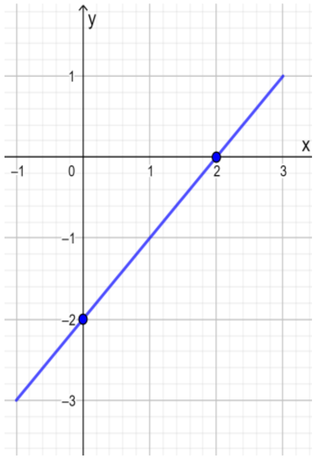
$$b = -2$$

Pares ordenados

$$(1, -4)$$

$$(-2, 2)$$

$f(x) = x - 2$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 2$

Coeficientes

$a = 1$

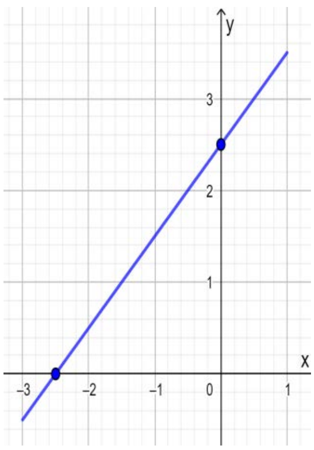
$b = -2$

Pares ordenados

$(1, -1)$

$(3, 1)$

$f(x) = x + \frac{5}{2}$



CRESCENTE

Zero da função

$x = -\frac{5}{2}$

Coeficientes

$a = 1$

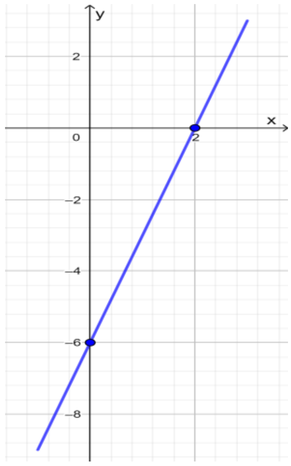
$b = \frac{5}{2}$

Pares ordenados

$(-1, \frac{3}{2})$

$(1, \frac{7}{2})$

$f(x) = 3x - 6$



CRESCENTE

Zero da função

$x = 2$

Coeficientes

$a = 3$

$b = -6$

Pares ordenados

(1,-3)

(3,3)

Nível I

Nesse nível, será utilizada somente a metade do baralho, num total de trinta e seis cartas, que devem ser distribuídas da seguinte maneira: seis cartas para cada jogador, dois mortos com seis cartas cada e doze cartas no monte. O objetivo do jogo é juntar as três cartas que possuem as características de uma mesma função e baixar na mesa. O jogador que fizer mais pontos será o vencedor.

Depois de distribuídas as cartas, um dos jogadores deve iniciar o jogo, pegando uma carta do monte. Caso ele possua as três cartas com as características da função, poderá baixá-las na mesa e descartar uma carta no lixo. Caso não possua uma combinação, deve apenas descartar uma carta. O próximo jogador possui duas opções: pegar a carta descartada ou comprar uma do monte. Caso opte por pegar o lixo, o jogador deverá pegar todas as cartas, não podendo escolher apenas uma. Verificado se possui alguma combinação para baixar na mesa, ele deve descartar uma carta no lixo e o jogo continua, repetindo-se o mesmo procedimento.

Quando as cartas do jogador acabam, ele tem direito ao morto. Cada jogador tem direito somente a um morto por partida. Se as cartas do monte acabarem e o morto ainda estiver na mesa, ele deverá ir para o monte para que o jogo continue. O jogo termina quando um dos jogadores baterem ou as cartas do monte e dos mortos acabarem.

Em relação às combinações baixadas na mesa, os jogadores precisam ficar atentos e verificar se referem-se à mesma função, caso esteja incorreta, o jogador perderá pontos.

Pontuação:

Batida: 100 pontos

Morto: 100 pontos (-100 se não pegar)

Combinação de três cartas: 200 pontos

Cartas na mão: -10 pontos por carta

Combinação errada: -100 pontos

Algumas definições:

- **Morto:** é o montante de cartas que o jogador recebe quando acabam as suas cartas da mão.

- **Batida:** É quando as cartas do jogador ou da dupla acabam e não possuem direito de pegar o morto.

