

ISABELA ESTEPHANELI CORTY RIBEIRO

UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A
UTILIZAÇÃO DE JOGOS, MATERIAIS
MANIPULATIVOS E
CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O
ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

NOVEMBRO DE 2019

ISABELA ESTEPHANELI CORTY RIBEIRO

UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO
DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E
CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O
ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Machado Barbosa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

NOVEMBRO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pela autora.

R484

Ribeiro, Isabela Estephaneli Corty.

UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES. / Isabela Estephaneli Corty Ribeiro. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.

197 f. : il.

Bibliografia: 148 - 154.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2019.

Orientador: Nelson Machado Barbosa.

1. Ensino de Frações. 2. Ensino Fundamental II. 3. Proposta de Ensino. 4. Atividades Lúdicas. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

CDD - 510

ISABELA ESTEPHANELI CORTY RIBEIRO

UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO
DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E
CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O
ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Trabalho aprovado em 29 de novembro de 2019.



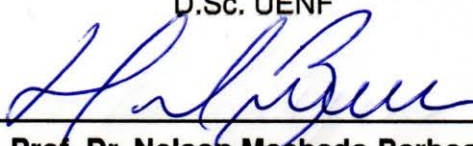
Prof.ª. Dr.ª. Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. IFFluminense



Prof.ª. Dr.ª. Elba Orocía Bravo Asenjo
D.Sc. UENF



Prof. Dr. Geraldo de Oliveira Filho
D.Sc. UENF



Prof. Dr. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho aos meus pais, Eliane e José Robério, que sempre me incentivaram, apoiaram e nunca mediram esforços para me ajudar no que fosse preciso para a realização deste mestrado.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ser o meu sustento nesta caminhada, e por me dar sabedoria e coragem durante todo o curso, principalmente, nos momentos mais difíceis.

À minha Mãe do Céu, Maria, por interceder sempre por mim e por me amparar em todos os momentos de aflições.

Aos meus pais, José Robério e Eliane e ao meu irmão, Robério, por todo cuidado, apoio e incentivo. Obrigada por me ensinarem a nunca desistir dos meus sonhos.

A todos os meus familiares e amigos, que acreditaram e torceram por mim, em especial, ao Gilmar, que sempre esteve em oração por esta minha conquista.

A todos os professores do PROFMAT-UENF, pela dedicação e por todo conhecimento compartilhado durante este curso, em especial, ao meu orientador, Prof. Dr. Nelson Machado Barbosa, pela competência, dedicação, atenção e apoio em todos os momentos da realização deste trabalho.

Aos meus colegas do PROFMAT, por toda ajuda nos momentos de estudo, em especial, às amigas, Prisciane, Aline e Carina pela amizade, companheirismo e pelas horas e horas de grupo de estudos que enriqueceram ainda mais meu conhecimento.

À direção do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, pela colaboração para a execução desta pesquisa.

Aos meus alunos do 6º ano do Ensino fundamental, pelas contribuições que fundamentaram esta pesquisa.

À sociedade Brasileira de Matemática-SBM e à UENF, pelo oferecimento deste curso.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil - Código de Financiamento 001) pelo apoio financeiro durante o curso.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

"Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes".
(Marthin Luther King)

Resumo

Dentre os conteúdos de Matemática do ensino básico, o número racional fracionário é um dos temas que geram muita dificuldade para os alunos, pois, por se tratar de uma extensão dos números naturais, sua compreensão gera uma desorientação nos alunos que querem estabelecer comparativos entre esses números que ora não são válidos. Tal dificuldade gera nos estudantes uma aversão às frações e causa uma ruptura no processo de aprendizagem da Matemática, que deve ser contínuo. Com o intuito de minimizar esse problema, que se arrasta durante toda a vida escolar dos alunos, esta pesquisa apresenta uma proposta de ensino-aprendizagem de frações, fazendo uso de atividades contextualizadas, jogos e materiais manipulativos. O objetivo geral é desenvolver uma forma atrativa e dinâmica de aprendizagem das frações para facilitar a compreensão e a assimilação desse conteúdo em turmas de sexto ano do Ensino Fundamental. Neste sentido, a metodologia, do tipo qualitativa, buscou estruturar a pesquisa, tendo em vista a análise da assimilação dos conteúdos pelos discentes a partir do uso de jogos, materiais manipulativos e atividades contextualizadas com receitas culinárias, e averiguar até que ponto esses recursos facilitariam e tornariam significativo o processo de aprender. Os dados foram coletados por meio da aplicação de questionário do professor, questionários investigativos, pré-teste, uma sequência didática e pós-teste, além da observação da participação dos alunos nas atividades. A sequência didática e a coleta de dados foram implementadas em três turmas de 6º ano do Ensino Fundamental, do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, no município de São José de Ubá - RJ. Os resultados mostraram que a utilização desses recursos teve um caráter motivador nos discentes, proporcionando aulas mais atrativas, dinâmicas e um ganho cognitivo considerável.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem; Fração; Materiais manipulativos; Jogos.

Abstract

Among the contents of mathematics of elementary school, the fractional rational number is one of the themes that generate a lot of difficulty for the students, because, as it is an extension of the natural numbers, its comprehension generates a disorientation in the students who want to make comparisons between these numbers which occasionally are not valid. Such difficulty generates in students an aversion to fractions and causes a disruption in the learning process of mathematics, which must be continuous. In order to minimize this problem, which drags on throughout the students' school life, this research presents a proposal for teaching and learning fractions, making use of contextualized activities, games and manipulative materials. The overall goal is to develop an attractive and dynamic way of learning fractions to facilitate understanding and assimilation of this content in sixth grade classes. In this sense, the qualitative methodology sought to structure the research, aiming to analyze the assimilation of content by students through the use of games, manipulative materials and activities contextualized with culinary recipes, and to ascertain to what extent these resources would facilitate and make the learning process meaningful. Data were collected through the application of the teacher's questionnaire, investigative questionnaires, pre-test, a didactic sequence and post-test, as well as observation of the students' participation in the activities. The didactic sequence and data collection were implemented in three classes of 6th grade of Elementary School, at Maria Leny Vieira Ferreira Silva State School, in the city of São José de Ubá, in the state of Rio de Janeiro. The results showed that the use of these resources had motivated the students, providing more attractive, dynamic classes and a considerable cognitive gain.

Key-words: Teaching-Learning; Fraction; Manipulative materials; Games.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Papiros	25
Figura 2 – Frações unitárias dos egípcios	26
Figura 3 – Escrita da fração $\frac{3}{5}$ pelos egípcios	26
Figura 4 – Significados de fração	28
Figura 5 – Representação geométrica do produto das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$	38
Figura 6 – Representação geométrica da divisão das frações $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$	38
Figura 7 – Estrutura da BNCC	40
Figura 8 – Tipos de Aprendizagem Significativa, segundo Ausubel	47
Figura 9 – Material frações na vertical	61
Figura 10 – Material discos de Frações	61
Figura 11 – Tangram	62
Figura 12 – Dominó de frações	63
Figura 13 – Cartas do jogo da memória dos racionais	64
Figura 14 – Questões 1, 2, 3 e 4 do questionário	83
Figura 15 – Questões 5, 6 e 7 do questionário	85
Figura 16 – Resposta significativa do aluno A12	87
Figura 17 – Resposta significativa do aluno A6	87
Figura 18 – Resposta significativa do aluno A27	87
Figura 19 – Resposta incoerente do aluno A41	88
Figura 20 – Resposta incoerente do aluno A31	88
Figura 21 – Resposta da questão 7 do aluno A26	89
Figura 22 – Resposta da questão 7 do aluno A27	89
Figura 23 – Resposta da questão 7 do aluno A30	90
Figura 24 – Questão 8 do pré-teste	91
Figura 25 – Questão 9 do pré-teste	91
Figura 26 – Resposta da questão 9 do aluno A4	92
Figura 27 – Resposta da questão 9 do aluno A16	92
Figura 28 – Resposta da questão 9 do aluno A54	93
Figura 29 – Questão 10 do pré-teste	94
Figura 30 – Resposta da questão 10 do aluno A7	94
Figura 31 – Resposta da questão 10 do aluno A54	95

Figura 32 – Questão 11 do pré-teste	95
Figura 33 – Resposta da questão 11 do aluno A25	96
Figura 34 – Questão 12 do pré-teste	96
Figura 35 – Resposta da questão 12 do aluno A15	97
Figura 36 – Questão 13 do pré-teste	97
Figura 37 – Resposta da questão 13 do aluno A18	98
Figura 38 – Questão 14 do pré-teste	98
Figura 39 – Resposta da questão 14 do aluno A27	99
Figura 40 – Questão 15 do pré-teste	99
Figura 41 – Resposta da questão 15 do aluno A53	100
Figura 42 – Alunos jogando o dominó de frações	102
Figura 43 – (A) Registro do grupo D e (B) Registro do grupo G - Atividade 1	103
Figura 44 – Receita e material para preparar a cobertura de chocolate	104
Figura 45 – Registro dos alunos preparando a receita	105
Figura 46 – Registro de resposta do aluno A36 - Atividade 2	106
Figura 47 – Registro de resposta da questão 4 do aluno A13 - Atividade 2	106
Figura 48 – Registro de resposta da questão 6 do aluno A24 - Atividade 2	107
Figura 49 – Receita do bolo de chocolate - Atividade 2	108
Figura 50 – Registro das respostas das questões 7 a 9 do aluno A15 - Atividade 2	108
Figura 51 – (A) Registro de resposta da questão 10 do aluno A20 e (B) Registro de respostas das questões 10 e 11 do aluno A45 - Atividade 2	109
Figura 52 – Bolo de chocolate com a cobertura feita pelos alunos	110
Figura 53 – Registro de respostas das questões 12 a 15 do aluno A18 - Atividade 2	111
Figura 54 – Registro da resposta da questão 16 do aluno A16 - Atividade 2	111
Figura 55 – (A) Registro da resposta da questão 16 do aluno A26 (B) Registro da resposta da questão 16 do aluno A21 - Atividade 2	112
Figura 56 – Opinião do aluno A26 sobre a Atividade 2	113
Figura 57 – Opinião do aluno A30 sobre a Atividade 2	113
Figura 58 – Opinião do aluno A3 sobre a Atividade 2	114
Figura 59 – Material fração na vertical utilizado na aula	115
Figura 60 – Xícaras utilizadas na aula	115
Figura 61 – Tira de frações e cartas do jogo Papa todas de frações	116
Figura 62 – Registro da estratégia de um grupo para comparar as frações	116
Figura 63 – Alunos jogando o jogo Papa todas de frações	117
Figura 64 – Registro do grupo J - Atividade 3	117
Figura 65 – Alunos assistindo aos vídeos sobre o Tangram	118
Figura 66 – Alunos resolvendo a questão 2 - Atividade 4	120
Figura 67 – Alunos resolvendo questão 4 - Atividade 4	120
Figura 68 – Slide da aula para questão 5 - Atividade 4	121

Figura 69 – Alunos resolvendo a questão 5 item a - Atividade 4	121
Figura 70 – Frações nas peças do Tangram	122
Figura 71 – Registro do grupo K - Atividade 4	123
Figura 72 – Registro do grupo E - Atividade 4	124
Figura 73 – Registro da resposta do grupo L - Atividade 4	124
Figura 74 – Registro da resposta do grupo J - Atividade 4	125
Figura 75 – Registro da resposta do grupo O - Atividade 4	126
Figura 76 – Alunos resolvendo a questão 1 - Atividade 5	127
Figura 77 – Registro da dupla D3 - questão 2 da Atividade 5	128
Figura 78 – Registro da dupla D19 - questão 2 da Atividade 5	128
Figura 79 – Registro da dupla D19 - questão 1, item a da Atividade 6	129
Figura 80 – Registro da dupla D11 - questão 1, item b da Atividade 6	130
Figura 81 – Registro da dupla D8 - questão 1, item c da Atividade 6	130
Figura 82 – Registro da dupla D4 - questão 1, item c da Atividade 6	131
Figura 83 – Registro da dupla D16 - questão 2 da Atividade 6	131
Figura 84 – Alunos resolvendo a Atividade 6	132
Figura 85 – Alunos registrando os cálculos - Atividade 7	133
Figura 86 – Alunos jogando o jogo da memória dos racionais	134
Figura 87 – (A) Registro do grupo A e (B) Registro do grupo C - Atividade 7	135
Figura 88 – Registro do grupo G - Atividade 7	135
Figura 89 – Resposta da questão 2 do aluno A16	137
Figura 90 – Resposta incorreta da questão 3, item c, do aluno A10	138
Figura 91 – Resposta da questão 4 do aluno A19	138
Figura 92 – (A) Resposta correta da questão 5 do aluno A29 e (B) Resposta correta da questão 5 do aluno A37	139
Figura 93 – Resposta da questão 6 do aluno A32	140
Figura 94 – (A) Resposta incoerente da questão 7 do aluno A1 e (B) Resposta correta da questão 7 do aluno A46	141

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultados do pré-teste	90
Tabela 2 – Resultados do pós-teste	136

Lista de quadros

Quadro 1 – Habilidades da BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental	41
Quadro 2 – Trabalhos relacionados ao ensino de frações com utilização de recursos lúdicos	42
Quadro 3 – Ficha técnica dos instrumentos empregados na pesquisa	59
Quadro 4 – Ficha técnica das atividades	65

Lista de gráficos

Gráfico 1 – Idade dos professores que responderam ao questionário	71
Gráfico 2 – Formação dos professores que responderam ao questionário	71
Gráfico 3 – Tempo de atuação dos professores em sala de aula	72
Gráfico 4 – Tipo de instituição onde os professores trabalham	72
Gráfico 5 – Resposta dos professores à pergunta: "Quais estratégias de ensino que você utiliza em suas aulas?"	73
Gráfico 6 – Resposta dos professores à pergunta: "Considerando sua prática e os recursos utilizados, como os alunos reagem às aulas?"	74
Gráfico 7 – Resposta dos professores à pergunta: "Você utiliza algum dos recursos abaixo em suas aulas? Assinale-os"	75
Gráfico 8 – Resposta dos professores à pergunta "Você gosta de trabalhar os conceitos de fração? Por quê?"	76
Gráfico 9 – Resposta dos professores à pergunta "Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de fração?"	77
Gráfico 10 – Resposta dos professores à pergunta "Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos?"	78
Gráfico 11 – Resposta dos professores à pergunta "Quais as maiores dificuldades que você observa em seus alunos?"	79
Gráfico 12 – Resposta dos professores à pergunta "Em sua opinião, quais as causas para estas dificuldades?"	80
Gráfico 13 – Resposta dos professores à pergunta "O que você considera que pode ser feito para que o aprendizado de fração se torne mais interessante e significativo?"	81
Gráfico 14 – Idade dos alunos participantes da pesquisa	82
Gráfico 15 – Resposta dos alunos à questão 1: "Você gosta de Matemática?"	83
Gráfico 16 – Resposta dos alunos à questão 2: "Como você avalia as aulas de Matemática que você teve até o momento?"	84
Gráfico 17 – Resposta dos alunos à questão 3: "Você tem dificuldades em Matemática?"	85
Gráfico 18 – Resposta dos alunos à questão 5: "Você já estudou frações?"	86
Gráfico 19 – Resposta dos alunos à questão 6: "Explique com suas palavras o que você entende por frações."	86

Gráfico 20 – Resposta dos alunos à questão 7: "Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?"	89
Gráfico 21 – Comparativo entre o total de acertos, erros e questões em branco nos pré-teste e pós-teste	142
Gráfico 22 – Resposta dos alunos ao questionamento: "Como você avalia as aulas de Matemática desse bimestre?"	143
Gráfico 23 – Resposta dos alunos ao questionamento: "Você acha que o uso de jogos e materiais manipulativos nas aulas contribuíram para o seu aprendizado de frações?"	144
Gráfico 24 – Resposta dos alunos ao questionamento: "De todas as atividades e jogos que foram desenvolvidos nas aulas de qual você gostou mais?" .	145

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CECIERJ	Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MD	Material didático
MDF	Medium Density Fiberboard
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
RJ	Rio de Janeiro
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Objetivos	21
1.2	Justificativa	21
1.3	Estrutura do trabalho	22
2	OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS	24
2.1	Breve histórico sobre as frações	24
2.2	Os diferentes significados de fração	27
2.3	O processo de ensino-aprendizagem de fração e suas dificuldades	32
2.4	O ensino de frações nos documentos oficiais	35
2.4.1	Os Parâmetros Curriculares Nacionais	35
2.4.2	A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	39
2.5	Trabalhos relacionados	42
3	APORTE TEÓRICO	45
3.1	Aprendizagem significativa de David Ausubel	45
3.2	A contribuição dos jogos para a aprendizagem da Matemática	48
3.3	Materiais didáticos manipulativos como suporte para o ensino da Matemática	49
3.4	A contextualização no ensino da Matemática	52
4	METODOLOGIA DA PESQUISA	56
4.1	Preparação da pesquisa	57
4.1.1	Os sujeitos da pesquisa	58
4.1.2	Instrumentos empregados para coleta de dados	58
4.1.3	Os recursos didáticos utilizados	60
4.1.3.1	Materiais manipulativos	60
4.1.3.2	Jogos	62
4.1.3.3	Receitas culinárias	64
4.1.4	Elaboração da sequência didática	64
4.1.4.1	Atividade 1 - Dominó de frações	66
4.1.4.2	Atividade 2 - Frações na receita	66
4.1.4.3	Atividade 3 - Jogo Papa todas de frações	67
4.1.4.4	Atividade 4 - Frações no Tangram	67
4.1.4.5	Atividade 5 - Frações de quantidades	68
4.1.4.6	Atividade 6 - Círculos coloridos e números decimais	69

4.1.4.7	Atividade 7 - Jogo da memória dos racionais	69
5	DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DOS DADOS	70
5.1	Análise do questionário do professor	70
5.2	Análise do questionário investigativo e pré-teste	82
5.3	Aplicação da sequência didática e análise dos dados	100
5.3.1	Atividade 1	101
5.3.2	Atividade 2	104
5.3.3	Atividade 3	114
5.3.4	Atividade 4	118
5.3.5	Atividade 5	126
5.3.6	Atividade 6	129
5.3.7	Atividade 7	132
5.4	Análise do pós-teste	136
5.5	Análise do questionário investigativo final	142
	Considerações Finais	147
	REFERÊNCIAS	149
	APÊNDICES	156
APÊNDICE A	– AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO	157
APÊNDICE B	– AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS	159
APÊNDICE C	– QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO E PRÉ-TESTE	161
APÊNDICE D	– QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR	165
APÊNDICE E	– ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	170
APÊNDICE F	– PÓS-TESTE	186
APÊNDICE G	– QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO FINAL	189
APÊNDICE H	– APRESENTAÇÃO DO TANGRAM	191
APÊNDICE I	– APRESENTAÇÃO DA AULA DA ATIVIDADE 5	195

Capítulo 1

Introdução

A princípio, assinala-se que, de modo geral, a Matemática ministrada no ambiente escolar assiduamente é vista como um conjunto de algoritmos, fórmulas, regras e técnicas, que os alunos em meio às suas múltiplas práticas e vivências cotidianas devem dominar, a fim de resolver problemas de naturezas diversas.

Consoante [Figueiredo \(2018\)](#), tal ideia atrelada ao crescente desinteresse dos discentes pela disciplina reflete expressivamente em baixos índices de aprendizagem.

Conforme [Gervázio \(2017\)](#), ao analisar os conteúdos que concernem à Matemática ministrada no contexto escolar, em linhas gerais, tanto em instituições públicas, como em particulares, observa-se que o ensino desta evidencia um desgaste considerável à falta de inovação e contribui, assim, para a reprovação e evasão escolar.

Em geral, os métodos de ensino da Matemática ministrada no espaço escolar ainda percorrem caminhos ancorados nos primórdios, basicamente sem atualização e/ou inovação; ou seja, o ensino de Matemática, atualmente, sucede-se em aulas desinteressantes e mecânicas em relação aos estudantes, e, por consequência, os índices de reprovação são maiores.

Verifica-se, dessa forma, que as práticas de outrora já não colaboram de modo suficiente para uma aprendizagem expressiva do educando; desse modo, faz-se necessária a busca, assim como a implementação, de práticas inovadoras que transformem a Matemática – rotulada pelos alunos como desinteressante e problemática – em algo inovador.

Em experiências em sala de aula, é comum ouvir de alunos, diante de determinados conteúdos, os seguintes questionamentos: “por que devo estudar isso?” ou “quando vou usar isso na minha vida?”. Tais indagações ocorrem frequentemente por uma incapacidade de relacionar o conteúdo a aplicações práticas do dia a dia.

De acordo com [Schmengler et al. \(2013\)](#), isso leva à necessidade de discutir as ações utilizadas pelo docente na aplicação de conteúdos de natureza matemática, levando-o a assumir um papel de mediador a partir da utilização de materiais didático-pedagógicos

que possam auxiliá-lo na mudança desta situação.

Em meio a múltiplas percepções, há certo tempo, a pesquisadora defrontou-se com um episódio um tanto singular em que determinado aluno alegou, categoricamente, que não conseguiria assimilar tal conteúdo a ser ministrado, dado que contemplaria o uso de frações.

Partindo de tal experiência, com ancoragem em [Patrono \(2011\)](#), averígua-se que o estudo dos números racionais, expressos sob a forma fracionária, concentra grandes dificuldades.

Tais dificuldades têm sido abordadas em um rol de pesquisas, a saber: [Nunes e Bryant \(1997\)](#), [Valera \(2003\)](#), [Merlini \(2005\)](#), [Rodrigues et al. \(2005\)](#), [Patrono \(2011\)](#), dentre outros.

Assim sendo, esta dissertação tratará, de forma substancial, o estudo dos números racionais sob a forma fracionária, que aqui será denominado, genericamente, de *fração*.

Tendo por base um dos documentos parametrizadores, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ([BRASIL, 1997a](#)), nota-se que a construção do conceito de frações deve possibilitar experiências com seus diversos significados – o que demanda considerável tempo; por isso, seu ensino é iniciado no segundo ciclo do Ensino Fundamental I e se estende até o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental II.

Em conformidade com [Assumpção \(2013\)](#),

Os alunos ao chegarem ao 6º ano, apresentam dificuldades conceituais, em especial no que se refere a frações. Estas dificuldades podem explicar os índices de reprovação, em matemática, e acompanharão os alunos, nos anos posteriores de escolarização, quando se defrontam com as operações com números racionais. ([ASSUMPÇÃO, 2013](#), p.17).

No dizer de [Rodrigues e Gazire \(2012\)](#), os materiais manipulativos representam um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula.

Tais autores ainda afirmam que “estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa” ([RODRIGUES; GAZIRE, 2012](#), p. 188).

A fim de se obter sucesso no que diz respeito ao ensino-aprendizagem de Matemática, em particular da fração, não basta somente saber o conteúdo que se vai lecionar. Segundo [Patrono \(2011, p. 15\)](#), “As relações interpessoais entre professor/aluno, aluno/aluno, a dinâmica das aulas, os recursos pedagógicos, a concepção de aprendizagem, são fatores determinantes neste processo”.

Em síntese, esta dissertação traz à tona a confecção de uma sequência didática, com o objetivo de tornar o ensino-aprendizagem mais dinâmico e participativo, utilizando-se

de estratégias – contextualização, jogos e materiais manipulativos – que possibilitem uma assimilação significativa no tocante ao uso de frações e que, por conseguinte, gerem uma compreensão melhor do estudo desta.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver uma forma atrativa e dinâmica de aprendizagem das frações, relacionando-as com o cotidiano e utilizando recursos didáticos manipulativos e jogos para facilitar a compreensão e a assimilação do conteúdo, em turmas de sexto ano do Ensino Fundamental II. O estudo foi realizado em três turmas do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, situado no município de São José de Ubá – RJ.

Para atingir o objetivo geral deste trabalho, consideramos os seguintes objetivos específicos:

1. Elaborar estratégias de ensino de frações atrativas e dinâmicas;
2. Promover a compreensão dos conceitos de fração como parte-todo, número, quociente, razão e operador multiplicativo;
3. Introduzir recursos didáticos manipulativos e jogos como ferramentas pedagógicas para o ensino de frações;
4. Organizar os conceitos por meio de aplicações práticas do uso de frações em receitas culinárias;
5. Incentivar o aluno na construção do conhecimento.

1.2 Justificativa

Inicialmente, tendo como pilar as pesquisas de [Gambera e Vital \(2016\)](#), destaca-se que o conhecimento de frações, em algum momento da trajetória escolar, é imprescindível, e, se não for bem assimilado, poderá prejudicar o desenvolvimento de conteúdos posteriores.

Torna-se perceptível, ainda, no contexto educacional contemporâneo, uma defasagem neste conteúdo. Os PCN ([BRASIL, 1998](#)), a título de exemplo, afirmam que há grande ocorrência de alunos que avançam rumo ao terceiro ciclo (6º e 7º anos do Ensino Fundamental II) sem compreender o significado de cálculos, no âmbito dos números racionais, que são conteúdos desenvolvidos desde os ciclos iniciais, mais precisamente nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental I.

Baseando-se no raciocínio delineado acima, Campos e Rodrigues (2007) afirmam que

A prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos. (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p.70)

Além do que foi percorrido até o presente momento, um dado alarmante, apontado pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) (BRASIL, 2018b), indica que, embora tenha ocorrido um aumento de dois pontos em relação ao último Exame¹, os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II encontram-se ainda no patamar insuficiente de aprendizagem da Matemática. Os dados indicam que os discentes de tal ano de escolaridade têm percentual de proficiência de 63%² no nível insuficiente.

Em suma, mediante às informações supramencionadas, e motivada, paradoxalmente, por experiências negativas com alunos de Ensino Fundamental II e Médio, a pesquisadora julgou explorar tal abordagem temática, frações, uma vez que é de fundamental importância para o aprendizado de outros conteúdos.

1.3 Estrutura do trabalho

Os capítulos deste trabalho foram estruturados da seguinte maneira:

No Capítulo 2 são apresentados os pressupostos teóricos acerca dos aspectos históricos de fração, de seu conceito, seu modo de ensino-aprendizagem e como esta é apresentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) e pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018a).

Por sua vez, no Capítulo 3 faz-se uma abordagem da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel e dos recursos didáticos utilizados para melhor aprendizagem da Matemática.

Já no Capítulo 4, são apresentados os aspectos metodológicos da pesquisa: como se deu sua preparação, os sujeitos, recursos didáticos e instrumentos de coleta de dados utilizados, sua elaboração e descrição das atividades.

Na sequência, isto é, no Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos por meio da análise do questionário do professor, dos questionários investigativos, do pré-teste, da sequência didática e do pós-teste, e as observações feitas pela pesquisadora.

¹ No Saeb 2015 a média de proficiência em Matemática foi de 256 pontos, enquanto que em 2017, foi de 258

² Dado disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/08/30/7-de-cada-10-alunos-do-ensino-medio-tem-nivel-insuficiente-em-portugues-e-matematica-diz-mec.ghml>. Acesso em: 20 out. 2019

Por fim, são feitas as considerações finais à proposta do trabalho e as conclusões obtidas destas, apresentando uma retrospectiva dos principais resultados, as dificuldades encontradas para realização da pesquisa e possíveis sugestões para futuras aplicações.

Capítulo 2

Os números fracionários

Neste capítulo são apresentadas algumas considerações a respeito dos números fracionários, em cinco seções. Na primeira seção são apresentados seus aspectos históricos; por sua vez, na segunda, são abordados seu conceito e diferentes significados; na terceira seção, são relatadas as dificuldades no seu ensino-aprendizagem, conforme alguns pesquisadores; em seguida, é apresentado um levantamento feito sobre frações em alguns documentos oficiais. E, na última seção, encontram-se alguns trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa.

2.1 Breve histórico sobre as frações

De acordo com alguns pesquisadores da história da Matemática, como [Boyer e Merzbach \(2012\)](#), [Caraça \(2010\)](#), [Struik \(1989\)](#), tal área do conhecimento surgiu pela necessidade de resolver problemas oriundos da vida diária, como as contagens dos dias, dos animais ou das épocas para o plantio e, posteriormente, as contagens para transações comerciais.

Segundo [Campos e Rodrigues \(2007\)](#), quando a habilidade de contar, que o homem já dominava, não foi suficiente para responder à questão de quantas vezes uma grandeza era maior que a outra, surgiu o número racional. De fato, [Caraça \(2010\)](#) descreve esse surgimento a partir do momento em que o homem encontra dificuldade para exprimir uma razão não exata.

Em geral, sempre que feita a subdivisão da unidade em n partes iguais, uma dessas partes caiba m vezes na grandeza a medir, a dificuldade surge sempre que, e só quando, m não seja divisível por n , isto é, no caso da impossibilidade da divisão. ([CARAÇA, 2010](#), p. 34).

Historicamente, devido a problemas matemáticos advindos da natureza geométrica, houve a necessidade de se criar novos números, assim a imprescindibilidade de se medir terras, líquidos, tecidos levou à criação de uma nova unidade padrão de medida, no entanto,

perceberam que muitas vezes o resultado não era um número inteiro, havendo assim a necessidade de fracionar a unidade (BOYER; MERZBACH, 2012).

Por meio de relatos históricos, sabe-se que os primeiros povos a utilizarem as frações foram os egípcios.

Por volta do ano 3000 a. C., o Rio Nilo, no Egito, passava por períodos de cheia e inundava a região ao longo de suas margens, derrubando as cercas que dividiam as terras dos agricultores daquela região. Assim que as águas baixavam, os funcionários do Faraó, chamados de “esticadores de corda”, faziam as medições destas terras novamente. Eles utilizavam cordas que já possuíam uma unidade de medida assinalada. As medições eram feitas de modo a verificar quantas vezes aquela unidade de medida cabia nos lados do terreno, porém, dificilmente a unidade de medida cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. A partir daí, os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário (PATARO; SOUZA, 2012).

Registros desses números foram encontrados com a descoberta de importantes documentos históricos dos egípcios (Figura 1), como o "Papiro de Rhind" e o "Papiro de Moscou".

Figura 1 – Papiros



(A) "Papiro de Rhind"



(B) "Papiro de Moscou"

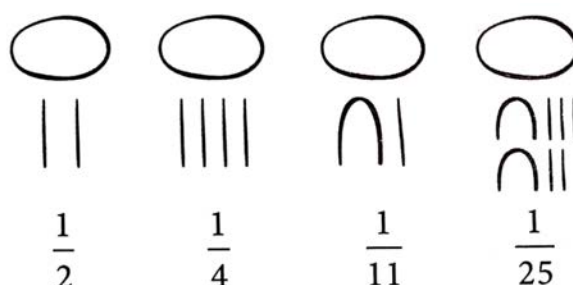
Fonte: (PAIVA, 2017, p. 34).

Os egípcios utilizavam apenas frações unitárias, ou seja, da forma $\frac{1}{n}$, com exceção da fração $\frac{2}{3}$. Segundo Boyer e Merzbach (2012), essa fração tinha um papel especial para os egípcios nos processos aritméticos.

Atribuíram à fração $\frac{2}{3}$ um papel especial nos processos aritméticos, de modo que para achar o terço de um número primeiro achavam os dois terços e tomavam a metade disso! Conheciam e usavam o fato de dois terços da fração unitária $\frac{1}{p}$ ser a soma de duas frações unitárias $\frac{1}{2p}$ e $\frac{1}{6p}$; também tinham percebido que o dobro da fração $\frac{1}{2p}$ é a fração $\frac{1}{p}$. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

As frações eram escritas colocando um sinal oval alongado sobre o denominador (Figura 2). Tal símbolo, na designação dos egípcios, significa “parte”, e tem sentido ordinal, não fazendo menção ao que chamamos hoje de numerador (VALIO, 2014).

Figura 2 – Frações unitárias dos egípcios



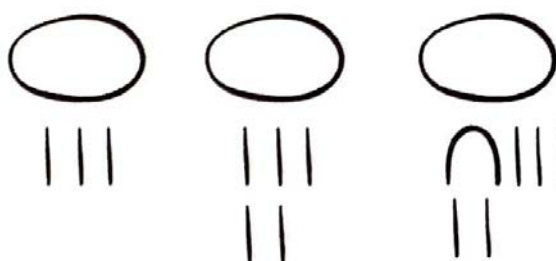
Fonte: (PATARO; SOUZA, 2012, p. 155).

Com exceção da fração $\frac{2}{3}$, todas as frações próprias não unitárias eram escritas através de uma soma de frações unitárias. Por exemplo, a fração $\frac{3}{5}$, era escrita assim: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ (PATARO; SOUZA, 2012). No dizer de Boyer e Merzbach (2012),

tirando a fração $\frac{2}{3}$, os egípcios consideravam a fração racional própria geral da forma $\frac{m}{n}$ não como uma “coisa” elementar, mas como parte de um processo incompleto. A fração $\frac{3}{5}$, para nós uma única fração irredutível, era pensada pelos escribas como redutível à soma de três frações unitárias $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{15}$. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

A título de exemplo, na Figura 3, pode-se observar a escrita da fração $\frac{3}{5}$ pelos egípcios.

Figura 3 – Escrita da fração $\frac{3}{5}$ pelos egípcios



Fonte: (PATARO; SOUZA, 2012, p. 155).

O "Papiro de Rhind" tem uma tabela que fornece $\frac{2}{n}$ como uma soma de frações unitárias, para os valores de n de 5 a 101. Por exemplo, para $n = 5$, tem-se que $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, e, para $n = 101$, tem-se $\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$ (BOYER; MERZBACH, 2012).

Não é claro por que uma forma de decomposição é preferida à outra, dentre as muitas possíveis. Esta última entrada certamente exemplifica a predisposição dos egípcios para calcular a metade e um terço; não é de modo claro para nós por que a decomposição $\frac{2}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot n}$ é melhor do que $\frac{1}{n} + \frac{1}{n}$. Talvez um dos objetivos da decomposição de $\frac{2}{n}$ fosse chegar a frações unitárias menores que $\frac{1}{n}$. (BOYER; MERZBACH, 2012, p.31).

A partir desse tempo, os conceitos de número foram se expandindo e não mais serviam apenas para contagens, mas passaram a ter inúmeros usos, como medir. Merlini (2005) aponta que apesar desse progresso, os antigos não conseguiram unificar a noção de fração nem construir um sistema coerente de unidades de medidas devido a suas notações imperfeitas.

De acordo com Ibrah (1996) e Merlini (2005), com o decorrer dos anos, muitas notações de fração foram usadas, mas foram os hindus, que por conta de sua numeração decimal de posição, chegaram mais perto da que usamos hoje. Assinala-se, ainda, que foram os árabes os responsáveis por inventar a barra horizontal que separa o numerador do denominador.

Com base na leitura dos documentos históricos acerca do surgimento e desenvolvimento do pensamento matemático, é possível perceber que esse avanço deveu-se a intenso esforço intelectual na compreensão e uso do que, posteriormente, viria a ser a fração como é hoje.

2.2 Os diferentes significados de fração

Segundo Smole e Diniz (2016), para que o conceito de fração seja construído é preciso que os alunos vivenciem diversas situações que envolvam vários modelos que representam o inteiro e aprendam a analisar os seus significados e os seus usos.

Assinala-se a princípio, que vários autores discutem sobre os significados das frações. À guisa de exemplificação, Smole e Diniz (2016) apresentam quatro significados: parte-todo, divisão, razão e operador. Por sua vez, Nunes e Bryant (2003), baseadas nos trabalhos de Kieren (1988) e na Teoria dos Campos conceituais de Vergnaud¹, apresentam cinco significados para as frações: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Já Kieren (1988) os denomina de subconstrutos e os classifica em: medida, quociente, número proporcional e operador. Os PCN (BRASIL, 1998), como será visto na subseção 2.4.1, apresentam quatro significados: parte-todo, quociente, razão e operador.

¹ É uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo aquelas relacionadas com as ciências e as técnicas (VERGNAUD, 1990).

A seguir, são apresentados os significados de fração (Figura 4), com base em Nunes e Bryant (2003), citados nos trabalhos de Merlini (2005), Campos, Magina e Nunes (2006), Dias (2018) e Silva (2007), e são abordadas algumas contribuições de Smole e Diniz (2016).

Figura 4 – Significados de fração



Fonte: Elaboração própria.

A fração com o significado **parte-todo** é descrita por Nunes e Bryant (2003) apud Merlini (2005) e Campos, Magina e Nunes (2006) como a ideia de uma partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte representa a fração $\frac{1}{n}$. Tomando por base tal significado, basta utilizar um procedimento de dupla contagem para se chegar a uma representação correta da fração, ou seja, conta-se o número de partes em que o todo foi dividido (denominador) e o número de partes tomadas (numerador). Por exemplo, se um todo for dividido em quatro partes iguais e forem pintadas três, o aluno pode realizar a dupla contagem, onde acima do traço escreve-se o número de partes pintadas e, abaixo do traço, o número total de partes, ou seja, $\frac{3}{4}$.

Smole e Diniz (2016) relatam que o sentido supramencionado é comumente iniciado pela apresentação com representações *contínuas*², como bolos, pizzas, barras de chocolate, e só depois é apresentado como parte de um todo *discreto*³, como balas, bolinhas, entre outros. Neste contexto, as autoras dizem ainda que são introduzidas as frações menores que o inteiro.

² O conceito de fração de todos contínuos parte de um todo, visualmente unitário, que, ao ser subdividido, resulta partes com a mesma medida (SMOLE; DINIZ, 2016).

³ O conceito de fração para todos discretos corresponde a dividir o conjunto de elementos do grupo que será fracionado e fazer uma divisão em grupos com igual quantidade de elementos, sem que haja quebra dos elementos em cada grupo (SMOLE; DINIZ, 2016).

Um exemplo de problema utilizando-se quantidades *contínuas*, seria o caso de dividir uma barra de chocolate em três partes iguais. Se forem comidas duas partes, qual a fração que a representa?

Um exemplo de problema utilizando quantidades *discretas* poderia ser o seguinte: "Na loja há 2 bonés vermelhos e 1 boné azul de mesmo tamanho e formato. Que fração representa a quantidade de bonés vermelhos em relação ao total de bonés da loja?" (MERLINI, 2005, p. 28).

Em ambas as situações o aluno deve identificar que o todo (tanto contínuo quanto discreto) está dividido em 3 partes iguais, que será o denominador, e que as partes comidas do chocolate, assim como o número de bonés vermelhos, correspondem ao numerador. Nestas situações, Merlini (2005) garante que o aluno necessita desenvolver algumas competências, previamente, tais como:

A identificação de uma unidade (que o todo é tudo aquilo que considera como a unidade em cada caso concreto), de realizar divisões (o todo conserva-se, mesmo quando dividimos em partes, há a conservação da unidade), manipular a ideia da conservação da área (no caso das representações contínuas). (MERLINI, 2005, p. 29).

Sobre a utilização de fração como parte-todo, Nunes e Bryant (2003) apud Dias (2018) ainda destacam que a sua utilização exagerada no ensino de fração no Brasil favorece uma compreensão equivocada do aluno, já que o leva a desenvolver a ideia de fração baseada na percepção em analisar o número de partes pintadas sobre o número de partes em que o inteiro foi dividido, em detrimento das relações lógico-matemáticas existentes nela.

A fração como **quociente** está presente em situações em que estão envolvidas a ideia de divisão. O significado quociente diferencia-se de parte-todo, pois aqui há duas grandezas distintas envolvidas, por exemplo, dividir igualmente uma pizza entre cinco crianças (grandezas: pizza e crianças). Nesta situação, a fração corresponde à divisão de 1 para 5 e também ao resultado da divisão, ou seja, cada criança receberá $\frac{1}{5}$ da pizza (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006).

Um exemplo de fração como quociente fazendo uso de quantidades *contínuas* é apresentado por Merlini (2005, p. 30) da seguinte forma: "Divida 2 chocolates para 3 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu do chocolate?" Nesta situação, o aluno deverá perceber que o quociente representa a quantidade de chocolate que cada criança irá receber, ou seja, que $2:3$ é igual a $\frac{2}{3}$, e que é mais comum dizer que cada um receberá $\frac{2}{3}$ do chocolate do que dizer 0,666...

No que se refere a quantidades *discretas*, um exemplo de problema poderia ser: "Tenho 30 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças. Que fração representa

essa divisão?”. Este tipo de situação exige que o numerador (número de bolinhas) seja divisível pelo denominador (número de crianças), pois não faria sentido, por exemplo, dividir duas bolinhas de gude para três crianças (MERLINI, 2005, p. 31).

Dias (2018) e Campos, Magina e Nunes (2006) abordam que a ideia de razão está atrelada ao significado de quociente. Por exemplo, dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente permanecerá equivalente, independente da quantidade de bolos e crianças diferirem nos exemplos.

A fração como **medida** está ligada a situações em que as medidas envolvem frações, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Essas medidas podem ser relacionadas a quantidades *intensivas*, quando as quantidades são de naturezas distintas, e *extensivas*, quando as quantidades são de mesma natureza (DIAS, 2018). Por exemplo, situações que envolvem o cálculo de probabilidade de um evento, que é medido pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, e que, portanto, sempre varia de 0 a 1, ou seja, a medida na maioria das vezes será fracionária (MERLINI, 2005); (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006); (DIAS, 2018).

Um exemplo referente a quantidades *extensivas* seria pedir a probabilidade de uma pessoa retirar uma bola azul de uma caixa que contém duas bolas azuis e uma branca. Nesta situação, a medida é obtida pelo quociente entre o número de bolas azuis pelo número total de bolas da caixa, neste caso, $\frac{2}{3}$ (MERLINI, 2005).

Merlini (2005) apresenta o seguinte exemplo referente a quantidades *intensivas*: “Para fazer uma certa quantidade de suco são necessários 2 medidas de água para 1 medida de concentrado de laranja. Que fração representa a medida da água em relação ao total de suco?”. Neste caso, o suco é formado pela mistura de concentrado de laranja e água, na razão de 1 para 2, e, portanto, o todo está dividido em 3 partes, sendo, então, $\frac{2}{3}$ a fração correspondente à medida de água no suco. Segundo Merlini (2005), este também é um problema de quantidade *contínua*, e o exemplo anterior, um problema de quantidade *discreta*.

A fração como **número** se refere a frações que, assim como os inteiros, não estão ligadas, necessariamente, a quantidades específicas. Neste caso, não tem sentido a abordagem desse significado por quantidades contínuas ou discretas. Existem duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal (MERLINI, 2005); (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006). Um exemplo de exercício com esse significado seria o de representar o número $\frac{1}{2}$ na sua forma decimal (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006).

