Larissa Console de Oliveira

Quantificadores Lógicos e Teoria dos Conjuntos: contribuições para resolução de problemas de raciocínio lógico

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

MAIO DE 2019

Larissa Console de Oliveira

Quantificadores Lógicos e Teoria dos Conjuntos: contribuições para resolução de problemas de raciocínio lógico

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
MAIO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA
UENF - Bibliotecas
Elaborada com os dados fornecidos pela autora.

O48 Oliveira, Larissa Console de.

Quantificadores Lógicos e Teoria dos Conjuntos : contribuições para resolução de problemas de raciocínio lógico / Larissa Console de Oliveira. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.

105 f. : il.
Bibliografia: 85 - 88.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019.
Orientador: Oscar Alfredo Paz La Torre.

1. Quantificadores Lógicos. 2. Teoria dos Conjuntos. 3. Raciocínio Lógico. 4. Resolução de Problemas. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

Larissa Console de Oliveira

Quantificadores Lógicos e Teoria dos Conjuntos: contribuições para resolução de problemas de raciocínio lógico

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 23 de Maio de 2019.

Profª. Gilmara Teixeira Barcelos Peixoto
D.Sc. - IF Fluminense campus Campos - Centro

Profª. Elba Orocia Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

A Deus e a minha família, sem eles nada seria possível.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por Seu infinito amor e suporte.

À minha família por todo apoio e carinho nessa jornada. Obrigada por nunca me permitirem desistir quando tudo estava tão difícil.

Aos meus amigos de turma Juliana, Mayck e Pâmella, palavras não são o suficiente para expressar o quanto nossa união me ajudou durante esses anos. Espero que a nossa amizade apenas cresça daqui em diante.

A todos os meus amigos, obrigada pela paciência e compreensão. Sei que a minha ausência foi sentida, mas o apoio de vocês me permitiu chegar até aqui.

Ao meu orientador Professor Oscar Alfredo Paz La Torre, obrigada pela atenção e por toda a sua ajuda nesse processo.

Aos professores do PROFMAT-UENF por todo conhecimento compartilhado.

À sociedade Brasileira de Matemática-SBM e à UENF, pelo oferecimento deste curso.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para essa pesquisa, meus sinceros agradecimentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Um raciocínio lógico leva você de A a B. A imaginação te leva a qualquer lugar que você quiser." (Albert Einstein)

Resumo

Geralmente, o estudo da Lógica Matemática tem priorizado algoritmos, fórmulas, conectivos e tabelas verdades, o que o torna com pouca aplicabilidade no Ensino Fundamental. Sendo assim, a presente pesquisa buscou abordar esse tema de forma que não envolvesse cálculos, mas que focasse na interpretação e no desenvolvimento do raciocínio lógico. Dessa forma, este trabalho teve como objetivo investigar as possíveis contribuições da aplicação dos Quantificadores aliados com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. A investigação é de caráter qualitativo e foi desenvolvida por meio de um estudo de caso, com turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada na cidade de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram a observação, o registro das respostas dos alunos e o questionário. Optou-se pela metodologia ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, por considerá-la adequada à proposta desta pesquisa. Os resultados mostraram que o uso dos Quantificadores juntamente com a Teoria dos Conjuntos possibilitou aos alunos o desenvolvimento do raciocínio lógico, o auxílio na resolução de questões de vestibulares, nas questões das Olimpíadas de Matemática, futuramente, e até mesmo de concursos destinados para o mercado de trabalho, bem como rever e aprofundar o estudo de conjuntos. Assim, considera-se esta pesquisa relevante, por se tratar de um tema não abordado na educação básica, apesar de documentos oficiais do governo ressaltarem sua importância e estabelecerem o raciocínio lógico como uma competência a ser alcançada. Destaca-se ainda que o mesmo tem sido cobrado em vestibulares e concursos públicos.

Palavras-chaves: Quantificadores Lógicos; Teoria dos Conjuntos; Raciocínio Lógico; Resolução de Problemas.

Abstract

The study of Mathematical Logic has been usually prioritizing algorithms, formulas, connectives and truth tables, which makes it have little applicability in Elementary School. Thus, the present research has tried to approach this theme in a way that did not involve calculations, but focused on the interpretation and development of logical reasoning. The objective of this work was to investigate the possible contributions of the application of Quantifiers allied with Set Theory in solving logical reasoning problems for students in the final years of Elementary School. The research is qualitative and was developed through a case study, with students from the 9th grade (Elementary School) of a private school in the city of Campos dos Goytacazes, RJ. The tools used for data collection were: observation, record of the students' answers and the questionnaire. The chosen methodology was teaching-learning-evaluation through Problem Solving, considering it to be the proper proposal of this research. The results showed that the use of the Quantifiers along with the Set Theory enabled students to develop logical reasoning, it helped with solving college entrance exercises and, in the future, it can help with Mathematics Olympiad questions, and even labor market competitions, as well as reviewing and deepening the study of sets. Thus, this research is considered relevant, since it is an issue that is not addressed in basic education, although official government documents emphasize its importance and establish logical reasoning as a competence to be achieved. It is also worth noting that the same has been requested in public entrance examinations and competitions.

Key-words: Logical Quantifiers; Set Theory; Logical Reasoning; Problem Solving.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de quadros

Lista de gráficos

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FGV	Fundação Getúlio Vargas
FUNRIO	Fundação de Apoio a Pesquisa, Ensino e Assistência à Escola de Medicina e Cirurgia do Rio De Janeiro e ao Hospital Universitário Gaffrée e Guinle, da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INSPER	Instituto de Ensino e Pesquisa
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RPM	Resolução de Problemas Matemáticos
SEDUCE-GO	Secretaria Estadual de Educação, Cultura e Esporte de Goiás
PUC-PR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
UFG-GO	Universidade Federal de Goiás

Lista de símbolos

$=$	Igual
$\in$	Pertence
$\notin$	Não pertence
$\subset$	Contido
$\not\subset$	Não contido
$\supset$	Contém
$\not\supset$	Não contém

Sumário

Introdução

Todos sabem da importância da Matemática nas nossas vidas. São diversas as situações do cotidiano nas quais seus conceitos são utilizados e muitas das vezes nem percebemos. Sejam em coisas simples do dia a dia, como compras no supermercado, uma receita culinária, medir o espaço para organizar a disposição dos móveis na casa, planejamento de viagens, ou até em cálculos mais elaborados, como na gestão das finanças pessoais. Envolver a Matemática nas tarefas diárias às vezes se torna tão comum que não somos capazes de perceber seu valor.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) inicia seu texto sobre a área de Matemática ressaltando sua aplicação na sociedade, assim como sua relevância para a formação de cidadãos críticos (BRASIL, 2018). Entretanto, muitos alunos questionam os professores sobre tais aplicações, tendo dificuldade em relacionar determinados conteúdos com suas necessidades rotineiras.

Santos (2018) aponta em sua pesquisa que muitos professores transformam em algo negativo suas frustrações com o processo de ensino e aprendizagem. Em vez de tentarem mudar como a Matemática é enxergada pela maioria, focam apenas nos alunos que consideram capazes de compreender a disciplina.

A BNCC aparece como um ponto de mudança na educação do país, listando competências específicas que potencializam o letramento matemático, que, segundo Silvestrini, Soares e Penna (2017), tem como requisitos raciocinar e argumentar, a fim de utilizar a linguagem matemática e suas operações de modo que as capacidades fundamentais sejam exercidas pelos alunos.

O desenvolvimento do raciocínio lógico e da argumentação são assuntos tratados em diversos documentos oficiais. Além do BNCC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) também abordam esse tema. Contudo, a Lógica não é diretamente trabalhada na educação básica ainda que seja uma competência a ser alcançada (BRASIL, 1998).

O estudo da Lógica muitas vezes segue por caminhos que têm como foco algoritmos e fórmulas, trabalhando conectivos e tabelas verdade. E essa pouca aplicabilidade na educação básica faz com que esse tema não seja ensinado (SOARES, 2004).

Surgiu, assim, o desejo de trabalhar a Lógica de modo que alunos dos anos finais do Ensino Fundamental fossem capazes de não apenas compreender o assunto, mas, também, de sentirem-se motivados e interessados. Dessa forma, buscou-se um tema que não envolvesse cálculos, com foco na interpretação e no desenvolvimento do raciocínio lógico. Então, para essa pesquisa foi escolhida a aliança entre Quantificadores e a Teoria dos Conjuntos.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas é a adotada nessa pesquisa. Para Onuchic et al. (2014), o termo ensino-aprendizagem-avaliação[1] implica que as três concepções devem acontecer simultaneamente durante o processo de construção do conhecimento pelo aluno. Gualandi (2012, p. 26) complementa que a Resolução de Problemas é "[...] o ponto de partida para o ensino e aprendizagem da matemática".

Diante do exposto, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: **Quais as contribuições da aplicação dos Quantificadores aliados com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?**

Para responder esta pergunta, traçou-se o seguinte objetivo: investigar as possíveis contribuições da aplicação dos Quantificadores aliados com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. A fim de alcançá-lo, foram traçados os objetivos específicos a seguir:

- Promover estudos sobre os Quantificadores juntamente com a Teoria dos Conjuntos e a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, tendo em vista a elaboração de uma sequência didática[2];
- Possibilitar a compreensão da importância do desenvolvimento do raciocínio lógico na formação dos alunos como sujeito ativo do processo educativo;
- Investigar a maneira como a Lógica tem sido trabalhada atualmente nos anos finais do Ensino Fundamental;
- Identificar estratégias usadas pelos alunos nas resoluções dos problemas de raciocínio lógico;
- Identificar o uso dos conceitos da Lógica e da Teoria dos Conjuntos na resolução dos problemas;

[1] A expressão "Metodologia" será utilizada em vez de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com o intuito de reduzir as repetições. O mesmo foi feito por Onuchic et al. (2014).

[2] Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos (ZABALA, 1998, p. 18).

- Possibilitar que o aluno veja a Lógica como algo presente no seu cotidiano.

Esta dissertação está dividida em três capítulos, além da Introdução e Considerações Finais. O primeiro capítulo apresenta o aporte teórico, que aborda os tópicos fundamentais para o desenvolvimento dessa pesquisa. São eles: Lógica, Teoria dos Conjuntos e a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através de Resolução de Problemas, além dos estudos relacionados.

Sobre a Lógica, é discutido desde o seu surgimento, com Aristóteles, até os dias atuais, passando pelo estudo dos Quantificadores juntamente com a Lógica Silogística. Em seguida, são retomados os conceitos primitivos da Teoria dos Conjuntos, relacionando-os com a Lógica e os Quantificadores por meio do Diagrama de Venn. Para finalizar essa parte, é feito o relato sobre como a Lógica e os conjuntos são abordados na educação básica no Brasil.

O capítulo retrata, em seguida, a Metodologia adotada nessa pesquisa. A partir do desenvolvimento histórico da Resolução de Problemas, é descrita a proposta a ser utilizada na experimentação.

O capítulo 2 apresenta os aspectos metodológicos dessa pesquisa, que é de caráter qualitativo, desenvolvida por meio de um estudo de caso, e conta com os seguintes instrumentos de coleta de dados: observação, registro das respostas dos alunos e um questionário. Além disso, é feito o relato sobre a elaboração da Avaliação Diagnóstica, assim como sua aplicação e a análise de dados. A partir dos resultados obtidos na Avaliação Diagnóstica, a sequência didática foi desenvolvida e é aqui apresentada. São descritas as três atividades, juntamente com seus objetivos, finalizando com a elaboração do questionário.

O terceiro capítulo é composto pelo relato da experimentação e a análise dos dados das atividades da sequência didática. O relato traz os principais acontecimentos da aplicação, bem como a resposta dos alunos às atividades propostas. Em seguida, faz-se a análise dos dados, a fim de responder a questão de pesquisa.

As Considerações Finais destacam a resposta da questão de pesquisa, os aspectos mais relevantes do trabalho e formas de continuidade do mesmo.

Capítulo 1

Aporte Teórico

Neste capítulo, são apresentados os principais conceitos que compõem esta pesquisa. Está subdividido em cinco seções: na primeira, tem-se um breve histórico da fundação da Lógica; na segunda, são apresentados os príncipios da Teoria dos Conjuntos, como suas noções primitivas e algumas definições fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho; na terceira seção, é feita a relação entre Lógica e Conjuntos; na quarta, trata-se da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas; e, por fim, na última seção, os estudos relacionados a esta pesquisa.

1.1 Lógica

Aristóteles, discípulo de Platão e tutor de Alexandre, o Grande, nasceu na cidade de Estagira, hoje localizada na Grécia, e viveu no período de 384 a.C. a 322 a.C.. Sua principal obra relacionada à Filosofia foi a *Metafísica*, na qual ele faz críticas à filosofia pré-socrática e platônica a fim de criar seu próprio pensamento filosófico, de modo que não fosse associado aos trabalhos de seus precursores, mas que melhorasse aquilo que ele considerava falho e limitado (MARCONDES, 2010).

Ele era filósofo e biólogo, mas, segundo Merzbach e Boyer (2011), graças à fundação da Lógica e à constante menção de conceitos e teoremas matemáticos, Aristóteles pode ser destacado como colaborador para o desenvolvimento da Matemática. Para King e Shapiro (1995), Aristóteles foi o primeiro a idealizar um sistema lógico. Ele se baseou em diversos trabalhos, como a ênfase na definição universal de Sócrates, a redução ao absurdo de Zeno e a estrutura proposicional e negação abordada por Parmênides e Platão. Os autores ainda afirmam que a teoria apresentada por Aristóteles em seu trabalho chamado *Órganon* vai muito além do que qualquer trabalho mencionado anteriormente. Tal obra será abordada na subseção a seguir.

1.1.1 Órganon

O Órganon é composto por seis trabalhos de Aristóteles que abordam seus estudos sobre a Lógica (ARISTÓTELES, 2007). Marcondes (2010) afirma que, para Aristóteles, a Lógica apresenta-se mais como uma ferramenta do que como uma ciência ou conhecimento, sendo, então, o termo Órganon relevante, já que sua tradução do grego é instrumento. O mesmo autor apresenta a ordem na qual os trabalhos foram organizados: *Categorias*, *Da Interpretação*, *Primeiros Analíticos*, *Segundos Analíticos*, *Tópicos* e *Refutações Sofísticas*.

Em *Categorias*, Aristóteles separa em dez grupos seu estudo sobre os predicados, que são os termos analisados sem que estejam inseridos em um contexto. Cada predicado (categoria) é tratado individualmente. Toda categoria tem uma interpretação: uma substância, quantidade, qualidade, relação, um lugar, tempo, estar, ter, fazer ou, ainda, um sofrer (ARISTÓTELES, 2007).

Segundo Marcondes (2010), *Da Interpretação* explora as proposições em duas vertentes: afirmação ou negação de alguma coisa sobre outra coisa e acerca da conexão com o mundo real, sendo a proposição uma verdade ou uma falsidade.

Aristóteles (2007) afirma que os *Primeiros Analíticos* e os *Segundos Analíticos* englobam os conceitos primordiais para a compreensão da Lógica. O primeiro aborda a teoria do silogismo dedutivo e o segundo, baseado na teoria anterior, elabora uma teoria da ciência e da demonstração científica (MARCONDES, 2010).

O objetivo de *Tópicos* é encontrar uma maneira na qual, a partir de premissas consideradas verdadeiras, seja possível fazer uma argumentação segura diante das situações apresentadas, sem se contradizer. As *Refutações Sofísticas*, último trabalho do Órganon, abordam os "[...] argumentos que parecem ser refutações (contestações), porém são realmente falácias, e não refutações" (ARISTÓTELES, 2005, p. 545).

Nesta pesquisa, optou-se por trabalhar com os quantificadores universais e existenciais abordados no estudo da Lógica Silogística por Aristóteles nos trabalhos *Da Interpretação* e *Primeiros Analíticos*. Tal escolha pareceu ser a mais apropriada devido ao público-alvo escolhido.

1.1.2 Quantificadores e a Lógica Silogística

Para Westerståhl (2016), Aristóteles fez mais do que apenas inventar a Lógica, mas, também, introduziu o estudo dos quantificadores como tópico fundamental deste tema. Ainda para este autor, a silogística pode ser considerada como um estudo formal que explica as quatro expressões básicas dos quantificadores: *todo*, *nenhum*, *algum* e *algum não*.

Segundo Feitosa e Paulovich (2005), tais expressões são conhecidas como *enunciados categóricos* ou *proposições categóricas*. Dividem-se em universais e particulares, e as sentenças podem ser afirmativas ou negativas. Os enunciados podem ser escritos das seguintes formas:

(i) Afirmativa Universal: "Todo A é B."

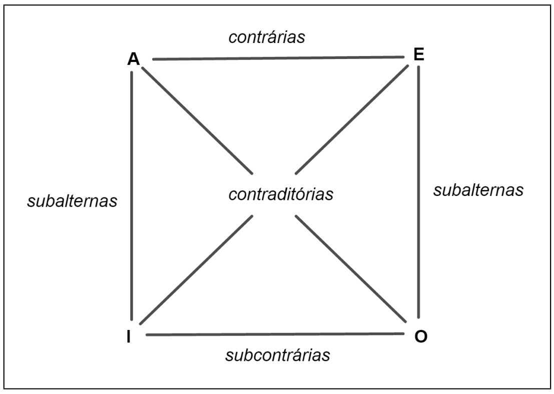
(ii) Negativa Universal: "Nenhum A é B."

(iii) Afirmativa Particular: "Algum A é B."

(iv) Negativa Particular: "Algum A não é B."

Os enunciados categóricos diferenciam-se tanto pela *qualidade*, se afirmam ou negam alguma coisa, quanto pela *quantidade*, ou seja, se são universais ou particulares. As letras **A**, **E**, **I** e **O** são utilizadas para representar cada enunciado, formando, assim, um quadrado de oposições (Figura 1). Essas letras fazem alusão às palavras ***affirmo*** e *n**e**g**o***, do latim (FEITOSA; PAULOVICH, 2005).

Figura 1 – Quadrado de oposições



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com Rodrigues (2011), no quadrado de oposições, tem-se que **A** e **O**, assim como **E** e **I**, são *contraditórias*, ou seja, não podem ser ambas verdadeiras e ambas falsas ao mesmo tempo. **A** e **E** são tidas como *contrárias*, isto é, as duas não podem ser verdadeiras simultaneamente, mas podem ser ambas falsas. Já as sentenças **I** e **O** são *subcontrárias*, portanto, as duas sentenças não podem ser ao mesmo tempo falsas, mas ambas podem ser verdadeiras. As proposições **A** e **I** e, também, **E** e **O**, são *subalternas*, o que significa que se a primeira é verdadeira, a segunda também o é (se **A** é verdadeira, então **I** é verdadeira; o mesmo vale para **E** e **O**).

Segundo Smith (2018), uma das maiores conquistas de Aristóteles em seu estudo sobre a Lógica foi o silogismo, que são afirmações com duas premissas (em que cada premissa é uma sentença categórica), tendo exatamente um termo em comum. A partir delas, é possível chegar a uma conclusão (também uma sentença categórica), composta pelos dois termos não compartilhados pelas premissas.

O termo em comum entre as premissas é chamado *termo médio*, o sujeito da conclusão é o *termo menor* e o predicado da conclusão é o *termo maior* (FEITOSA; PAULOVICH, 2005). Um exemplo de silogismo pode ser visto em Aristóteles (2005):

(i) Todas as aves têm asas. (premissa maior)

(ii) Todos os patos são aves. (premissa menor)

(iii) Todos os patos têm asas. (conclusão)

No exemplo acima, "aves" seria o termo médio, "patos", o termo menor, e "asas", o termo maior.

1.1.3 A Lógica depois de Aristóteles

Segundo Santos (2018), depois de Aristóteles, o desenvolvimento da Lógica foi pouco relevante. Apenas no século XVII, Leibniz (1646-1716), em um dos seus primeiros trabalhos, publicado em 1666, *De arte combinatoria*, aborda sua crença na possibilidade de existir uma linguagem científica universal, apresentada por um simbolismo simples e viável para ajudar no desenvolvimento do raciocínio. Leibniz pode ser considerado, então, o primeiro a perceber a necessidade de uma lógica simbólica. Entretanto, foi quando surgiu o primeiro livro de George Boole (1815-1864) e o livro *Formal Logic* de Augustus De Morgan (1806-1871) que o avanço realmente aconteceu (EVES, 1997).

Para Feitosa e Paulovich (2005), apenas no século XIX que a Lógica tradicional teve contribuições relevantes com a criação da Lógica Moderna por Gotlob Frege (1848-1925). Frege apresentou formalmente a linguagem da lógica de predicado - com conectivos sentenciais, identidade e os quantificadores universal e existencial - e também formulou o conceito abstrato de um quantificador como uma relação de segunda ordem, que pode conferir a ele a descoberta dos quantificadores generalizados (WESTERSTÅHL, 2016).

No Brasil, os estudos sobre a Lógica, no âmbito acadêmico e científico, foram desenvolvidos apenas no século XX. Contudo, só ganharam força no final dos anos 1950, com destaque para dois pólos: um em São Paulo, na Universidade de São Paulo (USP), e outro no Rio de Janeiro, na extinta Faculdade Nacional de Filosofia. Na USP, o grupo de professores se reunia para estudar Lógica e fundamentos da Matemática, que tinha como foco a Teoria dos Conjuntos (MORAES, 2008), esta que será abordada na seção a seguir.

1.2 Teoria dos Conjuntos

Os estudos de George Cantor (1845-1918) o levaram ao desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos, no século XX, teoria esta que causou grande impacto na forma de ensinar Matemática (MERZBACH; BOYER, 2011).

Conjunto pode ser considerado o termo mais importante e básico a ser discutido na Matemática Moderna e na Lógica. A Teoria dos Conjuntos teve grande contribuição em diversos ramos da Matemática, além de melhorar, esclarecer, expandir e generalizar diversas competências matemáticas (EVES, 1997).

Contudo, nesta pesquisa, apenas a noção de conjunto e as relações de pertinência e inclusão são abordadas. Assim como Feitosa e Paulovich (2005), o estudo sobre conjuntos teve uma abordagem intuitiva, e não axiomática, como normalmente é trabalhada. Os conceitos e definições apresentados nesta seção são baseados em Iezzi e Murakami (2004).

Na Teoria dos Conjuntos há três noções primitivas: conjunto, elemento e relação de pertinência (entre elemento e conjunto). A noção intuitiva de *conjunto* é de agrupamento, classe e coleção. Os objetos de um conjunto são chamados de *elementos*.

Geralmente, os conjuntos são indicados por uma letra maiúscula: *A*, *B*, *C*, *D*, . . . ; e os elementos por letras minúsculas: *a*, *b*, *c*, *d*, ...

Existem conjuntos fundamentais para a Teoria dos Conjuntos, como o conjunto unitário, conjunto vazio e conjunto universo.

Definição 1.1 (Conjunto unitário)**.** *É aquele que possui um único elemento.*

Exemplo 1.1. $A = \{a\}$.

Exemplo 1.2. $B = \{x | x \ \ natural,\ par\ e\ primo\} = \{2\}$.

Definição 1.2 (Conjunto vazio)**.** *É o conjunto que não possui elemento algum. Tal conjunto é representado pelo símbolo* $\emptyset$*. Uma outra representação seria* $C = \{x | x \neq x\}$.

Definição 1.3 (Conjunto universo)**.** *Quando um determinado assunto de Matemática é desenvolvido, admite-se a existência de um conjunto ao qual pertencem todos os elementos que são utilizados no assunto proposto. Este conjunto denota-se* U.

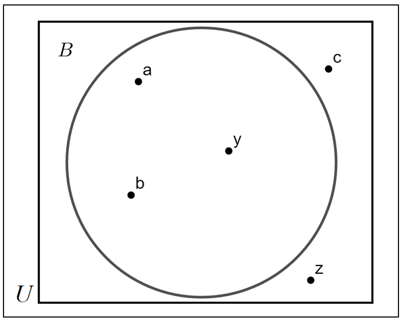
Definição 1.4 (Relação de Pertinência)**.** *Considere A um conjunto e x um elemento. Para indicar se x pertence ou não ao conjunto A, utilizam-se os símbolos:* $\in$ *(pertence) e* $\notin$ *(não pertence).*

(i) Se x pertence a A, tem-se: $x \in A$.

(ii) Se x não pertente a A, então: $x \notin A$.

Na Figura 2, tem-se o conjunto *B* e os elementos *a*, *b*, *c*, *y* e *z*, dos quais podem ser feitas as seguintes relações: $a \in B$, $b \in B$, $c \notin B$, $y \in B$ e $z \notin B$. Para indicar o conjunto *B*, escreve-se: $B = \{a, b, y\}$.

Figura 2 – Relação de pertinência entre elemento e conjunto



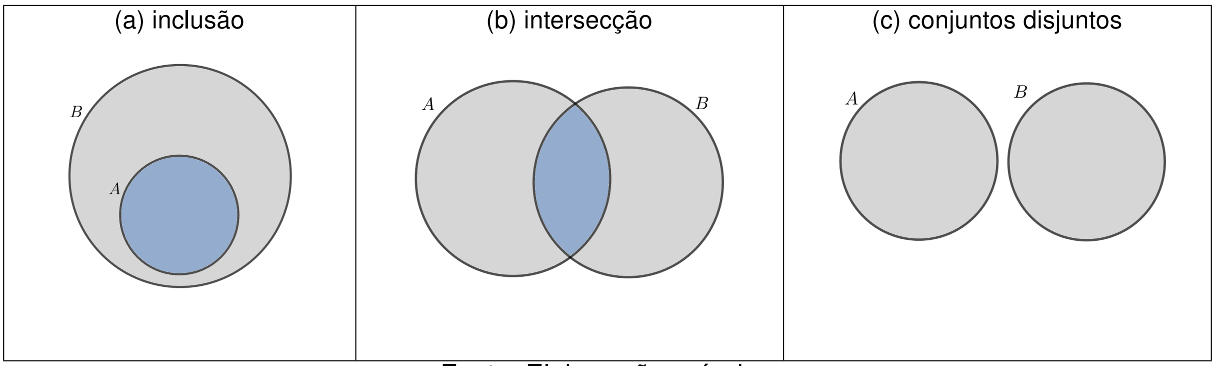
Fonte: Elaboração própria.