- Baixar o jogo: é quando o jogador tem uma combinação de três ou mais cartas e as colocam na mesa, viradas para cima, para que os outros jogadores possam vê-las.

- Lixo: é o monte que fica no centro da mesa para o descarte das cartas.

Nível II

Nesse nível serão utilizadas todas as cartas que devem ser distribuídas da seguinte maneira: nove cartas para cada jogador, dois mortos com nove cartas cada e dezoito cartas no monte. O objetivo do jogo é juntar combinações de três, quatro, cinco ou seis cartas que possuam as características de uma mesma função e baixar na mesa. A dupla que fizer mais pontos é a vencedora.

Depois de distribuídas as cartas, um dos jogadores deve iniciar o jogo, pegando uma carta do monte. Caso ele possua uma combinação de três ou mais cartas com as características da função poderá baixá-las na mesa e descartar uma carta no lixo. Caso não possua uma combinação, deve apenas descartar uma carta. O próximo jogador possui duas opções: pegar a carta descartada ou comprar uma do monte. Caso opte por pegar o lixo, o jogador deverá pegar todas as cartas, não podendo escolher apenas uma. Verificado se possui alguma combinação para baixar na mesa, ele deve descartar uma carta no lixo. Na vez do terceiro jogador, após comprar uma carta, ele poderá baixar uma combinação na mesa ou completar o jogo do seu parceiro, caso possua cartas que façam parte da combinação já baixada na mesa. Para completar um jogo já baixado, não existe um número mínimo de cartas, o jogador poderá acrescentar uma, duas ou três cartas. O mesmo procedimento vale para o quarto jogador. O jogo continua, repetindo-se o mesmo procedimento.

Quando as cartas do jogador acabam, ele tem direito ao morto. Cada dupla tem direito somente a um morto por partida. Se as cartas do monte acabarem e o morto ainda estiver na mesa, ele deverá ir para o monte para que o jogo continue. O jogo termina quando um dos jogadores bater ou as cartas do monte e dos mortos acabarem.

Em relação as combinações baixadas na mesa, os jogadores precisam ficar atentos e verificar se pertencem à mesma função, caso esteja incorreta, a dupla perderá pontos.

Pontuação:

Batida: 100 pontos

Morto: 100 pontos (-100 se não pegou)