A fração com significado de **operador multiplicativo** é associada à ideia de transformação, ou seja, a fração é vista como um escalar que, aplicado sobre uma quantidade, gera um valor resultado. Por exemplo, dizer 3 balas, no caso dos números inteiros, é o mesmo que dizer $\frac{3}{4}$ de um conjunto de 4 balas, no caso da fração. A ideia implícita neste exemplo

é que o número é um multiplicador da quantidade indicada (MERLINI, 2005); (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006).

Exemplos de fração como operador multiplicativo poderiam ser apresentados da seguinte forma: “Dei $\frac{3}{4}$ das balas de um pacote de 40 balas para meus irmãos. Quantas balas dei a eles?” (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006). Em situações como esta, o aluno deve perceber que a fração desempenha um papel de transformação, ou seja, trata-se de um operador multiplicativo.

No que se refere a quantidades *discretas* e *contínuas* dentro do significado de operador multiplicativo, Smole e Diniz (2016) asseguram que as possibilidades de frações em todos discretos são sempre finitas e em todos contínuos as possibilidades de frações são infinitas. Em relação ao todo discreto, Smole e Diniz (2016) citam como exemplo, que não é possível considerar o cálculo de $\frac{3}{8}$ ou $\frac{2}{5}$ de 18 ovos, já que não é possível dividir igualmente 18 ovos entre 8 ou 5 grupos sem que sobrem ovos. E, em relação ao todo contínuo, apresentam como explicação que podemos cortar o todo em quantas partes quisermos sem que haja resto.

Nunes e Bryant (2003) apud Merlini (2005) ainda destacam dois invariantes que são centrais no conceito de fração: a noção de ordem e a de equivalência.

Existem duas ideias centrais referentes à noção de ordem que devem ser levadas em conta no ensino de frações: para um mesmo denominador, quanto maior for o numerador, maior será a fração; e, para um mesmo numerador, quanto maior for o denominador, menor será a fração (MERLINI, 2005). Situações de quociente podem ser utilizadas para apropriação desse invariante por meio do raciocínio lógico, como por exemplo, a ideia de que quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor será o pedaço de bolo que cada um comerá (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006).

No que se refere à noção de equivalência, deve-se levar em conta dois aspectos: equivalências em quantidades extensivas e intensivas (MERLINI, 2005). A autora destaca o seguinte

Nunes, Bryant (1996) chamam a atenção, pois ao tratar da equivalência de fração em contexto de quantidades extensivas em situação parte-todo, a classe de equivalência vai depender do tamanho do todo (ou da unidade), por exemplo, as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ só pertencerão a uma classe de equivalência de frações se os dois todos forem equivalentes. Se estivéssemos nos referindo a $\frac{1}{4}$ de um todo e $\frac{2}{8}$ de um todo não equivalente, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ não poderiam pertencer à mesma classe de equivalência de frações. A equivalência de fração em contexto de quantidades intensivas difere das quantidades extensivas, pois, nesse contexto, podemos falar em equivalência entre duas frações referindo-se a todos diferentes. Por exemplo, se fizermos uma jarra de suco usando 1 copo de concentrado para 3 copos de água, o suco terá a mesma concentração e gosto que duas jarras de suco feito com 2 copos de concentrado e 6 copos de água. Em situações de quantidades intensivas, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ são equivalentes mesmo que o todo não seja o mesmo. (MERLINI, 2005, p. 34-35).

De acordo com [Patrono \(2011\)](#), a falta de compreensão dos diferentes significados das frações pode ser a causa da grande dificuldade dos alunos ao trabalharem com esse tema. Por isso, para que haja uma boa compreensão do conceito de fração, é importante que os alunos tenham contato com os seus diferentes significados sem que haja uma maior valorização de um significado em detrimento de outro. [Smole e Diniz \(2016\)](#), asseveram que

A valorização excessiva de uma ideia em relação a outra e a limitação de modelos usados para explorar o tema podem dificultar que os alunos percebam o sentido da representação fracionária dos números racionais. (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 27).

2.3 O processo de ensino-aprendizagem de fração e suas dificuldades

Não é de hoje que o estudo dos números racionais, principalmente na sua representação fracionária, vem sendo tema de pesquisas acadêmicas. Vários autores como [Nunes e Bryant \(1997\)](#), [Romanatto \(1997\)](#), [Valera \(2003\)](#), [Merlini \(2005\)](#), [Rodrigues et al. \(2005\)](#), [Patrono \(2011\)](#), dentre outros, abordam as dificuldades dos alunos na aprendizagem de frações.

A dificuldade com as frações não só é percebida em pesquisas de natureza acadêmica, como também na prática em sala de aula. Dentre os conteúdos matemáticos estudados na escola, as frações e suas operações são um dos que geram muita dificuldade de aprendizagem nos alunos. É possível encontrar discentes que criam uma aversão a tal conteúdo por não conseguirem ter uma boa compreensão de seu significado, e isso pode gerar uma desmotivação e até mesmo uma defasagem na aprendizagem da Matemática, já que o estudo de fração é fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos (proporções, equações, cálculo algébrico) ([BRASIL, 1998](#)).

A aprendizagem de fração dá-se na ampliação da noção de números naturais para os racionais. Essa passagem oferece complexidade e dificuldade para os alunos já que a ideia de número que antes era associada à quantidade (números naturais), agora passa a ter vários contextos, quando se aprende os números racionais. Segundo [Romanatto \(1997\)](#), essa ampliação dos conjuntos numéricos é justificada pela necessidade de resolver problemas práticos distintos, que não conseguem ser resolvidos pelos conjuntos numéricos anteriores. O autor ainda alerta que

Muito das dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão de determinadas classes de problemas, bem como na resolução dos algoritmos associados às operações matemáticas com certos tipos de número, podem estar relacionados ao não entendimento de que, em cada conjunto numérico a noção de número, assim como as operações com ele realizadas, são, na maioria das vezes, diferentes daquelas do conjunto numérico anterior. (ROMANATTO, 1997, p. 87).

Atrelado a isso, [Romanatto \(1997\)](#) ainda aborda que a ampliação dos naturais para os racionais deve ser feita com muita atenção tanto em relação à noção de número quanto na reinterpretação das operações elementares.

No ensino de frações nos anos iniciais, é comumente utilizada a ideia de parte-todo, conceito este que muitos pesquisadores, como [Merlini \(2005\)](#), [Rodrigues et al. \(2005\)](#) e [Moutinho \(2005\)](#) têm evidenciado que os professores brasileiros têm tido dificuldades na sua transmissão, quer seja em relação ao ensino, quer seja do ponto de vista de sua aprendizagem. Do ponto de vista do ensino, tem se revelado que apenas se tenta traduzir o determinado conceito como parte-todo. No tocante à aprendizagem, os educandos chegam a demonstrar algumas habilidades ao manipular os números fracionários, no entanto, não apresentam clara compreensão de seu conceito ([MAGINA; CAMPOS, 2008](#)).

Com relação ao exposto, [Nunes e Bryant \(1997\)](#) afirmam que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. ([NUNES; BRYANT, 1997](#), p. 191).

Segundo [Brolezzi \(1996\)](#), a deficiência no trato com as frações está no fato de que "o ensino elementar de Matemática não consegue construir na mente dos alunos um conceito de Número Racional que permita sua utilização pelos alunos mais tarde.". Salienta, ainda, que as operações com os racionais, quando mecanizadas com algumas regras básicas, são confundidas umas com as outras ([BROLEZZI, 1996](#), p. 55).

[Prevê, Sheneckemberg e Munhoz \(2014\)](#), citando [Gómez-Granell \(1998\)](#), apontam que a mecanização do ensino com a aplicação de regras é um erro na aprendizagem de frações.

O maior erro na aprendizagem de frações está no fato do ensino ser baseado mais na aplicação de regras do que na compreensão do significado. Os alunos são capazes de repassar as regras dadas, de fazer aplicações das mesmas em atividades, mas não conseguem relacioná-las com seu cotidiano, pois o assunto não gerou uma compreensão real. ([PREVÊ; SHE-NECKEMBERG; MUNHOZ, 2014](#), p. 90).

[Valera \(2003\)](#) elenca várias dificuldades apresentadas pelos racionais:

- Além dos números fracionários possuírem várias representações, eles também são escritos por dois numerais mais um traço, o que não acontece com os números naturais, que os alunos estudam antes deste campo numérico;

- Os nomes utilizados nas leituras de frações se confundem com nomes de usos diários, mas tem outro significado, como terço, quarto, sexto;
- A regra para soma dos números naturais não é válida para a soma de duas frações;
- O fato de fração ter outros significados além de ser entendida, na linguagem usual, como pedaço;
- Os alunos sabem que duas metades formam um inteiro, porém, apresentam dificuldades em obter o resultado de $1 - \frac{1}{2}$. Ainda alega que esta dificuldade pode ser observada também no Ensino Médio, pelo fato de seu algoritmo não ser de fácil compreensão;
- Uma última dificuldade, que a autora denomina de obstáculo, consiste no fato de que o significado parte-todo pode ser prejudicado quando se tem uma fração que tem o numerador maior que o denominador, já que a origem histórica de fração significa pedaço.

A terceira dificuldade citada por Valera (2003) é destacada também por Patrono (2011), que sugere que parte das dificuldades na aprendizagem de fração tem relação com o conceito, pois geralmente, os alunos têm dificuldade de conceber a fração como um número. A autora ainda menciona o fato dos alunos transferirem as regras de cálculo dos naturais para os racionais, citando que, em uma pesquisa sua anterior, verificou-se que "[...] vários alunos somaram e subtraíram numeradores e denominadores como se fossem números isolados [...]" (PATRONO, 2011, p. 23).

Rodrigues (2016) atribui a dificuldade em assimilar o conceito de fração aos livros didáticos, dado que utilizam uma "[...] linguagem difícil e cálculos sem que haja uma contextualização do assunto, não despertando o interesse do aluno em aprender esse conceito." (RODRIGUES, 2016, p. 9).

Bertoni (2004) aponta que, além da dificuldade da compreensão do conceito de fração e sua aplicação, tem-se, por outro fator impeditivo de sua assimilação, as outras prioridades apresentadas pelos currículos que têm diminuído a ênfase em frações, principalmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Smole e Diniz (2016) expõem o fato do estudo de frações concentrar-se nos meses finais do ano letivo, e só ser retomado um ano depois, o que dificulta o aluno a refletir sobre ele.

Campos e Rodrigues (2007) também observam, assim como no quinto item de Valera (2003), que a dificuldade com as frações é percebida não só no Ensino Fundamental, como também no Ensino Médio, e até mesmo no Ensino Superior.

A prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e

demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos. (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p. 70).

As dificuldades supracitadas são percebidas também em resultados de avaliações externas realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Dados do Saeb 2017 apontam que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental alcançaram um percentual de 63% no nível insuficiente, e, de acordo com a escala de proficiência, enquadram-se no nível de 0 a 3 (BRASIL, 2018b). Com base na Escala de proficiência de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental (INEP, 2017), isso significa que, no âmbito dos números racionais, a maioria dos alunos não consegue:

- Associar uma fração decimal à sua representação decimal;
- Reconhecer frações equivalentes;
- Determinar o quociente entre números racionais fracionários, em situações-problema;
- Determinar a soma de frações com denominadores diferentes;
- Localizar uma fração imprópria na reta numérica;
- Associar uma fração à sua representação decimal.

Com ancoragem nas informações acima, percebe-se uma grande deficiência dos estudantes relacionada a este conteúdo (frações) e confirma-se a grande dificuldade relatada pelos pesquisadores citados no decorrer desta seção.

2.4 O ensino de frações nos documentos oficiais

Foram consultados alguns documentos oficiais para análise das propostas curriculares sobre o ensino de frações. Tais documentos parametrizadores foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018a), que são detalhados nas próximas seções.

2.4.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Com a reforma da educação, decorrente da necessidade de políticas públicas voltadas para a mesma na década de 90, houve, por exemplo, para o Ensino Fundamental, o implemento de várias ações, dentre elas a instituição dos Parâmetros Curriculares Nacionais, definindo, assim, um currículo nacional, que por sua vez tem suas propostas reinterpretadas pela escola, por esta ser um espaço de (re)produção do conhecimento de maneira efetiva (MONTEIRO; NACARATO, 2005).

Por ser um documento norteador do currículo do ensino básico, faz-se necessário que sejam analisadas suas recomendações e propostas para o ensino. Portanto, nesta seção serão analisadas as orientações para o ensino de frações no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, referente aos 6º e 7º anos.

Como procedimentos para o ensino de números racionais, os PCN dão as seguintes sugestões:

- Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos - cotidianos e históricos - e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador.
- Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações. (BRASIL, 1998, p. 71).

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 102) recomendam que se dê especial atenção ao estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, no terceiro ciclo, explorando seus diferentes significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador. E dão as seguintes interpretações para tais significados:

- Na relação parte-todo, a fração indica a relação existente entre um número de partes e o total de partes;
- A fração, como quociente de um número inteiro por outro ($a : b = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$), diferencia-se da primeira ao passo que dividir 2 unidades em 3 partes é diferente de dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 delas;
- A fração como razão é usada como índice comparativo entre duas grandezas e em situações que envolvem probabilidades, escalas e porcentagens;
- Como operador, o número racional desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica.

Tendo o ensino como foco, é importante que as interpretações elencadas não sejam tratadas isoladamente. "A consolidação desses significados pelos alunos pressupõe um trabalho contínuo, ao longo do terceiro e quarto ciclos, que possibilite análise e comparação de variadas situações-problema."(BRASIL, 1998, p. 103).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), embora o estudo das representações fracionárias e decimais dos números racionais seja um conteúdo trabalhado no segundo ciclo, tem-se percebido que os alunos do terceiro ciclo, e ainda do quarto ciclo, têm apresentado um déficit na aprendizagem dos diferentes significados associado a esses números e à sua operacionalização. A explicação para tal dificuldade, segundo os PCN, deve-se, possivelmente, ao fato de que o seu ensino supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais e lista alguns obstáculos enfrentados pelos alunos nesta transição.

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ são diferentes representações de um mesmo número;
- a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
- se o “tamanho” da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a sequência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1998, p. 101).

Entretanto, são nestes ciclos que o aluno deve compreender que os números naturais, até então aprendidos, são insuficientes para resolver determinada situação-problema, envolvendo medidas de uma grandeza e o resultado de uma divisão (BRASIL, 1998).

De modo a oferecer bons contextos para o ensino, os PCN (BRASIL, 1998) sugerem recorrer a problemas históricos, envolvendo medidas para abordar os números racionais, levando à discussão, por exemplo, como os egípcios usavam a fração por volta de 2000 a.C., a fim de operar seus sistemas de pesos e medidas. Outro exemplo, é mostrar que para dividir 19 por 8, os egípcios utilizavam um procedimento que na nossa notação é expresso por $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, e, a partir desta situação, propor aos alunos que mostrem que esta soma é igual a $\frac{19}{8}$.

Ainda que em situações cotidianas o contato com representações fracionárias seja menos frequente, seu estudo justifica-se pela necessidade de desenvolvimento do aluno em outros conteúdos matemáticos, como proporções, equações, cálculo algébrico, bem como em situações que envolvem cálculos com dízimas periódicas, de maneira que o conhecimento de sua representação fracionária possibilita que se obtenham dados com maior precisão, uma vez que a representação decimal deverá se dar por aproximação (BRASIL, 1998).

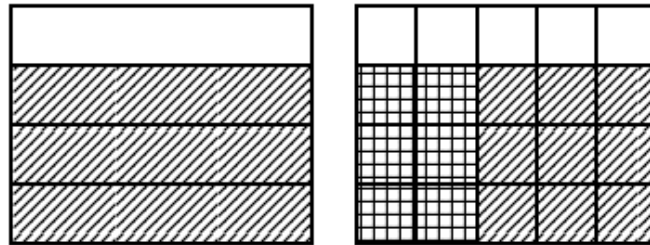
Saber as suas diferentes representações, assim como o conceito de equivalência, é importante para perceber qual a forma mais adequada a utilizar e para traçar estratégias de cálculos. Na utilização de porcentagem, por exemplo, é mais comum dizer 12% ($\frac{12}{100}$), do que $\frac{3}{25}$. No cálculo da adição com denominadores diferentes, é necessário aplicar propriedades de frações equivalentes para transformá-las em frações com denominadores iguais (BRASIL, 1998).

Para dar aos alunos base a fim de construir seus procedimentos, os PCN dão algumas orientações sobre como compreender a multiplicação e a divisão de frações.

A multiplicação pode ser pensada como “partes de partes do total”, não se apoiando na ideia de adição reiterada. Assim, por exemplo, $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ pode ser interpretado como procurar

$\frac{2}{5}$ dos $\frac{3}{4}$ de um todo (Figura 5) (BRASIL, 1998).

Figura 5 – Representação geométrica do produto das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$



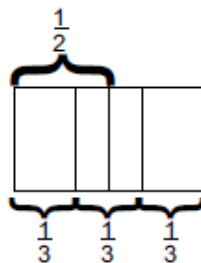
Fonte: (BRASIL, 1998, p. 104).

Assim,

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

No que se refere à divisão envolvendo frações, os PCN (BRASIL, 1998) observam que podem ser interpretadas como “partes que cabem em partes”. Por exemplo, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ pode ser interpretado como partes de $\frac{1}{3}$ que cabem em $\frac{1}{2}$. Podemos observar na Figura 6 que $\frac{1}{3}$ cabe uma vez e meia em $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Figura 6 – Representação geométrica da divisão das frações $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$



Fonte: (BRASIL, 1998, p. 105).

No entanto, nem sempre é possível visualizar o resultado em representações deste tipo, devendo lançar mão da ideia do inverso multiplicativo de um racional diferente de zero: “dividir é multiplicar pelo inverso”, como no caso da divisão:

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

Segundo os PCN,

Neste ciclo, os alunos têm boas condições para perceber que os números têm múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais e até a notação científica. (BRASIL, 1998, p. 67).

Portanto, é neste ciclo que o estudo de frações ganha mais ênfase e, por isso, deve ser dada muita atenção às suas interpretações, para que haja uma boa compreensão e que tal abordagem temática não gere dificuldade em conteúdos futuros.

2.4.2 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo, que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, sendo aplicado exclusivamente à educação escolar, como definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)⁴ (BRASIL, 2018a).

A Base é orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos, traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade democrática, justa e inclusiva (BRASIL, 2018a).

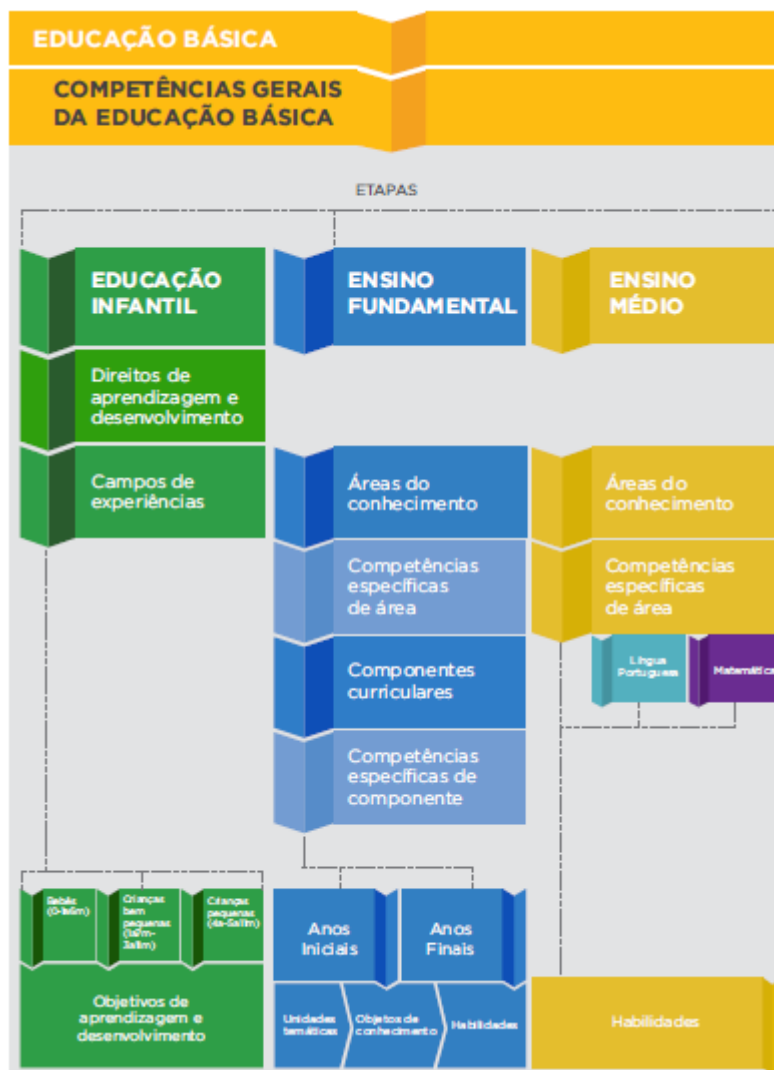
Tal documento foi criado no sentido de promover uma unidade nos conteúdos curriculares, contribuindo para que os sistemas educacionais públicos e privados possam estar em conformidade com as diretrizes curriculares e trabalhar os conhecimentos essenciais, levando em conta aspectos intelectuais, culturais, emocionais, entre outros, primando pelo respeito às diferenças e pela preservação da diversidade que constitui o país (PATARO; BALESTRI, 2018).

Neste sentido, a BNCC atua como norteadora dos currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas e das propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil (BRASIL, 2018a).

Na Figura 7 está apresentada a estrutura geral da BNCC.

⁴ BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm Acesso em: 04 out. 2019.

Figura 7 – Estrutura da BNCC



Fonte: (BRASIL, 2018a, p. 24).

O Ensino Fundamental, que é o nível de ensino referente a esta pesquisa, está organizado em cinco áreas de conhecimento, dentro das quais estão agrupados os componentes curriculares. Cada área do conhecimento tem suas competências específicas, em conformidade com as competências gerais. A fim de garantir o desenvolvimento dessas competências específicas, a BNCC (BRASIL, 2018a) apresenta um conjunto de habilidades, que estão relacionadas a objetos de conhecimento, organizados em unidades temáticas (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018).

O objeto de conhecimento em questão neste trabalho, frações, está inserido no componente curricular de Matemática e na unidade temática “Números”. O Quadro 1 apresenta as habilidades relacionadas a frações, referentes ao 6º ano, de acordo com a BNCC.

Quadro 1 – Habilidades da BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número; adição e subtração de frações	<p>(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.</p> <p>(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.</p> <p>(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p>

Fonte: (BRASIL, 2018a).

2.5 Trabalhos relacionados

Com o objetivo de aprimorar este trabalho, assinala-se que foram realizadas pesquisas no Banco de Dissertações do PROFMAT e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), em busca de dissertações relacionadas ao ensino de frações. Destaca-se também que foi feita uma pesquisa na Revista Eletrônica da Matemática (REMAT) e na Revista BoEM (Boletim online de Educação Matemática), em busca de artigos referentes ao mesmo tema.

Inicialmente, frisa-se que durante as buscas, foram feitas pesquisas com as seguintes palavras-chave: “frações”, “ensino de frações”, “recursos lúdicos no ensino de frações” e “ensino de frações com materiais manipulativos”.

A busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) retornou 52 resultados para a busca de “ensino de frações” e 1 resultado para a palavra-chave “ensino de frações com materiais manipulativos”. Por sua vez, no Banco de Dissertações do PROFMAT, foram encontrados 61 resultados com a busca “frações”. Em contrapartida, em nenhuma das plataformas foi encontrado resultado para a busca “recursos lúdicos no ensino de frações”. Em síntese, do total de resultados obtidos, constam trabalhos repetidos, que se encontram em ambas as plataformas.

Ressalta-se que nas plataformas REMAT e BoEM, foram encontrados 2 artigos em cada uma, por meio da busca “ensino de frações”.

Dentre os trabalhos encontrados, destacam-se os descritos no [Quadro 2](#), por possuírem aspectos semelhantes aos desenvolvidos nesta pesquisa, no que se refere ao conteúdo, metodologia e público-alvo.

Quadro 2 – Trabalhos relacionados ao ensino de frações com utilização de recursos lúdicos

Título	Ano	Tipo	Autor
Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de Frações	2007	Dissertação	Maria Eliana Barreto Druzian (DRUZIAN, 2007)
A aprendizagem de Números Racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino	2011	Dissertação	Rosângela Milagres Patrono (PATRONO, 2011)
A Matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos	2016	Artigo	Tatiane Buckôr Trintin e Tales Emilio Costa Amorim (TRINTIN; AMORIM, 2016)

Fonte: Elaboração própria.

Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de Frações (DRUZIAN, 2007)

O trabalho de Druzian (2007) teve o objetivo de analisar as contribuições dos jogos no estudo de frações para alunos de sexto ano. Para isso, empregou-se uma metodologia voltada para a pesquisa qualitativa, abordando-se o estudo de caso.

Durante seu trabalho, a autora fez uso de jogos no decorrer algumas aulas, sendo as demais aulas expositivas, para explicação dos conteúdos, em que ela relata que houve motivação e desenvolvimento dos alunos nas resoluções de cálculos e problemas.

Os jogos utilizados pela autora foram: “Dominó de frações equivalentes”, para explorar o reconhecimento de frações equivalentes; “Jogo das frações”, que teve o objetivo de explorar o assunto de adição de frações; “Sobreposição de frações”, cujo intuito era o entendimento da multiplicação e da divisão de frações; “Encontre a maior fração”, utilizado para explorar a comparação de frações e, por fim, “Corrida das frações”, que teve o objetivo de fixar os conteúdos de adição e subtração de frações.

O uso dos jogos que foram aplicados nesta pesquisa contribuiu efetivamente para o ensino-aprendizagem de frações (DRUZIAN, 2007).

A aprendizagem de Números Racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino (PATRONO, 2011)

Patrono (2011) aborda as dificuldades de aprendizagem de frações, fazendo referência a alguns pesquisadores, além de, analisar alguns livros didáticos e desenvolver uma proposta de ensino de números racionais na forma fracionária com turmas de sexto ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública de Ouro Preto/MG, apoiando-se na teoria construtivista de Piaget e na utilização de jogos e materiais manipulativos.

No desenvolvimento das atividades, utilizou os seguintes materiais manipulativos: “Discos de frações” (utilizado na construção das noções de frações e na equivalência, comparação e operações); “Dobraduras” (retângulos recortados de folhas de papel ofício coloridas, utilizadas na construção das noções de frações, equivalência e comparações); “Tiras de papel” (utilizadas em algumas atividades de equivalência); “Palitos” (utilizados na representação de frações no discreto); “Cartinhas hachuradas” (utilizadas em algumas atividades de multiplicação e divisão); “Mico das frações” (jogo utilizado para associação de figuras com a representação numérica) e, por último, “Baralho da comparação de frações” (jogo utilizado para consolidar conceitos referentes à comparação de frações).

Pela análise dos resultados, a autora conclui que a proposta de ensino contribuiu efetivamente para a aprendizagem de boa parte dos conceitos trabalhados.

A Matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos (TRINTIN; AMORIM, 2016)

Em seu trabalho, [Trintin e Amorim \(2016\)](#) desenvolvem uma metodologia baseada no uso de jogos para o ensino de frações, decimais e porcentagens, para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal em Camaquã/RS. Os jogos foram utilizados como o método principal para o desenvolvimento do ensino, utilizando-se exemplos do cotidiano e receitas culinárias.

Os autores desenvolveram sua pesquisa, do tipo qualitativa, em seis etapas, a saber: aplicação de questionário; pesquisas; ensino de frações por meio de jogos já existentes; construção de jogos pela educadora; construção de jogos pelos alunos e avaliações.

Os jogos utilizados para o ensino foram: "Papa todas das frações"; "Bingo das frações"; "Bingo com decimais"; "Dominó de frações/decimais e porcentagem". O jogo criado pelos autores foi o "Caminho das frações", com o objetivo de instigar o conhecimento e o interesse dos alunos pelos conteúdos trabalhados neste projeto, revisar e reforçar sobre os conteúdos de frações, números decimais e porcentagens. A criação de jogos pelos alunos obedeceu ao critério de ser uma criação inédita, com regras criadas pelos próprios, sem cópias de jogos.

Após aplicação da metodologia, foi realizada uma avaliação lúdica: o "Circuito das frações", com situações-problema do dia a dia e atividades práticas. Observou-se, durante esta pesquisa, que a aprendizagem foi significativa e que os alunos desenvolveram valores, tais como: o respeito, a compreensão, o saber ouvir e falar, relacionar-se com o próximo ([TRINTIN; AMORIM, 2016](#)).

Diante do exposto, salienta-se que estes trabalhos assemelham-se com o que foi desenvolvido nesta pesquisa, no que se refere ao conteúdo abordado, o público-alvo escolhido e a metodologia empregada, que utilizou jogos e materiais manipulativos.

Capítulo 3

Aporte teórico

Sabe-se que a aprendizagem da Matemática depende de uma variedade de fatores e conhecimentos prévios, o que torna o seu ensino bastante complexo. Assim, é necessário que o ensino de tal área do conhecimento dê-se de maneira motivadora, estimulando o pensamento independente, a criatividade e a capacidade do educando de resolver problemas. Deste modo, a utilização de recursos lúdicos, além do entusiasmo que gera no educando, estimula a socialização, o senso cooperativo, ajudando a desenvolver capacidades e conhecimento ([GROENWALD; TIMM, 1998-2009](#)).

Partindo desses pressupostos, neste capítulo serão abordados alguns recursos didáticos facilitadores do ensino da Matemática, como jogos, materiais manipulativos e a contextualização, além de apresentar os aspectos da aprendizagem significativa, com base na teoria de Ausubel.

3.1 Aprendizagem significativa de David Ausubel

David Paul Ausubel, nascido em 1918, em Nova York, filho de judeus e pobre, cresceu insatisfeito com a educação que teve na época, permeada de castigos físicos e psicológicos ([DISTLER, 2015](#)). Graduou-se em Medicina e Psicologia, dedicando parte de sua vida à elaboração de uma teoria da aprendizagem dentro do contexto escolar ([JESUS, 1999](#)).

A teoria da aprendizagem supracitada é a Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel, a qual está centrada na identificação dos fatores que efetivam e facilitam a aprendizagem, levando em consideração as características do indivíduo ([DISTLER, 2015](#)).

Nas palavras de [Ostermann e Cavalcanti \(2010\)](#), aprendizagem significativa é

Um processo através do qual uma nova informação se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de

conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “subsunçor”, existente na estrutura cognitiva de quem aprende. O “subsunçor” é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de “ancoradouro” a uma nova informação de modo que ela adquira, assim, significado para o indivíduo: a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes pré-existentes na estrutura cognitiva. (OSTERMANN; CAVALCANTI, 2010, p. 22 - 23).

Ausubel (2003) destaca que a essência da aprendizagem significativa

Consiste no fato de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interação ativa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa deste produto interativo. (AUSUBEL, 2003, p. 71).

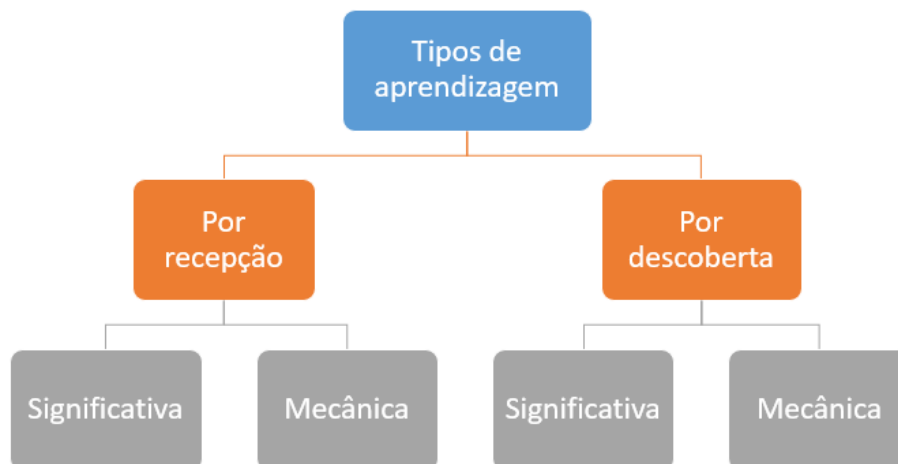
Entende-se, dessa forma, que a aprendizagem significativa deve levar em conta aquilo que o aluno já sabe sobre o tema, o qual servirá como âncora para aquisições de novos saberes. Dessa maneira, os conhecimentos novos terão significado para o aluno e os conhecimentos prévios ganharão novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2016, p. 2).

Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos. (MOREIRA, 1999, p. 153).

Para Ausubel, a aprendizagem pode ocorrer por recepção ou por descoberta. A primeira ocorre quando o conteúdo a ser aprendido é apresentado ao aluno em sua forma final. Já na aprendizagem por descoberta, o conteúdo não é simplesmente dado, mas é exigido que o aluno faça sua descoberta e o incorpore à sua estrutura cognitiva. Em ambos os tipos, a aprendizagem pode ser mecânica ou significativa. Ela é mecânica quando é exigido do aprendiz apenas a internalização, sem nenhum significado (JESUS, 1999); (JESUS, 2005).

A Figura 8 apresenta uma ilustração desses tipos de aprendizagem:

Figura 8 – Tipos de Aprendizagem Significativa, segundo Ausubel



Fonte: Adaptado de (JESUS, 2005).

A aprendizagem significativa depende de dois fatores para ocorrer. O primeiro é que o material a ser estudado deve ser potencialmente significativo; por sua vez, o segundo é a disposição do aprendiz. Assim, independente da potencialidade significativa do material utilizado, se a intenção do aluno for memorizá-lo de forma arbitrária e literal, a aprendizagem significativa não ocorrerá.

A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionar o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimento particulares, numa base não arbitrária e não literal. Assim, independentemente da quantidade de potenciais significados que pode ser inerente a uma determinada proposição, se a intenção do aprendiz for memorizá-los de forma arbitrária e literal (como uma série de palavras relacionadas de modo arbitrário), quer o processo, quer o resultado da aprendizagem devem ser, necessariamente, memorizados ou sem sentido. (AUSUBEL, 2003, p. 72).

Segundo Pommer (2013), situações-problema e questões que envolvem materiais concretos, que mobilizam conhecimentos prévios e fazem os alunos realizarem ações sem decorar e repetir fórmulas mecanicamente, possibilitam a efetiva construção do conhecimento matemático e, conseqüentemente, geram sentido para o aluno.

Neste contexto, entende-se que tais situações, como a contextualização, materiais manipulativos e até mesmo jogos, podem ser utilizadas pelo professor como recursos facilitadores da aprendizagem significativa.

Segundo Valera (2003),

A aprendizagem significativa está estritamente associada à capacidade de compreensão de uma determinada estrutura, seja em relação a um sistema numérico, seja em relação aos números racionais, de como estão inseridos nesse contexto. Por isso, aprender frações, de forma significativa, torna-se mais fácil para o aluno, quando ele tiver que retomar ou reformular o conceito matemático daquilo tiver esquecido. Faz-se necessário, portanto, compreender como os números racionais são ensinados nas escolas e se é possível um uso social das frações (esclarecendo, por exemplo, como a fração é utilizada no cotidiano, como ocorre sua aprendizagem, se está de acordo com a forma significativa, ou seja, vinculada à prática). (VALERA, 2003, p. 63).

3.2 A contribuição dos jogos para a aprendizagem da Matemática

Segundo Valera (2003), para o conteúdo ser bem assimilado pelos alunos, o professor deve utilizar uma metodologia que facilite a descoberta do significado de fatos, princípios e relações matemáticas. Os jogos de aprendizagem, quando bem desenvolvidos, trazem grandes benefícios, além de ser uma ferramenta capaz de despertar o interesse do aluno nas mais diversas áreas do conhecimento (FIGUEIREDO, 2018).

De acordo com os PCN, "Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.". Destacam ainda que este recurso possibilita a construção de uma atitude positiva perante os erros, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Conforme Druzian (2007, p. 17-18), "O uso de jogos nas aulas de Matemática tem o objetivo de fazer com que os alunos passem a gostar de aprender essa disciplina, mudando a rotina da classe e despertando o interesse do aluno.". Por isso, seria importante se fossem utilizados ocasionalmente nas aulas para sanar as lacunas que formam nas atividades escolares diárias. A finalidade da utilização de jogos, portanto, deve estar focada em facilitar o ensino-aprendizagem do conteúdo e na superação de dificuldades.

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (BORIN, 1996) apud (DRUZIAN, 2007, p.19).

A utilização de jogos nas aulas de Matemática é considerada uma forma de ampliar habilidades, como capacidade de observação, reflexão, formação de hipóteses, desenvolvi-

mento do raciocínio lógico e favorecimento da socialização dos alunos, fazendo do jogo um contexto natural para o surgimento de situações-problema, cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e um esforço na busca por sua solução (SMOLE, 2007).

Ao jogar, o aluno desenvolve as habilidades necessárias para uma melhor compreensão do conteúdo, pois ele se depara com a necessidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada a ser feita, possibilitando o estabelecimento de relação entre o jogo e os conceitos matemáticos. De certa maneira, o jogo possibilita uma aprendizagem significativa e prazerosa durante as aulas de Matemática (SMOLE, 2007).

No dizer de Batllori (2006), a motivação proporcionada pelos jogos deve ser aproveitada na aquisição do conhecimento matemático, consolidando o conhecimento que o educando já possui e auxiliando o desenvolvimento completo do mesmo, uma vez que através do jogo pode ser proporcionado ao aluno o trabalho em equipe, o respeito ao próximo e a aceitação de normas e hierarquias, formando assim relações sociais e desenvolvendo técnicas intelectuais, através do caráter lúdico do jogo.

Com relação aos jogos, Fiorentini e Miorim (1990, p. 3) destacam que "Eles podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades.". Porém, os referidos autores chamam a atenção para o fato de que a simples inclusão de jogos no ensino de Matemática não garante uma melhor aprendizagem do conteúdo, pois nenhum material é válido por si só e eles não devem predominar sobre a metodologia de ensino do professor.

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 4).

Os PCN (BRASIL, 1997b) apontam um aspecto relevante nos jogos: o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Concluem que, por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver.

3.3 Materiais didáticos manipulativos como suporte para o ensino da Matemática

A dificuldade na aprendizagem Matemática tem levado muitos educadores a buscar recursos didáticos como suporte para auxiliar na compreensão de determinados conteúdos.

Os materiais concretos¹ ou manipulativos, a título de exemplo, são um deles (VALERA, 2003).

Conforme Smole e Diniz (2016), os materiais manipulativos constituem uma das formas mais comuns de representação de ideias e conceitos em matemática. A sua utilização contribui, sobremaneira, para a percepção do aluno ao conteúdo que lhe é apresentado, além de desenvolver o conhecimento matemático do educando. As autoras ainda afirmam que

Uma vez que a compreensão matemática pode ser definida como a habilidade para representar uma ideia matemática de múltiplas maneiras e fazer conexões entre as diferentes representações dessa ideia, os materiais são uma das representações que podem auxiliar na construção dessa rede de significados para cada noção matemática. (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 13).

Santos e MENDES SOBRINHO (2016, p. 149) destacam que a importância dos materiais manipulativos no ensino-aprendizagem da Matemática dá-se, "[...] principalmente, pela existência de estratégias metodológicas que garantem a organização do raciocínio, a descoberta e a construção do conhecimento matemático."

Turrioni e Perez (2006, p. 61) asseveram que esse material é fundamental para o ensino da matemática, pois "[...] facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos."

No entanto, para que os materiais auxiliem o aluno a aprender Matemática, deve-se dar devida importância à forma como eles são utilizados nas aulas, pois, mesmo que os materiais manipulativos sejam importantes facilitadores da aprendizagem, eles não funcionam por si só. "Eles apoiam a atividade que tem como objetivo levar o aluno a construir uma ideia ou um procedimento pela reflexão."(SMOLE; DINIZ, 2016, p. 14).

Concordando com isso, Lorenzato (2006) salienta que, por melhor que seja um material didático (MD)²

Nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor."(LORENZATO, 2006, p. 18).

¹ Entende-se por materiais concretos os objetos que se utilizam para auxiliar o desenvolvimento do aluno, desde, por exemplo, o material dourado, o ábaco, até aqueles construídos com sucatas (caixas de produtos alimentícios, papelões, representações de figuras geométricas, dentre outros) (VALERA, 2003).

² Ele define material didático como "[...] qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem." (LORENZATO, 2006, p.18). O autor destaca ainda, em meio a uma variedade de materiais, o material didático concreto, que pode ter duas interpretações: "[...] uma delas refere-se ao palpável, manipulável, e outra, mais ampla, inclui também as imagens gráficas." (LORENZATO, 2006, p. 22-23).

De acordo com [Smole \(1996\)](#),

Um material pode ser utilizado tanto porque a partir dele podemos desenvolver novos tópicos ou ideias matemáticas, quanto para dar oportunidade ao aluno de aplicar conhecimentos que ele já possui num outro contexto, mais complexo ou desafiador. O ideal é que haja um objetivo para ser desenvolvido, embasando e dando suporte ao uso ([SMOLE, 1996](#), p. 173).

Sobre o exposto, [Schmengler et al. \(2013\)](#) destacam que é preciso ter muito cuidado com a utilização de materiais didáticos manipulativos, em relação a dois aspectos: o primeiro refere-se às expectativas por parte de professores de que a utilização desses recursos possam amenizar todas as dificuldades de ensino pelo simples suporte do mesmo; o segundo, é o de que a manipulação desses materiais restrinja-se a uma atividade com tendência empírica, negando os valores formativos mais amplos dos conteúdos matemáticos.

A esse respeito, [Rêgo e Rêgo \(2006, p. 54\)](#) apontam alguns cuidados que os professores devem ter ao utilizarem materiais manipulativos:

- Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Portanto, o uso dos materiais manipulativos nas aulas deve se dar de maneira a auxiliar os alunos na aprendizagem, constituindo boas situações-problema, orientando o olhar do aluno para o objetivo da aula ([SMOLE; DINIZ, 2016](#)). Enfim, "[...] os materiais didáticos podem ser úteis se provocarem a reflexão por parte das crianças de modo que elas possam criar significados para ações que realizam com eles."([SMOLE, 1996](#), p. 172).

[Pataro e Souza \(2012\)](#) concluem que, por meio do manuseio desses materiais, os alunos conseguem, de forma concreta, aprender os conceitos, compreender as regras e assimilar através dessas experiências os conteúdos teóricos que lhes são apresentados, tornando o aluno o construtor do próprio conhecimento, demonstrando, assim, que a utilização de uma metodologia lúdica no processo de ensino-aprendizagem, frente ao modelo tradicionalista, tem sido um recurso benéfico tanto ao aluno, quanto ao professor.