Acerca da relação entre conjuntos, as relações de inclusão e de igualdade são duas que merecem destaque.

Definição 1.5 (Subconjuntos)**.** *Diz-se que A é subconjunto de B apenas se todos os elementos de A também pertencem a B. Simbolicamente, representa-se a relação de inclusão com $\subset$ (contido), $\not\subset$ (não contido), $\supset$ (contém) e $\not\supset$ (não contém).*

Na Figura 3, têm-se três relações de inclusão entre os conjuntos *A* e *B*. Na Figura 3a, $A \subset B$ (lê-se: *A* está contido em *B*) ou $B \supset A$ (lê-se: *B* contém *A*), pois todos os elementos de *A* pertencem também a *B*. Já na Figura 3b e Figura 3c, $A \not\subset B$ (lê-se: *A* não está contido em *B*) ou $B \not\supset A$ (lê-se: *B* não contém *A*). Na primeira, apenas alguns elementos de *A* pertencem a *B* e, na segunda, os dois conjuntos são ditos disjuntos, pois não há elementos em comum.

Figura 3 – Relação de inclusão entre conjuntos



Fonte: Elaboração própria.

Definição 1.6 (Conjuntos iguais)**.** *Dois conjuntos são iguais quando todo elemento de A pertence a B e vice-versa, ou seja, todo elemento de B também pertence a A.*

Exemplo 1.3. $\{x,\ y,\ z\} = \{y,\ z,\ x\}$.

1.3 Diagrama de Venn: A relação entre Lógica e Conjuntos

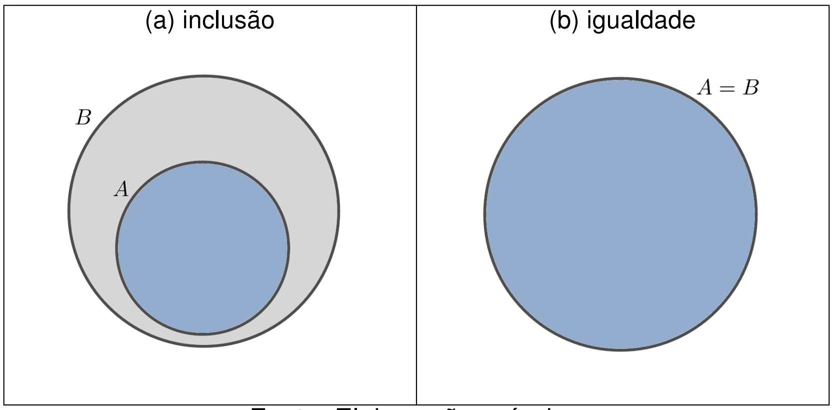
Eves (1997) afirma que a Teoria dos Conjuntos tem uma ligação com a Lógica. Uma das maneiras de testar a validade de um silogismo é por meio dos diagramas, que são recomendados principalmente para quem não tem o conhecimento do procedimento lógico.

Leonhard Euler (1707-1783) desenvolveu uma maneira de representar os conjuntos graficamente por meio de uma região plana e limitada. Entretanto, nesta pesquisa, foi utilizado o Diagrama de Venn, introduzido em 1876 por John Venn (1834-1923), que utiliza círculos na representação dos conjuntos (EVES, 1997).

Na subseção 1.1.2, foram apresentadas as expressões dos quantificadores universal e existencial. As quatro formas expostas podem ser representadas pelos diagramas. No entanto, com exceção do quantificador *nenhum*, as outras formas não tem uma única representação.

Para a Afirmativa Universal "Todo A é B.", há duas possibilidades de diagramas (Figura 4): $A \subset B$ (ou $B \supset A$), como na Figura 4a, ou $A = B$, representado na Figura 4b.

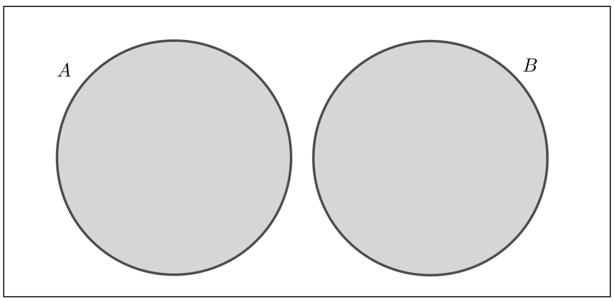
Figura 4 – Diagrama: Afirmação Universal



Fonte: Elaboração própria.

A Negação Universal "Nenhum A é B." tem apenas uma representação na forma de dois conjuntos disjuntos (Figura 5).

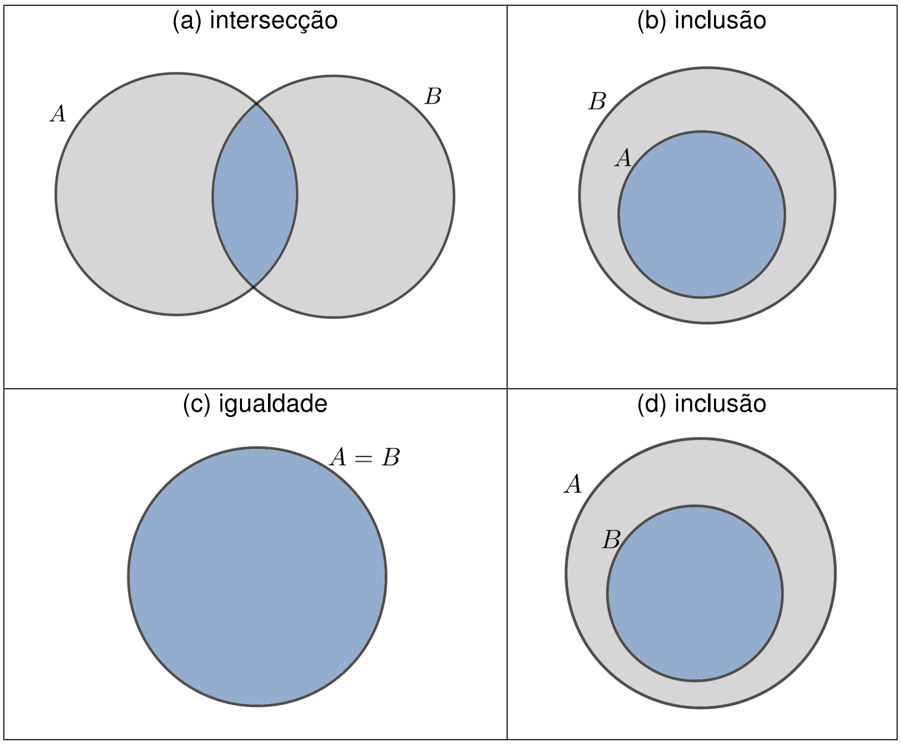
Figura 5 – Diagrama: Negação Universal



Fonte: Elaboração própria.

Quatro diagramas podem ser utilizados para representar a Afirmativa Particular "Algum A é B." (Figura 6). Alguns elementos de *A* também pertencem a *B*, mas nem todos (Figura 6a), ou $A \subset B$ (ou $B \supset A$) (Figura 6b), ou $A = B$ (Figura 6c), ou, ainda, $B \subset A$ (Figura 6d).

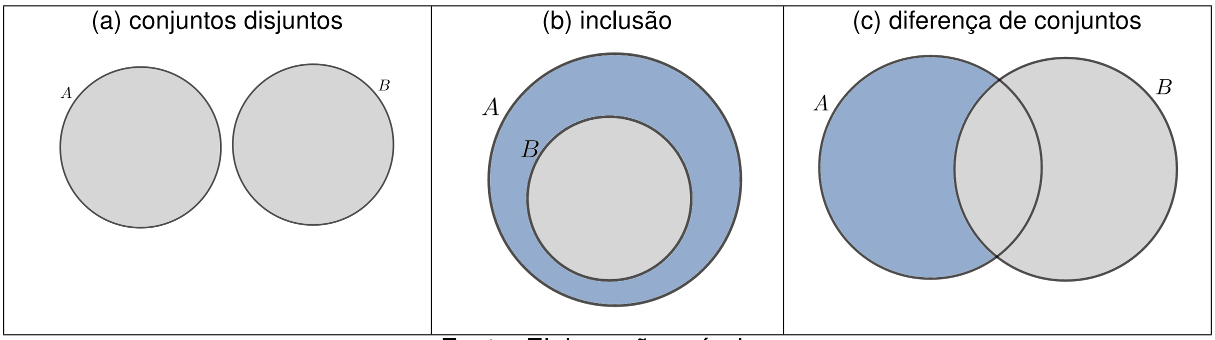
Figura 6 – Diagrama: Afirmativa Particular



Fonte: Elaboração própria.

Por último, na Negativa Particular "Algum A não é B.", é possível fazer a representação por meio de três diagramas (Figura 7). Os dois conjuntos podem ser disjuntos (Figura 7a), ou todos os elementos de *B* pertencem a *A*, mas não vice-versa (Figura 7b), ou, então, *A* e *B* compartilham alguns elementos, mas não são conjuntos iguais (Figura 7c).

Figura 7 – Diagrama: Negativa Particular



Fonte: Elaboração própria.

Ainda que exista mais de uma representação por sentença, a estrutura básica do conjunto é mantida apesar dos seus elementos. A Lógica tradicional tende à imprecisão devido a cada elemento ter não apenas uma extensão, mas, também, uma intenção (um significado ou a representação de um conceito). A base da Lógica Aristotélica é neutra em tais situações, pois não afeta a validade do silogismo (EVES, 1997).

1.3.1 A Lógica e os Conjuntos na Educação Básica no Brasil

No Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, pode-se perceber que o aprofundamento dos conjuntos numéricos acontece no 9º ano do Ensino Fundamental, muitas vezes precedendo o estudo de funções. Contudo, é apenas na 1ª série do Ensino Médio que há realmente um estudo mais aprofundado do tema (RIO DE JANEIRO, 2012).

A maneira como se ensina e como se aprende Matemática passou por mudanças no decorrer dos anos (ONUCHIC, 1999). Durante o movimento da Matemática Moderna, por exemplo, nas décadas de 1960/1970, o ensino estava voltado mais para a teoria do que para a prática. Segundo os PCN, "a linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas" (BRASIL, 1998, p. 20). Ainda assim, os próprios PCN atestam a insistência em trabalhar a Teoria dos Conjuntos de forma puramente algébrica e sem aplicações práticas no Ensino Fundamental.

A BNCC traz em seu texto uma lista de competências específicas de Matemática voltada para o Ensino Fundamental. Dentre elas, "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2018, p. 267).

Os PCNEM abordam que os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental podem, no Ensino Médio, ser aprofundados, devido à maturidade dos alunos, e devem desenvolver capacidades tais como a abstração, o raciocínio e resolução de problemas relacionados a qualquer tema (BRASIL, 2000).

Apesar de documentos oficiais do governo ressaltarem a importância da Lógica e estabelecerem o raciocínio lógico como uma competência a ser alcançada, a Lógica não está sendo um conteúdo a ser abertamente trabalhado, ainda que esta permita não só compreender processos, mas, também, desenvolver a capacidade de argumentação (BRASIL, 1998).

Muitas vezes, ensinar Lógica está atrelado ao trabalho com conectivos e tabelas verdade, ou seja, mais uma vez o foco está em algoritmos e fórmulas. Devido à pouca ou nenhuma aplicabilidade no ensino da Matemática na educação básica, as escolas optam por não ensinarem Lógica alguma. Então, ensinar Lógica deve mostrar para o aluno como entender os processos matemáticos e melhorar suas habilidades em resolução de problemas (SOARES, 2004).

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) é o responsável pela aplicação do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) no Brasil. A cada três anos, os estudantes brasileiros são avaliados em três grandes áreas: Leitura, Matemática e Ciências. Com base na avaliação de 2015, tem-se que o Brasil está há mais de dez anos nas últimas posições, comparado com cerca de setenta países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econônimo (OCDE).

Segundo Silvestrini, Soares e Penna (2017), na edição de 2012, os estudantes brasileiros tiveram um desempenho negativo no que concerne ao raciocínio lógico, não sendo capazes de chegar a uma conclusão a partir de mínimas abstrações. Essa carência atrapalharia o desempenho dos alunos em três áreas: produção de textos, interpretação de textos e Matemática aplicada. Embora exista essa insuficiência por parte dos nossos estudantes, tal conteúdo tem sido cobrado em concursos públicos, vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

1.4 Resolução de Problemas

No decorrer do século passado, muitas mudanças no que diz respeito à Educação aconteceram devido às necessidades da sociedade (ALLEVATO, 2014). Onuchic e Huanca (2014, p. 5) apontam as demandas mais específicas em relação ao ensino e à aprendizagem de Matemática, que são "[...] repetição, compreensão, estruturação, resolução de problemas, padrões, modelos e tecnologia". Estes autores ainda afirmam que, com o desenvolvimento tecnológico, é preciso que os educadores se antecipem a fim de elaborarem meios para alcançar esses avanços, sendo a Matemática parte importante do processo.

De acordo com Onuchic et al. (2014), os princípios da Resolução de Problemas se estabeleceram nos Estados Unidos com George Polya (1887-1985). Em 1942, como docente na Universidade de Stanford (EUA), Polya era considerado a maior referência em Resolução de Problemas em todo o mundo.

Em 1945, Polya lançou o livro *A Arte de Resolver Problemas*[1], no qual propõe quatro fases de trabalho. Para Polya (2006), primeiramente é preciso *compreender* o problema, buscando entender o que é realmente importante. Estabelecer um *plano* para resolver o problema é a segunda etapa. Em seguida, *executa-se* o plano e, por último, faz-se o *retrospecto*, analisando e discutindo sobre a resolução.

Ainda que o livro de Polya tenha sido lançado na década de 1940, foi apenas no final da década de 1960 que a Resolução de Problemas ganhou força nos Estados Unidos. Em outros países, foi ainda mais tarde. As pesquisas aconteceram simultaneamente a outros dois movimentos diferentes que fizeram parte do currículo oficial norte-americano (ONUCHIC et al., 2014).

[1] Título em inglês: *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. No Brasil, a primeira impressão foi lançada em 1986 pela Editora Interciência.

O primeiro foi o Movimento da Matemática Moderna, que ficou em vigor nos Estados Unidos de meados da década de 1950 até o começo da década de 1970. Este movimento, inclusive, foi implementado no Brasil entre as décadas de 1960 e 1970. As orientações eram de ensinar a Matemática com base nas estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, com ênfase na Teoria dos Conjuntos. Essa abordagem subjetiva aliada ao despreparo dos professores levaram o movimento ao fracasso (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Apenas nos Estados Unidos houve esse segundo movimento chamado "Volta às Bases", que queria retomar as práticas de ensino que antecederam o Movimento da Matemática Moderna. Contudo, não foi expressivo. Dessa forma, era preciso descobrir uma outra maneira para melhorar o desempenho dos estudantes em Matemática. Portanto, a Resolução de Problemas ganhou espaço nas escolas, primeiramente nos Estados Unidos e, depois, em diversos outros países (ONUCHIC et al., 2014).

O *National Council of Teachers of Mathematics*, em 1980, publicou um documento chamado *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, no qual orienta que a Resolução de Problemas deveria ser o foco da Matemática nas escolas (ONUCHIC, 1999).

No Brasil, a Resolução de Problemas é recomendada como forma de iniciar os conceitos matemáticos (BRASIL, 1998). Os PCN destacam sempre a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas. Na Base Nacional Comum Curricular, uma das competências de Matemática apresentada é "[...] utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" (BRASIL, 2018, p. 267). Ambos os documentos estão de acordo com a Resolução de Problemas que visa o ensino com compreensão.

Em 2013, a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM) foi acrescentada ao Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro. O documento afirma que

> É importante ressaltar que esta disciplina não é uma ampliação da carga horária da disciplina Matemática, ou do professor de Matemática, e tem, como principal objetivo, desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações-problema relacionadas ao seu ano/série. A disciplina *Resolução de Problemas Matemáticos* será oferecida aos estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos estudantes da 2ª série do Ensino Médio. Por fim, esperamos que esta disciplina possa desenvolver em nossos alunos habilidades e competências que reflitam em todas as disciplinas, de modo a torná-los cidadãos preparados para encarar as diversas situações do cotidiano nos quais o raciocínio matemático seja fundamental. (RIO DE JANEIRO, 2013, p. 2, grifo do autor).

Schroeder e Lester Jr. (1989) apontam três maneiras para trabalhar a Resolução de Problemas: i) ensinando *sobre* resolução de problemas, ii) ensinando *para* resolver problemas e iii) ensinando *através* de resolução de problemas. Os autores ainda afirmam que quando os professores ensinam de alguma dessas formas, estão oferecendo aos alunos ferramentas poderosas para auxiliá-los no desenvolvimento do seu próprio entendimento da Matemática, e que quanto mais profundo torna-se esse conhecimento, mais sua capacidade para resolver problemas melhora.

Segundo Azevedo e Onuchic (2017), ensinar *sobre* resolução de problemas toma como base o modelo apresentado por Polya, as quatro fases de trabalho, ou alguma derivação do mesmo. Ensinar *para* resolver problemas significa ensinar a Matemática levando em consideração quais aspectos dela podem ser utilizados em problemas cotidianos ou não.

Para Onuchic et al. (2014, p. 44), ensinar *através* de resolução de problemas quer dizer que "[...] o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos". Onuchic e Allevato (2011) complementam que os alunos devem atuar como co-construtores do seu conhecimento, e os professores são os responsáveis por orientá-los durante o processo.

Allevato (2014, p. 215) afirma que a metodologia de ensinar Matemática *através* de resolução de problemas é mais ampla, completa, do que as duas outras formas, pois não as desconsidera. Para a autora, "[...] quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas".

Utiliza-se, então, o termo ensino-aprendizagem-avaliação, que

> [...] tem o objetivo de expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 6).

Segundo Onuchic et al. (2014), autores têm estudado meios para organizar essa metodologia de forma prática para ser aplicada em sala de aula. Dessa forma, apresentam sua sugestão mais recente, que está dividida em dez etapas: 1) proposição do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em conjunto, 4) resolução do problema, 5) observar e incentivar, 6) registro das resoluções na lousa, 7) plenária, 8) busca do consenso, 9) formalização do conteúdo e 10) proposição de novos conteúdos.

A primeira etapa consiste em separar um problema a fim de construir um novo conceito ou procedimento. Esse problema é chamado problema gerador (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Onuchic et al. (2014) destaca que o conteúdo da Matemática indispensável para a resolução ou que a facilite não tenha, ainda, sido trabalhado com o aluno.

Na segunda etapa, cada aluno recebe uma cópia do problema e é orientado a fazer a leitura individual. Nesse momento, o estudante tem o espaço para elaborar seu próprio entendimento do problema apresentado. Em seguida, reunidos em grupos, uma nova leitura é feita em conjunto (terceira etapa) para que o problema possa ser discutido (ONUCHIC et al., 2014).

Após a compreensão do problema, inicia-se a quarta etapa, que se baseia em um trabalho coletivo dentro dos grupos que buscam resolver o problema a fim de construir o conteúdo escolhido pelo professor (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Na etapa seguinte, o professor observa o progresso dos alunos e os incentiva a trabalhar com os conhecimentos prévios. Onuchic et al. (2014, p. 46) destaca, ainda, que o professor "[...] auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos".

Na sexta etapa, os alunos indicam representantes dos grupos para irem ao quadro expor as resoluções, sejam elas certas, erradas ou resolvidas de modos diferentes. Na *plenária* (sétima etapa), todos os alunos participam da discussão baseada nas respostas dadas, a fim de tirarem suas dúvidas e argumentarem seus pontos de vista. O papel do professor é mediar o debate e encorajar os alunos a participarem para conseguir um consenso acerca da resolução mais adequada (oitava etapa) (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

A *formalização do conteúdo*, penúltima etapa, acontece

> Num trabalho conjunto de professor e alunos, com o professor dirigindo o trabalho, é feita uma síntese do que se objetivava aprender a partir do problema dado. São colocadas as devidas definições, identificadas as propriedades e feitas as demonstrações. É importante destacar, nesse momento, o que de matemática nova se construiu, usando as novas terminologias próprias ao assunto. (ONUCHIC, 1999, p.217).

Na última etapa, são propostos novos problemas que tenham relação com o problema gerador, com o intuito de verificar se os conceitos foram apreendidos e consolidar o estudo realizado. Deve-se, também, aprofundar e estender o entendimento de tudo que foi trabalhado sobre determinado assunto, o que leva a um padrão que se repete: um novo conhecimento é construído e, então, outros problemas são resolvidos (ONUCHIC et al., 2014).

Após analisar as três maneiras de trabalhar a Resolução de Problemas, o terceiro modo foi escolhido como a Metodologia desta pesquisa, pois se adequa à proposta aqui relatada.

Onuchic e Huanca (2014) destacam que, nessa metodologia, é preciso que o professor separe problemas que estejam de acordo com o que se almeja construir. Para eles, o professor não deve ter papel central nas atividades, mas, sim, que os alunos devem ser os responsáveis pelo conhecimento a ser adquirido. Esse comportamento requer que ambos mudem sua postura, o que nem sempre é simples.

Contudo, Onuchic e Allevato (2011, p. 81, grifo das autoras) afirmam que há diversas definições de problema e, muitas vezes, sua aplicação na Matemática acontece sem ter total compreensão de sua concepção. De acordo com as autoras, problema "[...] *é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer*". Para Leal Jr. e Onuchic (2015, p. 962), "[...] problema é o condutor, um meio de fazer as conexões, utilizado pelo professor para possibilitar, aos estudantes, o encontro formativo com os conceitos matemáticos".

De acordo com Polya (2006), existem alguns aspectos importantes a serem levados em consideração antes de escolher um problema. Para o autor, o problema não pode ser fácil demais ou difícil demais, além disso, escolhido de forma a despertar o interesse dos alunos. Dante (2009) corrobora essa ideia, afirmando que o estudante precisa se sentir motivado a querer resolver o problema proposto. O autor completa que essa abordagem torna a resolução de problemas um dos principais objetivos do ensino da Matemática, sendo reconhecida em todo o mundo.

Onuchic e Huanca (2014) ressaltam que trabalhar com problemas não é fácil, requer planejamento e precisa-se considerar tanto o entendimento dos alunos quanto à adequação ao currículo. Contudo, a Resolução de Problemas tem o foco no aluno para que, no final do processo, ele perceba que é capaz de fazer matemática e entender que a Matemática possui sentido.

1.5 Estudos Relacionados

Três trabalhos relacionados serão apresentados nesta seção. Cada um foi escolhido por suas semelhanças com esta pesquisa. No Banco da Capes, foi realizada uma busca por "lógica+matemática+conjuntos". A fim de encontrar trabalhos mais recentes, apenas os anos de 2015 a 2018 foram marcados no filtro, limitando, por fim, a *Área Concentração* escolhendo o campo Matemática.

Mais de mil resultados foram encontrados, entretanto, os filtros disponíveis não eram suficientes para delimitar melhor a busca. Cabe destacar, que apenas pelo título dos trabalhos já era possível desconsiderá-los, pois apresentavam propostas sem relação com o tema aqui exposto. Desses, selecionaram-se três trabalhos que tinham mais afinidade com a proposta desta pesquisa.

Tal busca apenas ressalta a relevância dessa pesquisa, refletindo a escassez de trabalhos que abordam questões de raciocínio lógico desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental. Ainda que seja um tema tão rico em possibilidades e com grande potencial de despertar o interesse dos alunos, poucos são os trabalhos vistos na área que abordam os tópicos aqui tratados.

Desse modo, os trabalhos de Sotero (2016), Silva (2016) e Santos (2018) serão apresentados nas subseções a seguir, separadamente.

1.5.1 Uso de Conjuntos no Ensino de Lógica Matemática Básica

A dissertação de Anailton Veras Sotero, defendida em 2016, intitulada "Uso de Conjuntos no Ensino de Lógica Matemática Básica", teve como objetivo apresentar a Lógica Matemática Básica sob a ótica de Conjuntos visando facilitar o ensino da mesma no Ensino Médio (SOTERO, 2016).

O autor afirma que o conteúdo de Lógica, ainda que não presente no currículo básico, tem sido cobrado em concursos públicos e, também, em algumas questões no ENEM. Dessa forma, surgiu sua inspiração para a escolha do tema. O método utilizado foi o dedutivo, que, segundo Sotero (2016), utiliza o raciocínio partindo de uma análise geral para a particular, a fim de se chegar a uma conclusão.

A dissertação foi composta por três capítulos. Nos dois primeiros, são abordados os conceitos da Lógica Matemática, de conjuntos e as relações entre ambos. No terceiro capítulo, o autor também apresenta sua proposta de atividade e espera que os professores sejam capazes de apresentar a Lógica Matemática de uma forma mais simples.

O autor conclui que o trabalho proposto tem uma abordagem que motiva os alunos por meio da resolução de problemas interessantes e espera que possa auxiliar no desenvolvimento do raciocínio.