Combinação de três cartas: 200 pontos

Combinação de quatro cartas: 250 pontos

Combinação de cinco cartas: 300 pontos

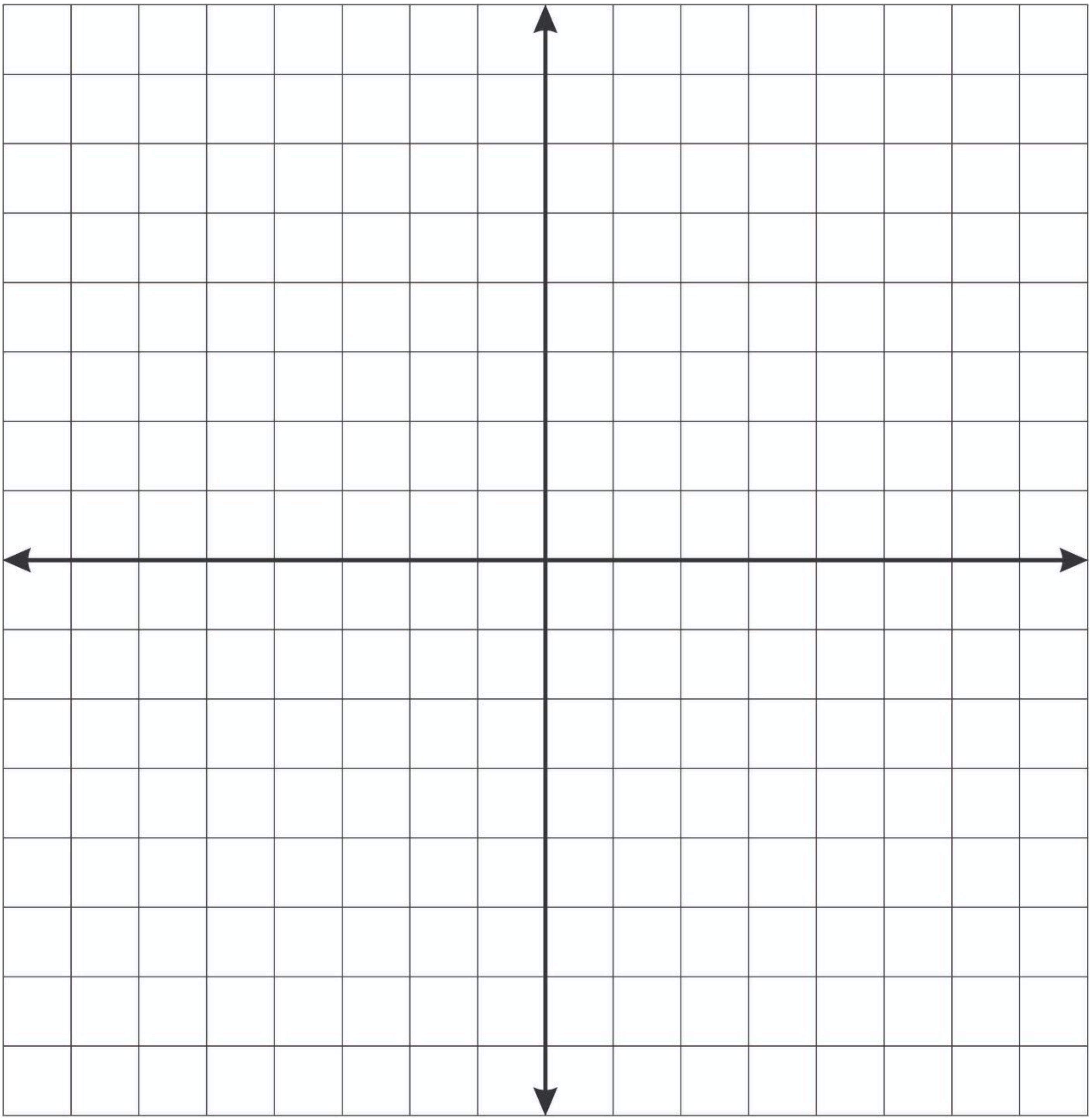
Combinação de seis cartas: 500 pontos

Cartas na mão: -10 pontos cada

Combinação errada: -100 pontos

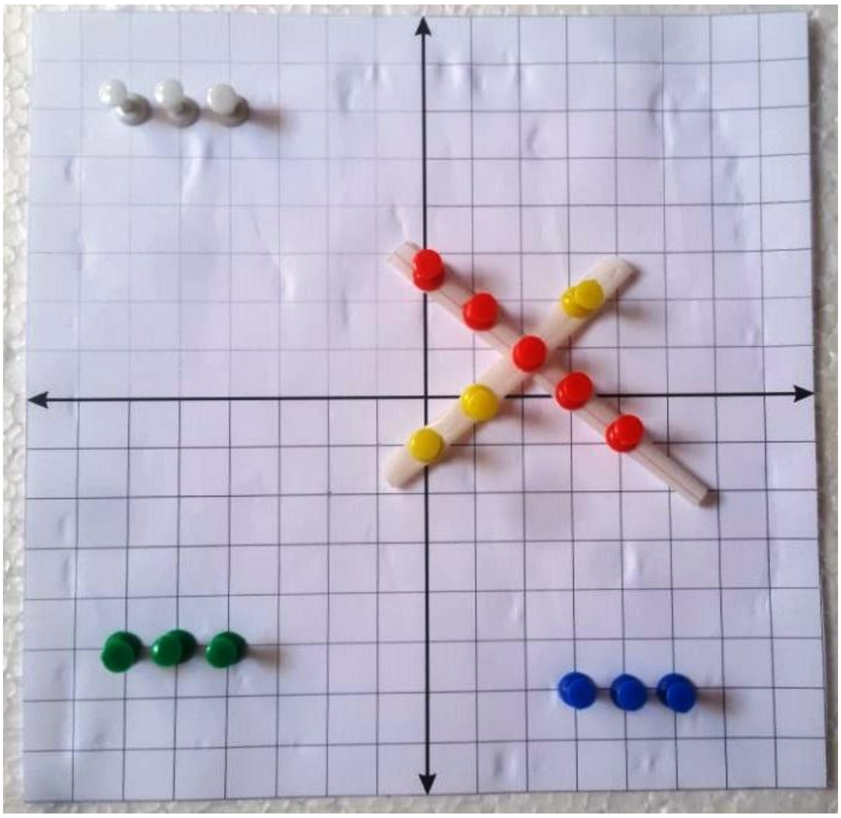
Atividade "Resolvendo problemas do cotidiano com o auxílio do Geoplano"

Serão utilizados isopor, alfinetes coloridos, canudinhos e cola. O plano cartesiano (apêndice) será impresso em folha A4, recortado e colado no isopor.