3.4 A contextualização no ensino da Matemática

A Matemática tem um papel importante no desenvolvimento cultural da criança, porém, a maneira como é ensinada, de forma mecanizada e repetitiva, tem provocado grandes danos em relação ao seu aprendizado (SILVA, 2004). Esse ensino, que valoriza a memorização de conceitos e técnicas, e que tem pouco significado para os alunos, é um aspecto relevante para se pensar na contextualização no ensino de tal disciplina.

Para entendermos o papel da contextualização, Sampaio (2018) apresenta um teste, feito pelo psicólogo inglês Peter Wason³, na década de 1960, que mostra o papel da contextualização sobre a cognição humana.

Neste teste, ele sugere dois problemas. No primeiro problema, são mostrados quatro cartões, nos quais em um lado está escrito uma letra do alfabeto e no lado oposto, um número. É dada, também, a seguinte regra: No lado oposto àquele que tem uma vogal deve haver um número par. Supondo que os lados visíveis dos cartões sejam um **A**, um **G**, um **3** e um **6**, a tarefa é determinar quais desses cartões devem ser virados para se ter certeza de que a regra está sendo cumprida. O problema seria resolvido virando apenas os cartões com a letra A e com o número 3, pois, se do lado oposto da letra A tiver um número ímpar, e do lado oposto do número 3 tiver uma vogal, a regra foi quebrada. Os cartões com a letra G e o número 6 nem precisariam ser verificados, pois a regra não diz nada sobre cartões com consoantes, e se do lado oposto do número 6 tiver uma vogal, a regra foi cumprida, se tiver uma consoante, nada foi dito sobre cartões com consoantes.

No segundo problema, é sugerido que você seja o responsável por fiscalizar que nenhum menor de idade ingira bebida alcoólica numa festa, e são apresentadas quatro pessoas, nas seguintes condições: a primeira é menor de idade, mas você não sabe qual é a bebida em seu copo; a segunda está consumindo bebida alcoólica, mas você não sabe a idade dela; a terceira pessoa está bebendo suco de laranja, mas você não sabe a idade dela; e a última pessoa é maior de idade, mas você não sabe o que ela está bebendo. A tarefa é saber quais pessoas devem ser verificadas para que a regra seja cumprida. O problema seria resolvido verificando apenas a pessoa que é menor de idade e a que está ingerindo bebida alcoólica. As outras pessoas não precisariam ser verificadas, pois a que está bebendo suco de laranja, independentemente de sua idade, não estará violando a regra, e a que é maior de idade não estará violando a regra também, independente do que estiver bebendo.

De modo geral, os resultados do Teste de Wason indicam que as pessoas conside-

³ Peter Wason foi um psicólogo cognitivo fundador da Psicologia do Raciocínio. Nas décadas de 1960 e 1970, ele inventou uma série de problemas contradizendo as teorias de Piaget e insistindo que a maneira como os sujeitos lidavam com esses problemas mostrava que o pensamento era frequentemente ilógico e irracional. Disponível em: <https://www.telegraph.co.uk/news/obituaries/1428079/Peter-Wason.html>. Acesso em: 06 out. 2019.

ram o primeiro teste mais difícil de resolver do que o segundo. No entanto, os problemas são equivalentes, do ponto de vista lógico, pois se pode fazer a seguinte correspondência entre eles: cartão com uma vogal – ingerir bebida alcoólica; cartão com consoante – ingerir suco de laranja; cartão com um número par – pessoa maior de idade; cartão com um número ímpar – pessoa menor de idade (SAMPAIO, 2018).

A explicação para o fato acima é dada por Sampaio (2018):

No primeiro problema, em que temos cartões com vogais e números, por mais que lidemos com eles constantemente, a situação não tem relação com o cotidiano e com a vivência das pessoas, ou seja, não são contextualizadas. Já no segundo, a situação se refere a algo que pode ocorrer no cotidiano, sendo, portanto, menos abstrata e mais fácil de compreender e de resolver (SAMPAIO, 2018, p.10).

Do ponto de vista matemático, Chavante (2015) relata que contextualizar um conteúdo matemático é envolver o aluno em situações que estejam próximas de sua realidade.

De acordo com os PCN,

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado (BRASIL, 1998, p. 37).

Neste aspecto, Valera (2003) afirma que, ao trazer para a escola experiências pessoais, sociais e culturais, a contextualização retira o aluno da condição de espectador passivo.

Entretanto, Sampaio (2018, p. 10) alerta para que não seja confundida contextualização com o cotidiano imediato, o que pode levar “[...] ao uso de aplicações equivocadas da Matemática em relação a determinados temas e à artificialidade de algumas delas.”. Conclui dizendo que “[...] é importante considerar que o contexto incorpora ideias relacionadas a determinada situação ou ação e não se reduz ao cotidiano e às experiências vivenciadas pelos alunos.”.

Sobre a ideia de contexto, os PCN relatam que

Existe uma interpretação equivocada da ideia de contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não têm uma aplicação prática imediata (BRASIL, 1998, p. 23).

Maioli (2012) também discorre sobre este assunto:

Parece que, na prática desses professores, o recurso ao uso de aplicações cotidianas nas atividades para sala de aula é visto como condição necessária à contextualização. [...] Não vemos problemas sérios no fato de tais atividades serem julgadas necessárias, o grande problema estaria no fato de elas serem consideradas suficientes (MAIOLI, 2012, p. 104).

Portanto, vemos que o fato da contextualização estar ligada ao cotidiano gera controvérsias entre pesquisadores do assunto, pois o seu conceito é bem amplo. Mas, o objetivo aqui não é explicar o significado de contextualização, contudo, relatar as suas contribuições para o ensino da Matemática, em especial, das frações.

Tomemos por base o significado de contextualização, dito por Morais et al. (2011):

refere-se ao maior número de relações e conexões que se pode fazer ao ensinar um novo conteúdo. Quanto maiores forem essas relações e mais fortes as conexões, sejam elas de dentro da Matemática ou de fora dela, mais significativa será a aprendizagem. (MORAIS et al., 2011, p. 4).

Consoante Sampaio (2018, p. 11), a contextualização pode ser abordada a partir de diferentes formas, tais como:

- Questões próprias da Matemática podem servir de interessante contexto para a introdução de um novo tema, pois permitem ao aluno avaliar as suas primeiras ideias sobre ele, observar a “resistência” do problema diante da abordagem apresentada, elaborar ideias e procedimentos, incorporá-los ao conhecimento anterior, superá-lo e, enfim construir uma nova compreensão sobre ele.
- Problemas relacionados à sua história também podem ser contextos adequados para a abordagem de um novo conteúdo, pois mostram a insuficiência do conhecimento estabelecido até então para sua compreensão, oferecendo aos alunos a oportunidade de confrontar-se com os meios e as técnicas disponíveis, romper ou superar conceitos preestabelecidos, favorecendo a atribuição de significado às suas ações.

Conforme Souza (2009), uma aula contextualizada proporciona uma maior compreensão e entendimento do conteúdo apresentado à medida que leva o aluno a interagir com o que está sendo ensinado. Neste contexto, a contextualização “[...] aparece como um elemento didático importante no processo de transposição do conhecimento formalizado para o conhecimento ensinável e aprendível.” (FONSECA; CARDOSO, 2005, p. 67).

Chavante (2015) salienta que a contextualização pode proporcionar a aprendizagem significativa, uma vez que requer conhecimentos prévios do aluno.

A contextualização pode promover aprendizagem significativa, pois situações oriundas do contexto em que o aluno vive solicita que conhecimentos prévios (subsunçores) sejam requeridos, sendo ele agente de sua aprendizagem (CHAVANTE, 2015, p. 342).

Segundo Pais (2008),

A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida que o aluno entende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível por ele. (PAIS, 2008, p. 27).

A contextualização é um aspecto fundamental no estudo dos números fracionários, visto que o seu ensino geralmente é caracterizado de maneira mecânica, baseado na utilização de dispositivos práticos e regras repetitivas, que focam apenas na memorização e, por vezes, não geram a compreensão dos alunos (VALERA, 2003). A autora ainda cita que tal ensino é orientado nos livros didáticos, que, por sua vez, são muito utilizados pelos professores. Portanto, inserir a contextualização no ensino das frações é de grande importância.

Partindo desse pressuposto, a utilização de receitas culinárias, artigos de jornais ou revistas, situações de divisão que se relacionem com o cotidiano, vêm a oferecer bons contextos para se pensar em fração de maneira menos abstrata e contextualizar o seu ensino.

A respeito do exposto, Trintin e Amorim (2016) salientam que

É possível trabalhar o ensino de frações, números decimais e porcentagens, através de observações do mundo real, com representações gráficas como tabelas, esquemas, figuras, e por meio da culinária, demonstrando que receitas culinárias são constituídas por diversas frações. Vale salientar que uma das primeiras formas de representação de frações está relacionada ao ato de repartir. (TRINTIN; AMORIM, 2016, p. 115).

Na verdade, as frações estão presentes no nosso dia a dia. Usamos a fração, mesmo que de maneira inconsciente, quando dividimos uma pizza ou cortamos um pedaço de bolo. (JESUS, 2013).

Desse modo, percebe-se a contextualização como um importante recurso pedagógico que, se utilizado corretamente visando trazer significação ao conteúdo ensinado, pode proporcionar a melhoria da aprendizagem matemática dos alunos.

Capítulo 4

Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa, embora também contenha aspectos quantitativos no que concerne à quantificação dos resultados, pode ser identificada como qualitativa, com relação à abordagem, uma vez que enfatiza a interpretação dos dados obtidos acerca do ensino-aprendizagem de frações, nos anos finais do Ensino Fundamental.

Günther (2006) evidencia o caráter subjetivo da pesquisa qualitativa, sendo esta uma matéria alicerçada em coleta de dados para a produção de textos e a consequente construção do conhecimento. Sendo assim, está em jogo o processo de pesquisa e análise interpretativa de seus resultados, focando a compreensão em detrimento da quantificação.

Nessa perspectiva, cabe ressaltar que, de acordo com D'Ambrósio (2012), a pesquisa qualitativa deve estar organizada em etapas, a saber: I - formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador; II - seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação; III - identificação das relações entre esses elementos; IV - definição de estratégias de coleção e análise de dados; V - coleção de dados sobre os elementos selecionados no item II e sobre as relações identificadas no item III; VI - análise desses dados e refinamento das questões formuladas no item I e da seleção proposta no item II; VII - redefinição de estratégias definidas no item IV; VIII - coleta e análise de dados.

Uma vez que a pesquisadora optou por desenvolver a forma de abordagem qualitativa para esta pesquisa, foi definido o ponto de partida pela leitura e estudo cuidadoso de bibliografia a respeito do tema a ser pesquisado, para posteriormente delimitar as etapas para o desenvolvimento.

A respeito dos procedimentos, ressalta-se que esta pesquisa é de campo. Tal tipo de pesquisa foi necessário como forma de analisar intensivamente a assimilação dos conteúdos a partir do uso dos recursos lúdicos manipulados e utilizados pelos discentes, assim como averiguar até que ponto eles facilitariam e tornariam dinâmico o processo de aprender.

Em relação ao procedimento da pesquisa de campo, cabe salientar que ela integra

diferentes abordagens e técnicas – qualitativas e quantitativas – em um mesmo estudo (GÜNTHER, 2006).

Salienta-se, de antemão, que esta pesquisa está organizada em três etapas: I – Preparação da pesquisa; II – Desenvolvimento; III - Análise de dados. Na preparação da pesquisa está a revisão bibliográfica, a escolha dos sujeitos da pesquisa, a elaboração do questionário investigativo e do pré-teste aplicados aos alunos, do questionário do professor e da sequência didática. No desenvolvimento, ocorreram a aplicação dos questionários (do aluno e do professor), do pré-teste, da sequência didática, e a elaboração e aplicação do pós-teste, assim como do questionário investigativo final. Na análise de dados foram averiguadas e avaliadas todas as informações coletadas do questionário do professor, dos questionários investigativos, do pré-teste, da sequência didática e do pós-teste, e feitas as observações. A etapa I será descrita na seção 4.1, enquanto as etapas II e III serão descritas no Capítulo 5.

4.1 Preparação da pesquisa

Elaborar uma pesquisa científica demanda organização e planejamento cuidadosos para a correta execução de cada etapa previamente delimitada. A preparação desta pesquisa compõe-se de revisão bibliográfica, levantamento dos sujeitos da pesquisa, realização da coleta de dados, bem como das autorizações destas, definição dos instrumentos empregados para a coleta de dados e elaboração da sequência didática.

A pesquisa científica tem como ponto de partida (e principal etapa) a revisão bibliográfica. Para [Moreira e Caleffe \(2006\)](#), a revisão bibliográfica é o fundamento de qualquer estudo e sua utilidade fica comprovada em várias etapas do trabalho. No presente trabalho, após a determinação do tema a ser pesquisado, ela foi a primeira etapa a ser realizada e continuou até a finalização.

A partir do contato com experiências para o ensino de frações, nos anos finais do Ensino Fundamental, e dos mecanismos metodológicos para o ensino desse conteúdo, foi iniciado o processo de revisão bibliográfica, que aconteceu, principalmente, por meio do estudo de publicações específicas em artigos científicos, dissertações e teses.

Estabelecida a questão-problema a ser investigada, paralelamente à delimitação do tema da pesquisa, e os objetivos a serem alcançados, bem como a sondagem de bibliografia específica a ser revista, foi feita a escolha dos participantes da pesquisa. Foi, portanto, escolha da pesquisadora a realização da investigação em três turmas de sexto ano do Ensino Fundamental II, no Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, no município de São José de Ubá – RJ, onde atua como professora. Ao todo, 57 alunos participaram da aplicação das etapas da pesquisa, colaborando, assim, para a obtenção dos resultados e alcance dos objetivos pretendidos.

Os encontros foram realizados nos períodos regulares das aulas de Matemática nas turmas, sendo quatro tempos semanais, todos com 50 minutos de duração. A aplicação das atividades foi intercalada com as aulas, a fim de ter aportes necessários para a aplicação. No primeiro dia, a pesquisadora explicou para os alunos que eles participariam de uma pesquisa de Mestrado, que seria realizada durante as aulas de Matemática e que a análise seria feita pela coleta de dados das atividades respondidas por eles. Todos se mostraram solícitos e se comprometeram a participar das atividades com dedicação.

4.1.1 Os sujeitos da pesquisa

A pesquisadora optou por desenvolver a pesquisa no sexto ano do Ensino Fundamental II. Essa escolha fundamentou-se na presença do conteúdo de frações no currículo da disciplina de Matemática nesse ano de escolaridade.

Foram selecionadas três turmas, com alunos na faixa etária entre 11 e 13 anos, que contribuíram com a obtenção dos dados dos questionários investigativos, pré-teste, pós-teste e participaram da sequência didática.

As observações foram feitas no Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, no município de São José de Ubá - RJ, onde a pesquisadora atua como professora do referido ano de escolaridade.

Cabe ressaltar, também, que 30 professores, atuantes nas redes municipal, estadual e federal, assim como na rede privada, em instituições das regiões norte e noroeste fluminense, participaram da pesquisa. Esses professores contribuíram nas respostas do Questionário do professor, [Apêndice D](#), que será relatado no [Capítulo 5](#), o qual foi de suma importância para a criação da sequência didática.

4.1.2 Instrumentos empregados para coleta de dados

Para a realização da pesquisa, inicialmente, foram solicitadas autorizações à direção do colégio, [Apêndice A](#), e aos responsáveis dos alunos envolvidos na pesquisa, [Apêndice B](#). Ambas as partes autorizaram prontamente a realização do trabalho.

A coleta de dados foi realizada por meio dos seguintes instrumentos: Questionário do professor; Questionário investigativo; Pré-teste; Sequência didática; Pós-teste e Questionário investigativo final, constando no [Quadro 3](#), na qual são detalhados a data e o tempo de aplicação desses instrumentos. Além disso, também foi feita a observação dos alunos durante as aplicações das atividades, que será detalhada no [Capítulo 5](#), na análise dos dados da sequência didática.

Quadro 3 – Ficha técnica dos instrumentos empregados na pesquisa

Atividade	Tempo utilizado	Quantidade de participantes	Data da aplicação
Questionário do professor	17 dias	30 professores	26/09 a 12/10/2018
Questionário investigativo e Pré-teste	60min	55 alunos	18/10/2018
Sequência didática	9h20min	57 alunos	De novembro de 2018 a maio de 2019
Pós-teste	50min	57 alunos	28 e 29/05/2019
Questionário investigativo final	30min	57 alunos	28 e 29/05/2019

Fonte: Elaboração própria.

Abaixo, são descritos os instrumentos utilizados para a coleta de dados desta pesquisa:

Questionário do professor (Apêndice D): O questionário foi elaborado para ser respondido por professores de Matemática e criado por meio de formulário eletrônico do *Google*; foi enviado para os professores por mensagem de *e-mail* e *WhatsApp*. Esses professores foram escolhidos por integrarem o corpo docente de diversas instituições públicas e privadas das regiões norte e noroeste fluminense e, além disso, cursam e/ou cursaram o PROFMAT. O questionário foi dividido em três seções: “Seção I – Identificação”, contendo cinco questões; “Seção II - Sobre suas práticas educativas”, contendo seis questões e “Seção III - Sobre o ensino/aprendizado de fração”, contendo seis questões. O questionário do professor foi elaborado com o objetivo de traçar um perfil de professores de Matemática, quanto ao trabalho com fração e auxiliar na criação e desenvolvimento da sequência didática. Para isso, foram coletados dados sobre a formação dos mesmos; área e tempo de atuação em sala de aula; informações sobre suas práticas em aula e os recursos didáticos utilizados. Os professores também foram questionados especificamente sobre o tema fração, se gostam de trabalhar com o tema e as dificuldades de trabalho a ele associadas.

Questionário investigativo (Apêndice C): Questionário destinado aos alunos, cujo objetivo é obter informações para caracterização do público-alvo, além de analisar os aspectos das aulas de seus professores, a relação deles com a Matemática, suas principais dificuldades, o grau de aprendizagem do conteúdo investigado e sua familiaridade com este. Os questionários foram impressos e aplicados pela pesquisadora.

Pré-teste (Apêndice C): O pré-teste foi elaborado com oito questões, sendo uma questão objetiva (fechada) e sete discursivas (abertas), extraídas dos livros "Atividade na sala de aula – Matemática - 5º ano"(VASCONELOS, 2013), "Projeto Araribá – Matemática

6º ano"(GAY, 2014) e "Oficina Escolar 5º ano - Matemática"(ARAÚJO, 2017), além de uma questão adaptada de Almeida (2015). Esses livros foram escolhidos pois são parte da bibliografia adotada na instituição de ensino onde a pesquisa foi aplicada e pela preferência em selecionar questões do ano de escolaridade anterior ao que a pesquisa foi aplicada. O pré-teste foi impresso e aplicado pela pesquisadora e os alunos não tiveram auxílio enquanto resolviam as questões. A aplicação dele teve como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre frações e direcionar a elaboração da sequência didática.

Sequência didática (Apêndice E): A sequência didática foi elaborada com sete atividades: Atividade 1 – "Dominó de frações"; Atividade 2 - "Frações na receita", com 16 questões; Atividade 3 – "Jogo papa todas de frações"; Atividade 4 – "Frações no Tangram", com 11 questões divididas em três etapas; Atividade 5 – "Frações de quantidades", com duas questões; Atividade 6 – "Círculos coloridos e números decimais", com duas questões e Atividade 7 – "Jogo da memória dos racionais". O objetivo principal desta sequência didática foi trabalhar frações com os alunos de forma diferenciada, fazendo uso de recursos lúdicos, materiais manipulativos e atividades contextualizadas. Durante toda a aplicação da sequência didática, os discentes tiveram o auxílio da pesquisadora na resolução das atividades.

Pós-teste (Apêndice F): O pós-teste foi elaborado com sete questões similares às do pré-teste, com o objetivo de mensurar o desempenho dos alunos em relação aos conteúdos trabalhados durante a sequência didática. É importante destacar que os estudantes não foram auxiliados enquanto resolviam as questões.

Questionário investigativo final (Apêndice G): O questionário investigativo final foi elaborado com o objetivo de sondar os alunos quanto aos aspectos relacionados a este trabalho: opinião sobre as aulas, atividade de que mais gostaram e a influência do uso de recursos lúdicos para o seu aprendizado.

4.1.3 Os recursos didáticos utilizados

Nesta seção são apresentados os recursos utilizados durante esta pesquisa, que foram os materiais manipulativos, os jogos e as receitas culinárias.

4.1.3.1 Materiais manipulativos

Como materiais manipulativos para o ensino de frações foram utilizados as frações na vertical, os discos de frações, e o Tangram.

O material **frações na vertical** (Figura 9) foi um recurso utilizado pela pesquisadora para a explicação dos conteúdos de fração, desde a sua introdução, comparação, equivalência até as operações. Confeccionado em MDF ¹, possui 46 peças e um suporte/base.

¹ É a sigla de *Medium Density Fiberboard*, que significa "placa de fibra de média densidade". É um material

As peças, pintadas nas cores vermelho, verde, azul e amarelo, são empilhadas em torres e representam as frações: 1 inteiro, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{12}$. Foi um material escolhido pela pesquisadora, por ser uma ótima opção para a visualização gráfica de frações, facilitando que os alunos compreendam a comparação e a equivalência de frações.

Figura 9 – Material frações na vertical



Fonte: Elaboração própria.

O material **discos de frações** (Figura 10) foi utilizado em dois tipos e momentos. O primeiro tipo, confeccionado em MDF, contém 12 círculos divididos em 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 e 20 partes e um disco inteiro, totalizando 96 peças, foi utilizado pela pesquisadora como recurso para explicação de conteúdos como comparação, equivalência e operações de adição e subtração de frações. O segundo tipo foi confeccionado em papel pela pesquisadora e utilizado pelos alunos em atividades que serão descritas no Capítulo 5. Assim como as frações na vertical, os discos de frações são uma ótima opção para a visualização gráfica de frações e facilitam a compreensão dos conteúdos já mencionados.

Figura 10 – Material discos de Frações



Fonte: Elaboração própria.

O **Tangram** (Figura 11) é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, formado por sete peças: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Ele foi confeccionado em papel pela pesquisadora, para a utilização dos alunos nas atividades que serão descritas no próximo capítulo. Este material foi escolhido por ser um recurso atrativo e que estimula a percepção, a curiosidade, a criatividade e a capacidade para resolver problemas (BENEVENUTI; SANTOS, 2016). Smole e Diniz (2016) defendem a utilização deste recurso para o ensino de frações, além de propor as atividades aplicadas neste trabalho.

A partir do 4º ano o Tangram pode ser utilizado para trabalhar a conceituação de frações e operações entre frações, e auxiliar no desenvolvimento do conceito de área (SMOLE; DINIZ, 2016, p. 106).

Figura 11 – Tangram



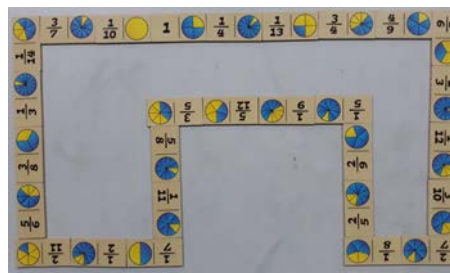
Fonte: Elaboração própria.

4.1.3.2 Jogos

Os jogos utilizados neste trabalho foram: dominó de frações, papa todas de frações e jogo da memória dos racionais.

O **dominó de frações** (Figura 12) foi utilizado no primeiro dia de aula sobre frações, após a explicação do conteúdo, com o objetivo de explorar o conceito de fração, facilitar a compreensão da representação fracionária, desenvolver a leitura de fração e o raciocínio lógico matemático. O dominó de frações, confeccionado em MDF, é formado por 28 peças, que contêm uma fração e uma figura em cada uma. Ele é jogado em grupo de quatro ou cinco jogadores, e o objetivo do jogo é unir as peças de forma que a parte que contém a fração encoste na parte que contém a figura que a representa, até as peças acabarem. Este jogo foi escolhido, dado que é um material educativo disponível no colégio, e a pesquisadora achou viável aproveitar tal recurso como forma de ensino.

Figura 12 – Dominó de frações

































(A) Caixa do dominó de frações (B) Peças do dominó de frações

Fonte: Elaboração própria.

O jogo **papa todas de frações** foi utilizado com o objetivo de explorar a comparação de frações e frações equivalentes. Este jogo, disponível nos arcabouços teóricos de Mathema (2019), foi impresso em papel A4, plastificado e recortado pela pesquisadora. Contém um baralho de frações com 32 cartas e uma tabela com tiras de frações, e é jogado em grupo de 4 ou 5 alunos. O baralho e a tabela com as tiras de frações encontram-se no Apêndice E.

O **jogo da memória dos racionais** (Figura 13) foi utilizado com o objetivo de explorar a representação decimal das frações, desenvolver o raciocínio lógico-matemático e estimular a concentração, bem como a memorização. Este jogo, disponível em arquivo pela Fundação Cecierj (CECIERJ, 2015), foi impresso em papel A4, plastificado e recortado pela pesquisadora. Contém 30 cartas com números racionais e figuras, sendo estes números expressos na forma de fração ou decimal, é jogado em grupo de quatro ou cinco alunos, e o seu objetivo é encontrar o maior número de pares de cartas. As cartas do jogo da memória dos racionais encontram-se no Apêndice E.

Figura 13 – Cartas do jogo da memória dos racionais

 $\frac{10}{25}$	 0,4	 $\frac{7}{4}$	 0,25	 $\frac{6}{24}$
 $\frac{7}{14}$	 0,5	 $\frac{12}{16}$	 0,75	 0,1
 $\frac{2}{20}$	 $\frac{12}{15}$	 0,8	 0,6	 $\frac{18}{30}$
 $\frac{9}{6}$	 1,5	 1,6	 $\frac{8}{5}$	 $\frac{6}{5}$
 1,2	 1,75	 2,5	 $\frac{5}{2}$	 1,25
 $\frac{11}{4}$	 2,75	 1,8	 $\frac{9}{5}$	 $\frac{10}{8}$

Fonte: (CECIERJ, 2015).

Os jogos supracitados foram utilizados nas atividades que são descritas na próxima seção e analisadas mais detalhadamente no [Capítulo 5](#).

4.1.3.3 Receitas culinárias

As receitas culinárias que envolvem frações em suas medidas foram escolhidas pela pesquisadora como uma forma de contextualizar o ensino de frações, visto que fazem parte do cotidiano dos alunos. Além disso, as receitas culinárias com frações possibilitam estabelecer relações entre o concreto e o abstrato (DUFFECK, 2014).

Foram utilizadas nas aulas durante a explicação do conteúdo e em atividades, uma das quais será relatada na sequência didática, na próxima seção, e analisada no [Capítulo 5](#), em que os alunos, além de prepararem uma receita de cobertura de chocolate que possui ingredientes com medidas fracionárias, tiveram contato com as frações ao fazerem a divisão de um bolo.

4.1.4 Elaboração da sequência didática

A sequência didática foi elaborada para ser aplicada em turmas de sexto ano do Ensino Fundamental II, após a análise das respostas dos alunos ao pré-teste. É composta de sete atividades, que são listadas abaixo:

- Atividade 1 - Dominó de frações

- Atividade 2 - Frações na receita
- Atividade 3 - Jogo papa todas de frações
- Atividade 4 - Frações no Tangram
- Atividade 5 - Frações de quantidades
- Atividade 6 - Círculos coloridos e números decimais
- Atividade 7 - Jogo da memória dos racionais

Todas as atividades encontram-se disponíveis no [Apêndice E](#) deste trabalho. No [Quadro 4](#) são apresentadas as informações técnicas das atividades desenvolvidas, o material necessário, o tempo e a data de aplicação de cada atividade.

Quadro 4 – Ficha técnica das atividades

Atividade	Material necessário	Tempo utilizado	Data da aplicação
1 - Dominó de frações	jogo de dominó de frações com 28 peças	50min	23 e 24/10/2018
2 - Frações na receita	folha de atividades; ingredientes para preparo da receita de cobertura de chocolate; xícaras divididas em partes iguais; bolo	1h40min	13/11/2018
3 - Jogo Papa todas de frações	baralho de frações com 32 cartas; tabela com tiras de frações	1h40min	20/11/2018
4 - Frações no Tangram	folha de atividades; Tangram	2h30min	07, 08 e 14/05/2019
5 - Frações de quantidades	folha de atividades; discos de frações	50min	08, 14 e 15/05/2019
6 - Círculos coloridos e números decimais	folha de atividades; discos de frações	50min	15, 22 e 28/05/2019
7 - Jogo da memória dos racionais	cartas contendo números racionais na forma de fração e decimal	1h40min	22 e 28/05/2019

Fonte: Elaboração própria.

Assinala-se que a sequência didática estendeu-se além do ano previsto para sua aplicação (2018), em virtude do pouco tempo disponível no cronograma escolar para este conteúdo. Buscando um melhor resultado e o aprimoramento da pesquisa, a pesquisadora julgou necessário aplicar mais atividades no ano de 2019, já que o conteúdo é abordado

novamente no currículo do sétimo ano do Ensino Fundamental II, durante o segundo bimestre letivo. Por esse motivo, as atividades foram aplicadas no mês de maio do referido ano e para os mesmos alunos que participaram no ano anterior.

A seguir, serão relatadas as atividades constantes da sequência didática. Cabe ressaltar aqui que, como a pesquisadora era professora das turmas, as atividades foram aplicadas no decorrer das aulas, então, para que este trabalho não se estendesse muito, a pesquisadora optou por relatar apenas as atividades utilizadas para a coleta de dados da pesquisa e não fazer os relatos de todas as aulas.

4.1.4.1 Atividade 1 - Dominó de frações

Na primeira atividade, foi proposto o jogo **Dominó de frações**, que é um recurso disponível no colégio, e foi aplicada após a aula introdutória do conteúdo de frações. A atividade foi realizada em grupos de quatro a cinco alunos e o material necessário foi um jogo de dominó de frações, composto de 28 peças. Teve uma duração de 50min, tendo como objetivo explorar o conceito de fração, facilitar a compreensão da representação fracionária, desenvolver a leitura de fração e o raciocínio lógico-matemático.

Após concluírem o jogo, foi proposto aos alunos que produzissem um texto relatando como foi a experiência que tiveram, as dificuldades e aprendizados com o jogo.

4.1.4.2 Atividade 2 - Frações na receita

É de elementar importância ressaltar que a segunda atividade foi adaptada do [PORTAL DO PROFESSOR \(2009\)](#), que sugere uma atividade com o objetivo de comparar frações com numeradores iguais e denominadores diferentes.

Para a execução desta atividade foram necessários: um bolo de chocolate, ingredientes para preparar a receita de cobertura de chocolate, xícaras para a medição dos ingredientes (que foram previamente divididas em duas e quatro partes pela pesquisadora) e a folha de atividades. O tempo utilizado para esta atividade foi de 1h40min.

Assinala-se que a atividade composta por 16 questões foi separada em três partes. Na primeira parte, com seis questões, os alunos tiveram que preparar uma receita de cobertura de chocolate, em que a quantidade de alguns ingredientes apresentava-se em fração; em seguida, responderam ao questionário que continha questões sobre a comparação de frações presentes na receita, a saber: frações com numeradores iguais e denominadores diferentes, assim como questões que envolviam a adição de frações com parcelas iguais ou multiplicação de uma fração por um número inteiro, como melhor interpretassem.

Na segunda parte, com cinco questões, após lerem uma receita de bolo de chocolate, em que a medida de alguns ingredientes também apresentava-se na forma fracionária, os

alunos tiveram que responder ao questionário que continha questões de comparação de frações com denominadores iguais e sobre o significado de número misto, com frações da receita.

Na terceira parte, com cinco questões, os alunos trabalharam com o bolo com a cobertura que eles prepararam, dividindo-o em partes iguais. Depois de repartido, foram sugeridas questões de representação de frações, como escrever a fração do bolo que cada um comeu, que a turma toda comeu e a que sobrou, e questões de comparação de frações com denominadores iguais e com numeradores e denominadores diferentes.

Esta atividade foi desenvolvida após a explicação de todo o conteúdo nela envolvido e os alunos tiveram o auxílio da pesquisadora enquanto respondiam.

4.1.4.3 Atividade 3 - Jogo Papa todas de frações

Inicialmente, a atividade 3 foi retirada de [Mathema \(2019\)](#) e se constitui em um jogo, cuja proposta é interessante e divertida para os alunos aprenderem a comparação de frações. Esta atividade foi escolhida com base nas dificuldades que os alunos apresentam diante do conteúdo em questão, em especial, do conteúdo de comparação de frações com denominadores diferentes, constatadas pela pesquisadora.

Esta atividade teve uma duração de 50min. O material necessário foi um baralho de frações com 32 cartas, uma tabela com tiras de frações e as regras do jogo para cada grupo de quatro ou cinco alunos.

Além de envolver os alunos, incentivá-los e ser desafiador, o jogo Papa todas de frações torna a aprendizagem mais dinâmica, assim como promove o desenvolvimento de noções diferentes sobre frações e a relação entre frações equivalentes ([MATHEMA, 2019](#)).

Os objetivos do jogo envolvem a compreensão do conceito de fração; comparação de frações com denominadores diferentes; desenvolvimento da noção de equivalência entre frações; resolução de problemas que envolvam frações e realização de cálculo mental com frações ([MATHEMA, 2019](#)).

Após a conclusão do jogo, os alunos produziram um texto relatando como foi a experiência que tiveram, as dificuldades e aprendizados com o jogo.

4.1.4.4 Atividade 4 - Frações no Tangram

Na atividade 4, adaptada de [Smole e Diniz \(2016\)](#) e [PORTAL DO PROFESSOR \(2010\)](#), foram necessários um Tangram por aluno, a folha de atividades e um quadrado originário do jogo. O tempo previsto de duração foi de 2h30min por turma.

Antes desta atividade, a pesquisadora fez a apresentação do Tangram por meio de slides, incluídos no [Apêndice H](#), elaborados pela própria e transmitidos na televisão, nos

quais havia a identificação do Tangram, a história de sua origem e como jogá-lo.

Esta atividade foi dividida em três etapas. Na primeira, com seis questões, os alunos foram levados a fazer observações com as peças do Tangram, a saber: “quantos triângulos médios são necessários para formar um triângulo grande?”, “quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo médio?”, “para preencher todo o quadrado do jogo, são necessários quantos triângulos grandes?”. Na última questão, após essas descobertas, os alunos foram levados a relacionar cada peça à fração que a mesma representa em relação ao quadrado do jogo.

A segunda etapa é composta por duas questões. A primeira questão continha oito afirmações, sendo sete verdadeiras e uma falsa. Com o Tangram em mão, os alunos puderam manuseá-lo para encontrarem a afirmação falsa e corrigi-la. A segunda questão propôs um problema para os alunos resolverem, em que eles tiveram que representar a parte montada de um Tangram em forma de fração.

Na terceira etapa, há três questões envolvendo a montagem do Tangram, nela, os discentes tiveram que calcular o valor, que aqui fez referência à soma das peças que as figuras foram compostas.

Os objetivos desta atividade foram utilizar as peças do Tangram como unidade de comparação, relacionar a representação gráfica das peças do jogo com as frações que as representam, utilizar o número fracionário para medir o espaço ocupado por uma figura com base em uma unidade de medida não convencional e explorar a soma de frações (SMOLE; DINIZ, 2016).

4.1.4.5 Atividade 5 - Frações de quantidades

Preliminarmente, esta atividade encontra-se em Smole e Diniz (2016). O tempo previsto para ela é de 50min.

Para esta atividade foram necessários um conjunto de discos de frações por dupla de alunos e a folha de atividades. Antes de começarem, a pesquisadora lembrou o conteúdo com as turmas e apresentou alguns problemas referentes à atividade proposta em slides, incluídos no Apêndice I, transmitidos por *Datashow*. Um dos problemas era: “Uma classe tem 30 alunos. Metade deles deve ir à biblioteca fazer uma pesquisa e a outra metade ao laboratório de informática. Como organizar esses alunos?”, em que a resolução foi sistematizada utilizando os discos de frações.

Na resolução da questão 1, os alunos deveriam calcular frações de quantidades, utilizando os discos de frações, o que os levaria a perceber e a entender que para fazer este cálculo é necessário dividir a quantidade pelo denominador da fração e o resultado multiplicar pelo numerador. Na questão 2, é proposto um problema para eles concordarem ou discordarem da resolução, como também é sugerido que escrevam uma regra para

calcular frações de quantidades, diferente da que utilizaram para resolver a questão 1.

Os objetivos desta atividade foram calcular frações de quantidades e resolver situações-problema (SMOLE; DINIZ, 2016).

4.1.4.6 Atividade 6 - Círculos coloridos e números decimais

Destaca-se que na atividade 6, extraída de Smole e Diniz (2016), foi necessário um conjunto de discos de frações por dupla de alunos e a folha de atividades. O tempo previsto para esta atividade é de 50 min.

Esta atividade propõe que os alunos relacionem frações à sua representação decimal por sobreposição de peças que correspondam a décimos (peças pretas) em peças que correspondam a metades, terços, quartos, quintos, dentre outros. Na questão 1, os alunos devem notar que não é possível recobrir todas as peças dos discos por peças pretas, e através dessas descobertas, relacionar as frações possíveis às suas representações decimais. Na questão 2, são dadas frações para os alunos escreverem a sua representação decimal, por meio da sobreposição das peças pretas.

Os objetivos desta atividade foram relacionar as peças do material às frações que elas representam e relacionar frações a suas escritas decimais pela equivalência (SMOLE; DINIZ, 2016).

4.1.4.7 Atividade 7 - Jogo da memória dos racionais

É imprescindível frisar que este jogo foi retirado do material do Programa Reforço Escolar, um projeto da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro, em parceria com a Fundação Cecierj (CECIERJ, 2015).

Nesta atividade, foi utilizado um jogo da memória, em que a proposta é trabalhar com os números racionais e suas diferentes representações: fracionária, decimal e gráfica.

O jogo da memória dos racionais consiste em reunir o máximo de cartas possíveis, juntando-as em pares. Para isso, os alunos foram separados em grupos de quatro ou cinco alunos.

O material necessário para esta atividade foram cartas contendo frações, números decimais e figuras. O tempo previsto para esta atividade foi de 1h40min.

Os objetivos desta atividade foram relacionar as diferentes formas de número racional (decimal e fração), desenvolver o raciocínio lógico-matemático e estimular a concentração e memorização (CECIERJ, 2015).

Capítulo 5

Desenvolvimento e análise dos dados

Neste capítulo, será feita a análise dos dados obtidos pelos instrumentos utilizados durante a pesquisa, que foram relatados no capítulo anterior.

5.1 Análise do questionário do professor

O questionário do professor foi dividido em três seções: I - Identificação; II - Sobre suas práticas educativas e III - Sobre o ensino-aprendizagem de fração, pelas quais buscou-se obter informações de contexto pessoal, institucional e sobre as práticas educativas dos docentes, em especial sobre o ensino de frações. Os objetivos da aplicação do questionário foram investigar a formação dos professores de Matemática, identificar os recursos pedagógicos que são utilizados por eles em sua prática educativa, suas observações e experiências com tais recursos e como trabalham o conteúdo de frações em suas aulas. Buscou-se, dessa forma, escolher os recursos e as estratégias a serem utilizados na pesquisa e identificar os assuntos que esses professores consideram mais difíceis no ensino de frações para, com isso, elaborar a sequência didática.

As questões do questionário do professor, disponíveis no [Apêndice D](#), foram baseadas no trabalho de ([CORRÊA, 2019](#)).

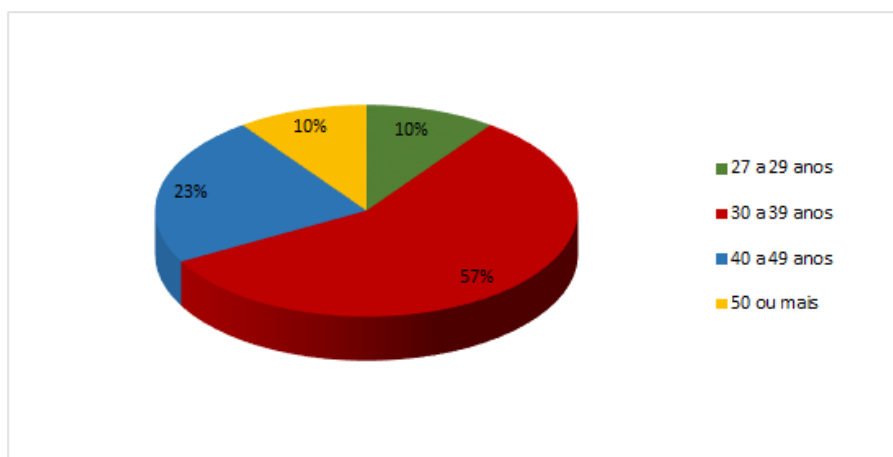
Os questionários foram enviados por mensagem de *e-mail* e *WhatsApp*, por meio de formulário eletrônico do *Google*. Como relatado no capítulo anterior, responderam ao questionário 30 docentes que atuam em instituições das regiões Norte e Noroeste Fluminense.

Parte I: Identificação

A primeira parte do questionário buscou saber informações sobre os sujeitos da pesquisa, identificando idade, formação, área de atuação, tempo de atuação em sala de aula e o tipo de instituição onde trabalha. A seguir são apresentados os dados coletados no questionário.

No [Gráfico 1](#), é possível observar que os professores que responderam ao questionário tinham idades entre 27 e 61 anos, sendo a maioria concentrada na faixa etária de 30 a 39 anos (56,7%).

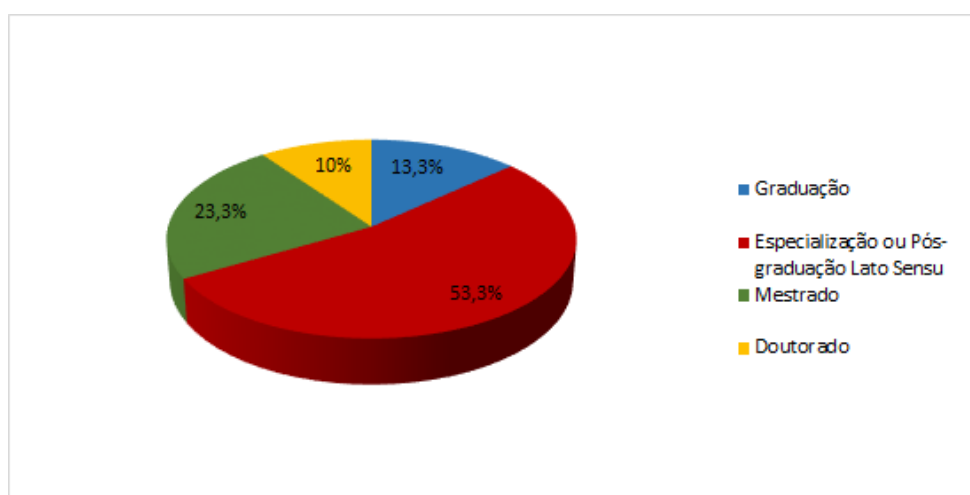
Gráfico 1 – Idade dos professores que responderam ao questionário



Fonte: Dados da pesquisa.