Os pontos em comum com essa pesquisa estão relacionados à abordagem de conceitos da Lógica aliados aos conjuntos. Alguns dos exercícios propostos se assemelham com as atividades a serem aqui apresentadas. As divergências são a metodologia adotada, o público-alvo - visto que esta proposta é voltada para os anos finais do Ensino Fundamental e a do autor, para o Ensino Médio - e os conceitos de Lógica são mais aprofundados, já que os conectivos lógicos e as tabelas verdade não serão abordadas.

1.5.2 Lógica Matemática e estratégias para a Solução de Problemas Matemáticos

O segundo trabalho relacionado também é uma dissertação, defendida em 2016, por Pablo Vieira Carvalho Silva. O título do trabalho é "Lógica Matemática e estratégias para a Solução de Problemas Matemáticos" e teve como objetivo resgatar a discussão da importância da Lógica para o estudo nas séries básicas, não o fazendo por vias tradicionais, mas sim por meio de técnicas de resolução de problemas utilizando também para isso as fases de Polya (SILVA, 2016).

Para o autor, o conteúdo de Lógica tem sido deixado de lado nas escolas. Ele afirma que uma possibilidade para tal esquecimento pode estar relacionada ao método tradicional, no qual o conteúdo é abordado nos livros didáticos. Ainda ressalta que os alunos que apresentam melhor raciocínio lógico são aqueles que têm melhor desempenho em Matemática.

São cinco capítulos que compõem a dissertação. Nos quatro primeiros, abordam-se os conceitos da Lógica Proposicional, a metodologia de ensino Resolução de Problemas, na qual o método de Polya foi adotado, a Lógica em sala de aula e as propostas de atividades. No quinto capítulo, o autor relata como foi a aplicação, realizada com trinta e seis alunos da primeira série do Ensino Médio em um colégio estadual na cidade de São Gonçalo, Rio de Janeiro.

Para concluir, o autor espera que seu trabalho consiga retomar a discussão acerca da importância de tal tema na educação básica, mas aplicado sob uma nova perspectiva, utilizando a resolução de problemas. Afirma, ainda, que utilizando a Lógica Matemática é possível que os alunos se tornem mais independentes para tomarem decisões e resolverem os exercícios propostos.

Como pontos em comum com esta pesquisa, tem-se a abordagem da Lógica, ainda que o autor tenha trabalhado de maneira mais aprofundada, com o estudo dos conectivos e tabelas verdade; exercícios propostos que envolvem o raciocínio lógico e a metodologia de ensino Resolução de Problemas, mesmo que aplicada de forma diferente, pois o autor optou por seguir o método de Polya enquanto esta pesquisa segue as etapas propostas por Onuchic et al. (2014). Duas das principais divergências são o público-alvo - alunos do Ensino Médio, e não dos anos finais do Ensino Fundamental - e a não abordagem da Lógica associada com os conjuntos.

1.5.3 Desenvolvimento do Pensamento Matemático: Resolução de Problemas de Raciocínio Lógico-Matemático no Ensino Fundamental

José Ailton dos Santos defendeu, em 2018, sua dissertação "Desenvolvimento do Pensamento Matemático: Resolução de Problemas de Raciocínio Lógico-Matemático no Ensino Fundamental", que teve como objetivo contribuir para o bom desempenho do estudante em resolução de problemas de matemática e raciocínio lógico (SANTOS, 2018).

A inspiração para a escolha do tema, de acordo com o autor, surgiu de reflexões em relação às dificuldades que as pessoas têm para resolver problemas de matemática e pensar logicamente. Assegura, também, que o desempenho ruim em raciocínio lógico é uma consequência dessa dificuldade.

Nos quatro capítulos da dissertação, o autor aborda brevemente a história da Lógica, discute pesquisas a respeito da forma como as crianças pensam logicamente para que assim o trabalho possa ser desenvolvido da melhor maneira possível, ressalta a importância da Resolução de Problemas como metodologia e relata a aplicação das atividades propostas.

A experimentação foi feita com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal na cidade de Marechal Deodoro, Alagoas. Em um primeiro momento, foi realizada uma atividade fora da sala de aula, na qual os alunos calcularam a medida aproximada de alguns prédios históricos da cidade. Depois, foram propostos alguns exercícios de raciocínio lógico, já dentro da sala de aula.

Em suas considerações finais, o autor observa os obstáculos dos alunos para entenderem os enunciados dos exercícios e, como consequência, apresentam dificuldades para conseguir resolver os problemas de raciocínio lógico. Também atesta a importância de mudanças no currículo escolar para que situações que desenvolvam o raciocínio lógico possam ser melhor trabalhadas. Por fim, destaca que a escassez de profissionais qualificados e com boas condições de trabalho pode contribuir para o fraco desempenho dos estudantes em resolver problemas.

Em comum com esta pesquisa, pode-se destacar o estudo com questões de raciocínio lógico, aplicadas utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, que é o mesmo público-alvo aqui pretendido. O que o diferencia desta pesquisa é que o estudo realizado pelo autor não aborda os conceitos de Lógica Matemática, ainda que conte um pouco de sua história. Outro ponto de divergência é a vertente da Resolução de Problemas escolhida, que foi o método de Polya.

Capítulo 2

Aspectos Metodológicos

Neste capítulo, são abordadas a metodologia de pesquisa adotada, a elaboração, aplicação e análise dos dados da Avaliação Diagnóstica e a elaboração da sequência didática e do questionário.

Esta pesquisa é de caráter qualitativo, desenvolvida por meio de um estudo de caso com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada na cidade de Campos dos Goytacazes. A escolha deste nível de ensino deve-se ao contato com conceitos prévios, que seria a noção básica de conjuntos, requisitos para esta pesquisa, sendo que o estudo destes conceitos serão aprofundados no Ensino Médio.

2.1 Caracterização da Pesquisa

A questão de pesquisa deste trabalho é: **Quais as contribuições da aplicação dos Quantificadores aliados com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?** A fim de responder tal questão, decidiu-se por uma pesquisa qualitativa, tendo o estudo de caso como método de pesquisa.

Segundo Borba e Araújo (2007), a pesquisa qualitativa tem como objetivo a compreensão e interpretação dos dados e, também, dos discursos dos indivíduos. Ou seja, é capaz de proporcionar informações mais ricas em detalhes, dando grande importância para o significado por trás das ações. Para Bicudo (2012, p. 17), é "[...] um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo".

O método de pesquisa escolhido foi o estudo de caso, que, para Ponte (2006), se trata de um estudo profundo sobre determinado assunto em um contexto específico, e procura entender se existe algo que contribua para uma generalização. O mesmo autor afirma que:

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma

> pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. (PONTE, 2006, p. 2).

De acordo com Yin (2010), o estudo de caso é um método completo, que compreende abordagens tanto de coleta de dados quanto de análise de dados. Nesta pesquisa, serão utilizados como métodos de coleta de dados a observação, o registro das respostas dos alunos e um questionário.

Sobre a observação, Gil (2008) afirma que "[...] nada mais é que o uso dos sentidos com vistas a adquirir os conhecimentos necessários para o cotidiano". Já Creswell (2010) retrata a observação como sendo as anotações que o pesquisador faz no local onde a pesquisa está sendo realizada. Para Yin (2010), há pontos positivos e negativos. Como ponto positivo, ele destaca que os acontecimentos são tratados no momento em que acontecem, em seu próprio contexto. Um ponto negativo relevante é que o indivíduo pode agir de modo diferente por estar sendo observado, assim como pode existir uma visão tendenciosa por parte do pesquisador.

Gil (2008, p. 121) define questionário como uma "técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, [...] etc".

Ribeiro (2008) traz alguns pontos fortes e fracos acerca dos questionários. Segundo a autora, como pontos fortes, têm-se a garantia de anonimato, questões diretas e de fácil entendimento, além de seguirem um padrão que garante a uniformidade, e a fácil análise de dados e conversão em gráficos e tabelas. Já a respeito de pontos negativos, a autora aborda a dificuldade de atestar algumas das respostas ou até mesmo pedir algum esclarecimento, dificuldade na pontuação de perguntas abertas e a possibilidade de questões ambíguas.

O questionário pode conter três tipos de questão: abertas, fechadas e dependentes. Nas questões *abertas*, os indivíduos devem fornecer respostas próprias. Para as questões *fechadas*, são dadas alternativas, e o respondente deve escolher dentre elas. As perguntas *dependentes* são destinadas apenas a uma parte das pessoas, quando estas se adequam a determinados perfis (GIL, 2008).

Nesta pesquisa, foi utilizado um questionário (Apêndice E), contendo uma pergunta aberta e uma fechada. Seu objetivo era investigar as possíveis contribuições da aplicação dos Quantificadores juntamente com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

A análise dos dados foi feita com uma abordagem majoritariamente qualitativa. Para Moreira (2003), ainda que o pesquisador transforme dados em gráficos e tabelas, essa parte estatística é, em sua maioria, descritiva. O pesquisador

> [...] não está preocupado em fazer inferências estatísticas, seu enfoque é descritivo e interpretativo ao invés de explanatório ou predidivo. Interpretação dos dados é o aspecto crucial do domínio metodológico da pesquisa qualitativa. Interpretação do ponto de vista de significados. Significados do pesquisador e significados dos sujeitos. (MOREIRA, 2003, p. 24).

A partir dos objetivos traçados, foram realizadas as seguintes etapas:

(i) elaboração e aplicação da Avaliação Diagnóstica;

(ii) elaboração da sequência didática e do questionário;

(iii) experimentação da sequência didática;

(iv) análise dos dados a fim de verificar se os objetivos foram alcançados.

As etapas (i) e (ii) são descritas nas seções 2.2 e 2.3, respectivamente, enquanto as etapas (iii) e (iv) estão descritas no capítulo 3.

2.2 Avaliação Diagnóstica

A Avaliação Diagnóstica (Apêndice A) é um instrumento que deve ser capaz de identificar os mínimos necessários para a aprendizagem, além de ser uma ferramenta de suma importância para ajudar o aluno em seu processo de desenvolvimento da autonomia. Portanto, deve-se assumir a avaliação como um meio de compreender em qual estágio de aprendizagem o aluno se encontra, a fim de decidir a melhor solução para facilitar o seu avanço no processo de aprendizagem (LUCKESI, 2013).

O objetivo dessa Avaliação Diagnóstica foi avaliar os conhecimentos mínimos necessários para a experimentação das atividades posteriormente.

As subseções a seguir abordam sua elaboração, aplicação e análise de dados.

2.2.1 Elaboração

A primeira questão (Figura 8) aborda a relação de pertinência entre elemento e conjunto, uma noção primitiva da Teoria dos Conjuntos vista no capítulo 1. Dos oito itens, quatro foram para relacionar com os conjuntos numéricos e os demais abordando tópicos do cotidiano dos alunos. O objetivo é saber se os alunos se lembram da relação de pertinência e dos símbolos $\in$ e $\notin$.

Figura 8 – Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

1) Complete as lacunas com $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence):

a) 2 ____ $\mathbb{N}$

b) $2,\bar{3}$ ____ $\mathbb{Z}$

c) $\sqrt{5}$ ____ $\mathbb{Q}$

d) -5 ____ $\mathbb{R}$

e) $verde$ ____ $A = \{verde, amarelo, azul, branco\}$

f) w ____ $B = conjunto\ das\ vogais$

g) $cobra$ ____ $C = conjunto\ dos\ mamíferos$

h) $Marte$ ____ $D = conjunto\ dos\ planetas\ do\ Sistema\ Solar$

Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 (Figura 9) trata sobre a relação de inclusão entre dois conjuntos. Tem um total de cinco itens, que variam entre conjuntos numéricos e temas gerais, como conjunto dos animais e conjunto dos gêneros musicais. Os alunos devem relacionar ambos os conjuntos com os símbolos $\subset$ e $\not\subset$. O objetivo da questão é mostrar aos alunos que não existem apenas os conjuntos numéricos, além de desenvolver o raciocínio lógico para relacioná-los.

Figura 9 – Questão 2 da Avaliação Diagnóstica

2) Complete as lacunas com $\subset$ (está contido) ou $\not\subset$ (não está contido):

a) $A = conjunto\ dos\ répteis$ ______ $B = conjunto\ dos\ animais$
b) $C = \{2, 4, 6\}$ ______ $D = \{2, 3, 4, 5\}$
c) $E = conjunto\ das\ consoantes$ ______ $F = conjunto\ das\ vogais$
d) $G = \{1, 3, 5\}$ ______ $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
e) $I = \{pop, sertanejo, funk\}$ ______ $J = conjunto\ dos\ gêneros\ musicais$

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 3 (Figura 10), os alunos devem utilizar o Diagrama de Venn para representar a afirmação contida no enunciado. O objetivo é relembrar o que é Diagrama de Venn e sua representação.

Figura 10 – Questão 3 da Avaliação Diagnóstica

3) Represente por meio do Diagrama de Venn a seguinte afirmação: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Fonte: Elaboração própria.

A quarta e última questão (Figura 11) é o problema gerador, escolhido seguindo as orientações de Polya (2006): uma questão nem muito fácil nem muito difícil e que seja interessante para o aluno, fazendo-o se interessar pelo tema. O aluno, a partir das sentenças, deve ser capaz de apontar a afirmação correta e explicar seu raciocínio. O objetivo da questão é motivar os alunos e despertar a curiosidade para o tema proposto.

Figura 11 – Questão 4 da Avaliação Diagnóstica

4) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

4.1) Explique seu raciocínio:

____

____

Fonte: Elaboração própria.

Por ser um tema de raciocínio lógico e que não requer cálculos, a proposta da Avaliação Diagnóstica apresenta poucos requisitos para que os alunos possam avançar no estudo planejado.

2.2.2 Aplicação e análise de dados

A aplicação aconteceu no dia 28 de setembro de 2018, em duas turmas[1] do 9º ano do Ensino Fundamental de uma instituição privada, na cidade de Campos dos Goytacazes. A duração foi de uma hora-aula. A Turma A tinha 32 alunos e a Turma B, 27 alunos, totalizando 59 alunos participantes.

A professora regente das turmas foi a responsável pela aplicação da Avaliação Diagnóstica, seguindo as orientações que lhe foram dadas pela pesquisadora. Os alunos foram instruídos a resolverem as questões individualmente e sem consulta. Contudo, muitos tiveram dúvidas sobre o que seria Diagrama de Venn, na terceira questão. Dessa forma, a professora foi para o quadro e fez uma relação com o contéúdo de Funções, no qual os diagramas eram utilizados, ainda que em um outro contexto.

Na última questão, o problema gerador, os alunos mostraram-se muito curiosos e queriam debater entre si sobre as possíveis respostas. A professora interviu, solicitando que cada um fizesse do seu modo e não conversassem com os colegas. Ao final, a professora relatou que os alunos ficaram bastante interessados na questão e queriam saber a resposta do problema assim que a avaliação foi recolhida.

A primeira questão, na qual trabalhava a relação de pertinência entre elemento e conjunto, os alunos mostraram grande dificuldade em analisar os conjuntos numéricos e

[1] Para não causar confusão e simplificar o relato, as turmas foram denominadas Turma A e Turma B. Tal nomenclatura foi utilizada em todo o texto e, vale ressaltar, que não representa seus nomes reais.

seus elementos. Se desconsideramos o item *c*, 15 alunos da Turma A e 10 da Turma B acertaram a questão. Os números aumentam quando consideramos apenas os quatro últimos itens, que abordam outros tipos de conjuntos como conjunto das vogais e conjunto dos mamíferos. Dos itens *e* até *h*, foram 27 alunos da Turma A e 22 da Turma B que os acertaram. Contudo, apenas 6 alunos da Turma A e 3 da Turma B acertaram a questão 1 em sua totalidade. Portanto, pode-se concluir que a maioria dos alunos dominava o conceito da relação de pertinência.

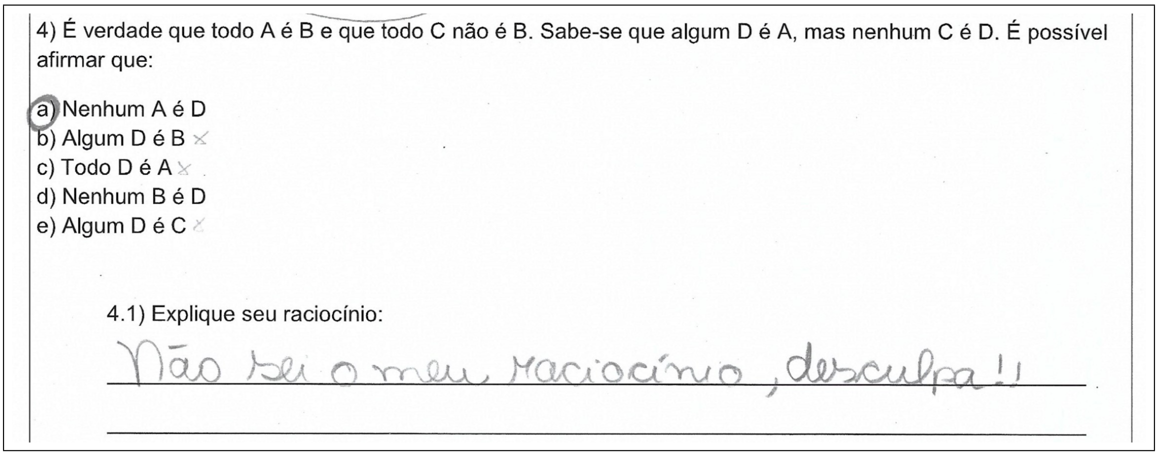
Na questão 2, sobre a relação de inclusão entre conjuntos, 17 alunos da Turma A e 16 da Turma B acertaram todos os itens. Logo, mais da metade das turmas estava familiarizada com os conceitos requisitados na questão.

A terceira questão, sobre Diagrama de Venn, teve bom resultado na Turma A, mas menos da metade dos alunos da Turma B conseguiu resolver de maneira correta. Foram 24 alunos na Turma A e 13 na Turma B, então este tópico seria abordado com mais atenção na Turma B.

Na última questão, dois aspectos devem ser levados em consideração: a marcação da alternativa correta e a justificativa no item 4.1. Na Turma A, 21 alunos marcaram a resposta certa, mas apenas 10 justificaram corretamente. Na Turma B, 15 alunos marcaram a alternativa correta. Entretanto, só 10 conseguiram justificar sua resposta de maneira certa.

Um aluno não soube resolver a questão de maneira correta e também não soube justificar seu raciocínio, pedindo desculpas por isso (Figura 12). Apenas um aluno utilizou a representação por conjuntos para justificar sua resposta (Figura 13).

Figura 12 – Resposta incorreta e sem justificativa para o item 4.1 da Avaliação Diagnóstica


4) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

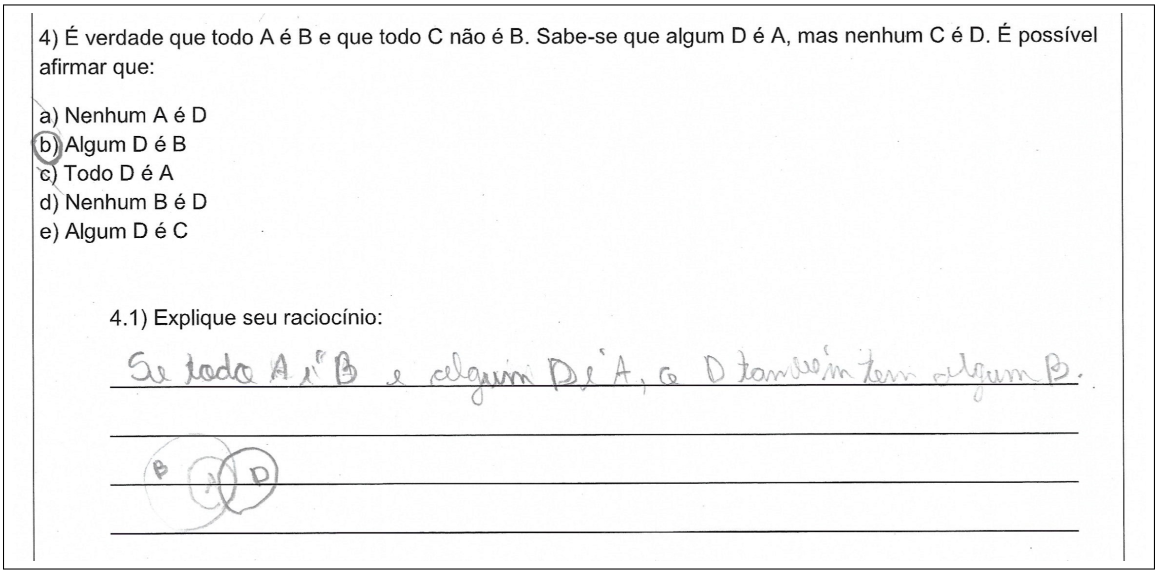
a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

4.1) Explique seu raciocínio:

Não sei o meu raciocínio, desculpa!!

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 13 – Resposta correta e com justificativa para o item 4.1 da Avaliação Diagnóstica



4) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

4.1) Explique seu raciocínio:

Se todo A é B e algum D é A, o D também tem algum B.

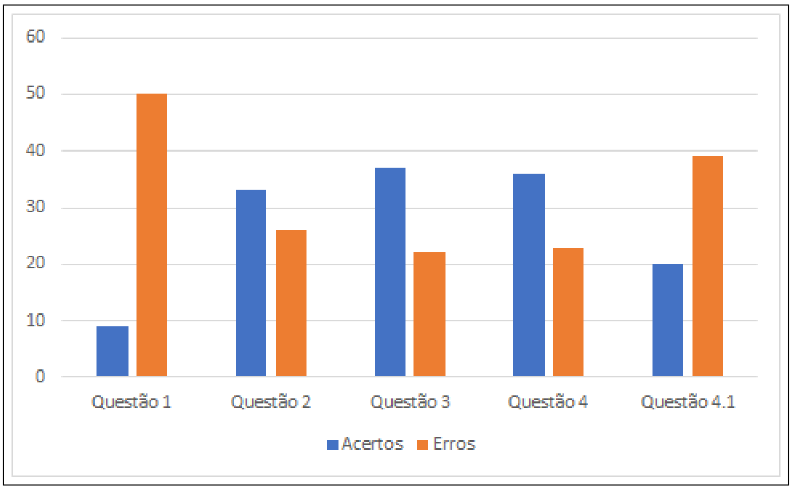
B A D

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Cabe destacar que três alunos utilizaram os símbolos de $\in$ e $\notin$ na questão 2, que tratava sobre inclusão. Apenas um aluno utilizou $\subset$ e $\not\subset$ na questão 1, que era sobre a relação de pertinência. Três alunos afirmaram que a quarta questão ou não tinha resposta correta, ou apresentava duas alternativas certas.

De maneira sintetizada, tem-se abaixo a relação dos erros e acertos de todos os alunos, de ambas as turmas, por questão (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Quantidade de erros e acertos nas questões da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Elaboração própria.

Seguindo os requisitos para o avanço dessa pesquisa, de um modo geral, os alunos tiveram um desempenho satisfatório.

2.3 Elaboração da Sequência Didática

Com base nos resultados da Avaliação Diagnóstica, a sequência didática foi elaborada, composta por três atividades e um questionário.

A Atividade 1 (Apêndice B) foi elaborada para verificar se os conceitos principais haviam sido apreendidos pelos alunos, de modo que pudessem expor suas dúvidas para que fossem explicadas antes das próximas atividades.

Em seguida, com a Atividade 2 (Apêndice C), a ideia era estimular o trabalho em grupo e a interpretação dos textos de modo que os alunos conseguissem passar as informações para a linguagem matemática e fossem capazes de solucionar os problemas.

Por fim, a Atividade 3 (Apêndice D) finalizaria esta sequência com exemplos de como o conteúdo exposto nessa pesquisa tem sido cobrado em vestibulares e concursos públicos pelo país.

2.3.1 Atividade 1

A Atividade 1, a ser aplicada após a formalização do conteúdo, que será descrita no 3, tem por objetivo verificar se os alunos compreenderam os conceitos, tirando as possíveis dúvidas, e prepará-los para as duas atividades seguintes. É composta por cinco questões. Cada uma, com exceção da primeira, foi escolhida de modo que apresentem diferentes aplicações dos conceitos abordados previamente.

A questão 1 (Figura 14) é o problema gerador apresentado na Avaliação Diagnóstica. A repetição tem como objetivo analisar se, após a formalização do conteúdo, mais alunos seriam capazes de resolver o problema corretamente e explicarem seu raciocínio de maneira coerente.

Figura 14 – Questão 1 da Atividade 1

1) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

1.1) Explique seu raciocínio.

____

____

Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 (Figura 15) traz uma abordagem diferente para a representação das afirmações e negações que utilizam os quantificadores. Nesta questão, ainda que não seja tratado com quantidades fixas em cada grupo, é possível atribuir uma noção do conjunto como um todo e, a partir disso, buscar o conjunto que apresenta mais relações com os outros.

Figura 15 – Questão 2 da Atividade 1

2) Juliana viajou nas férias para Praia do Forte, em Cabo Frio. Alguns dos seus amigos também iriam para lá, então estavam tentando marcar um encontro no qual todos pudessem estar presentes. Entretanto, Juliana percebeu que não seria uma tarefa fácil.
Ela logo percebeu que ninguém poderia no domingo. Todo mundo que poderia ir no sábado, também poderia se fosse quinta-feira, mas não estariam presentes se fosse na terça-feira. Uma parte dos amigos que estaria livre na sexta-feira, também poderia se fosse na segunda-feira. Dos amigos sem compromisso para terça-feira, alguns também estariam disponíveis se fosse na quinta-feira e uma outra parte se fosse na quarta-feira. Juliana também viu que todos que poderiam ir na segunda-feira também poderiam se fosse quarta-feira, mas não se fosse na terça-feira.
Após muito analisar, Juliana conseguiu marcar o encontro. Em qual dia seria?