Para resolver as atividades propostas, o aluno deverá construir o gráfico, utilizando os alfinetes coloridos para representar os pontos e o canudinho a reta, conforme a figura.

Figura: Geoplano



Fonte: Acervo do pesquisador

APÊNDICE C

Folhas de atividades com respostas

Atividade "A cifra de César"

1) Com o auxílio do disco e utilizando a técnica da Cifra de César, codifique a seguinte mensagem:

A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO

Resposta: D PDWHPDWLFD HVWD HP WXGR

2) Decodifique a mensagens abaixo:

JXYZIFW J FGWNW T HFRNSMT UFWF ZR KZYZWT RJQMTW

Resposta: ESTUDAR É ABRIR O CAMINHO PARA UM FUTURO MELHOR (5 CASAS)

3) Qual foi a chave para decifrar a mensagem do exercício anterior? Escreva a expressão matemática que descreve esse deslocamento.

Resposta: $f(x)= x+5$

4) Agora é a sua vez!

Troque a sua folha de resposta com outra dupla e deixe uma mensagem codificada no espaço indicado (escolha um número qualquer de deslocamentos). Será que eles vão conseguir quebrar o seu código? ☺

Mensagem Codificada	Mensagem decodificada
Resposta pessoal	

5) Considere a tabela:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Utilizando a tabela dada, onde cada letra está relacionada a um número, codifique a mensagem abaixo utilizando a função cifradora f(x)= 3x+1.

VOCÊ É DO TAMANHO DOS SEUS SONHOS

Para facilitar, complete a tabela:

Letra	Número	Imagem da função f(x)=3x+1	Letra Codificada
A	1	f(1)=3.1+1=3+1=4	D=4
E	5	f(5)=3.5+1=15+1=16	P=16
O	15	f(15)=3.15+1=19+1=20	T=20
U	21	f(21)=3.21+1=11+1=12	L=12
C	3	f(3)=3.3+1=9+1=10	J=10
D	4	f(4)=3.4+1=12+1=13	M=13
H	8	f(8)=3.8+1=24+1=25	Y=25
M	13	f(13)=3.13+1=13+1=14	N=14
N	14	f(14)=3.14+1=16+1=17	Q=17
S	19	f(19)=3.19+1=5+1=6	F=6
T	20	f(20)=3.20+1=8+1=9	I=9
V	22	f(22)=3.22+1=14+1=15	O=15

Resposta: OTJP P MT IDNDQYT MTF FPLF FTQYTF

Atividade “Modelando a conta de água”

1) Com base na tarifa cobrada pela companhia fornecedora de água, encontre uma expressão matemática para o cálculo do valor a ser pago na conta, especificando o intervalo de cada função.

Resposta: Considerando f(x) o valor a ser pago e x o volume consumido em m^3:

Residencial - Tarifa social

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}56.x + 7{,}19 \; se \; 0 \leq x \leq 5 \\ 1{,}583.x + 7{,}19 \; se \; 5 < x \leq 10 \\ 3{,}255.x + 7{,}19 \; se \; 10 < x \leq 15 \\ 3{,}948.x + 7{,}19 \; se \; 15 < x \leq 20 \\ 4{,}440.x + 7{,}19 \; se \; 20 < x \leq 40 \\ 7{,}134.x + 7{,}19 \; se \; x > 40 \end{cases}$$