Sobre a formação desses docentes, observa-se, no [Gráfico 2](#), que a maior parte deles possui pós-graduação lato sensu (53,3%), a segunda parcela mais representativa possui mestrado (23,3%) e a terceira possui apenas graduação em Matemática (13,3%).

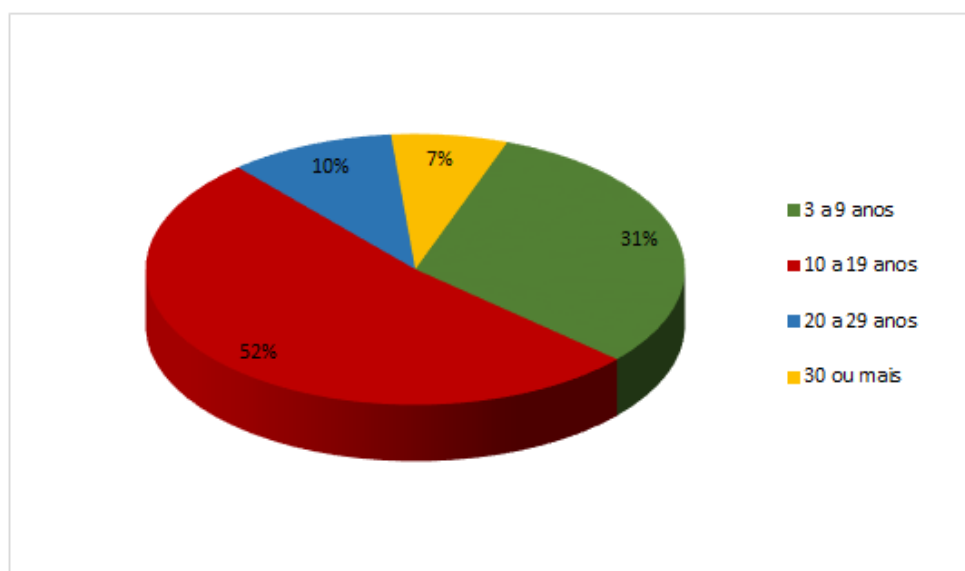
Gráfico 2 – Formação dos professores que responderam ao questionário



Fonte: Dados da pesquisa.

No [Gráfico 3](#), é possível observar que a maioria dos docentes possui entre 10 e 19 anos de atuação em sala de aula (52%) e somente 7% possui mais de 30 anos de carreira.

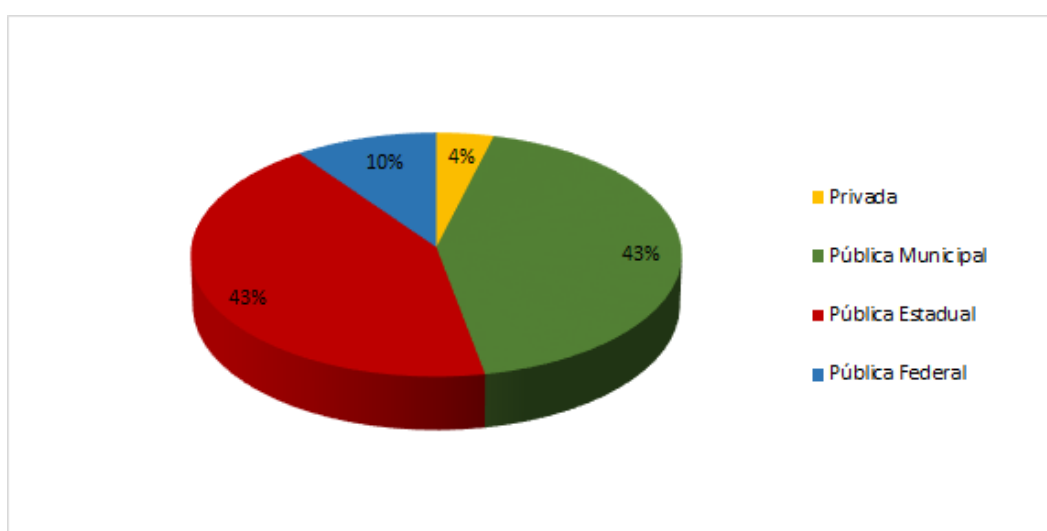
Gráfico 3 – Tempo de atuação dos professores em sala de aula



Fonte: Dados da pesquisa.

No Gráfico 4, nota-se que a maioria destes professores trabalham em instituições públicas municipais e estaduais, ambas com 43,3%, 10% trabalham na esfera federal e uma pequena parcela (3,4%) trabalha em instituição privada. Ressalta-se que nesta pergunta só havia a possibilidade de marcar uma opção, ficando a critério dos professores que trabalham em instituições diferentes, escolherem a instituição onde a sua carga horária é maior.

Gráfico 4 – Tipo de instituição onde os professores trabalham



Fonte: Dados da pesquisa.

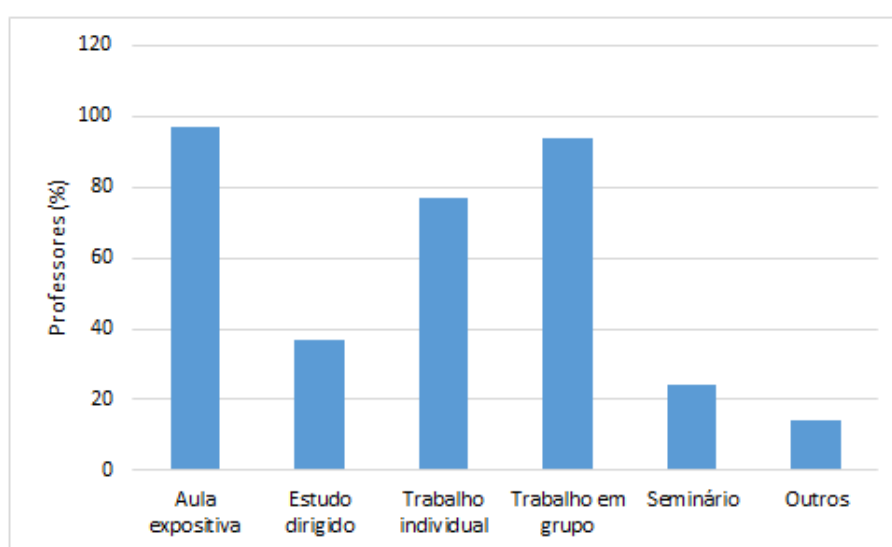
Parte II – Sobre suas práticas educativas

Nesta parte do questionário, foram propostas 5 argumentações sobre as práticas destes docentes em sala de aula, com o intuito de averiguar quais recursos eles utilizam

e suas observações sobre esta utilização. Buscou-se saber quais estratégias de ensino utilizam em suas aulas; como os alunos reagem às aulas, considerando sua prática e os recursos utilizados; se há algum aspecto que gostariam de mudar na sua prática, em sala de aula; quais recursos (lúdicos e tecnológicos) utilizam em suas aulas; e a descrição de como é feita a utilização.

No **Gráfico 5**, verifica-se que a estratégia mais utilizada pelos professores é a aula expositiva, seguida do trabalho em grupo. Salienta-se que nesta pergunta os professores poderiam assinalar mais de uma opção.

Gráfico 5 – Resposta dos professores à pergunta: "Quais estratégias de ensino que você utiliza em suas aulas?"

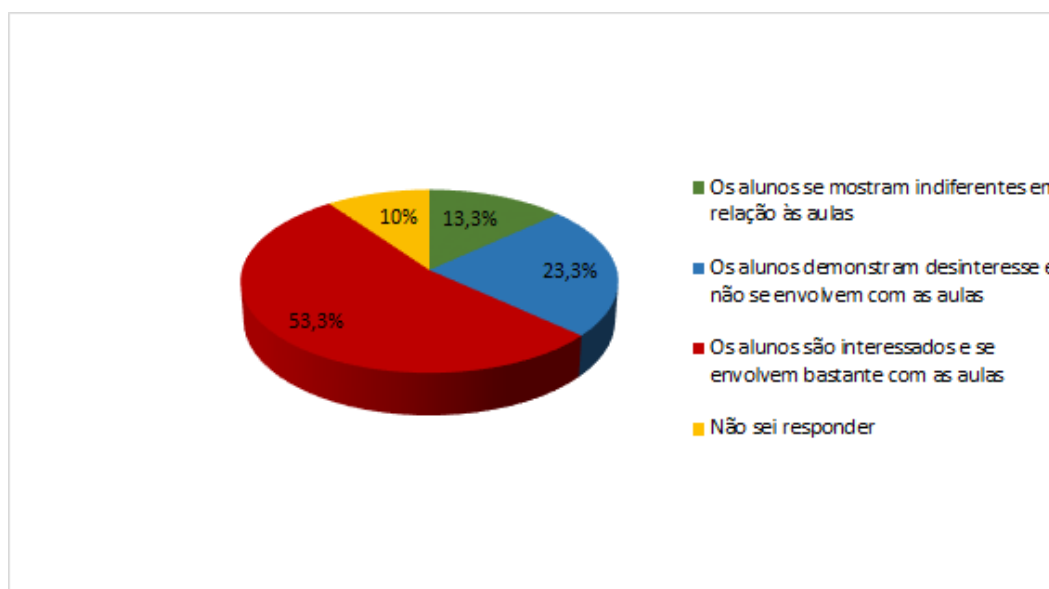


Fonte: Dados da pesquisa.

Referente à opção "Outros", foi proposto aos entrevistados que descrevessem as estratégias que utilizam. Apenas cinco professores assinalaram esta opção e as respostas foram: *Software GeoGebra* (20%), *Atividades lúdicas* (40%), *Videoaulas e aplicativos* (20%) e *Vídeo* (20%).

No tocante à reação dos alunos quanto aos recursos utilizados pelos professores nas aulas, nota-se, no **Gráfico 6**, que a maioria dos alunos (53,3%) interessa-se e envolve-se bastante com as aulas.

Gráfico 6 – Resposta dos professores à pergunta: "Considerando sua prática e os recursos utilizados, como os alunos reagem às aulas?"



Fonte: Dados da pesquisa.

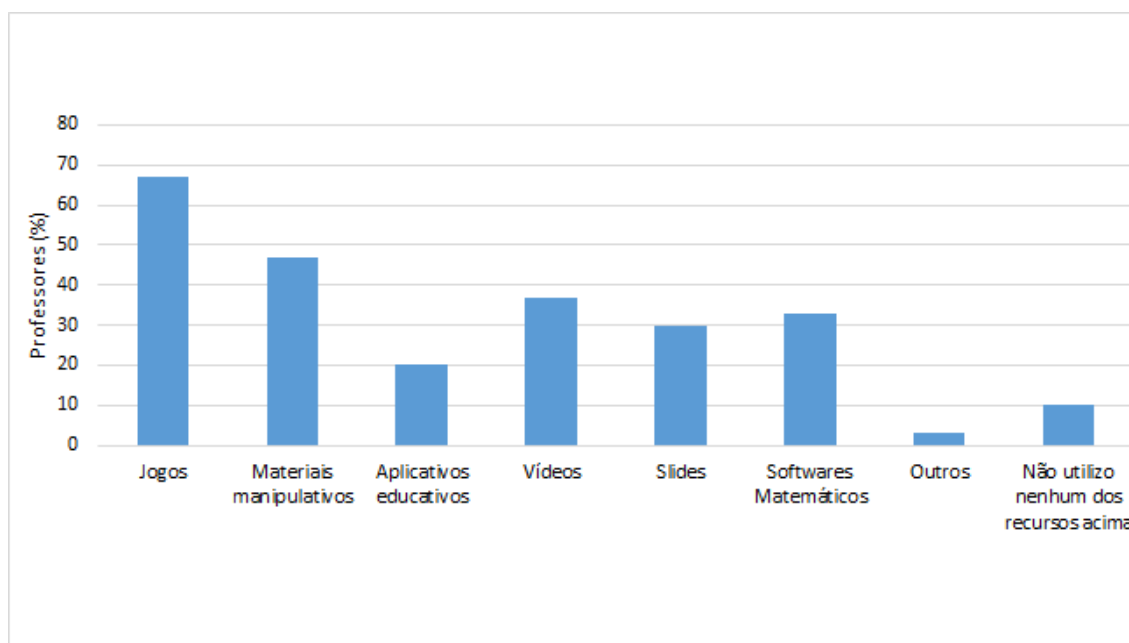
Ao analisar as respostas dos professores quanto ao desejo de mudar algum aspecto de sua práxis, percebe-se que a maioria deseja modificar alguma coisa no que tange a isso (79,3%). A segunda parcela representativa (17,3%) diz não querer mudar nenhum aspecto de suas práticas, outros (3,4%) afirmam que já mudaram suas práticas.

Alguns exemplos de respostas dos professores sobre não desejarem mudar suas práticas pedagógicas foram: "Não, acho que quem deveria mudar eram os alunos, pois, como professor estou sempre atento às novidades e procuro sempre outras maneiras de ministrar as minhas aulas."; "É fundamental que o profissional perceba quando é necessário mudar sua estratégia de ensino.". Os que têm interesse em mudar suas práxis, deram respostas como: "Utilizar mais softwares matemáticos"; "Utilização de materiais lúdicos com intuito de chamar a atenção do aluno e fortalecer o aprendizado."; "Usar mais jogos e atividades diferentes"; "Tornar as aulas mais atraentes"; "Trabalhar com mais problemas práticos".

Observa-se, nas respostas dos professores, que alguns têm interesse em inserir atividades lúdicas (13,8%) e recursos tecnológicos (20,7%) em suas aulas.

No Gráfico 7, averigua-se quais os recursos que os professores utilizam na suas aulas. Os jogos são os recursos mais utilizados (66,7%), seguido dos materiais manipulativos (46,7%). Destaca-se que, nesta questão, os professores puderam assinalar mais de uma opção.

Gráfico 7 – Resposta dos professores à pergunta: "Você utiliza algum dos recursos abaixo em suas aulas? Assinale-os"



Fonte: Dados da pesquisa.

Foi proposta uma questão aberta para os professores descreverem como utilizam estes recursos. Alguns exemplos de respostas foram: "Uso jogos para abordar algum conteúdo que me permite essa possibilidade e em algum projeto desenvolvido na escola."; "De modo lúdico e prazeroso. As atividades diversas ajudam o aluno a alcançar os objetivos de formação das habilidades requeridas uma vez que proporcionam situações variadas de aprendizagem"; "Jogos trabalhando em grupo. Materiais manipulativos para despertar a curiosidade e o potencial lúdico do aluno. Os slides fazendo com que as aulas sejam mais dinâmicas, buscando uma aprendizagem mais atraente."; "Levo bingo, dama, dominó e utilizo para fixar o aprendizado de tabuada e desenvolver o raciocínio."

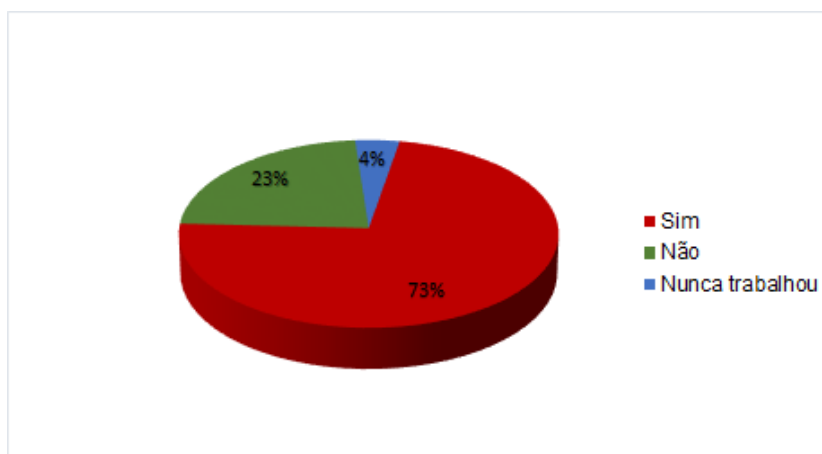
Parte III – Sobre o ensino/aprendizado de Fração

Nesta parte do questionário, com seis questões dissertativo-argumentativas, procurou-se saber a opinião dos professores sobre as dificuldades no ensino/aprendizado de frações, quais as causas para tais dificuldades e o que deve ser feito para que o ensino desse conteúdo seja mais significativo, além de sondar quais os recursos que utilizam em suas aulas para tratar sobre o tema.

Após análise da pergunta "Você gosta de trabalhar os conceitos de fração? Por quê?", pode-se observar, no Gráfico 8, que 73% dos professores deram respostas positivas, e algumas de suas justificativas foram: "Sim. O conteúdo de frações, ao meu ver, está entre os mais importantes do ensino básico. Contudo, os alunos têm muitas dificuldades na assimilação deste, talvez por não dominarem bem as ideias de multiplicação e divisão.";

"Sim. Porque é uma parte muito importante do conteúdo. O fato de poder fazer associações com figuras durante a toda a explicação torna mais interessante é de fácil compreensão para os alunos"; "Sim, Indispensável no dia a dia."; "Sim. Pois é base para todos os outros conteúdos". A outra parcela (23%) afirmou que não gosta, e justificaram o seguinte: "Não. Pela dificuldade de trabalhar com o público alvo, que são alunos do 6º ano."; "Não gosto, porque leciono no ensino médio e 9º ano. Esses alunos não aprenderam frações nos anos anteriores por isso tem muita dificuldade e falta de vontade em aprender."; "Não. Pois ainda não encontrei uma maneira eficiente de fazer os alunos aprenderem.". Sobre esta última fala, [Alves e Martens \(2011\)](#) dizem que o trabalho com o ensino de frações tem complicadores, porque nem sempre quem ensina dispõe de conhecimentos didático-metodológicos suficientes para abordá-lo adequadamente, e, conseqüentemente, quem aprende não consegue compreender significativamente o conteúdo.

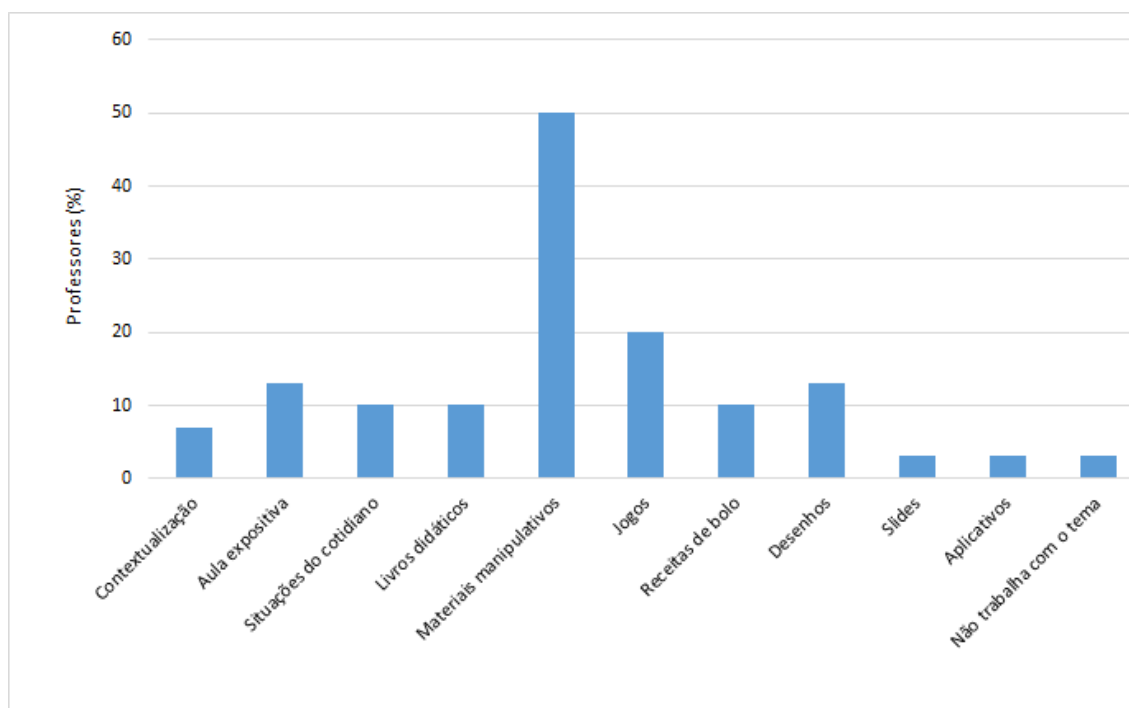
Gráfico 8 – Resposta dos professores à pergunta "Você gosta de trabalhar os conceitos de fração? Por quê?"



Fonte: Dados da pesquisa.

No [Gráfico 9](#), observa-se que o recurso mais utilizado pelos professores para trabalhar frações são os materiais manipulativos (50%), seguido dos jogos (20%), que são os recursos utilizados neste trabalho. Dentre os materiais manipulativos citados pelos professores, encontram-se: barras de chocolate, pizza e Tangram. É importante destacar também que uma parcela desses professores afirmou utilizar receitas (10%) para trabalhar tal abordagem temática.

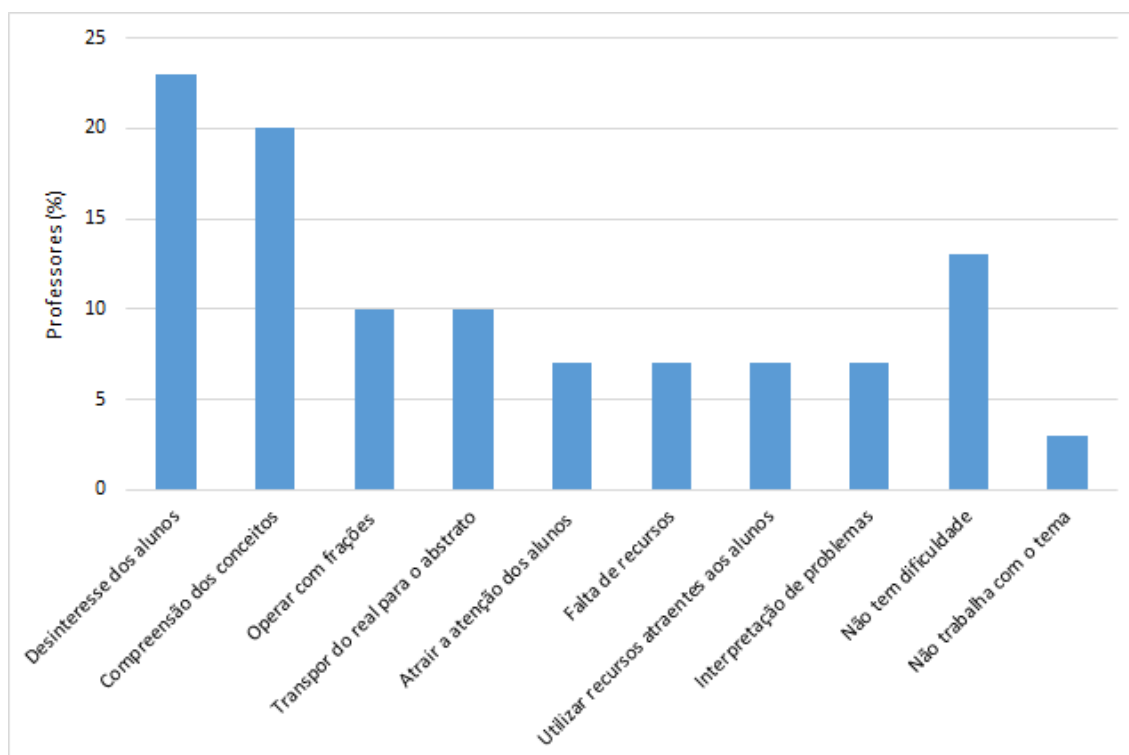
Gráfico 9 – Resposta dos professores à pergunta "Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de fração?"



Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as respostas dos professores quanto a sua maior dificuldade em trabalhar os conceitos de fração (Gráfico 10), vê-se que a maioria (23%) afirma ter dificuldades com o desinteresse dos alunos, outra parcela significativa afirma ter dificuldades com a compreensão dos conceitos por parte dos alunos (20%). Vale ressaltar a resposta de um professor a esta pergunta: "O aluno, em geral, nessa idade, tem imensa dificuldade em compreender a ideia de parte de um inteiro. Frações pra eles não tem sentido e o que a maioria enxerga é um número em cima de outro, e não a notação como um só número, parte de um todo. O trabalho com frações equivalentes é ainda mais árduo. O aluno não consegue entender que duas quantidades iguais podem ser representadas de forma diferente."

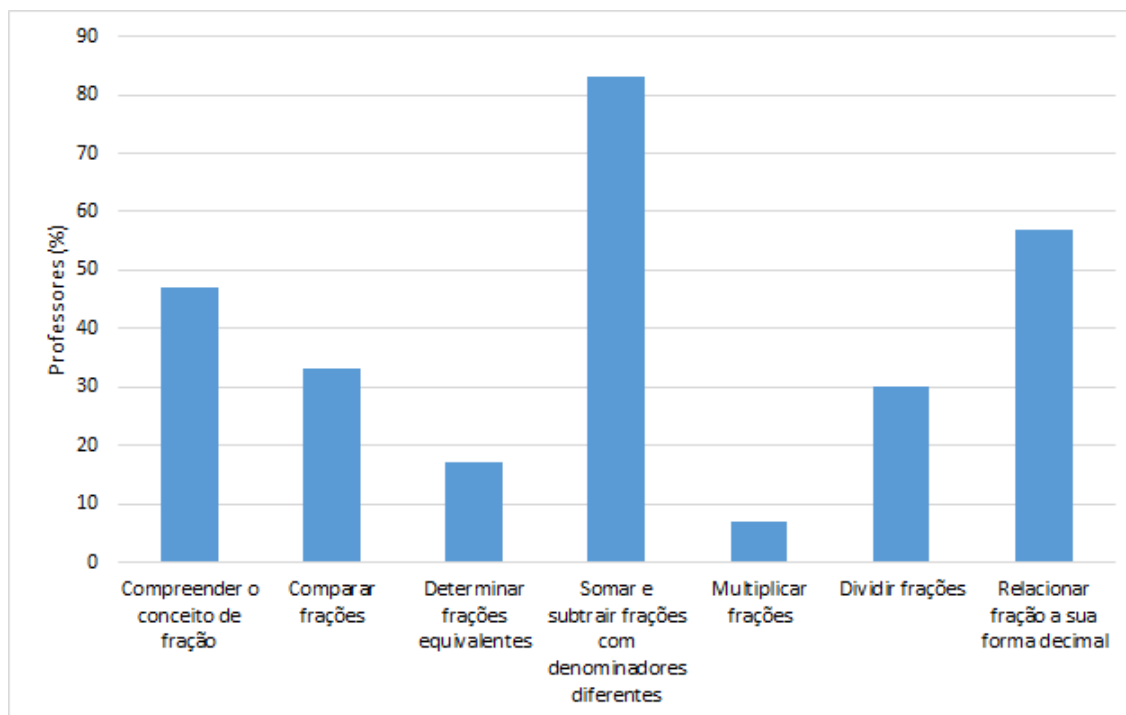
Gráfico 10 – Resposta dos professores à pergunta "Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos?"



Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a maioria dos professores (83%), a maior dificuldade que os alunos enfrentam no estudo das frações é a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes. Uma segunda parcela representativa (53%) considera que os alunos têm uma dificuldade maior em relacionar a fração à sua representação decimal, como é possível observar no [Gráfico 11](#).

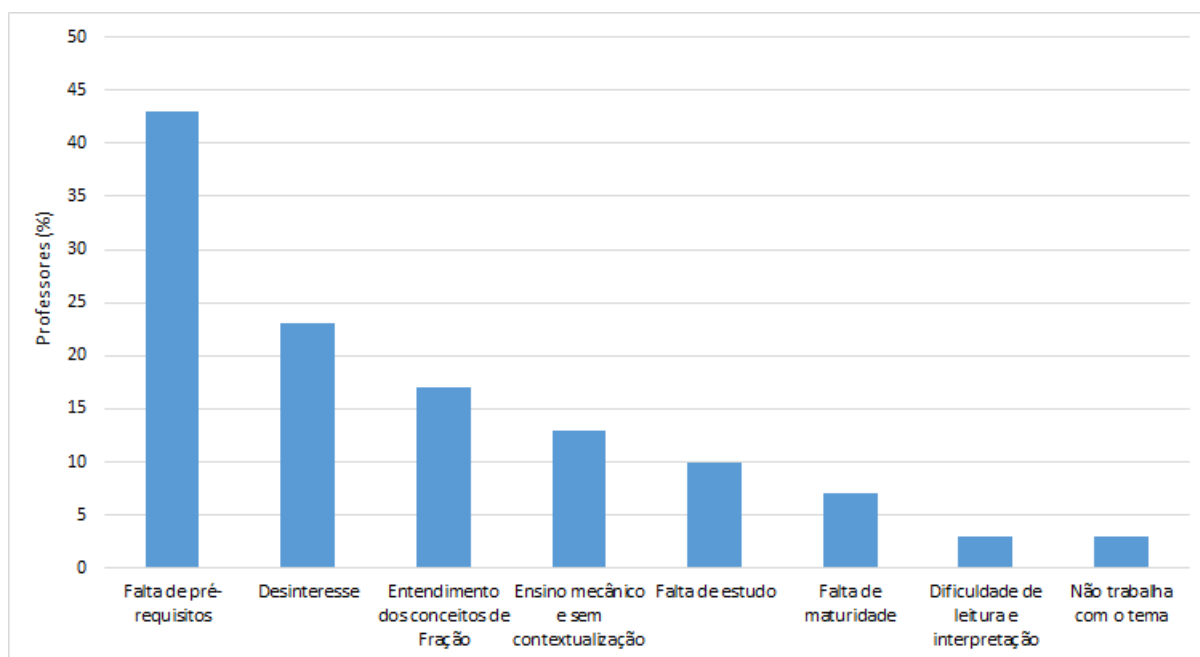
Gráfico 11 – Resposta dos professores à pergunta "Quais as maiores dificuldades que você observa em seus alunos?"



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao serem questionados sobre as possíveis causas dessas dificuldades, grande parte dos professores (43%) respondeu que é a falta de pré-requisitos, considerando que a maioria dos alunos chegam no sexto ano do Ensino Fundamental II sem saber as operações básicas e o cálculo do mínimo múltiplo comum. Analisando o [Gráfico 12](#), observa-se que a segunda parcela representativa (23%) considera que é o desinteresse dos alunos nos estudos e a terceira parcela representativa (17%) afirma ser a dificuldade no entendimento dos conceitos de fração.

Gráfico 12 – Resposta dos professores à pergunta "Em sua opinião, quais as causas para estas dificuldades?"

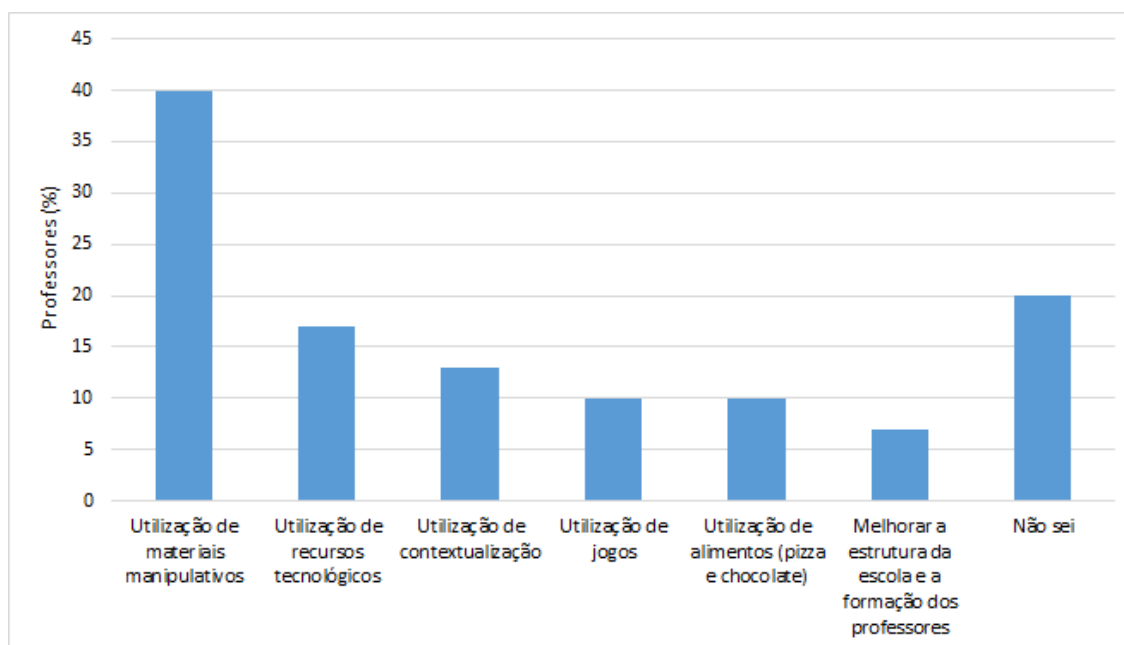


Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as respostas dos professores sobre o que pode ser feito para que o aprendizado de frações torne-se mais interessante e significativo, identifica-se pelo [Gráfico 13](#), que a maior parcela dos professores (40%) afirma que se deve fazer a utilização de materiais manipulativos. A segunda parcela (20%), por sua vez, afirma não saber o que fazer e, por último, a terceira parcela (17%) considera que a utilização de recursos tecnológicos tornariam o aprendizado de frações mais interessante e significativo.

Reforçando a opinião dos professores, [Camacho \(2012\)](#) destaca que uma das vantagens da utilização dos materiais manipulativos é que eles proporcionam aulas de Matemática interativas e dinâmicas e despertam o interesse nos alunos. [Turrioni \(2004, p. 66\)](#) também salienta que se utilizado corretamente pelo professor, o material manipulativo exerce um papel importante na aprendizagem matemática, pois "Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos."

Gráfico 13 – Resposta dos professores à pergunta "O que você considera que pode ser feito para que o aprendizado de fração se torne mais interessante e significativo?"



Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as respostas do questionário do professor, constata-se que estes possuem formação mínima adequada para lecionar Matemática, sendo que uma grande parcela possui especialização *lato sensu* e trabalha em instituições públicas. As estratégias mais utilizadas em suas práticas são aulas expositivas e trabalhos em grupo e, segundo estes professores, os alunos mostram-se interessados e envolvem-se bastante com as aulas. A maioria dos professores afirma querer modificar sua prática pedagógica, sendo favorável ao uso de recursos lúdicos e tecnológicos em suas aulas. Os docentes afirmam gostar de trabalhar o tema fração, e os materiais manipulativos, a contextualização e os jogos estão entre os recursos mais utilizados por eles. A maioria concorda que a falta de pré-requisitos e o desinteresse dos alunos são os principais motivos para a dificuldade de aprendizagem dos alunos, e acreditam que o uso de materiais manipulativos pode ajudar a tornar o aprendizado de frações mais significativo.

Considerando as respostas dos professores, a pesquisadora concluiu que seria útil a utilização de materiais manipulativos, jogos e atividades contextualizadas para tornar o ensino de fração mais atraente para os alunos, e com isso tentar motivar os alunos e diminuir a dificuldade de aprendizagem no tema. Além disso, verificou que na sequência didática deveriam constar os assuntos mais difíceis para os alunos considerados por esses professores, que são: soma e subtração de frações com denominadores diferentes; transformação de fração para sua forma decimal; compreensão dos conceitos de fração e comparação de frações.

5.2 Análise do questionário investigativo e pré-teste

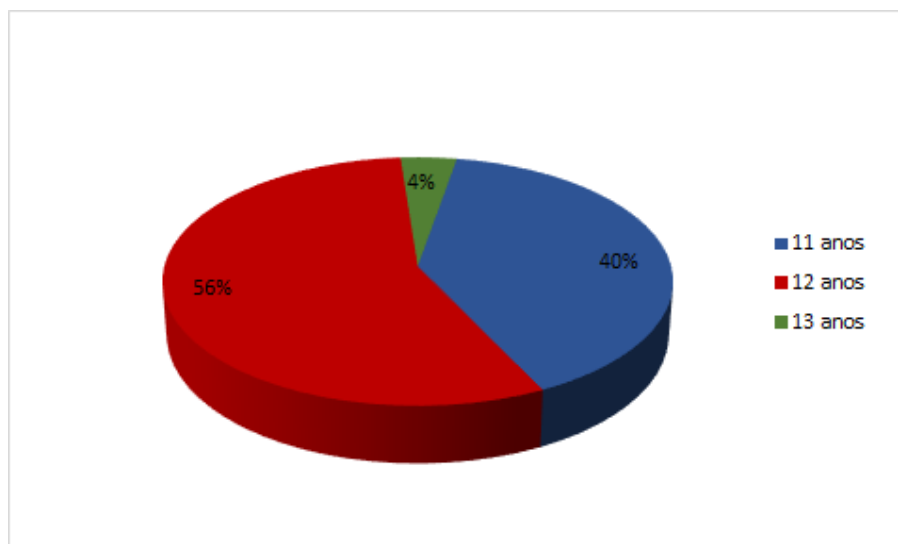
O questionário investigativo e pré-teste (Apêndice C), baseado no trabalho de [Trintin e Amorim \(2016\)](#) e adaptado pela pesquisadora, foi composto de 15 questões, sendo seis questões de múltipla escolha (fechadas) e nove questões discursivas (abertas). Vale ressaltar que as sete primeiras questões são referentes ao questionário investigativo e a partir da questão 8 inicia-se o pré-teste.

Este questionário teve a finalidade de saber o conhecimento prévio dos alunos sobre frações, pois é um conteúdo que os alunos têm contato nas séries iniciais do Ensino Fundamental, como também suas opiniões sobre o estudo de Matemática e suas dificuldades.

Foi informado aos alunos que este seria um questionário inicial, e que, posteriormente, seria aplicado um questionário final, os quais, paralelos às atividades, seriam utilizados para obter análise de dados da pesquisa e não para receberem nota.

No total, 55 alunos participaram desta primeira etapa da pesquisa, com idades entre 11 e 13 anos, como pode-se observar no [Gráfico 14](#). Esses alunos serão identificados como: A1, A2, A3,..., A55.

Gráfico 14 – Idade dos alunos participantes da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa.

Questionário investigativo

As quatro primeiras questões do questionário ([Figura 14](#)) tiveram o objetivo de saber a relação do aluno com a Matemática, se gostam ou não, se têm dificuldades e sua concepção sobre as aulas.

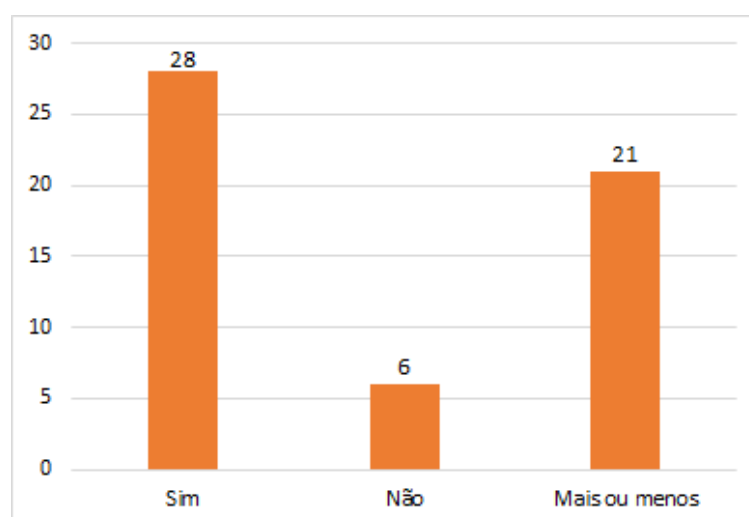
Figura 14 – Questões 1, 2, 3 e 4 do questionário

- 1) Você gosta de matemática?
() Sim () Não () Mais ou menos
- 2) Como você avalia as aulas de matemática que você teve até o momento?
() Ótimas () Boas () Regulares () Ruins
- 3) Você tem dificuldades em matemática?
() Sim () Não () Mais ou menos
- 4) Em qual(ais) conteúdo(s) de matemática você tem dificuldade?
-

Fonte: Elaboração própria.

No [Gráfico 15](#), pode-se observar que os alunos participantes da pesquisa têm uma relação boa com a Matemática, pois a maioria afirmou gostar da disciplina.

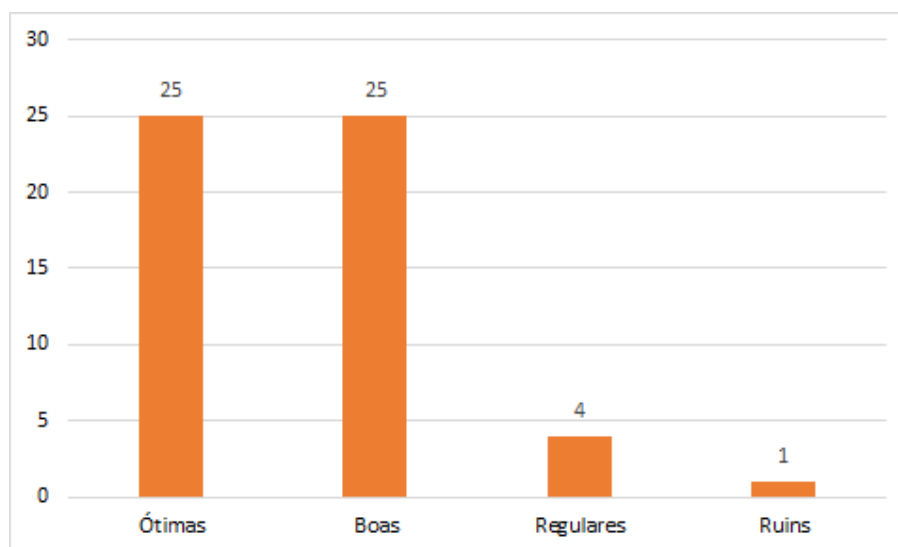
Gráfico 15 – Resposta dos alunos à questão 1: "Você gosta de Matemática?"



Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação às aulas, é possível observar, no [Gráfico 16](#), que grande parcela dos alunos afirmou achar ótimas ou boas, sendo uma minoria que acha as aulas de Matemática ruins.

Gráfico 16 – Resposta dos alunos à questão 2: "Como você avalia as aulas de Matemática que você teve até o momento?"