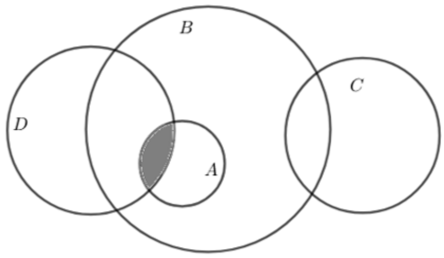
Fonte: Elaboração própria.

Quando diz "Ela logo percebeu que ninguém poderia no domingo.", tem-se que domingo é um conjunto que não terá relação com os outros conjuntos que representam os dias da semana. Na frase "Todo mundo que poderia ir no sábado, também poderia se fosse quinta-feira, mas não estariam presentes se fosse na terça-feira.", o aluno deve ser capaz de inferir que o conjunto que representa sábado está contido no conjunto que representa a quinta-feira, assim como os conjuntos de sábado e terça-feira são disjuntos. Portanto, o objetivo da questão é verificar se os alunos são capazes de entender as relações a partir de várias sentenças.

Diferente das questões anteriores, a questão 3 (Figura 16) fornece o diagrama de uma determinada situação, mas não as sentenças. O objetivo é averiguar se os alunos conseguem fazer suas próprias análises a fim de chegarem à conclusão pedida na questão.

Figura 16 – Questão 3 da Atividade 1

3) De acordo com o diagrama abaixo, pode-se afirmar que quem pertence à região sombreada é:



$A = conjunto\ dos\ músicos.$
$B = conjunto\ dos\ youtubers.$
$C = conjunto\ dos\ jogadores\ de\ futebol.$
$D = conjunto\ dos\ atores.$

a) apenas músico e youtuber.
b) jogador de futebol, músico e ator.
c) apenas ator e jogador de futebol.
d) músico, ator e youtuber.
e) apenas ator e youtuber.

Fonte: Elaboração própria.

A questão 4 (Figura 17) apresenta três sentenças e, com base nessas informações, requer do aluno uma conclusão que não pode ser tirada a partir delas. É importante destacar que na frase "Quem joga futebol também joga futsal.", o conjunto que representa futebol está contido no conjunto que representa futsal. Cabe ao aluno fazer essa relação com o quantificador universal *todo*. O objetivo da questão é fazer a tradução do problema para a linguagem matemática.

Figura 17 – Questão 4 da Atividade 1

4) Considere as afirmações abaixo:

Todos que jogam futevôlei jogam futebol.
Quem joga futebol também joga futsal.
Quem joga basquete não joga futsal.

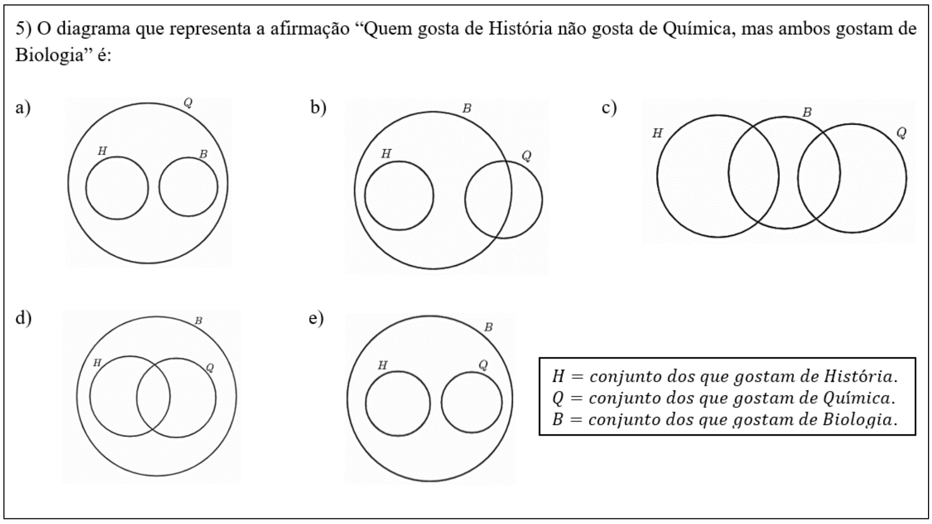
Assinale a alternativa que **não** é uma conclusão lógica das afirmações acima:

a) Todos que jogam futsal não jogam basquete.
b) Quem joga futevôlei não joga basquete.
c) Todos que jogam futsal também jogam futebol.
d) Quem joga basquete não joga futebol.
e) Todos que jogam futevôlei também jogam futsal.

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, a questão 5 (Figura 18) solicita ao aluno que a partir da sentença dada, ele aponte qual diagrama representa melhor a situação apresentada. Assim como na questão 3, o problema já fornece as figuras, buscando desenvolver no aluno não apenas o caminho da sentenças para o diagrama, mas, também, o inverso. Portanto, o objetivo da questão é desenvolver a compreensão da diferentes relações que podem ser representadas por diagramas.

Figura 18 – Questão 5 da Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

2.3.2 Atividade 2

O objetivo da Atividade 2 é instigar o trabalho em grupo e promover o debate entre os alunos, por meio de uma atividade diferente e motivadora. As habilidades dos alunos de transcreverem as sentenças para a linguagem matemática também será observada. Pretende-se, ainda, analisar se os conceitos apresentados estão sendo utilizados.

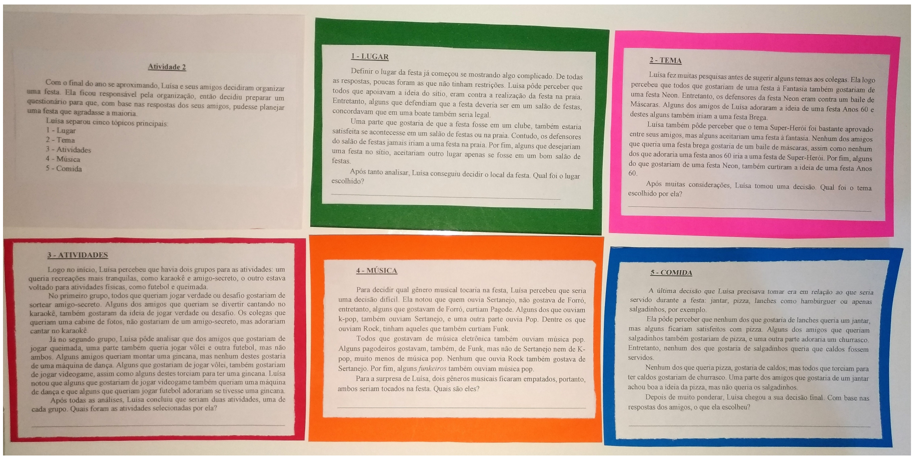
A Atividade 2 foi elaborada pela pesquisadora e consiste na organização de uma festa. São seis cartões de diferentes cores e, com exceção do primeiro, em cada um, uma escolha deve ser feita. A turma deve ser dividida em cinco grupos e cada um escolhe um dos cartões (Figura 19), sem saber seu conteúdo.

Figura 19 – Cartões da Atividade 2

Fonte: Elaboração própria.

O primeiro cartão conta o início do problema e nos outros são os problemas que os alunos devem discutir entre si e apontar a escolha final com base nas sentenças apresentadas (Figura 20).

Figura 20 – Problemas da Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

Juntamente com os problemas, um outro cartão está no envelope com um espaço para a resolução (Figura 21).

Figura 21 – Cartões para as resoluções da Atividade 2

Fonte: Elaboração própria.

O primeiro cartão contém o início da Atividade 2, que deve ser lido pelo professor (Figura 22). É a apresentação da atividade e conta a base da estória. Os próximos cartões estão divididos por temas: *Lugar*, ou seja, onde a festa deve acontecer; *Tema*, que seria o cerne da festa; *Atividades*, que seriam os jogos e atrações; *Música*, ou seja, os gêneros musicais que seriam tocados; e, por fim, *Comida*, o prato principal a ser servido.

Figura 22 – Cartão 1 da Atividade 2

Atividade 2

Com o final do ano se aproximando, Luísa e seus amigos decidiram organizar uma festa. Ela ficou responsável pela organização, então decidiu preparar um questionário para que, com base nas respostas dos seus amigos, pudesse planejar uma festa que agradasse a maioria.

Luísa separou cinco tópicos principais:

1 - Lugar
2 - Tema
3 - Atividades
4 - Música
5 - Comida

Fonte: Elaboração própria.

Todos os cartões têm como objetivo incentivar o debate entre os alunos em seus grupos e, ao final, entre toda a turma, para que se chegue a um consenso a respeito das respostas obtidas por cada um.

O cartão 2, *1 - Lugar* (Figura 23), apresenta cinco opções, das quais apenas uma é a resposta final. O aluno, com base nas sentenças, deve ser capaz de apontar em qual lugar ocorrerá a festa em questão: sítio, boate, praia, clube ou salão de festas.

Figura 23 – Cartão 2 da Atividade 2

1 - LUGAR

Definir o lugar da festa já começou se mostrando algo complicado. De todas as respostas, poucas foram as que não tinham restrições. Luísa pôde perceber que todos que apoiavam a ideia do sítio, eram contra a realização da festa na praia. Entretanto, alguns que defendiam que a festa deveria ser em um salão de festas, concordavam que em uma boate também seria legal.

Uma parte que gostaria de que a festa fosse em um clube, também estaria satisfeita se acontecesse em um salão de festas ou na praia. Contudo, os defensores do salão de festas jamais iriam a uma festa na praia. Por fim, alguns que desejariam uma festa no sítio, aceitariam outro lugar apenas se fosse em um bom salão de festas.

Após tanto analisar, Luísa conseguiu decidir o local da festa. Qual foi o lugar escolhido?

____

Fonte: Elaboração própria.

No cartão 3, *2 - Tema* (Figura 24), é preciso definir qual será o assunto principal da festa dentre as opções: à Fantasia, Super-Herói, Neon, Anos 60, Brega ou um Baile de Máscaras.

Figura 24 – Cartão 3 da Atividade 2

2 - TEMA

Luísa fez muitas pesquisas antes de sugerir alguns temas aos colegas. Ela logo percebeu que todos que gostariam de uma festa à Fantasia também gostariam de uma festa Neon. Entretanto, os defensores da festa Neon eram contra um baile de Máscaras. Alguns dos amigos de Luísa adoraram a ideia de uma festa Anos 60 e destes alguns também iriam a uma festa Brega.

Luísa também pôde perceber que o tema Super-Herói foi bastante aprovado entre seus amigos, mas alguns aceitariam uma festa à fantasia. Nenhum dos amigos que queria uma festa brega gostaria de um baile de máscaras, assim como nenhum dos que adoraria uma festa anos 60 iria a uma festa de Super-Herói. Por fim, alguns do que gostariam de uma festa Neon, também curtiram a ideia de uma festa Anos 60.

Após muitas considerações, Luísa tomou uma decisão. Qual foi o tema escolhido por ela?

____

Fonte: Elaboração própria.

Para o cartão 4, *3 - Atividades* (Figura 25), as sentenças foram divididas em dois grupos: um voltado para recreações e outro para atividades físicas. Ou seja, para essa resolução, são necessárias duas etapas separadas na qual cada uma fornece uma resposta, sendo as duas a solução para o problema. Para as atividades recreativas, as opções são: karaokê, amigo-secreto, verdade ou desafio e cabine de fotos. Já para as atividades físicas, os alunos têm que definir a atividade dentre queimada, gincana, videogame, futebol, vôlei e máquina de dança.

Figura 25 – Cartão 4 da Atividade 2

3 - ATIVIDADES

Logo no início, Luísa percebeu que havia dois grupos para as atividades: um queria recreações mais tranquilas, como karaokê e amigo-secreto, o outro estava voltado para atividades físicas, como futebol e queimada.

No primeiro grupo, todos que queriam jogar verdade ou desafio gostariam de sortear amigo-secreto. Alguns dos amigos que queriam se divertir cantando no karaokê, também gostaram da ideia de jogar verdade ou desafio. Os colegas que queriam uma cabine de fotos, não gostariam de um amigo-secreto, mas adorariam cantar no karaokê.

Já no segundo grupo, Luísa pôde analisar que dos amigos que gostariam de jogar queimada, uma parte também queria jogar vôlei e outra futebol, mas não ambos. Alguns amigos queriam montar uma gincana, mas nenhum destes gostaria de uma máquina de dança. Alguns que gostariam de jogar vôlei, também gostariam de jogar videogame, assim como alguns destes torciam para ter uma gincana. Luísa notou que alguns que gostariam de jogar videogame também queriam uma máquina de dança e que alguns que queriam jogar futebol adorariam se tivesse uma gincana.

Após todas as análises, Luísa concluiu que seriam duas atividades, uma de cada grupo. Quais foram as atividades selecionadas por ela?

____

Fonte: Elaboração própria.

No cartão 5, *4 - Música* (Figura 26), das sete possibilidades, duas têm a mesma quantidade de relações entre si. Portanto, por mais que seja apenas uma resolução, a resposta final contém dois gêneros musicais diferentes.

Figura 26 – Cartão 5 da Atividade 2

4 - MÚSICA

Para decidir qual gênero musical tocaria na festa, Luísa percebeu que seria uma decisão difícil. Ela notou que quem ouvia Sertanejo, não gostava de Forró, entretanto, alguns que gostavam de Forró, curtiam Pagode. Alguns dos que ouviam k-pop, também ouviam Sertanejo, e uma outra parte ouvia Pop. Dentre os que ouviam Rock, tinham aqueles que também curtiam Funk.

Todos que gostavam de música eletrônica também ouviam música pop. Alguns pagodeiros gostavam, também, de Funk, mas não de Sertanejo nem de K-pop, muito menos de música pop. Nenhum que ouvia Rock também gostava de Sertanejo. Por fim, alguns *funkeiros* também ouviam música pop.

Para a surpresa de Luísa, dois gêneros musicais ficaram empatados, portanto, ambos seriam tocados na festa. Quais são eles?

____

Fonte: Elaboração própria.

O último cartão, *5 - Comida* (Figura 27), apresenta as diversas opções do que seria o prato principal a ser servido. O aluno deve apontar apenas uma dentre as possibilidades: churrasco, caldos, jantar, pizza, lanches e salgadinhos.

Figura 27 – Cartão 6 da Atividade 2

5 - COMIDA

A última decisão que Luísa precisava tomar era em relação ao que seria servido durante a festa: jantar, pizza, lanches como hambúrguer ou apenas salgadinhos, por exemplo.

Ela pôde perceber que nenhum dos que gostaria de lanches queria um jantar, mas alguns ficariam satisfeitos com pizza. Alguns dos amigos que queriam salgadinhos também gostariam de pizza, e uma outra parte adoraria um churrasco. Entretanto, nenhum dos que gostaria de salgadinhos queria que caldos fossem servidos.

Nenhum dos que queria pizza, gostaria de caldos; mas todos que torciam para ter caldos gostariam de churrasco. Uma parte dos amigos que gostaria de um jantar achou boa a ideia da pizza, mas não queria os salgadinhos.

Depois de muito ponderar, Luísa chegou a sua decisão final. Com base nas respostas dos amigos, o que ela escolheu?

____

Fonte: Elaboração própria.

Ao final, cada grupo deve apresentar sua resolução para o restante da turma para que todos possam discutir sobre as respostas e os caminhos adotados por cada um.

2.3.3 Atividade 3

A Atividade 3 tem por objetivo verificar o desempenho dos alunos em questões de vestibulares e concursos públicos. Para tanto, é esperado que os alunos utilizem o conteúdo trabalhado em sala de aula.

Apresenta um total de seis questões, da quais três são de vestibulares e três de concursos públicos, sendo duas a nível superior e uma a nível médio. O objetivo de cada questão é saber se os alunos compreenderam o conteúdo ensinado, a fim de aplicá-los nos exercícios propostos. Portanto, espera-se que os diagramas sejam utilizados para auxiliá-los nas resoluções.

A primeira questão (Figura 28) é do vestibular da PUC-PR para o curso de Medicina. A partir das sentenças, os alunos devem apontar qual das opções dadas apresenta uma conclusão válida.

Figura 28 – Questão 1 da Atividade 3

1) (PUC-PR – 2016) As informações a seguir são verdadeiras:

Todo maratonista gosta de correr na rua.
Existem maratonistas que são pouco disciplinados.

Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Algum maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
b) Algum maratonista disciplinado não gosta de correr na rua.
c) Todo maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.
d) Todo maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
e) Algum maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 (Figura 29) foi elaborada pela FUNRIO, banca responsável do concurso público da Secretaria de Estado da Saúde de Rondônia para o cargo de Enfermeiro, a nível superior. Tal questão se assemelha ao problema gerador.

Figura 29 – Questão 2 da Atividade 3

2) (FUNRIO – 2017) Se todo X é Y, todo Y é Z e todo W é Y, avalie se as afirmativas a seguir são falsas (F) ou verdadeiras (V):

I. Todo W é X.
II. Todo Z é W.
III. Todo X é Z.

As afirmativas são respectivamente:

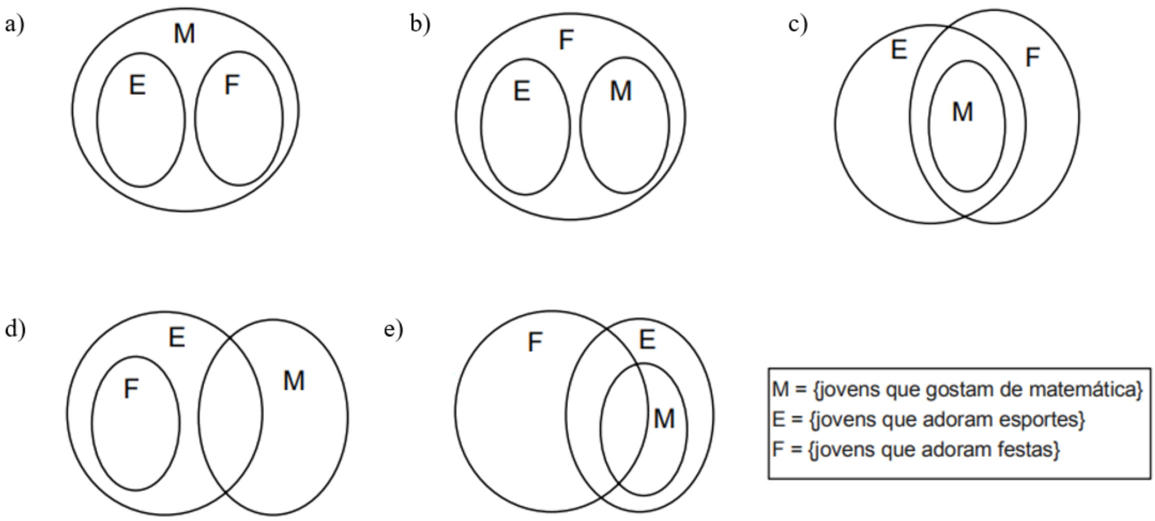
a) F, F e F.
b) F, F e V.
c) V, V e V.
d) V, F e F.
e) F, V e F.

Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão (Figura 30) fez parte da primeira fase do vestibular da UFG-GO. Sua importância está em fazer o aluno interpretar, além da sentença, os diagramas e suas diversas possibilidades de representação.

Figura 30 – Questão 3 da Atividade 3

3) (UFG GO – 2005) A afirmação "Todo jovem que gosta de matemática adora esportes e festas" pode ser representada segundo o diagrama:



Fonte: Elaboração própria.

Elaborada pela banca FGV, a quarta questão (Figura 31) foi retirada da prova para Técnico Judiciário, a nível médio, no estado de Santa Catarina. Os alunos devem concluir uma sentença verdadeira a partir das afirmações dadas.

Figura 31 – Questão 4 da Atividade 3

4) (FGV – 2017) Considere verdadeiras as afirmações:

Todos os artistas são pessoas interessantes.
Nenhuma pessoa interessante sabe dirigir.

É correto concluir que:

a) todas as pessoas interessantes são artistas.
b) algum artista sabe dirigir.
c) quem não é interessante sabe dirigir.
d) toda pessoa que não sabe dirigir é artistas.
e) nenhum artista sabe dirigir.

Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão (Figura 32) foi do vestibular do INSPER. São feitas diversas afirmações, utilizando os quantificadores, e os alunos devem ser capazes de interpretar as relações entre cada uma e, assim, marcar a opção correta.

Figura 32 – Questão 5 da Atividade 3

5) (INSPER – 2014) Dentro de um grupo de tradutores de livros, todos os que falam alemão também falam inglês, mas nenhum que fala inglês fala japonês. Além disso, os dois únicos que falam russo também falam coreano. Sabendo que todo integrante desse grupo que fala coreano também fala japonês, pode-se concluir que, necessariamente,

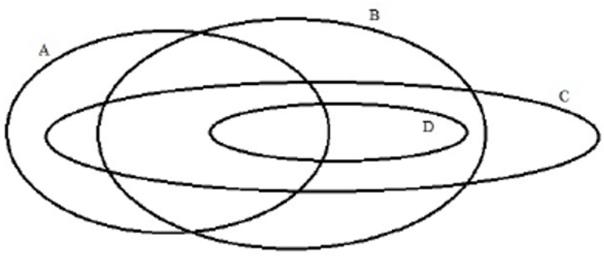
a) todos os tradutores que falam japonês também falam russo.
b) todos os tradutores que falam alemão também falam coreano.
c) pelo menos um tradutor que fala inglês também fala coreano.
d) nenhum dos tradutores fala japonês e também russo.
e) nenhum dos tradutores fala russo e também alemão.

Fonte: Elaboração própria.

Na última questão (Figura 33), selecionada da prova para professor de Matemática da SEDUCE-GO, elaborada pelo Instituto Quadrix, a partir do diagrama, os alunos devem analisar qual opção completa a afirmação no enunciado para que seja verdadeira.

Figura 33 – Questão 6 da Atividade 3

6) (QUADRIX – 2018 – adaptada) No diagrama abaixo, os conjuntos A, B, C e D correspondem, respectivamente, a tecladistas, violinistas, cantores e músicos felizes. Nesse caso, todo músico feliz é:



a) violinista e cantor.
b) tecladista e cantor.
c) tecladista e violinista.
d) cantor, mas não é tecladista.
e) violinista, mas não é tecladista.

Fonte: Elaboração própria.

2.4 Elaboração do Questionário

Como já mencionado anteriormente, esta pesquisa conta com um questionário a ser aplicado ao final da experimentação das atividades. Sendo assim, existem algumas considerações que devem ser feitas durante sua elaboração, tais como:

> a) as perguntas devem ser formuladas de maneira clara, concreta e precisa; b) deve-se levar em consideração o sistema de referência do interrogado, bem como o seu nível de informação; c) a pergunta deve possibilitar uma

> única interpretação; d) a pergunta não deve sugerir respostas; e) as perguntas devem referir-se a uma única ideia de cada vez. (GIL, 2008, p. 126).

Gil (2008) afirma que é preciso levar em consideração que as pessoas que vão responder a um questionário não têm uma obrigação para respondê-lo, então deve-se incluir apenas as perguntas realmente necessárias para alcançar os objetivos da pesquisa.

O questionário proposto tem por objetivo investigar as possíveis contribuições, para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, da aplicação dos Quantificadores com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico. Foi dividido em duas perguntas: uma fechada e uma aberta.

A questão fechada apresenta itens de *a* até *i*, nos quais o aluno deve assinalar uma alternativa de acordo com a escala: Discordo, Discordo parcialmente, Não concordo nem discordo, Concordo parcialmente e Concordo. Os itens foram divididos de modo que de *a* até *g* avaliam o estudo e as atividades sobre os Quantificadores e os itens *h* e *i* avaliam a utilização dos mesmos nos problemas propostos.

A questão aberta consiste em um espaço para os alunos darem suas opiniões acerca de pontos positivos ou negativos, assim como sugestões para a melhoria do trabalho.

Capítulo 3

Relato de Experiência e Análise de Dados

Neste capítulo, são feitos os relatos da experimentação e as análises dos dados. O relato está dividido em primeiro e segundo encontros, com suas respctivas análises de acordo com as atividades aplicadas em cada dia.

A experimentação foi planejada para três encontros com duração de duas horas-aula. Entretanto, devido ao calendário da escola no final de ano e um projeto de outra disciplina que precisou das aulas previamente marcadas, apenas dois encontros foram realizados. Foram dois encontros com duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma instituição da rede privada, na cidade de Campos dos Goytacazes, RJ. Cada encontro teve duração de duas horas-aula, totalizando quatro horas-aula em cada turma.

Na Turma A, no primeiro encontro, participaram 34 alunos e, no segundo, 27. Na Turma B, foram 28 presentes no primeiro dia e 25, no segundo dia. Para realizar a análise, serão considerados apenas os alunos que participaram da Avaliação Diagnóstica e dos dois encontros, portanto, 26 alunos da Turma A e 23 alunos da Turma B.

Para a Turma A, os alunos foram nomeados A1, A2, A3, ..., A26 e, para a Turma B, segue o mesmo padrão: B1, B2, B3, ..., B23. Cabe destacar que esta nomenclatura foi utilizada até o final, ou seja, o aluno B1, por exemplo, é o mesmo para todos os momentos aqui relatados.

3.1 Primeiro encontro

O primeiro encontro aconteceu no dia 01 de novembro de 2018. No início, foi feita uma breve introdução pela pesquisadora, apresentando-se e informando do que se tratava o trabalho. Contudo, sem mencionar o tema, conforme a Metodologia adotada nesta pesquisa.