Residencial

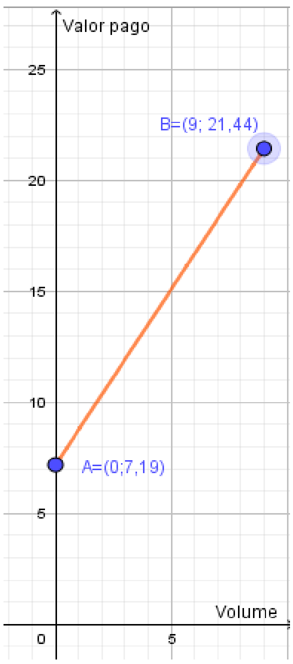
$$f(x) = \begin{cases} 1{,}12.x + 15{,}97 \; se \; 0 \leq x \leq 5 \\ 3{,}165.x + 15{,}97 \; se \; 5 < x \leq 10 \\ 6{,}509.x + 15{,}97 \; se \; 10 < x \leq 15 \\ 7{,}895.x + 15{,}97 \; se \; 15 < x \leq 20 \\ 8{,}879.x + 15{,}97 \; se \; 20 < x \leq 40 \\ 14{,}267.x + 15{,}97 \; se \; x > 40 \end{cases}$$

2) Teste a expressão encontrada para o valor consumido em sua residência no último mês. O valor encontrado é o mesmo pago na conta de água?

Resposta: Suponha que o volume de água consumido seja de 9 m^3 e a residência seja beneficiária do Programa de Tarifa Social:
f(9)= 1,583.9 + 7,19
f(9)= 21,437 ≅ 21,44 reais

3) Esboce o gráfico, relacionando o volume consumido de água, em m^3, com o valor pago, em reais.

Resposta:



4) Suponha que você e seus familiares adotaram algumas medidas para economizar água e o volume total teve uma redução de 10%. Qual seria o valor a ser pago no final do mês?

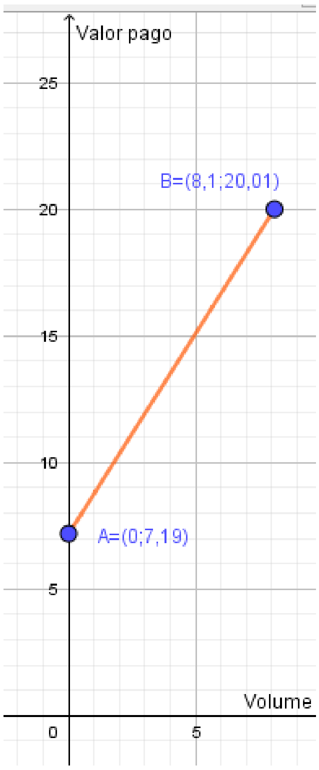
Resposta: Supondo que o consumo seja de 9 m^3 e tenha uma redução de 10%, o novo valor consumido é de 8,1 m^3.

f(8,1)= 1,583.8,1 + 7,19

f(8,1)= 20,0123 ≅ 20,01 reais

5) Esboce o gráfico, relacionando o novo valor consumido de água, em m^3, com o valor pago, em reais.

Resposta:



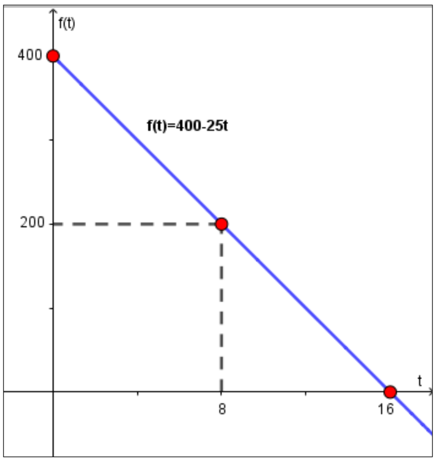
6) Comparando os dois gráficos, o ponto inicial é o mesmo? Como você explica esse fato?

Resposta: Sim, pois o ponto inicial corresponde ao valor da taxa fixa, que não sofre alteração com a redução do consumo.

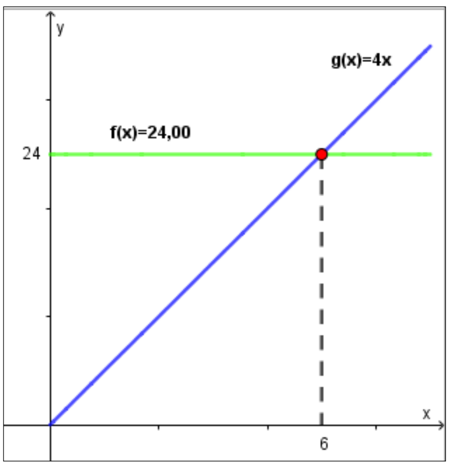
Atividade “Resolvendo problemas do cotidiano com o auxílio do Geoplano”