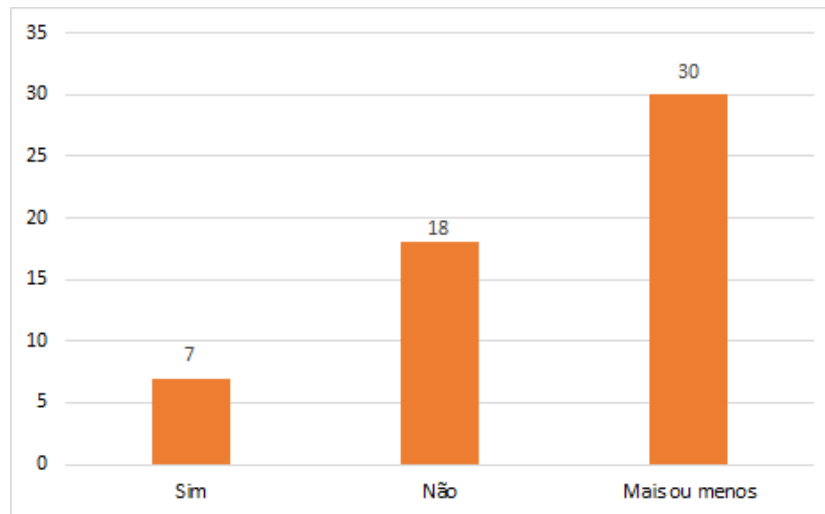


Fonte: Dados da pesquisa.

No Gráfico 17, nota-se que os alunos afirmaram ter dificuldades em Matemática, e ao serem questionados na questão 4 sobre quais conteúdos eles têm mais dificuldade, as respostas foram: *fração* (38%), *divisão* (10%), *números decimais* (7%), *mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum* (5%), *porcentagem* (3%), *multiplicação* (2%), *fatoração* (2%) e *potenciação* (2%).

Observa-se, pelas respostas, que a fração já é um problema para os alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso é confirmado e justificado pelos PCN (BRASIL, 1998), que dizem que os alunos chegam ao terceiro ciclo do Ensino Fundamental, iniciado no 6º ano, sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número, e uma explicação para essas dificuldades, possivelmente, deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais.

Gráfico 17 – Resposta dos alunos à questão 3: "Você tem dificuldades em Matemática?"



Fonte: Dados da pesquisa.

As questões 5, 6 e 7 do questionário (Figura 15) tiveram o objetivo de saber sobre o conhecimento dos alunos sobre frações.

Figura 15 – Questões 5, 6 e 7 do questionário

5) Você já estudou frações?

Sim Não Não lembro

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

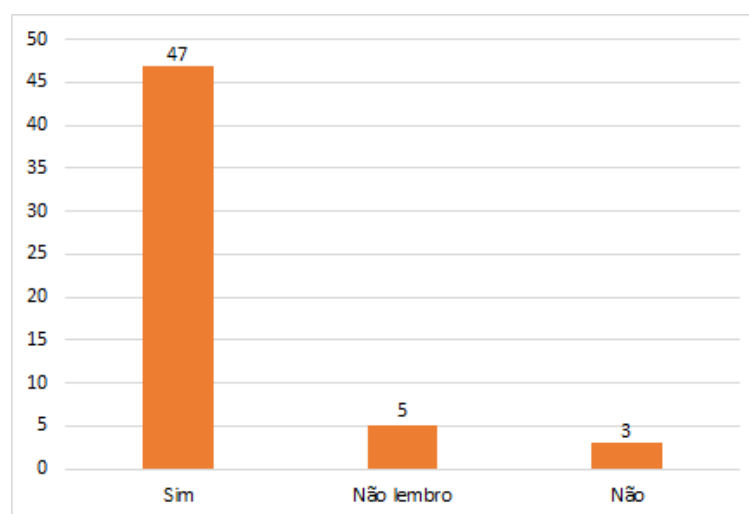
7) Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?
 Sim. Cite exemplos: _____

Não sei explicar

Fonte: Elaboração própria.

Analisando as respostas da questão 5, observa-se que a maioria dos alunos afirma já ter estudado frações, Gráfico 18, e isso justifica as respostas da questão anterior em que a maioria afirmou ter dúvidas em tal conteúdo.

Gráfico 18 – Resposta dos alunos à questão 5: "Você já estudou frações?"

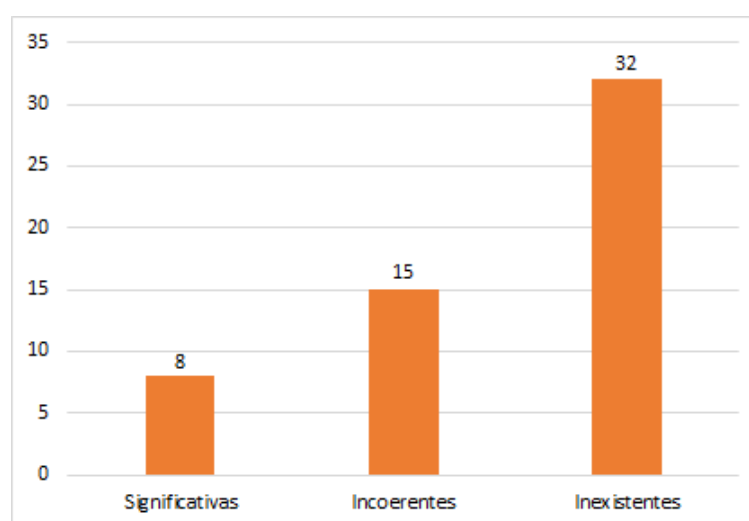


Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 6 do questionário foi aberta, tendo o intuito de saber se os alunos sabiam o significado de fração. As respostas foram divididas em três grupos: significativas, quando o aluno explicou corretamente; incoerentes, dado que o discente não deu a resposta correta e inexistentes, uma vez que o estudante não soube explicar ou não respondeu.

Observa-se, no Gráfico 19, que a maioria não soube explicar ou explicou incorretamente o que é fração. Esta dificuldade pode estar ligada à falta de costume em responder a questões deste tipo, por não saberem se expressar por meio da escrita ou por não saberem o que é fração.

Gráfico 19 – Resposta dos alunos à questão 6: "Explique com suas palavras o que você entende por frações."



Fonte: Dados da pesquisa.

Exemplos de respostas:

Figura 16 – Resposta significativa do aluno A12

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

Para mim é um tipo de divisão.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A12: "Para mim é um tipo de divisão."

Figura 17 – Resposta significativa do aluno A6

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

Frações são maneiras de dividir. Ex: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, etc.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A6: "Frações são maneiras de dividir. Ex: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, etc"

Os alunos A12 (Figura 16) e A6 (Figura 17) conseguiram associar fração à ideia de divisão, que é um dos significados do termo, abordado pelos PCN (BRASIL, 1998) da seguinte maneira: um dos significados de fração é o de quociente de um inteiro por outro ($a : b = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$).

Figura 18 – Resposta significativa do aluno A27

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

A fração que eu entendo é que se você tiver uma figura com 6 lados e pintar três vai ficar três sextos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A27: "A fração que eu entendo é que se você tiver uma figura com 6 lados e pintar três vai ficar três sextos"

O aluno A27 (Figura 18) associou a fração a uma figura dividida em 6 partes (ele só se equivocou ao escrever lados em vez de partes), e que são pintadas 3, e escreveu corretamente a fração formada por esses elementos. Como este, outros alunos também fizeram esta associação.

De acordo com Smole e Diniz (2016), a maioria dos alunos ao ouvir falar de fração associam-na a figuras, isso se deve ao fato do seu ensino nos anos iniciais ater-se a representações na forma de retângulos e círculos, e fazer associações entre os desenhos e a escrita da fração. A autora diz ainda que esta forma de ensino tem sido responsabilizada pelo fracasso escolar no que diz respeito a este conteúdo.

Figura 19 – Resposta incoerente do aluno A41

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

É uma conta que tem mais, menos, dividi, vezes. A conta começa: pelo vezes e depois dividi, mais, menos. Isso que eu entendo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A41: "É uma conta que tem mais, menos, dividi, vezes. A conta começa: pelo vezes e depois dividi, mais, menos isso que eu entendo."(sic)

Figura 20 – Resposta incoerente do aluno A31

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

Frações pra mim vai ter que usar tabuada de vezes e divisão.

Fonte: Dados da pesquisa.

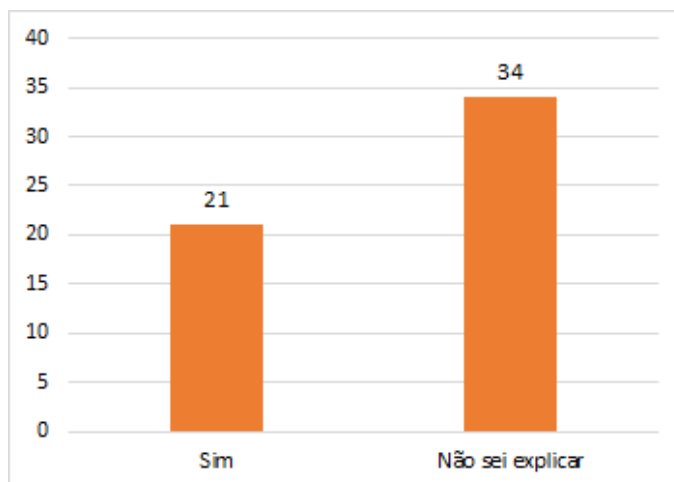
Resposta do aluno A31: "Frações pra mim vai ter que usar tabuada de vezes e divisão."(sic)

Os alunos A41 (Figura 19) e A31 (Figura 20) não souberam explicar o que é fração. Nota-se que o aluno A41 confundiu fração com expressão numérica, e, pela resposta do aluno A31, percebe-se que ele confundiu fração com operação.

A referida questão teve grande índice de respostas inexistentes (em branco).

Analisando as respostas dos alunos à questão 7 (Gráfico 20), observa-se que a maioria não soube explicar se é possível utilizar as frações no dia a dia, provavelmente, devido ao fato de não saberem o significado do termo.

Gráfico 20 – Resposta dos alunos à questão 7: "Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?"



Fonte: Dados da pesquisa.

Nas figuras 21, 22 e 23, apresentam-se alguns exemplos citados pelos alunos:

Figura 21 – Resposta da questão 7 do aluno A26

7) Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?

Sim. Cite exemplos: Para dizer a quantidade de gasolina que tem o carro no ponteiro no painel

Não sei explicar

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A26: "Para dizer a quantidade de gasolina que tem o carro no ponteiro do painel."

Figura 22 – Resposta da questão 7 do aluno A27

7) Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?

Sim. Cite exemplos: Em uma receita de doce de leite pode estar quatro quintos de limão ralado.

Não sei explicar

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A27: "Em uma receita de doce de leite pode estar quatro quintos de limão ralado."(sic)

Figura 23 – Resposta da questão 7 do aluno A30

7) Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?

(X) Sim. Cite exemplos: Bernardo vou repartir balas com meus amigos.

() Não sei explicar

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A30: "Quando vou repartir balas com meus amigos."

Verifica-se, que alguns alunos já identificaram que a fração pode estar presente na quantidade dos ingredientes de uma receita, no painel de combustível de um carro e no ato de repartir objetos igualmente.

Pré-teste

Na [Tabela 1](#), são apresentados os totais de acertos, erros e questões deixadas em branco pelos alunos.

Tabela 1 – Resultados do pré-teste

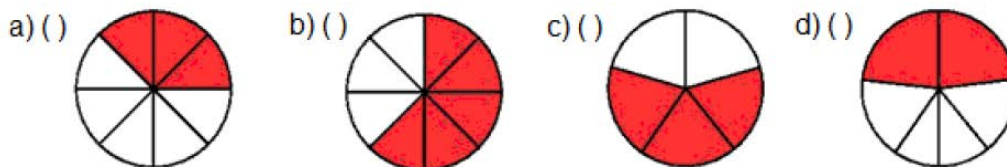
Questão	Acertos	Erros	Em branco
8	35	19	1
9			
a)	27	15	13
b)	7	22	26
c)	13	17	25
10			
a)	36	15	4
b)	31	20	4
c)	22	26	7
11	32	19	4
12			
a)	49	5	1
b)	47	6	2
c)	46	7	2
13	19	28	8
a)	10	15	30
14	17	9	29
15			
a)	36	15	4
b)	26	22	7

Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 8 ([Figura 24](#)), fechada, adaptada de [Almeida \(2015\)](#), foi escolhida para verificar se os alunos conseguiam associar a fração a uma figura dividida em partes iguais.

Figura 24 – Questão 8 do pré-teste

8) A figura cuja parte colorida representa a fração $\frac{3}{5}$ é:



Fonte: Adaptada de Almeida (2015).

Dos dezenove alunos que erraram a questão supramencionada, nove assinalaram a letra *a*, oito a letra *b*, um a letra *d* e outro as letras *a* e *b*. Pelas respostas dos discentes, observa-se que a maioria dos que erraram a questão contaram as partes coloridas e as não coloridas para montar a fração, como nos casos que assinalaram as letras *a* e *b*. O estudante que assinalou a letra *d* demonstra não saber fração.

A questão 9 (Figura 25), aberta, extraída de Gay (2014), foi escolhida por ser uma questão do livro didático dos próprios alunos, a fim de verificar o entendimento dos mesmos sobre a leitura e os significados dos termos de uma fração.

Figura 25 – Questão 9 do pré-teste

9) Observe a receita:

a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

b) Qual é o significado do número 4 na fração?

c) Qual é o significado do número 3 na fração?



Fonte: (GAY, 2014, p. 147).

Verifica-se que a leitura da fração, proposta no item *a*, teve grande parcela de acertos, porém, nos itens *b* e *c*, a maioria dos alunos não soube responder ou respondeu incorretamente. Dentre o total de acertos nesta questão, apenas dois alunos responderam corretamente aos três itens. Nas figuras 26 e 27, apresentam-se as respostas desta questão dos alunos A4 e A16.

Figura 26 – Resposta da questão 9 do aluno A4

9) Observe a receita:

- a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

três quartos

- b) Qual é o significado do número 4 na fração?

a quantidade de xícaras

- c) Qual é o significado do número 3 na fração?

que você vai tirar um terço das quatro xícaras



Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A4:

- a) "três quartos"
 b) "a quantidade de xícaras"
 c) "Que você vai tirar um terço das quatro xícaras"

O aluno A4 acertou o item *a*, porém, errou os itens *b* e *c* ao considerar o denominador da fração como sendo a quantidade de xícaras e não a quantidade de partes iguais em que a xícara foi dividida.

Figura 27 – Resposta da questão 9 do aluno A16

9) Observe a receita:

- a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

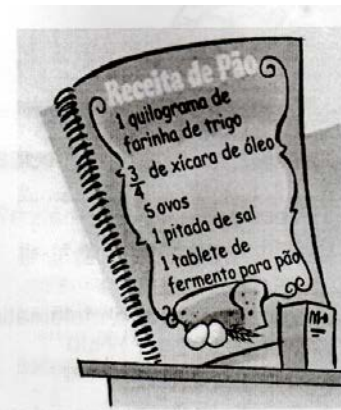
três quartos

- b) Qual é o significado do número 4 na fração?

Representa a quantidade de óleo

- c) Qual é o significado do número 3 na fração?

Representa a quantidade de óleo que vou precisar



Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A16:

- a) "três quartos"
 b) "Representa a quantidade de óleo"
 c) "Representa a quantidade de óleo que vou precisar"

O aluno A16 acertou o item *a* e o item *c*, mas, errou o item *b*, pois considerou o

denominador como a quantidade de óleo e não como a quantidade de partes iguais da xícara.

Observa-se pelas respostas dos alunos a forte tendência que têm de associar fração a uma figura dividida em partes e que foram pintadas algumas delas, como se pode ver na resposta do aluno A54, na [Figura 28](#).

[Merlini \(2005\)](#) diz que se tem revelado no ensino uma forte tendência para introduzir o conceito de fração com o significado de parte/todo e é dado uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos. E afirma, ainda, citando [Nunes e Bryant \(1997\)](#), que esse método de ensino encoraja os alunos a fazerem uma contagem dupla, em que apenas contam o número total de partes e as partes pintadas, sem entender o significado deste tipo de número.

Figura 28 – Resposta da questão 9 do aluno A54

9) Observe a receita:

a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.


Três quartos

b) Qual é o significado do número 4 na fração?

a quantidade total

c) Qual é o significado do número 3 na fração?

a parte que foi pintada



Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A54:

- a) "três quartos"
- b) "a quantidade total"
- c) "a parte que foi pintada"

A questão 10 ([Figura 29](#)), aberta, adaptada de [Araújo \(2017\)](#), teve a finalidade de analisar o entendimento dos alunos sobre fração como razão.

Figura 29 – Questão 10 do pré-teste

- 10) Que fração representa?
- a) Dois dias em uma semana _____
- b) Dez horas de um dia _____
- c) Quatro meses de um ano _____

Fonte: Adaptada de (ARAÚJO, 2017, p. 133).

Os erros dessas questões devem-se ao fato de os discentes confundirem as quantidades de dias da semana, horas do dia e meses do ano. O maior índice de acertos concentrou-se no item *a*, enquanto que o maior índice de erros concentrou-se no item *c*. Para a maioria dos estudantes foi fácil responder ao item *a*, pois sabiam a quantidade dos dias da semana, porém, no item *c*, muitos confundiram a quantidade de meses do ano e montaram a razão de meses para o total de dias do ano (Figura 30), ou seja, não utilizaram as mesmas grandezas.

Figura 30 – Resposta da questão 10 do aluno A7

- 10) Que fração representa?
- a) Dois dias em uma semana $\frac{2}{7}$
- b) Dez horas de um dia $\frac{10}{24}$
- c) Quatro meses de um ano $\frac{4}{365}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A7:

- a) " $\frac{2}{7}$ "
- b) " $\frac{10}{24}$ "
- c) " $\frac{4}{365}$ "

O aluno A7 acertou os itens *a* e *b* e errou o item *c*, pois não converteu os dias para meses.

O aluno A54 (Figura 31) errou todos os itens da questão 10, pois, além de não fazer as conversões necessárias, inverteu as posições do numerador com o denominador. Essa inversão é uma dificuldade comum dos alunos que não sabem distinguir a relação existente entre o numerador e o denominador da fração (MERLINI, 2005). A referida autora ainda

destaca que esse erro pode ser cometido pelo fato de os alunos entenderem a situação, mas não serem capazes de representá-la usando frações.

Figura 31 – Resposta da questão 10 do aluno A54

10) Que fração representa?

a) Dois dias em uma semana $\frac{1}{2}$

b) Dez horas de um dia $\frac{1}{10}$

c) Quatro meses de um ano $\frac{1}{4}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A54:

- a) " $\frac{1}{2}$ "
 b) " $\frac{1}{10}$ "
 c) " $\frac{1}{4}$ "

A questão 11 (Figura 32), aberta, retirada de Vasconcelos (2013), teve o objetivo de verificar se os alunos sabem escrever frações a partir de um problema dado.

Figura 32 – Questão 11 do pré-teste

11) Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Leila comeu 2 partes, Rita comeu 1 parte, Analice comeu 3 partes e Keila o restante. Qual fração representa a parte comida por cada uma?

Leila	Rita	Analice	Keila
—	—	—	—

Fonte: (VASCONCELOS, 2013, p. 64).

Esta questão foi considerada pela pesquisadora como uma questão fácil, pois a maioria dos alunos acertou. Dentre as 19 respostas erradas, seis discentes erraram apenas a última fração; quatro estudantes colocaram apenas os números que estavam no enunciado da questão, sem os denominadores, e, destes, dois erraram também a última resposta, demonstrando não fazerem o cálculo corretamente; cinco alunos escreveram as frações com os termos invertidos, colocando o 8 no numerador das frações (dificuldade também encontrada na questão anterior); e quatro erraram todas as frações (Figura 33), demonstrando não ter entendido a questão e ficando constatada uma dificuldade na interpretação do problema.

Figura 33 – Resposta da questão 11 do aluno A25

11) Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Leila comeu 2 partes, Rita comeu 1 parte, Analice comeu 3 partes e Keila o restante. Qual fração representa a parte comida por cada uma?

Leila	Rita	Analice	Keila
$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$



Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A25: " $\frac{2}{9}, \frac{1}{7}, \frac{3}{3}, \frac{3}{3}$ "

A questão 12 (Figura 34), aberta, adaptada de Vasconcelos (2013), teve a finalidade de verificar o entendimento dos alunos com relação à comparação de frações.

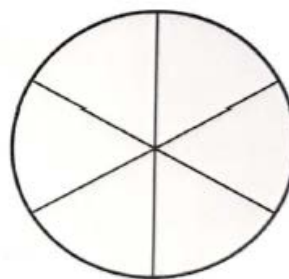
Figura 34 – Questão 12 do pré-teste

12) Wilson e Soraia estão comendo pizza. Ela comeu $\frac{3}{6}$ e ele, $\frac{6}{8}$.

a) Pinte as partes da pizza que cada um comeu.



Wilson



Soraia

b) Quem comeu mais partes: Wilson ou Soraia? _____

c) Qual fração é maior? _____

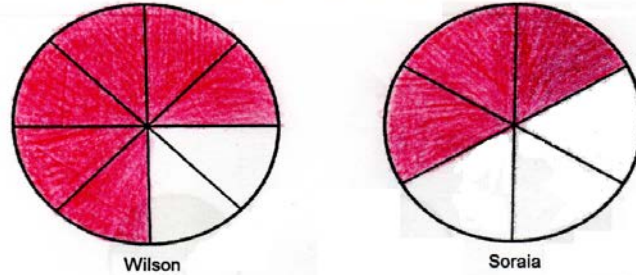
Fonte: (VASCONCELOS, 2013, p. 65).

Esta questão também foi considerada fácil, pois teve alto índice de acertos, apenas um aluno errou a questão toda. Na Figura 35, apresenta-se a resposta de um discente a esta questão.

Figura 35 – Resposta da questão 12 do aluno A15

12) Wilson e Soraia estão comendo pizza. Ela comeu $\frac{3}{6}$ e ele, $\frac{6}{8}$.

a) Pinte as partes da pizza que cada um comeu.



b) Quem comeu mais partes: Wilson ou Soraia? Soraia

c) Qual fração é maior? $\frac{3}{6}$

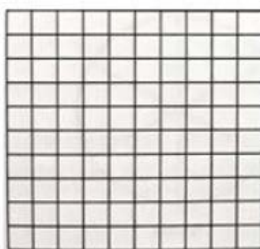
Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se na resposta do aluno A15 que ele coloriu corretamente as figuras do item *a*, porém, não compreendeu os itens *b* e *c*, respondendo incorretamente. É percebida aqui uma dificuldade na interpretação de uma situação contextualizada, dificuldade esta que é destacada por [Patrono \(2011\)](#) como uma das mais comuns na aprendizagem de frações.

A questão 13 ([Figura 36](#)), aberta, adaptada de [Vasconcelos \(2013\)](#), foi escolhida para verificar o entendimento dos alunos sobre fração como operador, e o questionamento do item *a* tinha a finalidade de saber se os alunos conseguiam identificar o conceito de metade.

Figura 36 – Questão 13 do pré-teste

13) Pinte $\frac{1}{2}$ de 100 unidades.



<p>Total de quadrinhos pintados:</p> <p>_____</p>

a) O que a quantidade de quadrinhos pintados representa em relação a quantidade total de quadrinhos?

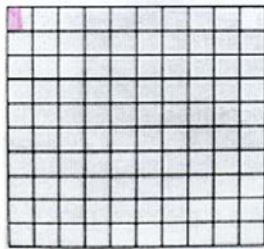
Fonte: Adaptada de ([VASCONCELOS, 2013](#), p. 66).

Dos 19 alunos que pintaram corretamente $\frac{1}{2}$ de 100 quadrinhos, apenas dez

responderam corretamente o item *a*, dizendo que a quantidade de quadradinhos a ser pintada (50), representa a metade dos 100. Os erros encontrados na questão foram: 14 alunos deram respostas aleatórias para a quantidade de quadradinhos a serem pintados (2, 3, 10, 12, 33 e 70), demonstrando não entenderem a questão; 12 disseram que deveria ser pintado um quadradinho e dois alunos deram como resposta $\frac{1}{2}$, como pode ser visto na Figura 37.

Figura 37 – Resposta da questão 13 do aluno A18

13) Pinte $\frac{1}{2}$ de 100 unidades.



Total de quadradinhos pintados:

1

a) O que a quantidade de quadradinhos pintados representa em relação a quantidade total de quadradinhos?

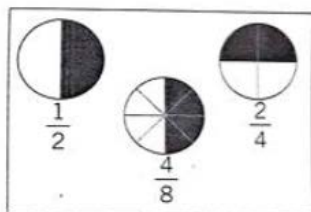
Fonte: Dados da pesquisa.

Percebe-se pela resposta do aluno A18 que ele entendeu que deveria pintar metade de um quadradinho e não metade dos 100 quadradinhos e, conseqüentemente, não conseguiu entender a pergunta do item *a*.

Por sua vez, a questão 14 (Figura 38), aberta, retirada de Vasconcelos (2013), teve o objetivo de analisar o entendimento dos alunos sobre frações equivalentes.

Figura 38 – Questão 14 do pré-teste

14) Por que estas frações são equivalentes?



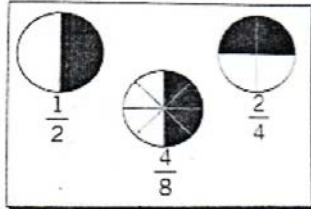
Fonte: (VASCONCELOS, 2013, p. 70).

Nota-se, pelas respostas dos alunos, que a maioria não entende o que são frações equivalentes; e dos que acertaram a questão, a maioria conseguiu observar apenas que as

figuras estavam pintadas pela metade e por isso são iguais. Na [Figura 39](#), encontra-se um exemplo de resposta de um dos alunos.

Figura 39 – Resposta da questão 14 do aluno A27

14) Por que estas frações são equivalentes?



Porque todas elas foram pintadas na metade.

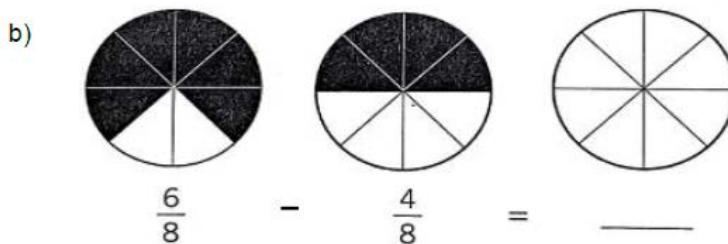
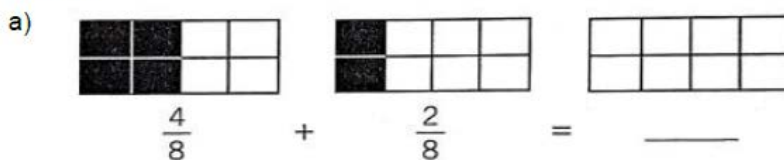
Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A27: "Porque todas elas foram pintadas na metade."(sic)

A questão 15 ([Figura 40](#)), adaptada de [Vasconcelos \(2013\)](#), foi escolhida para verificar se os alunos sabiam operar com frações, além do fato de conter a representação em figuras, contexto com o qual eles já estavam acostumados.

Figura 40 – Questão 15 do pré-teste

15) Efetue as operações indicadas e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.



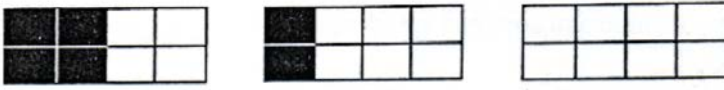
Fonte: ([VASCONCELOS, 2013](#), p. 74).

Dos 15 erros do item a e 22 do b, 11 alunos somaram os denominadores no primeiro item e diminuíram os denominadores no segundo ([Figura 41](#)), um erro muito comum dos alunos em questões de adição e subtração de frações.

Figura 41 – Resposta da questão 15 do aluno A53


15) Efetue as operações indicadas e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.

a)



$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$$

b)



$$\frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \frac{2}{8}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Após a análise do pré-teste, fica clara a importância de realizar o trabalho com frações e constatam-se alguns pontos que merecem a atenção da pesquisadora, os quais estarão presentes na sequência didática, que será descrita nas próximas seções.

- Muitos alunos desconhecem o significado dos termos de uma fração, desconhecendo assim, o significado do termo propriamente dito;
- Os discentes desconhecem o significado de fração como operador multiplicativo;
- Grande parte dos estudantes não sabe o que são frações equivalentes;
- As operações de adição e subtração de frações concentram grande parte da dificuldade dos educandos.

5.3 Aplicação da sequência didática e análise dos dados

As atividades da sequência didática, disponíveis no [Apêndice E](#), foram aplicadas para um total de 57 alunos, porém, nem todos eles participaram de todas as atividades. Na análise de cada atividade será mencionado o quantitativo de alunos participantes. Ressalta-se que cada turma participou das atividades em seu horário de aula, porém, a análise foi feita no geral, sem fazer a separação por turma. Para fins de identificação, os alunos serão tratados como A1, A2, A3,..., A57.

As atividades da sequência didática foram elaboradas seguindo as orientações dos PCN ([BRASIL, 1998](#), p. 71), que dizem que no 3º ciclo (6º e 7º anos) deve haver o

"Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos - cotidianos e históricos - e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador."; e as competências do Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (RIO DE JANEIRO, 2012) para o sexto ano do Ensino Fundamental II, listadas abaixo:

- Identificar frações equivalentes e as diferentes representações de uma mesma fração;
- Efetuar operações com frações;
- Resolver problemas significativos envolvendo frações;
- Resolver problemas com frações expressas na forma decimal.

O critério para a elaboração da sequência didática foi o de trabalhar com atividades que tivessem um potencial significativo para o aluno, ou seja, atividades que lhes fossem interessantes e que despertassem a disposição para aprender. Além disso, buscou-se também atividades que estimulassem a aprendizagem dos alunos por descoberta, que é caracterizada por David Ausubel como um tipo de aprendizagem significativa, relatada na seção 3.1.

A seguir, são detalhadas e analisadas as atividades que compuseram a sequência didática.

5.3.1 Atividade 1

A Atividade 1 aconteceu na sala de aula, em um tempo de aula (50min), com os objetivos de explorar o conceito de fração, compreender a representação fracionária, desenvolver a leitura de fração e o raciocínio lógico-matemático. A atividade foi realizada com sete grupos de cinco alunos, aqui identificados pelas letras maiúsculas de A a G, e cinco grupos de quatro alunos, identificados pelas letras de H a L. Ao todo, 55 discentes participaram desta atividade.

Antes da atividade, considerando a dificuldade de alguns educandos, identificada no pré-teste, em representar frações, a pesquisadora introduziu o conteúdo frações, em que mostrou por meio de uma barra de chocolate, discos de frações e frações na vertical, como representar uma fração, quais os elementos que a compõem e como fazer a leitura de fração.

Após a aula introdutória, a pesquisadora apresentou a atividade, um jogo de dominó de frações, composto por 28 peças. As peças do jogo são compostas por uma fração e a representação gráfica de outra fração.

A seguir, são apresentadas as instruções do jogo:

- Colocar as peças na mesa com a face virada para baixo e embaralhá-las;
- Cada jogador pega cinco peças e as peças restantes ficam reservadas, para serem utilizadas quando necessário;
- Um jogador, escolhido a critério do grupo, começa o jogo colocando uma peça no centro da mesa. Depois cada jogador, na sua vez, coloca uma peça na mesa de modo que as peças que se encostam representem a mesma fração;
- Caso o jogador não tenha a peça para continuar o jogo, ele “compra” novas peças na mesa, ou, caso não haja peças para serem compradas, passa a vez;
- Ganha o jogador que colocar todas as peças antes dos adversários.

Sabendo as instruções, os alunos formaram os grupos e iniciaram o jogo (Figura 42). A pesquisadora ainda foi solicitada em alguns grupos para explicar como jogar, pois os discentes não conheciam o jogo de dominó e alguns ainda tinham dúvidas na representação gráfica das frações, como constatado na questão 8 do pré-teste.

Figura 42 – Alunos jogando o dominó de frações



Fonte: Registros da atividade.

No decorrer do jogo, a pesquisadora fez algumas intervenções e auxiliou os educandos quando surgiam dúvidas. Além disso, ainda observou que os estudantes ajudavam uns aos outros quando havia algum aluno que encaixava a peça no lugar errado. Esse trabalho colaborativo possibilitou um aprendizado significativo.

De acordo com [Silva, Costa e Santos \(2008\)](#), a colaboração é um facilitador do desenvolvimento cognitivo, pois é durante a aprendizagem colaborativa que as pessoas adquirem conhecimento e executam novas competências.

No término da atividade, a pesquisadora solicitou que os alunos fizessem um texto coletivo, relatando o que aprenderam com o jogo, quais as dificuldades que tiveram e o que acharam dele.

Segundo Smole (1996), é interessante que as crianças reflitam sobre a atividade, fazendo registros individuais ou coletivos e trocando impressões.

Alguns grupos não elaboraram textos, só escreveram frases individuais, em que cada um colocou sua opinião sobre o jogo; mas, alguns conseguiram organizar coletivamente suas ideias, como se pode ver, na Figura 43, os registros dos grupos D e G sobre esta atividade.

Figura 43 – (A) Registro do grupo D e (B) Registro do grupo G - Atividade 1

(A) Registro do Grupo D - Atividade 1

Domínio de Frações

Nosso grupo achou muito divertido, e jogamos duas partidas. Relembramos o que aprendemos sobre frações, então podemos dizer que o domínio de frações estimula a aprendizagem e ajuda a aprender melhor frações.

O jogo é muito interessante. Ele é um jogo parecido com domínio, mas de uma maneira diferente, pois ensina sobre frações e a pensar em união, desse modo conseguimos desenvolver nossos estudos em matemática. Desse jeito aprendemos melhor a resolver frações.

(B) Registro do Grupo G - Atividade 1

O jogo Domínio de Frações é interessante, divertido e muito educativo, pois com ele podemos pensar muito mais. No começo tivemos bastante dificuldade, mas nossa professora nos explicou como se joga, e conseguimos entender o jogo.

Com o jogo Domínio de Frações, conseguimos concluir, que aprendemos a matéria sobre frações. Enfim, nossa equipe gostou muito do jogo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebe-se pelos registros dos alunos e pela observação do comportamento deles durante a atividade, que o jogo, além de motivador, foi um recurso importante para a aprendizagem dos discentes.

5.3.2 Atividade 2

A Atividade 2 aconteceu no refeitório do colégio, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de explorar os conceitos de fração já estudados em sala de aula, tais como: comparação de frações com denominadores iguais, com numeradores iguais e com numeradores e denominadores diferentes; frações equivalentes; operações de adição, subtração e multiplicação de frações, através da culinária. A atividade foi realizada por 55 alunos, aqui, identificados como A1, A2, ..., A55.

Antes de iniciar a atividade, a pesquisadora solicitou aos educandos como medida de higiene, que lavassem as mãos e seguissem para o refeitório. Cada aluno recebeu uma touca. Eles entraram animados, fazendo algumas perguntas, como: "Vai ter comida?", "A aula hoje vai ser aqui?", "O que nós vamos fazer, professora?".

A pesquisadora iniciou com uma conversa informal sobre receitas que contêm frações como unidades de medida e apresentou a receita de cobertura de chocolate, que aparece na [Figura 44](#), que eles iriam preparar. Os ingredientes e as xícaras que iriam utilizar para medir os ingredientes também estavam sobre a mesa.

Figura 44 – Receita e material para preparar a cobertura de chocolate



Fonte: Registros da atividade.

Para começar, a pesquisadora escolheu alguns alunos para participarem do preparo da cobertura ([Figura 45](#)) e os outros acompanharam atentos. Durante o preparo, a pesquisadora alertou que uma receita não seria suficiente para cobrir o bolo e que seria necessário dobrar as medidas dos ingredientes. Os próprios discentes foram falando quanto teriam que colocar a mais para dobrar a quantidade de ingredientes e a pesquisadora só agiu como mediadora da atividade, dando as orientações necessárias.

Figura 45 – Registro dos alunos preparando a receita



Fonte: Registros da atividade.

Após colocarem todos os ingredientes no refratário e misturarem, o conteúdo foi entregue à cozinheira do colégio para levá-la ao fogo. Enquanto isso, os alunos responderam a atividade, disponível no [Apêndice E](#).

A primeira parte da atividade conteve a receita da cobertura de chocolate e algumas perguntas referentes a ela. As três primeiras questões abordaram a comparação de frações e as outras três a adição de frações ou multiplicação de fração por número inteiro.

Na **questão 1** foi proposto que representassem nas figuras a quantidade de leite e leite condensado usados na receita. Alguns educandos confundiram-se nesta representação e pintaram a figura de acordo com a quantidade utilizada na receita que fizeram, que foi duplicada. Isso não foi considerado como uma dificuldade.

As **questões 2 e 3** estavam relacionadas à questão 1, pois foi sugerido que observassem as figuras para compararem as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$. Não houve dificuldades nestas questões, dado que os estudantes já haviam visto na prática durante o preparo da receita. É possível observar na [Figura 46](#) a resposta do aluno A36.

Figura 46 – Registro de resposta do aluno A36 - Atividade 2

1. Represente as quantidades de leite e de leite condensado nas xícaras:



Leite



Leite condensado

2. Para fazer a cobertura, usamos mais leite ou leite condensado? Mais leite
3. Então, qual fração é maior: $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa.

As questões 4, 5 e 6 tiveram a finalidade de duplicarem, triplicarem e quadruplicarem os ingredientes da receita, respectivamente.

De acordo com Smole e Diniz (2016, p. 31), "As receitas, ao serem duplicadas ou triplicadas para servir a mais pessoas, são contexto interessante para que os alunos pensem sobre adição, multiplicação de frações por inteiros e equivalência."

Na **questão 4**, a proposta foi duplicar a receita, a fim de saber a quantidade de ingredientes necessários para fazer duas receitas de cobertura de chocolate. Como a receita que prepararam já havia sido duplicada, não houve muitas dificuldades nesta questão, pois os alunos já sabiam que deviam somar as quantidades e já haviam visto a quantidade necessária durante o preparo. Apesar disso, ainda houve discentes que repetiram a receita ou somaram os denominadores das frações; porém, o resultado foi satisfatório, pois a maioria resolveu corretamente a questão, e ainda conseguiu identificar que $\frac{2}{2}$ de xícara de leite e de chocolate em pó é igual a uma xícara inteira, como podemos observar no registro do aluno A13 na Figura 47.

Figura 47 – Registro de resposta da questão 4 do aluno A13 - Atividade 2

4. Para fazer duas receitas de cobertura de chocolate qual a quantidade que vamos utilizar de cada ingrediente?

1 xícara (chá) de leite

$\frac{2}{4}$ xícara (chá) de leite condensado

1 xícara (chá) de chocolate em pó

4 colheres de sopa de açúcar

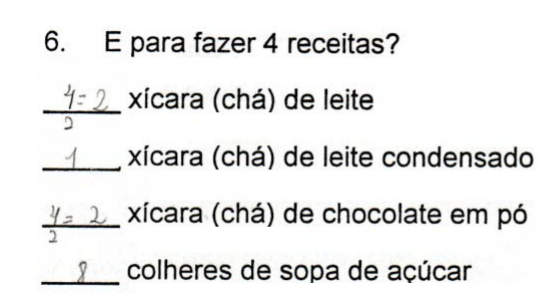
Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 5**, o objetivo foi triplicar a receita, sendo necessário multiplicar as quan-

tidades dos ingredientes por 3 ou fazer uma soma de três parcelas iguais. Os estudantes identificaram corretamente que deveriam multiplicar as quantidades por 3, mas houve alunos que multiplicaram incorretamente as frações, fazendo a multiplicação de todos os termos por 3 ou ainda que multiplicaram apenas o denominador e repetiram o numerador. Apesar disso, a maioria resolveu corretamente a questão.

Na **questão 6**, a proposta foi saber a quantidade de ingredientes necessária para fazer 4 receitas de cobertura, então foi necessário que os discentes identificassem que deveriam quadruplicar as quantidades de ingredientes da receita. Os erros cometidos nas outras questões também foram encontrados aqui, porém, houve um resultado satisfatório, pois a maioria resolveu corretamente a questão e conseguiu identificar que $\frac{4}{2}$ de xícara de leite é igual a 2 xícaras e que $\frac{4}{4}$ de xícara de leite condensado é igual a uma xícara inteira, como podemos observar na [Figura 48](#) a resposta do aluno A24.

Figura 48 – Registro de resposta da questão 6 do aluno A24 - Atividade 2



6. E para fazer 4 receitas?

$\frac{4=2}{2}$ xícara (chá) de leite

1 xícara (chá) de leite condensado

$\frac{4=2}{2}$ xícara (chá) de chocolate em pó

8 colheres de sopa de açúcar

Fonte: Dados da pesquisa.

Na segunda parte da atividade, as questões foram voltadas para uma receita de bolo de chocolate que continha algumas quantidades fracionárias de ingredientes, como mostra a [Figura 49](#).

Figura 49 – Receita do bolo de chocolate - Atividade 2

Bolo de chocolate

Receita	
3	OVOS
2	COLHERES DE MANTEIGA
3	XÍCARAS (CHÁ) DE AÇÚCAR
4	XÍCARAS (CHÁ) DE TRIGO
1 $\frac{1}{2}$	XÍCARA DE CHOCOLATE EM PÓ
1 $\frac{1}{2}$	COLHER DE FERMENTO
$\frac{1}{4}$	XÍCARA (CHÁ) DE ÓLEO
3	XÍCARA (CHÁ) DE LEITE

Fonte: Elaboração própria.

Na **questão 7**, a proposta foi representar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{4}$, correspondentes às quantidades de leite e de óleo da receita, nas figuras de xícaras. Não houve dificuldades nesta questão.

Nas **questões 8 e 9**, por sua vez, a proposta foi comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{4}$. Os alunos deveriam observar que a maior fração é a de numerador maior, pois os denominadores são iguais. Na questão 8, não houve dificuldades, pois todos os discentes conseguiram identificar pelas figuras que pintaram na questão 7 que foi utilizado mais leite do que óleo na receita; porém, na questão 9, alguns educandos não conseguiram entender que se a receita usa mais leite, então a maior fração é $\frac{3}{4}$. Isso pode ser observado na resposta do aluno A15, na **Figura 50**. Esta dificuldade na interpretação da questão foi notada na questão 12 do pré-teste.