É importante ressaltar que o relato dessa experiência, ainda que tenha acontecido em duas turmas diferentes, será apresentado como uma visão geral de ambas as turmas. Os tópicos, os exemplos e a forma de abordar os conteúdos foram os mesmos utilizados tanto na Turma A quanto na Turma B, embora separadamente.

A última questão da Avaliação Diagnóstica, problema gerador, aplicada pela professora regente da turma no dia 28 de setembro de 2018, foi retomada, e todos os alunos afirmaram que se lembravam do problema. A pesquisadora então perguntou quem tinha marcado a alternativa tendo certeza de que a resposta estava correta, e apenas dois alunos da Turma A levantaram a mão e três alunos na Turma B. Os alunos foram questionados se achavam que havia uma forma mais fácil de resolver a questão para que, dessa forma, pudessem ter certeza de suas respostas, e todos concordaram.

A seguir, foi dado início a formalização do conteúdo, uma das etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic et al. (2014). Cabe destacar que o roteiro das perguntas feitas pela pesquisadora foi seguido em ambas as turmas, sofrendo pequenas alterações, tais como bandas favoritas e gostos pessoais, de acordo com as respostas obtidas. Os alunos foram questionados sobre o Diagrama de Venn e, em ambas as turmas, falaram que eram *círculos para representar conjuntos*. Perguntou-se, então, se existiam apenas os conjuntos numéricos, e alguns alunos afirmaram que sim. A seguir, outros conjuntos foram mencionados, como o conjunto das cores da bandeira do Brasil, o conjunto de alunos da turma, entre outros.

Começando pela relação de pertinência, foram feitas algumas representações de conjuntos no quadro. A pesquisadora pediu aos alunos que informassem uma banda que gostassem, e a banda O Rappa foi mencionada em uma das turmas. A partir disso, os alunos foram levados a pensar se o cantor da banda pertenceria ou não ao conjunto dos integrantes do O Rappa e todos responderam que sim, pertenceria. Em seguida, utilizando como exemplo uma cantora da atualidade e sem relação com a banda em questão, os alunos prontamente responderam que a mesma não pertenceria ao conjunto. Também foram feitas perguntas com relação à turma, perguntando o nome de alguns alunos e indicando-os por pontos dentro do Diagrama de Venn que representava os alunos da turma em questão.

Dando continuidade, o próximo tópico abordado foi a inclusão dos conjuntos. Ainda com o exemplo das bandas, foi solicitado aos alunos que mencionassem uma outra. E, a partir das duas bandas citadas, os alunos foram direcionados a analisarem se teria algum tipo de relação entre esses dois conjuntos, levando em consideração os integrantes das bandas, e todos negaram. Para finalizar esse momento, uma afirmação foi escrita no quadro a fim de trabalhar os conceitos dos quantificadores.

A partir da afirmativa: *"Todas as piadas são engraçadas"*, os alunos foram instigados a identificarem os conjuntos ali contidos e expressarem a melhor forma de representação. Alguns alunos disseram que os conjuntos deveriam ser iguais. Como resposta, foram questionados se era possível afirmar que tudo que era engraçado era piada, e eles disseram que não. Então, logo concluíram que a única forma possível era colocar o diagrama que representava as piadas contido no diagrama que representava aquilo que era engraçado.

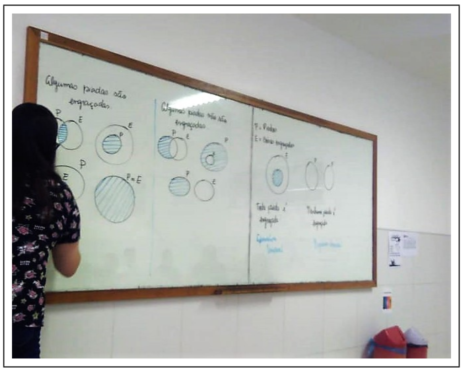
Depois, perguntou-se como seria a negação da afirmativa anterior e um aluno disse que *"Nenhuma piada é engraçada"*. A respeito da melhor forma de representação, vários alunos começaram a falar ao mesmo tempo que seriam dois conjuntos separados, ou seja, sem intersecção.

Para concluir essa primeira parte, foram dados os conceitos de Quantificador Universal, sendo o primeiro exemplo uma Afirmativa Universal e o segundo, a Negativa Universal. A importância dos quantificadores "todo" e "nenhum" foram destacados com mais alguns exemplos de maneira oral.

No segundo momento, foi dada aos alunos uma nova afirmativa: *"Algumas piadas são engraçadas"*. Novamente, foram questionados sobre as melhores formas de representação dos conjuntos por meio dos diagramas. Rapidamente, os alunos falaram de dois diagramas com uma intersecção entre eles. Questionados, então, sobre alguma outra possibilidade, todos negaram. A fim de direcioná-los, a pesquisadora informou que havia quatro formas e, assim, os alunos começaram a debater entre si.

Visto que os alunos não chegaram a um consenso e para melhor orientá-los, foi desenhado no quadro o diagrama do conjunto das piadas contido do conjunto das coisas engraçadas. Quando perguntados se estava incorreto, prontamente responderam que não, pois se todas as piadas são engraçadas, então algumas também são. Logo em seguida, uma aluna sugeriu que fosse desenhado, então, o conjunto das coisas engraçadas contido do conjunto das piadas, partindo do mesmo princípio do diagrama anterior. Para a quarta representação, os alunos ficaram divididos e apontando exemplos que já estavam representados no quadro, até que uma outra aluna questionou sobre a possibilidade de os conjuntos serem iguais, completando, assim, as quatro representações.

Figura 34 – Etapa de Formalização do Conteúdo



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Assim como na primeira parte, perguntou-se aos alunos uma forma de negar a afirmação anterior. Um dos alunos disse que seria usando o termo “nenhum”, mas outros colegas já descartaram a possibilidade. Após alguns instantes, um aluno disse que seria usando o termo “algum”. Ao ser questionado como ficaria a sentença, outros alunos o ajudaram a completar, todos concordando que seria *“Algumas piadas não são engraçadas”*. A fim de motivá-los, foi informado que eram três representações de diagramas e rapidamente os alunos começaram a apontar o primeiro diagrama do item anterior, sendo a representação de dois conjuntos com uma intersecção. Até o momento, sempre era destacada a parte do conjunto que representava a afirmação, e os alunos perceberam que, ainda que a representação fosse a mesma, a solução final seria diferente.

Em seguida, os alunos sugeriram a representação de dois conjuntos disjuntos e, por fim, após alguns questionamentos, apontaram o diagrama que faltava, representando o diagrama das coisas engraçadas contido do conjunto das piadas. Para concluir, foram definidos os conceitos de Afirmativa Particular e Negativa Particular, respectivamente, que compunham os Quantificadores Existenciais.

A fim de finalizar a etapa de formalização do conteúdo, foram escritas três sentenças no quadro:

(i) Todo mundo que gosta de ler também gosta de viajar.

(ii) Algumas pessoas que gostam de ouvir música gostam de viajar, mas não gostam de ler.

(iii) Algumas pessoas que gostam de ir ao cinema também gostam de ler.

Foi pedido aos alunos que lessem atentamente as afirmações, individualmente, como sugerido na proposta da Metodologia adotada, e que identificassem os conjuntos envolvidos no problema, a fim de concluir qual atividade a maioria gostava. Eles logo apontaram os conjuntos de quem gosta de viajar, quem gosta de ouvir música, quem gosta de ler e quem gosta de ir ao cinema.

Ao serem questionados sobre como começar a resolver o problema, os alunos sugeriram desenhar o conjunto de quem gosta de ler contido no conjunto de quem gosta de viajar. Um aluno perguntou se eles não seriam iguais e foi reforçada a ideia de que o problema não afirmava que todo mundo que gosta de viajar também gosta de ler.

Em seguida, os alunos falaram para representar o conjunto de quem gosta de ouvir música com intersecção com o conjunto de quem gosta de viajar, entretanto, logo apontaram que não poderia haver intersecção com o conjunto de quem gosta de ler.

A última afirmação gerou algumas dúvidas. Alguns alunos questionaram se desenhariam o conjunto de quem gosta de ir ao cinema contido do conjunto de quem gosta de viajar, já que não era mencionado no problema, assim como também não foi dito nada em relação a quem gosta de ouvir música.

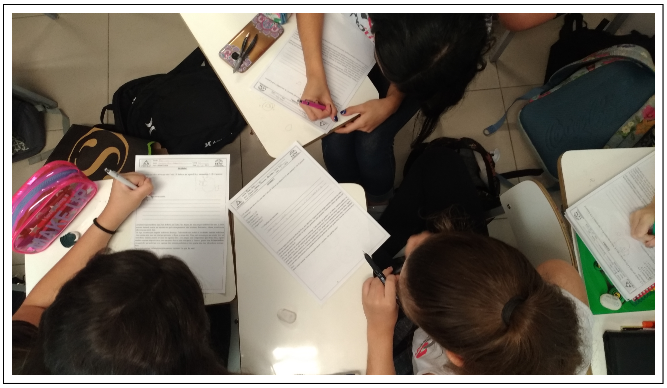
Ao serem questionados se poderiam garantir quaisquer uma dessas afirmações, disseram que não. Antes que a pesquisadora pudesse interferir, uma aluna disse que como algumas pessoas que gostam de ir ao cinema gostam de ler, então necessariamente algumas dessas gostam de viajar. Em seguida, um outro aluno disse que como não foi mencionado que todos que gostam de ir ao cinema também gostam de ler, então um conjunto não poderia estar contido no outro.

Ao analisarem os diagramas representados no quadro, os alunos apontaram que a maioria daquele grupo gostava de viajar, pois era o diagrama com mais intersecções. Nesse momento, chamou-se a atenção dos alunos para o fato de que por mais que não estivessem trabalhando com quantidade absoluta de pessoas, ainda era possível chegar a essas conclusões apenas trabalhando com conjuntos de um modo geral.

A formalização do conteúdo teve duração de cinquenta minutos (uma hora-aula) e contou com muita participação dos alunos, em ambas as turmas. A maioria estava bastante atenta e fazendo muitas perguntas, querendo assegurar todas as possibilidades possíveis antes de darem uma resposta final.

Em seguida, foi entregue a Atividade 1 para que os alunos pudessem aplicar os novos conceitos apresentados. Foi dito que eles poderiam se sentar em grupos (Figura 35), como é mencionado na Metodologia adotada, para que pudessem realizar a leitura em grupo e debatessem entre si. Muitos alunos apresentaram surpresa ao relerem o problema gerador e notarem como agora estava mais simples de resolver.

Figura 35 – Alunos da Turma A, em grupo, resolvendo a Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Um aluno preferiu se sentar sozinho (Figura 36). Entretanto, mostrou-se bastante interessado na atividade proposta.

Figura 36 – Aluno da Turma B sentado sozinho para resolver a Atividade 1

Fonte: Protocolo de pesquisa.

É importante destacar algumas particularidades de cada turma durante este primeiro dia de experimentação. A Turma A mostrou-se mais tímida, dando respostas mais diretas. Alguns alunos também mostravam claro desinteresse.

Três alunos desta turma relataram que, na semana anterior, tinham participado de uma Olímpiada de Matemática interna da escola e que uma das questões era bastante parecida com o que estava sendo apresentado. Um dos alunos afirmou que se a aplicação tivesse acontecido antes, ele com certeza teria conseguido resolver o problema.

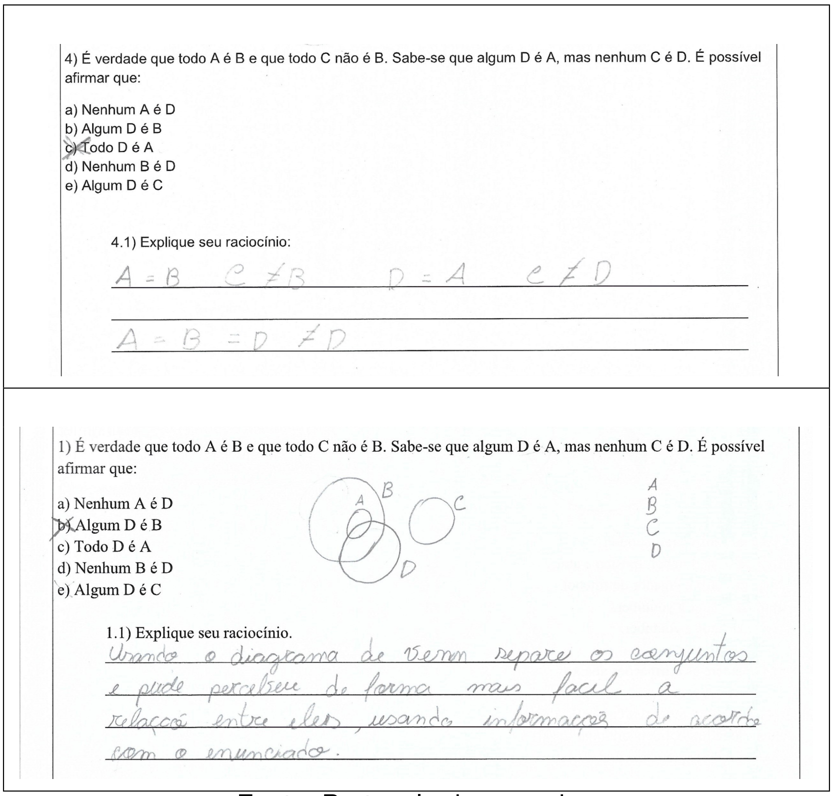
A Turma B, em contrapartida, foi mais participativa desde o início, sempre fazendo muitas perguntas durante a explicação. Um grupo de alunos, considerados os mais bagunceiros pela professora regente da turma, participaram de todas as atividades, resolvendo todas as questões e debatendo bastante entre si. A turma, de um modo geral, estava mais engajada nas atividades propostas.

Ao final do primeiro encontro, a Atividade 1 foi recolhida e, em seguida, corrigida com os alunos, que participaram bastante e comemoraram cada acerto.

3.1.1 Análise dos dados do primeiro encontro

Em ambas as turmas, os alunos levaram de 30 minutos a 35 minutos para resolver as questões. Como mencionado anteriormente, os alunos acharam mais fácil responder o problema gerador e conseguiram explicar corretamente o seu raciocínio. No Quadro 1, pode-se comparar as respostas do aluno A1 na Avaliação Diagnóstica e na Atividade 1, respectivamente. Na primeira, uma resposta incorreta e, na segunda, seu raciocínio foi apresentado de maneira clara e correta.

Quadro 1 – Respostas do aluno A1 a Avaliação Diagnóstica e a Atividade 1, respectivamente



4) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

4.1) Explique seu raciocínio:

$A = B \quad C \neq B \quad D = A \quad C \neq D$

$A = B = D \neq D$

1) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

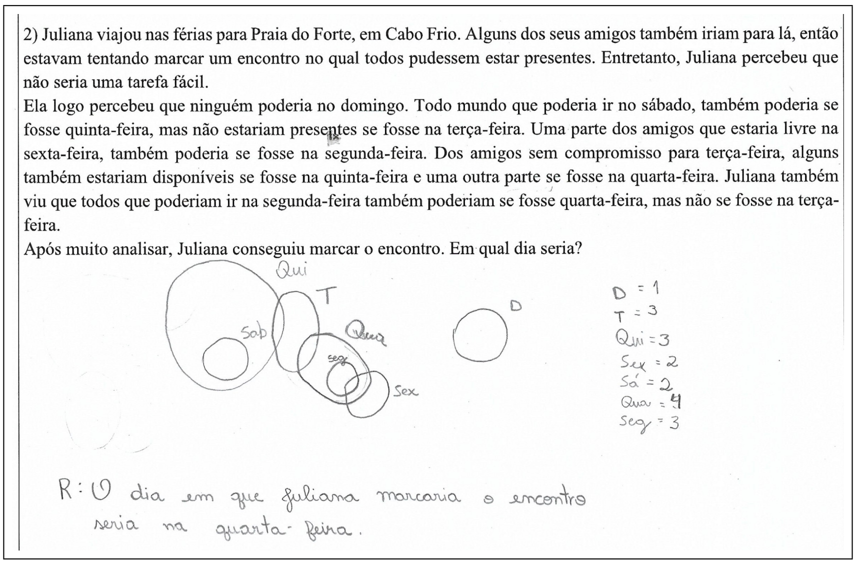
1.1) Explique seu raciocínio.

Usando o diagrama de venn separe os conjuntos e pude perceber de forma mais facil a relação entre eles, usando informações de acordo com o enunciado.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos apresentaram um bom desenvolvimento na questão 2 da Atividade 1, utilizando os conceitos recém-adquiridos para auxiliá-los na resolução, como pode-se ver na Figura 37.

Figura 37 – Resposta correta do aluno A19 para a questão 2 da Atividade 1



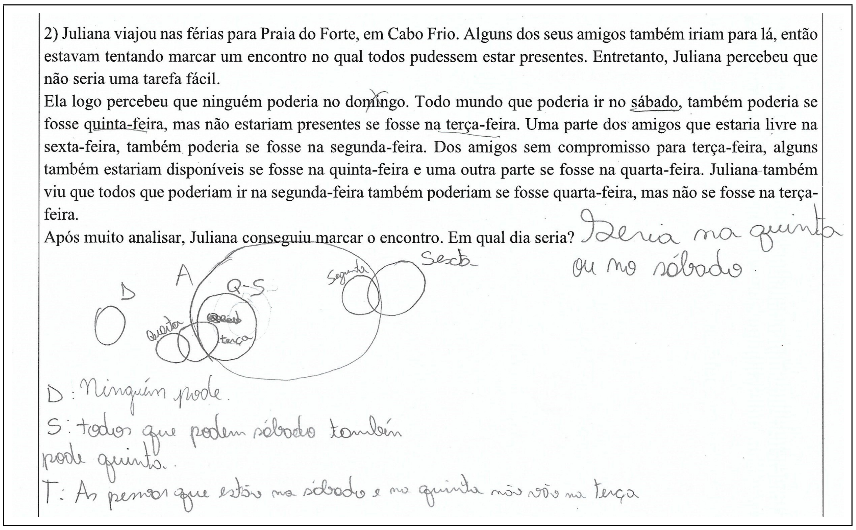
2) Juliana viajou nas férias para Praia do Forte, em Cabo Frio. Alguns dos seus amigos também iriam para lá, então estavam tentando marcar um encontro no qual todos pudessem estar presentes. Entretanto, Juliana percebeu que não seria uma tarefa fácil.
Ela logo percebeu que ninguém poderia no domingo. Todo mundo que poderia ir no sábado, também poderia se fosse quinta-feira, mas não estariam presentes se fosse na terça-feira. Uma parte dos amigos que estaria livre na sexta-feira, também poderia se fosse na segunda-feira. Dos amigos sem compromisso para terça-feira, alguns também estariam disponíveis se fosse na quinta-feira e uma outra parte se fosse na quarta-feira. Juliana também viu que todos que poderiam ir na segunda-feira também poderiam se fosse quarta-feira, mas não se fosse na terça-feira.
Após muito analisar, Juliana conseguiu marcar o encontro. Em qual dia seria?

R: O dia em que Juliana marcaria o encontro seria na quarta-feira.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Alguns alunos, entretanto, ainda tiveram dificuldade devido às diversas sentenças, não conseguindo trascrever corretamente para os diagramas e solucionarem corretamente o problema, como na Figura 38.

Figura 38 – Resposta incorreta do aluno A6 para a questão 2 da Atividade 1

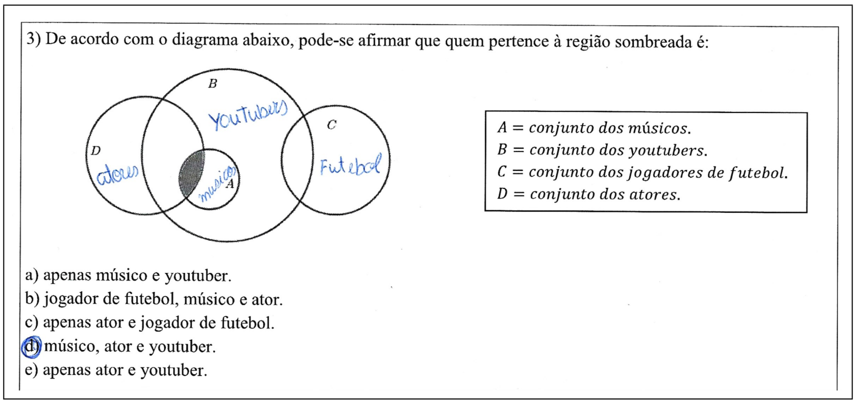

2) Juliana viajou nas férias para Praia do Forte, em Cabo Frio. Alguns dos seus amigos também iriam para lá, então estavam tentando marcar um encontro no qual todos pudessem estar presentes. Entretanto, Juliana percebeu que não seria uma tarefa fácil.
Ela logo percebeu que ninguém poderia no domingo. Todo mundo que poderia ir no sábado, também poderia se fosse quinta-feira, mas não estariam presentes se fosse na terça-feira. Uma parte dos amigos que estaria livre na sexta-feira, também poderia se fosse na segunda-feira. Dos amigos sem compromisso para terça-feira, alguns também estariam disponíveis se fosse na quinta-feira e uma outra parte se fosse na quarta-feira. Juliana também viu que todos que poderiam ir na segunda-feira também poderiam se fosse quarta-feira, mas não se fosse na terça-feira.
Após muito analisar, Juliana conseguiu marcar o encontro. Em qual dia seria? Seria na quinta ou no sábado.

D: Ninguém pode.
S: todos que podem sábado também pode quinta.
T: As pessoas que estão no sábado e na quinta não vão na terça

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A terceira questão foi a que apresentou maior número de acertos. Apenas um aluno em cada turma a respondeu incorretamente. Na Turma A, o aluno A5 marcou a opção *b* e na Turma B, o aluno B4 indicou a alternativa *c*. Ambos indicaram o conjunto dos jogadores de futebol, ainda que não fizesse parte da solução da questão. O aluno A2, optou por escrever dentro de cada diagrama o que o conjunto representava. Dessa forma, teve uma visão clara de qual opção estava correta (Figura 39).

Figura 39 – Resposta correta do aluno A2 para a questão 3 da Atividade 1


3) De acordo com o diagrama abaixo, pode-se afirmar que quem pertence à região sombreada é:

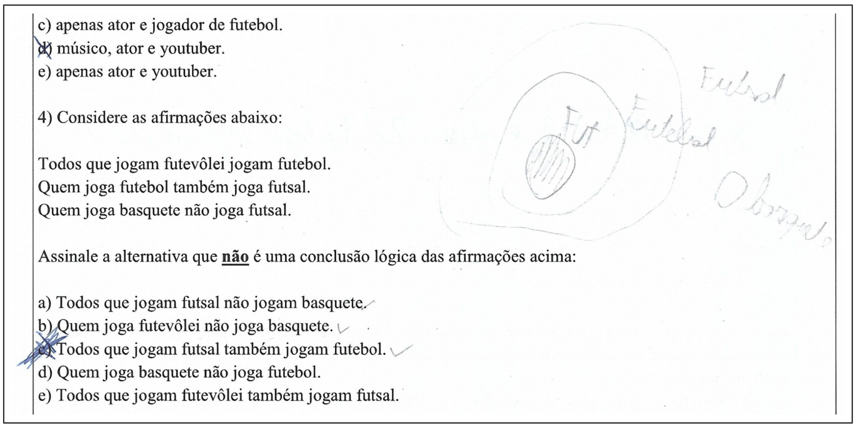
A = conjunto dos músicos.
B = conjunto dos youtubers.
C = conjunto dos jogadores de futebol.
D = conjunto dos atores.

a) apenas músico e youtuber.
b) jogador de futebol, músico e ator.
c) apenas ator e jogador de futebol.
d) músico, ator e youtuber.
e) apenas ator e youtuber.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na questão 4, a maioria dos alunos da Turma A interpretou incorretamente a questão, marcando uma alternativa correta ao invés da incorreta, como pedido no enunciado. A Turma B teve melhor desempenho, e os alunos utilizaram os diagramas para responderem a questão (Figura 40). A questão 5, assim como na terceira questão, teve bons resultados em ambas as turmas.

Figura 40 – Resposta correta do aluno B11 para a questão 4 da Atividade 1



c) apenas ator e jogador de futebol.
d) músico, ator e youtuber.
e) apenas ator e youtuber.

4) Considere as afirmações abaixo:

Todos que jogam futevôlei jogam futebol.
Quem joga futebol também joga futsal.
Quem joga basquete não joga futsal.

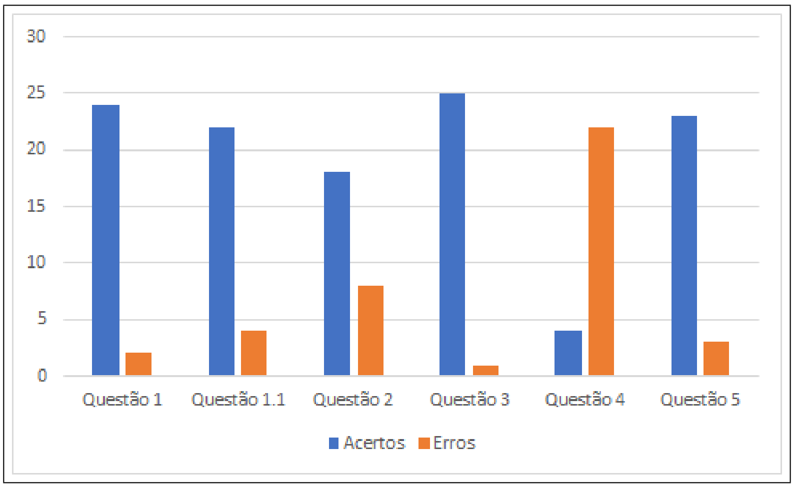
Assinale a alternativa que **não** é uma conclusão lógica das afirmações acima:

a) Todos que jogam futsal não jogam basquete.
b) Quem joga futevôlei não joga basquete.
c) Todos que jogam futsal também jogam futebol.
d) Quem joga basquete não joga futebol.
e) Todos que jogam futevôlei também jogam futsal.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A Turma A, de um modo geral, apresentou um bom aproveitamento (Gráfico 2). Ainda que pouco falasse, era possível notar o claro interesse ao final da aplicação.