1) Uma caixa d’água com capacidade de 400 litros está com um vazamento, desperdiçando 25 litros de água por hora.

a) Em quanto tempo a caixa estará pela metade? 8 horas
b) Em quanto tempo a caixa d’água estará completamente vazia? 16 horas
c) Depois de 6 horas, qual o volume de água dentro da caixa d’água? 250 litros



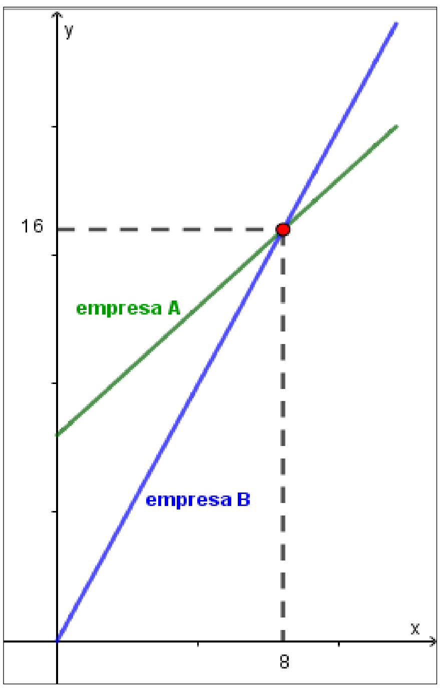
2) Uma pizzaria oferece rodízio pelo valor de R$ 24,00 reais de segunda a sexta. Porém, alguns clientes não optam pelo rodízio, alegando que comem poucos pedaços e o valor não compensaria. Pedindo uma pizza inteira, cada pedaço sai por R$ 4,00 reais. A partir de quantos pedaços é mais vantajoso pagar o rodízio? A partir de 6 pedaços.



3) Duas empresas de táxi possuem valores diferentes para a cobrança de uma corrida. A empresa A cobra R$ 8 reais pela bandeirada e R$ 1,00 real por quilômetro rodado. A empresa B cobra R$ 2,00 reais por quilômetro rodado e não cobra a bandeirada. Com base nesses dados, marque V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas, justificando-as.

A lei que modela o problema é dada por:
Empresa A: $f(x) = 8 + x$
Empresa B: $g(x) = 2x$

(F) Para uma corrida de 7 km, a empresa A é a mais vantajosa.
Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que o valor de $g(x)$ no ponto $x = 7$ da empresa B é menor que o valor de $f(x)$ da empresa A no mesmo ponto. Portanto, a empresa B é a mais vantajosa.
(F) Para uma corrida de 10 km, a empresa B é a mais vantajosa.
Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que o valor de $f(x)$ no ponto $x = 10$ da empresa A é menor que o valor de $g(x)$ da empresa B no mesmo ponto. Portanto, a empresa A é a mais vantajosa.
(V) Para uma viagem de 8 km, o valor pago nas duas empresas será igual.
Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que o ponto de interseção ocorre em $x = 8$. Portanto, o valor nas duas empresas será igual.
(V) A partir de 8 km a empresa A é sempre mais vantajosa.
Observando o gráfico (figura), pode-se perceber que os valores de $f(x)$ da empresa A são menores que os valores $g(x)$ da empresa B a partir de $x = 8$. Portanto, a partir desse ponto a empresa A é a mais vantajosa.



4) O lucro de uma empresa pode ser calculado através da diferença entre a função custo e a função receita, em que a função custo calcula os gastos relacionados à produção do produto e a função receita está relacionada ao faturamento com a venda do produto. Uma empresa que fabrica uniformes possui um gasto fixo mensal de R$ 250,00 reais. O custo para fabricar cada peça é de R$ 30,00 reais. Considerando que o valor de venda de cada unidade é de R$ 55,00 reais, responda:

A função custo é dada por $c(x) = 250 + 30x$ e a função receita é dada por $r(x) = 55x$, sendo x a quantidade de peças.

a) Num mês em que são vendidas 11 peças, houve lucro ou prejuízo? Observando o gráfico (figura), pode-se concluir que o valor de $r(x)$ é maior que o valor de $c(x)$ em $x = 11$. Portanto, houve lucro.

b) Quantas peças, no mínimo, devem ser vendidas para que a empresa não tenha prejuízo? Observando o gráfico (figura), a empresa deve vender, no mínimo, 10 peças para não ter prejuízo.

c) Calcule o valor do lucro em um mês em que são vendidas 50 peças.