Figura 50 – Registro das respostas das questões 7 a 9 do aluno A15 - Atividade 2

7. Represente as quantidades de leite e de óleo nas xícaras:



Leite



Óleo

8. Para fazer o bolo, usamos mais leite ou óleo? leite
9. Então, qual fração é maior: $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{4}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 10**, os alunos deveriam explicar o que eles entenderam por $1\frac{1}{2}$ de xícara de chocolate em pó. O objetivo foi saber se eles sabiam o significado de um número misto.

Questões como esta causam muita dificuldade nos alunos, pois muitas vezes eles sabem o sentido da palavra, mas não sabem conceituá-lo.

Alguns educandos explicaram com figuras, como pode-se observar no registro do aluno A20, na **Figura 51 (A)**.

Segundo **Smole et al. (2000, p. 28)**, "[...] o desenho é importante não só para o aluno expressar a solução que encontrou para a situação proposta, mas também funciona como um meio para que a criança reconheça e interprete os dados do texto."

A maioria, porém, conseguiu responder com palavras a questão, como mostra o registro do aluno A45, na **Figura 51 (B)**.

Na **questão 11**, a proposta foi representar o número misto correspondente à quantidade de chocolate em pó da receita nas figuras de xícaras. Não houve problemas nesta questão.

Figura 51 – (A) Registro de resposta da questão 10 do aluno A20 e (B) Registro de respostas das questões 10 e 11 do aluno A45 - Atividade 2

(A) Registro da resposta da questão 10 do aluno A20

10. O que você entende por $1\frac{1}{2}$ xícara de chocolate em pó?



(B) Registro do aluno A45

10. O que você entende por $1\frac{1}{2}$ xícara de chocolate em pó?

Uma xícara inteira e uma xícara pela metade

11. Represente nas xícaras abaixo a quantidade de chocolate em pó usado na receita:



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao encerrar a segunda parte da atividade, a pesquisadora fez a repartição do bolo em 28 pedaços, juntamente com os alunos (**Figura 52**). Esta quantidade de pedaços foi escolhida, pois uma das turmas em que foi realizada a pesquisa possuía 28 alunos, e nas outras havia menos. Ressalta-se que cada turma participou desta atividade em seu horário de aula.

Durante o momento em que a pesquisadora repartia o bolo, aproveitou para proporcionar um momento de aprendizado, pois os alunos iam interagindo com a mesma explicitando como deveria ser feita a repartição do bolo.

Os alunos observaram que, como o bolo era retangular, para dividi-lo em 28 partes iguais, deveriam ser cortados quatro pedaços na horizontal e sete na vertical. A pesquisadora também aproveitou o momento para explicar que o conceito de fração exige divisões em partes iguais, dizendo que se cortassem o bolo em partes diferentes, o aluno que ficasse com o pedaço menor sentiria-se injustiçado, dado que comeria menos do que o aluno que ficou com um pedaço maior.

Figura 52 – Bolo de chocolate com a cobertura feita pelos alunos



Fonte: Elaboração própria.

Após a repartição do bolo, os alunos responderam à terceira parte da atividade, que conteve questões voltadas para a representação de frações do bolo; a comparação e adição de frações.

Nas **questões 12, 13 e 14**, a finalidade foi a de representar a fração do bolo que cada um comeu, a parte comida pela turma e a que sobrou do bolo. Foram questões que não apresentaram problemas, respectivamente. Na [Figura 53](#), pode ser visto o registro das respostas do aluno A18.

Em contrapartida, a **questão 15**, foi um problema com duas perguntas referentes à comparação e à adição de frações com denominadores iguais. No item *a*, os alunos deveriam comparar as frações $\frac{2}{28}$ e $\frac{3}{28}$ para responder quem comeu mais bolo - João, que comeu $\frac{2}{28}$, ou José, que comeu $\frac{3}{28}$. O item *b* quis saber qual fração do bolo os dois comeram juntos, e os alunos deveriam somar estas frações. Poucos discentes responderam incorretamente às questões. Os erros prevaleceram no item *b*, em que alguns alunos subtraíram as frações em vez de adicionarem, outros somaram os denominadores e um aluno não entendeu a pergunta e respondeu qual era a fração maior. Apesar desses erros, a maioria teve um bom desempenho, como pode ser observado no registro do aluno A18,

na Figura 53.

Figura 53 – Registro de respostas das questões 12 a 15 do aluno A18 - Atividade 2

12. Se o bolo for repartido em 28 pedaços e cada aluno comer um pedaço, qual fração do bolo cada um comeu? $\frac{1}{28}$

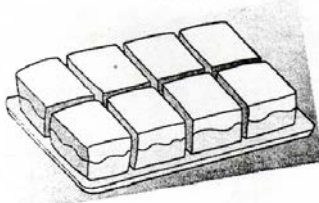
13. Qual é a fração que representa a parte do bolo comida pela turma? $\frac{24}{28}$

14. Qual é a fração que representa o que sobrou do bolo? $\frac{4}{28}$

15. Se João comeu $\frac{2}{28}$ do bolo e José comeu $\frac{3}{28}$, responda:

a) Quem comeu mais bolo? José

b) Qual fração do bolo os dois comeram juntos? $\frac{5}{28}$



Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 16**, a proposta foi comparar duas frações com denominadores diferentes e justificar com cálculos ou com figuras.

Para [Smole et al. \(2000\)](#), o educando ao verbalizar os procedimentos que adotam, justificando-os, modifica conhecimentos prévios e constrói novos significados para ideias matemáticas.

Os alunos deveriam chegar à conclusão de que as frações eram equivalentes. Esta foi a questão mais complexa desta atividade para os alunos, pois a maioria teve dificuldade de justificá-la e chegar na resposta correta.

Na [Figura 54](#), observa-se que o aluno A16 não soube justificar corretamente o seu raciocínio com figuras, já que pela forma que as desenhou, a fração $\frac{4}{28}$ aparentou ser maior que $\frac{1}{7}$, e, então, respondeu incorretamente que Ana comeu mais que Maria. Este erro, grosso modo, leva-nos a constatar a dificuldade na noção de equivalência de frações.

Figura 54 – Registro da resposta da questão 16 do aluno A16 - Atividade 2

16. Se Maria comeu $\frac{1}{7}$ do bolo e Ana comeu $\frac{4}{28}$, quem comeu mais bolo? Justifique com cálculos ou com figuras.

R: Ana comeu mais bolo



Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A16: "Ana comeu mais bolo."

É importante destacar nesta questão, a dificuldade dos educandos na conservação da área de figuras que representam frações, visto que ao desenharem as figuras, muitos não tiveram a preocupação em dividi-la em partes iguais.

Pode-se observar, na **Figura 55**, que o aluno A26 fez o cálculo para encontrar frações equivalentes e acertou a questão. Já o aluno A21 chegou à resposta correta, fazendo a simplificação da fração $\frac{4}{28}$.

Figura 55 – (A) Registro da resposta da questão 16 do aluno A26 (B) Registro da resposta da questão 16 do aluno A21 - Atividade 2

(A) Registro do aluno A26

16. Se Maria comeu $\frac{1}{7}$ do bolo e Ana comeu $\frac{4}{28}$, quem comeu mais bolo? Justifique com cálculos ou com figuras.

$\frac{1}{7} = \frac{4}{28}$ R. *Eles dois comeram a mesma quantidade*

(B) Registro do aluno A21

16. Se Maria comeu $\frac{1}{7}$ do bolo e Ana comeu $\frac{4}{28}$, quem comeu mais bolo? Justifique com cálculos ou com figuras.

$\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ $\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

Ninguém comeu mais eles comeram a mesma quantidade

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A26: " $\frac{1}{7} = \frac{4}{28}$. Os dois comeram a mesma quantidade."

Resposta do aluno A21: " $\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ Ninguém comeu mais eles comeram a mesma quantidade."(sic)

Observa-se, nesta atividade, a dificuldade que os discentes têm de comparar frações com denominadores diferentes. Esta dificuldade pode estar pautada na falta de entendimento da noção de equivalência de frações, notada na questão 14 do pré-teste.




No final da atividade, havia uma questão para os educandos deixarem sua opinião sobre a aula.

Ao serem questionados, na **questão 17**, sobre o que acharam da aula, a maioria dos alunos (74%) respondeu que amou, 24% dos alunos responderam que gostaram e apenas 2% deles não gostaram da aula, justificando que queriam ter comido mais bolo.

Nas figuras 56, 57 e 58, pode-se observar os comentários de alguns alunos sobre o que acharam da aula.

Figura 56 – Opinião do aluno A26 sobre a Atividade 2

17. O que você achou desta aula?

Deixe um comentário:




É bem mais fácil aprender assim as frações

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A26: "É bem mais fácil aprender assim as frações."

Figura 57 – Opinião do aluno A30 sobre a Atividade 2

17. O que você achou desta aula?

Deixe um comentário:




Eu gostei muito porque não foi na sala. E porque teve bolo

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A30: "Eu gostei muito porque não foi na sala. E porque teve bolo."

Figura 58 – Opinião do aluno A3 sobre a Atividade 2

17. O que você achou desta aula?

() (X) ()

Deixe um comentário:

gostei porque foi uma aula diferente, fora da sala.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A3: "Gostei porque foi uma aula diferente, fora da sala."

Na **questão 18**, a pesquisadora perguntou se eles consideraram que a atividade foi satisfatória para a aprendizagem deles, e de forma unânime, responderam que sim.

Ao final, todos comeram o bolo e muitos comentaram de que gostaram muito da atividade e que queriam mais aulas assim.

Nota-se, pelos registros dos alunos, que uma atividade fora da sala de aula atrai o interesse deles e, conseqüentemente, torna o aprendizado mais prazeroso e significativo. Portanto, conclui-se que a atividade contribuiu satisfatoriamente para o aprendizado dos discentes.

5.3.3 Atividade 3

A Atividade 3 aconteceu na sala de aula, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de comparar frações com denominadores diferentes e calcular frações equivalentes. A atividade foi realizada com oito grupos de quatro alunos, aqui identificados pelas letras maiúsculas de A a H, dois grupos de cinco alunos, identificados pelas letras I e J e dois grupos de seis alunos, identificados pelas letras de K e L. Ao todo, 54 estudantes participaram desta atividade.

Antes de apresentar a atividade, a pesquisadora promoveu uma aula de revisão sobre a comparação de frações, considerando que alguns alunos apresentaram dificuldade neste conteúdo, identificada na questão 12 do pré-teste e na atividade anterior.

Durante esta revisão, a pesquisadora utilizou materiais didáticos manipulativos, como o material já citado no [Capítulo 4](#), frações na vertical ([Figura 59](#)), e xícaras divididas em duas e quatro partes ([Figura 60](#)), produzidas pela pesquisadora e utilizadas na Atividade 2. Desde o início da aula, já era notável o interesse dos discentes, devido aos recursos que estavam sendo utilizados.

Figura 59 – Material fração na vertical utilizado na aula



Fonte: Registro da aula.

Figura 60 – Xícaras utilizadas na aula

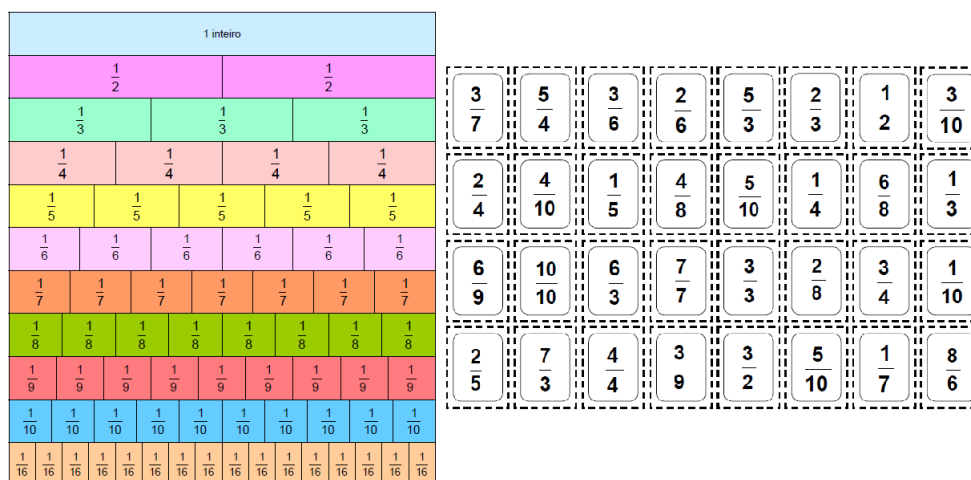


Fonte: Registro da aula.

Após esse momento de revisão, a pesquisadora apresentou a atividade, que consistiu no jogo Papa todas de frações, composto por uma tira de frações e um baralho de 32 cartas com frações (Figura 61), e passou as seguintes instruções do jogo, disponível em Mathema (2019):

- Coloca-se a tabela com as tiras de fração no centro da mesa de forma que todos a vejam;
- O baralho é distribuído entre os jogadores, sem que as cartas sejam vistas;
- Cada jogador coloca suas cartas em uma pilha com os números virados para baixo;
- Os jogadores combinam um sinal entre si para iniciar o jogo. Daí, todos viram a carta de cima de sua pilha ao mesmo tempo e comparam as frações;
- O jogador que tiver a carta com a maior fração vence a rodada e fica com todas as cartas (papa todas);
- Se necessário, a tabela de tiras de frações pode ser usada para fazer as comparações;
- Se houver duas cartas de mesmo valor, ou seja, com frações equivalentes, todas as cartas ficam na mesa e na próxima rodada, o jogador com a maior carta "papa" todas, inclusive as da rodada anterior;
- O jogo termina quando as cartas acabarem e o vencedor é o jogador com mais cartas.

Figura 61 – Tira de frações e cartas do jogo Papa todas de frações

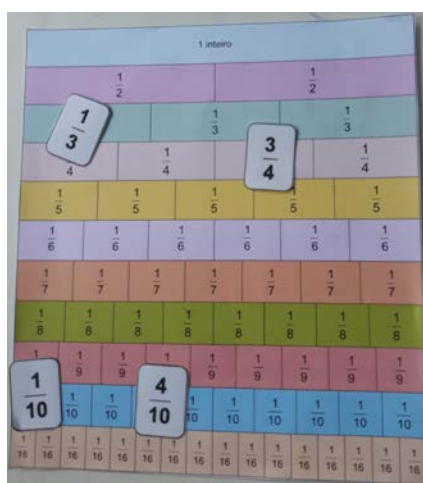


Fonte: Registros da atividade.

Sabendo as instruções, os alunos formaram os grupos, receberam o material, composto pelas cartas e tira de frações, e iniciaram o jogo.

No início, sentiram muita dificuldade, e a pesquisadora precisou passar em cada grupo, para dar orientações de como jogar. Passado um tempo, os alunos foram criando suas próprias estratégias de como comparar as frações, utilizando a tira de frações (Figura 62), e se divertiram jogando. Alguns discentes conseguiram observar, durante o jogo, que as frações impróprias e as aparentes são sempre maiores que as frações próprias, como é visto no registro do grupo J (Figura 64) e na fala do aluno A49 durante o jogo: "Tia, as frações que dão número inteiro são maiores que as que tem o numerador menor?"(sic).

Figura 62 – Registro da estratégia de um grupo para comparar as frações



Fonte: Registros da atividade.

Todos os alunos conseguiram realizar a atividade e foi nítido o entusiasmo deles durante o jogo. Alguns grupos jogaram mais de uma vez.

Na [Figura 63](#), pode-se observar os alunos jogando.

Figura 63 – Alunos jogando o jogo Papa todas de frações



Fonte: Registros da atividade.

Ao final da atividade, foi solicitado que os grupos elaborassem um texto detalhando suas opiniões sobre o jogo, dificuldades que encontraram e suas observações sobre o que aprenderam.

Ao propor a produção de um texto ao final de uma atividade com material didático, o professor pode perceber em quais pontos os alunos apresentaram mais incompreensões e em quais eles avançaram, se o principal foi compreendido e quais intervenções seriam necessárias fazer (SMOLE; DINIZ, 2016).

Na [Figura 64](#), pode ser visto o texto produzido pelo grupo J sobre esta atividade.

Figura 64 – Registro do grupo J - Atividade 3

Leitamos o jogo muito legal. Nós nos divertimos aprendendo a comparar as frações. Não tivemos dificuldade em jogar o jogo e melhoramos a nossa aprendizagem em comparar as frações.

Aprendemos que as frações impróprias são maiores que as frações próprias e o inteiro. O jogo não é muito difícil, porém precisa de raciocínio e cooperação entre nós.

Fonte: Dados da pesquisa.

Além dos registros, os alunos também relataram oralmente que gostaram e se divertiram muito com o jogo.

Conclui-se, então, que o jogo foi um recurso motivador no processo de aprendizagem, visto que contribuiu para o aprendizado dos alunos.

5.3.4 Atividade 4

A Atividade 4 aconteceu na sala de aula, em três tempos de aula (2h30min), com os objetivos de utilizar as peças do Tangram como unidade de comparação, relacionar a representação gráfica das peças do jogo com as frações que as representam e explorar a soma de frações. A atividade foi realizada com duas duplas, aqui identificadas pelas letras maiúsculas A e B, dois trios, identificados pelas letras C e D, dez grupos de 4 alunos, identificados pelas letras de E a N, e um grupo de 6 alunos, identificado pela letra O. Ao todo, 56 alunos participaram desta atividade.

A pesquisadora introduziu a atividade com uma apresentação em slides, disponível no [Apêndice H](#), transmitida pela televisão da sala de aula ([Figura 65](#)), elaborada pela própria. Esta apresentação conteve a configuração das peças do Tangram, sua origem, a explicação de como montar as figuras e vídeos¹ da montagem de diversas figuras, como, objetos, animais e pessoas.

Figura 65 – Alunos assistindo aos vídeos sobre o Tangram



Fonte: Registros da atividade.

Os discentes mostraram-se animados já no início da apresentação dos slides, e, durante os vídeos faziam comentários sobre as figuras que as peças iam formar, como: "É um cavalo!"; "É um cachorro!"; "Vai formar uma vela!".

¹ Disponíveis em: <https://www.youtube.com/watch?v=wq5RB9s8utM&t=88s>,
https://www.youtube.com/watch?v=_5qrd9xApJI&t=16s,
<https://www.youtube.com/watch?v=dMiHW3fcDF4&t=12s>. Acesso em: 19 mar. 2019.

Após as apresentações, e já com os grupos formados, a pesquisadora entregou um Tangram para cada aluno, que foram confeccionados pela própria, e as folhas de atividades por grupo.

Na primeira etapa da atividade, foi sugerido aos alunos que observassem as peças do Tangram e as comparassem, respondendo algumas perguntas, tais como:

1. *Quantos triângulos médios são necessários para formar um triângulo grande?*
2. *Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo médio?*
3. *Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo grande?*
4. *Que outras peças do Tangram podem ser formadas utilizando apenas os triângulos pequenos? E quantos?*
5. *Para preencher todo o quadrado do jogo, são necessários quantos:*
 - a) *triângulos grandes?*
 - b) *triângulos médios?*
 - c) *triângulos pequenos?*
 - d) *quadrados?*
 - e) *paralelogramos?*

Para responder a essas questões, os discentes deveriam manusear os Tangrams, como pode ser visto na [Figura 66](#), e fazer substituições das peças, por triângulos médios e pequenos.

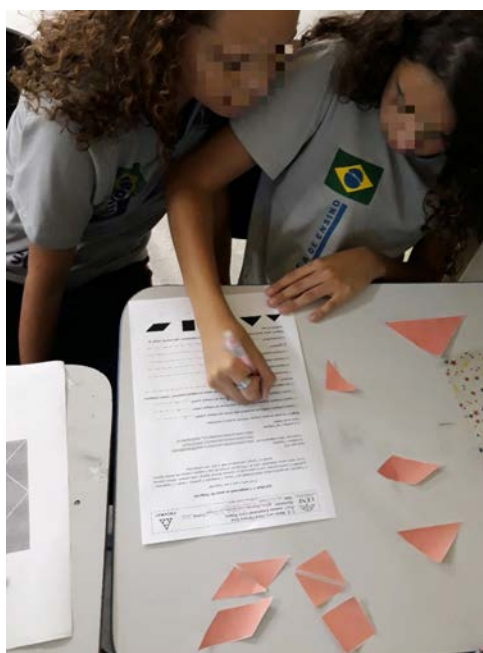
Nas **questões 1, 2 e 3**, os grupos não tiveram dificuldade, pois conseguiram fazer as substituições facilmente. Na **questão 4**, algumas equipes não conseguiram identificar que o quadrado e o paralelogramo podem ser formados por dois triângulos pequenos. Neste momento, a pesquisadora precisou auxiliá-los, e, ao mostrar que o quadrado poderia ser substituído por dois triângulos pequenos, os grupos já identificavam facilmente o paralelogramo. Na [Figura 67](#), é possível ver um grupo resolvendo esta questão.

Figura 66 – Alunos resolvendo a questão 2 - Atividade 4



Fonte: Registros da atividade.

Figura 67 – Alunos resolvendo questão 4 - Atividade 4



Fonte: Registros da atividade.

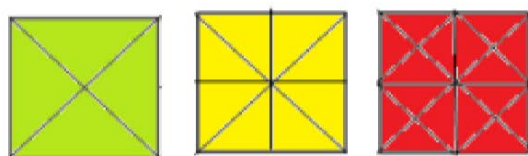
Para a **questão 5**, foi dado um Tangram, impresso em papel e não recortado, para que pudessem preenchê-lo com as peças dos seus Tangrans e respondessem às questões propostas.

Neste momento, a pesquisadora retroprojetou o slide (Figura 68) preparado para a aula, a fim de que se orientassem.

Figura 68 – Slide da aula para questão 5 - Atividade 4

Frações no Tangram

Outras formas de montar o Tangram só com triângulos de mesmo tamanho:



Fonte: Registros da atividade.

No item *a* desta questão, ao usar os triângulos grandes para recobrir o quadrado do Tangram, deveriam perceber que seriam necessários quatro triângulos grandes, como pode ser visto na resolução de um grupo registrado na [Figura 69](#). Já no item *b*, deveriam perceber que ao substituírem cada triângulo grande pelo médio, seriam necessários dois médios para cada triângulo grande, portanto, a resposta para o item *b* deveria ser o dobro do número de triângulos grandes, ou seja, oito triângulos médios. Os grupos não apresentaram dificuldade nestes itens.

Figura 69 – Alunos resolvendo a questão 5 item a - Atividade 4



Fonte: Registros da atividade.

No item *c*, como os grupos não tinham triângulos pequenos suficientes para recobrir o Tangram, foi necessário relacionar os triângulos pequenos, médios e grandes, seguindo o

raciocínio: cada triângulo grande pode ser substituído por quatro triângulos pequenos, como foi visto na questão 3; então, para preencher o Tangram, são necessários 16 triângulos pequenos. Algumas equipes apresentaram dificuldade no raciocínio deste item e foram orientadas pela pesquisadora.

Os itens *d* e *e* foram os que apresentaram maior dificuldade de entendimento. Alguns grupos tentaram recobrir o Tangram com os quadrados e afirmaram que seriam necessários nove quadrados, outros tentaram recobrir com os paralelogramos e observaram que não seria possível. Neste momento, foi necessária a intervenção da pesquisadora, instigando-os a perceber que o quadrado e o paralelogramo ocupam o mesmo espaço que dois triângulos pequenos, ou seja, o mesmo espaço de um triângulo médio, para que, assim, descobrissem que seriam necessários oito quadrados e oito paralelogramos para recobrir o Tangram.

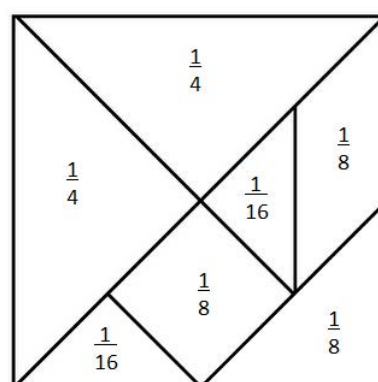
Na **questão 6**, última desta etapa, os alunos deveriam estabelecer relações entre as peças e as frações, utilizando as relações descobertas nas questões anteriores. Alguns grupos apresentaram dificuldade nesta questão, pois estavam escrevendo frações utilizando as sete peças do Tangram (exemplo: $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$), como se as peças fossem de tamanhos iguais.

Verifica-se, aqui, uma dificuldade muito comum dos alunos, já observada na atividade 2, e que é caracterizada por [Merlini \(2005\)](#) como desprezo da conservação da área, visto que, ao considerar a relação parte-todo, o aluno não considera a conservação da área dividida, ou seja, não considera que as partes divididas devem ser iguais.

Neste momento da atividade, a pesquisadora precisou intervir e lembrar que, para escrever frações, as partes divididas devem ser iguais, assim, deveriam usar as informações da questão anterior. Portanto, as respostas para esta questão seriam: $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{8}$.

Observa-se, na [Figura 70](#), a relação entre as peças do Tangram e as frações.

Figura 70 – Frações nas peças do Tangram



Fonte: Elaboração própria.

Ao iniciar a segunda etapa, a pesquisadora promoveu uma discussão sobre as relações existentes entre as peças do Tangram, descobertas na etapa anterior, estabe-

lecendo relações de equivalência de frações, como por exemplo, o triângulo médio que ocupa metade do grande, pois, para cada triângulo grande são necessários dois médios, então, $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$. O quadrado e o paralelogramo podem ser ocupados por dois triângulos pequenos, assim como o triângulo médio, então o quadrado e o paralelogramo também correspondem à metade do triângulo grande. O triângulo pequeno corresponde à metade do médio, e também à quarta parte do triângulo grande. Após esta discussão, os alunos já tinham uma base para realizarem as próximas questões.

Na **questão 1** desta etapa, constaram oito afirmações, sendo sete verdadeiras e uma falsa. Com o Tangram em mão, os discentes deveriam manuseá-lo para encontrarem a afirmação falsa e corrigi-la.

Mesmo com as orientações, alguns grupos ainda apresentaram dificuldade em encontrar a afirmação falsa. Alguns grupos ficaram em dúvida no item *b* e outros no item *d*, porém, ao analisarem o item *g*, perceberam que este era o item falso. Vale ressaltar, também, que alguns grupos assinalaram a resposta correta, mas justificaram incorretamente.

Na **Figura 71**, vê-se o registro do grupo K, que justificou corretamente a questão.

Figura 71 – Registro do grupo K - Atividade 4

Discuta com seu grupo a afirmação errada e pense que mudança seria necessária para torná-la correta.
 Para cobrir o Tangram são necessários 4 triângulos grandes, e para cobrir a área dos 4 triângulos grandes são necessários 16 triângulos pequenos.
 Correção: cada triângulo pequeno do Tangram representa $\frac{1}{16}$ do jogo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do grupo K: "Para cobrir o Tangram são necessários 4 triângulos grandes, e para cobrir a área dos 4 triângulos grandes são necessários 16 triângulos pequenos. Correção: Cada triângulo pequeno do Tangram representa $\frac{1}{16}$ do jogo."

Já familiarizados com a representação fracionária das peças do Tangram, na **questão 2**, foi proposto que representassem, em forma de fração, a parte montada de um Tangram, ou seja, os alunos deveriam somar as frações correspondentes a cada peça utilizada na montagem, que foram o triângulo grande, o médio e o paralelogramo. A dificuldade desta questão pautou-se no fato de haver frações com denominadores diferentes, porém, o resultado foi satisfatório, pois a maioria dos grupos conseguiu utilizar a equivalência para resolver a adição. Os poucos erros que tiveram na questão foram na utilização das frações erradas e na soma dos denominadores.

Pode-se observar, na **Figura 72**, o registro da resposta do grupo E a esta questão,

que respondeu corretamente, porém, esqueceu-se de simplificar o resultado e concluir que havia sido montado metade do Tangram.

Figura 72 – Registro do grupo E - Atividade 4

2. Pense e responda!
Um aluno começou a montar seu Tangram e já acomodou um triângulo grande, o médio e o paralelogramo. Que fração representa a parte já montada do Tangram?

$\frac{2}{4}$, porque o triângulo e o paralelogramo representa $\frac{1}{8}$ e o triângulo grande representa

$$\frac{1}{4}; \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do grupo E: " $\frac{2}{4}$, porque o triângulo e o paralelogramo representa $\frac{1}{8}$ e o triângulo grande representa $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ "

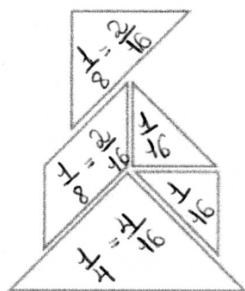
Na terceira etapa, o objetivo foi o de somar frações com denominadores diferentes, utilizando as peças do Tangram.

Nas **questões 1 e 2**, foram dadas figuras que não eram compostas com todas as sete peças do Tangram, e pediu-se para calcular o valor de cada figura. Os alunos deveriam somar as frações correspondentes a cada peça.

Alguns grupos utilizaram as relações de equivalência entre as peças e substituíram as frações correspondentes às peças por frações equivalentes às frações correspondentes ao triângulo pequeno, assim, somaram frações com o mesmo denominador, como vemos na [Figura 73](#) o registro da resposta da questão 1 do grupo L.

Figura 73 – Registro da resposta do grupo L - Atividade 4

1. A figura a seguir não foi construída com todas as 7 peças do Tangram. Tente montá-la e descubra qual o seu valor (soma).



$$\frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} + \frac{10}{16}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 2**, alguns grupos confundiram os triângulos pequenos com os médios, o que os levou a utilizar as frações erradas. Esse fato pode ser justificado pela atividade ter sido copiada em preto e branco, o que fez com que os discentes não conseguissem identificar o tamanho dos triângulos. Portanto, recomenda-se que esta atividade seja aplicada de forma colorida.

Na **Figura 74**, pode ser visto o registro das respostas do grupo J, em que no item c, o grupo utilizou a fração correspondente ao triângulo médio, sendo que o correto seria a do triângulo pequeno.

Figura 74 – Registro da resposta do grupo J - Atividade 4

2. Calcule o valor de cada uma das figuras montadas abaixo. (Dica: sobreponha as peças, se necessário)

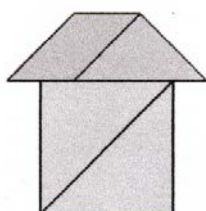


Figura A

$$\frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{4}{16} + \frac{4}{16} =$$

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

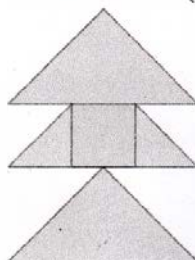


Figura B

$$\frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} =$$

$$\frac{3}{4}$$



Figura C

$$\frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} =$$

$$\frac{8}{16} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 3**, os alunos deveriam montar uma figura que tivesse o mesmo valor (soma) da figura em questão. Para isso, era só fazer substituições das peças por outras de valor igual. Alguns grupos utilizaram as mesmas peças e montaram figuras iguais ou semelhantes. O grupo O usou a relação de equivalência das peças e substituiu um triângulo grande por dois médios, como vemos na **Figura 75**. Alguns grupos montaram figuras de valor menor, pois, provavelmente, devem ter confundido o triângulo grande com o médio. Outros fizeram sobreposições das peças, o que não é permitido na construção de figuras com o Tangram.

Figura 75 – Registro da resposta do grupo O - Atividade 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Pôde-se observar, no decorrer da atividade, que com a utilização dos materiais manipulativos, os alunos demonstraram mais interesse pela aula, pois ela fugiu do ensino tradicional, e puderam aprender de forma dinâmica. A maioria dos educandos relatou, oralmente, que amou a aula, pedindo mais aulas em tal modelo. De acordo com [Rodrigues e Gazire \(2012, p. 189\)](#) os materiais manipulativos "[...] proporcionam aos alunos maior interesse e cuidados por parte do professor durante a utilização."

5.3.5 Atividade 5

A Atividade 5 aconteceu na sala de aula, em um tempo de aula (50min), com o objetivo de calcular frações de quantidades. A atividade foi realizada com 27 duplas, aqui identificadas pela letra maiúscula D, seguida de um número natural de 1 a 27, e dois alunos, que fizeram individualmente, por escolha deles e por serem de turmas diferentes, identificados, conforme a identificação do pré-teste, por A33 e A49. Ao todo, 56 alunos participaram desta atividade.

Antes de iniciar a atividade, a pesquisadora solicitou que os alunos formassem as duplas e entregou a cada uma um conjunto de discos de frações e tesouras para os recortarem.

A pesquisadora introduziu a atividade com uma apresentação em slides transmitida por *Datashow*, disponível no [Apêndice I](#), elaborado com base em [Smole e Diniz \(2016\)](#). Esta apresentação conteve duas situações-problema que eram resolvidas por frações de quantidades. A resolução foi feita utilizando os discos de frações.

Após este momento, a pesquisadora falou sobre o material, lembrando o significado de frações e utilizando os discos como exemplo. Neste momento, foi enfatizado que o disco branco representava o inteiro e os outros estavam repartidos em partes iguais do inteiro, como, por exemplo, no disco rosa, dividido em duas partes iguais, cada parte representava a fração $\frac{1}{2}$. A seguir, os alunos receberam a folha de atividades.

Na **questão 1**, item *a*, o objetivo foi o de calcular frações de quantidades utilizando os discos rosa (metades) e vermelho (quartos). Os alunos foram orientados pela pesquisadora a escreverem no círculo o número correspondente a cada parte para auxiliá-los nos cálculos.

A **Figura 76** mostra uma dupla resolvendo a questão conforme essa orientação. Poucos alunos tiveram dificuldade nela, destes, destaca-se o aluno A33 que fez os cálculos corretamente, mas se equivocou ao dar a resposta, escrevendo-a na forma de fração de numerador 1.

Figura 76 – Alunos resolvendo a questão 1 - Atividade 5



Fonte: Registros da atividade.

No item *b*, o objetivo foi calcular frações de quantidades, utilizando os outros discos. Nesta questão, os alunos nem precisaram ser orientados em relação ao manuseio com os discos, pois já haviam entendido na questão anterior e fizeram sozinhos. Nesta questão, também não houve dificuldades e os erros encontrados foram: o do aluno citado no parágrafo anterior, que cometeu o mesmo erro da questão 1, e de alguns discentes que erraram a divisão, sendo, neste caso, uma dificuldade em aritmética básica, e não no conteúdo em si.

Na **questão 2**, o objetivo foi verificar se os estudantes entenderam a regra para o cálculo de frações de quantidades, em que tiveram que relatar uma regra para fazer tal cálculo. A maior dificuldade das duplas foi relatar, por escrito, um raciocínio para resolver a questão diferente do que foi apresentado no enunciado. Algumas duplas copiaram a estratégia dada, apenas mudando os números, outras apresentaram uma regra de cálculo diferente, mas utilizando o mesmo exemplo dado na questão (**Figura 77**) e apenas uma dupla conseguiu apresentar uma regra diferente utilizando outro exemplo (**Figura 78**).

É notória a dificuldade que os alunos têm de explicar o seu raciocínio por meio da escrita, tal dificuldade pode estar ligada à falta de questões assim em Matemática. Considera-se que se as aulas de Matemática usassem desta metodologia, os discentes

poderiam desenvolver melhor sua escrita.

De acordo com Demo (2011, p. 9), o educando precisa deixar de ser "ouvinte domesticado", ou seja, sair do estado de cópia e reconstruir seu próprio relato a partir das pesquisas.

Figura 77 – Registro da dupla D3 - questão 2 da Atividade 5

b) Tentem escrever uma regra para calcular frações de quantidades e registrem um exemplo diferente dos que apareceram para mostrar que a regra de vocês funciona.

Primeiro multiplicamos os números (2×40). Pegamos o resultado (80) e dividimos pelo denominador da fração (5) e assim chegará ao resultado.

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40 = 40 \times 2 = 80 : 5 = 16$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta da dupla D3: "Primeiro multiplicamos os números (2×40). Pegamos o resultado (80) e dividimos pelo denominador da fração (5) e assim chegará ao resultado. $\frac{2}{5}$ de 40 = $40 \times 2 = 80 \div 5 = 16$ "(sic)

Figura 78 – Registro da dupla D19 - questão 2 da Atividade 5

b) Tentem escrever uma regra para calcular frações de quantidades e registrem um exemplo diferente dos que apareceram para mostrar que a regra de vocês funciona.

$\frac{1}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{4}$ aí depois eu faço 16 dividido por 4 e eu acho 4
e então $\frac{1}{4}$ de 16 é 4

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta da dupla D19: " $\frac{1}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{4}$ aí depois eu faço 16 dividido por 4 e eu acho 4 e então $\frac{1}{4}$ de 16 é 4."(sic)

Ao final da aula, a pesquisadora solicitou aos alunos que identificassem os discos e recolhessem-os para serem utilizados em outra atividade.

Analisando as respostas desta atividade, percebe-se que ela não foi de grande dificuldade, pois os erros cometidos nas questões foram em operações aritméticas básicas, como multiplicação e divisão, considerados pré-requisitos para este conteúdo. Comparando esta atividade ao resultado da questão 13 do pré-teste, que tinha o mesmo objetivo, é

possível observar que houve um crescimento significativo no aprendizado destes alunos neste conteúdo.

5.3.6 Atividade 6

A Atividade 6 aconteceu na sala de aula, em um tempo de aula (50min), com o objetivo de relacionar frações a suas escritas decimais pela equivalência, utilizando discos de frações. A atividade foi realizada com 25 duplas, aqui identificadas pela letra maiúscula D, seguida de um número natural de 1 a 25. Ao todo, 50 alunos participaram desta atividade.

Antes de iniciar a atividade, a pesquisadora promoveu uma discussão sobre o assunto de representação decimal de frações. Os alunos foram participativos durante a introdução, respondendo às perguntas da pesquisadora, demonstrando que entendiam sobre o assunto.

Logo após este momento inicial, a pesquisadora solicitou que os discentes formassem as duplas, distribuiu o conjunto de discos de frações para cada uma e tesouras para que recortassem todas as peças dos discos. E, após recortados, a pesquisadora entregou a folha de atividades.

Na **questão 1**, item *a*, a finalidade foi que os alunos conseguissem encontrar as peças que podiam ser recobertas por peças pretas (Figura 84). Neste item, a pesquisadora teve que fazer uma intervenção, pois os alunos não entenderam o termo recobrir e explicou para eles que deveriam ver em quais peças as partes pretas cabiam exatamente.

A maior dificuldade das duplas nesta questão foi a segunda parte, em que eles deveriam explicar a relação entre essas peças. Muitas duplas não conseguiram observar que a quantidade de partes em que as peças rosa (metades), verde (quintos) e branca (inteiro) são divididas, respectivamente (2, 5 e 1), são divisores de 10, e, portanto, os décimos recobririam essas peças.

Na Figura 79, pode ser visto o registro da dupla D19, que respondeu corretamente a questão.

Figura 79 – Registro da dupla D19 - questão 1, item *a* da Atividade 6

1. Separe uma peça de cada cor e pesquise quais delas podem ser recobertas apenas com peças pretas, de décimos.
- a) Escreva quais as peças que podem ser recobertas com as peças pretas e quais relações perceberam entre elas.
- A rosa, a branca e a verde. A relação é que 1, 2 e o 5 são divisores de 10.*

Fonte: Registros da atividade.

Resposta da dupla D19: "A rosa, a branca e a verde. A relação é que 1, 2 e o 5 são divisores de 10."(sic)

No item *b*, o objetivo foi escrever frações equivalentes às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$, com denominador 10, utilizando as observações feitas no item *a*. Houve menos dificuldade nesta questão, pois foi necessário apenas contar a quantidade de peças pretas que recobriam as outras peças e montar as frações. Mesmo assim, ainda teve uma dupla que errou a questão, como se pode observar na [Figura 80](#). Esse erro mostra uma dificuldade na equivalência de frações.

Figura 80 – Registro da dupla D11 - questão 1, item *b* da Atividade 6

b) Escreva no caderno, na forma de frações, as peças que você e seu colega de dupla conseguiram recobrir com décimos. Por exemplo: O disco branco pode ser recoberto com 10 peças pretas: $1 = \frac{10}{10}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{10} ; \frac{1}{5} = \frac{5}{10} .$$

Fonte: Dados da pesquisa.

No item *c*, a finalidade foi representar as frações dos itens anteriores em números racionais. As duplas deveriam observar que bastava transformar as frações decimais em números decimais que já sabiam a representação decimal das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$, pois as frações decimais encontradas no item anterior são equivalentes a estas. No entanto, duas duplas confundiram-se ao realizar os cálculos. Observa-se este erro no registro da dupla D8, na [Figura 81](#). Em contrapartida, a maioria das duplas deram as respostas esperadas, como se pode ver na [Figura 82](#), em que há o registro da dupla D4.

Figura 81 – Registro da dupla D8 - questão 1, item *c* da Atividade 6

c) A fração $\frac{1}{10}$ possui outra forma de ser escrita, que é sua representação decimal; escreve-se assim:

$$\frac{1}{10} = 0,1.$$

Volte às frações que você recobriu com décimos no item *b* e as reescreva usando a escrita decimal.

$$\frac{1}{2} = 0,2 \quad \frac{1}{5} = 0,5$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 82 – Registro da dupla D4 - questão 1, item c da Atividade 6

c) A fração $\frac{1}{10}$ possui outra forma de ser escrita, que é sua representação decimal; escreve-se assim:

$$\frac{1}{10} = 0,1.$$

Volte às frações que você recobriu com décimos no item b e as reescreva usando a escrita decimal.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2 \quad \left\{ \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5 \right. \quad \left. \left\{ \frac{1}{10} = 0,1 \right. \right.$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na **questão 2**, esperou-se que os alunos encontrassem os números decimais correspondentes às frações dadas, recobrando as peças correspondentes às frações com as peças pretas, como pode ser visto, na [Figura 84](#), uma dupla resolvendo a questão. Questão similar ao item c da questão 1, porém, com um grau de dificuldade maior, pois as frações não são unitárias. A maioria das duplas conseguiu realizar a questão conforme o esperado, como pode ser visto na [Figura 83](#), mas ainda tiveram algumas que preferiram fazer a divisão para encontrar o número decimal.

Figura 83 – Registro da dupla D16 - questão 2 da Atividade 6

2. Represente as seguintes frações com as peças das frações circulares. Recubra-as com as peças pretas e, depois, escreva no caderno a forma decimal de cada uma delas:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 84 – Alunos resolvendo a Atividade 6



Fonte: Registros da atividade.

A análise desta atividade possibilitou a percepção de que os alunos ainda possuem dificuldade em reconhecer frações equivalentes, porém, a representação decimal de frações foi bem compreendida por eles, que mostraram pouca dificuldade neste quesito. Conclui-se, então, que o objetivo da atividade foi atingido.