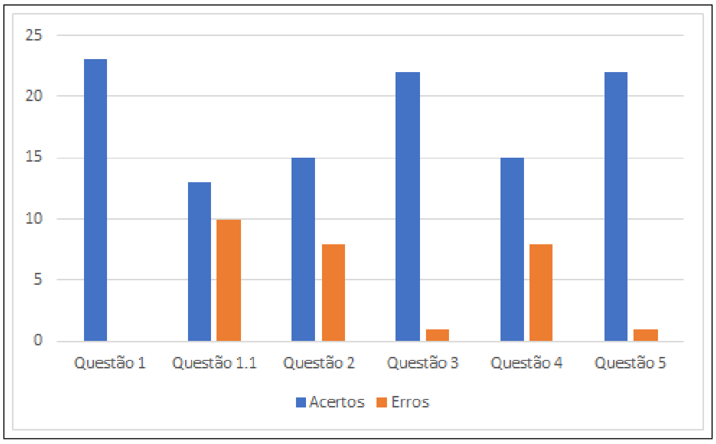
Gráfico 2 – Quantidade de erros e acertos da Turma A nas questões da Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

A Turma B, sempre muito participativa, teve um bom rendimento, similar com a Turma A (Gráfico 3).

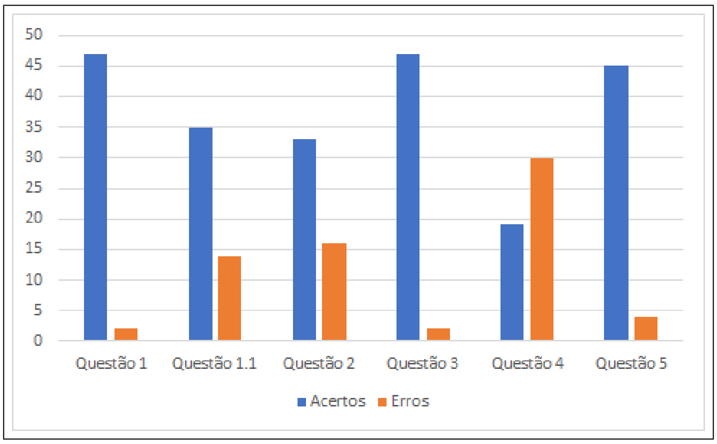
Gráfico 3 – Quantidade de erros e acertos da Turma B nas questões da Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

No Gráfico 4, é possível notar que, com exceção da questão 4, a maioria dos alunos conseguiu responder corretamente as questões propostas.

Gráfico 4 – Quantidade de erros e acertos nas questões da Atividade 1 das duas turmas



Fonte: Elaboração própria.

3.2 Segundo encontro

A experimentação estava programada para três momentos. Porém, devido ao período de final de ano, uma professora de outra disciplina precisou do dia que estava reservado previamente para o segundo momento do trabalho.

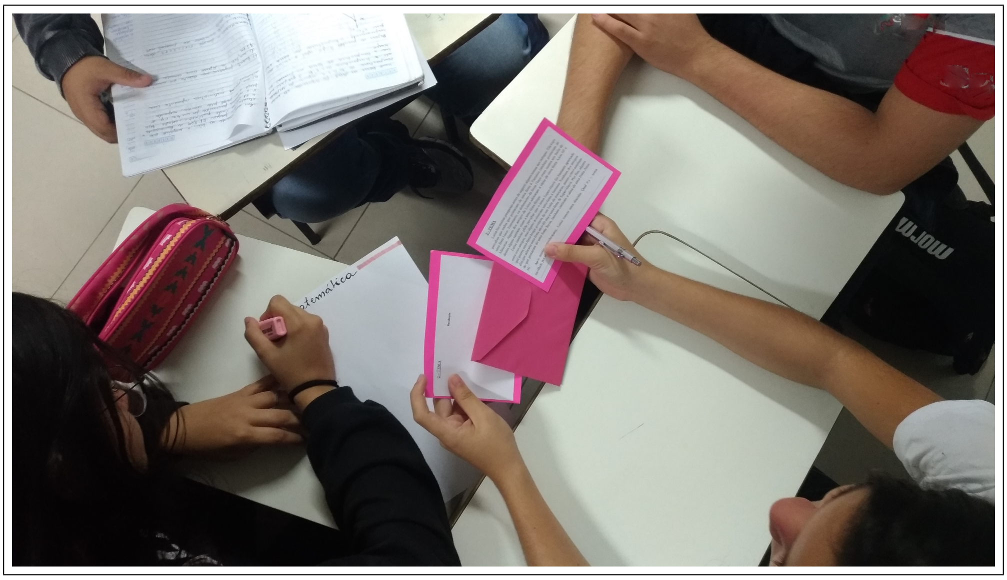
A Atividade 2 foi pensada para duas aulas de cinquenta minutos (duas horas-aula) e a Atividade 3 e o Questionário seriam em um outro encontro planejado para uma hora-aula. Contudo, as três aulas previstas tiveram que ser dadas em apenas duas. Essa alteração no cronograma, no final, acabou não gerando perda no conteúdo, pois os alunos conseguiram desenvolver bem as atividades. Apesar disso, interferiu na questão dos alunos terem mais tempo para debater as atividades propostas.

O segundo dia de experimentação aconteceu no dia 09 de novembro de 2018. Foi pedido aos alunos que se dividissem em cinco grupos. Em seguida, foram mostrados os envelopes coloridos para a turma, e eles se mostraram curiosos, logo escolhendo um para o grupo e perguntando se já poderiam abrir.

Com o envelope inicial da Atividade 2, a pesquisadora o leu e explicou o começo da atividade. Os alunos ouviram atentamente ao que estava sendo lido e demonstraram interesse na tarefa.

Ao final da leitura e explicação, os alunos abriram os envelopes e rapidamente começaram a realizar a tarefa (Figura 35). Inicialmente, uma pessoa do grupo ficou responsável pela leitura e os outros ouviam atentamente. Entretanto, alguns alunos ficaram confusos, e logo os cartões passaram de um para o outro para que cada um pudesse fazer a sua leitura. Cabe destacar que ambas as etapas, leitura individual e em grupo, fazem parte da proposta da Metodologia dessa pesquisa. Em seguida, enquanto os alunos resolviam os problemas (quarta etapa), a pesquisadora observava e os incentivava, auxiliando em possíveis dúvidas (quinta etapa).

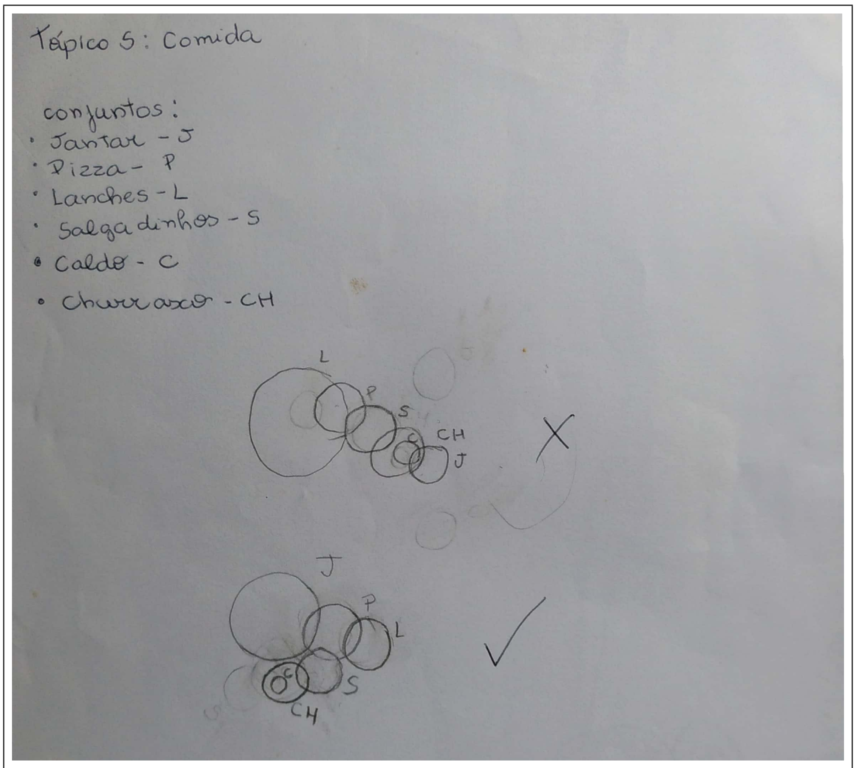
Figura 41 – Grupo de alunos da Turma A durante a Atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O grupo 5, responsável pela decisão sobre a comida, em ambas as turmas, chamaram a pesquisadora para perguntar sobre uma informação contida no enunciado. O primeiro parágrafo informava: *“A última decisão que Luísa precisava tomar era em relação ao que seria servido durante a festa: jantar, pizza, lanches como hambúrguer ou apenas salgadinhos, por exemplo”*. Nas duas turmas, os grupos responsáveis por esse cartão perguntaram se salgadinhos fazia parte dos lanches ou se representavam um outro conjunto. Assim como indicado na Metodologia, foi solicitado aos alunos que fizessem uma nova leitura. Ao lerem em voz alta para a pesquisadora, os alunos conseguiram deduzir que eram conjuntos separados: lanches era um e salgadinhos outro (Figura 42).

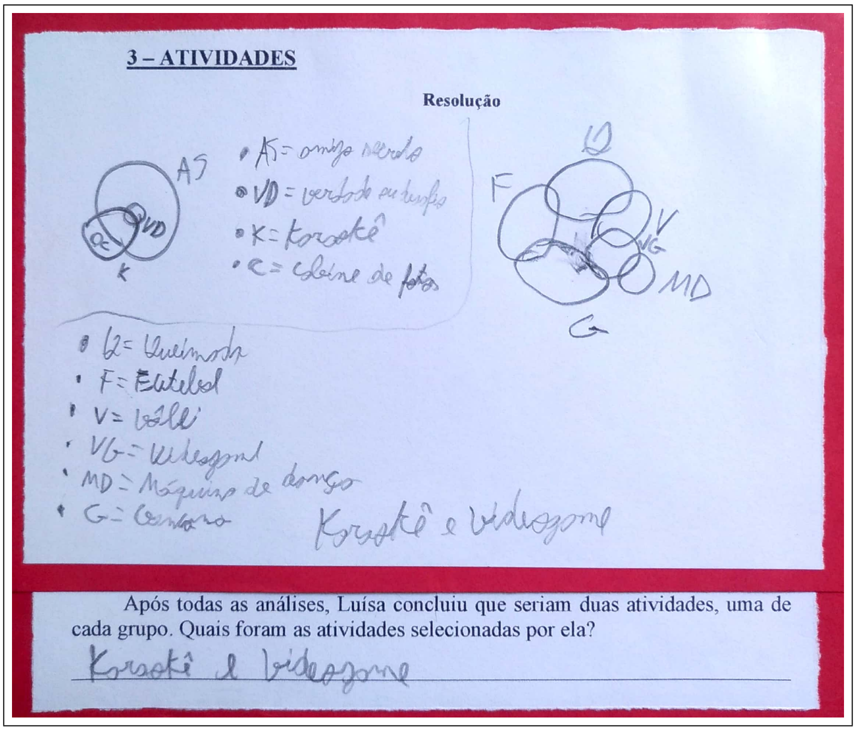
Figura 42 – Rascunho do grupo 5 da Turma B para a Atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O grupo 3, responsável pelas atividades contidas na festa, logo questionou se no cartão deles seriam dois diagramas distintos. Os alunos demonstraram bastante interesse na atividade, debatendo muito entre si. Enquanto um lia em voz alta, os outros tentavam desenhar no caderno e alguns até mesmo na mesa. Em todas as vezes que os grupos responsáveis pelo envelope vermelho chamaram a pesquisadora até a mesa, bastava uma leitura em voz alta que eles mesmo conseguiam responder a pergunta. Na Figura 43, pode-se ver uma resolução correta dos alunos da Turma B.

Figura 43 – Resposta do grupo 3 da Turma B para a Atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dos cinco grupos, nas duas turmas, o grupo 3 foi o que mais demorou nessa atividade, justamente por serem dois diagramas diferentes.

Os grupos, de modo geral, tiveram dúvidas pontuais com relação à interpretação de texto. No grupo 3, a frase: *"Alguns que gostariam de jogar vôlei, também gostariam de jogar videogame, assim como alguns destes torciam para ter uma gincana"*. Alguns alunos ficaram na dúvida se o termo *destes* se referia a quem queria jogar vôlei ou videogame.

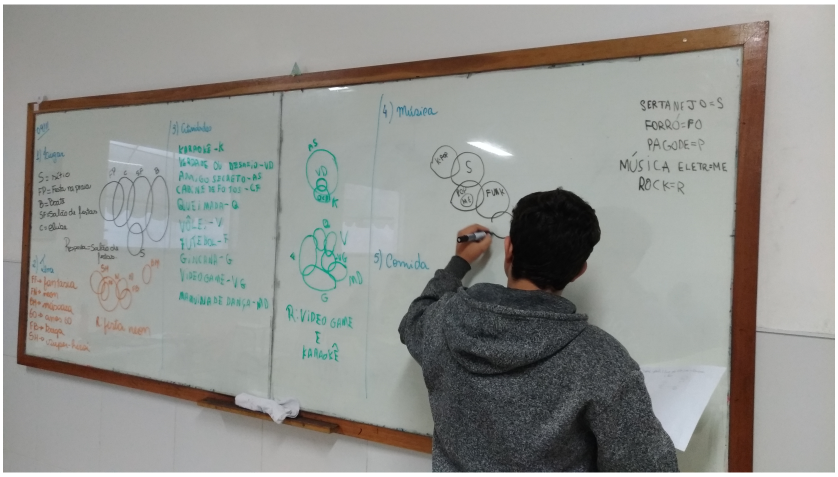
O primeiro grupo a terminar a atividade, nas duas turmas, levou em média 35 minutos. Enquanto aguardavam o restante da turma, foi entregue a Atividade 3. Os alunos ainda estavam sentados em grupos e foi pedido para que debatessem as questões entre si.

A Atividade 3 foi planejada para que os alunos a respondessem sem que fosse feita uma correção "formal" ao final. O objetivo era saber se eles conseguiriam aplicar os conceitos explicados na aula anterior em questões de vestibulares e concursos públicos (última etapa da Metodologia adotada - proposição de novos problemas). Tais questões se assemelham com as propostas por Sotero (2016) em sua pesquisa, na qual o autor utilizou o mesmo método de resolução por meio do Diagrama de Venn.

Todos os grupos terminaram tanto a Atividade 2 quanto a Atividade 3 em cerca de 1 hora e 10 minutos. A Atividade 3 foi recolhida para que o foco pudesse ser totalmente no debate da Atividade 2.

Foi solicitado que um representante de cada grupo fosse ao quadro para que pudesse desenhar o diagrama discutido pelo grupo (Figura 44) (sexta etapa da Metodologia). Como cada grupo conhecia apenas o conteúdo do seu envelope, era feita uma leitura para a turma e, ao final de cada um, eram questionados se apenas com uma leitura e sem anotarem nada, eles seriam capazes de identificar a resposta final. Todos os alunos falaram que sem ler algumas vezes e anotar os dados não conseguiriam resolver (sétima etapa, a plenária).

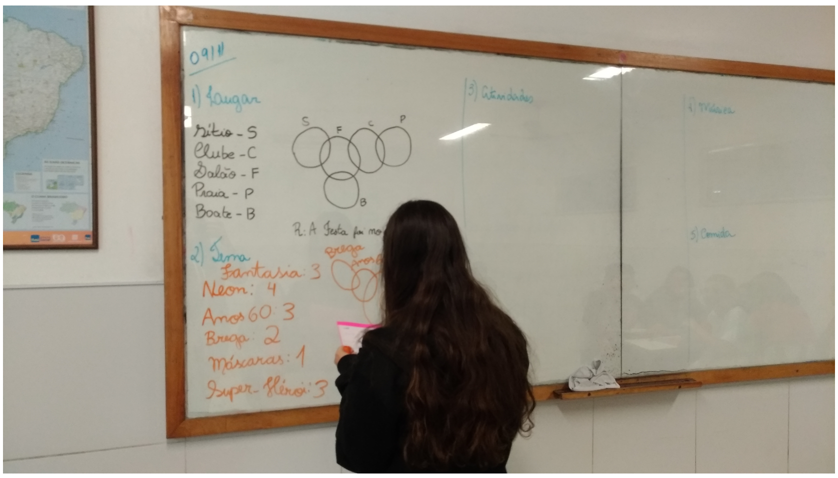
Figura 44 – Aluno da Turma B representando a solução do grupo 4 no quadro



Fonte: Protocolo de pesquisa.

O questionamento se todos os alunos concordavam com os diagramas desenhados era feito com um grupo por vez, à medida em que os colegas representavam suas soluções no quadro (Figura 45) (oitava etapa da Metodologia, busca pelo consenso). Alguns alunos também debateram as escolhas de Luísa, personagem da atividade, alguns falando que iriam se divertir na festa. Entretanto, outros acharam uma festa Neon em um salão de festas uma escolha não muito comum, por exemplo.

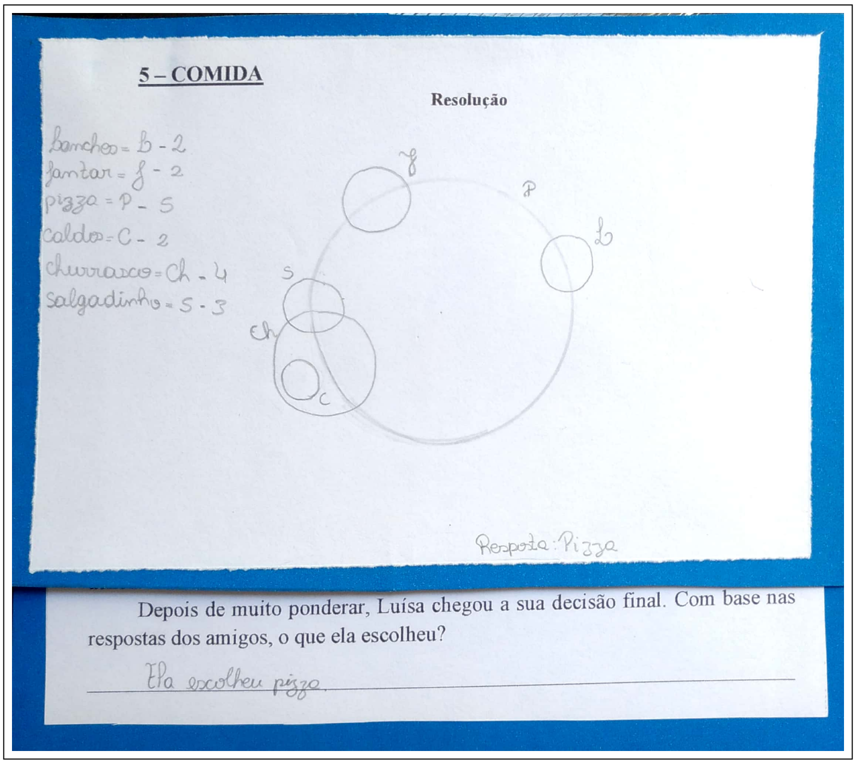
Figura 45 – Aluna da Turma A representando a solução do grupo 2 no quadro



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Todos os grupos, em ambas as turmas, conseguiram representar corretamente os diagramas e chegarem às respostas certas. Na Figura 46, pode-se notar que os alunos utilizaram todos os conceitos apresentados na aula anterior.

Figura 46 – Resposta do grupo 5 da Turma A para a Atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

De um modo geral, o debate ao final da Atividade 2 estava programado para durar um tempo maior para que cada grupo tivesse acesso ao conteúdo de cada cartão e pudesse debater com maior propriedade sobre os diagramas traçados pelos colegas. Contudo, os dois dias de experimentação mostraram-se bastante divertidos e com grande participação das turmas.

A maioria dos alunos pareceu bastante feliz e motivada pelas atividades, participando ativamente de cada uma delas.

Por não ser um tema voltado para cálculos e fórmulas matemáticas, os alunos logo se interessaram ao ver que eram questões de raciocínio lógico. Esse resultado também pôde ser observado por Santos (2018), que destacou a facilidade dos alunos para interpretarem as questões de raciocínio lógico a partir de problemas correlatos vistos previamente. O autor, assim como nesta pesquisa, trabalhou com alunos do 9º ano, visando o trabalho e as discussões em grupo. Silva (2016) também ressaltou a maior participação e interesse dos alunos pelos exercícios de raciocínio lógico, bem como a autonomia dos estudantes ao elaborarem suas próprias resoluções.

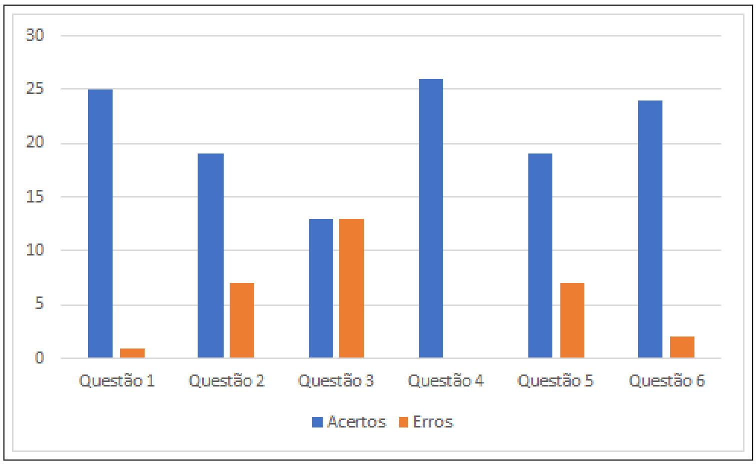
Ao final da aula, foi entregue o questionário. Pediu-se aos alunos que se sentissem à vontade para destacar os pontos negativos e positivos do trabalho e que fizessem comentários gerais. A pesquisadora concluiu agradecendo a participação de todos, ressaltando o quanto o envolvimento dos alunos a deixou feliz e que a ajudaram muito na pesquisa.

3.2.1 Análise dos dados do segundo encontro

A Atividade 2, por ser voltada para um trabalho totalmente coletivo entre os alunos, teve sua análise realizada juntamente com o relato da experiência na seção anterior.

Sobre a Atividade 3, a partir do Gráfico 5, é possível ver que, apesar da questão 3, que teve um maior números de erros, a Turma A teve um bom desempenho.

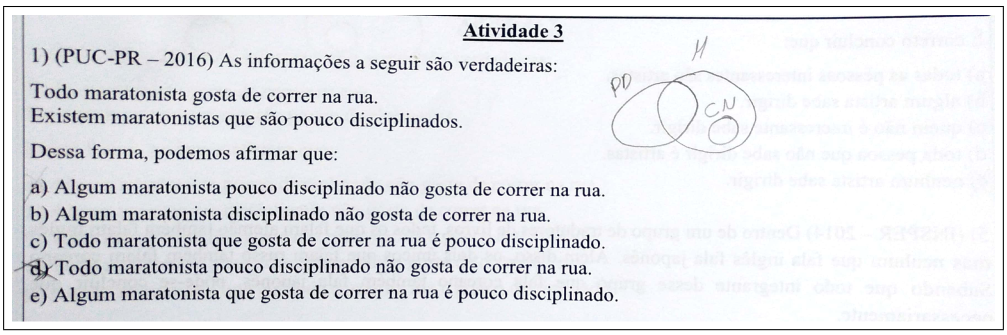
Gráfico 5 – Quantidade de erros e acertos da Turma A nas questões da Atividade 3



Fonte: Elaboração própria.

Apenas o aluno A20 errou a primeira questão, como pode ser visto da Figura 47. O aluno não interpretou corretamente a primeira sentença, o que o levou a representar o conjunto de quem gosta de correr na rua contido no conjunto dos maratonistas ao invés do contrário.

Figura 47 – Resposta incorreta do aluno A20 para a questão 1 da Atividade 3



Atividade 3

1) (PUC-PR – 2016) As informações a seguir são verdadeiras:

Todo maratonista gosta de correr na rua.
Existem maratonistas que são pouco disciplinados.