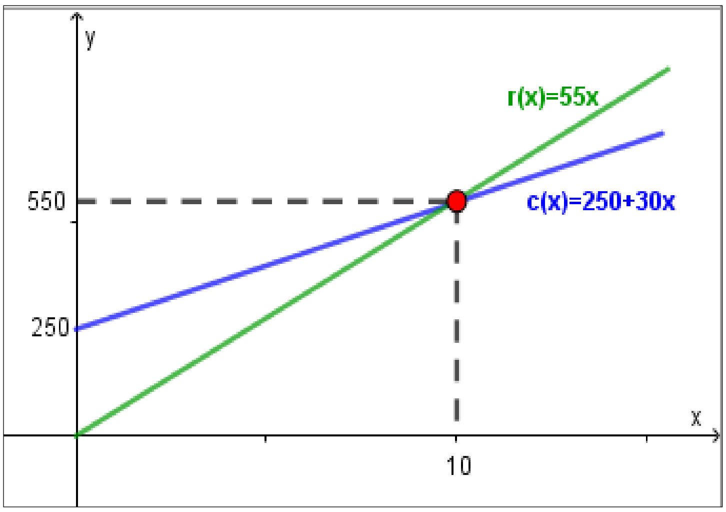
A função lucro é dada por $l(x) = r(x) - c(x)$. Substituindo os valores das funções:

$$l(x) = 55x - (250 + 30x) \Leftrightarrow l(x) = 25x - 250$$

Calculando o lucro quando $x = 50$, tem-se

$$l(50) = 25.50 - 250 \Leftrightarrow l(50) = 1250 - 250 \Leftrightarrow l(50) = 1000$$

Portanto, o lucro será de R$ 1.000,00 reais.



APÊNDICE D

Questionário para Professores de Matemática da Rede Básica de Ensino

Questionário para professores do 1º Ano do Ensino Médio

Caro professor de Matemática, estamos pesquisando quais são as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no aprendizado da Função Afim e quais os recursos didáticos que podem auxiliar nesse processo. Agradecemos sua colaboração preenchendo esse formulário.

*Obrigatório

1. **Sexo:** *
   Marcar apenas uma oval.
   - Feminino
   - Masculino

2. **Tempo de magistério:** *

3. **Graduação:** *
   Marcar apenas uma oval.
   - Matemática
   - Ciências
   - Outra:

4. **Pós Graduação:** *
   Marcar apenas uma oval.
   - Não possui
   - Especialização
   - Mestrado
   - Doutorado

5. **Rede de ensino que atua:** *
   Marcar tudo o que for aplicável.
   - Pública Estadual
   - Pública Federal
   - Privada

6. **Estado** *

7. **Trabalha ou já trabalhou com o tema Função Afim?** *
   Marcar apenas uma oval.
   - Sim
   - Não *Pare de preencher este formulário.*

Questionário para professores do 1º Ano do Ensino Médio

8. **Trabalhou com o conteúdo por quanto tempo?** *
Marcar apenas uma oval.

- Menos de 1 ano
- Entre 1 e 3 anos
- Entre 4 e 6 anos
- Entre 7 e 9 anos
- Mais de 10 anos

9. **Você utiliza o livro didático em sala de aula?** *
Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não
- Às vezes

10. **Para preparar suas aulas, utiliza quais instrumentos?** *
Marcar tudo o que for aplicável.

- [ ] Livro didático
- [ ] Outros livros
- [ ] Jornais e revistas
- [ ] Internet
- [ ] Vídeos
- [ ] Outra: ______________________

11. **Tem conhecimento das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio para o ensino da matemática?** *
Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

12. **No planejamento das aulas, leva em consideração essas recomendações?** *
Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Às vezes
- Raramente
- Nunca

13. **Quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no aprendizado da Função Afim?** *
Marcar tudo o que for aplicável.

- [ ] Análise de gráficos
- [ ] Construção de gráficos
- [ ] Identificar domínio e imagem
- [ ] Identificar o zero da função
- [ ] Estabelecer relações de dependência entre as variáveis
- [ ] Manipulação algébrica da equação
- [ ] Calcular o valor da função em um ponto
- [ ] Não apresentam dificuldades
- [ ] Outra: ____________________

14. **Quando é proposta uma situação-problema, os alunos conseguem encontrar a expressão algébrica para a sua resolução?** *
Marcar apenas uma oval.