5.3.7 Atividade 7

A Atividade 7 aconteceu na sala de aula, em dois tempos de aula (1h40min), com o objetivo de relacionar frações à sua representação decimal. A atividade foi realizada com três grupos de cinco alunos, aqui identificados pelas letras maiúsculas A, B e C, sete grupos de quatro alunos, identificados pelas letras de D a J e três grupos de três alunos, identificados pelas letras K, L e M. Ao todo, 52 alunos participaram desta atividade.

Antes de introduzir a atividade, a pesquisadora fez uma revisão sobre os números racionais e suas formas fracionária e decimal. Após este momento, fez a apresentação do jogo da memória dos racionais, formado por 30 cartas, disponível no [Apêndice E](#). Essas cartas continham números decimais e frações com suas representações gráficas. As cartas com números decimais fazem par com as cartas que contêm frações.

A seguir, os alunos formaram os grupos, receberam as cartas do jogo e foram apresentadas as instruções para jogar, disponível em [Cecierj \(2015\)](#):

- Uma jogada consiste em virar uma carta, depois outra. Todos os jogadores veem as cartas que foram viradas. Se elas forem iguais, retire-as da mesa, separe e jogue outra vez. Se as duas cartas viradas não forem iguais, acabou a sua jogada. Coloque as cartas em seus lugares, com a face virada para baixo;
- Este jogo necessita de muita concentração, pois se um jogador virar a carta errada,

ela pode ajudar aos outros a descobrir o par;

- Quando todas as cartas tiverem sido pegas, conte-as. Quem tiver o maior número de cartas será o vencedor.

Os discentes iniciaram o jogo colocando todas as cartas viradas para baixo no centro da mesa, mas, no decorrer do jogo, a pesquisadora notou que estava sendo difícil encontrarem os pares, pois além de terem dificuldade em memorizar a posição das cartas, viravam, muitas vezes, cartas em que ambas eram frações ou ambas eram números decimais.

Desta forma, vendo que ia gastar muito tempo e que o objetivo proposto poderia não ser atingido, a pesquisadora instruiu-os a agruparem as cartas que continham frações separadamente das que continham números decimais, e, para que na hora que virassem, escolhessem uma carta de cada grupo. Assim ficou mais fácil de encontrar os pares. Os educandos foram orientados ainda a usarem uma folha de registros para registrar os cálculos necessários, conforme mostrado na [Figura 85](#).

Figura 85 – Alunos registrando os cálculos - Atividade 7



Fonte: Registros da atividade.

No início e durante todo o jogo, a pesquisadora esteve presente nos grupos, auxiliando-os nos cálculos, tirando dúvidas e dando dicas de como jogar.

A pesquisadora notou que muitos alunos não conheciam o jogo da memória e tiveram muita dificuldade em memorizar a posição das cartas para encontrar os pares. Percebeu, com isso, que a dificuldade dos discentes estava ligada mais à falta de concentração do que nos cálculos necessários para encontrar os pares.

A [Figura 86](#) mostra o momento em que os alunos jogavam.

Figura 86 – Alunos jogando o jogo da memória dos racionais



Fonte: Registros da atividade.

Este jogo foi considerado pelos alunos o mais difícil, e foi também o que teve mais tempo de duração; mesmo assim, foi o jogo de que os discentes mais gostaram e que houve muitos relatos de aprendizagem do conteúdo.

Ao final, a pesquisadora solicitou aos grupos que relatassem as opiniões sobre a atividade, como: quais as contribuições para a aprendizagem dos mesmos, as dificuldades e o que acharam do jogo. Foi unânime a fala dos alunos de que gostaram muito do jogo, e alguns ainda pediram mais atividades assim.

Nas [Figuras 87](#) e [88](#) podem ser vistos alguns relatos dos grupos sobre a atividade.

Figura 87 – (A) Registro do grupo A e (B) Registro do grupo C - Atividade 7

(A) Registro Grupo A - Atividade 7

No início tivemos muita dificuldade para entender o jogo, mas depois começamos a entender a lógica e achamos muito divertido.

É um jogo que pode ser jogado em família, ainda mais se você quiser ensinar a seu filho números racionais. Tínhamos bastante dúvida sobre números racionais, mas com esse jogo nós nos divertimos e aprendemos bastante.

Frações a esse jogo conseguimos entender um pouco mais sobre transformamos fração em número decimal de um jeito bem mais agradável.

(B) Registro Grupo C - Atividade 7

Achamos o jogo bem divertido e não tivemos dificuldades em jogar, foi muito bom para nossa aprendizagem em matemática e jogamos juntos ajudando uns aos outros, nesse grupo cooperamos com todos que faziam parte dele, gostamos muito do jogo, e aprendemos como achar números racionais.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 88 – Registro do grupo G - Atividade 7

Com esse jogo nós aprendemos a transformar frações em números decimais. No começo nós não entendemos, mas depois a tia nos ajudou. Nós gostamos e queremos mais atividades assim.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os relatos dos alunos mostraram que o jogo contribuiu para que houvesse o aprendizado do conteúdo e que, ao fugir do ensino tradicional, proporcionou uma aprendizagem divertida. Assim, os educandos mostraram-se mais interessados pelo conteúdo e os objetivos da atividade foram satisfeitos.

Segundo os PCN, "A participação nos jogos de grupo representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante e um estímulo para sua competência matemática." (BRASIL, 1998, p. 47).

Portanto, pode-se concluir que o uso desse jogo foi relevante para o aprendizado de números racionais.

5.4 Análise do pós-teste

O pós-teste, [Apêndice F](#), conteve sete questões semelhantes às questões do pré-teste, algumas, porém, foram idênticas, e, portanto, possuíram o mesmo grau de dificuldade do pré-teste.

Os objetivos do pós-teste foram: avaliar a aprendizagem dos alunos com a sequência didática desenvolvida e compará-la com o conhecimento inicial deles; avaliar se a utilização de materiais manipulativos e jogos proporcionam um melhor entendimento de frações e se esses recursos podem ser utilizados como facilitadores no ensino desse conteúdo.

Na [Tabela 2](#), são apresentados os totais de acertos, erros e questões em branco do pós-teste. Responderam ao teste 57 alunos, que serão identificados como A1, A2, A3,..., A57.

Tabela 2 – Resultados do pós-teste

Questão	Acertos	Erros	Em branco
1	49	7	1
2			
a)	47	9	1
b)	14	39	4
c)	25	29	3
3			
a)	47	10	0
b)	49	8	0
c)	38	19	0
4			
a)	53	3	1
b)	48	9	0
c)	48	9	0
5	33	20	4
6	48	9	0
a)	32	23	2
b)	35	19	3
7			
a)	50	6	1
b)	49	7	1

Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 1 do pós-teste foi idêntica à questão 8 do pré-teste. Fazendo um comparativo entre os dois testes, observa-se que a quantidade de erros dos alunos diminuiu. Analisando as respostas erradas dos alunos, percebe-se que ainda há uma dificuldade de entendimento na representação gráfica de frações, pois a maioria dos discentes que erraram, assinalaram a alternativa *a*, que contém 3 partes da figura coloridas e 5 partes não coloridas, dando a entender que esta seria a representação da fração $\frac{3}{5}$.

A questão 2 também foi idêntica à questão 9 do pré-teste. Comparando com o pré-teste, observa-se um aumento na quantidade de acertos e uma queda considerável nas questões deixadas em branco. Na [Figura 89](#) pode-se observar a resposta de um dos alunos que responderam corretamente à questão.

Figura 89 – Resposta da questão 2 do aluno A16

2) Observe a receita:

- a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

Três quartos de xícara de óleo.

- b) Qual é o significado do número 4 na fração?

Representa a quantidade de partes em que a xícara de óleo foi dividida.

- c) Qual é o significado do número 3 na fração?

Representa a quantidade de partes em que foi usada a xícara de óleo.



Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A16:

- a) "Três quartos de xícara de óleo."
 b) "Representa a quantidade de partes em que a xícara de óleo foi dividida."
 c) "Representa a quantidade de partes em que foi usada a xícara de óleo."(sic)

A questão 3 foi semelhante à questão 10 do pré-teste, sendo o item *b* idêntico. Notou-se uma melhora considerável nas respostas, pois a maioria dos alunos acertou a questão, não tendo respostas em branco. Nos itens *a* e *b*, os erros concentraram-se na inversão dos termos da fração, respondendo $\frac{7}{5}$ em vez de $\frac{5}{7}$ no item *a* e $\frac{24}{10}$ em vez de $\frac{10}{24}$ no item *b*. No item *c*, dos dezoito erros, seis responderam incorretamente $\frac{8}{365}$, e o restante dos alunos deram respostas cujo raciocínio não foi compreendido ([Figura 90](#)).

Figura 90 – Resposta incorreta da questão 3, item c, do aluno A10

3) Que fração representa?

a) Cinco dias em uma semana $\frac{5}{7}$

b) Dez horas de um dia $\frac{10}{24}$

c) Oito meses de um ano $\frac{8}{30}$

Fonte: Dados da pesquisa.

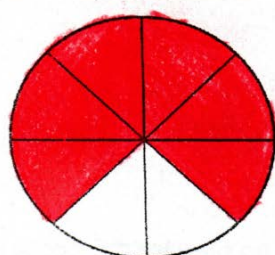
A questão 4 foi idêntica à questão 12 do pré-teste. Comparando com o Pré-teste, nota-se que a quantidade de questões deixadas em branco diminuiu consideravelmente, porém, a quantidade de erros manteve-se alta. O alunos que erraram não conseguiram entender que para comparar as frações bastava observar as figuras, a maior fração seria a que tivesse a maior parte pintada. Pode-se observar este erro na resposta do aluno A19, na Figura 91.

É identificada, nesta questão, a dificuldade de interpretação, citada pelos professores no questionário destinado a eles como causa para a dificuldade na aprendizagem de frações. Observa-se que a comparação de frações ainda é um conteúdo difícil para os alunos.

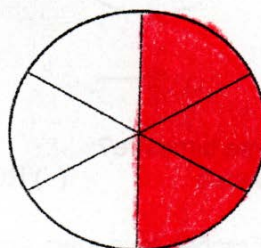
Figura 91 – Resposta da questão 4 do aluno A19

4) Wilson e Soraia estão comendo pizza. Ela comeu $\frac{3}{6}$ e ele, $\frac{6}{8}$.

a) Pinte as partes da pizza que cada um comeu.



Wilson



Soraia

b) Quem comeu mais partes: Wilson ou Soraia? Wilson

c) Qual fração é maior? $\frac{3}{6}$

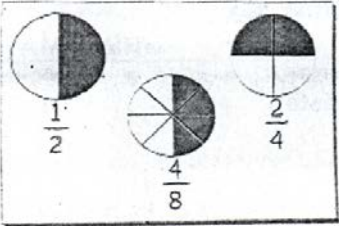
Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 5, idêntica à questão 14 do pré-teste, teve um resultado satisfatório. Fazendo um comparativo com o pré-teste, nota-se que os alunos compreenderam melhor o conceito de frações equivalentes, pois no pré-teste os discentes que acertaram só conseguiram

ram observar que estavam pintadas a metade de cada uma das três figuras, já no pós-teste, os alunos conseguiram observar que as figuras representam a mesma parte do inteiro e alguns até explicaram os cálculos que fazem essas frações serem equivalentes (Figura 92).

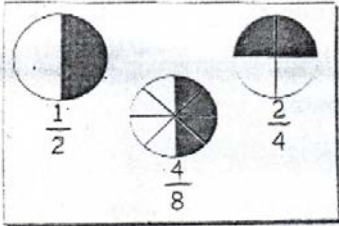
Figura 92 – (A) Resposta correta da questão 5 do aluno A29 e (B) Resposta correta da questão 5 do aluno A37

(A) 5) Explique com suas palavras porque estas frações são equivalentes.



Por todas elas ocupam a mesma parte da figura.

(B) 5) Explique com suas palavras porque estas frações são equivalentes.



Porque se simplifica $\frac{4}{8}$ da $\frac{2}{4}$ e simplificando $\frac{2}{4}$ da $\frac{1}{2}$ aí e pois isso elas são equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa.

Resposta do aluno A29: "Pois todas elas ocupam a mesma parte da figura."

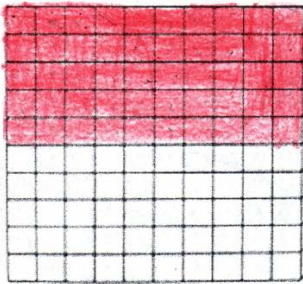
Resposta do aluno A37: "Porque se simplifica $\frac{4}{8}$ da $\frac{2}{4}$ e simplificando $\frac{2}{4}$ da $\frac{1}{2}$ aí e pois isso elas são equivalentes."(sic)

A questão 6 foi semelhante à questão 13 do pré-teste. Neste teste, foi acrescentado um item *b* que envolveu o conteúdo de porcentagem. Esta questão também teve um resultado satisfatório, houve uma queda considerável de respostas em branco e um aumento significativo na quantidade de acertos. Nota-se que os alunos compreenderam como trabalhar com fração como operador multiplicativo e entenderam que a fração $\frac{1}{2}$ corresponde à metade.

Na Figura 93, apresenta-se a resposta de um aluno a esta questão.

Figura 93 – Resposta da questão 6 do aluno A32

6) Pinte $\frac{1}{2}$ de 100 unidades.



Total de
quadrinhos
pintados:

50

a) O que a quantidade de quadrinhos pintados representa em relação a quantidade total de quadrinhos?

Representa a metade dos quadrinhos.

b) Qual a porcentagem que representa a quantidade de quadrinhos pintados?

50%

Fonte: Dados da pesquisa.

Respostas do aluno A32:

a) "Representa a metade dos quadrinhos."

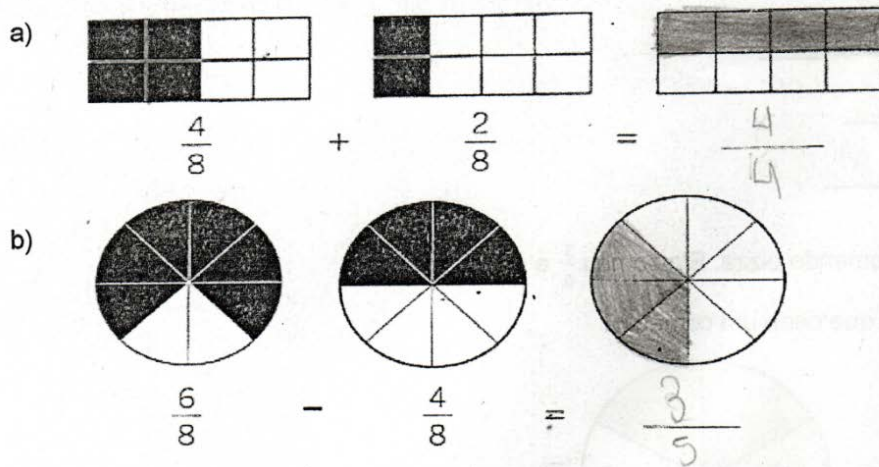
b) "50%"

A questão 7 do pós-teste foi idêntica à questão 15 do pré-teste. Esta questão também teve um aumento significativo na quantidade de acertos. Dos seis erros no item *a*, um aluno somou errado os numeradores, um diminuiu as frações, dois somaram os denominadores e não foi possível compreender o raciocínio de dois discentes. No item *b*, dentre os sete alunos que erraram, quatro somaram as frações, sendo que um desses também somou os denominadores, um diminuiu os denominadores e não foi possível compreender o raciocínio de dois alunos.

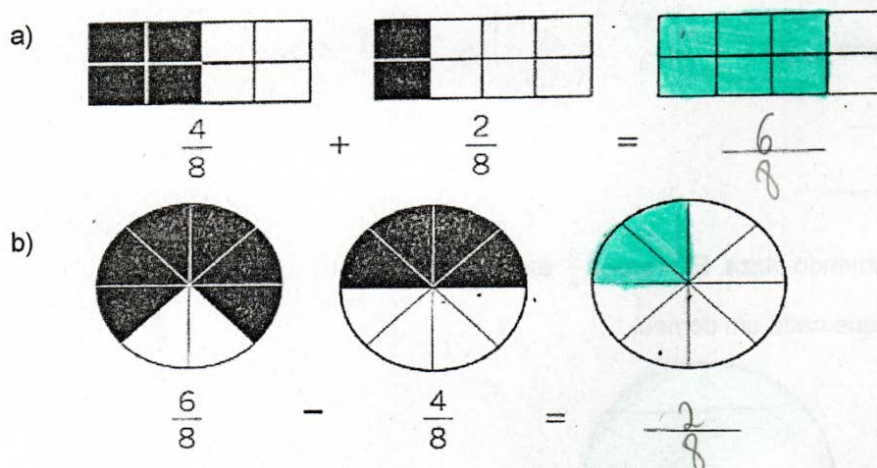
Na [Figura 94](#), encontra-se respostas de dois alunos, em que um respondeu corretamente e o outro incoerentemente.

Figura 94 – (A) Resposta incoerente da questão 7 do aluno A1 e (B) Resposta correta da questão 7 do aluno A46

(A) 7) Efetue a operação indicada e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.



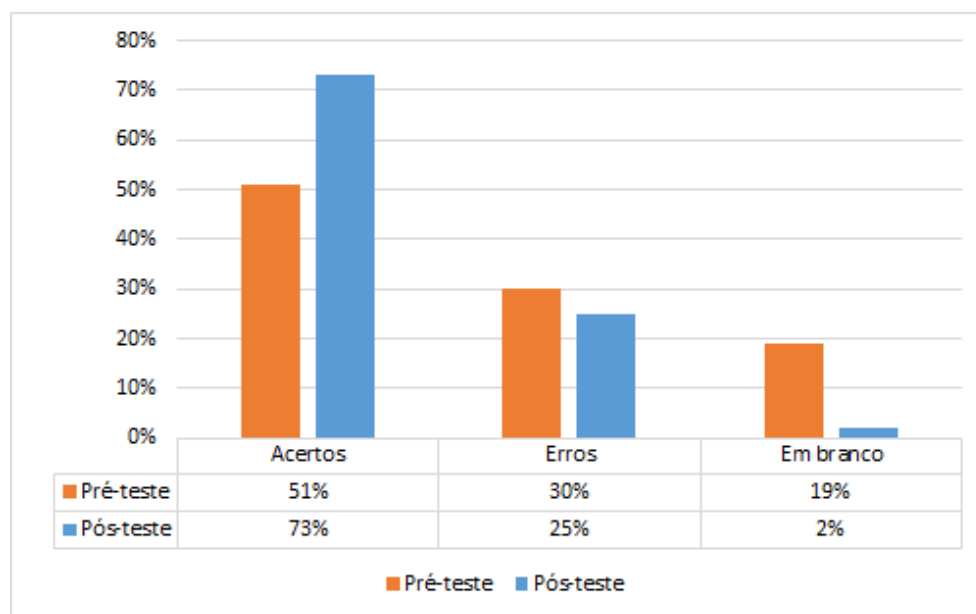
(B) 7) Efetue a operação indicada e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.



Fonte: Dados da pesquisa.

O Gráfico 21 apresenta o comparativo entre os totais de acertos, erros e questões em branco do pré-teste e do pós-teste.

Gráfico 21 – Comparativo entre o total de acertos, erros e questões em branco nos pré-teste e pós-teste



Fonte: Dados da pesquisa.

Com base no gráfico acima, observa-se que houve um aumento significativo do número de acertos, assim como um decréscimo considerável nas questões deixadas em branco e um pequeno decréscimo nos erros. Com isso, fica claro que a sequência didática contribuiu para que os alunos dominassem conceitos antes não dominados, relacionados ao estudo de frações.

Após a análise dos resultados, é possível concluir que:

- Apesar das questões do pós-teste terem o mesmo nível de dificuldade do pré-teste, o número de acertos aumentou, indicando que a sequência didática contribuiu para a melhoria do conhecimento sobre frações;
- A quantidade de erros diminuiu;
- A quantidade de questões deixadas em branco caiu consideravelmente;
- A aplicação da sequência didática foi fundamental, pois foi notória a evolução dos alunos que antes não conseguiram resolver as questões do pré-teste e ao final resolveram corretamente as questões no pós-teste.

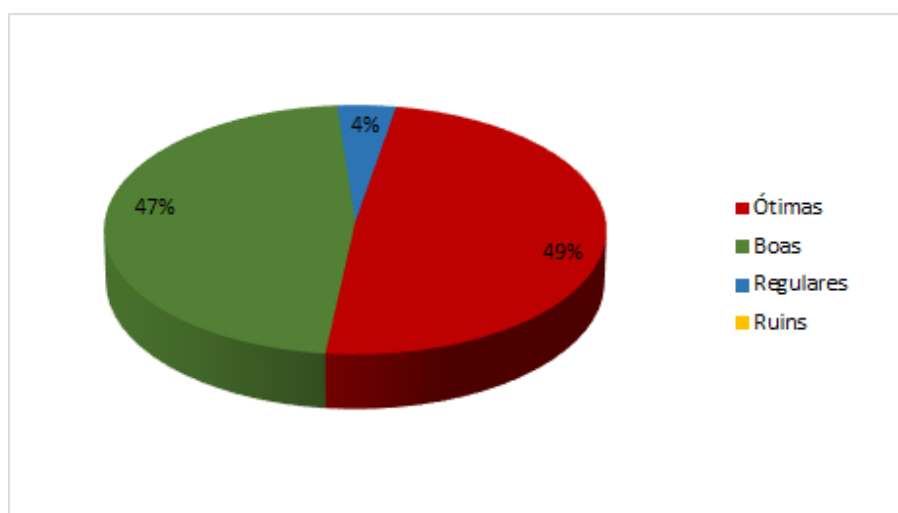
5.5 Análise do questionário investigativo final

O questionário investigativo final, [Apêndice G](#), foi aplicado após o pós-teste, com o objetivo de averiguar a influência desses recursos no aprendizado dos alunos e o grau de

interesse deles nas aulas.

Na análise da questão 1, constatou-se que os discentes gostaram das aulas com os recursos utilizados, pois a maioria considerou as aulas como ótimas ou boas, como aponta o [Gráfico 22](#).

Gráfico 22 – Resposta dos alunos ao questionamento: "Como você avalia as aulas de Matemática desse bimestre?"



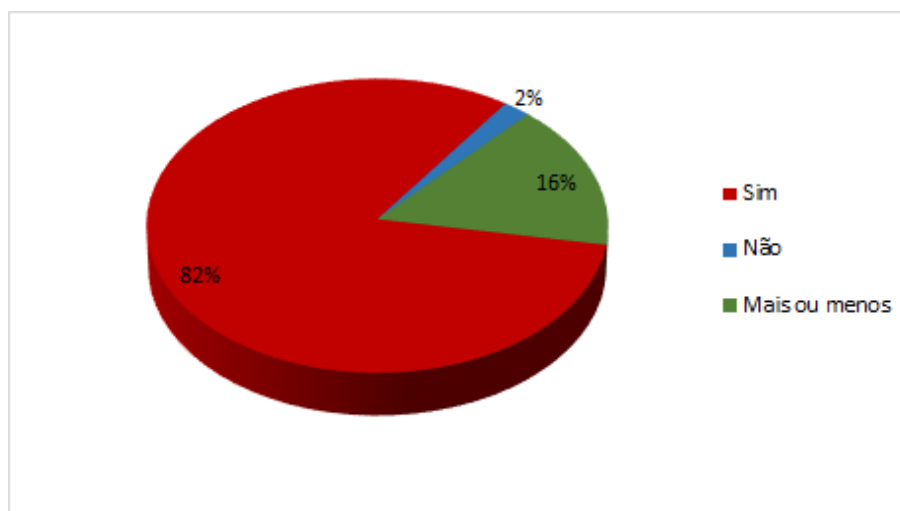
Fonte: Dados da pesquisa.

A análise da questão 2 ([Gráfico 23](#)) aponta que a maioria dos educandos considera que o uso de jogos e materiais manipulativos nas aulas contribuiu para o aprendizado de frações, e alguns justificaram o seguinte: "Porque eu não sabia muito sobre frações, e com esses jogos eu melhorei bastante."; "Pois exercita o cérebro para aprendermos melhor."; "Porque eu aprendi de uma maneira mais fácil."; "Porque deixa mais divertido e mais fácil de aprender."; "Porque com eles consegui aprender melhor."

Porém, alguns alunos consideram que esses recursos contribuíram mais ou menos para o aprendizado, dando como justificativas: "Porque eu já sabia bastante sobre frações."; "Porque eu aprendi algumas coisas e outras não.". Apenas um aluno respondeu negativamente e justificou o seguinte: "Porque enquanto eu estava usando esses objetos poderíamos estar aprendendo com contas".

Nota-se, com essas falas, que os discentes desenvolveram-se no conteúdo, mas ainda têm aqueles que não conseguiram captar todo o conhecimento sobre o assunto.

Gráfico 23 – Resposta dos alunos ao questionamento: "Você acha que o uso de jogos e materiais manipulativos nas aulas contribuíram para o seu aprendizado de frações?"



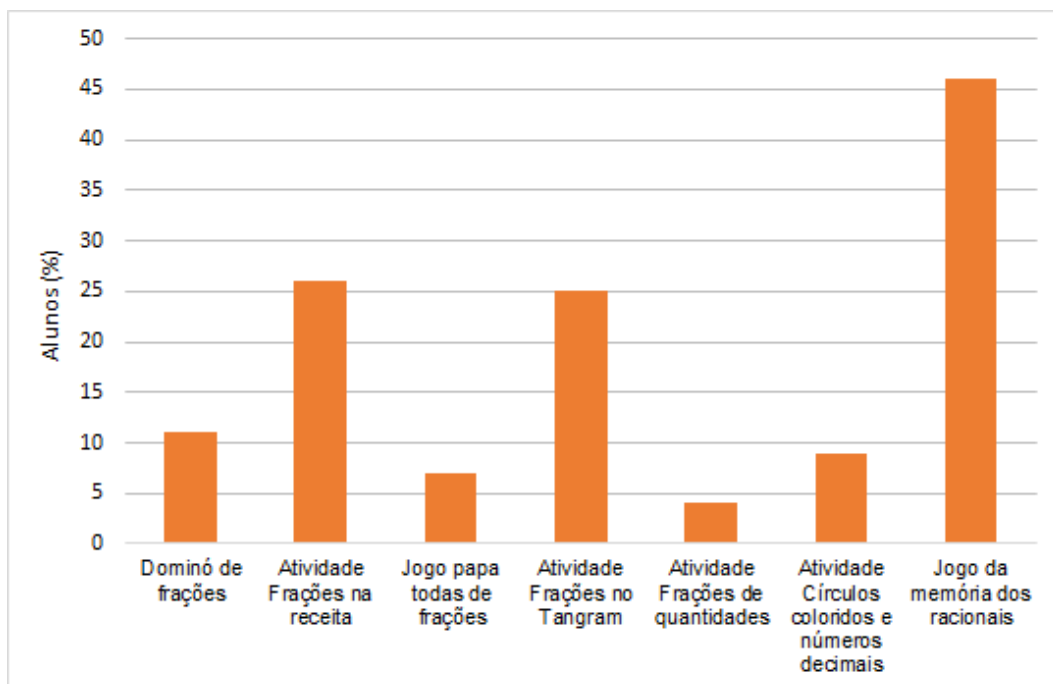
Fonte: Dados da pesquisa.

A análise da questão 3 aponta que a maioria dos alunos (46%) gostou do jogo da memória dos racionais (Gráfico 24) e deram as seguintes justificativas: "Porque ajuda na concentração e no aprendizado."; "Gostei mais desse porque nesse jogo podemos fazer as contas para descobrir a fração e também usamos a memória."; "Quando eu joguei o jogo da memória eu entendi mais."; "Porque eu estava com dúvida e depois disso eu não tive mais."; "Porque assim me ajudou a compreender melhor os números racionais"; "Porque foi mais divertido."

Percebe-se, por meio das falas desses alunos, que esta atividade, além de estimular a concentração deles, auxiliou-os a aprender com maior motivação e a reduzir suas dúvidas no conteúdo de números racionais.

Vale ressaltar que alguns deles assinalaram mais de uma atividade, mostrando que gostaram da sequência didática preparada pela pesquisadora.

Gráfico 24 – Resposta dos alunos ao questionamento: "De todas as atividades e jogos que foram desenvolvidos nas aulas de qual você gostou mais?"



Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 4 foi uma pergunta aberta, consistindo no seguinte questionamento: "Você acredita que se as aulas de Matemática usassem mais recursos lúdicos você teria mais interesse em aprender? Por quê?". A finalidade foi saber a opinião dos alunos quanto ao interesse deles nas aulas com recursos lúdicos. Todos os alunos responderam positivamente, afirmando que teriam mais interesse em aprender Matemática se fossem usados esses recursos nas aulas. Eles apresentaram justificativas como: "Porque a gente presta mais atenção nas aulas."; "Porque assim a aula se torna mais interessante."; "Porque desperta a vontade de aprender de cada aluno."; "Porque é mais divertido e a gente aprende mais."; "Porque é divertido e melhor de compreender.", "Porque se aprende brincando."

Percebe-se com as respostas dos alunos que, sendo as aulas mais divertidas, eles aprenderão mais, pois terão mais atenção e vontade de aprender.

A análise das respostas do questionário investigativo final permite chegar às seguintes conclusões:

- A maioria dos alunos gostou das aulas com jogos e uso de materiais manipulativos;
- A maioria dos alunos considera que as atividades da sequência didática contribuíram para o seu aprendizado de frações;
- O uso de recursos lúdicos e manipulativos despertou a atenção dos alunos;

- Todos os educandos consideram que as aulas com recursos lúdicos e manipulativos tornam o aprendizado mais interessante.

Considerações Finais

Tecendo brevemente um panorama sobre o ensino de Matemática da rede pública, no Brasil, averigua-se que, durante muito tempo, e até hoje, tal área do conhecimento é ministrada, de modo geral, de uma forma descontextualizada, gerando, por consequência, determinada apatia e dificuldade no que concerne à aprendizagem dos alunos.

Além disso, é de elementar importância que tenhamos, na posição de docentes da rede pública de ensino, a ciência de que nos encontramos inseridos em uma sociedade altamente globalizada e moderna no que tange às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

Em meio a esse contexto, surge, notoriamente, uma geração de discentes que tem de lidar, no cotidiano, com a realidade supracitada. Tais educandos encontram-se, na maior parte do tempo, conectados ao mundo digital, por meio de diversos aparelhos eletrônicos, geralmente vinculados à rede.

Consideravelmente, sob uma ótica errônea, acredita-se que a nomenclatura tecnologia pauta-se tão somente no universo virtual. Contudo, isso estaria reduzindo seu campo de sentido. Com etimologia na língua grega, o termo pode designar um rol de possibilidades, referindo-se, à título de demonstração, à arte, ofício ou técnica.

No espaço escolar, sobremaneira nas aulas de Matemática, os materiais manipulativos, como origamis e tangrans podem ser recursos tecnológicos. Da mesma forma, sugere-se que o uso de bolas de gude, bingos, dados, as faces de moedas, recipientes, dentre outros, podem possibilitar aulas lúdicas e sugestivas.

Não obstante, destaca-se, de modo geral, que o ensino, seja de Matemática, ou de quaisquer outras disciplinas, ainda, veementemente, se ancora na tradição, fazendo com que os índices de reprovação, que constam em avaliações externas (como o Saeb), sejam altos.

Partindo desses pressupostos, a revisão de literatura pertinente à abordagem temática frações, assim como a pesquisa feita com estudantes do sexto ano, do Ensino Fundamental II, no Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, situado no município de São José de Ubá/RJ, a pesquisadora confirmou suas preocupações quanto às dificuldades no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo. Essa dificuldade reflete, por sua

vez, na defasagem de outros conteúdos de natureza matemática.

Além de todo o arcabouço teórico consultado e empregado nesta dissertação, o objetivo primordial foi a tentativa de modificação do quadro do ensino-aprendizagem no tocante ao ensino de frações, recorrendo ao uso, no ambiente escolar, da contextualização mediante receitas culinárias, jogos e materiais manipulativos.

No que concerne aos resultados, assinala-se que, em linhas gerais, foram positivos, dado que os recursos utilizados durante o decorrer de toda a pesquisa apontaram satisfatoriamente para um ensino-aprendizagem de qualidade e significativo, já que motivaram os alunos, estimulando a colaboração, a concentração, o interesse e a socialização deles.

Na posição de professora-pesquisadora, a análise do questionário do professor revelou que os elementos supracitados, a saber, os materiais manipulativos, são constantemente utilizados por docentes ao ensinar o conteúdo fração. Tais professores afirmam que seus discentes interessam-se bastante por suas aulas, além do mais, acreditam que os materiais manipulativos podem contribuir para um aprendizado mais significativo em relação à abordagem temática.

Ressalta-se que, no decorrer das análises dos resultados, as dificuldades mais constantes, a saber, foram: aritmética básica, comparação e equivalência de frações, na inversão das posições do numerador e denominador, na não conservação da área e nas operações de adição e subtração – especificamente, nas de denominadores diferentes.

Salienta-se que, apesar de a sequência didática ter sofrido uma interrupção, isto é, não ter sido concluída no decorrer do ano letivo de 2018, os resultados indicaram que houve ganho cognitivo por partes dos educandos.

Em síntese, depois de toda a aplicação da sequência didática, bem como a reflexão no que diz respeito aos procedimentos, espera-se que esta dissertação sirva de suporte didático-pedagógico para profissionais da área que desejam ter uma prática inovadora e, a partir dela, mudarem, de certa forma, o cenário atual da educação, que necessita, urgentemente, de mudanças.

Por fim, sugere-se, como estudos futuros, a inserção de tecnologias digitais, assim como a criação de jogos com materiais manipulativos, a modificação, bem como o acréscimo de outras atividades na sequência didática, que possam agregar qualidade a este produto educacional.

Referências

- ALMEIDA, G. *Atividades de Matemática para o 5º ano com frações*. 2015. Acesso em: 16 set. 2018. Disponível em: <https://www.leitorzinho.com/2015/08/atividades-matematica-5-ano-fracoes.html>. Citado 3 vezes nas páginas 60, 90 e 91.
- ALVES, D. R. S.; MARTENS, A. S. Desafios para a construção do conhecimento de frações nas séries intermediárias do ensino fundamental. *X Congresso Nacional de Educação - EDUCERE*, 2011. Citado na página 76.
- ARAÚJO, S. da S. *Coleção Oficina escolar 5º ano - Matemática*. 3. ed. Uberlândia, MG: Claranto Editora, 2017. v. 3. Citado 3 vezes nas páginas 60, 93 e 94.
- ASSUMPÇÃO, S. D. *Uso de elementos da cultura infanto-juvenil na introdução do conceito de fração*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2013. Citado na página 20.
- AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- BATLLORI, J. *Jogos para treinar o cérebro*. São Paulo: Madras, 2006. Tradução de Fina Iniguez. Citado na página 49.
- BENEVENUTI, L. C.; SANTOS, R. C. dos. O uso do tangram como material lúdico pedagógico na construção da aprendizagem matemática. 2016. Citado na página 62.
- BERTONI, N. E. Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações. *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, v. 15, 2004. Citado na página 34.
- BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP, 1996. Citado na página 48.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Tradução de Helena Castro. Citado 4 vezes nas páginas 24, 25, 26 e 27.
- BRASIL. Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, DF, 1997. Citado na página 20.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática: 1ª a 4ª série. Brasília, DF, v. 2, 1997. Citado na página 49.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais - Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, DF, 1998. Citado 14 vezes nas páginas 21, 22, 27, 32, 35, 36, 37, 38, 48, 53, 84, 87, 100 e 135.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 22, 35, 39, 40 e 41.

BRASIL. *INEP*. 2018. Acesso em: 19 out. 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 35.

BROLEZZI, A. C. *A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino de matemática*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1996. Citado na página 33.

CAMACHO, M. S. F. P. *Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade da Madeira, Curitiba, PR, 2012. Citado na página 80.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, n. 1, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 28, 29, 30 e 31.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 2, n. 1, p. 68–93, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 22, 24, 34 e 35.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010. ISBN 978-9726626169. Citado na página 24.

CECIERJ, F. *Reforço Escolar*. 2015. Acesso em: 19 mar. 2019. Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/reforco-escolar.php>. Citado 4 vezes nas páginas 63, 64, 69 e 132.

CHAVANTE, E. R. *Matemática - 6º ano: Ensino fundamental, anos finais*. 1. ed. São Paulo: SM Ltda., 2015. Coleção Convergências. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

CORRÊA, S. da S. *Uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de proporcionalidade no ensino médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2019. Citado na página 70.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papyrus, 2012. ISBN 978-8530804107. Citado na página 56.

DEMO, P. *Educar pela pesquisa*. 9. ed. Campinas: Autores Associados, 2011. Citado na página 128.

DIAS, M. L. dos S. *Mapeamento das pesquisas produzidas em São Paulo acerca de números fracionários, entre os anos de 2000 e 2016*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 30.

DISTLER, R. R. Contribuições de David Ausubel para a intervenção psicopedagógica. *Revista Psicopedagogia*, v. 32, n. 98, p. 191–199, 2015. Citado na página 45.

DRUZIAN, M. E. B. *Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de frações*. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 42, 43 e 48.

- DUFFECK, A. P. L. Cozinhando e calculando: Uma estratégia para ensinar matemática com uso de receitas culinárias. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor*, 2014. Citado na página 64.
- FIGUEIREDO, J. V. de. *O ensino de Frações mediado por jogos de aprendizagem: uma proposta para o ensino*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Floriano, PI, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 48.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. *Boletim da SBEM-SP*, v. 4, n. 7, 1990. Citado na página 49.
- FONSECA, M. da C. F. R.; CARDOSO, C. de A. *Educação Matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler o texto*. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2005. 63–76 p. Citado na página 54.
- GAMBERA, A. R.; VITAL, C. Possibilidade para o ensino de frações: relato de uma experiência com o GeoGebra. *XII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM*, v. 12, 2016. Citado na página 21.
- GAY, M. R. G. *Projeto Araribá Matemática - 6º ano: Ensino fundamental*. 4. ed. São Paulo, SP: [s.n.], 2014. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 91.
- GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, v. 9, p. 42–55, jul. 2017. Citado na página 19.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. *A Conquista da Matemática*. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018. Citado na página 40.
- GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*. 1998–2009. Acesso em: 12 set. 2019. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a1/>. Citado na página 45.
- GÜNTHER, H. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão. *Psicologia: teoria e pesquisa*, SciELO Brasil, v. 22, n. 2, p. 201–210, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 57.
- IFRAH, G. *Os números: a história de uma grande invenção*. 8. ed. São Paulo: Globo, 1996. Tradução de Stella M. de Freitas Senra. Citado na página 27.
- INEP. Escala de proficiência de matemática 9º ano do ensino fundamental - saeb. 2017. Acesso em: 19 out. 2019. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2018/MT_9EF.pdf. Citado na página 35.
- JESUS, A. B. M. de. *Uma proposta de ensino de frações voltada para a construção do conhecimento*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2013. Citado na página 55.
- JESUS, M. A. S. de. *Jogos na educação matemática: análise de uma proposta para a 5ª série do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

- JESUS, M. A. S. de. *As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- KIEREN, T. E. Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In: *Hiebert, J; Behr, M. (Eds.). Number concepts and operations in the middle grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 162–181. Citado na página 27.
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: *LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 3–38. Citado na página 50.
- MAGINA, S.; CAMPOS, T. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. *Boletim de Educação Matemática*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 21, n. 31, p. 23–40, 2008. Citado na página 33.
- MAIOLI, M. *A contextualização na matemática do ensino médio*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2012. Citado na página 54.
- MATHEMA, G. do. *Papa todas de frações*. 2019. Acesso em: 04 out. 2018. Disponível em: <http://mathema.com.br/jogos-fundamental1/papa-todas-de-fracoes/>. Citado 3 vezes nas páginas 63, 67 e 115.
- MERLINI, V. L. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5a. e 6a. séries do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2005. Citado 11 vezes nas páginas 20, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 93, 94 e 122.
- MONTEIRO, A.; NACARATO, A. M. As relações entre saberes cotidiano e escolar presentes nos parâmetros curriculares nacionais de matemática. *Pro-posições*, v. 16, n. 3, p. 165–179, 2005. Citado na página 35.
- MORAIS, R. S. et al. A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, 2011. Citado na página 54.
- MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. [S.l.]: DP & A, 2006. Citado na página 57.
- MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999. v. 2. Citado na página 46.
- MOREIRA, M. A. *O que é afinal aprendizagem significativa?* 2016. Instituto de Física – UFRGS. Porto Alegre, RS. Citado na página 46.
- MOUTINHO, L. V. *Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2005. Citado na página 33.
- NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. ISBN 9788573072693. Citado 4 vezes nas páginas 20, 32, 33 e 93.

NUNES, T.; BRYANT, P. The effect of situations on children's understanding of fractions. *British Society for Research on the Learning of Mathematics*, jun. 2003. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 29 e 31.

OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. de H. *Teorias de aprendizagem*. Porto Alegre, RS: Evangraf, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008. Citado na página 55.

PAIVA, M. H. P. *Aprendizagem de frações com softwares e aplicativos matemáticos online*. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário Univates, Lajeado, RS, 2017. Citado na página 25.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. D. *Matemática essencial 6º ano: Ensino fundamental, anos finais*. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018. Citado na página 39.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. de. *Vontade de saber Matemática - 6º ano: Ensino fundamental*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 51.

PATRONO, R. M. *A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2011. Citado 6 vezes nas páginas 20, 32, 34, 42, 43 e 97.

POMMER, W. M. *A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares*. São Paulo: [s.n.], 2013. Citado na página 47.

PORTAL DO PROFESSOR. *Comparando frações*. 2009. Graça Regina Franco Reis. Acesso em 30 ago. 2018. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7057>. Citado na página 66.

PORTAL DO PROFESSOR. *Tangram: um jogo da china na construção do conceito de fração*. 2010. Edite Resende Vieira. Acesso em: 23 fev. 2019. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25703>. Citado na página 67.

PREVÊ, D. T.; SHENECKEMBERG, C. M.; MUNHOZ, R. H. Lúdico no ensino de frações. *BoEM - Boletim online de Educação Matemática*, v. 2, n. 2, p. 88–99, 2014. Citado na página 33.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: *Lorenzato, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 39–56. Citado na página 51.

RIO DE JANEIRO. Currículo Mínimo de Matemática. *Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro*, 2012. Citado na página 101.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 187–196, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 126.