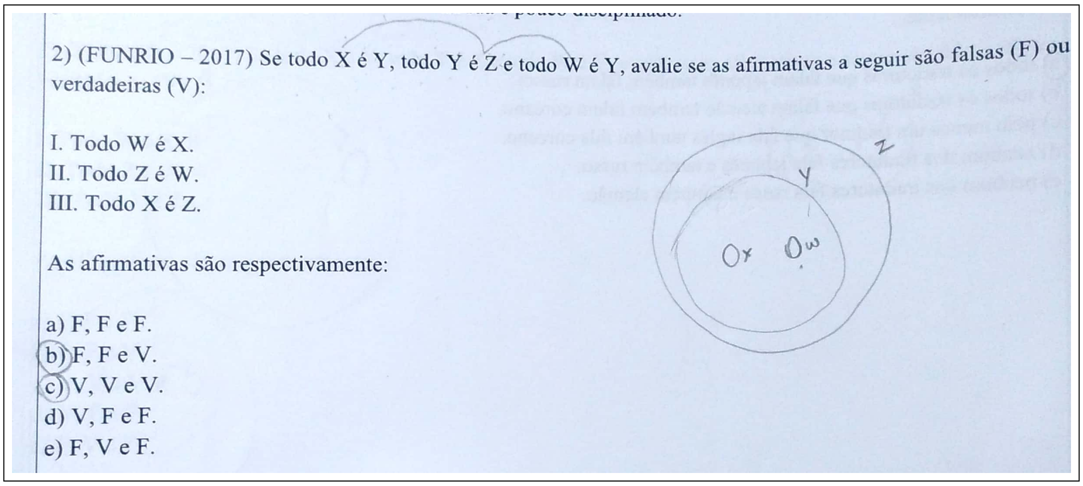
Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Algum maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
b) Algum maratonista disciplinado não gosta de correr na rua.
c) Todo maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.
d) Todo maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
e) Algum maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na questão 2, a maioria dos alunos indicou a resposta certa. Contudo, o aluno A10, apesar da representação correta do diagrama, indicou duas respostas como a correta, ainda que ambas fossem contraditórias (Figura 48).

Figura 48 – Resposta incorreta do aluno A10 para a questão 2 da Atividade 3



2) (FUNRIO – 2017) Se todo X é Y, todo Y é Z e todo W é Y, avalie se as afirmativas a seguir são falsas (F) ou verdadeiras (V):

I. Todo W é X.
II. Todo Z é W.
III. Todo X é Z.

As afirmativas são respectivamente:

a) F, F e F.
b) F, F e V.
c) V, V e V.
d) V, F e F.
e) F, V e F.

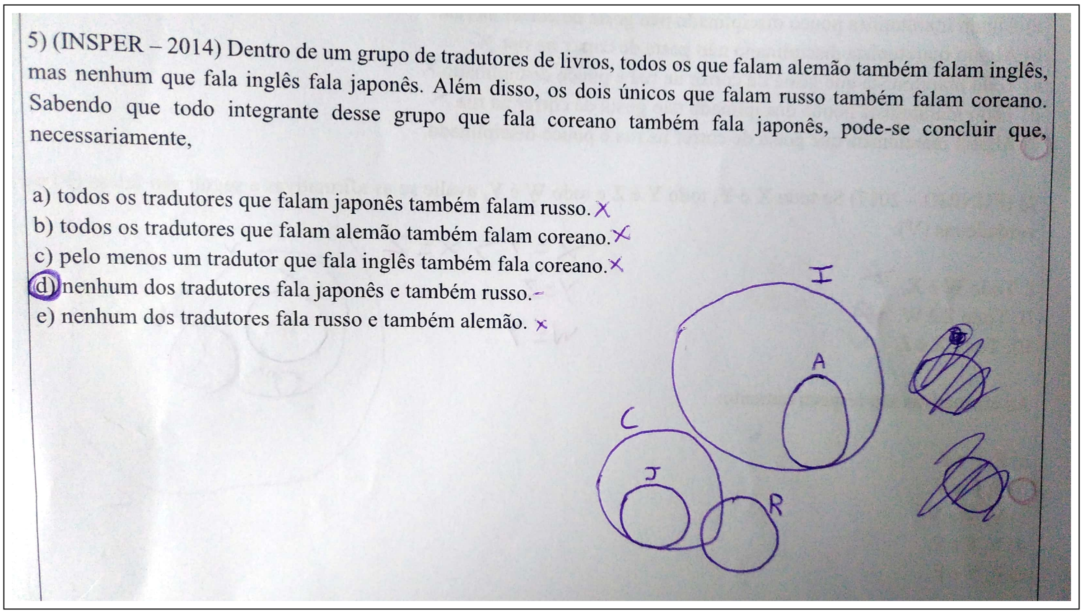
Fonte: Protocolo de pesquisa.

A terceira questão foi a que teve maior índice de erros. A dificuldade dos alunos estava na interpretação da sentença. Dentre os erros, a maioria marcou a opção *a*, não aplicando corretamente a noção do quantificador universal *todo*.

Todos os alunos da Turma A acertaram a questão 4.

Na questão 5, alguns alunos apresentaram dificuldade na interpretação da segunda parte do problema (Figura 49). O aluno A6 representou corretamente a primeira sentença, entretanto, confundiu-se na segunda parte, colocando o conjunto de quem fala japonês contido no conjunto de quem fala coreano. O correto seria o conjunto de quem fala russo contido no conjunto de quem fala coreano e, ambos, contidos no conjunto de quem fala japonês.

Figura 49 – Resposta incorreta do aluno A6 para a questão 5 da Atividade 3


5) (INSPER – 2014) Dentro de um grupo de tradutores de livros, todos os que falam alemão também falam inglês, mas nenhum que fala inglês fala japonês. Além disso, os dois únicos que falam russo também falam coreano. Sabendo que todo integrante desse grupo que fala coreano também fala japonês, pode-se concluir que, necessariamente,

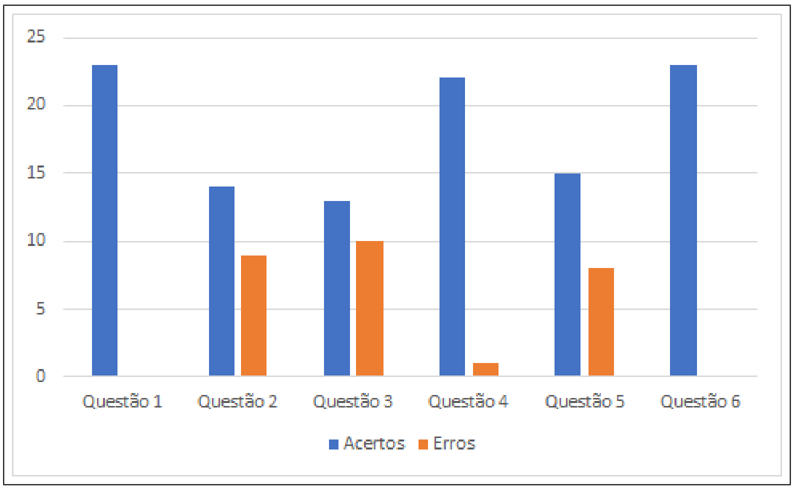
a) todos os tradutores que falam japonês também falam russo.
b) todos os tradutores que falam alemão também falam coreano.
c) pelo menos um tradutor que fala inglês também fala coreano.
d) nenhum dos tradutores fala japonês e também russo.
e) nenhum dos tradutores fala russo e também alemão.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Apenas dois alunos erraram a questão 6. O aluno A2 marcou a opção *e* e o aluno A3, a opção *c*. Ambas as opções apontavam apenas um dos dois conjuntos que formavam a resposta correta.

A Turma B teve resultado semelhante ao da Turma A, como pode ser visto no Gráfico 6.

Gráfico 6 – Quantidade de erros e acertos da Turma B nas questões da Atividade 3

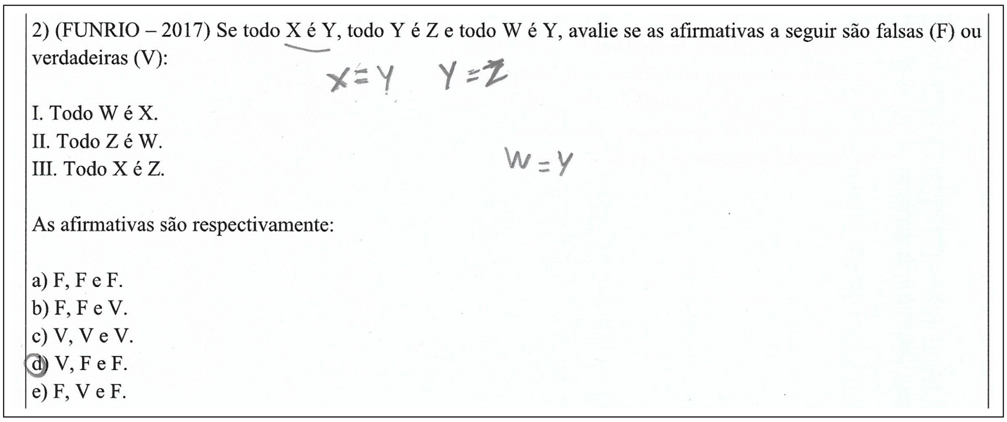


Fonte: Elaboração própria.

Na questão 2, alguns alunos não aplicaram corretamente a noção do quantificador universal *todo*, afirmando que na sentença *todo X é Y* os conjuntos *X* e *Y* seriam iguais. Desse modo, a maioria dos que erraram, apontou a alternativa *d* como a correta (Figura

50).

Figura 50 – Resposta incorreta do aluno B4 para a questão 2 da Atividade 3


2) (FUNRIO – 2017) Se todo X é Y, todo Y é Z e todo W é Y, avalie se as afirmativas a seguir são falsas (F) ou verdadeiras (V):

X=Y Y=Z

I. Todo W é X.
II. Todo Z é W.
III. Todo X é Z.

W=Y

As afirmativas são respectivamente:

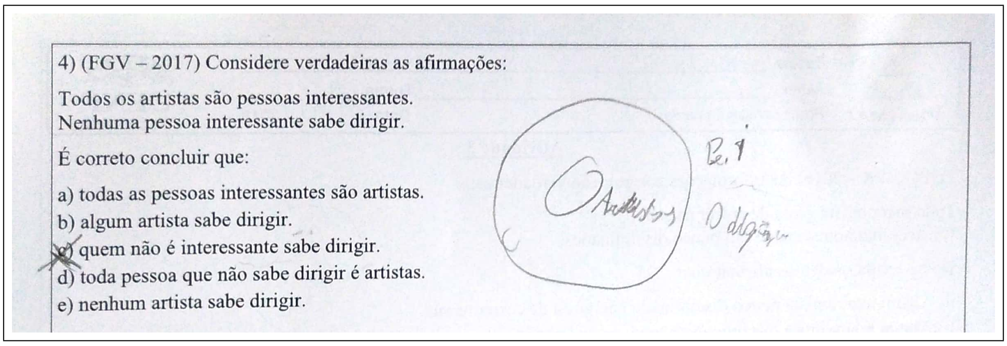
a) F, F e F.
b) F, F e V.
c) V, V e V.
d) V, F e F.
e) F, V e F.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos da Turma B tiveram a mesma dificuldade apresentada pela Turma A na questão 3, a maioria também apontando a opção *a* como a correta.

Apenas o aluno B11 errou a questão 4. Na Figura 51, é possível identificar que a representação dos diagramas está correta, contudo, o aluno não conseguiu interpretar de maneira certa.

Figura 51 – Resposta incorreta do aluno B11 para a questão 4 da Atividade 3


4) (FGV – 2017) Considere verdadeiras as afirmações:

Todos os artistas são pessoas interessantes.
Nenhuma pessoa interessante sabe dirigir.

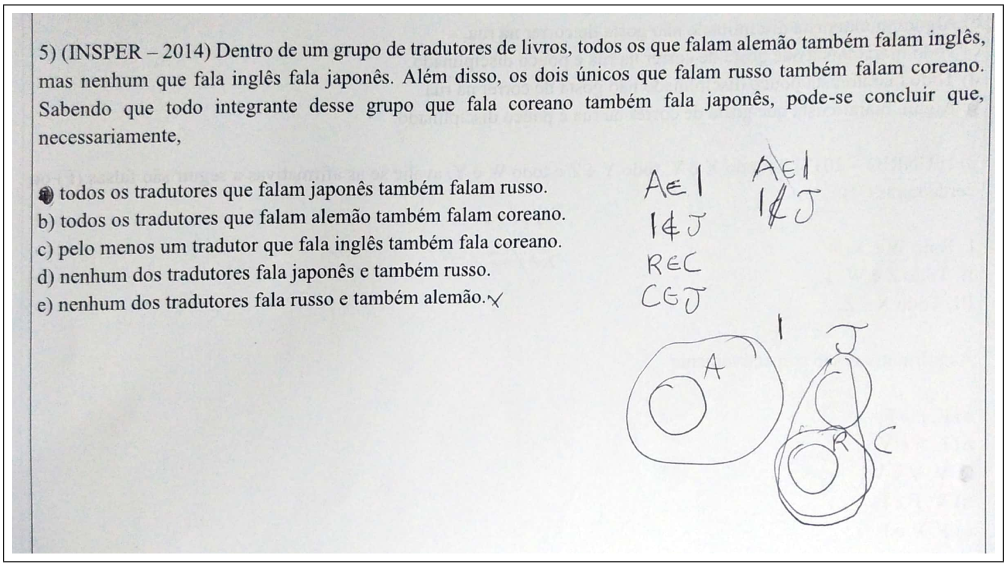
É correto concluir que:

a) todas as pessoas interessantes são artistas.
b) algum artista sabe dirigir.
c) quem não é interessante sabe dirigir.
d) toda pessoa que não sabe dirigir é artistas.
e) nenhum artista sabe dirigir.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 5 apresentou os mesmos problemas na Turma A. Entretanto, o aluno B3, apesar de representar o diagrama corretamente, não conseguiu relacionar com as opções apresentadas (Figura 52). O aluno também utilizou de maneira incorreta o símbolo de $\in$, utilizado na relação de pertinência entre elemento e conjunto, quando, na verdade, deveria utilizar o símbolo de $\subset$ para indicar a relação de inclusão.

Figura 52 – Resposta incorreta do aluno B3 para a questão 5 da Atividade 3



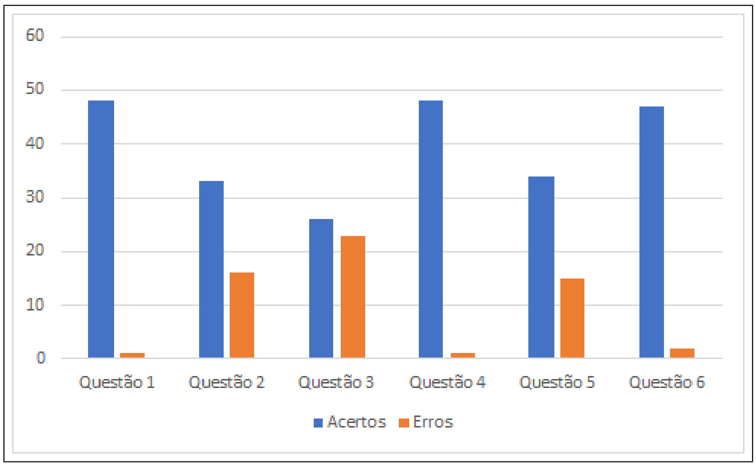
5) (INSPER – 2014) Dentro de um grupo de tradutores de livros, todos os que falam alemão também falam inglês, mas nenhum que fala inglês fala japonês. Além disso, os dois únicos que falam russo também falam coreano. Sabendo que todo integrante desse grupo que fala coreano também fala japonês, pode-se concluir que, necessariamente,

a) todos os tradutores que falam japonês também falam russo.
b) todos os tradutores que falam alemão também falam coreano.
c) pelo menos um tradutor que fala inglês também fala coreano.
d) nenhum dos tradutores fala japonês e também russo.
e) nenhum dos tradutores fala russo e também alemão.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

No Gráfico 7, é possível ver uma síntese do desempenho total de ambas as turmas para a Atividade 3.

Gráfico 7 – Quantidade de erros e acertos da Atividade 3



Fonte: Elaboração própria.

De modo geral, pode-se concluir que a maioria dos alunos conseguiu compreender bem os conceitos apresentados, aplicando-os de maneira correta nas atividades propostas.

3.2.1.1 Análise do Questionário

De acordo com as respostas obtidas na primeira questão do Questionário, os itens foram separados em duas classes de avaliação: (i) do estudo e das atividades sobre os Quantificadores (Tabela 1) e (ii) da utilização dos Quantificadores (Tabela 2).

Tabela 1 – Avaliação do estudo e das atividades sobre os Quantificadores

	Discordo	Discordo parcialmente	Não concordo nem discordo	Concordo parcialmente	Concordo
a. O estudo foi interessante.	0	0	1	4	44
b. A apresentação foi clara em relação ao conteúdo abordado.	0	0	1	4	44
c. Foi apresentado de maneira atraente.	0	0	5	8	36
d. O conteúdo foi de fácil entendimento.	0	2	4	11	32
e. Foi motivador.	0	2	7	11	29
f. O estudo ajudou no desenvolvimento do raciocínio lógico.	0	0	0	6	43
g. As atividades despertaram a curiosidade e o interesse.	0	1	8	14	26

Fonte: Elaboração própria.

Conforme a Tabela 1, é possível perceber que a maioria dos alunos avaliou de maneira positiva o estudo sobre Quantificadores, assim como sua apresentação e atividades propostas. Cabe destacar que todos os alunos concordaram ou concordaram parcialmente acerca do desenvolvimento do raciocínio lógico após a experimentação.

Tabela 2 – Avaliação da utilização dos Quantificadores

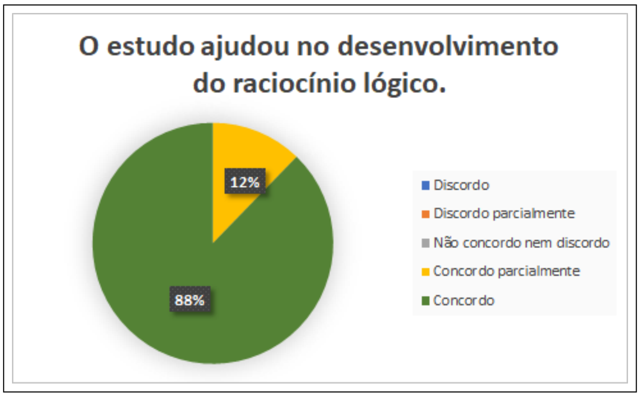
	Discordo	Discordo parcialmente	Não concordo nem discordo	Concordo parcialmente	Concordo
h. Ao fazer a questão 1 da Atividade 1 pela primeira vez, você sentiu necessidade de uma ferramenta que te auxiliasse.	8	2	8	13	18
i. Saber sobre os Quantificadores facilitou a resolução dos exercícios propostos.	0	0	5	3	41

Fonte: Elaboração própria.

A avaliação da utilização dos Quantificadores (Tabela 2) é uma das mais importantes para responder à questão de pesquisa. É válido ressaltar que a maioria dos alunos concordou ou concordou parcialmente sobre precisar de uma ferramenta que os auxiliassem ao resolver o problema gerador pela primeira vez, assim como relatou ter sido mais fácil resolver os problemas propostos após o estudo sobre Quantificadores.

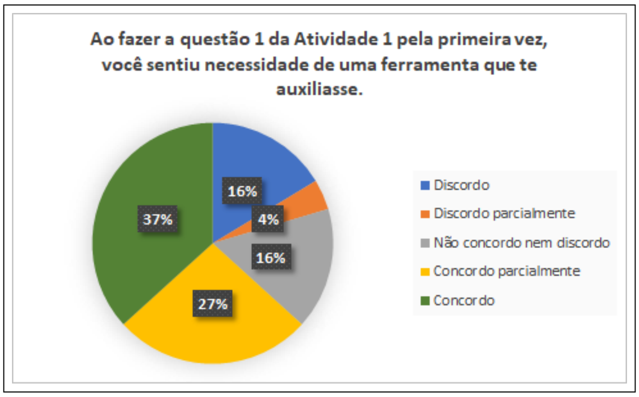
De todos os itens apresentados, três devem ser destacados por sua maior contribuição para responder à questão de pesquisa. São eles: (i) *f. O estudo ajudou no desenvolvimento do raciocínio lógico* (Gráfico 8); (ii) *h. Ao fazer a questão 1 da Atividade 1 pela primeira vez, você sentiu necessidade de uma ferramenta que te auxiliasse* (Gráfico 9); e (iii) *i. Saber sobre os Quantificadores facilitou a resolução dos exercícios propostos* (Gráfico 10).

Gráfico 8 – Percentual das respostas dos alunos ao item f da questão 1 do Questionário



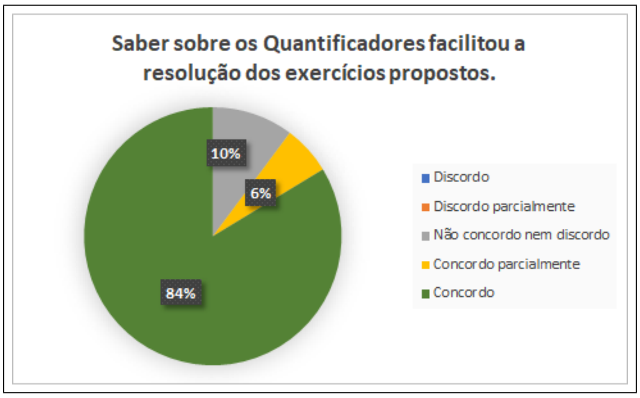
Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 9 – Percentual das respostas dos alunos ao item h da questão 1 do Questionário



Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 10 – Percentual das respostas dos alunos ao item i da questão 1 do Questionário



Fonte: Elaboração própria.

Para a segunda questão do Questionário, os alunos destacaram diversos pontos positivos e nenhum negativo. No Quadro 2, pode-se notar o quanto os alunos ressaltam o desenvolvimento do raciocínio lógico, bem como avaliam o estudo como claro, interessante e de fácil entendimento.

Quadro 2 – Comentários sobre o estudo e o desenvolvimento do raciocínio lógico

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

O estudo foi incrivelmente bom, muito claro, franco e direto. Foi de fácil entendimento e de extrema ajuda.

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

As aulas tiveram grande proveito para o desenvolvimento do raciocínio lógico.
Bom fim de trabalho e obrigado pela atenção conosco!!!

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

Eu gostei muito porque o estudo ajudou no desenvolvimento do meu raciocínio lógico.

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

Eu gostei muito, foi legal ter essas questões de raciocínio, achei bem interessante espero ter mais questões como essa.

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

Essa aula me ajudou muito, porque eu tinha muita dificuldade de em raciocínio lógico e com isso foi muito mais fácil resolver as questões.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Outros alunos afirmaram que o conteúdo estudado os auxiliará em provas de vestibulares e nas Olimpíadas de Matemática (Quadro 3).

Quadro 3 – Comentários sobre a contribuição para vestibular e Olimpíadas de Matemática

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

Foi muito bom! Vai me ajudar nas olimpíadas de matemática!
Parabéns!

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

As aulas foram ótimas e me ajudou na resolução de
outras questões. Farei prova do iff no final do ano e esse
conteúdo me ajudou bastante.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Alguns alunos comentaram que esse estudo ajudou-os no entendimento do conteúdo de conjuntos, e um aluno considerou interessante a utilização da Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de Lógica (Quadro 4).

Quadro 4 – Comentários sobre a contribuição em relação a Teoria dos Conjuntos

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

→ Foi maravilhoso bom. Ajudou muito no entedimento da matéria
de conjuntos

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

O estudo foi muito interessante pois descobrimos que com a aju
da da Teoria dos Conjuntos podemos resolver problemas de ló
gica mais facilmente

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As respostas do Questionário foram muito positivas. Conforme as informações aqui apresentadas, juntamente com as observações feitas pela pesquisadora, notando o grande envolvimento dos alunos, pode-se afirmar que a questão de pesquisa foi respondida com êxito.

Considerações Finais

Desenvolver um trabalho voltado para questões de raciocínio lógico mostrou o quanto os alunos estão carentes de estudos que despertem sua curiosidade e os desafiem. É comum ouvir dos professores as dificuldades enfrentadas para manter a atenção dos alunos durante as aulas, podendo gerar algumas frustrações com a profissão.

Encarar o desafio de buscar um tema que fosse motivador e que fizesse com que os alunos se interessassem por uma aula de Matemática foi de enorme valia para o crescimento não apenas profissional, como também pessoal da pesquisadora. Os resultados da experimentanção trouxeram um desejo ainda maior de desenvolver com os alunos atividades nas quais eles se envolvam ativamente no seu processo de aprendizagem. Vê-los tão engajados e participativos renovou a esperança de que momentos como estes se tornem mais presentes.

Esse trabalho teve como objetivo responder à questão de pesquisa que deu início a esse processo: "Quais as contribuições da aplicação dos Quantificadores aliados com a Teoria dos Conjuntos na resolução de problemas de raciocínio lógico para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?".

Os objetivos específicos foram importantes no direcionamento dessa pesquisa e cada um contribuiu para a resposta dessa pergunta.

A motivação para essa pesquisa foi o desejo de promover um estudo entre os Quantificadores juntamente com a Teoria dos Conjuntos, ainda que este seja um tema que não é desenvolvido com os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Em aliança com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através de Resolução de Problemas, os estudos realizados pela pesquisadora proporcionaram novas descobertas de como trabalhar os conceitos aqui propostos.

O desenvolvimento do raciocínio lógico sempre foi um objetivo a ser alcançado por essa pesquisa. Mostrar aos alunos a importância da argumentação e incentivá-los a explicar sua resolução foi justamente o que possibilitou a compreensão da importância do desenvolvimento do raciocínio lógico na sua formação, sendo sujeitos ativos do processo educativo. Tal fato pôde ser observado no questionário, no qual os alunos apontaram diversos pontos positivos, afirmando que as atividades os ajudaram a desenvolver o raciocínio lógico.