- ( ) Sempre
- ( ) Às vezes
- ( ) Raramente
- ( ) Nunca

15. **Conseguem relacionar o tema a problemas do cotidiano?** *
Marcar apenas uma oval.

- ( ) Sempre
- ( ) Às vezes
- ( ) Raramente
- ( ) Nunca

16. **O livro didático trata o tema de forma contextualizada ?** *
Marcar apenas uma oval.

- ( ) Sim
- ( ) Não
- ( ) Às vezes

17. **A maioria dos exercícios propostos pelo livro são:** *
Marcar apenas uma oval.

- ( ) Teóricos
- ( ) Contextualizados
- ( ) Relacionados ao cotidiano do aluno
- ( ) Outra: ____________________

18. **Dentre os recursos didáticos listados, quais você utiliza para auxiliar no aprendizado da Função Afim?** *

Marcar tudo o que for aplicável.

- [ ] Atividades lúdicas
- [ ] Atividades com material concreto
- [ ] Problemas relacionados ao cotidiano
- [ ] Uso das Novas Tecnologias
- [ ] Modelagem matemática
- [ ] Nenhuma das opções
- [ ] Outra: ____________________

19. **Quais vantagens você vê no uso desses recursos?** *

Marcar tudo o que for aplicável.

- [ ] Construção mais rápida do conhecimento
- [ ] Motivação por parte dos alunos
- [ ] Não vejo vantagens
- [ ] Outra: ____________________

APÊNDICE E

Questionário Oficina

*Prezado, através desse questionário você avaliará a oficina **O Ensino da Função Afim Através da Criptografia e de Jogos**. Preenchendo este questionário, você autoriza a utilização de suas respostas em minha dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), sendo garantido o anonimato.*

Questionário

Primeira Atividade – A Cifra de César

1) O uso da História da Matemática é um bom motivador para a realização das atividades?
☐ Sim
☐ Não
☐ Não sei responder

2) O material concreto utilizado facilitou a realização das atividades?
☐ Muito
☐ Pouco
☐ Não
☐ Não sei responder

3) Você teve dificuldade em manusear os discos criptográficos?
☐ Muito (Responder a questão 3.1)
☐ Pouco (Responder a questão 3.1)
☐ Não
☐ Não sei responder

3.1) Qual foi a sua maior dificuldade?
____
____

4) A atividade seria realizada de forma mais eficaz individualmente ou em dupla?
☐ Individual
☐ Dupla
☐ Das duas formas
☐ Não sei responder

5) Como essa atividade contribuiu para o aprendizado da Função Afim?
☐ Despertou o interesse pelo tema
☐ Tornou o aprendizado mais prazeroso
☐ Não contribuiu
Outro: ________________________________

6) Como futuro professor de matemática, você utilizaria essas atividades com os seus alunos?
- ☐ Sim, pois iria auxiliar no ensino do tema
- ☐ Não, pois não vi vantagens
- ☐ Não sei responder

Segunda Atividade- Tranca Afim

7) Sentiu dificuldade no jogo?
- ☐ Muito
- ☐ Pouco
- ☐ Não
- ☐ Não sei responder

8) As regras estavam claras?
- ☐ Sim
- ☐ Não
- ☐ Não sei responder

9) No que esse jogo poderia ser melhorado?
- ☐ Diminuir o nº de funções
- ☐ Aumentar o nº de funções
- ☐ Diminuir o nº de características
- ☐ Aumentar o nº de características
- ☐ Não precisa melhorar

Outro: ___________________________________

10) Como esse jogo contribuiu para o aprendizado da Função Afim?
- ☐ Despertou o interesse pelo tema
- ☐ Tornou o aprendizado mais prazeroso
- ☐ Não contribuiu

Outro: __________________________________

11) Como futuro professor de matemática, você utilizaria esse jogo com os seus alunos?
- ☐ Sim, pois iria auxiliar no ensino do tema
- ☐ Não, pois não vi vantagens
- ☐ Não sei responder

Deixe a sua sugestão, comentário ou crítica sobre essa oficina.

Obrigada pela participação!