- RODRIGUES, M. R. R. O uso de material concreto para estimular a aprendizagem do conteúdo de frações numa turma da primeira série do ensino médio. 2016. Citado na página 34.
- RODRIGUES, W. R. et al. *Números racionais*: Um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 20, 32 e 33.
- ROMANATTO, M. C. *Número racional*: relações necessárias a sua compreensão. Tese (Doutorado) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- SAMPAIO, F. A. *Trilhas da Matemática*: Ensino fundamental, anos finais. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 52, 53 e 54.
- SANTOS, N. P. C. dos; MENDES SOBRINHO, J. A. de C. Materiais manipuláveis no âmbito do ensino de matemática: Contribuições para a prática pedagógica. *Revista FSA*, v. 13, n. 3, 2016. Citado na página 50.
- SCHMENGLER, A. R. et al. Situações lúdicas para o ensino de frações de quantidades. *VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 51.
- SILVA, A. da F. G. *O desafio do desenvolvimento profissional docente*: análise da formação continuada de um grupo de professoras das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Citado na página 28.
- SILVA, F. de M.; COSTA, F. P. D.; SANTOS, C. L. Concepção e realização de um jogo educativo no contexto da aprendizagem colaborativa. Belo Horizonte, MG, p. 9, 2008. Citado na página 102.
- SILVA, V. L. R. da. A contextualização e a valorização da Matemática: representações sociais de alunos do Ensino Médio. *Anais do VIII ENEM - Comunicação Científica*, 2004. Citado na página 52.
- SMOLE, K. S. *A matemática na educação infantil*: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: [s.n.], 1996. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 103.
- SMOLE, K. S. *Cadernos do Mathema*: Jogos de matemática de 6º a 9º ano. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. v. 2. ISBN 978-8536307022. Citado na página 49.
- SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. *Materiais Manipulativos para o Ensino de Frações e Números Decimais*. Porto Alegre, RS: Penso Editora, 2016. v. 3. Coleção Mathemoteca. Citado 15 vezes nas páginas 27, 28, 31, 32, 34, 50, 51, 62, 67, 68, 69, 88, 106, 117 e 126.
- SMOLE, K. S. et al. *Resolução de Problemas*: Matemática de 0 a 6. Porto Alegre: Artmed, 2000. v. 2. ISBN 978-8573076257. Citado 2 vezes nas páginas 109 e 111.
- SOUZA, J. F. de. *Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2009. Citado na página 54.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. [S.l.]: Gradiva Lisboa, 1989. Citado na página 24.

TRINTIN, T. B.; AMORIM, T. E. C. A matemática e o lúdico: ensinando frações através de jogos. *REMAT - Revista Eletrônica da Matemática*, v. 2, n. 1, p. 113–127, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 42, 44, 55 e 82.

TURRIONI, A. M. S. O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2004. Citado na página 80.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: *Lorenzato, S. Laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57–76. Citado na página 50.

VALERA, A. R. Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2003. Citado 8 vezes nas páginas 20, 32, 33, 34, 48, 50, 53 e 55.

VALIO, D. T. de C. *Frações: estratégias lúdicas no ensino da matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2014. Citado na página 26.

VASCONCELOS, A. *Atividade na sala de aula - 5º ano*. São Paulo, SP: [s.n.], 2013. Citado 6 vezes nas páginas 59, 95, 96, 97, 98 e 99.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Publications mathématiques et informatique de Rennes*, n. S6, p. 47–50, 1990. Citado na página 27.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização da Direção



TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezado(a) Diretor(a),

Os alunos das turmas 601, 602 e 603, do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática dos referidos alunos, Isabela Estephaneli Corty Ribeiro. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES, onde os alunos irão aprender Frações por meio de aulas atrativas envolvendo jogos, culinária e materiais lúdicos. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que o Colégio e as referidas turmas possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, _____, diretor(a) do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, autorizo a participação das turmas 601, 602 e 603 na pesquisa sobre UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES, desenvolvida pela professora de Matemática Isabela Estephaneli Corty Ribeiro.

Assinatura

São José de Ubá, 02 de Outubro de 2018.

APÊNDICE B

Autorização dos Responsáveis



TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores Pais,

Os alunos das turmas 601, 602 e 603, do Colégio Estadual Maria Leny Vieira Ferreira Silva, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestrande e professora de matemática dos referidos alunos, Isabela Estephaneli Corty Ribeiro. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS, MATERIAIS MANIPULATIVOS E CONTEXTUALIZAÇÃO VISANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES, onde os alunos irão aprender Frações por meio de aulas atrativas envolvendo jogos, culinária e materiais lúdicos. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem do seu filho(a), pedimos sua autorização para que ele(a) possa participar das atividades, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a participação do seu filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, _____, autorizo a participação de meu filho(a) na pesquisa desenvolvida pela professora de Matemática, Isabela Estephaneli Corty Ribeiro.

Nome do aluno: _____

São José de Ubá, 02 de Outubro de 2018.

APÊNDICE C

Questionário investigativo e Pré-teste

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO E PRÉ-TESTE

Caro(a) aluno(a),
Sua contribuição será muito valiosa para o desenvolvimento de minha pesquisa.
O seu empenho na resolução das questões abaixo será de muita importância para a reflexão de minha prática pedagógica.
Conto com a sua colaboração!
Desde já, obrigada!

Isabela Estephaneli Corty Ribeiro

I- Identificação

Nome: _____

Idade: ____ anos

Sexo: () Masculino () Feminino

II- Matemática e o cotidiano

1) Você gosta de matemática?

() Sim () Não () Mais ou menos

2) Como você avalia as aulas de matemática que você teve até o momento?

() Ótimas () Boas () Regulares () Ruins

3) Você tem dificuldades em matemática?

() Sim () Não () Mais ou menos

4) Em qual(ais) conteúdo(s) de matemática você tem dificuldade?

5) Você já estudou frações?

() Sim () Não () Não lembro

6) Explique com suas palavras o que você entende por frações.

7) Você acha que é possível utilizarmos os números fracionários no nosso dia a dia?

() Sim. Cite exemplos: _____

() Não sei explicar

III- Pré-teste

8) A figura cuja parte colorida representa a fração $\frac{3}{5}$ é:

a) ()



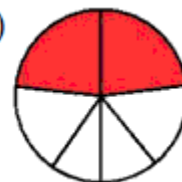
b) ()



c) ()



d) ()

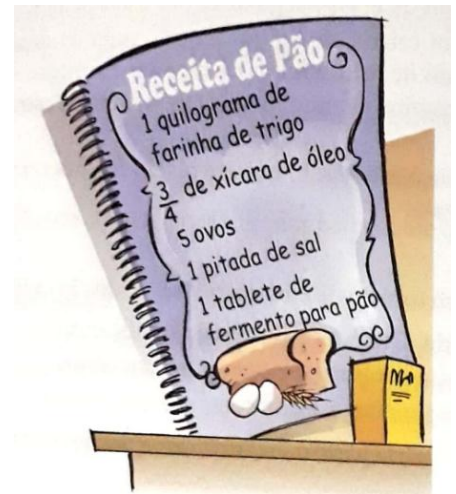


9) Observe a receita:

a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

b) Qual é o significado do número 4 na fração?

c) Qual é o significado do número 3 na fração?



10) Que fração representa?

a) Dois dias em uma semana _____

b) Dez horas de um dia _____

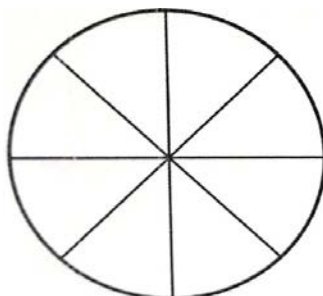
c) Quatro meses de um ano _____

11) Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Leila comeu 2 partes, Rita comeu 1 parte, Analice comeu 3 partes e Keila o restante. Qual fração representa a parte comida por cada uma?

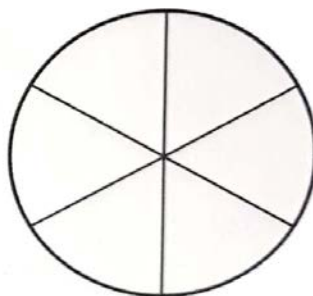
Leila	Rita	Analice	Keila
_____	_____	_____	_____

12) Wilson e Soraia estão comendo pizza. Ela comeu $\frac{3}{6}$ e ele, $\frac{6}{8}$.

a) Pinte as partes da pizza que cada um comeu.



Wilson

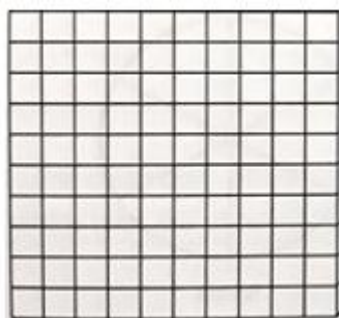


Soraia

b) Quem comeu mais partes: Wilson ou Soraia? _____

c) Qual fração é maior? _____

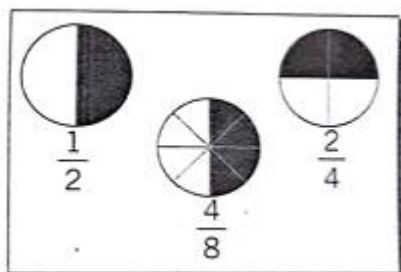
13) Pinte $\frac{1}{2}$ de 100 unidades.



Total de quadrinhos pintados:

a) O que a quantidade de quadrinhos pintados representa em relação a quantidade total de quadrinhos?

14) Por que estas frações são equivalentes?



15) Efetue as operações indicadas e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.

a)

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b)

$$\frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

APÊNDICE D

Questionário do Professor

Questionário do Professor

Prezado(a) educador(a),

Este questionário é uma das etapas da pesquisa que realizo no curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e tem o objetivo de analisar e melhor compreender as dificuldades encontradas no ensino de Frações em turmas de sexto ano do Ensino Fundamental.

Acredito que suas respostas me auxiliarão no desenvolvimento de atividades enfatizadas em recursos que tornem a aprendizagem deste conteúdo mais significativa.

Os dados obtidos serão utilizados unicamente na pesquisa e o anonimato dos entrevistados é garantido.

Conto com sua colaboração e agradeço desde já!

Isabela Estephaneli Corty Ribeiro

***Obrigatório**

I - Identificação

1. Idade: *

2. Formação: *

Marcar apenas uma oval.

- Graduação
- Especialização ou Pós-Graduação Latu Sensu
- Mestrado
- Doutorado

3. Área de atuação: *

4. Tempo de atuação em sala de aula: *

5. Qual o tipo de instituição que você trabalha: *

Marcar apenas uma oval.

- Privada
- Pública Municipal
- Pública Estadual
- Pública Federal

II- Sobre suas práticas educativas

6. Quais estratégias de ensino que você utiliza em suas aulas? *

Marque todas que se aplicam.

- Aula expositiva
- Estudo dirigido
- Trabalho individual
- Trabalho em grupo
- Seminário
- Outros

7. Se você marcou a opção outros na questão anterior , descreva-as:

8. Considerando sua prática e os recursos utilizados, como os alunos reagem às aulas? *

Marcar apenas uma oval.

- Os alunos se mostram indiferentes em relação às aulas
- Os alunos demonstram desinteresse e não se envolvem com as aulas
- Os alunos são interessados e se envolvem bastante com as aulas
- Não sei responder

9. Há algum aspecto que você gostaria de mudar na sua prática em sala de aula? Qual? *

10. Você utiliza algum dos recursos abaixo em suas aulas? Assinale-os: *

Marque todas que se aplicam.

- Jogos
- Materiais manipulativos
- Aplicativos educativos
- Vídeos
- Slides
- Softwares Matemáticos (como Geogebra, Winplot, entre outros)
- Outro
- Não utilizo nenhum dos recursos acima

11. Caso você utilize algum dos recursos acima, descreva como você os utiliza:

III - Sobre o ensino/aprendizado de Fração

12. Você gosta de trabalhar os conceitos de fração? Por quê? *

13. Quais recursos você utiliza para trabalhar os conceitos de fração? *

14. Qual a sua maior dificuldade ao trabalhar estes conceitos? *

15. Quais as maiores dificuldades que você observa em seus alunos? *

Marque todas que se aplicam.

- Compreender o significado e a utilização de frações
- Comparar frações
- Determinar frações equivalentes
- Somar e subtrair frações com denominadores diferentes
- Multiplicar frações
- Dividir frações
- Relacionar fração a sua forma decimal

16. Em sua opinião, qual(is) a(s) causa(s) para estas dificuldades? *

17. O que você considera que pode ser feito para que o aprendizado de fração se torne mais interessante e significativo? *

Powered by



APÊNDICE E

Atividades da Sequência Didática

Atividade 1: Dominó de frações

Objetivos

- Compreender a representação de fração;
- Leitura de frações;
- Desenvolver o raciocínio lógico matemático.

Material

Dominó de frações com 28 peças.

Instruções

Colocar as peças com a face virada para baixo e embaralhá-las.

Cada jogador pega 5 peças e as peças restantes ficam reservadas, para serem utilizadas quando necessário.

Um jogador começa o jogo colocando uma peça no centro da mesa. Depois cada jogador, na sua vez, coloca uma peça na mesa de modo que as peças que se encostam representem a mesma fração.

Caso o jogador não tenha a peça para continuar o jogo, ele “compra” novas peças na mesa, ou, caso não haja mais peças para serem compradas, passa a vez.

Ganha o jogador que colocar todas as peças antes dos adversários.

Registro

Após concluir o jogo, elabore um texto com seus colegas relatando o que vocês observaram durante sua realização, as dificuldades que surgiram e o que vocês acharam do jogo.

Atividade 2: Frações na receita

1ª Parte: Vamos preparar a receita?

Cobertura de chocolate

Receita	
$\frac{1}{2}$	XÍCARA (CHÁ) DE LEITE
$\frac{1}{4}$	XÍCARA (CHÁ) DE LEITE CONDENSADO
$\frac{1}{2}$	XÍCARA (CHÁ) DE CHOCOLATE EM PÓ
2	COLHERES DE SOPA DE AÇÚCAR

Agora, responda às questões:

1. Represente as quantidades de leite e de leite condensado nas xícaras:



Leite



Leite condensado

2. Para fazer a cobertura, usamos mais leite ou leite condensado? _____
3. Então, qual fração é maior: $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$? _____
4. Para fazer duas receitas de cobertura de chocolate qual a quantidade que vamos utilizar de cada ingrediente?
- _____ xícara (chá) de leite
- _____ xícara (chá) de leite condensado
- _____ xícara (chá) de chocolate em pó
- _____ colheres de sopa de açúcar
5. E para fazer 3 receitas, qual seria a quantidade de cada ingrediente a ser utilizada?
- _____ xícara (chá) de leite
- _____ xícara (chá) de leite condensado
- _____ xícara (chá) de chocolate em pó
- _____ colheres de sopa de açúcar

6. E para fazer 4 receitas?

_____ xícara (chá) de leite

_____ xícara (chá) de leite condensado

_____ xícara (chá) de chocolate em pó

_____ colheres de sopa de açúcar

2ª Parte: Veja esta outra receita:

Bolo de chocolate

Receita	
3	OVOS
2	COLHERES DE MANTEIGA
3	XÍCARAS (CHÁ) DE AÇÚCAR
4	XÍCARAS (CHÁ) DE TRIGO
1 $\frac{1}{2}$	XÍCARA DE CHOCOLATE EM PÓ
1 $\frac{1}{2}$	COLHER DE FERMENTO
$\frac{1}{4}$	XÍCARA (CHÁ) DE ÓLEO
3	XÍCARA (CHÁ) DE LEITE

7. Represente as quantidades de leite e de óleo nas xícaras:



Leite



Óleo

8. Para fazer o bolo, usamos mais leite ou óleo? _____

9. Então, qual fração é maior: $\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{4}$? _____

10. O que você entende por $1\frac{1}{2}$ xícara de chocolate em pó?

11. Represente nas xícaras abaixo a quantidade de chocolate em pó usado na receita:



3ª Parte:

12. Se o bolo for repartido em 28 pedaços e cada aluno comer um pedaço, qual fração do bolo cada um comeu? _____

13. Qual é a fração que representa a parte do bolo comida pela turma?

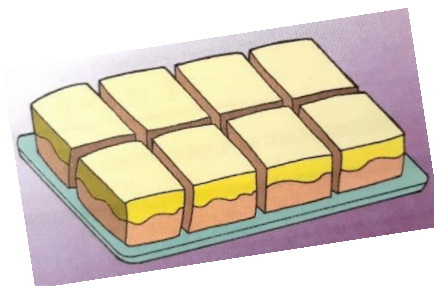
14. Qual é a fração que representa o que sobrou do bolo? _____

15. Se João comeu $\frac{2}{28}$ do bolo e José comeu $\frac{3}{28}$, responda:

a) Quem comeu mais bolo? _____

b) Qual fração do bolo os dois comeram juntos? _____

16. Se Maria comeu $\frac{1}{7}$ do bolo e Ana comeu $\frac{4}{28}$, quem comeu mais bolo? Justifique com cálculos ou com figuras.



17. O que você achou desta aula?



()



()



()

Deixe um comentário:

18. Você acha que esta atividade foi satisfatória para a sua aprendizagem do conteúdo?

() Sim

() Não

Atividade 3: Jogo Papa todas de Frações

O jogo Papa Todas de Frações é bastante desafiador. Uma das suas principais vantagens é o desenvolvimento de muitas ideias e noções diferentes sobre frações, em especial a relação entre frações equivalentes e comparação de frações.

Objetivos

- Compreender o conceito de fração;
- Comparar frações com diferentes denominadores;
- Noção de equivalência de frações;
- Leitura e representação de frações;
- Resolução de problemas que envolvam frações e realizar cálculo mental com frações.

Material

- Um baralho de frações com 32 cartas,
- Uma tabela com tiras de frações.

Instruções

- A tabela com as tiras de fração é colocada no centro da mesa de modo que todos a vejam.
- O baralho é distribuído entre os jogadores, sem que as cartas sejam vistas.
- Cada jogador coloca suas cartas em uma pilha com os números virados para baixo.
- Os jogadores combinam entre si um sinal ou uma palavra. Dado o sinal todos os alunos viram a carta de cima de sua pilha ao mesmo tempo e comparam as frações.
- O jogador que tiver a carta representando a **maior** fração vence a rodada e fica com todas as cartas (Papa Todas).
- A tabela de tiras de frações pode ser usada se necessário para que as comparações sejam feitas.
- Se houver duas cartas de mesmo valor todas as cartas ficam na mesa e na próxima rodada o jogador com a maior carta papa todas, inclusive aquelas que estão na mesa.
- O jogo termina quando as cartas acabarem e o vencedor é o jogador com mais cartas.

Registro

- Registre na folha todos os cálculos necessários para comparar as frações.
- Após concluir o jogo, elabore um texto com seus colegas relatando o que vocês observaram durante sua realização, as dificuldades que surgiram e o que vocês acharam do jogo.

$$3 \frac{3}{7}$$

$$5 \frac{5}{4}$$

$$3 \frac{3}{6}$$

$$2 \frac{2}{6}$$

$$5 \frac{5}{3}$$

$$2 \frac{2}{3}$$

$$1 \frac{1}{2}$$

$$3 \frac{3}{10}$$

$$2 \frac{2}{4}$$

$$4 \frac{4}{10}$$

$$1 \frac{1}{5}$$

$$4 \frac{4}{8}$$

$$5 \frac{5}{10}$$

$$1 \frac{1}{4}$$

$$6 \frac{6}{8}$$

$$1 \frac{1}{3}$$

$$6 \frac{6}{9}$$

$$10 \frac{10}{10}$$

$$6 \frac{6}{3}$$

$$7 \frac{7}{7}$$

$$3 \frac{3}{3}$$

$$2 \frac{2}{8}$$

$$3 \frac{3}{4}$$

$$1 \frac{1}{10}$$

$$2 \frac{2}{5}$$

$$7 \frac{7}{3}$$

$$4 \frac{4}{4}$$

$$3 \frac{3}{9}$$

$$3 \frac{3}{2}$$

$$5 \frac{5}{10}$$

$$1 \frac{1}{7}$$

$$8 \frac{8}{6}$$

Atividade 4: Frações no Tangram

Você sabe o que é um Tangram?

O Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças: 5 triângulos (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 quadrado e 1 paralelogramo, com as quais pode-se construir diversas figuras, como animais, objetos, pessoas, letras, entre outros, totalizando cerca de 1700 figuras. A regra do jogo é simples, consiste em montar figuras usando as 7 peças, colocando-as lado a lado, sem sobrepô-las.

Agora que você:

- Já conhece o Tangram,

- Assistiu aos vídeos disponíveis em: <https://www.youtube.com/watch?v=wq5RB9s8utM&t=86s>
<https://www.youtube.com/watch?v=dMiHW3fcDF4>
<https://www.youtube.com/watch?v=5qrd9xApJI&t=1s>

- E já recebeu o seu Tangram,

Vamos as atividades!

Etapa 1: Comparando as peças do Tangram

Em grupo de quatro pessoas, observem as peças e respondam:

1. Quantos triângulos médios são necessários para formar um triângulo grande? _____

2. Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo médio? _____

3. Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo grande? _____

4. Que outras peças do Tangram podem ser formadas utilizando apenas os triângulos pequenos? Quantos triângulos pequenos?

5. Para preencher todo o quadrado do jogo, são necessários quantos:

a) triângulos grandes? _____

b) triângulos médios? _____

c) triângulos pequenos? _____

d) quadrados? _____

e) paralelogramos? _____

6. Agora, que já compararam as peças do jogo, diga a fração correspondente a cada peça em relação ao quadrado do jogo.



Etapa 2: Frações no Tangram

1. Não se deixe enganar!

Entre as afirmações a seguir, apenas uma está incorreta. Qual delas está errada?

- a) Cada triângulo grande do Tangram representa $\frac{1}{4}$ do jogo (quadrado das 7 peças). ()
- b) Dois triângulos médios equivalem a $\frac{1}{4}$ do jogo. ()
- c) Dois triângulos pequenos representam $\frac{1}{2}$ do triângulo grande. ()
- d) Todos os triângulos do Tangram ocupam, juntos, $\frac{3}{4}$ do jogo. ()
- e) Quatro triângulos pequenos equivalem a 1 triângulo grande. ()
- f) Cada triângulo médio do Tangram representa $\frac{1}{8}$ do jogo. ()
- g) Cada triângulo pequeno do Tangram representa $\frac{1}{12}$ do jogo. ()
- h) Um triângulo pequeno equivale a $\frac{1}{2}$ do triângulo médio. ()

Discuta com seu grupo a afirmação errada e pense que mudança seria necessária para torná-la correta.

2. Pense e responda!

Um aluno começou a montar seu Tangram e já acomodou um triângulo grande, o médio e o paralelogramo. Que fração representa a parte já montada do Tangram?

Etapa 3: Medindo com o Tangram

1. A figura a seguir não foi construída com todas as 7 peças do Tangram. Tente montá-la e descubra qual o seu valor (soma).



2. Calcule o valor de cada uma das figuras montadas abaixo. (Dica: sobreponha as peças, se necessário)

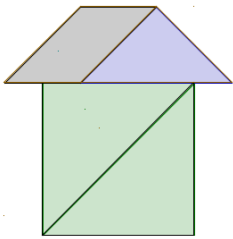


Figura A

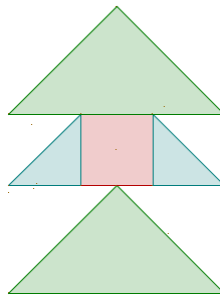


Figura B

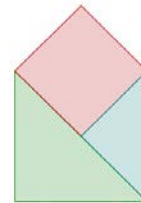
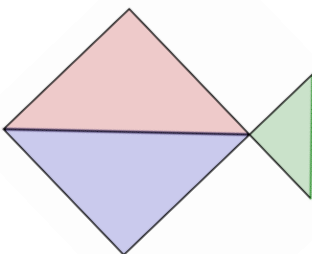
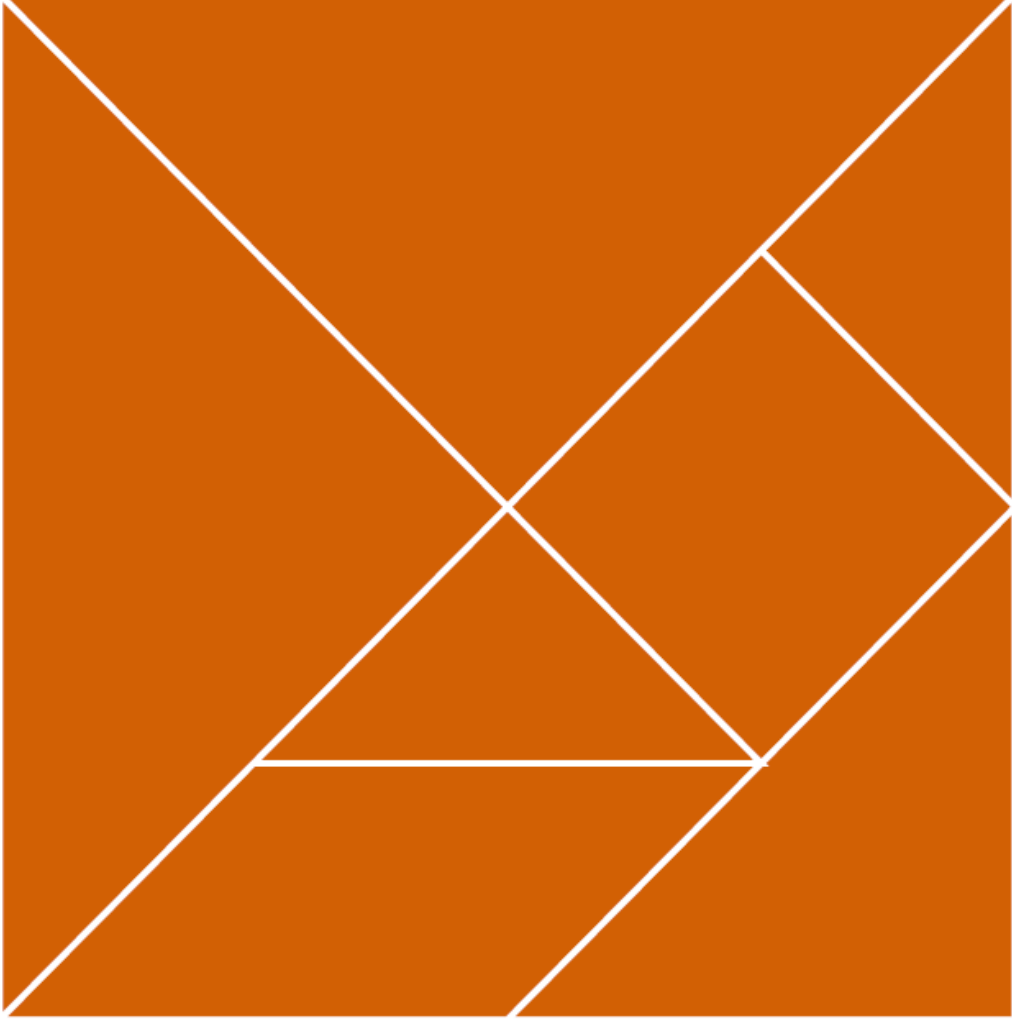


Figura C

3. Monte uma outra figura com valor equivalente à figura abaixo.





Atividade 5: Frações de quantidades

1. Vocês estão recebendo discos de frações. Usando-os, resolvam as questões.

a) Use os discos rosa (metades) e vermelhos (quartos) para calcular:

$\frac{1}{2}$ de 16

$\frac{1}{4}$ de 16

$\frac{3}{4}$ de 16

$\frac{1}{2}$ de 80

$\frac{1}{4}$ de 80

$\frac{3}{4}$ de 80

b) Use os discos que precisar para calcular:

$\frac{2}{3}$ de 18

$\frac{3}{5}$ de 25

$\frac{4}{9}$ de 90

$\frac{7}{10}$ de 40

2. Mariana descobriu um jeito para calcular frações de uma quantidade: “Para calcular $\frac{2}{5}$ de 40, primeiro eu calculo $\frac{2}{5}$ de 40, e para isso divido 40 por 5 e acho 8. Depois eu acho os $\frac{2}{5}$ de 40 multiplicando 8 por 2. Pronto! $\frac{2}{5}$ de 40 são 16”.

a) Converse com seu colega de dupla e digam se vocês concordam com o jeito como Mariana calcula.

b) Tentem escrever uma regra para calcular frações de quantidades e registrem um exemplo diferente dos que apareceram para mostrar que a regra de vocês funciona.

Atividade 6: Círculos coloridos e números decimais

1. Separe uma peça de cada cor e pesquise quais delas podem ser recobertas apenas com peças pretas, de décimos.

a) Escreva quais as peças que podem ser recobertas com as peças pretas e quais relações perceberam entre elas.

b) Escreva, na forma de frações, as peças que você e seu colega de dupla conseguiram recobrir com décimos. Por exemplo: O disco branco pode ser recoberto com 10 peças pretas: $1 = \frac{10}{10}$.

c) A fração $\frac{1}{10}$ possui outra forma de ser escrita, que é sua representação decimal; escreve-se assim:

$$\frac{1}{10} = 0,1.$$

Volte às frações que você recobriu com décimos no item *b* e as reescreva usando a escrita decimal.

2. Represente as seguintes frações com as peças das frações circulares. Recubra-as com as peças pretas e, depois, escreva a forma decimal de cada uma delas:

$$\frac{2}{5} =$$

$$\frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{5} =$$

Atividade 7: Jogo da memória dos racionais

Você sabe o que são números racionais? Um pouco da história...

Os números racionais surgiram da necessidade de representar partes de um inteiro. Durante as inundações do Rio Nilo, no Egito Antigo, as terras que ficavam submersas recebiam muitos nutrientes, dessa forma tornavam-se muito férteis para a agricultura. Quando as águas baixavam, era necessário remarcar os limites entre os lotes de cada proprietário. Por mais eficiente que fosse a medida utilizada, dificilmente ela caberia um número inteiro de vezes na corda. Isso levava à utilização das frações.

Este jogo da memória contém números racionais em suas diferentes representações e o objetivo consiste em reunir o máximo de cartas possível, juntando-as em pares.

Objetivo

Relacionar as diferentes formas de números racionais (fração e decimal);
Desenvolver o raciocínio lógico matemático;
Estimular a concentração e memorização;

Material

30 cartas contendo números racionais na forma de fração ou decimal e figuras.

Instruções











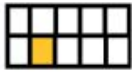









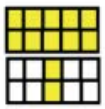

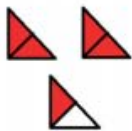
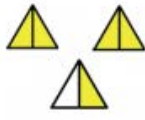


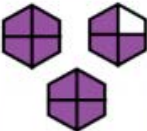

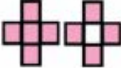

Este jogo deve ser jogado entre duas ou mais pessoas.

Uma jogada consiste em virar uma carta, depois outra. Todos os jogadores veem as cartas que foram viradas. Se elas forem iguais, retire-as da mesa, separe e jogue outra vez. Se as duas cartas viradas não forem iguais, acabou a sua jogada. Coloque as cartas em seus lugares, com a face virada para baixo. Este jogo necessita de muita concentração, pois se um jogador virar a carta errada, ela pode ajudar aos outros a descobrir o par.

Quando todas as cartas tiverem sido pegadas, conte-as. Quem tiver o maior número de cartas será o vencedor.

Registro

- Registre na folha todos os cálculos necessários para encontrar os pares.
- Após concluir o jogo, elabore um texto com seus colegas relatando o que vocês acharam do jogo, as dificuldades que surgiram e em que este jogo contribuiu para a sua aprendizagem.

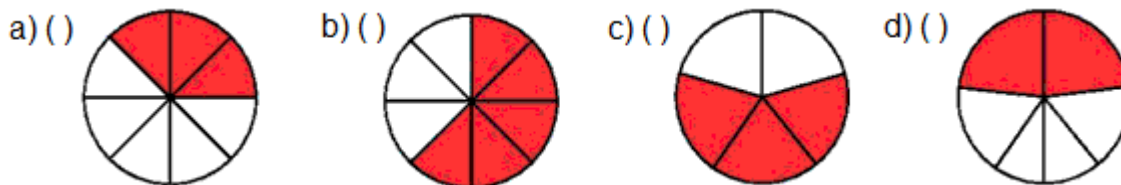
 $\frac{10}{25}$	 0,4	 $\frac{7}{4}$	 0,25	 $\frac{6}{24}$
 $\frac{7}{14}$	 0,5	 $\frac{12}{16}$	 0,75	 0,1
 $\frac{2}{20}$	 $\frac{12}{15}$	 0,8	 0,6	 $\frac{18}{30}$
 $\frac{9}{6}$	 1,5	 1,6	 $\frac{8}{5}$	 $\frac{6}{5}$
 1,2	 1,75	 2,5	 $\frac{5}{2}$	 1,25
 $\frac{11}{4}$	 2,75	 1,8	 $\frac{9}{5}$	 $\frac{10}{8}$

APÊNDICE F

Pós-teste

PÓS-TESTE

1) A figura cuja parte colorida representa a fração $\frac{3}{5}$ é:



2) Observe a receita:

a) Escreva como se lê a quantidade de óleo que vai nessa receita.

b) Qual é o significado do número 4 na fração?

c) Qual é o significado do número 3 na fração?



3) Que fração representa?

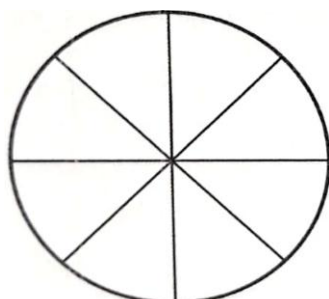
a) Cinco dias em uma semana _____

b) Dez horas de um dia _____

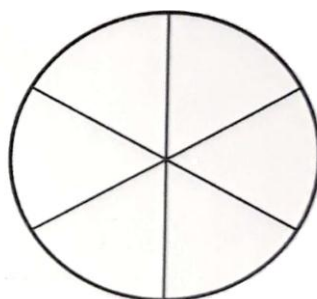
c) Oito meses de um ano _____

4) Wilson e Soraia estão comendo pizza. Ela comeu $\frac{3}{6}$ e ele, $\frac{6}{8}$.

a) Pinte as partes da pizza que cada um comeu.



Wilson

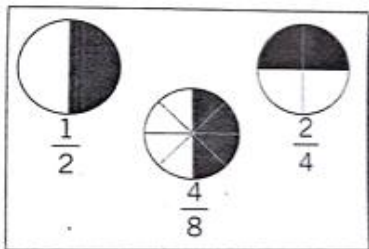


Soraia

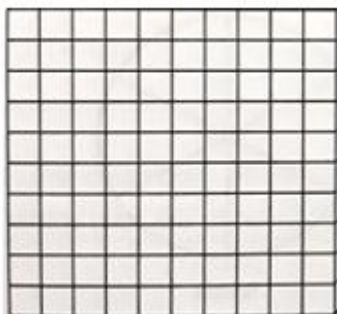
b) Quem comeu mais partes: Wilson ou Soraia? _____

c) Qual fração é maior? _____

5) Explique com suas palavras porque estas frações são equivalentes.



6) Pinte $\frac{1}{2}$ de 100 unidades.

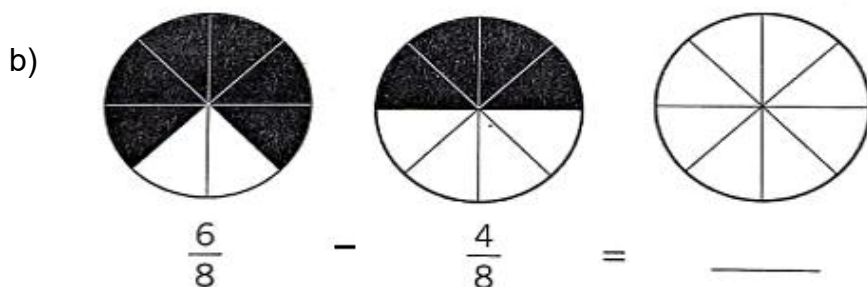
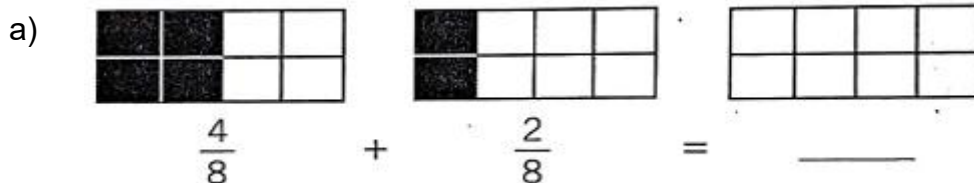


Total de quadradinhos pintados:

a) O que a quantidade de quadradinhos pintados representa em relação a quantidade total de quadradinhos?

b) Qual a porcentagem que representa a quantidade de quadradinhos pintados?

7) Efetue a operação indicada e pinte a última ilustração de acordo com o resultado obtido.



APÊNDICE G

Questionário investigativo final

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO FINAL

1) Como você avalia as aulas de matemática desse bimestre?

Ótimas Boas Regulares Ruins

2) Você acha que o uso de jogos e materiais manipulativos nas aulas contribuíram para o seu aprendizado de frações?

Sim Não Mais ou menos

Comente:

3) De todas as atividades e jogos que foram desenvolvidos nas aulas qual você gostou mais? Por quê?

Dominó de Frações Atividade: Frações de quantidades.
 Atividade: Frações na receita. Atividade: Círculos coloridos e números decimais.
 Jogo Papa todas de frações. Jogo da memória dos racionais.
 Atividades com o Tangram.

4) Você acredita que se as aulas de Matemática usassem mais recursos lúdicos você teria mais interesse em aprender? Por quê?

APÊNDICE H

Apresentação do Tangram



TANGRAM



O que é o Tangram?

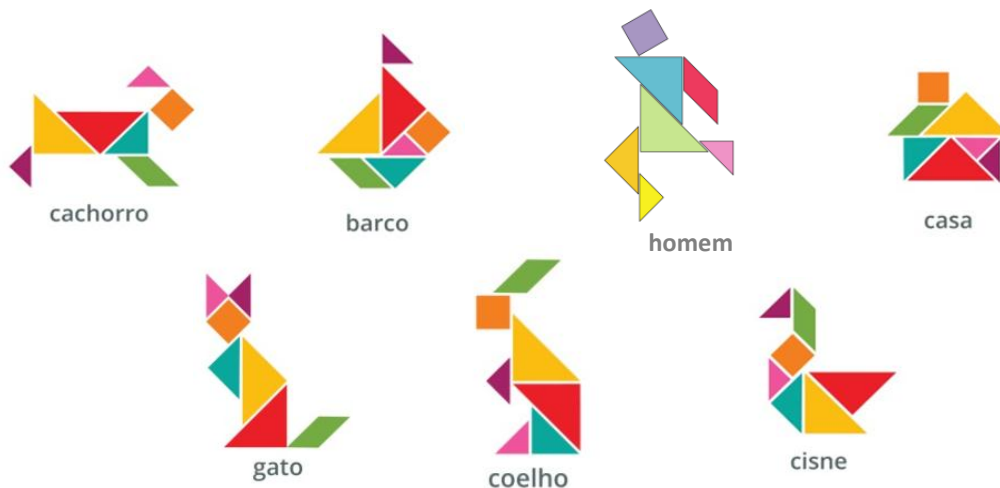
O Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças:

- 2 triângulos grandes
- 1 triângulo médio
- 2 triângulos pequenos
- 1 quadrado
- 1 paralelogramo



Com essas peças pode-se montar diversas figuras, como animais, objetos, pessoas, entre outros, sendo um total de 1700 figuras, aproximadamente.

Para montar, basta colocar as peças lado a lado, sem sobrepô-las.



Como surgiu o Tangram?

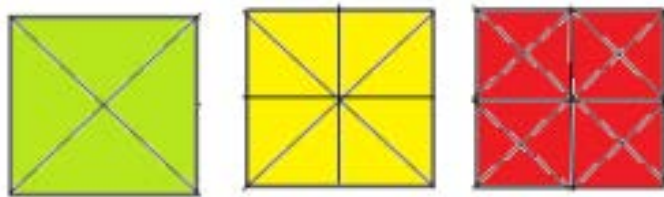
Diz a lenda que um monge chinês deu uma tarefa a seu discípulo, pediu que ele fosse percorrer o mundo em busca de ver e relatar todas as belezas do mundo, assim deu para ele um quadrado de porcelana e vários outros objetos, para que pudesse registrar o que encontrasse.

Muito descuidado deixou a porcelana cair, e essa se dividiu em 7 pedaços em forma de quadrado, paralelogramo e triângulo.

Com essas peças ele notou que poderia construir todas as maravilhas do mundo.

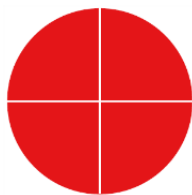
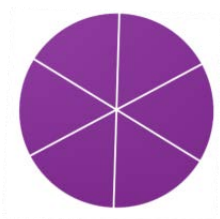
Frações no Tangram

Outras formas de montar o Tangram só com triângulos de mesmo tamanho:

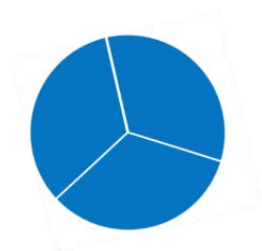


APÊNDICE I

Apresentação da aula da Atividade 5



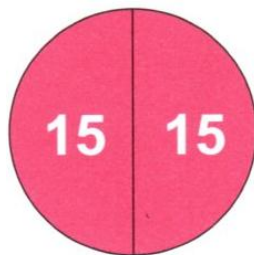
Frações de quantidades



Problema 1: Uma classe tem 30 alunos. Metade deles deve ir à biblioteca fazer uma pesquisa e a outra metade ao laboratório de Informática. Como organizar esses alunos?

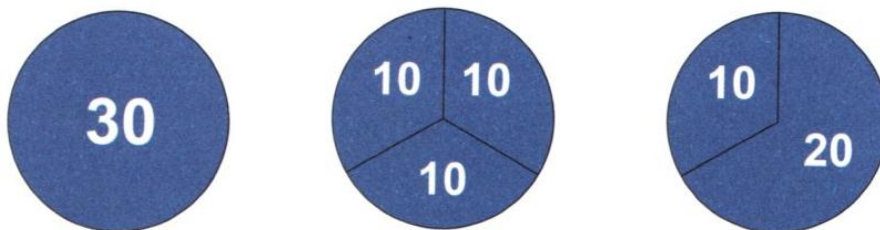
Resolução:

A classe com 30 alunos é o inteiro; calcular metade da classe é calcular $\frac{1}{2}$ de 30, ou seja, dividir 30 em duas partes iguais.



$$\frac{1}{2} \text{ de } 30 = 15$$

Problema 2: Nessa mesma classe com 30 alunos, dois terços deles trouxeram o material para a aula de Artes e os outros não. Quantos alunos trouxeram o material?



O inteiro vale 30.

$\frac{1}{3}$ de 30 é 10; $\frac{2}{3}$ de 30 são 20.