Após uma revisão bibliográfica, que deu embasamento para o Aporte Teórico dessa dissertação, foi possível perceber a escassez de trabalhos que envolvem Lógica voltados para os anos finais do Ensino Fundamental. Em sua maioria, são trabalhos com o foco em conectivos e tabelas verdade, desenvolvidos com alunos do Ensino Médio. Essa pesquisa, portanto, mostra seu valor não apenas pelo público-alvo pretendido, mas pela sua abordagem desprendida de cálculos, que desperta no aluno a curiosidade de resolver o desafio proposto.

Durante a aplicação das atividades, foi possível investigar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das questões. O problema gerador, apresentado antes da formalização do conteúdo, mostrou que ainda que a maioria dos alunos conseguisse apontar a resposta certa, poucos foram capazes de explicar corretamente o seu raciocínio. Aplicando novamente a mesma questão, após a formalização do conteúdo, os alunos mostraram-se muito mais seguros, argumentando de maneira clara sobre sua resposta final.

Percebeu-se que os conceitos propostos foram utilizados pelos alunos do 9º ano, auxiliando-os nas resoluções dos problemas e, dessa forma, pôde contribuir na solução de questões que estão além do seu nível de ensino, como nas questões de vestibulares e concursos públicos.

Um dos grandes desafios do professor de Matemática é mostrar para os alunos as aplicações da disciplina no cotidiano. Perguntas do tipo "para que serve isso?" e "quando vou usar isso na minha vida?" são comuns. Com essa pesquisa, os próprios alunos foram capazes de apontar situações nas quais os conceitos aprendidos seriam aplicados, como em vestibulares e nas Olimpíadas de Matemática.

Após as análises dos dados obtidos a partir dos instrumentos de coleta de dados, verificou-se que as contribuições dessa pesquisa foram: (i) o desenvolvimento do raciocínio lógico; (ii) auxílio em futuras questões das Olimpíadas de Matemática e vestibulares; e (iii) auxílio na compreensão dos conceitos de conjuntos. Os alunos mostraram-se entusiasmados e curiosos com as questões, aproveitando o momento para debater e discutir entre si. Além disso, eles mesmos destacaram que houve desenvolvimento do raciocínio lógico, assim como enxergaram seus benefícios.

Apesar da dificuldade com relação ao tempo de experimentação, o ganho com a pesquisa e com a interação com os alunos foi inestimável. A educação precisa estar em constante atualização, buscando meios de manter os alunos interessados e motivados a aprender cada vez mais.

Dessa forma, como sugestão para a continuidade dessa pesquisa, seria interessante desenvolver atividades na mesma linha das que foram aqui apresentadas, ou seja, sem cálculos e com foco na argumentação e no desenvolvimento do raciocínio lógico, aliando os Quantificadores e a Teoria dos Conjuntos, para alunos do Ensino Médio. Sendo assim, poderia contribuir com a familiarização das questões que podem ser cobradas em vestibulares e concursos destinados para o mercado de trabalho.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. *VIDYA*, v. 34, n. 1, p. 209–232, 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/26/214>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula atravé da resolução de problemas. *Boletim GEPEM*, n. 55, p. 1–19, 2009. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path%5B%5D=54&path%5B%5D=87>. Citado na página 31.

ARISTÓTELES. *Órganon*. Bauru, SP: EDIPRO, 2005. Tradução, textos adicionais e notas por Edson Bini. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.

ARISTÓTELES. *Tópicos*. Lisboa: I.N.-C.M., 2007. Tradução, introdução e notas por J. A. Segurado e Campos. Citado na página 21.

AZEVEDO, E. Q.; ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. *Revista Eventos Pedagógicos*, v. 8, n. 1, p. 401–423, 2017. Disponível em: <http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/article/download/2610/2069>. Citado na página 31.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 5, n. 2, p. 15–26, 2012. Citado na página 37.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. São Paulo: Autêntica, 2007. Citado na página 37.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 28 e 30.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Citado na página 28.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 28 e 30.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010. Citado na página 38.

DANTE, L. R. *Formulação e Resolução de Problemas de Martemática: Teoria e Prática*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009. Citado na página 33.

EVES, H. *Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics*. 3. ed. Nova Iorque: Dover Publications, INC, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 26 e 28.

FEITOSA, H. A.; PAULOVICH, L. *Um prelúdio à lógica*. São Paulo: UNESPE, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 21, 22, 23 e 24.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 56.

GUALANDI, J. H. *Investigações Matemáticas com grafos para o Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012. Citado na página 18.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. v. 1. Citado na página 24.

KING, P.; SHAPIRO, S. The oxford companion to philosophy. In: ____. New York: Oxford University Press, 1995. cap. The History of Logic, p. 496–500. Citado na página 20.

LEAL JR., L. C.; ONUCHIC, L. R. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. *Bolema*, v. 29, n. 53, p. 955–978, dez. 2015. Citado na página 33.

LUCKESI, C. C. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudo e proposições*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013. Versão Kindle. Citado na página 39.

MARCONDES, D. *Iniciação à história da filosofia: dos pré-socráticos a Wittgenstein*. 13. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

MERZBACH, U. C.; BOYER, C. B. *A History of Mathematics*. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 23.

MORAES, C. R. Uma história da lógica no brasil: A era dos pioneiros. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 8, n. 15, p. 57–73, set. 2008. ISSN 1519-955X. Citado na página 23.

MOREIRA, M. A. Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos. *Actas del PIDEC: Programa internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias*, v. 5, p. 101–136, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Ed.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. 3. ed. São Paulo: Unesp, 1999. cap. Ensino-aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas, p. 199–220. Citado 3 vezes nas páginas 28, 30 e 32.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, v. 25, n. 41, p. 73–98, dez. 2011. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 32 e 33.

ONUCHIC, L. R. et al. *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 18, 29, 30, 31, 32, 35 e 58.

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. Uma revolução no campo da formação de professores de matemática. In: *II Congresso Nacional de Formação de Professores; XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores*. São Paulo: Unesp, 2014. p. 10020–10031. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/141668>. Citado 3 vezes nas páginas 29, 32 e 33.

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. Tradução e Adaptação por Heitor Lisboa de Araújo. Citado 3 vezes nas páginas 29, 33 e 40.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, n. 25, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

RIBEIRO, E. A. A perspectiva da entrevista na investigação qualitativa. *Evidência*, n. 4, p. 129–148, 2008. Citado na página 38.

RIO DE JANEIRO. *Currículo Mínimo: Matemática*. Rio de Janeiro: Secretaria de Estado de Educação, 2012. Disponível em: <http://www.professores.im-uff.mat.br/hjbortol/disciplinas/2012.2/esp00001/arquivos/seerj.pdf>. Citado na página 28.

RIO DE JANEIRO. *Orientações Curriculares*. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www.rj.gov.br/c/document_library/get_file?uuid=6d593edf-da1c-42aa-9e5f-808ad96eee19&groupId=91317>. Citado na página 30.

RODRIGUES, A. P. Há uma definção absoluta de quantificadores? *Kínesis*, III, n. 05, p. 376–392, jul. 2011. Citado na página 22.

SANTOS, J. A. *Desenvolvimento do Pensamento Matemático: Resolução de Problemas de Raciocínio Lógico-Matemático no Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 17, 23, 34, 35 e 71.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRATFON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, 1989. cap. 3, p. 31–42. Citado na página 30.

SILVA, P. V. C. *Lógica Matemática e estratégias para a Solução de Problemas Matemáticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 71.

SILVESTRINI, L. H. C.; SOARES, M. R.; PENNA, A. L. Raciocínio lógico e as habilidades matemáticas nas edições da avaliação pisa $2012 - 2015$. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, v. 10, p. 233–240, dez. 2017. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v10a18-raciocinio-logico-e-as-habilidades.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 29.

SMITH, R. Aristotle's logic. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2018. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2018. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/win2018/entries/aristotle-logic/>. Citado na página 22.

SOARES, F. A lógica no cotidiano e a lógica na matemática. In: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃ MATEMÁTICA, 8*. Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/05/MC03526677700.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 28.

SOTERO, A. V. *Uso de Conjuntos no Ensino de Lógica Matemática Básica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Piauí, Parnaíba, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 69.

WESTERSTÅHL, D. Generalized quantifiers. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2016. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/generalized-quantifiers/>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.

YIN, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010. Tradução por Ana Thorell. Citado na página 38.

ZABALA, A. *A Prática Educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998. Tradução por Ernani Rosa. Citado na página 18.

Apêndices

APÊNDICE A

Avaliação Diagnóstica

Escola: ____

Aluno: ____

Turma: _____________ Data: ___ / ___ / _____

Avaliação Diagnóstica

1) Complete as lacunas com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

a) 2 ____ $\mathbb{N}$

b) $2,\overline{3}$ ____ $\mathbb{Z}$

c) $\sqrt{5}$ ____ $\mathbb{Q}$

d) -5 ____ $\mathbb{R}$

e) $verde$ _____ $A = \{verde, amarelo, azul, branco\}$

f) w _____ $B = conjunto\ das\ vogais$

g) $cobra$ ____ $C = conjunto\ dos\ mamíferos$

h) $Marte$ ____ $D = conjunto\ dos\ planetas\ do\ Sistema\ Solar$

2) Complete as lacunas com ⊂ (está contido) ou ⊄ (não está contido):

a) $A = conjunto\ dos\ répteis$ ______ $B = conjunto\ dos\ animais$
b) $C = \{2, 4, 6\}$ ______ $D = \{2, 3, 4, 5\}$
c) $E = conjunto\ das\ consoantes$ ______ $F = conjunto\ das\ vogais$
d) $G = \{1, 3, 5\}$ ______ $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
e) $I = \{pop, sertanejo, funk\}$ ______ $J = conjunto\ dos\ gêneros\ musicais$

3) Represente por meio do Diagrama de Venn a seguinte afirmação: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

4) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

4.1) Explique seu raciocínio:

____

____

____

____

____

____

APÊNDICE B

Atividade 1

Escola: ____

Aluno: ____

Turma: ____________ Data: ___ / ___ / _____

UENF Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

Atividade 1

1) É verdade que todo A é B e que todo C não é B. Sabe-se que algum D é A, mas nenhum C é D. É possível afirmar que:

a) Nenhum A é D
b) Algum D é B
c) Todo D é A
d) Nenhum B é D
e) Algum D é C

1.1) Explique seu raciocínio.

____

____

____

____

____

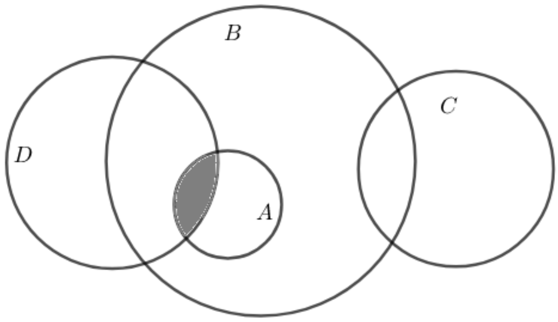
____

2) Juliana viajou nas férias para Praia do Forte, em Cabo Frio. Alguns dos seus amigos também iriam para lá, então estavam tentando marcar um encontro no qual todos pudessem estar presentes. Entretanto, Juliana percebeu que não seria uma tarefa fácil.

Ela logo percebeu que ninguém poderia no domingo. Todo mundo que poderia ir no sábado, também poderia se fosse quinta-feira, mas não estariam presentes se fosse na terça-feira. Uma parte dos amigos que estaria livre na sexta-feira, também poderia se fosse na segunda-feira. Dos amigos sem compromisso para terça-feira, alguns também estariam disponíveis se fosse na quinta-feira e uma outra parte se fosse na quarta-feira. Juliana também viu que todos que poderiam ir na segunda-feira também poderiam se fosse quarta-feira, mas não se fosse na terça-feira.

Após muito analisar, Juliana conseguiu marcar o encontro. Em qual dia seria?

3) De acordo com o diagrama abaixo, pode-se afirmar que quem pertence à região sombreada é:



$A = conjunto\ dos\ músicos.$
$B = conjunto\ dos\ youtubers.$
$C = conjunto\ dos\ jogadores\ de\ futebol.$
$D = conjunto\ dos\ atores.$

a) apenas músico e youtuber.
b) jogador de futebol, músico e ator.
c) apenas ator e jogador de futebol.
d) músico, ator e youtuber.
e) apenas ator e youtuber.

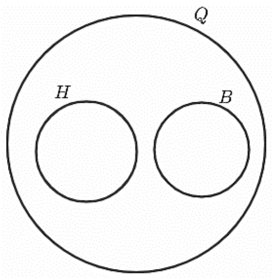
4) Considere as afirmações abaixo:

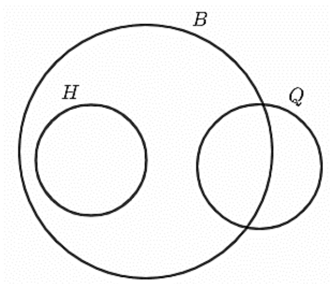
Todos que jogam futevôlei jogam futebol.
Quem joga futebol também joga futsal.
Quem joga basquete não joga futsal.

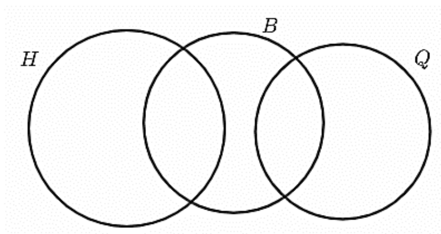
Assinale a alternativa que **<u>não</u>** é uma conclusão lógica das afirmações acima:

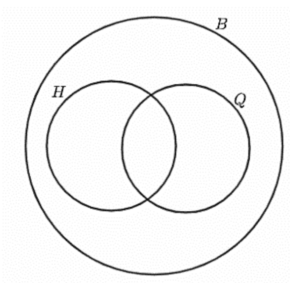
a) Todos que jogam futsal não jogam basquete.
b) Quem joga futevôlei não joga basquete.
c) Todos que jogam futsal também jogam futebol.
d) Quem joga basquete não joga futebol.
e) Todos que jogam futevôlei também jogam futsal.

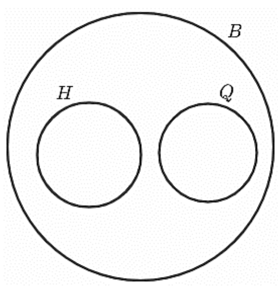
5) O diagrama que representa a afirmação “Quem gosta de História não gosta de Química, mas ambos gostam de Biologia” é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

$H = conjunto\ dos\ que\ gostam\ de\ História.$
$Q = conjunto\ dos\ que\ gostam\ de\ Química.$
$B = conjunto\ dos\ que\ gostam\ de\ Biologia.$

APÊNDICE C

Atividade 2

Atividade 2

Com o final do ano se aproximando, Luísa e seus amigos decidiram organizar uma festa. Ela ficou responsável pela organização, então decidiu preparar um questionário para que, com base nas respostas dos seus amigos, pudesse planejar uma festa que agradasse a maioria.

Luísa separou cinco tópicos principais:

1 - Lugar
2 - Tema
3 - Atividades
4 - Música
5 - Comida

1 - LUGAR

Definir o lugar da festa já começou se mostrando algo complicado. De todas as respostas, poucas foram as que não tinham restrições. Luísa pôde perceber que todos que apoiavam a ideia do sítio, eram contra a realização da festa na praia. Entretanto, alguns que defendiam que a festa deveria ser em um salão de festas, concordavam que em uma boate também seria legal.

Uma parte que gostaria de que a festa fosse em um clube, também estaria satisfeita se acontecesse em um salão de festas ou na praia. Contudo, os defensores do salão de festas jamais iriam a uma festa na praia. Por fim, alguns que desejariam uma festa no sítio, aceitariam outro lugar apenas se fosse em um bom salão de festas.

Após tanto analisar, Luísa conseguiu decidir o local da festa. Qual foi o lugar escolhido?

____

2 - TEMA

Luísa fez muitas pesquisas antes de sugerir alguns temas aos colegas. Ela logo percebeu que todos que gostariam de uma festa à Fantasia também gostariam de uma festa Neon. Entretanto, os defensores da festa Neon eram contra um baile de Máscaras. Alguns dos amigos de Luísa adoraram a ideia de uma festa Anos 60 e destes alguns também iriam a uma festa Brega.

Luísa também pôde perceber que o tema Super-Herói foi bastante aprovado entre seus amigos, mas alguns aceitariam uma festa à fantasia. Nenhum dos amigos que queria uma festa brega gostaria de um baile de máscaras, assim como nenhum dos que adoraria uma festa anos 60 iria a uma festa de Super-Herói. Por fim, alguns do que gostariam de uma festa Neon, também curtiram a ideia de uma festa Anos 60.

Após muitas considerações, Luísa tomou uma decisão. Qual foi o tema escolhido por ela?

____

3 - ATIVIDADES

Logo no início, Luísa percebeu que havia dois grupos para as atividades: um queria recreações mais tranquilas, como karaokê e amigo-secreto, o outro estava voltado para atividades físicas, como futebol e queimada.

No primeiro grupo, todos que queriam jogar verdade ou desafio gostariam de sortear amigo-secreto. Alguns dos amigos que queriam se divertir cantando no karaokê, também gostaram da ideia de jogar verdade ou desafio. Os colegas que queriam uma cabine de fotos, não gostariam de um amigo-secreto, mas adorariam cantar no karaokê.

Já no segundo grupo, Luísa pôde analisar que dos amigos que gostariam de jogar queimada, uma parte também queria jogar vôlei e outra futebol, mas não ambos. Alguns amigos queriam montar uma gincana, mas nenhum destes gostaria de uma máquina de dança. Alguns que gostariam de jogar vôlei, também gostariam de jogar videogame, assim como alguns destes torciam para ter uma gincana. Luísa notou que alguns que gostariam de jogar videogame também queriam uma máquina de dança e que alguns que queriam jogar futebol adorariam se tivesse uma gincana.

Após todas as análises, Luísa concluiu que seriam duas atividades, uma de cada grupo. Quais foram as atividades selecionadas por ela?

____

4 - MÚSICA

Para decidir qual gênero musical tocaria na festa, Luísa percebeu que seria uma decisão difícil. Ela notou que quem ouvia Sertanejo, não gostava de Forró, entretanto, alguns que gostavam de Forró, curtiam Pagode. Alguns dos que ouviam k-pop, também ouviam Sertanejo, e uma outra parte ouvia Pop. Dentre os que ouviam Rock, tinham aqueles que também curtiam Funk.

Todos que gostavam de música eletrônica também ouviam música pop. Alguns pagodeiros gostavam, também, de Funk, mas não de Sertanejo nem de K-pop, muito menos de música pop. Nenhum que ouvia Rock também gostava de Sertanejo. Por fim, alguns *funkeiros* também ouviam música pop.

Para a surpresa de Luísa, dois gêneros musicais ficaram empatados, portanto, ambos seriam tocados na festa. Quais são eles?

____

5 - COMIDA

A última decisão que Luísa precisava tomar era em relação ao que seria servido durante a festa: jantar, pizza, lanches como hambúrguer ou apenas salgadinhos, por exemplo.

Ela pôde perceber que nenhum dos que gostaria de lanches queria um jantar, mas alguns ficariam satisfeitos com pizza. Alguns dos amigos que queriam salgadinhos também gostariam de pizza, e uma outra parte adoraria um churrasco. Entretanto, nenhum dos que gostaria de salgadinhos queria que caldos fossem servidos.

Nenhum dos que queria pizza, gostaria de caldos; mas todos que torciam para ter caldos gostariam de churrasco. Uma parte dos amigos que gostaria de um jantar achou boa a ideia da pizza, mas não queria os salgadinhos.

Depois de muito ponderar, Luísa chegou a sua decisão final. Com base nas respostas dos amigos, o que ela escolheu?

____

1 - LUGAR

Resolução

2 – TEMA

Resolução

3 – ATIVIDADES

Resolução

4 – MÚSICA

Resolução

5 – COMIDA

Resolução

APÊNDICE D

Atividade 3

Escola: ____

Aluno: ____

Turma: ____________ Data: ___ / ___ / _____

PROFMAT — UENF Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Atividade 3

1) (PUC-PR – 2016) As informações a seguir são verdadeiras:

Todo maratonista gosta de correr na rua.
Existem maratonistas que são pouco disciplinados.

Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Algum maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
b) Algum maratonista disciplinado não gosta de correr na rua.
c) Todo maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.
d) Todo maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
e) Algum maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

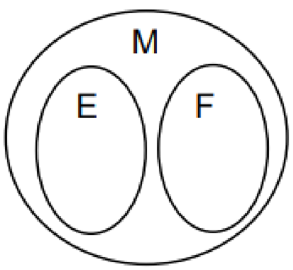
2) (FUNRIO – 2017) Se todo X é Y, todo Y é Z e todo W é Y, avalie se as afirmativas a seguir são falsas (F) ou verdadeiras (V):

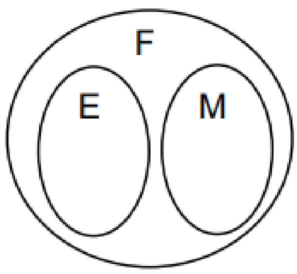
I. Todo W é X.
II. Todo Z é W.
III. Todo X é Z.

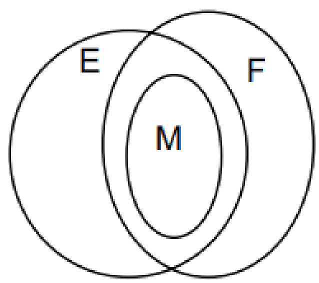
As afirmativas são respectivamente:

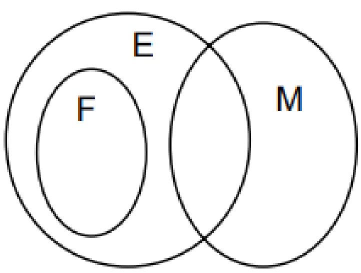
a) F, F e F.
b) F, F e V.
c) V, V e V.
d) V, F e F.
e) F, V e F.

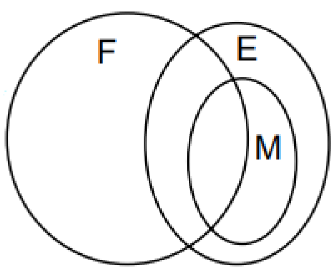
3) (UFG GO – 2005) A afirmação “Todo jovem que gosta de matemática adora esportes e festas” pode ser representada segundo o diagrama:

a)


b)


c)


d)


e)


M = {jovens que gostam de matemática}
E = {jovens que adoram esportes}
F = {jovens que adoram festas}

4) (FGV – 2017) Considere verdadeiras as afirmações:

Todos os artistas são pessoas interessantes.
Nenhuma pessoa interessante sabe dirigir.

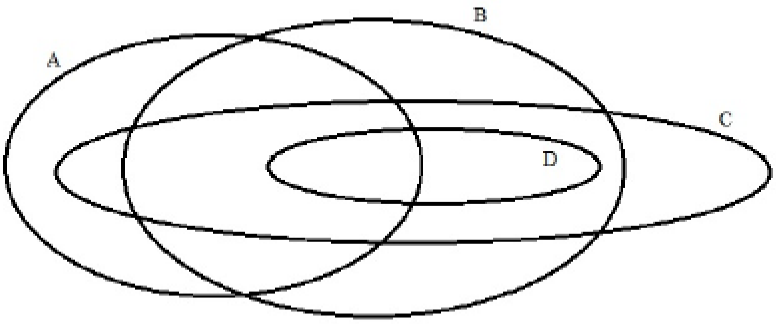
É correto concluir que:

a) todas as pessoas interessantes são artistas.
b) algum artista sabe dirigir.
c) quem não é interessante sabe dirigir.
d) toda pessoa que não sabe dirigir é artistas.
e) nenhum artista sabe dirigir.

5) (INSPER – 2014) Dentro de um grupo de tradutores de livros, todos os que falam alemão também falam inglês, mas nenhum que fala inglês fala japonês. Além disso, os dois únicos que falam russo também falam coreano. Sabendo que todo integrante desse grupo que fala coreano também fala japonês, pode-se concluir que, necessariamente,

a) todos os tradutores que falam japonês também falam russo.
b) todos os tradutores que falam alemão também falam coreano.
c) pelo menos um tradutor que fala inglês também fala coreano.
d) nenhum dos tradutores fala japonês e também russo.
e) nenhum dos tradutores fala russo e também alemão.

6) (QUADRIX – 2018 – adaptada) No diagrama abaixo, os conjuntos A, B, C e D correspondem, respectivamente, a tecladistas, violinistas, cantores e músicos felizes. Nesse caso, todo músico feliz é:



a) violinista e cantor.
b) tecladista e cantor.
c) tecladista e violinista.
d) cantor, mas não é tecladista.
e) violinista, mas não é tecladista.

APÊNDICE E

Questionário

PROFMAT

Escola: ____

Aluno: ____

Turma: ____________ Data: ___ / ___ / _____

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Questionário

1) Sobre o estudo dos Quantificadores em resolução de problemas de lógica matemática, responda:

	Discordo	Discordo parcialmente	Não concordo nem discordo	Concordo parcialmente	Concordo
a. O estudo foi interessante.					
b. A apresentação foi clara em relação ao conteúdo abordado.					
c. Foi apresentado de maneira atraente.					
d. O conteúdo foi de fácil entendimento.					
e. Foi motivador.					
f. O estudo ajudou no desenvolvimento do raciocínio lógico.					
g. As atividades despertaram a curiosidade e o interesse.					
h. Ao fazer a questão 1 da Atividade 1 pela primeira vez, você sentiu necessidade de uma ferramenta que te auxiliasse.					
i. Saber sobre os Quantificadores facilitou a resolução dos exercícios propostos.					

2) Espaço livre para comentários positivos ou negativos sobre esse estudo, assim como sugestões para melhoria do mesmo.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____